PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE VALPARAÍSO

Carlos David Lange Verdugo

Evaluación del comportamiento dinámico de un sistema eléctrico interconectado mediante modelos reducidos obtenidos de mediciones sincrofasoriales

Informe Proyecto de Título de Ingeniero Civil Eléctrico

Escuela de Ingeniería Eléctrica
Facultad de Ingeniería

Valparaíso, 10 de enero de 2020

Evaluación del comportamiento dinámico de un sistema eléctrico interconectado mediante modelos reducidos obtenidos de mediciones sincrofasoriales

Carlos David Lange Verdugo

Informe Final para optar al título de Ingeniero Civil Eléctrico,

aprobada por la comisión de la

Escuela de Ingeniería Eléctrica de la

Facultad de Ingeniería de la

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

conformada por

Sr. Patricio Robles Calderón

Profesor Guía

Sr. Paulino Alonso Rivas

Segundo Revisor

Sr. Ariel Leiva López

Secretario Académico

Valparaíso, 09 de enero de 2020

Este logro se lo dedico a mis padres, como fruto del apoyo incondicional y confianza que siempre me brindaron.

Agradecimientos

Primeramente quiero dar gracias a mis padres por ser los principales promotores de mis sueños, por creer cada día en mí y en mis expectativas, gracias a mi madre Karine Verdugo por apoyarme cuando disponía de tiempo, en las largas noches de estudio con sus palabras de aliento e innumerables tazas de café, los cuales para mí eran como un oasis en el desierto; gracias a mi padre Carlos Lange por siempre desear y anhelar lo mejor para mi vida, gracias por cada consejo y por cada una de sus palabras que me guiaron durante la vida.

Agradecer a mis compañeros, con los cuales compartí innumerables días y noches de estudio, risas y momentos que recordare aun finalizado este proceso.

Gracias a mi pareja por brindarme el espacio para desarrollarme plenamente en mis estudios y apoyarme en los momentos que necesitaba ayuda.

Gracias a mi universidad, por permitirme formarme en ella y crecer como persona y futuro profesional, gracias a todas aquellas personas que fueron participes de este proceso, cada uno de ustedes fue responsable de un pequeño aporte en este camino, el cual hoy se ve culminado.

Finalmente agradecer a mi docente guía Patricio Robles por permitirme rendir este proyecto con él, brindarme herramientas y nuevas oportunidades en un área de la ingeniería poco desarrollada e investigada, por su tiempo dedicado y paciencia.

Valparaíso, 9 de enero de 2020

Carlos David Lange Verdugo

Resumen

En el presente trabajo de titulación, se investigan métodos de reducción de sistemas eléctricos de potencia para utilizarlos en estudios de estabilidad transitoria y pequeña perturbación. Como resultado de esta investigación se obtienen dos métodos, los cuales permiten evaluar el comportamiento dinámico de esquemas de protección y control mediante el uso de modelos reducidos equivalentes, con el fin de evaluar la estabilidad del sistema eléctrico en forma rápida y efectiva, utilizando mediciones sincrofasoriales en tiempo real proporcionadas por unidades de medición fasorial (PMU).

El primer método de reducción consiste en un algoritmo [1] basado en mediciones sincrofasoriales para la estimación On-Line de equivalente de Thévenin (TE) del sistema. Este algoritmo aplica una técnica de protección predictiva y sin ajustes condicionados a la topología del sistema, basada en el criterio de igualdad de área, y está diseñado para ser aplicado en un nodo terminal de una central de generación, empleando los fasores de tensión y corriente de dicho terminal para estimar el equivalente de Thévenin del sistema. En el instante que ocurre alguna perturbación, el algoritmo realiza la predicción del área de desaceleración bajo la curva potencia-ángulo del rotor de la máquina, basándose en la estimación del equivalente de Thévenin posterior a la falla en la red. Por medio del desarrollo de líneas de código en Matlab del algoritmo, se busca analizar los resultados del procesamiento de datos en un sistema eléctrico de potencia modelado, comprobando la aplicabilidad en un sistema eléctrico real. Primero se corrobora el efecto del algoritmo en una red de prueba estándar IEEE para luego aplicarlo a un generador perteneciente al Sistema Eléctrico Nacional (SEN).

El segundo método, propone un modelo reducido de dos máquinas extrapolando las magnitudes de tensión, reactancia e inercia equivalentes para representar la dinámica inter-área de un sistema radial y multimáquina [2] [3]. El algoritmo utiliza mediciones fasoriales sincronizadas obtenidas en las barras que componen la interconexión radial, construyendo el modelo reducido basado en los datos adquiridos durante alguna perturbación. Las expresiones estimadas de las amplitudes de tensión de la barra y las oscilaciones en la frecuencia servirán para un enfoque de análisis de estabilidad a pequeña perturbación. El modelo reducido proporciona una respuesta aproximada a las "perturbaciones en la ruta de transferencia" y ofrece una alternativa a las técnicas de reducción basadas en modelos y datos detallados del sistema. Se aplica el algoritmo de reducción a un modelo de prueba estándar IEEE, y posteriormente se pone a prueba en la interconexión de 220 [kV] entre la S/E Guacolda-Maitencillo.

Palabras claves: PMU, Thévenin, equivalente de 2 áreas, oscilación inter área, pérdida de sincronismo, OOS, trayectoria de impedancia, estabilidad transitoria, pequeña perturbación, SIC-SING.

Abstract

The present work investigates different methods of reduction of electrical systems of power to use them in studies of transient stability and behavior under small disturbances. Obtaining as a result, two methods, which allow to evaluate the dynamic behavior of protection and control schemes by means of the use of equivalent reduced models in order to evaluate the stability of the electrical system in a fast and effective way, using synchrophasorial measurements in time. As a result, we obtain real values provided by Phasor Measurement Units (PMU).

The first reduction method consists of a novel algorithm [1] based on synchrophasorial measurements for On-Line estimation of the Thevenin Equivalent of the system (TE). This algorithm applies a predictive protection technique, based on the method of equality of accelerating and decelerating areas, and is designed to be applied in a terminal node of a generation center, using the voltage and current phasors of that terminal to estimate the Thevenin equivalent of the system. If a disturbance occurs, the algorithm predicts the deceleration area under the power-angle curve of the machine's rotor, based on the Thevenin's equivalent estimation after the failure in the network. Through the development of the MATLAB code lines of the algorithm, it is sought to analyze the results of the data processing in a modeled power electrical system, verifying the applicability in a real electrical system. First, the effect of the algorithm on an IEEE standard test network is corroborated and then applied to a generator belonging to the Chilean National Electric System (SEN).

The second method proposes a reduced model of two machines extrapolating the equivalent magnitudes of voltage, reactance and inertia to represent the inter-area dynamics of a radial and multi-machine system [2] [3]. The algorithm uses synchronized phasor measurements obtained in the buses that make up the radial interconnection, constructing the reduced model based on the data acquired during a disturbance. The estimated expressions of the bus voltage amplitudes and the oscillations in the frequency will be used for a small perturbation stability analysis approach. The reduced model provides an approximate response to "disturbances in the transfer path" and offers an alternative to the reduction techniques based on models and detailed data of the system. The reduction algorithm is applied to an IEEE standard test model, and subsequently it is applied to the interconnection in 220 kV between the S/E Guacolda-Maitencillo.

Keywords: PMU, Thévenin, equivalent of 2 areas, inter-area oscillation, loss of synchronism, OOS, impedance path, transient stability, small perturbation, SIC-SING.

Índice general

Introducción 1
Objetivos generales 3
Objetivos específicos 4
Descripción general de los capítulos 4

1 Modelos para análisis dinámicos en sistemas eléctricos de potencia 6
1.1 Representación de elementos del sistema 8
1.1.1 Modelo del generador síncrono 9
1.1.2 Modelo de líneas de transmisión 11
1.1.3 Modelo de transformadores 12
1.1.4 Modelo de los consumos 13
1.1.5 Representación por medio de la matriz de admitancia nodal 13
1.1 Perturbaciones posibles en un sistema eléctrico 14
1.2 Comportamiento del sistema ante perturbaciones 16
1.2.1 Variaciones de frecuencia 16
1.2.2 Variaciones de tensión 20
1.2.3 Efecto de cortocircuitos en bornes del generador sincrono 23
1.2.4 Comportamiento de esquemas de protección en sistemas de transmisión 26
1.3 Análisis de estabilidad angular a pequeñas y grandes perturbaciones 28
1.3.1 Estabilidad transitoria o de gran perturbación 30
1.3.2 Estabilidad a pequeña perturbación 33

2 Modelos reducidos para analizar el comportamiento dinámico 36
2.1 Criterios de reducción de modelos dinámicos 36
2.1.1 Método simplificado 37
2.1.2 Sistema equivalente para estudios de protecciones 38
2.2 Equivalente de Thévenin del sistema visto por un nodo de generación 39
2.2.1 Algoritmo para el cálculo de parámetros equivalentes Thévenin On-line 40
2.2.2 Técnica de predicción de inestabilidad Out-Of-Step online 43
2.2.3 Análisis operativo de relés de protección convencionales por función OOS 47
2.3 Modelo de reducción equivalente aplicado en interconección radial 50
2.3.1 Algoritmo y formulación del problema 52
2.3.2 Sistema reducido de tres áreas inerconectadas en estrella 55
2.3.3 Métodos para la descomposición modal de una señal 56

3 Aplicaciones de registros sincrofasoriales para obtener modelos reducidos..... 62
3.1 Unidades de medición fasorial (PMU).....63
3.1.1 Redes sincrofasoriales 63
3.1.2 Unidad sincrofasorial perteneciente al laboratorio de protecciones eléctricas de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso 65
3.2 Metodología empleada para evaluación de los algoritmos 66
3.3 Procesamiento de registros mediante los códigos desarrollado en Matlab 68
3.3.1 Algoritmo de reducción equivalente del sistema en un nodo de generación 68
3.3.2 Algoritmo de reducción equivalente de dos áreas interconectadas radialmente 80

4 Aplicaciones en el Sistema Eléctrico Nacional (SEN) 91
4.1 Equivalente Thévenin en nodo de central de generacion.....91
4.2 Modelo reducido de dos máquinas equivalentes para la interconexión radial entre la S/E Guacolda-Maitencillo 96

Discusión y conclusiones.....106

Bibliografía.....109

A Norma Técnica de Seguridad y Calidad de Servicio 114

B Representación de un sistema dinámico en el espacio de estados 117

C Documentación técnica de los SEP utilizados para los algoritmos 121
C.1 39 Bus New England System 121
C.2 Sistema de prueba multimáquina de dos áreas 123

D Códigos programados en Matlab.....125
D.1 Equivalente de Thévenin del sistema visto por nodo de un generador e índice de estabilidad 125
D.2 Modelo de reducción equivalente para una interconexión radial.....128
D.3 Matrix Pencil Method (MPM).....130

Índice de Figuras

Figura 1-1 Clasificación de los tipos de estabilidad en un sistema eléctrico de potencia. 6
Figura 1-2 Sub sistemas y lazos de control en un sistema eléctrico de potencia. 7
Figura 1-3 Ventana temporal y banda de frecuencia de fenómenos dinámicos en un SEP. 7
Figura 1-4 Modelo empleado para análisis de transitorios electromecánicos en un SEP. 8
Figura 1-5 Representación física del circuito en el estator y rotor de una máquina síncrona. 9
Figura 1-6 Marco de referencia empleado en la definición de variables del sistema. 10
Figura 1-7 Circuito π equivalente de una línea de transmisión. 12
Figura 1-8 Modelo de un transformador simplificado. 12
Figura 1-9 Modelo simplificado de carga. 13
Figura 1-10 Máquina idealizada que representa la generación en el sistema eléctrico. 17
Figura 1-11 Modelo básico de análisis de estabilidad ante perturbación de frecuencia 18
Figura 1-12 Respuesta dinámica de los controles de frecuencia ante una perturbación. 19
Figura 1-13 Reducción interconexión radial para estabilidad de tensión. 20
Figura 1-14 Curvas de potencia, tensión y corriente en función de la relación de impedancia equivalente del sistema y demandada por la carga. 21
Figura 1-15 Gráfico función PV para análisis de estabilidad de tensión. 22
Figura 1-16 Gráfico de curva QV para análisis de estabilidad de tensión. 22
Figura 1-17 Análisis transitorio por perturbación de tensión. 23
Figura 1-18 Circuito RL. 24
Figura 1-19 Aporte de corriente sub transitoria ante cortocircuito simétrico en bornes del generador. 25
Figura 1-20 Aporte de corriente transitoria ante cortocircuito simétrico en bornes del generador. 25
Figura 1-21 Aporte de corriente estacionaria ente cortocircuito simétrico en bornes del generador. 25
Figura 1-22 Aporte de corriente aperiódica ante cortocircuito simétrico en bornes del generador. 25
Figura 1-23 Aporte total de las diferentes componentes de corriente de corto circuito simétrico en bornes de un generador. 26
Figura 1-24 Simulaciones diferentes ante una misma perturbación. 29
Figura 1-25 Sistema ejemplo para criterio de igualdad de área. 31
Figura 1-26 Incremento de potencia mecánica Pm producto de una perturbación. 31
Figura 1-27 Diagrama de bloques de sistema simplificado barra infinita. 35
Figura 2-1 Reducción circuito equivalente de Thévenin. 37
Figura 2-2 Línea de transmisión a analizar modelada por red de dos puertas [33]. 38
Figura 2-3 Modelo de red de dos puertos para equivalente de Thévenin [33]. 39

Figura 2-4 Modelo reducido de dos máquinas basado en los parámetros equivalentes Thévenin (TE) [1]. 39
Figura 2-5 Diagrama fasorial del cambio diferencial en los parámetros Thévenin equivalentes [1].....42
Figura 2-6 Curva Potencia-Ángulo de rotor de un generador para representar concepto EAC [1].....45
Figura 2-7 Configuración de zonas relé ABB RED670 S/E Santa María paño J1. 48
Figura 2-8 Características concéntricas de formas de funciones de protección en el plano de impedancias $R - X$ [35]....49
Figura 2-9 Blinders para detección de oscilaciones de potencia. [35] 49
Figura 2-10 Cálculo continuo de la impedancia [35]....50
Figura 2-11 Equivalencia dinámica de un sistema de dos áreas. (a) Sistema eléctrico de potencia de dos áreas. (b) Sistema equivalente inter área de dos máquinas [38]....51
Figura 2-12 Sistema eléctrico de potencia de tres zonas interconectadas en estrella [38]. 56
Figura 2-13 Grafico para demostrar efectividad de descomposición modal en una señal con ruido.....61
Figura 3-1Proyección en el plano complejo del vector rotatorio equivalente a una onda coseno [45].62
Figura 3-2 Esquema de comunicación típica de una red con PMU y PCD [50]. 64
Figura 3-3 Red de monitoreo del sistema eléctrico en tiempo real, proyecto MedFasee [54]. 66
Figura 3-4 Herramienta de análisis de estabilidad, DIgSILENT. 67
Figura 3-5 Diagrama de flujo de la metodología empleada para el tratamiento de las variables eléctricas. 67
Figura 3-6 39 Bus New England System, DIgSilent. 68
Figura 3-7 Ubicación de la documentación de los elementos del sistema 39-Bus. 69
Figura 3-8 Gráfico de velocidad de rotor [p.u] en el tiempo [s] para todos los generadores (G2-G10). 70
Figura 3-9 Gráfico de ángulo de rotor con referencia a la máquina Slack [Grados] en el tiempo [s] para todos los generadores (G2-G10)....70
Figura 3-10 Gráfico de ángulo de rotor con referencia a la barra local de cada generador [Grados] en el tiempo [s] (G2-G10) 70
Figura 3-11 Leyenda de los gráficos de velocidad y ángulo de rotor en el tiempo. 71
Figura 3-12 Gráficos de tensión y reactancia equivalentes de Thévenin para el generador “G2”. 71
Figura 3-13 Gráfico ángulo [°] del generador “G2” en tiempo [s] por medio de la ecuación (2-5). 72
Figura 3-14 Gráficos de tensión y reactancia equivalentes de Thévenin para el generador “G3”. 72
Figura 3-15 Gráfico ángulo [°] del generador “G3” en tiempo [s] por medio de la ecuación (2-5). 72
Figura 3-16 Gráficos de tensión y reactancia equivalentes de Thévenin para el generador “G5”. 73
Figura 3-17 Gráfico ángulo [°] del generador “G5” en tiempo [s] por medio de la ecuación (2-5). 73
Figura 3-18 Gráfico de velocidad de rotor [p.u] en el tiempo [s] para todos los generadores (G2-G10). 74
Figura 3-19 Gráfico de ángulo de rotor con referencia a la máquina Slack [Grados] en el tiempo [s] para todos los generadores (G2-G10)....75
Figura 3-20 Gráfico de ángulo de rotor con referencia a la barra local de cada generador [Grados] en el tiempo [s] (G2-G10) 75
Figura 3-21 Gráficos de tensión y reactancia equivalentes de Thévenin para el generador “G2”. 76
Figura 3-22 Gráfico ángulo [°] del generador “G2” en tiempo [s] por medio de la ecuación (2-5). 76
Figura 3-23 Gráficos de tensión y reactancia equivalentes de Thévenin para el generador “G3”. 76
Figura 3-24 Gráfico ángulo [°] del generador “G3” en tiempo [s] por medio de la ecuación (2-5). 77
Figura 3-25 Gráficos de tensión y reactancia equivalentes de Thévenin para el generador “G5”. 77

Figura 3-26 Gráfico ángulo [°] del generador "G5" en tiempo [s] por medio de la ecuación (2-5). 77
Figura 3-27 Gráfico de velocidad de rotor [p.u] en el tiempo [s] para todos los generadores (G2-G10). 79
Figura 3-28 Gráfico de ángulo de rotor con referencia a la máquina Slack [Grados] en el tiempo [s] para todos los generadores (G2-G10).....79
Figura 3-29 Gráfico de ángulo de rotor con referencia a la barra local de cada generador [Grados] en el tiempo [s] (G2-G10) 79
Figura 3-30 Flujo de potencia aplicado en la red multimáquina de prueba. 80
Figura 3-31 Aproximación a la imagen de flujo de potencia para análisis de interconexión radial.....81
Figura 3-32 Características topológicas de la red reducida. 81
Figura 3-33 Lectura de tensión en p.u. de las barras pertenecientes a la interconexión radial.....82
Figura 3-34 Componente de oscilación inter-área de las barras 1, 2 y 3. 82
Figura 3-35 Gráfico de la tensión estimada interna equivalente de la máquina 1 y 2.....83
Figura 3-36 Gráfico de ángulo de rotor de las máquinas equivalentes estimadas 1 y 2.....83
Figura 3-37 Modo oscilatorio inter-área en las lecturas de frecuencia en las barras 1 y 2.....84
Figura 3-38 Ajustes para el despacho de la máquina equivalente reducida 1. 85
Figura 3-39 Ajustes de constante de inercia y reactancia transitoria de máquina equivalente reducida 1.....85
Figura 3-40 Ajustes para el despacho de la máquina equivalente reducida 2. 86
Figura 3-41 Ajustes de constante de inercia y reactancia transitoria de máquina equivalente reducida 2.....86
Figura 3-42 Flujo de potencia en sistema equivalente reducido. 87
Figura 3-43 Contraste de tensión [kV] medida en la barra 1. Curva roja (Sistema de prueba), Curva azul (Sistema reducido) 87
Figura 3-44 Contraste de tensión [kV] medida en la barra 2. Curva roja (Sistema de prueba), Curva azul (Sistema reducido) 88
Figura 3-45 Contraste de corriente [kA] medida en la barra 1. Curva roja (Sistema de prueba), Curva azul (Sistema reducido).....88
Figura 3-46 Contraste de frecuencia [Hz] medida en la barra 1. Curva roja (Sistema de prueba), Curva azul (Sistema reducido).....88
Figura 3-47 Contraste de frecuencia [Hz] medida en la barra 2. Curva roja (Sistema de prueba), Curva azul (Sistema reducido).....89
Figura 3-48 Contraste de potencia activa [MW] medida en la barra 1. Curva roja (Sistema de prueba), Curva azul (Sistema reducido) 89
Figura 3-49 Contraste de potencia reactiva [MVAR] medida en la barra 1. Curva roja (Sistema de prueba), Curva azul (Sistema reducido) 89
Figura 4-1 Captura del sistema eléctrico de potencia correspondiente a las centrales generadoras de las S/E San Isidro y Nehuenco. 91
Figura 4-2 Gráfico de velocidad de rotor [p.u] en el tiempo [s] los generadores en estudio. 92
Figura 4-3 Gráfico de ángulo de rotor con referencia a la máquina Slack [Grados] en el tiempo [s] para todos los generadores en estudio.....92
Figura 4-4 Gráfico de ángulo de rotor con referencia a la barra local de cada generador [Grados] en el tiempo [s]. 92
Figura 4-5 Leyenda de los generadores en estudio pertenecientes al SEN. 93

Figura 4-6 Gráficos de tensión y reactancia equivalentes de Thévenin para el generador "Nehuenco U1 TG". 93
Figura 4-7 Gráfico ángulo [°] del generador "Nehuenco U1 TG" en tiempo [s] por medio de la ecuación (2-5). 93
Figura 4-8 Flujo de potencia aplicado en la red en estudio. 96
Figura 4-9 Aproximación a interconexión radial del sistema en estudio. 97
Figura 4-10 Lectura de tensión en p.u. de las barras pertenecientes a la interconexión radial. 97
Figura 4-11 Componente de oscilación inter-área de las barras 1, 2 y 3. 98
Figura 4-12 Modo oscilatorio inter-área en las lecturas de frecuencia en las barras 1 y 2. 99
Figura 4-13 Flujo de potencia en sistema equivalente en estudio reducido. 99
Figura 4-14 Contraste de corriente [kA] medida en la barra 1. Curva roja (SEN), Curva azul (Sistema reducido) 100
Figura 4-15 Contraste de potencia activa [MW] medida en la barra 1. Curva roja (SEN), Curva azul (Sistema reducido) 100

Introducción

Los sistemas eléctricos de potencia (SEP) son el pilar fundamental para el desarrollo en materia energética de la sociedad moderna. Estos tienen la finalidad de generar, transportar y suministrar energía eléctrica a través de plantas generadoras de potencia hacia los diferentes tipos de cargas demandantes que los componen. Por lo tanto, deben garantizar el cumplimiento de todos los estándares de entrega y calidad de suministro de forma permanente, eficiente y confiable.

La gran cantidad de componentes del SEP y el crecimiento vegetativo de las demandas asociadas, aumentan exponencialmente la complejidad de análisis de la red. Por consiguiente, para realizar estudios relacionados con la estabilidad, y teniendo en cuenta el factor económico para ejecutar maniobras, se requiere un modelo preciso, el cuál represente fielmente el comportamiento dinámico del sistema. De esta manera, se realizan simulaciones en la red bajo condiciones de estado estable y de contingencia, con el fin de establecer ajustes y criterios para mejorar la estabilidad en estudio.

El método habitual de simulación que utilizan los softwares para modelar el SEP, es mediante el empleo de ecuaciones algebraicas y diferenciales, las cuales son resueltas mediante métodos numéricos. Si se toma en consideración el gran tamaño de la red, la no linealidad de las ecuaciones del sistema y el nivel de detalle de los sistemas de potencia actuales, se obtienen como resultado modelos de comportamientos sumamente difíciles de resolver, sobrecargando el procesamiento de cálculo de datos y aumentando los tiempos de espera para la obtención de resultados.

En Chile, el Coordinador Eléctrico Nacional es la entidad encargada de mantener las bases de datos modeladas correspondientes al Sistema Eléctrico Nacional (SEN). Ante las diferentes modificaciones e incorporación de elementos que existen en el sistema, las bases de datos están en constante actualización. Estas bases de datos contienen un gran nivel de detalle, por lo que hace extremadamente laborioso el desarrollo de estudios eléctricos de planificación u operación. Adicionalmente, se requiere de ciclos repetitivos de simulaciones para llegar a resultados confiables, considerando diferentes escenarios de demanda y generación en la red.

Los estudios de estabilidad transitoria y pequeña perturbación, son fundamentales para determinar la naturaleza de las medidas correctivas a utilizar, permitiendo mitigar los efectos indeseados en el comportamiento del sistema. La inestabilidad de la red debido a una gran perturbación, se manifiesta mayormente durante la primera oscilación, generalmente por la falta de torque sincronizante.

Ante la necesidad de reducir el tiempo de los estudios eléctricos, sin comprometer la precisión y los resultados, se utilizan equivalentes dinámicos del sistema externo a al estudio. De esta manera, se

obtiene un modelo de orden reducido que mantenga las características dinámicas de la red original, alivianando la carga en el procesador de cálculo y el tiempo de simulación. Existen diferentes formas de obtener equivalentes dinámicos de la red, dependiendo del tipo de estudio que se requiera.

Una de las primeras investigaciones relacionadas con el cálculo de modelos de orden reducido, fue en el año 1969 [4] el cual se fundamentó en una investigación previa en el año 1955 [5]. Este método se fundamenta en la representación de generadores y cargas equivalentes para el área externa al estudio, basado en métodos heurísticos, conservando íntegramente el área interna. Un problema de la implementación de este modelo, es que no considera la forma de oscilación a la hora de realizar la agrupación.

En la década de los 70, se presentaron los primeros artículos relacionados con la equivalencia modal o electromecánica [6] [7]. Estos métodos dividen al sistema eléctrico de potencia en tres partes llamadas: El sistema en estudio, el sistema adyacente, y el resto del sistema. Además, logra representar la respuesta transitoria de la red a través de dos modelos reducidos, prevaleciendo la respuesta lenta y rápida del SEP original. Para implementar el método de reducción, se requiere previamente obtener la linealización de las ecuaciones del sistema entorno a un punto de equilibrio, además de las variables de estado del sistema. Esto implica un trabajo difícil y exhaustivo, sin embargo, se obtienen respuestas satisfactorias del comportamiento dinámico de la red.

En la misma década, se publicó otro método de reducción basado en el análisis de coherencia [8]. Este método emplea el modelo clásico de la máquina síncrona y el modelo de admitancias constantes para las cargas. El sistema eléctrico es dividido en dos partes llamadas: El sistema en estudio, y el sistema externo. El Objetivo del método propuesto, es encontrar generadores que oscilen con las mismas características de manera coherente, y agruparlos. De esta manera, se retienen los nodos pertenecientes al sistema en estudio y las máquinas coherentes del sistema externo, y se eliminan los nodos restantes en el sistema externo por medio de manejo algebraico. El problema de la implementación de este método, es que las nuevas variables de estado del sistema de orden reducido no son equivalentes al de las variables reales del sistema.

Con el paso del tiempo y el desarrollo de nuevas tecnologías, se desarrollaron nuevos métodos basados en los mencionados, para el cálculo de modelos de orden reducido, mejorando los resultados y la precisión con el objetivo de obtener una equivalencia dinámica.

Una de las tecnologías que surgieron ante la necesidad de observación y control del sistema eléctrico de potencia, con el objetivo de validar el comportamiento de los modelos dinámicos reducidos, es la implementación de los sistemas SCADA (Supervisory Control And Data Acquisition). Sin embargo, estos sistemas no entregan mediciones en tiempo real, ya que realizan una estimación de los parámetros de acuerdo al modelo de la red. De esta forma no es posible contrastar fielmente el comportamiento de los modelos dinámicos versus el sistema original en tiempo real.

Las unidades de medición fasorial o PMU (Phasor Measurement Unit) a diferencia de los sistemas SCADA, es capaz de realizar una medición de los parámetros eléctricos en diferentes puntos del sistema, obteniendo datos sincronizados en tiempo real, permitiendo analizarlos en un punto de colección o centro de control. Las ventajas del uso de PMU en un sistema eléctrico de potencia, es la gran ayuda para la validación de modelos dinámicos, la capacidad del tratamiento de datos que estas proveen para la creación de algoritmos predictivos en el sistema en tiempo real, y la capacidad de realizar modelos

reducidos a través de registros del comportamiento de variables eléctricas reales (no simuladas) del sistema.

En este trabajo se evalúan dos métodos de reducción, los cuales interactúan con registros obtenidos por PMU, para estudios de estabilidad transitoria y pequeña perturbación.

El primer método de reducción, se basa en un equivalente de Thévenin del sistema en el nodo próximo a una central de generación. Los parámetros del equivalente de Thévenin del SEP externo al nodo del generador, son estimados y corregidos alcanzando el valor exacto por medio de la aplicación de métodos recursivos, basados en el cálculo de la matriz Jacobiana y la actualización de nuevos registros del sistema captados por PMU. El alcance de este método de reducción, propone un estimador de estabilidad ante perdida de sincronismo, empleando las bases del criterio de igualdad de área para la estabilidad angular, prediciendo en el instante de falla si el generador saldrá de sincronismo o no, a causa de la perturbación.

El segundo método de reducción, utiliza mediciones de voltaje, corriente y frecuencia de una PMU a partir de eventos de perturbación en la red, en ambos extremos de una interconexión radial. De esta forma, el sistema de transferencia de energía será reducido a un modelo dinámico (Inter-área) de dos máquinas, por medio de la aplicación de dos generadores agregados, con parámetros de fasor de tensión, constante de inercia, y reactancia equivalente de Thévenin. Los generadores equivalentes agregados, representan la combinación de las máquinas con características oscilatorias dominantes en cada área respectiva. El alcance de este método de reducción, busca validar la estimación de los parámetros equivalentes ante una perturbación, analizando el comportamiento dinámico de sistemas de protección y control en el área de estudio, y filtrar los modos de oscilación rápidos y lentos a través de herramientas para la descomposición modal, por ejemplo, el método Prony polinomial o el método de la matriz lápiz (MPM). Adicionalmente, se realiza una reseña a un tercer método de reducción equivalente entre tres áreas interconectadas, el cual se fundamenta en los conceptos matemáticos del segundo método, con el fin de proponer al lector interés en el desarrollo e investigación de este último método.

Dado el problema y las motivaciones para dar solución al mismo, se presentan los objetivos del proyecto, los cuales son desglosados a continuación.

Objetivos generales

- Aplicar y desarrollar algoritmos que se fundamenten en lecturas de unidad de medición fasorial (PMU), permitiendo obtener equivalentes dinámicos que faciliten el estudio para el cálculo de estabilidad transitoria y pequeña perturbación.
- Validar el desempeño de los algoritmos, contrastando el comportamiento dinámico del sistema eléctrico de potencia reducido versus el sistema original, aplicando diferentes tipos de perturbaciones.
- Evaluar el comportamiento dinámico de esquemas de protección existentes en el área de estudio versus los propuestos por el sistema reducido.

Objetivos específicos

- Mediante los métodos de reducción propuestos por la literatura [1] [2], desarrollar códigos en el software Matlab replicando el tratamiento de datos de Unidad de Medición fasorial (PMU).
- Obtener registros de lecturas de PMU simuladas en el software DIgSILENT versión 15.1.7, en barras de un sistema eléctrico de potencia estándar IEEE y el Sistema Eléctrico Nacional (SEN), bajo diferentes tipos de perturbaciones en la red original y reducida.
- Generar un procedimiento el cual permita el análisis de los registros obtenidos por simulación, a través de los códigos desarrollados para los casos de estudio.
- Analizar el comportamiento dinámico de las curvas de corriente, tensión, potencia y frecuencia de los sistemas reducidos y contrastarlos con los originales.
- Estudiar el comportamiento dinámico de los esquemas de protección existentes en los casos de estudio, particularmente la protección OOS, y verificar si el sistema reducido adquiere un comportamiento similar o más eficiente.

Descripción general de los capítulos

A continuación, se presenta una breve descripción del contenido abordado en los capítulos que conforman el trabajo de titulación.

En el capítulo 1, denominado "Modelos para análisis dinámicos de sistemas eléctricos de potencia", se efectúa una breve introducción a los modelos empleados en la actualidad, representando la dinámica por medio de fundamentos matemáticos de los principales elementos empleados para el estudio de un Sistema Eléctrico de Potencia (SEP). Además, se mencionan los diferentes tipos de perturbaciones que pueden afectar al sistema, el efecto de las perturbaciones en las variables eléctricas, el comportamiento de esquemas de protección y control, y una breve descripción del análisis de estudio de estabilidad angular.

En el capítulo 2, denominado "Modelos reducidos para analizar el comportamiento dinámico", se presenta una breve introducción del fundamento teórico y las características de los modelos de reducción dinámicos actuales. Además, describe los métodos de reducción encontrados en la literatura [1] [2], abordando las consideraciones que se requieren para su implementación, el enfoque de estudio para el cual se utilizan, y los fundamentos matemáticos que los respaldan.

En el capítulo 3, denominado "Aplicaciones de registros sincrofasoriales para obtener modelos reducidos", analiza las características de las unidades de medición fasorial (PMU) en el SEP, argumentando su necesidad en el sistema, y establece metodologías para su aplicación en el desarrollo de los algoritmos comentados en el capítulo 2, para el tratamiento y extracción de los registros obtenidos. Como ejemplo del tratamiento de los registros, se simulan sistemas eléctricos de potencia estándar IEEE, donde se aplican diferentes perturbaciones y se analizan y contrastan sus resultados.

En el capítulo 4, denominado "Aplicaciones en el Sistema Eléctrico Nacional (SEN)", busca validar las metodologías de reducción propuestas por los algoritmos mencionados en el capítulo 2, empleando como casos de simulación, secciones del Sistema Eléctrico Nacional chileno. Se presenta el detalle de los resultados de su aplicación, y se realiza un análisis del comportamiento dinámico de la red bajo perturbación. Además, se realiza un análisis del comportamiento de las variables eléctricas, esquemas

de protección y control, y la representatividad de uso de los algoritmos en un sistema eléctrico de potencia real.

La sección denominada “Discusión y conclusiones”, comenta el impacto de los resultados obtenidos en la investigación, la aplicabilidad en un sistema eléctrico de potencia real, y la proyección para continuar el desarrollo del proyecto a futuro.

La “Bibliografía”, referencia los documentos considerados como fundamento investigativo para el desarrollo del trabajo de titulación.

Por último, se presentan los “Anexos”, secciones en la cual se desglosan los documentos de carácter informativo, brindando un mayor detalle de las características y/o fundamentos matemáticos de los sistemas eléctricos de potencia en estudio, en conjunto con los códigos desarrollados en el software Matlab, utilizados en el trabajo de titulación para el tratamiento de datos de unidades de medición fasorial.

1 Modelos para análisis dinámicos en sistemas eléctricos de potencia

El análisis de sistemas eléctricos interconectados, requiere de modelos matemáticos que capturen el comportamiento dinámico para su estudio. Los recursos dirigidos al desarrollo de herramientas de análisis con este tipo de características son enormes [9] [10] [11], por lo que son continuamente adaptados para obtener resultados más precisos y confiables. La aplicación de estos estudios permite guiar la operación del sistema hacia niveles tecnológicos más complejos, resultando en condiciones de operación cada vez más cercanas a los límites de estabilidad [9], y permitiendo la evaluación de seguridad y control entiempo real.

Cuando el análisis está dirigido a determinar la seguridad dinámica del sistema, se requieren exponer algunos conceptos que permitan detallar las características del caso en estudio. Esto sugiere realizar una clasificación del problema según [9]:

- La naturaleza física de la inestabilidad.
- La magnitud de la perturbación.
- Los elementos del sistema eléctrico de potencia y/o procesos que deben ser considerados para evaluar la estabilidad.
- El método seleccionado para determinar y/o predecir la estabilidad.

En base a lo comentado anteriormente, y considerando como objetivo presentar un medio apropiado para analizar el problema de estabilidad dinámica, se presenta la siguiente clasificación:

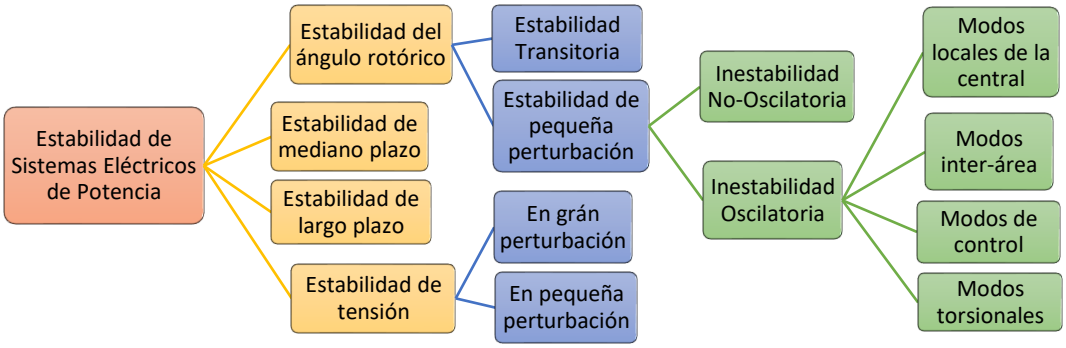

Figura 1-1 Clasificación de los tipos de estabilidad en un sistema eléctrico de potencia.

Logrando identificar el tipo de perturbación que se manifiesta en el sistema, es posible definir los alcances del modelo dinámico en estudio. De esta forma, se aplican restricciones en los modelos empleados, en función del objetivo de análisis dinámico y sus requerimientos. Las restricciones pueden aplicarse a través de la definición de sub sistemas, agrupando dispositivos de similares características y concentrando sus efectos sobre el comportamiento de la red. A continuación, en la Figura 1-2 se muestra la identificación de sub sistemas en un SEP y el tipo de control asociado a cada uno de ellos [12]:

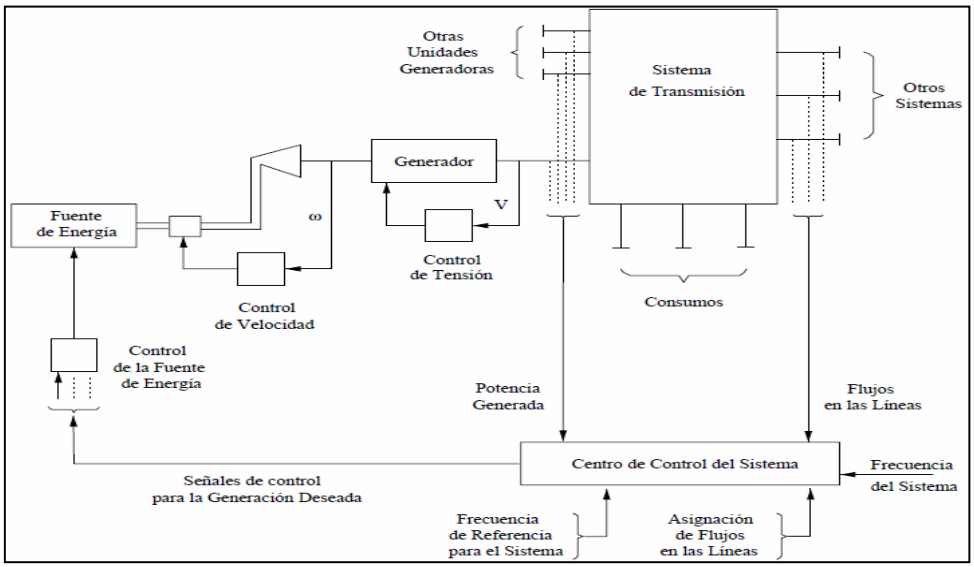

Figura 1-2 Sub sistemas y lazos de control en un sistema eléctrico de potencia.

En particular, el análisis dinámico de interés en este trabajo, se concentra en simulaciones de estabilidad transitoria y a pequeña perturbación. Por consiguiente, se hace necesario modelar la dinámica de las unidades generadoras, turbinas, controles de tensión y velocidad, sistemas de transmisión y los consumos existentes en la red [13]. Los fenómenos transitorios presentes en el sistema eléctrico, pueden caracterizarse por medio de la banda de frecuencia en que sus efectos predominan. En la Figura 1-3 se presenta la ventana temporal y banda de frecuencia de los fenómenos dinámicos existentes en un sistema eléctrico de potencia.

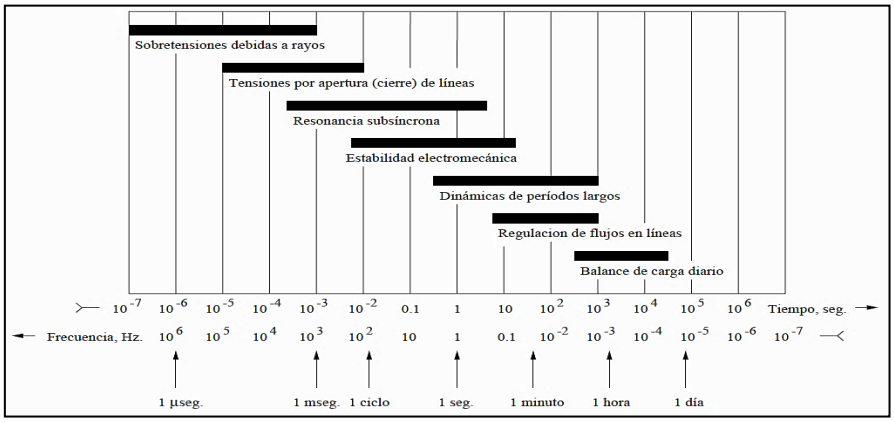

Figura 1-3 Ventana temporal y banda de frecuencia de fenómenos dinámicos en un SEP.

1.1 Representación de elementos del sistema

De forma muy general un sistema eléctrico de potencia puede apreciarse como la interconexión de tres grandes sub sistemas, el sistema de generación, el sistema de transmisión y los consumos. La formulación de un modelo dinámico que enlace estos subsistemas es bastante compleja, ya sea por el número de dispositivos incorporados, el tipo de perturbaciones afectando al sistema, la dimensión física o la diversidad tecnológica presente.

En el caso del análisis de fenómenos electromecánicos, el modelo dinámico se caracteriza por emplear constantes de tiempo particulares, concentrando el análisis en un conjunto de elementos que perturban el movimiento mecánico en los rotores de las unidades generadoras. En el diagrama que se muestra a en la Figura 1-4 ,se presenta la estructura general y características matemáticas empleadas para el análisis de transitorios electromecánicos del sistema.

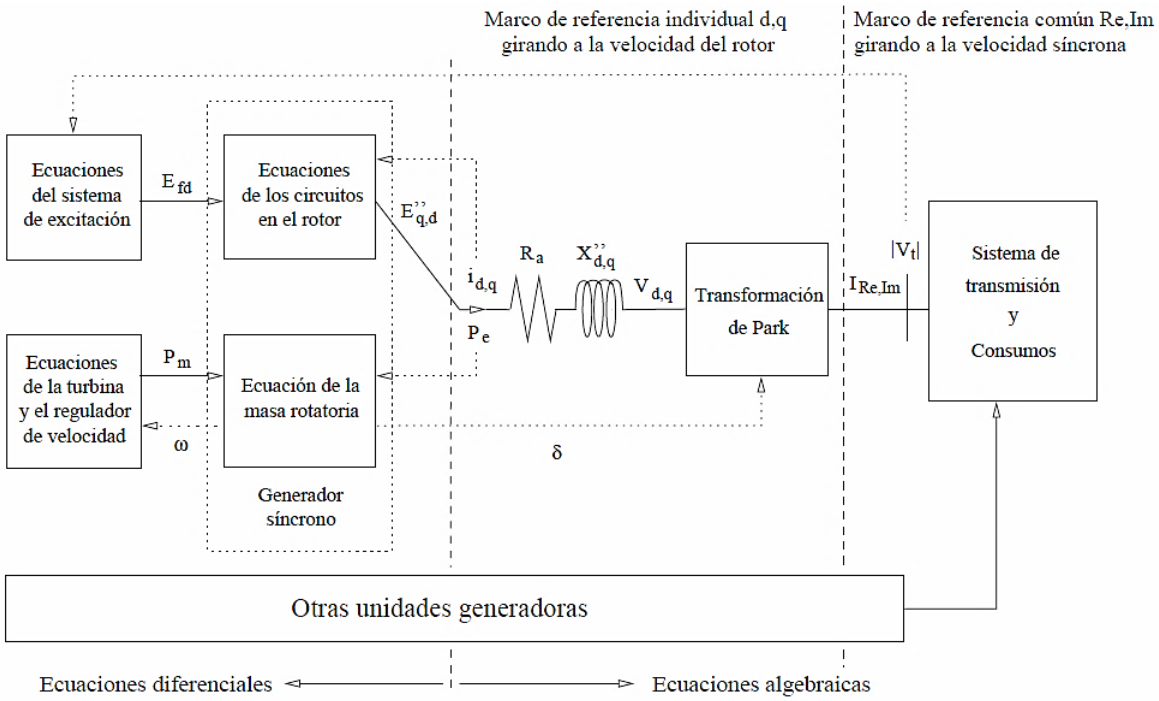

Figura 1-4 Modelo empleado para análisis de transitorios electromecánicos en un SEP.

Este modelo consta de un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales y algebraicas de grandes dimensiones. De esta forma, el análisis de fenómenos transitorios electromecánicos se traduce en un problema diferencial-algebraico con condiciones iniciales. [14]

Los componentes más relevantes que manifiestan su efecto sobre los torques eléctricos y mecánicos son los siguientes [13]:

- Los parámetros de las máquinas síncronas, regulador de velocidad y sistema de excitación.
- La red de transmisión antes, durante y después del transitorio.
- Las cargas y sus características.

1.1.1 Modelo del generador síncrono

La modelación de máquinas síncronas es de suma importancia para analizar la respuesta electromecánica del sistema, teniendo aplicación directa en estudios de estabilidad. La representación de fenómenos asociados a los generadores síncronos se basa en la ecuación de movimiento angular en los rotores de las máquinas. Según el estudio que se realice en el sistema y el detalle de modelación, es posible integrar los modelos disponibles para describir al sistema de excitación y los controladores asociados a este [9].

La transformada de Park

En la Figura 1-5 se aprecia la representación física de los circuitos considerados en el análisis de la máquina síncrona.

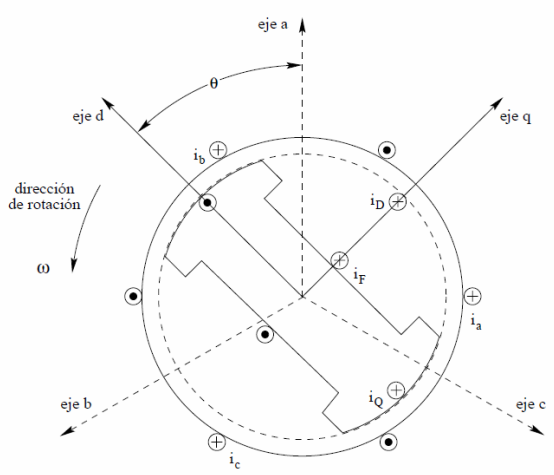

Figura 1-5 Representación física del circuito en el estator y rotor de una máquina síncrona.

El estator de la máquina está conformado por tres circuitos, estos circuitos corresponden al devanado trifásico de armadura por el cual fluye corriente alterna i_a, i_b y i_c. El rotor gira a una velocidad angular ω, y consta de un devanado de campo alimentado por corriente continua i_f y dos devanados amortiguadores. Por simplicidad de análisis y modelación, los devanados amortiguadores pueden considerarse en cortocircuito y orientados en dos ejes, uno a lo largo del devanado de campo (eje d) y el otro en cuadratura con el mismo (eje q).

La representación de la máquina síncrona, teniendo en cuenta las ecuaciones de tensión que emplean las variables de corriente de campo y armadura, incluyendo las inductancias relativas a la posición del rotor θ, introduce grandes dificultades en la solución de los problemas del sistema. Sin embargo, este inconveniente puede ser resuelto mediante la aplicación de una transformación apropiada en las variables del estator. Esta transformación se conoce como la transformada de Park.

Suponiendo una condición de balance entre las corrientes del estator, la transformada proyecta las coordenadas en un marco de referencia común en el plano complejo ($Re - Im$), definido por los ejes $d - q$ que giran a la velocidad del rotor (Figura 1-6).

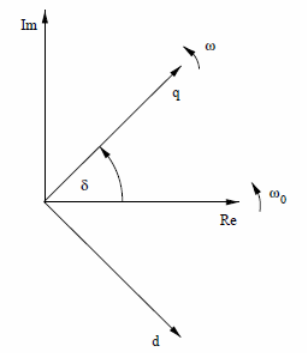

Figura 1-6 Marco de referencia empleado en la definición de variables del sistema.

Considerando lo anterior, la transformación satisface la ecuación (1-1). Donde $I(V)$ denota la variable de corriente o tensión y δ es el ángulo del rotor.

$$\begin{bmatrix} I(V)_{Re} \\ I(V)_{Im} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\delta & \cos\delta \\ -\cos\delta & \sin\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I(V)_d \\ I(V)_q \end{bmatrix} \tag{1-1}$$

Ecuaciones electromecánicas de la máquina

La ecuación que describe el movimiento mecánico del rotor en máquina síncrona (ecuación de oscilación) puede representarse en forma matricial. Para desarrollar este modelo se asume que la velocidad del rotor de la máquina síncrona es equivalente a 1 en por unidad [p.u.] en las ecuaciones de tensión en el estator, además se emplean las variables referidas a las coordenadas $d-q$ para describir el comportamiento electrodinámico en los circuitos del rotor. Los transitorios electromecánicos en la máquina pueden representarse por la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} \dot{E'}_q \\ \dot{E''}_q \\ \dot{E''}_d \\ \dot{\omega} \\ \dot{\delta} \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T'_{do}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{T''_{do}} & -\frac{1}{T''_{do}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T''_{qo}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{D}{2H} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_o & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E'_q \\ E''_q \\ E''_d \\ \omega \\ \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{x'_d - x_d}{T'_{do}} & 0 & \frac{1}{T'_{do}} & 0 \\ \frac{x''_d - x'_d}{T'_{do}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x'_q - x''_q}{T'_{do}} & 0 & 0 \\ -\frac{E''_d + x''_q I_q}{2H} & -\frac{E''_q + x''_d I_d}{2H} & 0 & \frac{1}{2H} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ E_{fd} \\ P_m \end{bmatrix} \tag{1-2}$$

Por simplicidad en la ecuación (1-2), solo la velocidad angular del rotor ω se indica como salida disponible para efectos de realimentación. El símbolo $(\cdot)$ sobre las variables corresponde a la derivada temporal $\frac{d}{dt}$ .E'_d y E'_q representan la tensión transitoria interna en la máquina en el eje directo y en cuadratura respectivamente. Por otra parte, E''_d y E''_q representa la tensión interna sub transitoria en el eje directo y en cuadratura. La constante de tiempo en el eje directo transitorio y sub transitorio es representado por T'_{do} y T''_{do}. La constante de tiempo en el eje en cuadratura transitorio y sub transitorio es representado por T'_{qo} y T''_{qo}. Las reactancias síncronas, transitoria y sub transitoria en el eje directo son representadas x_d, x'_d y x''_d. Del mismo modo, las reactancias síncronas, transitoria y sub transitoria en el eje en cuadratura son representadas x_q, x'_q y x''_q respectivamente. La constante de inercia de la unidad generadora es representada por H y su factor de amortiguamiento es representado por D. La velocidad síncrona es representada por ω_o la cual es equivalente a $2\pi f$, donde f es la frecuencia base del sistema eléctrico de potencia. Por último, E_{fd} es la tensión de excitación y P_m la potencia mecánica de salida de la turbina. Las constantes de tiempo están en segundos al igual que la inercia, las demás variables están en p.u. a excepción del ángulo del rotor δ el cual está en radianes y la frecuencia que está en Hertz.

Relaciones algebraicas para los circuitos del estator

Un supuesto base para el desarrollo de un modelo simplificado de la máquina síncrona, el cual permite el análisis de fenómenos transitorios incorporando la interacción de las máquinas rotatorias que incorporan el sistema, es la representación de los circuitos del estator mediante relaciones algebraicas. De este modo, al ausentar los términos que incorporan las tensiones de transformación y realizando el supuesto que los efectos de las variaciones de velocidad son despreciables en las tensiones del estator, es posible formular la siguiente ecuación matricial.

$$\begin{bmatrix} E''_q \\ E''_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x''_d & r_a \\ r_a & -x''_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1-3}$$

En la ecuación (1-3), r_a representa a la resistencia del devanado de la armadura en por unidad. Para evitar problemas en el proceso de cálculo r_a en las simulaciones se asume que tiene un valor despreciable. De esta manera la matriz de reactancias de la ecuación (1-3) se vuelve una matriz diagonal, en la cual solo existen los valores de las reactancias sub transitoria en el eje de las coordenadas $d - q$.

1.1.2 Modelo de líneas de transmisión

En general los fenómenos transitorios asociados a la red de transmisión decaen muy rápidamente. Basándose en la duración de estos fenómenos, la red se puede considerar durante el transitorio electromecánico, como si pasara de un estado estacionario a otro. De esta forma, para efectos de simulación, solo se consideran la amplitud de las variables tensión y corriente, permitiendo una descripción fasorial mediante relaciones algebraicas similares a las del flujo de potencia. En rigor la red debe describirse por ecuaciones diferenciales, pero para sistemas de gran tamaño tal representación no es viable [9].

Para analizar sistemas que envuelven la interconexión de diversos elementos, las líneas de transmisión son representadas por circuitos equivalentes con parámetros concentrados. Estos parámetros describen su comportamiento visto a través de sus terminales. El circuito π equivalente de una línea de

transmisión, permite representar de una forma más sencilla los efectos resistivos, capacitivos e inductivos en un sistema eléctrico de potencia. En la Figura 1-7 se observa la forma en que se modela la línea de transmisión mediante el circuito π equivalente. Una de las ventajas del empleo de este modelo, es que los parámetros de las líneas pueden ser fácilmente incluidos en la matriz de admitancia modal del sistema.

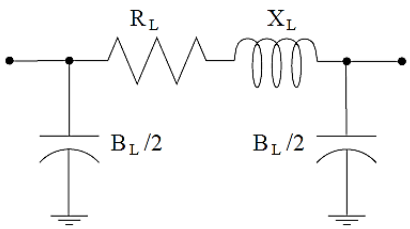

Figura 1-7 Circuito π equivalente de una línea de transmisión.

Los parámetros R_L, X_L y B_L son representados en p.u. y corresponden a la resistencia, reactancia y susceptancia de la línea de transmisión respectivamente.

1.1.3 Modelo de transformadores

Mantener elevados los niveles de tensión en un sistema eléctrico de potencia es sumamente útil producto que reduce las perdidas IR^2 por transferencia de energía en el conductor. Sin embargo, no es factible en lo práctico trabajar con sistemas de generación y consumo a tales niveles. Para lograr la operación del sistema en diferentes niveles de tensión se emplean transformadores. Los transformadores en el sistema de distribución como transmisión cuentan con "taps". Los taps permiten cambiar la relación de transformación entre los elementos que interconecta el transformador, de esta manera, se intentan compensar las variaciones de tensión en el sistema. Existen dos formas de realizar este cambio de relación de tensión; fuera de carga (Off-load-tap-changin) o bajo carga (ULTC: Under-Load tap changing). Otro uso en el cual se emplean los transformadores son los casos en que existen líneas en paralelo o formando lazos, en las que a menudo se requiere controlar el flujo de potencia activa por una línea para evitar su sobrecarga; esto puede lograrse por medio de un transformador desfasador.

En la Figura 1-8, se muestra el modelo simplificado mediante el cual se puede representar a un transformador. El modelo disponible incluye la representación de los cambiadores de taps y fase.

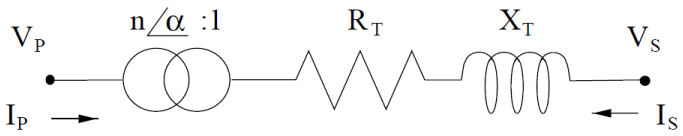

Figura 1-8 Modelo de un transformador simplificado.

De manera similar al modelado de líneas de transmisión, las relaciones para describir al transformador son del tipo algebraicas y se incorporan al sistema por medio de la matriz de admitancia nodal. Para tales efectos, se emplea el uso de una red de dos puertas, la cual corresponde a la matriz de admitancia del transformador:

$$\begin{bmatrix} I_P \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{Y_t}{{a_T}^2 + {b_T}^2} & -\dfrac{Y_t}{a_T - jb_T} \\ -\dfrac{Y_t}{a_T + jb_T} & Y_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_P \\ V_S \end{bmatrix} \tag{1-4}$$

En la Figura 1-8 , $n\angle\alpha$ es equivalente a la expresión $a_T - jb_T$ de la ecuación (1-4), donde n representa la relación de vueltas fuera del valor nominal y α es el desfase. En la ecuación (1-4), $Y_t = (R_T + jX_T)^{-1}$ representa la admitancia del transformador en la cual R_T y X_T es la resistencia y reactancia equivalentes. Como puede observarse la matriz en la ecuación (1-4) no es simétrica, por ende, en el caso particular de un trasformador que incorpora cambio de fase, no es posible modelarlo mediante el circuito equivalente π.

1.1.4 Modelo de los consumos

La habilidad de mantener el equilibrio entre la potencia suministrada por los generadores y la potencia consumida por las cargas más las perdidas, es un factor determinante para mantener la operación estable en el sistema. Producto de lo anterior, las características de los consumos adquieren un valor significativo a la hora de realizar análisis de estabilidad. Una de las dificultades que se presentan al intentar modelar los consumos, es que pueden concentrar una gran variedad de características dependiendo de la cantidad de elementos demandantes de potencia que se quieran representar, por otra parte, las características varían en el tiempo en función a la demanda de los clientes.

Para efectos de simulación se incorporan modelos estáticos en los consumos. Estos se representan mediante el modelo de impedancia constante. A pesar de que este tipo de modelación es bastante simplificada, es la que generalmente se emplea para estudios de estabilidad [15]. Si la potencia activa y reactiva que consume la carga se mantienen constantes, la impedancia que representa la carga se puede obtener mediante las fórmulas expresadas en la Figura 1-9.

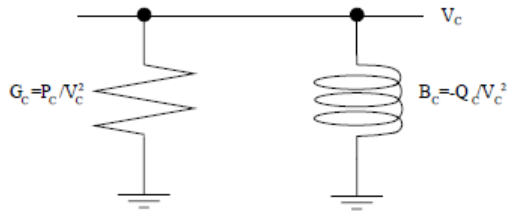

Figura 1-9 Modelo simplificado de carga.

En las ecuaciones expuestas en la Figura 1-9, P_c y Q_c es la potencia activa y reactiva que consume la carga, V_c es la tensión en la barra determinada mediante un estudio de flujo de potencia previo.

Para representar un compensador reactivo estáticos se puede emplear un modelo similar al de los consumos. La principal diferencia entre estos modelos es que la impedancia del compensador de reactivos viene dada, mientras que la del consumo está en función de la tensión estacionaria en la barra.

1.1.5 Representación por medio de la matriz de admitancia nodal

En las secciones previas se comentó que tanto los modelos de las líneas de transmisión como los transformadores y consumos se representan mediante relaciones algebraicas. De esta manera, los

elementos que componen la red de transmisión pueden ser considerados como la interconexión de elementos pasivos, cuyos circuitos equivalentes se pueden representar mediante redes de dos puertas.

La relación entre las tensiones y corrientes del sistema en las barras (nodos) de la red de transmisión pueden representarse por medio de la ley de Kirchhoff de corriente y tensión. Debido a que la cantidad de ecuaciones independientes de nodo es menor que el número de ecuaciones independientes de malla, se prefiere emplear la representación basada en la matriz de admitancia nodal para efectos de análisis del sistema. Cuando estas ecuaciones se expresan en términos de sus componentes real e imaginaria se obtiene:

$$-\begin{bmatrix} I_{ImRe1} \\ I_{ImRe2} \\ \vdots \\ I_{ImReN} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ReIm1} \\ V_{ReIm2} \\ \vdots \\ V_{ReImN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1-5}$$

En el cual:

$$V_{ReImi} = \begin{bmatrix} V_{Rei} \\ V_{Imi} \end{bmatrix}, I_{ImRei} = \begin{bmatrix} I_{Imi} \\ I_{Rei} \end{bmatrix}, i = 1,2, \dots, N. \tag{1-6}$$

Cada elemento de la matriz de admitancia es definido por:

$$Y_{ij} = \begin{bmatrix} B_{ij} & G_{ij} \\ G_{ij} & -B_{ij} \end{bmatrix}, i, j = 1,2, \dots, N. \tag{1-7}$$

En las ecuaciones (1-5), (1-6) y (1-7) N representa al número total de nodos. G_{ii} y B_{ii} es la conductancia y susceptancia propia del nodo i, son equivalentes a la suma de todas las conductancias y susceptancias que alcanzan al nodo i. G_{ij} y B_{ij} es la conductancia y susceptancia mutua entre los nodos i y j, son equivalentes a la suma negativa de todas las conductancias y susceptancias entre los nodos i y j. V_{Rei} y V_{Imi} son las componentes real e imaginaria de la tensión a tierra en el nodo i a tierra. I_{Rei} y I_{Imi} son las componentes real e imaginaria, correspondientes a corriente que fluye hacia la red en el nodo i. Todos los parámetros de las ecuaciones (1-5), (1-6) y (1-7) están dados en por unidad.

1.1 Perturbaciones posibles en un sistema eléctrico

Un sistema eléctrico de potencia se encuentra sometido a diversas clases de perturbaciones, las cuales según su magnitud y temporalidad pueden llevar al sistema a condiciones inestables, o en un caso extremo el colapso total de la red, al no aplicar acciones correctivas correspondientes. Aunque estos eventos extremos son poco frecuentes, los costos directos se estiman en miles de millones de dólares, lo que altera el comercio y la infraestructura vital. La restauración del suministro eléctrico después de un apagón o Blackout puede llevar mucho tiempo, y si no es controlada, puede provocar un efecto adverso extendiendo su impacto.

Desde el año 1920 hasta la fecha, los estudios de la estabilidad ante diferentes tipos de perturbación han sido de suma importancia, ya que estos ofrecen mecanismos que logran contrarrestar el impacto negativo en la red eléctrica y mejorar la confiabilidad del sistema [16] [17] [18].

Los diferentes tipos de perturbaciones en un sistema eléctrico se pueden clasificar en tres categorías, según el grado de severidad expuesta en el sistema [19].

1) **Categoría I: Perturbación o falla de un solo elemento**
   a) Cualquier falla instantánea monofásica de línea puesta a tierra, con reconexión exitosa.
   b) Cualquier falla permanente monofásica de línea realizando una apertura monopolar sin reconexión, o apertura tripolar sin reconexión en líneas de doble circuito o red de lazo con el mismo nivel de tensión.
   c) Cualquier falla trifásica de la línea realizando una apertura tripolar sin reconexión en líneas de doble circuito o red de lazo del mismo nivel de tensión.
   d) Cualquier señal de trip en generación o perdida de excitación.
   e) Cualquier transformador en falla del sistema receptor y fuera de servicio.
   f) Cambio brusco de cargas con alto consumo de potencia.
   g) Cualquier falla en línea de transmisión CA o desprendimiento de línea sin reconexión.
   h) Fallo unipolar de línea de transmisión CC.
2) **Categoría II: Perturbación o falla severa de un solo elemento**
   a) Falla permanente monofásica de línea de circuito único con reconexión fallida o apertura tripolar sin reconexión.
   b) Falla monofásica con puesta a tierra con reconexión fallida, ocurriendo simultáneamente en 2 fases diferentes de líneas de doble circuito energizadas, en la misma torre.
   c) Falla bipolar de línea de transmisión CC.
   d) Cualquier falla en una barra.
3) **Categoría III: Múltiples perturbaciones y fallas severas**
   a) Rechazo de apertura de interruptor ante una falla.
   b) Mala operación o rechazo de operación en relés de protección o automatismos.
   c) Falla en dispositivos de regulación automática.
   d) Pérdida de central eléctrica de gran capacidad.
   e) Otros factores accidentales.

El origen de este tipo de perturbaciones como se comentó anteriormente, puede ser provocado por innumerables causas. A continuación, se mencionan algunas de las posibles causas [20]:

- **Causas naturales:**
  - Impacto de un rayo en elementos del sistema eléctrico de potencia.
  - Inundaciones en subestaciones.
  - Terremotos
  - Descargas eléctricas por aproximación de conductores provocada por el viento.
- **Causas por envejecimiento o vida útil de los elementos del sistema:**
  - Desgaste de elementos de aislación eléctrica.
  - Variación de las propiedades dieléctricas de los elementos, por constantes ciclos de cambio de temperatura.
  - Corrosión de estructuras metálicas.
- **Otros tipos de causas:**
  - Incorrecta operación de equipos de protección y/o control
  - Interacción abrupta con elementos ajenos a la red
  - Sabotaje

Las perturbaciones o fallas independientemente de su origen o naturaleza, provocan condiciones anormales en la red. De esta manera, la perturbación en el sistema es observable, manifestando una

variación en contraste con su estado normal de operación. Las variables eléctricas que se emplean por lo general para observar el comportamiento de una perturbación son la tensión, corriente, frecuencia y flujos de potencia.

La literatura internacional ha registrado y realizado estudios de las perturbaciones más importantes ocurridas en la actualidad, con motivo de problemas de estabilidad. En los párrafos siguientes se mencionan algunos acontecimientos importantes ocurridos a nivel internacional:

- En el año 1996, ocurrió una falla en el sistema eléctrico al noreste de Estados Unidos, a causa de un árbol que provocó un cortocircuito en una línea de 345 kV. Este evento interrumpió la inyección de 2 GW al sistema [21].
- En el año 2003, ocurrió un colapso en el sistema eléctrico de Canadá y Estados Unidos, el cual tuvo un impacto en casi 50 millones de personas por ausencia de electricidad y una duración aproximada de 29 horas [22].
- En el año 2007, se presentó una falla en el sistema eléctrico colombiano, producto de un error operativo en la apertura del interruptor de línea de alta tensión, desencadenando un efecto cascada y la propagación de Blackout por la red, alcanzando el 92% del territorio con una duración de 3 horas [23].

En Chile, durante los últimos años también han ocurrido grandes perturbaciones que han estimulado a la caída parcial o total del sistema.

- El año 1998-1999 durante el gobierno del expresidente Eduardo Frei Ruiz Tagle, debido a la falta de políticas energéticas, sequía y dependencia por las centrales hidroeléctricas, se desarrollaron cortes masivos por desabastecimiento y racionamiento de suministro [24].
- El 27 de febrero del 2010, producto del terremoto de gran magnitud que manifestó el país, existieron apagones en gran parte de las regiones. Este incidente afecto el 80% de la población, en la cual el tiempo de reposición de servicio tuvo una espera de 1 hora a 18 días [25].
- El 14 de marzo del 2010, producto de una falla que afectó al autotransformador 500/220 kV de la S/E Charrúa, significó la pérdida de 4137 MW en el SIC [26].
- El 24 de septiembre del 2011, producto de una falla en el paño de 220 kV, interrumpió la inyección de 3300 MW en el SIC [26].

1.2 Comportamiento del sistema ante perturbaciones

A continuación, se abordan los efectos dinámicos de las perturbaciones en el sistema eléctrico de potencia, la reacción de las principales variables eléctricas y los modelos de control y defensa que tiene el sistema para su análisis.

1.2.1 Variaciones de frecuencia

En un sistema eléctrico de potencia los equipos son diseñados para trabajar en torno a la frecuencia nominal. Los fabricantes de elementos que componen el SEP permiten que su diseño tolere ciertas desviaciones de frecuencia durante un corto periodo de tiempo. Esto ocurre debido a que la construcción de elementos que toleren todas las desviaciones de frecuencia, eleva exponencialmente el costo del diseño.

La perturbación de frecuencia es un fenómeno global en la red. Se manifiesta debido a la insuficiencia del sistema para satisfacer el balance entre las unidades generadoras y demandantes de potencia activa. Para mantener la frecuencia del sistema en condiciones de valor nominal, la potencia total generada tiene que ser igual a la demandada, contemplando las pérdidas que involucren el abastecimiento.

Existen dos casos de desviaciones de frecuencia:

- Cuando la generación de potencia es mayor a la demandada, el exceso de energía es almacenado en forma de energía cinética en el rotor de los generadores. Produciendo una aceleración del rotor de las máquinas, resultando un aumento en la frecuencia del sistema.
- Cuando la potencia demandada es mayor a la suministrada por las unidades generadoras, la falta de potencia es tomada de la energía almacenada en el rotor. Produciendo una desaceleración del rotor de las máquinas, resultando en un decaimiento en la frecuencia del sistema.

La estabilidad de frecuencia se traduce en la habilidad del SEP para mantener valores aceptables de frecuencia, bajo condiciones operativas normales y post perturbación. El sistema entra en condiciones de inestabilidad de frecuencia cuando una perturbación, la cual afecte el balance demanda/generación, provoque un progresivo e incontrolable aumento o decaimiento en la frecuencia del sistema.

Para realizar un análisis de estabilidad de frecuencia, se debe considerar que no existen otros fenómenos de estabilidad. Así, se evita la superposición de fenómenos, y se puede generalizar la operación síncrona de las unidades generadoras. De esta forma se logra idealizar el sistema con una máquina equivalente, donde cada generador aporta torque mecánico y cada consumo ejerce torque eléctrico en sentido contrario.

Las ecuaciones que describen el movimiento de la máquina idealizada se pueden representar a través de la ecuación de movimiento (1-8).

$$T = \sum_{i}^{n} T_i = J * \frac{d\omega}{dt} \rightarrow \sum_{i}^{n} Tm_i - Te_i = J * \frac{d\omega}{dt} \tag{1-8}$$

El sub índice i representa una máquina idealizada perteneciente al conjunto de N máquinas totales en el sistema. La variable T representa al torque total existente en cada máquina, Tm es el torque mecánico, Te es torque eléctrico, ω representa la velocidad angular y J la constante de inercia. La representación gráfica de esta ecuación en la máquina se aprecia en la Figura 1-10.

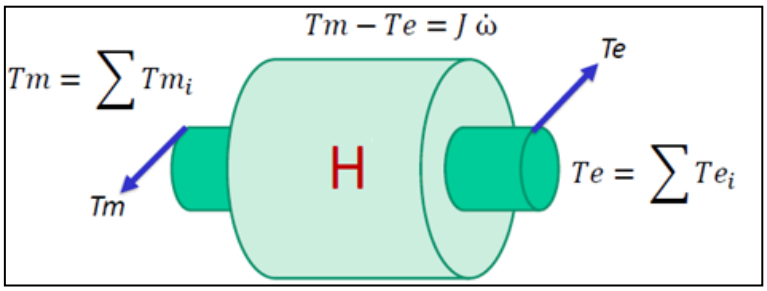

Figura 1-10 Máquina idealizada que representa la generación en el sistema eléctrico.

Expresando los torques de la ecuación (1-8) en forma de potencia mecánica y eléctrica, y trabajando en torno al punto de equilibrio en el dominio del tiempo, se obtiene la ecuación (1-9):

$$\frac{\Delta Pm - \Delta Pe}{2H_T * S_T} = \Delta\omega \tag{1-9}$$

Donde H_T es la constante de inercia total y S_T es la potencia total de la máquina idealizada, expresadas por la ecuación (1-10):

$$H_T = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\frac{J_i * \omega_s{}^2}{2})}{S_T} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(S_i * H_i)}{\sum_{i=1}^{n} S_i} \tag{1-10}$$

Con la ecuación (1-8), (1-9) y (1-10) se forma el diagrama de bloques de la Figura 1-11, el cual expresa la desviación de frecuencia del rotor en función de la potencia eléctrica y la potencia mecánica. La desviación de frecuencia se aplica bajo tres casos diferentes: no teniendo controladores de frecuencia, actuando con cargas sensibles a la variación de frecuencia y con actuación del gobernador de velocidad.

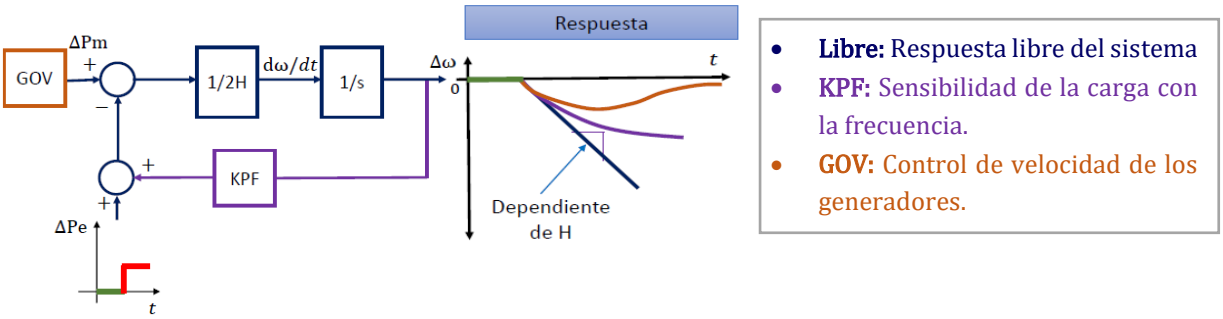

Figura 1-11 Modelo básico de análisis de estabilidad ante perturbación de frecuencia

El control de frecuencia se denomina el conjunto de acciones destinadas a mantener la operación dentro de una banda predefinida en torno a la frecuencia de referencia. De esta manera se corrigen los desequilibrios instantáneos entre la potencia generada y la potencia demandada en el sistema interconectado. Los tipos de control existentes ante la desviación de frecuencia se mencionan a continuación:

- **Control Primario de Frecuencia (CPF):** Es la acción de control ejercida por los Controladores de Carga/Velocidad de las unidades generadoras sincrónicas y de los Controladores de Frecuencia/Potencia de parques eólicos, fotovoltaicos y Equipos de Compensación de Energía Activa, habilitados para modificar en forma automática su producción, con el objetivo de corregir las desviaciones de frecuencia.
- **Control Secundario de Frecuencia (CSF):** Es la acción manual o automática destinada a compensar el error final de la acción del CPF. Recupera las reservas necesarias de potencia para afrontar nuevas contingencias. Por medio del Control Automático de Generación (AGC) se alcanzan los flujos de potencia programados.

En la Figura 1-12 se puede observar el efecto temporal de los controles de frecuencia:

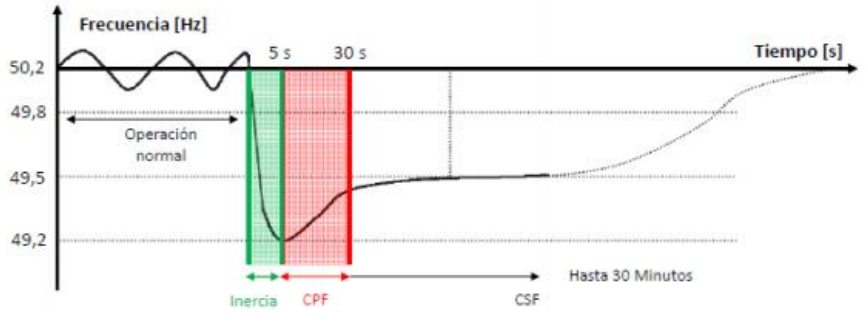

Figura 1-12 Respuesta dinámica de los controles de frecuencia ante una perturbación.

En primer lugar, actúa la respuesta inercial correspondiente a la reacción inicial del sistema frente a perturbaciones asociadas a desbalances de potencia. Esta consiste en una caída sostenida de la frecuencia eléctrica, solidaria con la desaceleración de los generadores síncronos en operación. La inercia de un sistema de potencia es determinada por la inercia de sus generadores, mientras mayor sea la inercia del sistema, menor será la desviación de frecuencia en los primeros segundos posteriores a la contingencia.

Luego, actúa el control primario de frecuencia (CPF) en forma local en cada generador, atendiendo la velocidad de giro del eje de cada unidad (Gobernador) con una duración de operación de 5 a 30 segundos aproximadamente. Finalmente actúa el control secundario de frecuencia, el cual tiene una duración de actuación superior a la del CPF, actúa en el ámbito de área de control atendiendo a la frecuencia y al intercambio de potencias con áreas vecinas.

La normativa de seguridad y calidad de servicio en Chile se rige por el documento presentado por la Comisión Nacional de Energía (CNE) llamado "Norma Técnica de Seguridad y Calidad de Servicio" (NTSyCS). Las exigencias generales respecto a la operación ante perturbación de frecuencia se muestran en el anexo A.1.

Los problemas que trae la inestabilidad de frecuencia son:

- Inadecuadas respuestas de los equipamientos (reguladores de velocidad)
- Insuficiente reserva potencia de generación.
- Inadecuada coordinación de las protecciones de frecuencia

Existen casos en que el desbalance de Carga/Generación alcanza grandes magnitudes en un corto lapso de tiempo. Debido a lo anterior, la frecuencia no logra estabilizarse de un modo natural y puede continuar disminuyendo. Al no transcurrir el tiempo necesario para que la regulación de la frecuencia se haga efectiva, existe un gran riesgo que alcance valores destructivos para el sistema, produciendo un colapso por frecuencia. Una acción rápida para mitigar este tipo de problemas es mediante la desconexión automática de carga.

Los esquemas de rechazo de carga son mecanismos de desconexión automática que actúan por medio de relés que censan frecuencias inferiores a umbrales establecidos. De esta forma se busca preservar la seguridad y estabilidad del sistema. Los esquemas de rechazo automático de cargas no son aleatorios y son establecidos por el coordinador eléctrico nacional.

1.2.2 Variaciones de tensión

Las principales características que provocan la desviación de tensión en un sistema eléctrico de potencia son, las alteraciones del consumo energético, el cambio en las condiciones del sistema, y las perturbaciones en la red en general. La capacidad de mantener las tensiones en niveles aceptables, bajo condiciones operativas normales y de perturbación, se llama estabilidad de tensión. Un sistema ingresa en inestabilidad de tensión, cuando una perturbación, modificación en la demanda o cambio en las condiciones del sistema, provoca progresivas e incontrolables desviaciones de tensión.

La inestabilidad de tensión se manifiesta esencialmente como un fenómeno local, sin embargo, las consecuencias de la inestabilidad pueden adquirir un impacto global, por ejemplo, un Blackout. El principal factor que provoca la inestabilidad de tensión se presenta como la insuficiencia de la red para satisfacer la demanda de potencia reactiva. La estabilidad del sistema se puede clasificar según lo siguiente:

- **Sistema eléctrico estable:** Toda barra perteneciente al sistema eléctrico interconectado tiene una sensibilidad dV/dQ (Tensión y Potencia reactiva) positiva.
- **Sistema eléctrico inestable:** Alguna barra perteneciente al sistema eléctrico interconectado tiene sensibilidad dV/dQ (Tensión y Potencia reactiva) negativa.

Otro factor que afecta las características de estabilidad de tensión en el sistema, son los niveles de trasferencia de potencia y la fuerza de la red de transmisión. Estos están directamente relacionados con:

- La potencia reactiva del generador y los límites de control de tensión.
- Regulación de voltaje del sistema de distribución y acción del cambiador de Tap del transformador en las subestaciones.
- Características de las cargas y equipos de compensación de reactivos.

En general, para realizar un análisis dinámico de estabilidad de tensión, se modela una interconexión radial de la siguiente forma:

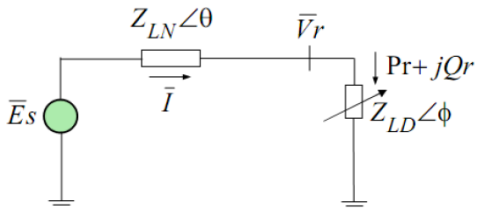

Figura 1-13 Reducción interconexión radial para estabilidad de tensión.

En la reducción del sistema presentado en la Figura 1-13, se obtiene un generador $\overline{Es}$ y una impedancia $\overline{Z_{LN}}$ equivalentes del sistema. La unidad generadora equivalente, esta interconectada con una demanda con tención de barra $\overline{V_r}$, consumo de potencia $P_r + JQ_r$ y una impedancia de carga $\overline{Z_{LD}}$. Mediante operaciones matemáticas y empleando la ley de Kirchhoff se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$I_r = \frac{E_s}{\sqrt{(Z_{LN}\cos\theta + Z_{LD}\cos\varphi)^2 + (Z_{LN}\sin\theta + Z_{LD}\sin\varphi)^2}} \tag{1-11}$$

$$V_r = Z_{LD} * I_r \tag{1-12}$$

$$P_r = V_r * I\cos\varphi = \frac{Z_{LD}}{(1 + \left(\frac{Z_{LD}}{Z_{LN}}\right)^2 + 2 * \frac{Z_{LD}}{Z_{LN}}\cos(\theta - \varphi))} * \left(\frac{E_s}{Z_{LN}}\right)^2 \cos\varphi \tag{1-13}$$

A partir de las ecuaciones (1-11),(1-12) y (1-13) se logra representar la potencia demandada a partir de la razón $\frac{Z_{LN}}{Z_{LD}}$. Teniendo en cuenta que la máxima transferencia de potencia ocurre cuando $Z_{LN} = Z_{LD}$, se puede extrapolar un análisis de estabilidad a partir de las curvas de corriente, voltaje y potencia en función de la relación entre la impedancia del sistema y la demandada (Figura 1-14).

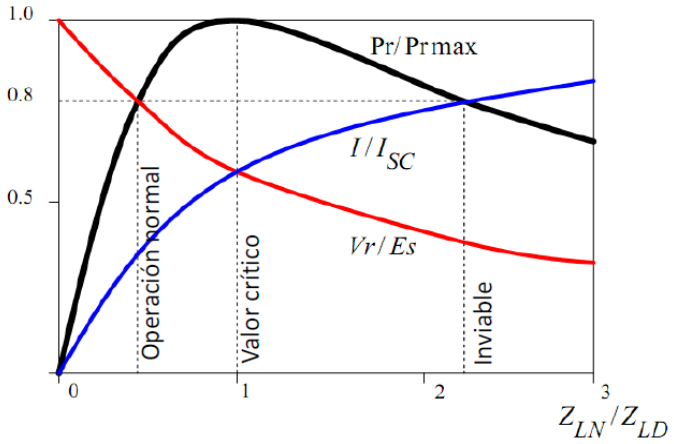

Figura 1-14 Curvas de potencia, tensión y corriente en función de la relación de impedancia equivalente del sistema y demandada por la carga.

En la Figura 1-14 al incrementar la relación de las cargas, Z_{LD} disminuye. Esto ocurre debido a que la corriente I_r aumenta y V_r decrece. Por otra parte P_r es máximo cuando la caída de tensión en las líneas es igual en magnitud a V_r.

Una vez modelado el sistema reducido, se puede realizar un análisis de estabilidad de tensión mediante curvas PV (Potencia Activa, Tensión) o curvas QV (Potencia Reactiva, Tensión).

Las curvas PV relacionan la potencia transportada hacia un nodo, en función de la tensión en dicho nodo. Este tipo de curva se construye mediante la aplicación sucesiva de flujos de potencia, aumentando levemente la potencia activa demandada por el nodo en cada cálculo. El inconveniente de este tipo de método iterativo ocurre cuando la tensión se aproxima al valor critico de operación, dando como resultado una solución numérica que no existe.

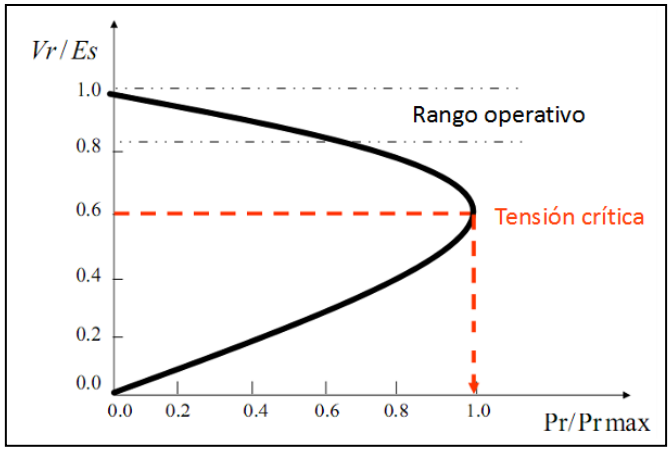

Figura 1-15 Gráfico función PV para análisis de estabilidad de tensión.

Las curvas QV indican como la variación de potencia reactiva en un nodo, perturba la tensión de dicho terminal. Este tipo de curva al igual que las curvas PV se construye mediante repetitivos cálculos de flujo de potencia, aumentando o disminuyendo levemente en cada cálculo la demanda de potencia reactiva demandada por la carga en el nodo. Mediante este tipo de curva se pueden detectar los puntos de operación que se aproximan a la inestabilidad por demanda de reactivos.

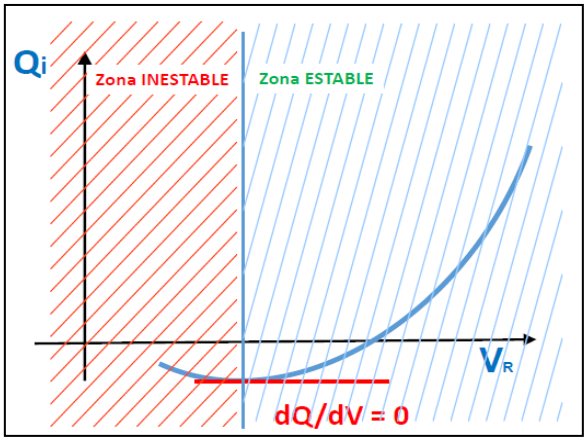

Figura 1-16 Gráfico de curva QV para análisis de estabilidad de tensión.

Los datos requeridos para analizar la estabilidad de tensión mediante el uso de curvas PV o QV son:

- Límites de sobreexcitación de los generadores.
- Composición de la carga.
- Cambiadores de taps de los transformadores.

La exigencias mínimas y generales de la NTSyCS respecto a la operación normal y bajo perturbación de tensión se muestra en el anexo A.2.

El análisis de estabilidad transitoria por variación de tensión, consiste en evaluar la evolución temporal de la tensión durante los primeros 20 a 30 segundos ocurrida la perturbación.

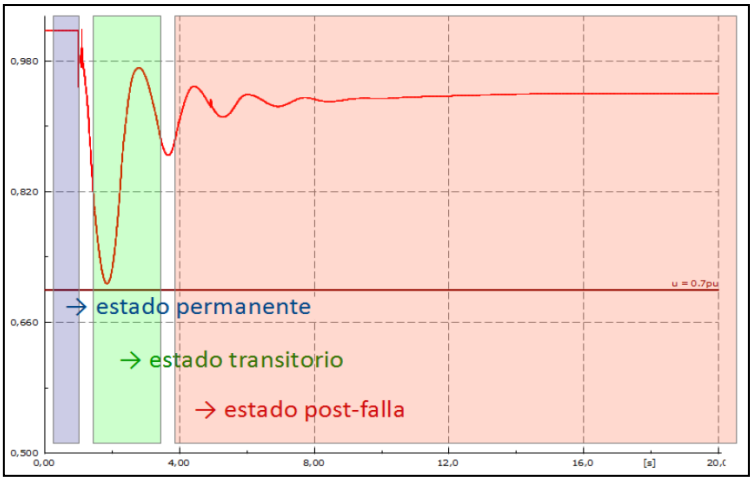

Figura 1-17 Análisis transitorio por perturbación de tensión.

A continuación, se mencionan los modelos para el análisis de estabilidad de tensión divididos según la magnitud de perturbación y su temporalidad:

- **Pequeña perturbación:** Los tipos de análisis que se realizan tienen relación con variaciones de la demanda, cambios de taps del transformador y cambios en set-points en los reguladores de tensión del generador.
    - Largo plazo: Se emplea para su análisis curvas PV, curvas QV, sensibilidad y modelos dinámicos de largo plazo (cambiadores de taps, limitadores de excitación, controladores VAR, etc.)
    - Corto Plazo: Se emplean para su análisis modelos dinámicos de corto plazo.
- **Gran perturbación:** Los tipos de análisis que se realizan tienen relación con cortocircuitos en el sistema, pérdida de generación y pérdida de demanda.
    - Largo plazo: Se emplea para su análisis curvas PV en escenario post falla y modelos dinámicos de largo plazo.
    - Corto plazo: Se emplean para su análisis modelos dinámicos de corto plazo.

1.2.3 Efecto de cortocircuitos en bornes del generador sincrono

Al ocurrir un corto circuito en el sistema eléctrico de potencia, el eje de las máquinas síncronas continúa girando, funcionando como generador o como motor producto de la inercia de las cargas. Para analizar el comportamiento de la corriente de cortocircuito aportada por las unidades generadoras síncronas, se modelan las máquinas como una fuente de tensión ideal en serie con una reactancia interna correspondiente al período que se quiera estudiar.

Para el análisis de la corriente de cortocircuito, se utiliza a modo de ejemplo el circuito RL representado en la Figura 1-18.

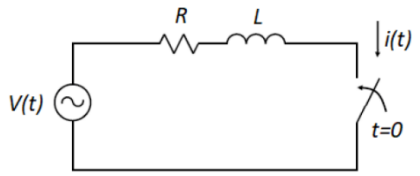

Figura 1-18 Circuito RL.

Las ecuaciones que definen el circuito de RL de la Figura 1-18 son:

$$V(t) = V_m \sin(\omega t + \alpha) \tag{1-14}$$

$$V(t) = R * i(t) + L\frac{di(t)}{dt} \tag{1-15}$$

De las ecuaciones (1-14) y (1-15) la corriente que fluye por el circuito RL es:

$$i(t) = I \sin(\omega t + \alpha - \gamma) - Ie^{-\frac{t}{\tau}} \sin(\alpha - \gamma) \tag{1-16}$$

Donde:

$$I = \frac{V_m}{Z};\ \tau = \frac{L}{R};\ \gamma = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right); Z = \sqrt{R^2 + X^2} \tag{1-17}$$

A partir de las ecuaciones (1-16) y (1-17), se puede concluir que la corriente que circula en el circuito en función del tiempo, es la resta entre dos componentes. Uno de estos componentes depende de la constante de tiempo τ el cual se define como continua, y el otro componente se define como alterno, ya que, su magnitud varía en función de $\sin(\omega t + \alpha - \gamma)$.

En los sistemas eléctricos de potencia por lo general $\omega L \gg R$, entonces $\gamma \cong \frac{\pi}{2}$. De esta manera, se puede afirmar lo siguiente:

- Si se cierra el interruptor ante un corto circuito cuando la tensión alcanza su valor máximo, el componente de corriente continua es nulo. Esto ocurre producto que α y γ son iguales, por consiguiente, al reemplazar estos valores en $\sin(\alpha - \gamma)$ da como resultado cero.
- Si se cierra el interruptor ante un corto circuito cuando la tensión cruza por cero, el componente de corriente continua es máximo, ya que $|\alpha - \gamma| = \frac{\pi}{2}$.

El análisis transitorio post perturbación de la corriente de corto circuito en los bornes de un generador, se puede considerar como la suma de tres componentes de corriente:

- **La corriente permanente de cortocircuito:** Se caracteriza por un decaimiento más lento que las otras componentes durante un amplio intervalo de tiempo. Es una componente sinusoidal acompañada de una componente continua.
- **El componente transitorio:** Se origina por la acción del devanado de campo, y se trata de una corriente alterna que se amortigua exponencialmente con una constante de tiempo $T_d{}'$, cuyo valor es del orden de segundos.
- **El componente sub transitorio:** Se origina por la acción del devanado amortiguador, y al igual que la componente de corriente transitoria, se trata de una corriente alterna que se amortigua

exponencialmente con una constante de tiempo T_d'', cuyo valor es del orden de centésimas de segundo.

Las ecuaciones asociadas a cada uno de estos componentes, consideran la constante de tiempo en la cual son efectivos, al igual que la reactancia interna en el generador síncrono. El tipo de reactancia a utilizar debe ser coherente con el fenómeno temporal para el cual se quiere presentar. Del cálculo de la corriente de corto circuito el los bornes de los terminales de un generador se tiene:

$$i(t) = E\sqrt{2}\left[\left(\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'}\right)e^{-\frac{t}{T_d''}} + \left(\frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d}\right)e^{-\frac{t}{T_d'}} + \frac{1}{X_d}\right]\cos(\omega t + \alpha) - \frac{E\sqrt{2}}{X_d''}e^{-\frac{t}{T_a}}\cos\alpha \tag{1-18}$$

Donde E representa la tensión interna en el generador, X_d la reactancia interna, X_d' la reactancia transitoria, X_d'' la reactancia sub transitoria, y T_a la constante de tiempo correspondiente a la amortiguación de la componente continua.

A continuación, se muestra la representación gráfica de cada contribución de las corrientes presentadas en la ecuación (1-18).

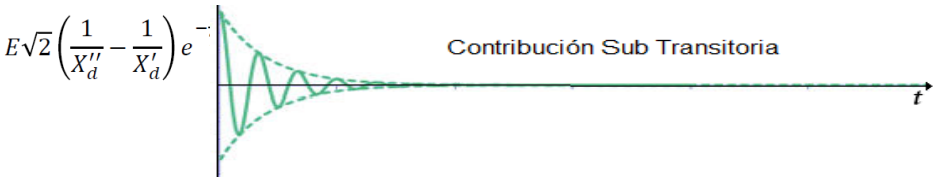

Figura 1-19 Aporte de corriente sub transitoria ante cortocircuito simétrico en bornes del generador.

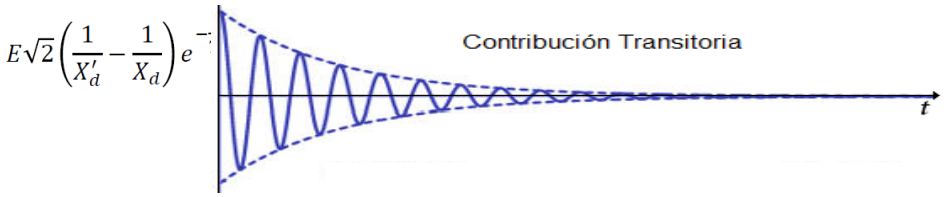

Figura 1-20 Aporte de corriente transitoria ante cortocircuito simétrico en bornes del generador.

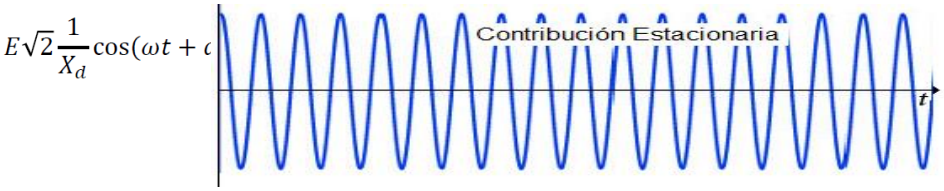

Figura 1-21 Aporte de corriente estacionaria ente cortocircuito simétrico en bornes del generador.

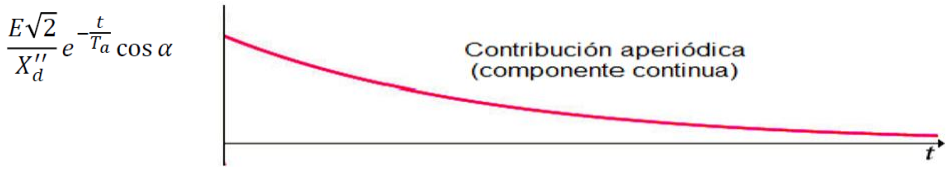

Figura 1-22 Aporte de corriente aperiódica ante cortocircuito simétrico en bornes del generador.

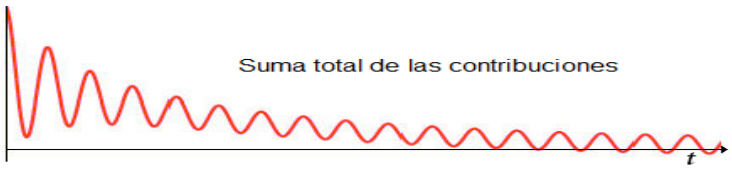

Figura 1-23 Aporte total de las diferentes componentes de corriente de corto circuito simétrico en bornes de un generador.

1.2.4 Comportamiento de esquemas de protección en sistemas de transmisión

Garantizar el suministro energético a los diversos clientes en un sistema eléctrico de potencia es de suma prioridad, Es por ello que se requieren esquemas de protección, los cuales permitan aminorar los efectos destructivos en la red y facilitar una rápida recuperación del sistema ante una perturbación.

Los esquemas de protección sistémicos cumplen la función de detectar condiciones anormales en un sistema eléctrico y tomar acciones correctivas, con el fin de preservar la integridad de la red y permitir un desempeño óptimo de sus componentes. Estas acciones correctivas no implican desprender aleatoriamente elementos, al contrario, se requieren estudios que permitan y validen recuperar la estabilidad del sistema de la forma más eficiente posible.

En un SEP existen diferentes sistemas de protección sistémicos (SPS) dentro de los cuales se encuentran:

- **SPS basados en eventos:** Un ejemplo de este tipo de SPS es el Esquema de Desconexión Automática de Generación (DAG), cuyo fin es garantizar ante una operación anormal la estabilidad transitoria, estabilidad de tensión, estabilidad de frecuencia y control de sobrecargas.
- **SPS basado en variación de parámetros:** A través de elementos de protección, censan las magnitudes de los parámetros del SEP para detectar condiciones anormales y actuar mitigando el problema.
- **SPS basados en la formación de islas o Inter disparo de líneas:** Según las condiciones topológicas del sistema y transferencia de potencia, se determinan las maniobras operativas para garantizar la estabilidad del sistema.

Algunas de las maniobras o acciones que realizan los esquemas de protección sistémicos son:

- Desconexión de generación.
- Desconexión de demanda.
- Conexión o desconexión de reactores/capacitores.
- Control de Unidades de compensación de Reactivos.

El objetivo de los elementos de protección en un SEP es que se cumplan con los criterios de confiabilidad esperados, operando acorde los límites de estabilidad establecidos por la NTSyCS. Existen dos categorías en las que se pueden clasificar los elementos de protección:

1. **Protecciones primarias (PP):** Este tipo de protecciones debe operar siempre que ocurra una falla en el circuito, el cual este programado a proteger con su tiempo de operación reducido.
2. **Protecciones de respaldo (PR):** La operación de este tipo de protecciones está condicionada únicamente si el sistema primario falla o se encuentra fuera de servicio por mantenimiento.

Los esquemas de protección se componen de diferentes elementos, los cuales en su conjunto permiten la aplicación eficaz de acciones correctivas ante una perturbación. A continuación, se detallan los elementos mencionados:

- **Elementos de comunicación:** Estos tipos de elementos engloban a todos los equipos de tele protección asociados al esquema, por ejemplo, fibra óptica, trampa de ondas, radio frecuencias, etc. También contempla los esquemas de protección con disparo transferido, el cual requiere de la activación de señales condicionadas, en donde si cumplen las condiciones establecidas opera la protección.
- **Transformadores de medida:** Corresponden a los transformadores de corriente (TTCC) y de potencia (TTPP) cuya función es reducir las magnitudes de corriente y tensión para el análisis de las variables por medio del relevador.
- **Relevador (Relé):** Es el elemento sensor, su función se basa en detectar condiciones operacionales anormales o de falla y dar orden de disparo (Trip) a los interruptores de potencia asociados a este.
- **Interruptor de potencia:** Su función es interrumpir el flujo de corriente, ya sea por una condición anormal del sistema o por una falla, abriendo sus contactos por medio de la señal de apertura o trip por parte del relé.

Los esquemas de protección deben cumplir con criterios específicos para asegurar su correcta operación, dentro de ellos encontramos:

- **Confiabilidad:** Habilidad de la protección para operar correctamente cuando se requiere, evitando por sobre todo operaciones incorrectas.
- **Velocidad:** Se debe liberar la falla en tiempos mínimos exigidos por la NTSyCS.
- **Selectividad:** Apunta a lograr máxima continuidad con la mínima desconexión de circuitos, es decir, velar por modificar lo menos posible los sistemas de transmisión ante un evento de falla.
- **Simplicidad:** Utilizar el mínimo equipo y el mínimo alambrado procurando tener un esquema no complicado, siempre de acuerdo a los criterios de la NTSyCS.
- **Economía:** Procurar la máxima protección al mínimo costo manteniendo los criterios de confiabilidad y selectividad siempre vigentes.

La NTSyCS en el artículo 3-23 establece lo siguiente referente a las instalaciones de sistemas de transmisión [27]:

Las instalaciones del Sistema de Transmisión deberán estar equipadas con sistemas de protecciones eléctricas que sean capaces de desconectarlas del Sistema interconectado (SI) en forma rápida, oportuna y selectiva, respetando los tiempos máximos de despeje establecidos en el Artículo 5-45, ante la ocurrencia de cortocircuitos entre fases y a tierra. Además, dichos sistemas deberán estar respaldados frente al evento que, ante la ocurrencia de una falla en la instalación protegida, el sistema de protección no cumpla su función.

Las normas asociadas para los esquemas de protección considerando el nivel de tensión en el cual opere son las siguientes [27]:

- **Sistemas sobre 200 (kV):** Cada circuito debe contar con un doble esquema de protección redundante y dedicada para la instalación, además cada sistema de protección debe estar alimentado desde núcleos distintos de los transformadores de corriente (TTCC) y alambrados independientes desde los transformadores de tensión (TTPP). Se incluye el uso de tele protección y una protección contra falla de interruptor, la cual debe aislar la sección de la barra a la que se conecta el circuito y enviar orden de desenganche directo al extremo remoto vía tele protección.
- **Sistemas inferiores a 200 (kV):** Cada circuito debe contar al menos con un simple esquema de protección siempre que se cumplan las siguientes condiciones:
    - Las protecciones correspondientes a los tramos de línea y las de los transformadores adyacentes que contribuyan a la falla deben poseer un ajuste que de respaldo en caso de una falla en el circuito.
    - Esta operación de respaldo no debe implicar la desconexión de más de tres tramos de línea o de transformadores adyacentes que contribuyan a la falla.
    - Este respaldo debe tener un límite de tiempo equivalente a 30 ciclos (600 milisegundos).

Los tiempos mínimos de operación en la apertura de los interruptores de potencia, con el fin de garantizar la estabilidad del sistema ante una anormalidad son los siguientes [27]:

- Inferior a 6 ciclos (120 ms), en el caso de fallas en unidades generadoras directamente conectadas a instalaciones del ST.
- Inferior a 20 ciclos (400 ms), para fallas en líneas y transformadores del ST con tensión nominal inferior a 200 Kv.
- Inferior a 6 ciclos (120 ms), para fallas en líneas y transformadores del ST con tensión nominal igual o superior a 200 Kv.
- El tiempo máximo de despeje de falla indicado en el punto anterior es exigido ante contingencia simple y estando los esquemas de tele protección en condiciones de operación normal.

1.3 Análisis de estabilidad angular a pequeñas y grandes perturbaciones

La estabilidad angular se refiere a la habilidad de las unidades generadoras síncronas del sistema para mantener el sincronismo. Cuando un cambio en las condiciones del sistema o perturbación causa que una unidad o grupo de unidades pierdan el sincronismo, respecto a otra unidad o grupo de unidades, el sistema entra en un estado de inestabilidad angular. Los principales factores que provocan la inestabilidad angular, por lo general, están relacionados con fallas del sistema, cambios topológicos en la red, y un mal ajuste en sistemas de protección y control.

Se debe tener en cuenta que la estabilidad es una propiedad del sistema, la cual se manifiesta bajo un punto de funcionamiento dado y sometido a una perturbación determinada. Teniendo en cuenta lo anterior, la misma red eléctrica sometida a la misma perturbación puede ser estable bajo un punto operativo e inestable bajo un punto diferente (Horario valle y punta en demanda energética). Del mismo modo bajo el mismo punto operativo, puede ser estable para una falla e inestable ante una

diferente. Por consiguiente, los estudios de estabilidad suelen precisar una gran cantidad de casos, y de esta forma considerar las diferentes condiciones operativas y perturbaciones de interés.

En la Figura 1-24 se aprecia un ejemplo de lo comentado en el párrafo anterior. En la imagen se observan 3 condiciones operativas diferentes ante una misma condición de falla. En el caso A, la oscilación es amortiguada en el tiempo, alcanzando un valor estable. El caso B, el ángulo crece indefinidamente sin registrar oscilación, este fenómeno se conoce como inestabilidad en primera oscilación. En el caso C, el sistema permanece estable en la primera oscilación, sin embargo, resulta inestable debido a una oscilación creciente en el tiempo debido a la falta de torque amortiguante.

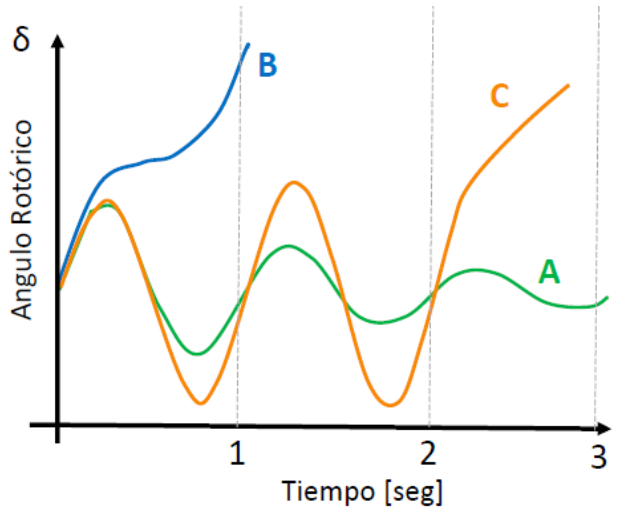

Figura 1-24 Simulaciones diferentes ante una misma perturbación.

En los sistemas eléctricos de potencia el cambio en el torque eléctrico de una unidad síncrona post perturbación puede resolverse como la suma de dos componentes de torque, los cuales se muestran en la ecuación (1-19)

$$\Delta T_e = T_s * \Delta\delta + T_d * \Delta\omega \tag{1-19}$$

La estabilidad en el sistema se basa en la existencia de ambas componentes de torque:

- El torque sincronizante T_s ,es aquel torque en fase con la velocidad angular del rotor. La falta de torque sincronizante da como resultado la inestabilidad de la unidad, producto de la deriva aperiódica del ángulo de rotor.
- El torque de amortiguamiento T_d ,es aquel torque en fase con el ángulo interno del rotor. La falta de torque amortiguante da como resultado una inestabilidad oscilatoria.

Las exigencias y normativas generales de la NTSyCS asociadas a la estabilidad angular se presentan en el anexo A.3.

Los métodos empleados para el análisis y estudio de la estabilidad angular, se pueden clasificar según la magnitud de la perturbación en el sistema. A continuación, se realiza una descripción analítica de la estabilidad angular a gran y pequeña perturbación en conjunto con sus características.

1.3.1 Estabilidad transitoria o de gran perturbación

El análisis de estabilidad en gran perturbación, es la capacidad del sistema eléctrico para mantener el sincronismo cuando es sometido a una gran perturbación, por ejemplo, una falla en la red de transmisión, pérdida de generación o la pérdida de una cantidad importante de carga en el sistema. Se dice que una perturbación es grande cuando las ecuaciones diferenciales no se pueden linealizar, para realizar análisis de estabilidad. El sistema eléctrico de potencia responde a una perturbación de estas características por medio de grandes variaciones entre los ángulos de las unidades generadoras síncronas, oscilaciones de potencia, oscilaciones de tensión y de otras variables del sistema. Si la separación angular post perturbación permanece acotada, entonces el sistema mantiene en sincronismo, por el contrario, si la separación angular no es acotada, el sistema pierde el sincronismo. Por lo general, la pérdida de sincronismo ante una gran perturbación suele ser evidente transcurridos 2 o 3 segundos post perturbación.

Los métodos para analizar la estabilidad se pueden clasificar en dos tipos:

1. **Métodos indirectos o de simulación:** El análisis se basa en la integración numérica de las ecuaciones diferenciales del sistema. De esta forma, se pueden brindar soluciones a problemas reales, condicionando el entorno simulado para imitar las condiciones operativas y de falla en la red. Para realizar un diagnóstico de la estabilidad, se emplean softwares dedicados a la inspección de la evolución del sistema, realizando un análisis temporal de las variables eléctricas.
2. **Métodos directos:** Se fundamentan en el análisis de los cambios de transferencia de energía, pre falla, durante la falla y post falla. Por lo general, el estado post falla es producto de la operación del sistema de protecciones o liberación de la falla. El tiempo que abarca el análisis es menor al periodo de la primera oscilación, y de esta forma averigua si la máxima deviación del ángulo del rotor es superior o inferior al ángulo crítico.

Criterio de igualdad de áreas

El criterio de igualdad de área es un método directo, el cual por medio de un análisis gráfico determinan o evalúan la estabilidad en sistemas simplificados. Una de las características de este criterio, es que facilita la comprensión de los conceptos fundamentales involucrados en las oscilaciones electromecánicas en sistemas eléctricos.

Para explicar el criterio de igualdad de áreas, emplearemos como ejemplo el sistema representado por la Figura 1-25. El sistema simplificado consta de un generador síncrono representado mediante el modelo clásico, en el cual la tensión interna del generador E' la cual se mantiene fija y el ángulo de rotor δ el cual varia siguiendo las oscilaciones mecánicas del rotor. Los valores E' y $X_d{}'$ corresponden al periodo transitorio, se utilizan estos por que son los más influyentes sobre las primeras oscilaciones del generador. La reactancia X_{tr} corresponde a la equivalente del transformador, X_{L1}y X_{L2} corresponden a las reactancias de línea. En este sistema se desprecian los efectos del regulador de velocidad.

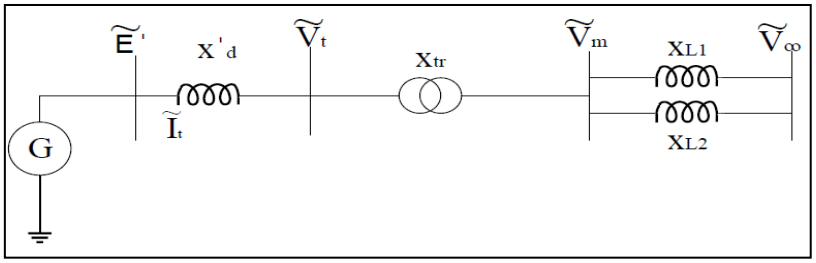

Figura 1-25 Sistema ejemplo para criterio de igualdad de área.

Al reducir las reactancias en el sistema representado en la Figura 1-25 se obtiene la reactancia equivalente X_T, y mediante operación algebraica se puede calcular la potencia activa transferida entre la tensión interna del generador $\tilde{E}'$ y la barra infinita $\tilde{V_\infty}$.

La ecuación (1-20) representa la potencia aparente $\tilde{S}$ transferida en el sistema:

$$\tilde{S} = \tilde{P} + j\tilde{Q} = \tilde{E}' * \tilde{I}^* = E'\angle\delta * \left(\frac{E'\angle\delta - V_\infty\angle 0}{Xt}\right)^* = \frac{E' * V_\infty}{Xt}\sin\delta + j(\frac{E' * V_\infty}{Xt}\cos\delta - \frac{V_\infty^2}{Xt}) \tag{1-20}$$

Tomando la parte real de la ecuación (1-20) se obtiene la potencia activa transferida y su valor máximo:

$$P = \frac{E' * V_\infty}{Xt}\sin\delta \tag{1-21}$$

$$P_{max} = \frac{E' * V_\infty}{Xt} \tag{1-22}$$

La potencia máxima P_{max} es la potencia activa máxima que puede aportar el generador síncrono, y permanece constante en el tiempo. La potencia eléctrica saliente del generador P_e es equivalente a la trasmitida en el entrehierro, debido a que en el análisis se desprecia la resistencia en el estator. En la Figura 1-26 se aprecia la evolución dinámica dada una condición inicial en el punto "a" previo a un incremento en la potencia mecánica. En el momento en que aumenta la potencia mecánica entrante, el generador recibe más energía de la que suministra al sistema, por tanto, comienza a acelerarse y a incrementar su energía cinética. Al aumentar la velocidad del rotor comienza a aumentar el ángulo del rotor δ, y por tanto el punto de operación se desplaza sobre la sinusoide hacia la derecha.

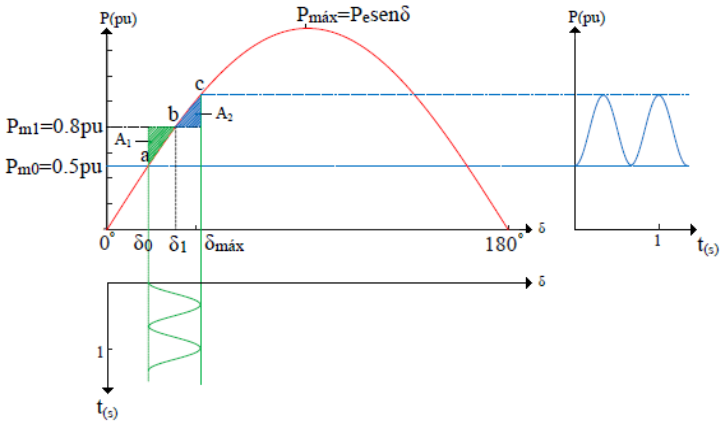

Figura 1-26 Incremento de potencia mecánica Pm producto de una perturbación.

Mientras el rotor no alcanza el punto "b", la potencia eléctrica es menor que la mecánica y por tanto la aceleración es positiva. Una vez sobrepasado el punto de operación "b", la potencia mecánica entrante es menor que la potencia eléctrica de salida, y por tanto la máquina comienza a frenarse. Entre los puntos "b" y "c" la derivada del ángulo ω (velocidad angular) es positiva, sin embargo, $\dot{\omega}$ (aceleración angular) es negativa. En el punto "c" la velocidad angular es cero, por lo que la operación en el punto "c" corresponde a la máxima desviación angular que alcanza el rotor. Posterior a alcanzar la máxima desviación angular δ comienza a disminuir y el proceso se repite de manera que δ oscila en torno al punto de equilibrio "b".

La ecuación electromecánica de la unidad generadora síncrona, en función del ángulo de rotor en el tiempo y despreciando el coeficiente del torque amortiguante D es:

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\omega_o}{2H}(Tm - Te) \tag{1-23}$$

Multiplicando ambos lados de la ecuación (1-23)(1-27) por $\left(\frac{2\,d\delta}{dt}\right)$,se puede expresar la ecuación de movimiento de la máquina síncrona de la siguiente forma:

$$2\frac{d}{dt}\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 = \frac{\omega_o}{H}(Tm - Te)\frac{d\delta}{dt} \tag{1-24}$$

Integrando la ecuación (1-24) entre los puntos de operación "a" y "c" de la Figura 1-26 se obtiene:

$$\int_{t_o}^{t_{máx}} \frac{d}{dt}\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 = \int_{t_o}^{t_{máx}} \frac{\omega_o}{H}(Tm - Te)\frac{d\delta}{dt} \tag{1-25}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2\Bigg|_{t_{máx}} - \frac{d}{dt}\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2\Bigg| = \int_{t_o}^{t_{máx}} \frac{\omega_o}{H}(Tm - Te)\frac{d\delta}{dt}_{t_o}$$

Para analizar la estabilidad de este fenómeno, es necesario analizar el punto t_o un instante antes que comience la variación de δ (estado estacionario previo a la perturbación), de esta manera, $\frac{d\delta}{dt} = 0$. El otro punto de operación $t_{máx}$ se selecciona en el lugar donde el valor de δ deja de aumentar y comienza a decrecer, este valor temporal se encuentra en $\delta_{máx}$.

Teniendo en cuenta que el lado izquierdo de la ecuación (1-25) es cero, se pueden separar por partes las integrales del lado derecho de la ecuación. Por consiguiente, la solución de la integral se evalúa entre los limites δ_o, δ_1 y $\delta_1, \delta_{máx}$.

$$\int_{\delta_o}^{\delta_1} \frac{\omega_o}{H}(Tm - Te)\frac{d\delta}{dt} = \int_{\delta_1}^{\delta_{máx}} \frac{\omega_o}{H}(Te - Tm)\frac{d\delta}{dt} \tag{1-26}$$

En la ecuación (1-26), el lado derecho se representa por A_1 (área de aceleración) y el lado izquierdo A_2 (área de desaceleración). Cuando A_2es mayor o igual A_1, el sistema es estable, de caso contrario el sistema es inestable.

Los factores que influyen en la estabilidad transitoria de un SEP son los siguientes:

- **Tiempo de despeje de la falla:** Cuanto menor sea el tiempo de despeje mayor estabilidad.
- **La carga del generador:** A mayor carga demandante al generador, menos estable es el caso.
- **La inercia del generador:** Cuanto mayor es la constante de inercia menos se acelera la unidad generadora, por ende, más estable es el caso.
- **La selectividad de las protecciones:** Es importante que las protecciones sean correctamente coordinadas, de esta manera el impacto de una perturbación en la red es reducido, y aumenta la estabilidad del caso en estudio.

1.3.2 Estabilidad a pequeña perturbación

Una perturbación es pequeña, cuando las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento dinámico del sistema, se pueden linealizar en torno a un punto de operación, caracterizando satisfactoriamente su comportamiento y permitiendo realizar análisis de estabilidad. La estabilidad de pequeña perturbación estudia el amortiguamiento de las oscilaciones en las variables eléctricas en el sistema (frecuencia, tensión, potencia) en un margen de frecuencia de 0.1 a 2 (Hz).

El proceso general de análisis ante una pequeña perturbación consta de las siguientes etapas:

1. Obtención de modelo no lineal del sistema eléctrico de potencia.
2. Linealización del modelo no lineal obtenido.
3. Evaluar la linealización del modelo en un punto de operación.
4. Realizar el análisis de estabilidad con los datos obtenidos.

Para obtener el modelo no lineal del sistema, la dinámica de la red se representa en el espacio de las variables de estado. En el anexo B se detalla la representación de un sistema en variables de estado, el concepto de punto de equilibrio, la estabilidad de un sistema dinámico, linealización en torno a un punto singular, representación del sistema dinámico en el dominio de la place, auto valores y estabilidad.

A continuación, se mencionan dos métodos para el análisis de estabilidad basado en las variables de estados:

1. **Primer método de Lyapunov:** Este método afirma que la estabilidad de un sistema no lineal bajo pequeñas perturbaciones, está determinada por las raíces de la ecuación característica del sistema en su primera aproximación (serie de Taylor de primer orden). Estas raíces son equivalentes a los autovalores de la matriz de estado “A”. Las características de las raíces para el análisis de estabilidad son:
    - Si los autovalores tienen parte real negativa, el sistema original es asintóticamente estable.
    - Si por lo menos uno de los autovalores tiene parte real positiva, el sistema original es inestable.
    - Si los autovalores tienen parte real nula, no se puede afirmar nada.
2. **Segundo método de Lyapunov:** Este método afirma que la estabilidad del sistema, es evaluada empleando funciones adecuadas definidas en el espacio de estado, considerando su señal y la

derivada temporal de esta. Teniendo en cuenta lo anterior, y representando al sistema, de la forma $\dot{x} = f(x, u)$, se tiene lo siguiente:

- El punto de equilibro definido es estable si existe una función $V(x)$ definida positiva, tal que su derivada temporal total $\dot{V}(x)$ con respecto a la ecuación del sistema no sea positiva.
- El punto de equilibrio es asintóticamente estable si existe una función $V(x)$ definida positiva, tal que su derivada temporal $\dot{V}(x)$ con respecto a la ecuación del sistema sea definida negativa.

Retomando el sistema ejemplo representado por la Figura 1-25, en el análisis de estabilidad a gran perturbación, las ecuaciones de potencia aparente transferida (1-20) y potencia eléctrica suministrada por la unidad generadora (1-21), se puede asumir que en régimen permanente empleando las variables en p.u. exceptuando el ángulo de rotor, el cual su magnitud se representa en radianes, que la potencia eléctrica P_e es equivalente al torque eléctrico T_e .

$$P_e = T_e = \frac{E' * V_\infty}{Xt} \sin \delta \tag{1-27}$$

Si se admiten pequeñas variaciones entorno a un punto de equilibrio la ecuación (1-27) queda de la forma:

$$\Delta P_e = \Delta T_e = \frac{E' * V_\infty}{Xt} \cos \delta \Big|_{\delta 0} \Delta\delta = K\Delta\delta \tag{1-28}$$

En la ecuación (1-28) la constante K representa el coeficiente de torque eléctrico de sincronización. De esta forma, la ecuación de oscilación linealizada de la máquina síncrona es:

$$2H\Delta\dot{\omega} = \Delta T_m - K\Delta\delta - D\Delta\omega \tag{1-29}$$

$$\Delta\dot{\delta} = \omega_o * \Delta\omega \tag{1-30}$$

En la ecuación (1-29), T_m es el torque mecánico de la unidad generadora y D es el coeficiente de torque eléctrico de amortiguamiento. Representando al sistema en variables de estado se tiene:

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\omega} \\ \Delta\dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{2H} & -\frac{K}{2H} \\ \omega_o & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega \\ \Delta\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2H} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta T_m \tag{1-31}$$

Es claro que en cuanto mayor sea el orden de los modelos considerados en el estudio, mayores serán las variables de estado involucradas (estado, entradas, salidas, etc.). Con las variables de estado de la ecuación (1-31), se puede identificar la matriz de estado, en la cual se pueden extraer los autovalores. El número de autovalores determina el orden del sistema, y coincide con la cantidad de variables de estado. La respuesta del sistema se puede expresar como la suma de las respuestas para cada uno de los N autovalores o modos de oscilación.

La transformada de Laplace de las ecuaciones (1-29) y (1-30), para trasladar el sistema al dominio de la frecuencia es:

$$2H * s\Delta\omega = \Delta T_m(s) - K\Delta\delta(s) - D\Delta\omega(s) \tag{1-32}$$

$$s\Delta\delta = \omega_o * \Delta\omega(s) \tag{1-33}$$

Por lo que el diagrama de bloques del sistema simplificado es representado por la Figura 1-27.

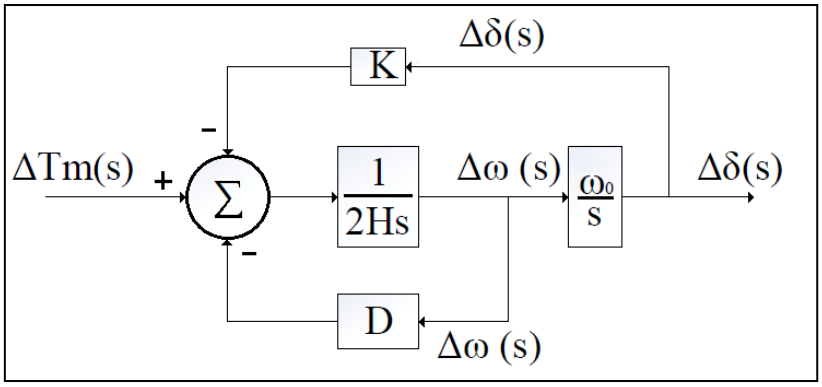

Figura 1-27 Diagrama de bloques de sistema simplificado barra infinita.

Los modos oscilatorios de interés para el estudio de la estabilidad a pequeña perturbación son:

- **Modo local (Modo máquina-sistema):** Se asocia a las oscilaciones de unidades generadoras en una central respecto al sistema. El uso del término "local" se asocia a la localización de las oscilaciones en una pequeña parte del sistema o en una central. El rango de frecuencias esperado de este modo oscila entre 1 y 2 Hz.
- **Modo Inter-área:** Se asocia a las oscilaciones de varias máquinas entre una parte del sistema contra varias máquinas localizadas en otra parte (entre áreas). Por lo general, el modo es ocasionado por 2 o más grupos de máquinas cercanas débilmente interconectadas (gran distancia eléctrica o alta impedancia). El rango de frecuencias esperado de este modo oscila entre 0.3 y 0.8 Hz.
- **Modo de control:** Es asociado con unidades de generación y otros controladores, por ejemplo, excitadores, gobernadores, SVCs, etc. mal ajustados.
- **Modos torsionales:** Es asociado con los componentes rotativos del sistema de eje turbina-generador. La inestabilidad de este modo se presenta por mal ajuste de compensadores en serie, interacción con controladores, y gobernadores.

2 Modelos reducidos para analizar el comportamiento dinámico

En el inicio de los estudios de estabilidad transitoria, se desarrollaron diferentes modelos para representar el comportamiento dinámico de la maquina síncrona, dentro de estos se encuentra el modelo clásico, el cual solo representa la dinámica del rotor. Con el paso del tiempo, los modelos se fueron puliendo hasta lograr una representación de la máquina síncrona más acabada, prestando una mayor importancia a los fenómenos dinámicos de interés.

Sin embargo, a pesar de que la matemática lograra representar hasta el más mínimo detalle de la máquina síncrona, el interés actual es simplificar o reducir estos modelos. La razón del empleo de la reducción de los modelos dinámicos se fundamenta principalmente, en que, el modelo dinámico completo de un sistema eléctrico de potencia implica la resolución de cientos de ecuaciones diferenciales no lineales. Esta gran cantidad de información dificulta la comprensión de las interacciones dinámicas acontecidas en el sistema, y sobrecarga el nivel de procesamiento y recursos para su estudio.

Según lo comentado anteriormente, la reducción de los modelos dinámicos presenta una ventaja significativa en el sistema, no obstante, no es una decisión trivial o aleatoria. El modelo reducido debe representar fielmente las características del sistema original y debe considerar un método que permita cuantificar la precisión. A continuación, se presentan los criterios de reducción más comunes encontrados en la literatura y luego se exponen los modelos de reducción comentados referidos en este trabajo.

2.1 Criterios de reducción de modelos dinámicos

Existen diversos criterios y técnicas de cálculo para la reducción de modelos equivalentes en un sistema eléctrico de potencia, dentro de estas técnicas de reducción se encuentra el circuito equivalente de Thévenin.

El teorema de Thévenin, afirma que cualquier red lineal puede ser representada una única fuente de tensión en serie con una impedancia equivalente de la red vista a través de dos terminales, de esta manera se logra la simplificación de complejos sistemas eléctricos de potencia a una red sencilla. Una de las ventajas del empleo de este teorema radica en la capacidad de reproducir el comportamiento de un sistema de potencia sin requerir un modelamiento detallado de la red [28], tomando un carácter relevante a la hora de analizar sistemas eléctricos de potencia extensos. Algunos de los usos que se

encuentran en la obtención de circuitos reducidos por medio del equivalente de Thévenin son [1] [2] [29] [30]:

- El cálculo de corrientes de cortocircuito, tanto es sistemas de transmisión como en sistemas de distribución.
- Análisis de estabilidad e identificación de parámetros de inestabilidad.
- Ajustes de relés de protección.
- Localización de fallas.
- Estudios electromagnéticos transitorios.
- Estudios y diseño de filtros de armónicos.

En sistemas eléctricos de potencia de alta complejidad la obtención del equivalente de Thévenin en la red se basa en el cálculo de la impedancia del sistema. Existen diferentes métodos para el cual pueden obtener el valor de la impedancia, estos se pueden clasificar en dos tipos:

1. **Métodos invasivos:** Para la aplicación de este tipo de métodos se busca excitar intencionalmente el sistema con el objetivo de obtener los valores de tensión y corriente, los cuales son utilizados para calcular la impedancia equivalente de Thévenin. Uno de los problemas del uso de este tipo de métodos es que no se puede utilizar para el cálculo de la impedancia equivalente On-line (en tiempo real) [31] [32]. Los algoritmos empleados en este trabajo no hacen uso de este tipo de método ya que se busca el trabajo en tiempo real.
2. **Método no invasivo:** Este tipo de métodos fundamentan su metodología en el análisis de la variación de las mediciones de tensión y corriente en el sistema, y a partir de estos se calcula la impedancia equivalente de Thévenin [1] [2] [28].

A continuación, se presentan dos tipos de métodos no invasivos que proporciona la literatura, los cuales interactúan con mediciones en tiempo real.

2.1.1 Método simplificado

Este es uno de los métodos base para el cálculo de parámetros Thévenin [28]. Suponiendo que se tienen dos sistemas enfrentados y uno de estos sistemas oscila más rápido que el otro, el sistema restante puede ser representado por medio de un equivalente de Thévenin como el de la Figura 2-1. Para obtener los parámetros del equivalente de Thévenin se requieren 2 juegos de medidas de corrientes y tensiones en el punto donde se conectará el equivalente de la red con la condición que ambos juegos de medidas estén sincronizados a la misma referencia.

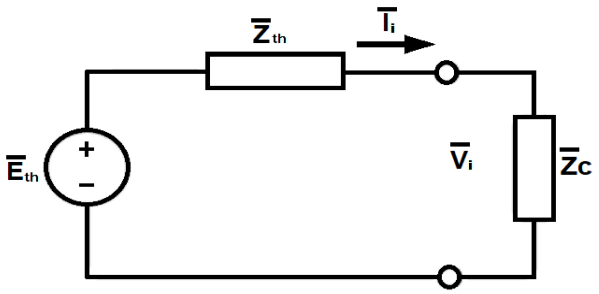

Figura 2-1 Reducción circuito equivalente de Thévenin.

En la Figura 2-1, el sub índice i representa la i-ésima medición de las variables tensión y corriente. Realizando un análisis de las ecuaciones de Kirchhoff en la Figura 2-1 se obtiene la siguiente ecuación:

$$\bar{E}_{th} = \bar{Z}_{th}\bar{I}_i + \bar{V}_i \tag{2-1}$$

Suponiendo que $\bar{E}_{th}$ y $\bar{Z}_{th}$ permanecen constantes ante variaciones en el sistema al cual se conecta el circuito equivalente y además se cuentan con dos mediciones de tensión y corriente para diferentes condiciones del sistema, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \bar{E}_{th} &= \bar{Z}_{th}\bar{I}_1 + \bar{V}_1 \\ \bar{E}_{th} &= \bar{Z}_{th}\bar{I}_2 + \bar{V}_2 \end{aligned} \tag{2-2}$$

Para la formulación de este método $\bar{I}_1$ y $\bar{V}_1$ son las mediciones de tensión y corriente de secuencia positiva en el estado pre falla del sistema, $\bar{I}_2$ y $\bar{V}_2$ representan las mediciones de tensión y corriente durante la falla. Del sistema de ecuaciones (2-2) se puede despejar la impedancia (2-3) y tensión (2-4) equivalentes de Thévenin:

$$\bar{Z}_{th} = \frac{\bar{V}_2 - \bar{V}_1}{\bar{I}_1 - \bar{I}_2} \tag{2-3}$$

$$\bar{E}_{th} = \frac{\bar{V}_2\bar{I}_1 - \bar{V}_1\bar{I}_2}{\bar{I}_1 - \bar{I}_2} \tag{2-4}$$

2.1.2 Sistema equivalente para estudios de protecciones

Otro método indirecto para el cálculo de parámetros equivalentes de Thévenin, es desarrollado mediante la representación de una red de transmisión a través del modelo de red de dos puertas [33]. Suponiendo el caso que se quiere realizar un análisis de estabilidad en una línea la cual está conectada a la red en sus dos extremos, el circuito equivalente de Thévenin que se requiere debe estar conectado a estos dos extremos a diferencia de la Figura 2-1 donde el equivalente solo es aplicado en un extremo de la red. Ante esta situación es correcto suponer un circuito de análisis como el de la Figura 2-2 en el cual contempla la interconexión entre dos sistemas enmallada, teniendo en cuenta que los sistemas eléctricos de potencia buscan mejorar su confiabilidad y seguridad evitando contar con líneas de transmisión radiales donde una contingencia N-1 pueda ocasionar una interrupción del suministro demandado.

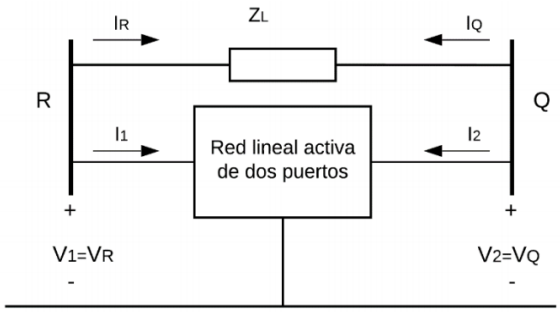

Figura 2-2 Línea de transmisión a analizar modelada por red de dos puertas [33].

Para la aplicación de los parámetros equivalentes de Thévenin, se calculan en ambos extremos dos fuentes de tensión y tres impedancias equivalentes como se muestra en la Figura 2-3. El cálculo de estos parámetros requiere por lo menos de un sistema de cinco ecuaciones para obtener los parámetros de secuencia positiva. Los valores de las impedancias son obtenidos por medio de la matriz de admitancia de la porción de la red que se quiere modelar a través del circuito equivalente. Una vez obtenidos los valores de impedancia se obtienen los valores de las fuentes de tensión en cada extremo.

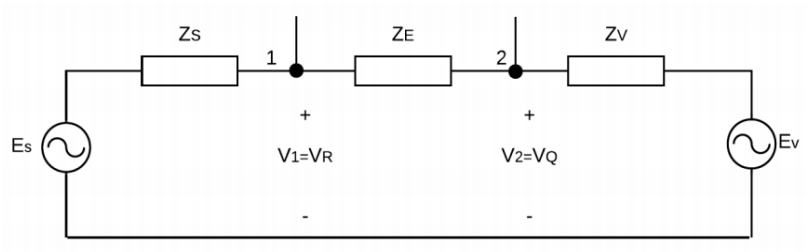

Figura 2-3 Modelo de red de dos puertos para equivalente de Thévenin [33].

A continuación, en la unidad 2.2 y 2.3 se presentan los conceptos teóricos y la metodología encontrada en la literatura [1] [2] para la aplicación de modelos reducidos en un sistema eléctrico de potencia.

2.2 Equivalente de Thévenin del sistema visto por un nodo de generación

El objetivo de la reducción equivalente de Thévenin vista por un nodo de generación del sistema es simplificar los cálculos relacionados con el análisis de estabilidad en tiempo real. Para ello se propone un algoritmo para la estimación de parámetros equivalentes Thévenin, reduciendo al sistema como se muestra en la Figura 2-4, el cual mediante mediciones sincrofasoriales obtenidas desde la barra de un generador, se logra estimar el equivalente de Thévenin del sistema convirtiendo la red en un modelo reducido de dos máquinas.

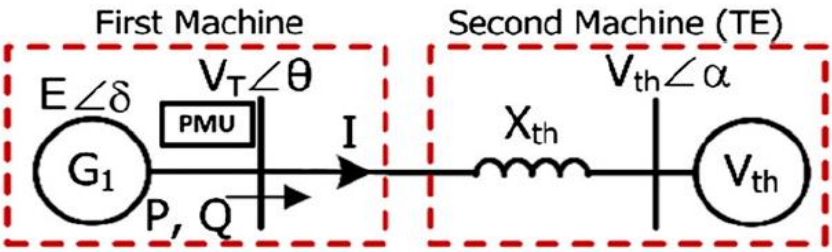

Figura 2-4 Modelo reducido de dos máquinas basado en los parámetros equivalentes Thévenin (TE) [1].

En la Figura 2-4, E representa la tensión interna del generador, δ es el ángulo de rotor del generador, V_t, θ, I, P, Q, representa la tensión, ángulo de la tensión, corriente, potencia activa y potencia reactiva que son registradas por una unidad de medición sincrofasorial (PMU). Por otro lado, V_{th} , X_{th} y α es la tensión, reactancia y ángulo de tensión equivalentes de Thévenin respectivamente.

Suponiendo que todos los generadores en un sistema eléctrico de potencia son equipados con PMU, el ángulo de rotor de cada generador δ , puede ser calculado mediante las lecturas obtenidas por la unidad de medición fasorial y la reactancia transitoria X'_d respectiva mediante la siguiente ecuación.

$$\bar{E} = \overline{V_T} + j\bar{I}X'_d \tag{2-5}$$

Tomando el fasor intensidad de corriente medido en la barra del generador como referencia en la Figura 2-4, se obtiene la siguiente ecuación:

$$V_T\angle\theta - jX_{th}I = V_{th}\angle\alpha \tag{2-6}$$

Si se separan las partes real e imaginaria de la ecuación (2-6) se obtiene que:

$$V_T \cos\theta = V_{th}\cos\alpha \tag{2-7}$$

$$V_T \sin\theta - X_{th}I = V_{th}\sin\alpha \tag{2-8}$$

Los parámetros equivalentes V_{th} , X_{th} y α son variables desconocidas en las ecuaciones (2-7) y (2-8), por lo que no es posible resolver el sistema de ecuaciones directamente con el fin de encontrar estas incógnitas. El método propuesto para resolver los parámetros desconocidos es mediante el uso de la serie de mediciones observada en el tiempo. En primer lugar, se realiza una estimación inicial de los parámetros equivalentes de Thévenin, luego los parámetros estimados son corregidos para alcanzar sus valores exactos mediante un método recursivo basado en el uso de la matriz jacobiana y la integración de nuevas mediciones en las ecuaciones. El algoritmo propuesto comienza con la estimación inicial de V_{th} a partir de un promedio de sus valores máximos y mínimos posibles. Si V_{th} se asume que es conocida, se puede resolver la ecuación (2-7) para encontrar el valor de α como lo expresa la siguiente ecuación:

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{V_T\cos\theta}{V_{th}}\right) \tag{2-9}$$

La condición necesaria para obtener una solución para la ecuación (2-9) es:

$$\left|\frac{V_T\cos\theta}{V_{th}}\right| \leq 1 \tag{2-10}$$

Como resultado:

$$V_{th} \geq V_T|\cos\theta| \tag{2-11}$$

Por lo tanto, un valor mínimo de V_{th} es posible encontrarlo a partir de la ecuación (2-11). Cuando el generador produce potencia reactiva, el valor máximo para V_{th} puede asumirse equivalente a V_t.

2.2.1 Algoritmo para el cálculo de parámetros equivalentes Thévenin On-line

A continuación, se establecen una serie de pasos para el cálculo de los parámetros equivalentes Thévenin en línea:

Paso 1: Se realiza una estimación inicial de V_{th} para la i-ésima medición fasorial. Esta estimación es nombrada V_{th}^i y puede ser obtenida del promedio de sus valores máximos y mínimos como se presenta a continuación:

$$V_{th}^i = \frac{V_{th}^{i,min} + V_{th}^{i,max}}{2} = \frac{V_T^i|\cos\theta| + V_T^i}{2} \tag{2-12}$$

La estimación inicial de X_{th}^{i} y α_i es calculada mediante las ecuaciones (2-8),(2-9) y (2-12) obteniendo:

$$X_{th}^{i} = \frac{V_T^i \sin\theta_i - V_{th}^i \sin\alpha_i}{I_i} \tag{2-13}$$

$$\alpha_i = \cos^{-1}\left(\frac{V_T^i \cos\theta_i}{V_{th}^i}\right) \tag{2-14}$$

Paso 2: Para la siguiente medición fasorial las variables V_{th}^{i+1}, X_{th}^{i+1} y α_{i+1} están disponibles. Con los nuevos valores de las mediciones disponibles se realiza una nueva estimación de los valoren mínimos y máximos de V_{th} de la de la forma:

$$V_{th}^{i+1,max} = V_T^{i+1,max} \tag{2-15}$$

$$V_{th}^{i+1,min} = {V_T}^{i+1}|\cos\theta_{i+1}| \tag{2-16}$$

El resto del algoritmo depende del siguiente criterio:

- Si $V_{th}^{i+1,min} \leq V_{th}^{i} \leq V_{th}^{i+1,max}$, entonces seguir al paso tres.
- De caso contrario, establecer $i = i + 1$ y volver al paso uno.

De esta manera, se garantiza que la condición de la red y sus correspondientes parámetros equivalentes Thévenin no cambian considerablemente durante dos mediciones consecutivas para el paso siguiente.

Paso 3: Las potencias activas y reactivas transferidas desde el terminal generados hacia la red se pueden obtener a partir de las ecuaciones (2-17) y (2-18) respectivamente.

$$P = \frac{V_T V_{th}}{X_{th}} \sin\lambda \tag{2-17}$$

$$Q = \frac{{V_T}^2 - V_T V_{th} \cos\lambda}{X_{th}} \tag{2-18}$$

Donde $\lambda = \theta - \alpha$. Para la medición $i + 1$, los valores exactos de las potencias activa y reactiva medidos por la unidad de medición fasorial se comparan con los calculados por las ecuaciones (2-17) y (2-18), empleando los parámetros equivalentes Thévenin estimados para la i medición.

El cálculo de las desviaciones de potencia activa (ΔP_{i+1}) y reactiva (ΔQ_{i+1}) son obtenidas a partir de las ecuaciones (2-19) y (2-20).

$$\Delta P_{i+1} = P_{i+1}^{Pmu} - \frac{V_T^{i+1} V_{th}^{i}}{X_{th}^{i}} \sin\lambda_i \tag{2-19}$$

$$\Delta Q_{i+1} = Q_{i+1}^{Pmu} - \frac{\left(V_T^{i+1}\right)^2 - V_T^{i+1} V_{th}^{i}}{X_{th}^{i}} \cos\lambda_i \tag{2-20}$$

Donde $\lambda_i = \theta_i - \alpha_i$ y el superíndice PMU indica que la medición es extraída de la lectura sincrofasorial. Como el criterio del paso dos se asegura que las condiciones del sistema permanecen estables durante dos mediciones consecutivas, si la i-ésima estimación de los parámetros equivalentes Thévenin es precisa, el cálculo de (2-19) y (2-20) debe ser cero. En caso contrario el algoritmo entra al paso cuatro.

Paso 4: Para la mejora de los parámetros estimados, se forma una matriz jacobiana. Para este propósito, se estudian los cambios diferenciales en las potencias activas u reactivas debido a cambios en los parámetros equivalentes Thévenin. El cambio diferencial total de las ecuaciones (2-17) y (2-18) respecto a las variables desconocidas están dados por:

$$dP = \left(\frac{V_T V_{th}}{X_{th}}\cos\lambda\right)d\lambda + \left(\frac{V_T}{X_{th}}\sin\lambda\right)dV_{th} - \left(\frac{V_T V_{th}}{X_{th}^2}\sin\lambda\right)dX_{th} \tag{2-21}$$

$$dQ = \left(\frac{V_T V_{th}}{X_{th}}\sin\lambda\right)d\lambda - \left(\frac{V_T}{X_{th}}\cos\lambda\right)dV_{th} - \left(\frac{V_T^2 - V_T V_{th}}{X_{th}^2}\cos\lambda\right)dX_{th} \tag{2-22}$$

El diagrama fasorial equivalente relativo a los posibles cambios diferenciales en los parámetros equivalentes Thévenin para las mediciones i e $i+1$ se presentan en la Figura 2-5.

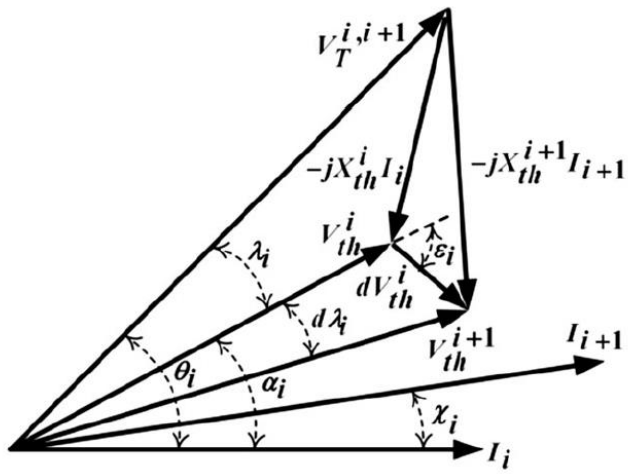

Figura 2-5 Diagrama fasorial del cambio diferencial en los parámetros Thévenin equivalentes [1].

De la Figura 2-5 se puede obtener lo siguiente:

$$d\bar{V}_{th}^{i} = j(X_{th}^{i}\bar{I}_i - X_{th}^{i+1}\bar{I}_{i+1}) \tag{2-23}$$

Si $X_{th}^{i+1} = X_{th}^{i} + dX_{th}^{i}$, entonces:

$$d\bar{V}_{th}^{i} = j\left(X_{th}^{i}\bar{I}_i - \left(X_{th}^{i} + dX_{th}^{i}\right)\bar{I}_{i+1}\right) = jX_{th}^{i}(\bar{I}_i - \bar{I}_{i+1}) - jdX_{th}^{i}\bar{I}_{i+1} \tag{2-24}$$

Como el criterio del paso dos implica que el valor de $\bar{I}_i - \bar{I}_{i+1}$ es pequeño, el primer término de la ecuación (2-24) es despreciable comparado con el segundo término, entonces (2-24) puede ser simplificada tomando la forma:

$$d\bar{V}_{th}^{i} = -jdX_{th}^{i}\bar{I}_{i+1} \tag{2-25}$$

De acuerdo a la Figura 2-5, $d\bar{V}_{th}^{i}$ puede ser calculado de:

$$d\bar{V}_{th}^{i} = -jdX_{th}^{i}I_{i+1}\cos\varepsilon_i \tag{2-26}$$

Mientras el estado de operación del generador no cambie, la diferencia entre dos mediciones sucesivas de la corriente del generador es despreciable, de esta forma, el ángulo χ_i es mucho menor en comparación con $\frac{\pi}{2} + \alpha_i$. Así, ε_i puede ser calculado como:

$$\varepsilon_i \approx \frac{\pi}{2} + \alpha_i \tag{2-27}$$

Sustituyendo la ecuación (1-23) en las ecuaciones (2-21) y (2-22) y organizando las ecuaciones en forma de matriz es posible obtener la matriz jacobiana J_i, la cual puede ser obtenida mediante los parámetros equivalentes Thévenin estimados en el paso uno y las mediciones en el paso 2.

$$J_i = \frac{V_T^{i+1}}{X_{th}^i}\begin{pmatrix} V_{th}^i \cos\lambda_i & -I_{i+1}\cos\varepsilon_i \sin\lambda_i - \frac{V_{th}^i}{X_{th}^i}\sin\lambda_i \\ V_{th}^i \sin\lambda_i & I_{i+1}\cos\varepsilon_i \cos\lambda_i - \frac{V_{th}^{i+1} - V_{th}^i}{X_{th}^i}\cos\lambda_i \end{pmatrix} \tag{2-28}$$

El cambio diferencial en $d\lambda_i$ y dX_{th}^i puede ser obtenido de:

$$\begin{pmatrix} d\lambda_i \\ dX_{th}^i \end{pmatrix} = (J_i)^{-1}\begin{pmatrix} \Delta P_{i+1} \\ \Delta Q_{i+1} \end{pmatrix} \tag{2-29}$$

Los parámetros equivalentes X_{th}^{i+1}, V_{th}^{i+1} y α_{i+1} pueden ser obtenidos de la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} X_{th}^{i+1} &= X_{th}^i + dX_{th}^i \\ V_{th}^{i+1} &= V_{th}^i - dX_{th}^i I_{i+1}\cos\varepsilon_i \\ \alpha_{i+1} &= \alpha_i + d\alpha_i = \alpha_i - d\lambda_i \end{aligned} \tag{2-30}$$

Como $\alpha_i \approx \theta_{i+1} - \lambda_i$ y $d\theta_{i+1} = 0$, entonces $d\alpha_i = -d\lambda_i$. Por lo tanto, se realiza una corrección de los parámetros estimados para la $i+1$ medicion. El algoritmo vuelve a la etapa dos para la siguiente medición, y el proceso de repite nuevamente. Cada medición nueva tiene un efecto corrector sobre las estimaciones anteriores. Si se produce un cambio significativo en la condición del sistema de potencia, los parámetros equivalentes Thévenin anteriores se guardan y una nueva estimación inicial se realiza con base en el criterio del paso dos.

2.2.2 Técnica de predicción de inestabilidad Out-Of-Step online

Una de las aplicaciones para obtener los parámetros equivalentes Thévenin online es la detección de inestabilidad por pérdida de sincronismo por parte de la unidad generadora. De esta forma, emplea una técnica de detección OOS predictivo en línea, el cual se desarrolla basado en el concepto de EAC (Equal-Area-Criterion).

Los principales requisitos para el empleo del EAC en una red multimáquina, con el fin de emplearlo para la detección de inestabilidad OOS, es la disponibilidad de obtener las curvas $P - \delta$ (Potencia activa suministrada y ángulo de rotor del generador) del sistema en condiciones de falla y post falla, de esta manera se busca comparar las áreas de aceleración y desaceleración. Sin embargo, debido a las oscilaciones Inter máquina, la obtención de estas curvas se torna sumamente dificultoso. Otro requisito que es necesario para predecir la inestabilidad del generador es determinar si el ángulo de rotor alcanza el punto de equilibrio inestable o UEP (Unstable-Equilibrium-Point). La determinación de esta característica aumenta la estabilidad dinámica y frecuencia de la red.

La principal contribución de la técnica seleccionada para el análisis de la estabilidad es la predicción de las curvas $P - \delta$ del generador durante la falla. De esta forma, tan pronto cuando la falla es despejada antes de comenzar las oscilaciones inter máquina, se emplean técnicas de reducción de la red y la predicción OOS.

Mediante el uso del algoritmo para la estimación de los parámetros de Thévenin equivalentes (TE) online, la velocidad y la precisión de la técnica propuesta solo queda limitada a la tasa de muestreo de las mediciones proporcionadas por la PMU. El algoritmo propone, que, si se compara con la detección de inestabilidad por medio de relés de protección OOS basados en el análisis de la trayectoria de la impedancia, este responde relativamente más rápidamente producto que la técnica empleada es capaz de predecir la OOS de cada generador sólo en unos pocos ciclos después de la perturbación, que es considerablemente más rápido que el tiempo en la que el ángulo del rotor del generador se encuentra con la UEP.

Además, la técnica propuesta es independiente de los cambios en las configuraciones del sistema de alimentación, no se requiere ninguna configuración especial en los dispositivos del sistema y no se requieren medidas adicionales, excepto las locales. Por otra parte, a pesar de los métodos convencionales basados en EAC, el método empleado no asume ninguna simplificación en el modelo de generador y de sus sistemas de control.

Técnica EAC convencional:

Tal como se abordó en la unidad 1.3.1, la técnica basada en el criterio de igualdad de áreas se origina de la ecuación de oscilación:

$$M\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e \tag{2-31}$$

Para una máquina conectada a una barra infinita (SMIB), M es el momento de inercia. P_m y P_e es la potencia mecánica de entrada y la potencia eléctrica de salida respectivamente. En la Figura 2-6 se encuentran las condiciones operativas del sistema ante una perturbación, estas son representadas como condición pre falla (PF), condición de falla (F) y condición post falla (PS). En la condición PF, $P_m = P_e$ y el ángulo de rotor es δ_o. Durante la condición F, el área de aceleración A_1 es obtenido y δ_o incrementa hasta δ_C.

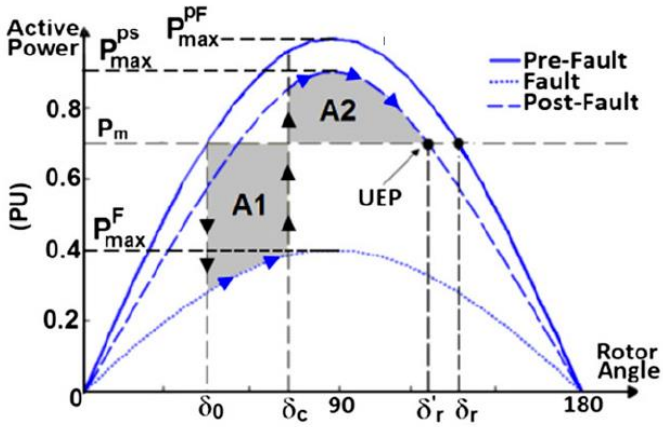

Figura 2-6 Curva Potencia-Ángulo de rotor de un generador para representar concepto EAC [1].

Cuando la falla es despejada, la operación PF comienza y el área de desaceleración A_2 aparece. Si $A_2 \geq A_1$, entonces el generador se mantiene estable, de lo contrario es inestable. La UEP es la intersección de P_m y la curva P_e^{PS} (P_e - δ). Para el cálculo de estas áreas y la evaluación de la estabilidad del generador, tanto el ángulo del rotor del generador como las curvas de la potencia-ángulo en condiciones de F y PS son requeridas.

Método predictivo de inestabilidad OOS online:

La técnica de predicción OOS se basa en el cálculo directo del área de aceleración A_1, durante la condición de falla y la estimación del área de desaceleración A_2 tan pronto como el fallo es despejado de la estimación de la curva $P_e^{PS}(P_e$ - $\delta)$. Luego, utilizando el concepto de EAC, se determina si el generador puede volver a una condición estable o se vuelve inestable. La curva $P_e^{PS}(P_e$ - $\delta)$ se estima a partir de la red enfoque TE. El empleo del enfoque de la estimación TE es válida producto que el tiempo de estimación es menor que la constante de tiempo de la dinámica del sistema de alimentación, los parámetros de la red de TE puede suponerse constante durante este intervalo. Además, el intervalo de estimación es muy corto (60 ms) suponiendo que la tasa de muestreo de la PMU es de 20 ms por lo que se requieren tres mediciones para la estimación. Por otro lado, las oscilaciones Inter máquina comienzan más tarde que el tiempo de estimación y no afectan al rendimiento técnica propuesta.

Por lo tanto, es posible emplear el método propuesto en sistemas multimáquina como en sistemas SMIB. Los criterios para implementar el método se detallan a continuación:

1. Suponiendo que todos los generadores cuentan con unidades de medición fasorial para medir los fasores de tensión y corriente. El ángulo de rotor de cada generador δ puede ser calculado por medio de la tensión en la barra, la corriente, y la reactancia transitoria:
   $\bar{E} = \overline{V_T} + j\bar{I}X'_d$ (2-32)

2. Para cada generador, los parámetros de la red en el punto TE del sistema eléctrico se calculan en tiempo real. Esto reduce todo el sistema a su TE representado por una fuente de tensión equivalente de Thévenin V_{th} y la reactancia X_{th} como se muestra en Figura 2-4. Las curvas $P_e - \delta$

de la red reducida podrían ser aproximadas con una curva sinusoidal $P_{max}\sin(\alpha-\theta)$. La potencia máxima P_{max} es la capacidad máxima de potencia transferida la cual es equivalente a:

$$P_{max} = \frac{V_T\, V_{th}}{X_{th}} \tag{2-33}$$

Tal como es mostrado en la Figura 2-6, P_{max} no es constante y depende de las condiciones operativas del generador. Dado que los parámetros TE se estiman en tiempo real, el valor de P_{max} está disponible en cualquier momento sobre la base del enfoque de reducción de la red.

3. Una falla es detectada cuando el valor de P_{max} decrece significativamente comparado con su valor previo para la condición PF como se muestra en Figura 2-4 ($P_{max}^{F} \ll P_{max}^{PS}$). El área de aceleración A_1 durante el Angulo δ_o y δ_C es calculado directamente usando el método de integración trapezoidal discreto:

$$A_1 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(2P_m - P_e{}^{i} - P_e{}^{i+1})\Delta\delta_i \tag{2-34}$$

En la ecuación (2-34), P_m se asume que es constante e igual a P_e antes de la perturbación, tal que $i=1$ y $i=n$ corresponden a las posiciones δ_o y δ_C respectivamente. El valor de P_e es calculado por la PMU y está disponible en cada fasor registrado. La integración continúa hasta que el valor de P_{max} aumenta nuevamente debido al despeje de la falla, de esta forma el generador entra en la condición PS.

4. Tan pronto como la falla es despejada y antes de iniciar las oscilaciones inter máquina, las curvas PS (P_e - δ) son estimadas. La estimación se realiza mediante la construcción de modelo reducido de dos máquinas para cada generador en la red. Como se muestra en la Figura 2-4, para este modelo, la primera máquina (G1) es el generador cuya estabilidad debe ser evaluada y el segundo es el modelo TE red visto en el punto de la interconexión G1. Para el modelo reducido, la curva PS (P_e - δ) puede estimarse mediante $P_{max}^{PS}\sin(\alpha-\theta)$ como se muestra en la Figura 2-6. P_{max}^{PS} es la capacidad máxima de potencia transferida PS y se puede definir como:

$$P_{max}^{PS} = \frac{V_T V_{th}^{PS}}{X_{th}^{PS}} \tag{2-35}$$

Donde V_{th}^{PS} y X_{th}^{PS} son los parámetros equivalentes Thévenin en el estado operativo PS. El valor del área de desaceleración A_2 puede ser estimado de la siguiente forma:

$$A_2 = \int_{\delta_c}^{\delta_r'}(P_{max}^{PS}\sin\delta - P_m)d\delta \tag{2-36}$$

En el cual δ_r' es la intersección entre P_m y la curva P^{PS}(P_e - δ), el cual corresponde al punto UEP. La estimación temprana de la curva PS es importante desde dos aspectos. En primer lugar, los efectos negativos de las oscilaciones inter máquina son aliviados porque estas oscilaciones comienzan a veces más tarde si el tiempo de estimación es corto. En segundo lugar, es posible predecir la inestabilidad del generador antes que su ángulo de rotor se encuentra con el UEP.

Un criterio para distinguir el estado operativo del generador mediante las mediciones sincrofasoriales se propone a continuación:

$$Condición = \begin{cases} F, P_{max} < 0.6P_{max}^{PF} \\ PS, P_{max} > 0.8P_{max}^{PF} \ \wedge \ A_1 \neq 0 \end{cases} \tag{2-37}$$

El criterio presentado en la ecuación (2-37) es validado por la literatura en el cual se extrajeron los algoritmos de estimación TE y predicción de estabilidad OOS online [1].

Para contrastar los resultados operativos del algoritmo predictivo de estabilidad OOS online versus la operación de los relés de protección convencionales OOS, a continuación, se investiga el funcionamiento los relés de protección por pérdida de sincronismo.

2.2.3 Análisis operativo de relés de protección convencionales por función OOS

La función de protección por inestabilidad OOS es operada por el relé de protección de distancia (21), el cual analiza continuamente el comportamiento de la impedancia vista por el relé y su trayectoria en el tiempo, con el fin de detectar si las oscilaciones de potencia debido a una perturbación en el sistema son estables o no.

Protección de distancia (21)

Durante un evento de oscilación de potencia, el relé de distancia tiene la capacidad de medir la impedancia vista por sus terminales, por medio de la lectura de las variables de tensión y corriente a través de sus TTPP y TTCC. La trayectoria del desplazamiento de la impedancia se ve plasmada en el plano $R - X$, dando orden de disparo a su respectivo interruptor de potencia en el caso de que ingrese a sus zonas de operación, instantáneamente o durante un tiempo determinado según sea el caso. Las configuraciones de las zonas de protección de este relé son las siguientes:

- Se habilita cuatro zonas de operación con característica cuadrilátera tanto para fallas entre fases como fase a tierra. La primera zona (Z1) considera ajustes en dirección hacia adelante con operación instantánea y un alcance del 85% de la menor reactancia de línea, considerando acoplamiento mutuo de secuencia cero.
- La Segunda zona (Z2) considera ajustes en dirección hacia adelante y un alcance del 120% de la mayor reactancia de la línea, considerando acoplamiento mutuo de secuencia cero.
- Algunos modelos de relés permiten la configuración Z1B para la correcta operación de la lógica de subalcance permisivo (PUTT) de la función de teleprotección. Esta zona se ajusta con los mismos valores de la segunda zona (Z2) y con operación instantánea.
- Para el resto de zonas superiores el ajuste depende de las necesidades del proyecto donde se implemente el relé en función de la coordinación que se desea. En algunos relés la quinta zona (Z5) normalmente se utiliza para la función de oscilación de potencia. Esta zona considera un

alcance del 120% de los ajustes de tercera zona en dirección adelante y se ajusta con tiempo infinito de operación.

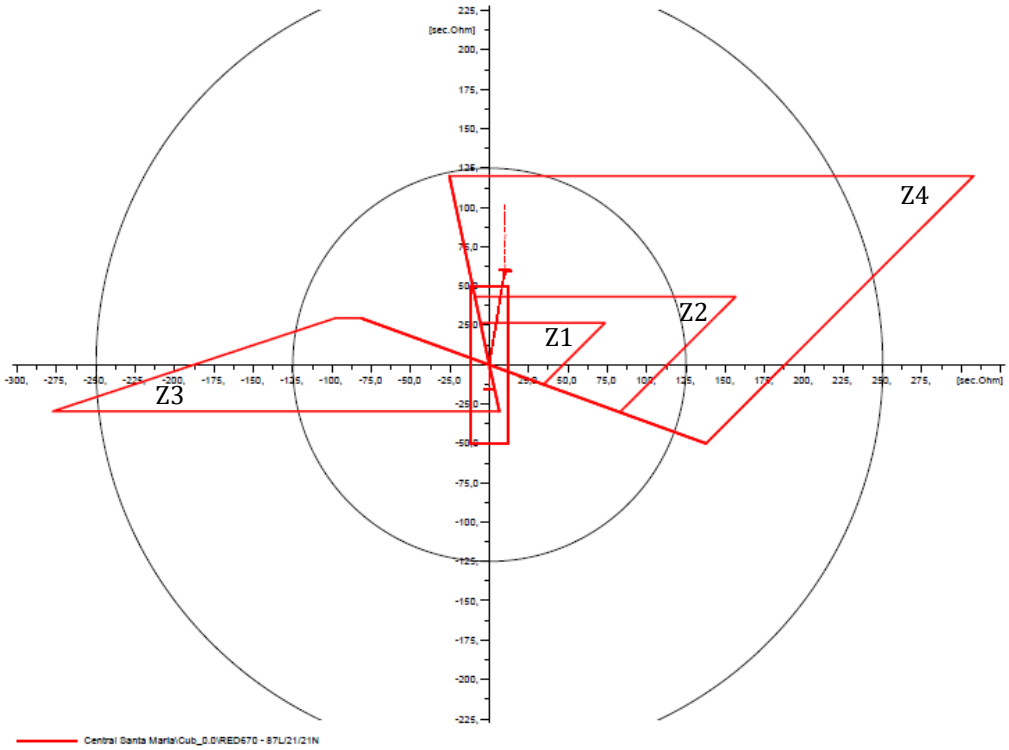

Figura 2-7 Configuración de zonas relé ABB RED670 S/E Santa María paño J1.

En la Figura 2-7 se muestra un ejemplo de la configuración de las zonas de operación del relé de protección distancia marca ABB RED670, ubicado en la subestación Santa María en el paño J1. En la imagen se puede observar la característica cuadrilateral de las zonas en plano $R - X$ visto por el secundario de los transformadores. En el primer cuadrante del plano se encuentran las zonas Z1, Z2 y Z3 con direccionalidad directa, por otro lado, en el tercer cuadrante se encuentra la zona Z4 el cual tiene direccionalidad inversa. Si se aplicara un blinder contra oscilaciones de potencia se establecería una Z5 la cual es un 120% mayor a Z3.

Métodos convencionales de detección de oscilaciones de potencia en el relé de distancia

Los métodos convencionales asociados a al relé de protección de distancia se basan en la medición de magnitudes eléctricas de corriente y tensión de las 3 fases, ya sea del estator de un generador o de un extremo de línea.

Los métodos básicos para la detección de oscilación de potencia son [34]:

- La tasa de cambio de la impedancia.
- El cálculo continuo de la impedancia.

Tasa de cambio de la impedancia

Uno de los métodos para la detección de oscilaciones de potencia en funciones de protección distancia, es la tasa de variación de la impedancia vista por el relé, distinguiendo de esta manera si el sistema está bajo una condición de falla o de una oscilación de potencia. Esto se logra midiendo el tiempo Δt que tarda la impedancia vista en atravesar dos zonas características concéntricas de impedancia o dos rectas paralelas a la impedancia de línea llamadas blinders, separadas una magnitud ΔR representadas en la Figura 2-9.

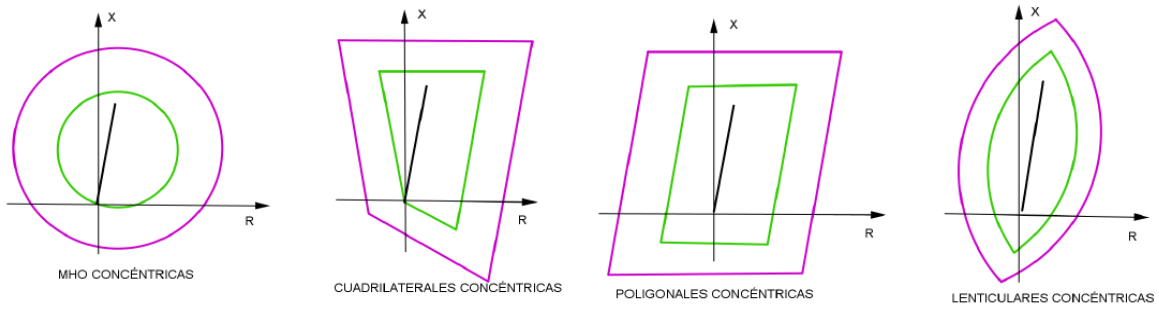

Figura 2-8 Características concéntricas de formas de funciones de protección en el plano de impedancias $R - X$ [35].

Si el tiempo $\Delta t = t_2 - t_1$ es mayor al ajustado ΔT, la función de protección considera que es una oscilación de potencia, en el caso contrario, se considera como un cortocircuito.

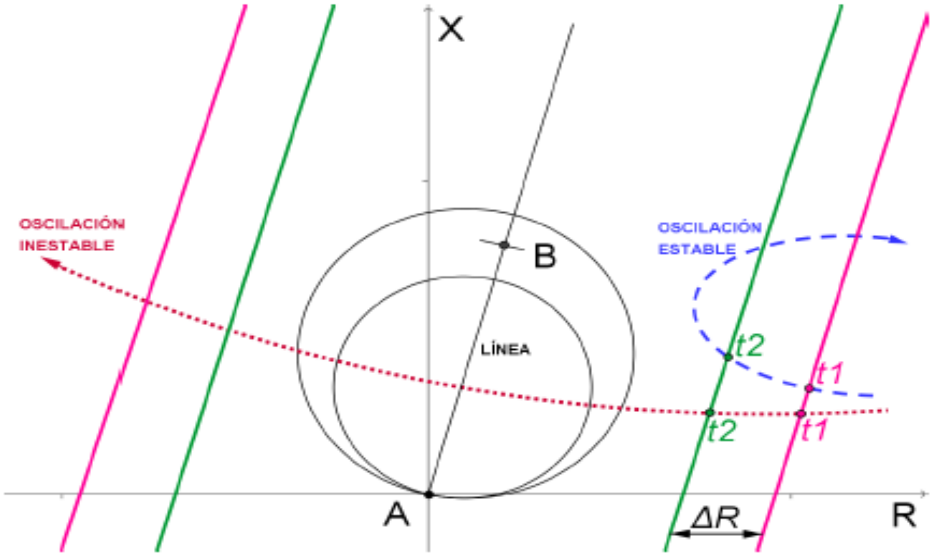

Figura 2-9 Blinders para detección de oscilaciones de potencia. [35]

La función de protección OOS genera un disparo ante la detección de una oscilación de potencia inestable en el sistema.

Cálculo continuo de la impedancia

Este método determina una condición de oscilación de potencia basado en la impedancia vista por el relé, midiendo en forma continua. La definición empleada de medición en forma continua se refiere a una comparación continua en intervalos de tiempo constante.

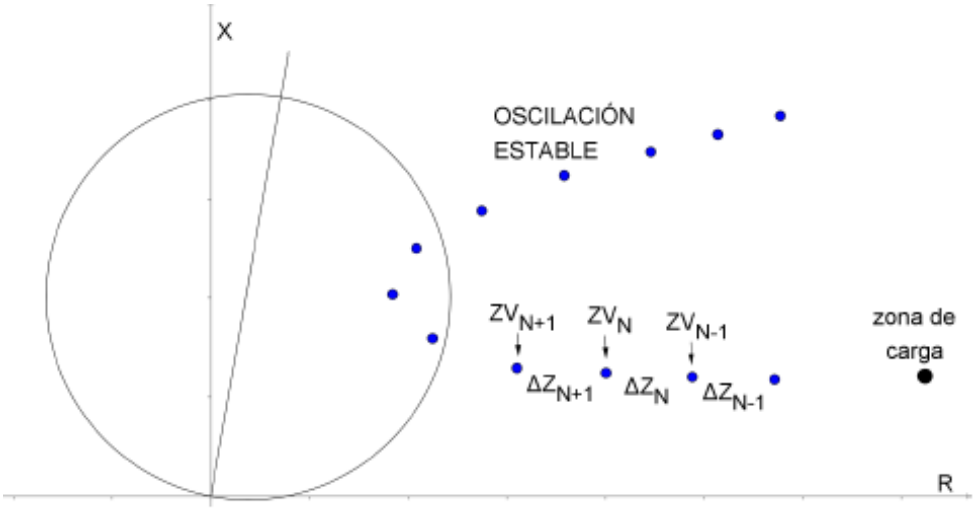

Figura 2-10 Cálculo continuo de la impedancia [35]

Esquema de operación de cálculo continuo de impedancia:

- En N-1: Se calcula ZV_{N-1}.
- En N:
  - Se calcula ZV_N.
  - Se predice $ZV_{N+1,(Esperada)}$, a partir de ZV_N, ZV_{N-1} y Δt.
- En N+1:
  - Se calcula ZV_{N+1}.
  - Se compara ZV_{N+1}con $ZV_{N-1,(Esperada)}$.
  - Se determina si hay oscilación de potencia.
  - Se predice $ZV_{N+1,(Esperada)}$, a partir de ZV_{N+1}, ZV_N y Δt.

2.3 Modelo de reducción equivalente aplicado en interconección radial

A continuación, se expone un método basado en la medición para la construcción de un modelo reducido, representando la ruta de transferencia de energía de un sistema interconectado radialmente, empleando los fasores de tensión en la barra y la corriente de línea en la trayectoria de transferencia. El método resulta bastante práctico gracias a la disponibilidad de unidades de medición sincrofasorial [36] [37].Con las mediciones obtenidas, se extraen los componentes oscilatorios inter-área en las variables de tensión y frecuencia sometidas a una perturbación, logrando extrapolar las impedancias e inercias del sistema más allá de las barras medidas. A partir de un modelo de pequeña perturbación, se

obtienen las amplitudes de oscilación inter área en las barras, y mediante un trabajo matemático obtiene un sistema equivalente de dos máquinas. Se debe destacar que el algoritmo que emplea el modelo de reducción equivalente no depende de la información individual ni el nivel de modelación de cada componente en el sistema a reducir, ya que se basa en mediciones de PMU.

Suponiendo que se tiene un sistema de potencia de transferencia de energía radial, el cual interconecta dos áreas y en cada área existen múltiples máquinas fuertemente conectadas con una estructura de interconexión arbitraria como el que se muestra en la Figura 2-11(a), el modelo dinámico inter-área de dos máquinas y su representación clásica es representado por la Figura 2-11(b).

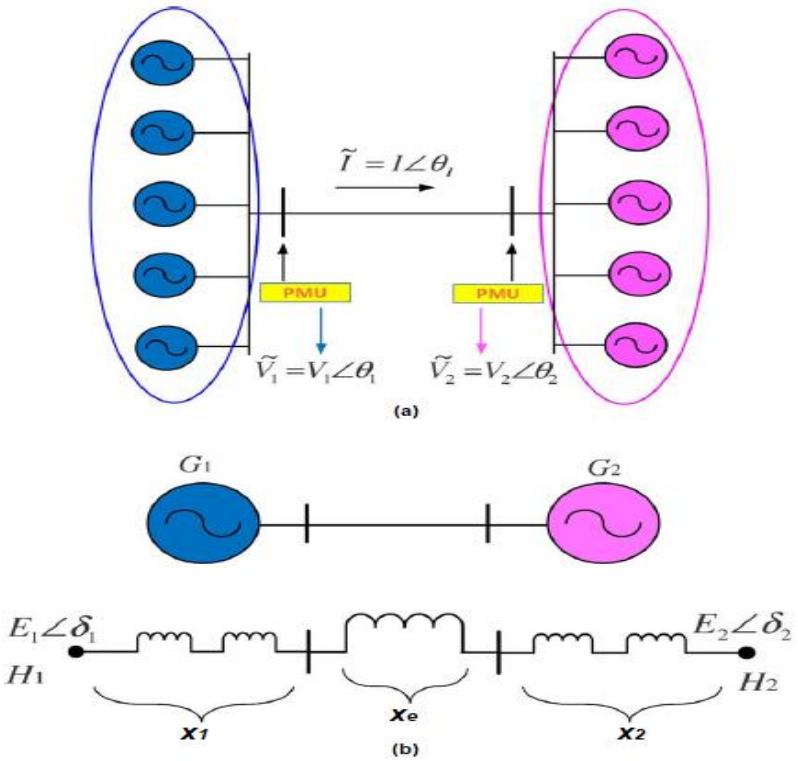

Figura 2-11 Equivalencia dinámica de un sistema de dos áreas. (a) Sistema eléctrico de potencia de dos áreas. (b) Sistema equivalente inter área de dos máquinas [38].

El modelo dinámico reducido, consta de dos generadores agregados $G1$ y $G2$ los cuales representan las combinaciones coherentes de los generadores fuertemente conectados en cada área respectiva. Las inercias equivalentes de estas maquias agregadas son $H1$ y $H2$. Las máquinas agregadas están interconectadas por medio de transformadores equivalentes los cuales tienen reactancias x_{T1} y x_{T2} a los terminales de la barra uno y dos. El sistema reducido de dos áreas es bastante útil para la representación de una trayectoria de transferencia radial en un sistema de gran potencia, en la que un área coherente exporta energía a la otra área coherente. Los fasores de tensión en las barras uno y dos son representados por:

$$\tilde{V}_i = V_i\angle\theta_i, \quad i = 1,2 \tag{2-38}$$

La línea de transmisión entre la barra uno y dos, se asume sin pérdidas con una reactancia jx_e. La corriente de línea desde la barra uno a la barra dos es $\tilde{I} = I\angle\theta_I$, en el cual se asume que $G1$ suministra

potencia a $G2$ el cual se asume como carga. En caso de que la reactancia de línea entre las barras uno y dos no sea conocida, se puede calcular mediante la ecuación siguiente:

$$x_e = \frac{\widetilde{V_1} - \widetilde{V_2}}{\tilde{I}} \tag{2-39}$$

Para la representación del modelo clásico, las tensiones internas de los generadores $G1$ y $G2$ son representadas como:

$$\widetilde{E_1} = E_1\angle\delta_1, \quad \widetilde{E_2} = E_2\angle\delta_2 \tag{2-40}$$

Las reactancias totales que interconectan los nodos de tensión internos del generador a los terminales de las barras uno y dos son:

$$x_i = j(x_{Ti} + x'_{di}), \quad i = 1,2 \tag{2-41}$$

En la cual x'_{d1} y x'_{d2} son la reactancia transitoria equivalente del eje directo de $G1$ y $G2$ respectivamente. La reactancia total de la ruta de transferencia esta dado por:

$$\bar{x} = x_1 + x_e + x_2 \tag{2-42}$$

El modelo electromecánico de cada generador agregado, despreciando la amortiguación puede ser escrito como:

$$\delta_i = \Omega(\omega_i - \omega_s), \quad 2H_i\dot{\omega}_i = P_{mi} - P_{ei}, \quad i = 1,2 \tag{2-43}$$

En el cual $\Omega = 2\pi f_n$, f_n es la frecuencia nominal del SEP y ω_s es la velocidad síncrona de rotor del generador. ω_i, P_{mi}, P_{ei}, son respectivamente, la velocidad angular de rotor, la potencia mecánica de entrada y la potencia eléctrica de salida para el i-ésimo generador. Todas las cantidades son por unidad a excepción de los ángulos de fase que están en radianes. Asumiendo que, las configuraciones del sistema permanecen sin cambio bajo la escala de tiempo del modo inter-área en cada área respectiva, las dos ecuaciones de oscilación en (2-43) se pueden combinar para formar el siguiente sistema de segundo orden:

$$\dot{\delta} = \Omega\omega, \quad 2H\dot{\omega} = P_m - P_e \tag{2-44}$$

En el cual:

$$P_m = \frac{H_2P_{m1} - H_1P_{m2}}{H_1H_2}, \quad P_e = \frac{E_1E_2}{\bar{x}} \tag{2-45}$$

Donde $H = \frac{H_1H_2}{H_1+H_2}$ es la inercia equivalente, $\delta = \delta_1 - \delta_2$ y $\omega = \omega_1 - \omega_2$. Suponiendo que las mediciones de la PMU de tensión, corriente y frecuencia de barra están disponibles en la barra uno y dos, entonces el planteamiento del problema se centra en la obtención del modelo reducido como el de la Figura 2-11(b).

2.3.1 Algoritmo y formulación del problema

Dadas las variables medidas $V_1, \theta_1, V_2, \theta_2, I$ y θ_I por unidades de medición fasorial en la Figura 2-11(a), las cuales exhiben unos pocos ciclos de oscilaciones inter-área de las zonas interconectadas, se requiere el cálculo de E_i, δ_i, x_i, H_i tal que $i = 1,2$ y x_e para representar el comportamiento dinámico inter-área

del sistema entre dos áreas a través del modelo de orden reducido del sistema de dos máquinas agregadas de la Figura 2-11(b).

E_1 y E_2 pueden ser calculados si x_1 y x_2 son conocidos. Por lo tanto, el problema de estimación anterior se refiere como el modelo de estimación inter-área (IME), el cual se reduce a la estimación de cuatro cantidades a resolver x_1, x_2, H_1, H_2. A continuación, se presentan los algoritmos por los cuales estos cuatro parámetros se pueden identificar de las oscilaciones inter-área de tensión y frecuencia capturados por las unidades de medición fasorial en la trayectoria de transferencia radial.

Algoritmo para la estimación de la reactancia subtransitoria en los generadores agregados

Sin pérdida de generalidad, se fija la referencia del sistema reducido en el nodo interno del generador agregado $G2$, y se asume $\delta_2 = 0$ y $\delta_1 = \delta$. Por otra parte, el cálculo del fasor de tensión en cualquier punto P con una reactancia Jx del generador $G2$ (o equivalentemente a una distancia Jx de $G2$ si la reactancia está uniformemente distribuida a lo largo de la ruta de transferencia), puede ser escrito como:

$$\tilde{V} = aE_1(\cos\delta + j\sin\delta) + E_2(1-a) \tag{2-46}$$

En el cual la reactancia normalizada de la barra dos hasta el punto P es:

$$a = \frac{x}{x_1 + x_e + x_2} \tag{2-47}$$

La magnitud de $\tilde{V}(x)$ se denota como:

$$V \triangleq |\tilde{V}| = \sqrt{c + 2E_1E_2((a-a^2)\cos\delta)}, \quad c = (1-a)^2E_2^2 + a^2E_2^2 \tag{2-48}$$

Considerando un análisis a pequeña perturbación en el sistema, y linealizando las ecuaciones (2-44) y (2-48) alrededor de un punto de equilibrio ($\delta_o, \omega_o = V_{ss}$), cualquier cambio en V (2-48) puede escribirse como:

$$\Delta V(a,t) = \frac{-E_1E_2\sin\delta_o\,(a-a^2)}{V(a,\delta_o)}\Delta\delta(t) \tag{2-49}$$

La ecuación (2-49) es de suma importancia ya que el jacobiano de la ecuación se compone de dos partes. La primera parte corresponde al numerador el cual está en función de la reactancia normalizada a, y la segunda parte es el denominador el cual representa la magnitud de la barra en estado estable para el punto P. De la ecuación (2-49) se obtiene que:

$$V_n \triangleq \Delta V(a,t)\,V(a,\delta_o) = Aa(1-a)\,\Delta\delta(t) \tag{2-50}$$

En el cual $A = -E_1E_2\sin\delta_o$. La cantidad V_n de la ecuación (2-50) se representa como la tensión normalizada y es el producto de dos factores. El primer factor $\Delta V(a,t)$ representa la desviación de tensión en el punto P en cualquier instante de tiempo t seguido del punto de equilibrio pre perturbación de la tensión $V(a,\delta_o)$, y el segundo factor representa tensión $V(a,\delta_o)$ equivalente al estado estable. Si una PMU se encuentra el punto P, la tensión normalizada puede ser calculada de las mediciones de las unidades de medición fasorial para cualquier punto de tiempo t^* seleccionado.

El lado derecho de la ecuación (2-50) consiste de una constante A y la evolución hipotética del estado $\Delta\delta(t)$ los cuales son desconocidos, y solo dependen del tiempo t y no de la variable espacial a. Nos

referimos a esto como la propiedad de separación tiempo-espacio, mediante la cual se puede simplificar escribiendo:

$$\frac{V_{n1}(a_1, t^*)}{V_{n2}(a_2, t^*)} = \frac{a_1(1-a_1)}{a_2(1-a_2)} \tag{2-51}$$

Donde V_{n1} y V_{n2} representan a las tensiones normalizadas en la barra uno y dos respectivamente, y t^* es un punto de tiempo fijo seleccionado. La ecuación (2-52) representa las reactancias normalizadas de las barras uno y dos:

$$a_1 = \frac{x_2 + x_e}{x_1 + x_e + x_2}, \quad a_2 = \frac{x_2}{x_1 + x_e + x_2} \tag{2-52}$$

Para generar una segunda ecuación necesitamos otro punto de medición, por lo cual, se requiere de una tercera PMU instalada en alguna barra intermedia entre el recorrido de transferencia de la barra uno y la barra dos, con la reactancia conocida hasta la barra dos. En ese caso, para el mismo instante de tiempo $t = t*$ se puede emplear la siguiente ecuación:

$$\frac{V_{n3}(a_1, t^*)}{V_{n2}(a_2, t^*)} = \frac{a_3(1-a_3)}{a_2(1-a_2)} \tag{2-53}$$

En la cual, a_3 es la reactancia normalizada correspondiente a la tercera barra. En el caso que una PMU real no exista entre el recorrido de las barras uno y dos, una tercera tensión fasorial $\widetilde{V_3}$ puede ser calculada usando la relación:

$$\widetilde{V_3} = \widetilde{V_2} + Jx_{23}\tilde{I} \tag{2-54}$$

Donde x_{23} es la reactancia entre las barras tres y dos, mientras $\tilde{I}$ es la corriente de línea medida por la PMU ubicada en la barra dos.

Gracias al sistema de ecuaciones no lineal formado por las ecuaciones (2-53) y (2-51) , y la aplicación de métodos numéricos para su solución, se obtienen los valores de x_1 y x_2 . Con los resultados obtenidos es posible calcular E_1, δ_1, E_2 y δ_2.

Algoritmo para la extrapolación de la inercia en los generadores agregados

Una vez calculados x_1 y x_2, los parámetros restantes ser calculados son las constantes de inercia H_1 y H_2. Mediante el cálculo de la frecuencia f del modo de oscilación inter-área en la medición de tensión (la cual puede ser obtenida mediante el uso de algoritmos de descomposición modal [39] [40]), la constante de inercia equivalente H puede ser escrita como:

$$H = \frac{E_1 E_2 \cos(\delta_o)\Omega}{2\bar{x}(2\pi f)^2} \tag{2-55}$$

Para el cálculo de calcular H_1 y H_2, se desarrolla una ecuación auxiliar, por medio de la explotación de las frecuencias medidas en las barras uno y dos. Despreciando las pérdidas y los efectos de amortiguación en la máquina, la conservación del momento angular total del sistema de dos máquinas es dado por:

$$L = 2H_1\omega_1 + 2H_2\omega_2 = 2\int(2H_1\dot{\omega}_1 + 2H_2\dot{\omega}_2)dt = \int(P_{m1} - P_{e1} + P_{m2} - P_{e2})dt = 0 \tag{2-56}$$

Por lo cual se obtiene que:

$$\frac{H_1}{H_2} = -\frac{\omega_2}{\omega_1} \tag{2-57}$$

De esta forma, la ecuación (2-57) puede ser usada para resolver H_1 y H_2, solo si la estimación de la velocidad de rotor de las máquinas agregadas es conocida. Para el sistema de dos máquinas, las velocidades angulares ω_1 y ω_2 pueden ser estimadas por medio de las frecuencias de las barras ϑ_1 y ϑ_2, de acuerdo a las ecuaciones:

$$\vartheta_1 = \frac{g_1\omega_1 + h_1(\omega_1 + \omega_2)\cos(\delta_1 - \delta_2) + k_1\omega_2}{g_1 + 2h_1\cos(\delta_1 - \delta_2) + k_1} \tag{2-58}$$

$$\vartheta_2 = \frac{g_2\omega_1 + h_2(\omega_1 + \omega_2)\cos(\delta_1 - \delta_2) + k_2\omega_2}{g_2 + 2h_2\cos(\delta_1 - \delta_2) + k_2} \tag{2-59}$$

Donde:

$$g_1 = E_1^2(1-\rho_1)^2, \quad h_1 = E_1E_2\rho_1(1-\rho_1), \quad k_1 = \rho_1^2E_2^2, \quad \rho_1 = \frac{x_1}{\bar{x}} \tag{2-60}$$

$$g_2 = E_1^2(1-\rho_2)^2, \quad h_2 = E_1E_2\rho_2(1-\rho_2), \quad k_2 = \rho_2^2E_2^2, \quad \rho_2 = \frac{x_1 + x_e}{\bar{x}} \tag{2-61}$$

Las ecuaciones (2-58) y (2-59) son obtenidas de la ecuación (2-46). Si se considera $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{Im(V)}{Real(V)}\right)$, y se deriva θ en función del tiempo, se puede obtener $\vartheta = \dot{\theta}$ en función de la reactancia normalizada a. Ya que la frecuencia de las barras están disponibles en las mediciones de las unidades de medición fasorial, se puede estimar ω_1 y ω_2 empleando las ecuaciones (2-58) y (2-59), luego se puede despejar H_1 y H_2 formando un sistema de ecuaciones entre la ecuación (2-57) y la ecuación:

$$H = \frac{H_1H_2}{H_1 + H_2} \tag{2-62}$$

2.3.2 Sistema reducido de tres áreas inerconectadas en estrella.

Suponiendo que se tiene un sistema eléctrico de potencia, en el cual tres grandes áreas están interconectadas en forma de estrella, se puede realizar la reducción de estas áreas por medio de la estimación del modelo inter-área. De esta forma se obtiene un sistema equivalente reducido como el de Figura 2-12.

La formulación básica del problema para la estimación de las reactancias equivalentes en los generadores agregados, es similar al algoritmo presentado en el modelo de una interconexión radial. Empleando mediciones sincrofasoriales provistos por las unidades de medición fasorial disponibles en las barras uno, dos, tres y cuatro, se calculan las reactancias entre el nodo interno del i-ésimo generador agregado y el nodo de la interconexión estrella, las que se aprecian a continuación:

$$\sigma_i = x_{ei} + x_{Ti} + x_{di} = x_{ei} + x_i \quad i = 1,2,3 \tag{2-63}$$

El problema entonces se resume en estimar x_1, x_2, x_3 y las constantes de inercia equivalentes en cada generador agregado H_1, H_2, H_2 por medio del procesamiento de registros sincrofasoriales de tensión y frecuencia. El detalle del algoritmo para encontrar estas variables se puede encontrar en la literatura [38].

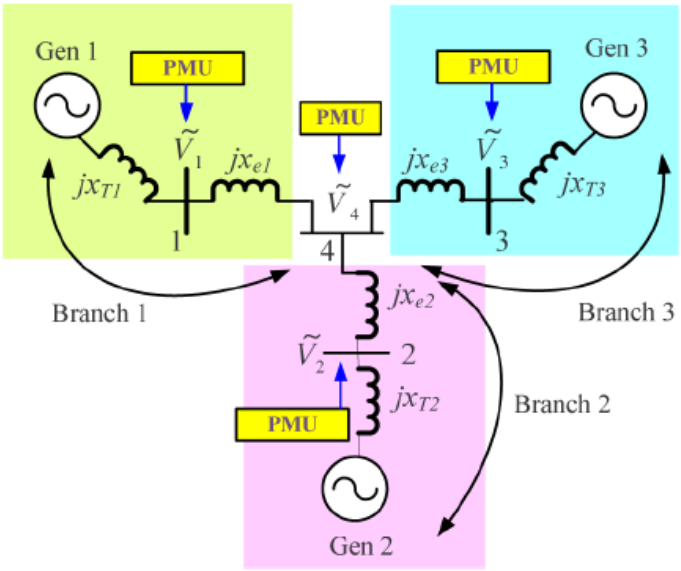

Figura 2-12 Sistema eléctrico de potencia de tres zonas interconectadas en estrella [38].

2.3.3 Métodos para la descomposición modal de una señal

Los problemas debido a la oscilación de variables eléctricas en un sistema de potencia son muy comunes. Para mitigar estos problemas, las oscilaciones deben ser estudiadas e identificadas de manera oportuna. Existen dos enfoques para identificar las oscilaciones en un SEP:

1. El primer enfoque se basa en el uso de un modelo dinámico detallado del sistema, el cual permite identificar y realizar un análisis de los valores propios o modelamiento el espacio de estados. Sin embargo, el modelamiento detallado de un SEP de gran extensión es sumamente complicado y propenso a errores.
2. El segundo enfoque se basa en medición es para la identificación de modos de oscilación.

Por medio de mediciones obtenidas por PMU, es posible identificar los modos de oscilación electromecánicos de una señal. Existen varios métodos para la estimación e identificación de los modos de oscilación, por ejemplo, el uso de filtros de Kalman, la estimación de mínimos cuadrados, el método ERA (Eigensystem Realization Algorithm), método de Prony, entre otros.

El método polinomial de Prony es uno de los métodos más comunes, basado en la identificación de modos oscilatorios por medio de la medición. Sin embargo, con el desarrollo tecnológico y de computo, se han desarrollado diferentes métodos, los cuales se ha demostrado que logran una mayor tolerancia al ruido en la señal muestreada. Una de estos métodos es el MPM (Matrix Pencil Method) o también llamado GPOF (Generalized Pencil-Of-Function).

A continuación, se detallan los conceptos teóricos en el cual se fundamenta el MPM, el cual se emplea en el algoritmo de la descomposición modal de la tensión y frecuencia visto en el capítulo 2.3 para el modelo de estimación inter-área (IME).

Análisis MPM (Matrix Pencil Method)

Supiendo que se tiene una señal observada en el tiempo de la forma:

$$y(t) = x(t) + n(t) \approx \sum_{i=1}^{N} R_i e^{S_i t} + n(t), \quad 0 \leq t \leq T \tag{2-64}$$

En la cual $y(t)$ es la señal observada en el tiempo, $n(t)$ el ruido en el sistema, $x(t)$ es la señal sin ruido, R_i es el residuo o amplitud compleja de la señal, $S_i = -\alpha_i + j\omega_i$ es el factor que representa el factor de amortiguación α y la frecuencia angular ω. Posterior al muestreo de la señal, la variable de tiempo t es remplazada por kT_s, donde T_s representa el periodo de muestreo. Por lo que la señal muestreada puede ser escrita como:

$$y(kT_s) = x(kT_s) + n(kT_s) \approx \sum_{i=1}^{M} R_i z_i^k + n(kT_s), \quad k = 0,1, \dots, N-1 \tag{2-65}$$

$$z_i = e^{S_i T_s} = e^{(-\alpha_i + j\omega_i)T_s}, \quad i = 1,2, \dots M \tag{2-66}$$

El objetivo, es encontrar la mejor estimación de M, R_i y S_i para una secuencia de muestras de una señal contaminada con ruido de la forma $y(kT_s)$. Para la estimación de estas variables se observa que un problema es un problema no lineal. Para resolver estas incógnitas se emplea el método de la matriz lápiz, el cual encuentra los polos z_i de la señal muestreada como solución de un problema de valor propio general. En contraste con el método polinomial de Prony el cual le resulta difícil encontrar raíces de un polinomio para $M \geq 50$, en este método no existe una limitación práctica para el numero de polos que se puedan encontrar, siendo más eficiente computacional mente y mejor en las propiedades estadísticas para la estimación de los polos [39].

En general, dadas dos matrices $Y_1 \in \mathbb{C}^{mxn}$, $Y_2 \in \mathbb{C}^{mxn}$, el grupo de matrices de la forma $Y_2 - \lambda Y_1$ ($\lambda \in \mathbb{C}$) se define como una matriz lápiz [41]. Para implementar método de la matriz lápiz, primero se analiza la señal muestreada sin ruido, teniendo en cuenta lo anterior se forma una matriz rectangular Hankel nombrada Y, la cual es formada por las N muestras de la señal x a descomponer ($x[n], n = 1, \dots, N$) y p es el parámetro lápiz de la matriz. El parámetro p es muy útil para eliminar algunos efectos del ruido en los datos. La importancia de este parámetro entra en escena cuando tratamos con datos ruidosos. La matriz Hankel se representa como:

$$[Y] = \begin{bmatrix} x[1] & x[2] & \cdots & x[p] & x[p+1] \\ x[2] & x[3] & \cdots & x[p+1] & x[p+2] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x[N-p] & x[(N-p)+1] & \cdots & x[N-1] & x[N] \end{bmatrix}_{(N-p)\times(p+1)} \tag{2-67}$$

La matriz de la ecuación (2-67) se usa para crear las matrices Y_1 e Y_2. La matriz Y_1 se construye a partir de la eliminación de la última columna de la matriz Hankel Y, mientras que la matriz Y_2 se construye de la eliminación de la primera columna de la matriz Y. De esta forma se obtiene que:

$$[Y_1] = \begin{bmatrix} x[1] & x[2] & \cdots & x[p] \\ x[2] & x[3] & \cdots & x[p+1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x[N-p] & x[(N-p)+1] & \cdots & x[N-1] \end{bmatrix}_{(N-p)\times p} = [Z_1][R][Z_2] \tag{2-68}$$

$$[Y_2] = \begin{bmatrix} x[2] & \cdots & x[p] & x[p+1] \\ x[3] & \cdots & x[p+1] & x[p+2] \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x[(N-p)+1] & \cdots & x[N-1] & x[N] \end{bmatrix}_{(N-p)\times p} = [Z_1][R][Z_0][Z_2] \tag{2-69}$$

Donde:

$$[Z_1] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_m \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ z_1^{(N-p-1)} & z_2^{(N-p-1)} & \dots & z_m^{(N-p-1)} \end{bmatrix}_{(N-p)\times M} \tag{2-70}$$

$$[Z_2] = \begin{bmatrix} 1 & z_1 & \dots & z_1^{(p-1)} \\ 1 & z_2 & \dots & z_2^{(p-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & z_M & \dots & z_m^{p-1} \end{bmatrix}_{M\times p} \tag{2-71}$$

$$[Z_0] = diag[z_1, z_2, \dots, z_M] \tag{2-72}$$

$$[R] = diag[R_1, R_2, \dots, R_M] \tag{2-73}$$

Ahora consideramos la matriz lápiz como:

$$[Y_2] - \lambda[Y_1] = [Z_1][R]\{[Z_0] - \lambda[I]\}[Z_2] \tag{2-74}$$

En la ecuación (2-74) $[I]$ representa una matriz identidad $M \times M$. Se puede demostrar que en general, el rango de $\{[Z_0] - \lambda[I]\}$ es M, puesto que $M \leq p \leq (N - M)$ [42] [43]. Sin embargo, si $\lambda = z_i$ tal que $i = 1,2, \dots M$, i-ésima fila de $\{[Z_0] - \lambda[I]\}$ es cero, y el rango de la matriz es $M - 1$. Por lo tanto, los polos z_i pueden ser encontrados con un valor propio generalizado del par de matrices $\{[Y_2], [Y_1]\}$. De esta forma el problema puede resolverse como un problema de valor propio ordinario:

$$z_i = \{[Y_1^+][Y_2] - \lambda[I]\} \tag{2-75}$$

Donde $[Y_1^+]$ es la matriz pseudo inversa Moore-Penrose de la matriz $[Y_1]$, y se define por la siguiente ecuación:

$$[Y_1^+] = \{[Y_1]^H[Y_1]\}^{-1}[Y_1]^H \tag{2-76}$$

El super índice H en la ecuación (2-76) representa que la matriz es de Hermite, la cual por definición es una matriz cuadrada de elementos complejos que tiene la característica de ser igual a su propia transpuesta conjugada.

En presencia de ruido, es necesario aplicar un prefiltrado a la señal, por lo que se emplea el método total de mínimos cuadrados (TLS) en la matriz lápiz [43] para combatir el ruido. Para la

implementación del método se incluye en ruido en la matriz Henkel $[Y]$, y se calcula $[Y_1]$ e $[Y_2]$ nuevamente.

El siguiente paso, es el cálculo de la descomposición del valor singular (SVD) de la matriz Henkel, en la cual ahora se integra el ruido [44]. La matriz $[Y]$ entonces adquiere la forma:

$$[Y] = [U][\Sigma][V]^H \tag{2-77}$$

En la ecuación (2-77), $[U]$ y $[V]$ son matrices unitarias compuestas de vectores propios de la matriz $[Y][Y]^H$ y $[Y]^H[Y]$ respectivamente. La matriz $[\Sigma]$ es la matriz diagonal que contiene los valores singulares de $[Y]$ tal que:

$$[\Sigma] = [U]^H[Y][V] \tag{2-78}$$

La elección del parámetro M se realiza en esta etapa. Se observan los valores sigulares a lo largo de la matriz $[\Sigma]$, prestando atención a los valores donde se hacen cero. Luego se consideran los valores singulares σ_c tal que:

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{max}} = 10^{-\rho} \tag{2-79}$$

En el cual ρ representa el nimero de dígitos decimales significantes en el dato de la señal medida. Los valores singulares para los cuales la razon de la ecuación (2-79) es menor a $10^{-\rho}$, se consideran como ruido, por lo que no se concideran para la renconstrucción de la señal. Por otro lado, si todos los valores singulares evaluados en la razon $\frac{\sigma_c}{\sigma_{max}}$ no muestran un decaimento, la modelacion de los datos por una suma de exponenciales complejo se denomina que no es correcta. De esta forma se puede corroborar si la descomposición modal es coherente o no.

Considerando la matriz "filtrada", la matriz $[V]'$ es construida tal que solo contiene los M vectores dominantes singulares izquierdos correspondientes a la matriz $[V]$:

$$[V]' = [v_1, v_1, \dots, v_M] \tag{2-80}$$

Los vectores singulares derechos desde $M + 1$ a L, corresponden a los valores singulares pequeños que son descartados. Por consiguiente:

$$[Y_1] = [U][\Sigma'][V_1']^H \tag{2-81}$$

$$[Y_2] = [U][\Sigma'][V_1']^H \tag{2-82}$$

Donde la matriz $[V_1']$ se obtiene eliminando la última fila de $[V]'$, la matriz $[V_2']$ se obtiene eliminando la primera fila de $[V]'$, y la matriz singular $[\Sigma']$ se obtiene mediante las M columnas de $[\Sigma]$, correspondientes a los M valores singulares dominantes.

Por lo tanto, la descomposición modal para un caso sin ruido es de la forma:

$$\{[Y_2] - \lambda[Y_1]\} \Rightarrow \{[Y_1^+][Y_2] - \lambda[I]\}_{MXM} \tag{2-83}$$

Análogamente para el caso de una señal con ruido, la matriz de valores propios es:

$$\{[V_2']^H - \lambda[V_1']^H\} \Rightarrow \{[V_1']^H\}^+\{[V_2']^H\}^+ - \lambda[I] \tag{2-84}$$

Una vez que M y z_i son conocidos, el reciduo R_i puede calcularse de el siguiente problema de mínimos cuadrados:

$$\begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_m \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ z_1^{(N-1)} & z_2^{(N-1)} & \dots & z_m^{(N-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_M \end{bmatrix} \tag{2-85}$$

Con todos los datos obtenidos, se pueden calcular los parámetros individuales de los modos oscilatorios de la señal. Donde α es el coeficiente de amortiguación, f la frecuencia del modo de oscilación, A_i y θ la amplitud y la fase del modo respectivalemte:

$$\alpha_i = \frac{log|z_i|}{T_s} \tag{2-86}$$

$$f_i = 2\pi\omega_i = \frac{\tan^{-1}\left(\frac{Im(z_i)}{Real(z_i)}\right)}{2\pi T_s} \tag{2-87}$$

$$A_i = |R_i| \tag{2-88}$$

$$\theta_i = \tan^{-1}\left(\frac{Im(R_i)}{Real(R_i)}\right) \tag{2-89}$$

Finalmente, la expresión de un modo oscilatorio es queda de la forma:

$$ModoOsc_i[n] = A_i e^{\alpha_i(nT_s)} * \cos(2\pi f(nT_s) + \theta_i) \tag{2-90}$$

En el apéndice D.3.1 y D.3.2 se exponen los códigos desarrollados en el software Matlab para obtener la descomposición modal a través del método de la matriz lápiz (MPM). El primer código representa el método MPM para una señal sin ruido. El segundo código representa el método MPM con la aplicación de la descomposición del valor singular (SVD) para señales las cuales se ven afectadas por ruido. Estos códigos son empleados para la descomposición modal de la señal de tensión y frecuencia en el algoritmo expuesto en la sección 2.3.

A continuación, se presentan los resultados preliminares de la aplicación de los códigos desarrollados para la descomposición modal de una señal con ruido por medio de ambos métodos. La señal a descomponer es obtenida de la desviación de tensión resultante de una falla aleatoria en el sistema. Este análisis busca verificar la efectividad de la descomposición modal con ambos métodos insertando ruido a la señal original.

En la Figura 2-13 se aprecian cuatro curvas, la curva azul representa la señal original a la cual se le inserta una componente aleatoria de ruido, la curva amarilla representa la señal resultante posterior a la inyección de ruido en la señal original, la curva roja representa el resultado de la descomposición modal con la aplicación del filtro SVC y la curva verde representa la descomposición modal sin la aplicación del filtro SVC.

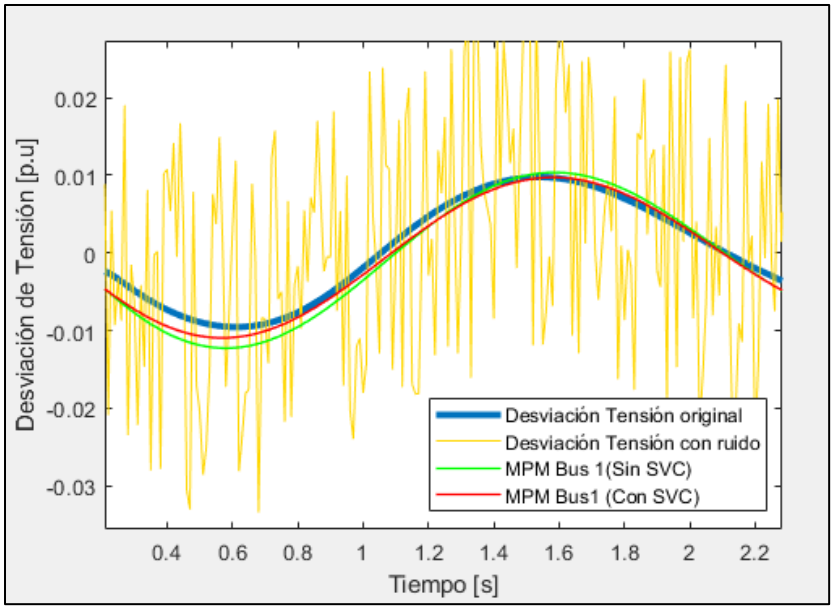

Figura 2-13 Grafico para demostrar efectividad de descomposición modal en una señal con ruido.

Analizando el gráfico se puede concluir que, si bien el método de descomposición modal con filtro SVC tiene mayor semejanza a la señal original, la diferencia de este método con el método sin la aplicación del filtro SVC es muy baja, por lo que ambos métodos son igual de eficientes para la descomposición modal de señales con alta cantidad de ruido extrayendo como resultado su modo oscilatorio dominante.

3 Aplicaciones de registros sincrofasoriales para obtener modelos reducidos

Un fasor es la proyección en un plano complejo de un vector rotatorio con velocidad angular ω, el cual en el instante $t = 0$ forma un ángulo φ con respecto al eje real, y representa las funciones de ondas senoidales en una red eléctrica (tensión o corriente). Los diferentes instantes de tiempo del vector rotatorio definen los máximos de una onda coseno de referencia, generándose un desface entre el fasor que se quiere observar y la onda de referencia.

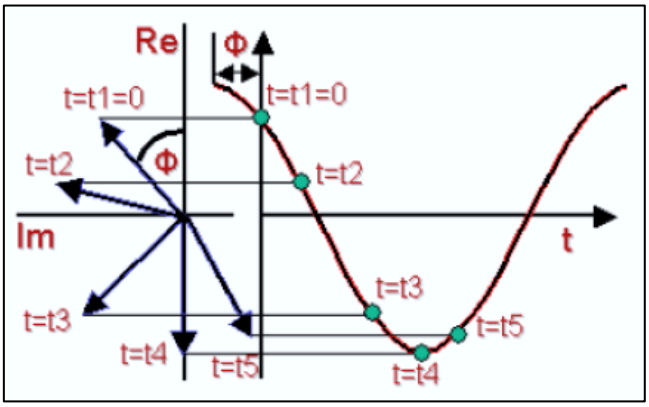

Figura 3-1Proyección en el plano complejo del vector rotatorio equivalente a una onda coseno [45].

Los sincrofasores en términos simples, son mediciones de fasores que están sincronizados bajo la configuración horaria UTC (Universal Time Coordinated) y utilizan una onda coseno de referencia con una frecuencia nominal de 50 o 60 [Hz]. Existen diferentes normativas para adaptar las mediciones de sincrofasores, siendo la norma IEEE C37-118 [46] ampliamente aceptada, brindando métodos para garantizar las mediciones, cuantificar medidas, y normalizar protocolos de comunicación para el traspaso de información en tiempo real. [47]

Con el avance de la tecnología en el procesamiento de señales y equipos, los sincrofasores son una herramienta clave para resolver diversos problemas asociados con la protección de un sistema eléctrico y su automatización. Estos proveen nuevas formas de análisis para pequeñas y grandes perturbaciones, dando cabida al ingreso de aplicaciones de estimación de estado, control y protección [48].

Las aplicaciones en las cuales los sincrofasores se han desarrollado ampliamente son: la estimación de estado multi-área, identificación de modos de oscilación, detección de pérdidas de sincronismo, protección de estabilidad de voltaje y monitoreo de sistemas dinámicos. Uno de los métodos asociados a sus aplicaciones es el control de área amplia en tiempo real (Real-time Wide-Area Control) [49]. En el uso de mediciones fasoriales se destaca la capacidad de resolver la incoherencia del tiempo en los datos distribuidos, colocando un sello de tiempo a los datos y alineando las mediciones respecto a un patrón de tiempo común para el procesamiento. Las categorías en que se pueden clasificar sus aplicaciones son [50]:

- Monitoreo de Sistemas de Potencia (WAM)
- Protección de redes avanzadas (WAP)
- Esquemas de control avanzados (WAMPAC)

3.1 Unidades de medición fasorial (PMU)

El dispositivo encargado de realizar mediciones fasoriales se denomina PMU (Phasor Measurement Unit). La PMU es la encargada de crear una onda coseno con frecuencia nominal del sistema como referencia (50 o 60 [Hz]). La sincronización entre las ondas coseno de referencia de las PMU localizadas en diferentes sectores, debe tener características de precisión altas ya que tan solo 1 [μs] de desfase en la sincronía provoca un error en el ángulo de fase medido de 0,0216° para una red que trabaja en frecuencia nominal de 60 [Hz] y 0,018° para un sistema de 50[Hz] [46]. Una fuente confiable para determinar el tiempo de sincronía es el Sistema de Posicionamiento Global (GPS), el cual consiste en un sistema de 24 satélites como mínimo orbitando la tierra, garantizando la cobertura de mínimo cuatro satélites, este sistema ofrece una precisión de 0,2 [μs].

Los sincrofasores son utilizados principalmente en, la validación de modelos de sistemas eléctricos de potencia, visualización en tiempo real de la red, análisis posterior a contingencias o eventos, entre otros. Sin embargo, el potencial de los sincrofasores no se limita solo ahí, ya que contribuyen de manera confiable las estructuras de control en tiempo real y los esquemas de protección en las cuales se desprenden las siguientes aplicaciones: control de islas, control de fuentes de generación intermitentes e interconexiones de red, detección de inestabilidad de pequeña señal y detección y corrección de inestabilidad de voltaje.

El estado dinámico del sistema se puede observar mediante el estado de las maquinas sincrónicas que lo componen, las cuales se adaptan a diferentes condiciones de operación mientras realizan transferencia de flujos de potencia. Por ello un indicador del desempeño dinámico del sistema, puede medirse en el desplazamiento angular del torque mecánico y el torque eléctrico de la máquina o fasor de voltaje a través de su reactancia transitoria. [51]

3.1.1 Redes sincrofasoriales

Una red fasorial sencilla se puede representar por dos nodos, en el cual, uno de ellos se conecta a una unidad de medición fasorial (PMU) y el segundo nodo se conecta a un concentrador de datos fasoriales (Phasor Concentrator Data, PCD) [52]. La comunicación entre estos dos nodos puede emplear diferentes tipos de tecnologías para la interconexión, siempre y cuando mantenga el protocolo de comunicación descrito en la norma IEEE C37,118. [46]

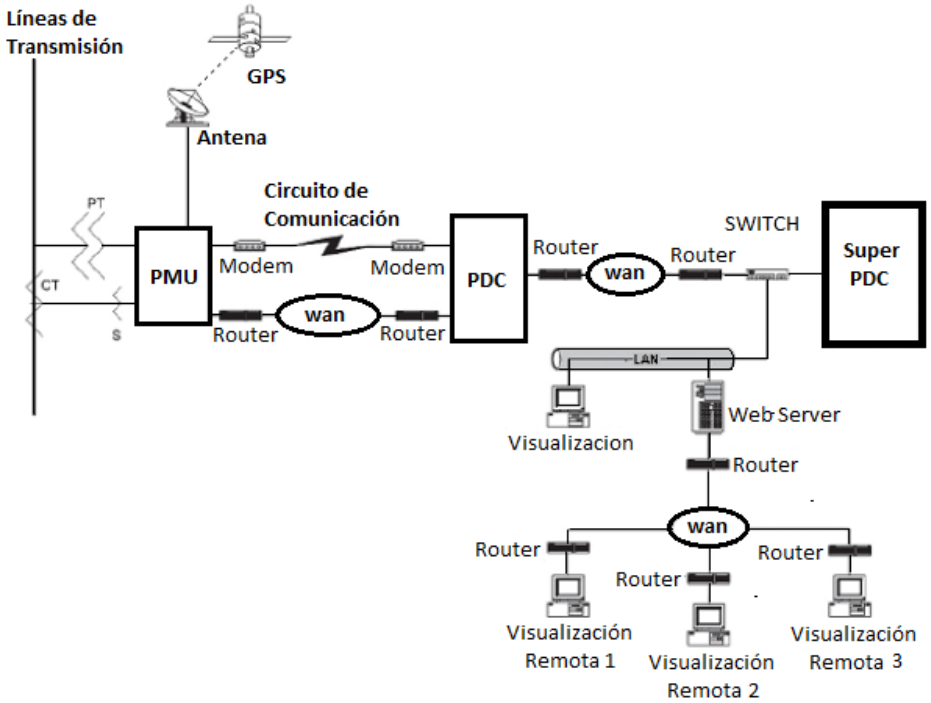

Figura 3-2 Esquema de comunicación típica de una red con PMU y PCD [50].

Los concentradores de datos fasoriales PCD tienen la capacidad de almacenar información, la cual se puede extraer y trabajar para análisis de estudios o eventos en la red. Los PCD posen un determinado número de puertos de salida permitiendo la integración de sistemas SCADA (System Control And Data Acquisition) o sistema EMS (Energy Management System). También es posible conectar un puerto de salida a un computador personal, y mediante el software correspondiente lograr visualizar variables como tensiones, corrientes, potencias activas, potencias reactivas, y frecuencias de un SEP [53]. Una red fasorial típica contempla las siguientes etapas:

- Generación de mediciones
- Sincronización de las mediciones
- Transmisión de información
- Concentrador y procesador de información
- Interfaz Hombre-Máquina

La generación de mediciones consiste en la obtención de un fasor representativo a partir de un muestreo digital obtenido de la red. El método más común para generar mediciones se basa en el muestreo de la onda a frecuencia constante, los múltiplos de frecuencia nominal, la medición del retardo, y la aplicación de transformadas discretas de Fourier sobre las muestras tomadas, obteniendo como resultado un fasor de única frecuencia de paso. Aplicando algunas operaciones sobre el resultado procesado se obtiene la magnitud y fase del fasor representativo de la onda muestreada [48].

3.1.2 Unidad sincrofasorial perteneciente al laboratorio de protecciones eléctricas de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

La escuela de ingeniería eléctrica de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso cuenta con una unidad de medición sincrofasorial PMU, permitiendo la extracción y análisis de datos sincrofasoriales en tiempo real. El sistema de medición, registro y análisis de mediciones consta de los siguientes elementos:

- Relé SEL-751A.
- Reloj satelital SEL-2401.
- PC-Servidor.
- Router.
- Software PMU connection tester.
- Software RealVNC.
- Conexión a internet.

El sistema registra los datos por medio del equipo SEL-751A conectado a la red trifásica de 380 [kV] del laboratorio. Estos datos son captados por el software "PMU Connection Tester", el cual se encuentra montado en un PC-Servidor acondicionado especialmente para este sistema. Mediante el PC-Servidor es posible realizar las siguientes aplicaciones:

- Almacenar los datos adquiridos en un servidor FTP.
- Incluir datos desde otro punto de medición del sistema eléctrico.
- Visualizar los datos en tiempo real.
- Analizar los datos almacenados.

Cabe mencionar que el sistema de registro sincrofasorial está integrado al proyecto "MedFasee", lo que permite no solo extraer información del punto de lectura en el laboratorio, sino que también es posible extraer mediciones sincrofasoriales de diferentes universidades que participan en el proyecto.

Proyecto MedFasee

Medfasee es un proyecto el cual busca proporcionar mediciones sincrofasoriales de libre acceso académico y en tiempo real, promoviendo la investigación en cuanto a fenómenos eléctricos o perturbaciones en el sistema interconectado. Las estaciones de medición que conforman este proyecto son instaladas en la red de baja tensión de las universidades pertenecientes al proyecto Medfasee. Cada estación de monitoreo incluye un Sistema de Posicionamiento Global (GPS), un reloj sincronizado satelitalmente, un sistema de medición fasorial PMU, y un sistema de comunicación de datos.

De esta forma es posible monitorear y estudiar el desempeño dinámico del sistema eléctrico chileno y, con ello, la eficiencia del sistema en su conjunto. Las universidades que conforman la red de estaciones de medición sincrofasorial son: La Universidad de Tarapacá (UTA), La Universidad de Santiago de Chile(USACH), La Universidad de Atacama (UTA), La Pontificia Universidad Católica de Valparaíso(PUCV), La Universidad Tecnológica Metropolitana(UTEM), La Universidad de Talca, La Universidad de Concepción y La Universidad de la Frontera [54].

A continuación, se muestra el sistema de monitoreo del sistema eléctrico en tiempo real por medio de la página web proyecto MedFasee:

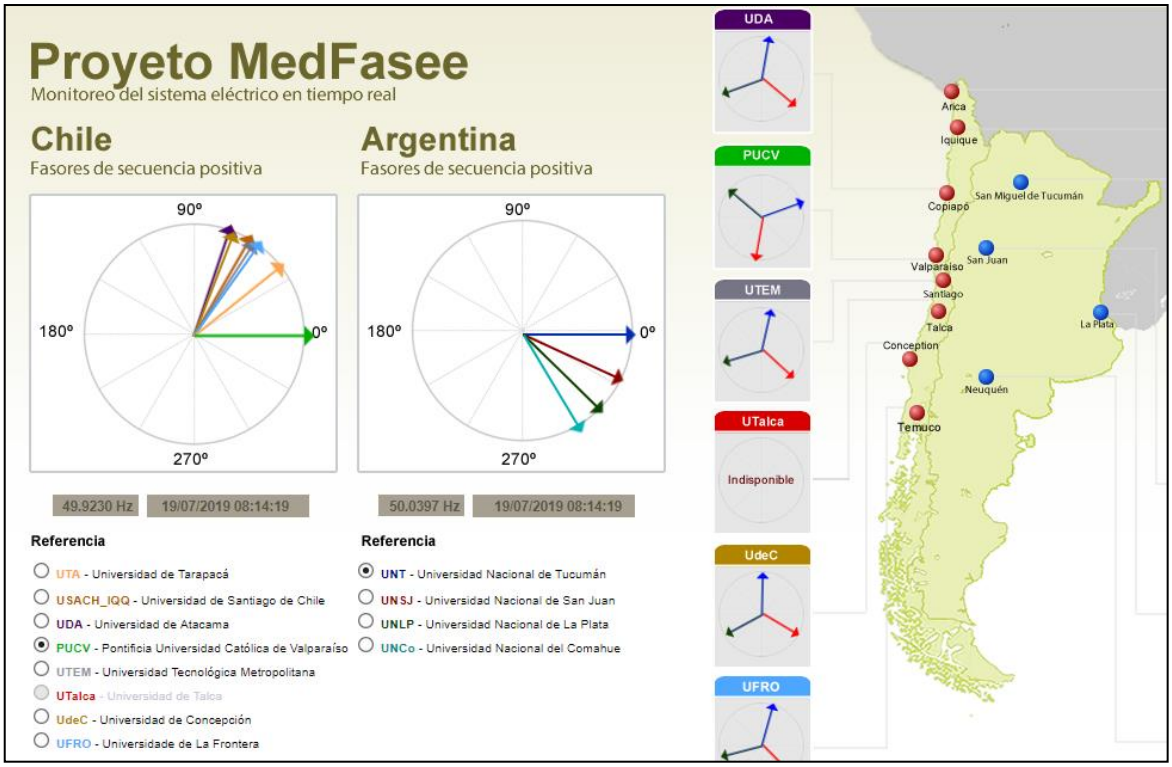

Figura 3-3 Red de monitoreo del sistema eléctrico en tiempo real, proyecto MedFasee [54].

El requerimiento de un concentrador de datos fasoriales (PDC) por las universidades que conforman este proyecto no es un requisito excluyente, esto ocurre debido a que los registros históricos son enviados a un PDC proporcionado por el Laboratorio de Planeamiento de Sistemas de Energía Eléctrica de la Universidad Federal de Santa Catarina (LABPLAN-UFSC), Brasil, el cual también es parte del proyecto MedFasee fortaleciendo las relaciones de cooperación y asistencia inter universidades para la ejecución del proyecto.

Sin embargo, como los algoritmos propuestos en este trabajo requieren mediciones de corriente y potencia medida localmente por la PMU, no es posible emplear las mediciones sincrofasoriales proporcionadas por el Laboratorio de la PUCV ni del proyecto MedFasee. Esto ocurre porque las mediciones mencionadas anteriormente solo toman lecturas del fasor de tensión y su frecuencia. Por otro lado, tener la facilidad de acceso a este tipo de recursos ayuda complementariamente al aprendizaje del funcionamiento de las unidades de medición sincrofasorial y el tratamiento que requieren sus datos exportados.

3.2 Metodología empleada para evaluación de los algoritmos

Para evaluar el desempeño de los algoritmos mencionados en el capítulo 2.2 y 2.3 es necesario disponer de mediciones sincrofasoriales que cumplan con los requisitos y necesidades para su aplicación. Es por ello que se decide trabajar sobre la base de un entorno simulado el cual permita desarrollar eventos de perturbación en sistemas eléctricos de potencia de prueba estándar IEEE.

El software empleado para la simulación de eventos y extracción de datos de los sistemas eléctricos de potencia es DIgSILENT 15.1.7, el cual mediante su herramienta de análisis de estabilidad (Figura 3-4) permite capturar las variables eléctricas de interés en función del tiempo.

Figura 3-4 Herramienta de análisis de estabilidad, DIgSILENT.

Una vez finalizado el tiempo de simulación se procede a exportar las variables eléctricas del software DIgSILENT en formato *.csv, de esta forma es posible acondicionar estas variables en un administrador de bases de datos. Para este trabajo se emplea el software Microsoft Access, el cual facilita la importación de la base de datos dentro del entorno del software Matlab para el procesamiento de los algoritmos. Finalmente se verifica la correcta operación del código desarrollado y los resultados se su aplicación.

A continuación, se presenta el diagrama de flujo que describe la metodología empleada para la validación de los algoritmos.

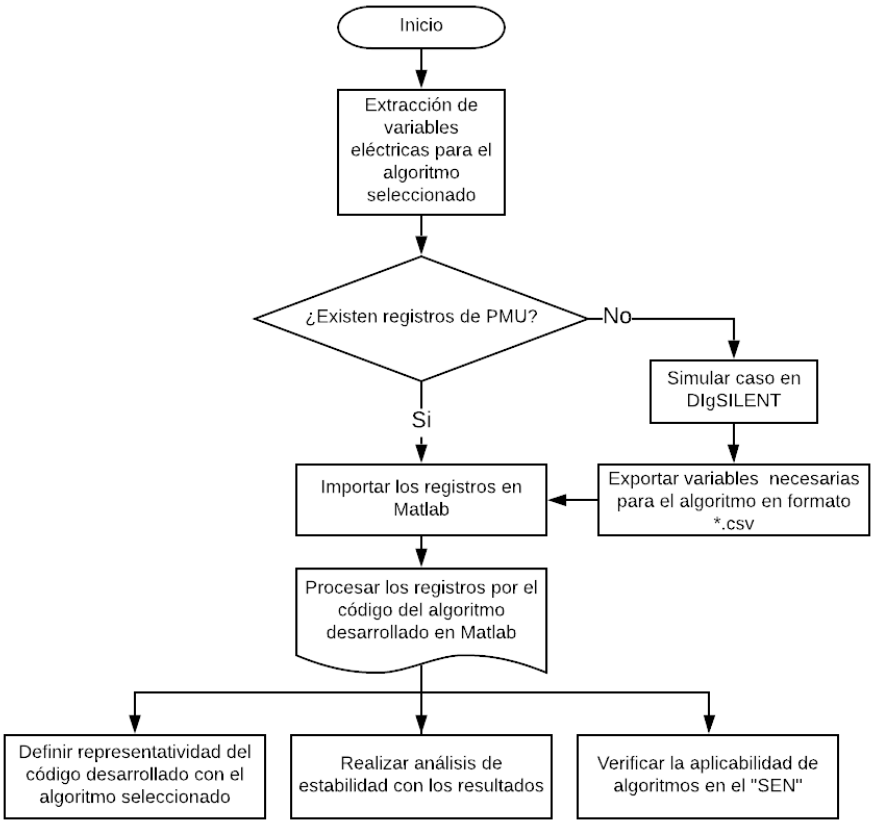

Figura 3-5 Diagrama de flujo de la metodología empleada para el tratamiento de las variables eléctricas.

3.3 Procesamiento de registros mediante los códigos desarrollado en Matlab

En esta sección se detallan las características de los casos simulados en el software DIgSILENT para su posterior procesamiento y extracción de los registros. Luego, se exponen los resultados gráficos de la aplicación de los códigos correspondientes para cada caso.

3.3.1 Algoritmo de reducción equivalente del sistema en un nodo de generación

Para el algoritmo de reducción equivalente del sistema en un nodo de generación presentado en el capítulo 2.2, se emplea el sistema eléctrico de potencia de prueba "IEEE 39-Bus" o también llamado "39 Bus New England System", el cual se puede encontrar en la librería de ejemplos del software DIgSILENT v15.1.7. La estructura de la red es presentada en la Figura 3-6.

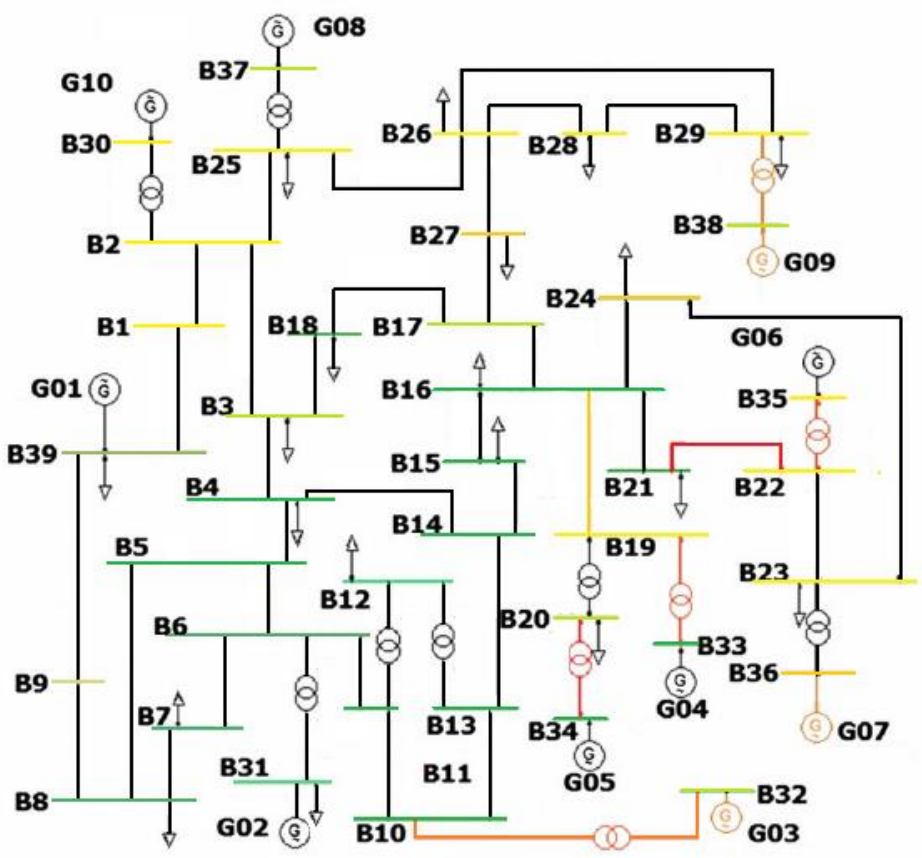

Figura 3-6 39 Bus New England System, DIgSilent.

Las características de los elementos que componen la red de prueba" 39 Bus New England System" se pueden encontrar en el documento de referencia anexado a la base de datos de ejemplo de DIgSILENT como se muestra en la Figura 3-7 resaltado con un cuadro rojo. De igual manera las características más relevantes de la red se pueden encontrar en el anexo C.1.

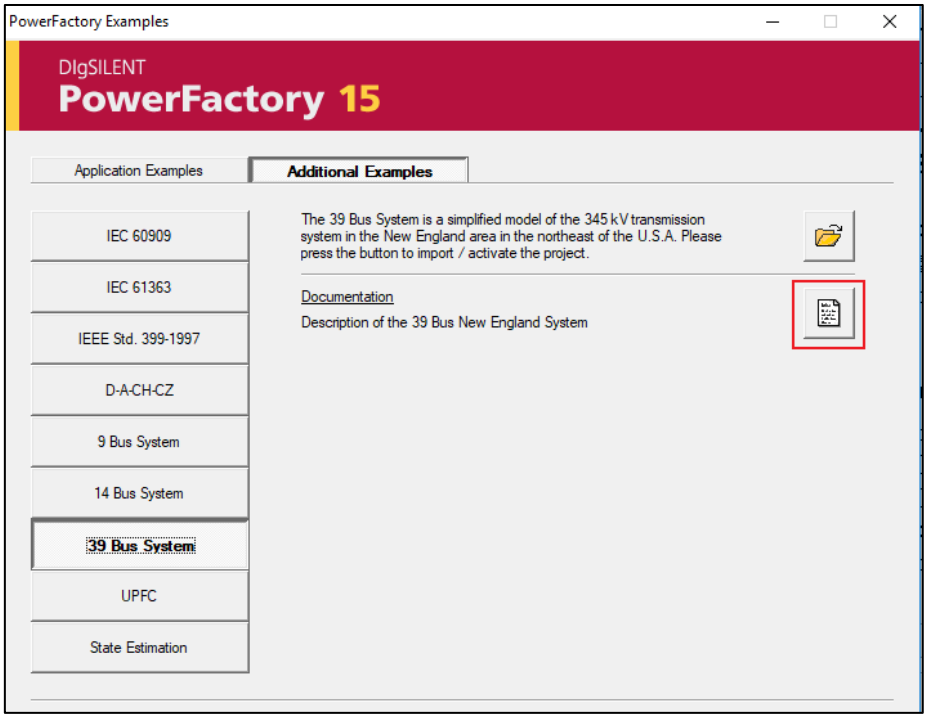

Figura 3-7 Ubicación de la documentación de los elementos del sistema 39-Bus.

Características de los casos simulados

A continuación, se detallan las características de los casos simulados en el software DIgSILENT con el fin de analizar la respuesta del algoritmo en líneas de código MATLAB para la obtención del sistema equivalente de Thévenin del sistema visto por un nodo de generación comentado en la sección 2.2.

El primer caso: Simula un evento de corto circuito trifásico al 50% de la línea entre las barras 05 y 06. El evento es activado en el primer segundo transcurrida la simulación, luego el corto circuito es despejado al transcurso de 100 [ms] post perturbación. El tiempo de simulación total es de 20 [s].

El segundo caso: Simula un evento de corto circuito trifásico al 50% de la línea entre las barras 05 y 06. El evento es activado en el primer segundo transcurrida la simulación, luego el cortocircuito es despejado al transcurso de 290 [ms]. El tiempo de simulación total es de 20 [s].

Evaluación del primer caso

Los registros de la velocidad del rotor en p.u., el ángulo de rotor de cada generador con referencia a la máquina conectada a la barra Slack y el ángulo de rotor de los generadores con referencia a la barra local se presentan en la Figura 3-8, Figura 3-9 y Figura 3-10.

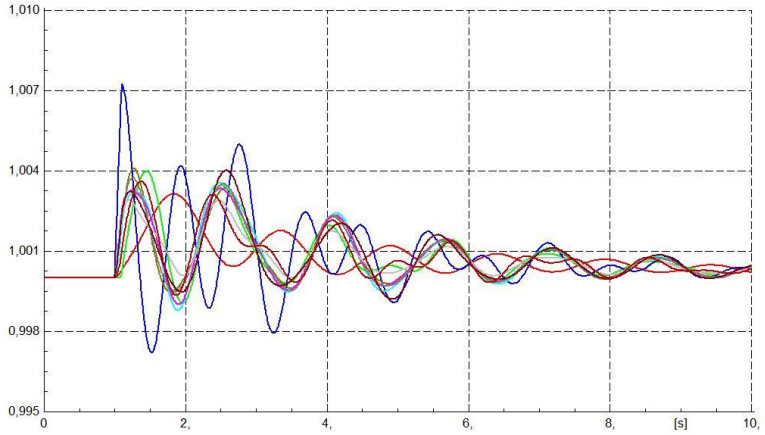

Figura 3-8 Gráfico de velocidad de rotor [p.u] en el tiempo [s] para todos los generadores (G2-G10).

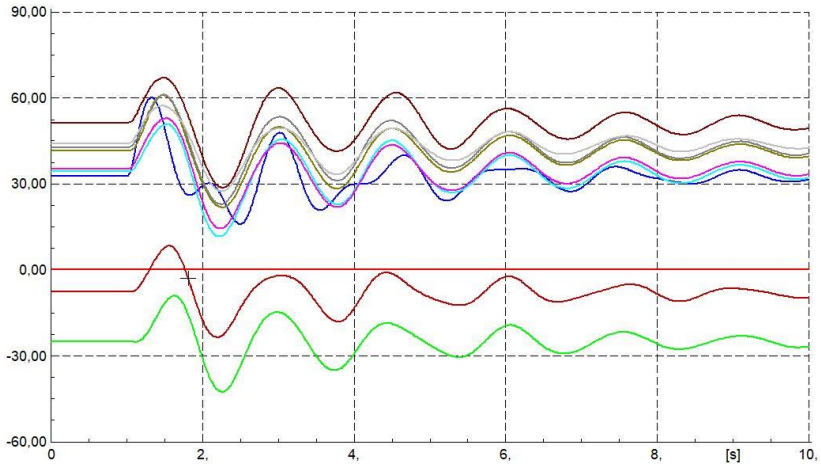

Figura 3-9 Gráfico de ángulo de rotor con referencia a la máquina Slack [Grados] en el tiempo [s] para todos los generadores (G2-G10).

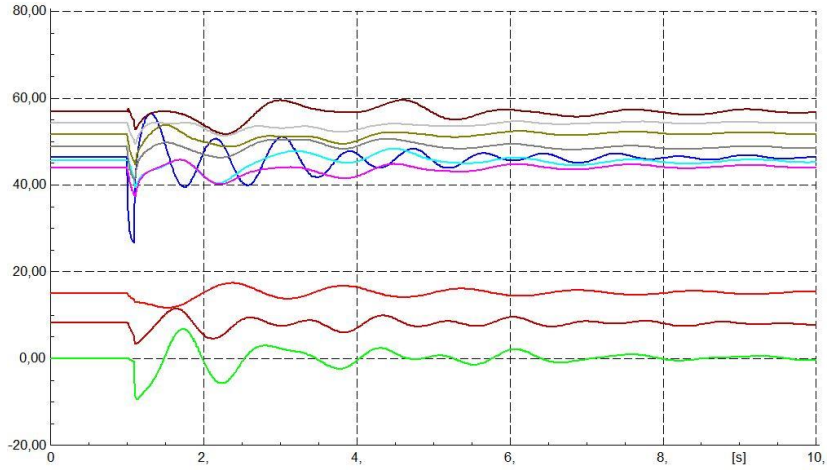

Figura 3-10 Gráfico de ángulo de rotor con referencia a la barra local de cada generador [Grados] en el tiempo [s] (G2-G10)

La leyenda asociada a la Figura 3-8, la Figura 3-9 y la Figura 3-10 se presenta en la Figura 3-11, en el cual se detallan los colores asociados para la identificación de cada generador en el sistema. Como se observa en los gráficos presentados anteriormente, las oscilaciones en la desviación angular y el ángulo de rotor de los generadores bajo efectos de la perturbación logran recuperan su estabilidad a lo largo del tiempo, por lo que se puede concluir que el sistema es "estable".

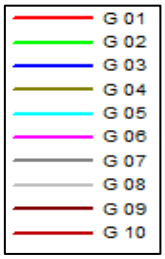

Figura 3-11 Leyenda de los gráficos de velocidad y ángulo de rotor en el tiempo.

Los resultados de la aplicación del código desarrollado en MATLAB, expuesto en el Listado apéndice D-1 para la reducción del sistema visto desde el nodo de generación, se presentan en la Figura 3-12, Figura 3-14 y Figura 3-16. Estos resultados muestran la estimación del valor de tensión y reactancia equivalentes de Thévenin para los generadores G2, G3, y G5 en tiempo real. Además de los parámetros equivalentes de Thévenin, se muestran los resultados gráficos del ángulo resultante de cada generador por medio de la ecuación (2-5 en la Figura 3-13, Figura 3-15 y Figura 3-17.

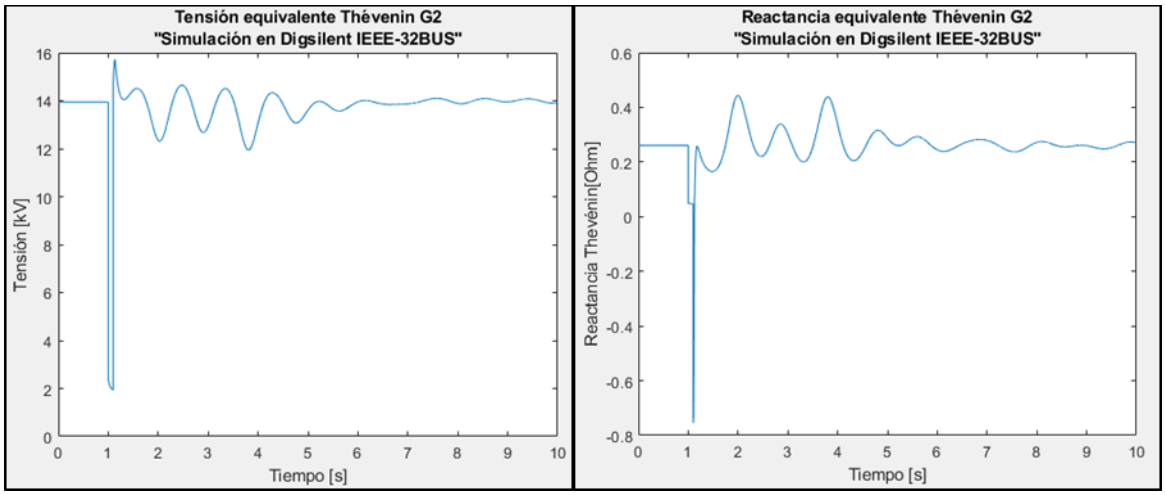

Figura 3-12 Gráficos de tensión y reactancia equivalentes de Thévenin para el generador "G2".

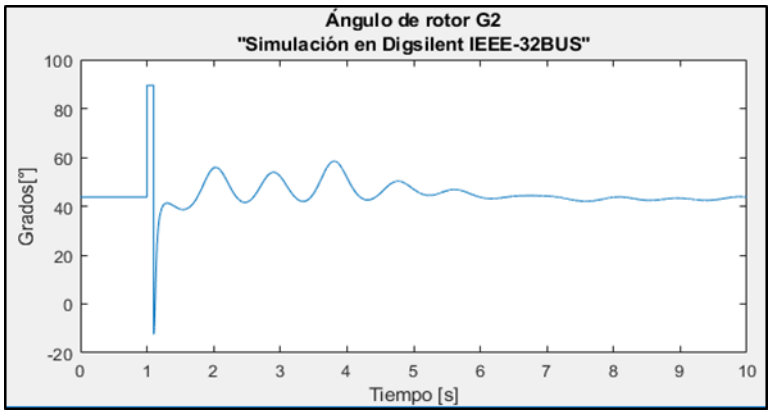

Figura 3-13 Gráfico ángulo [°] del generador "G2" en tiempo [s] por medio de la ecuación (2-5).

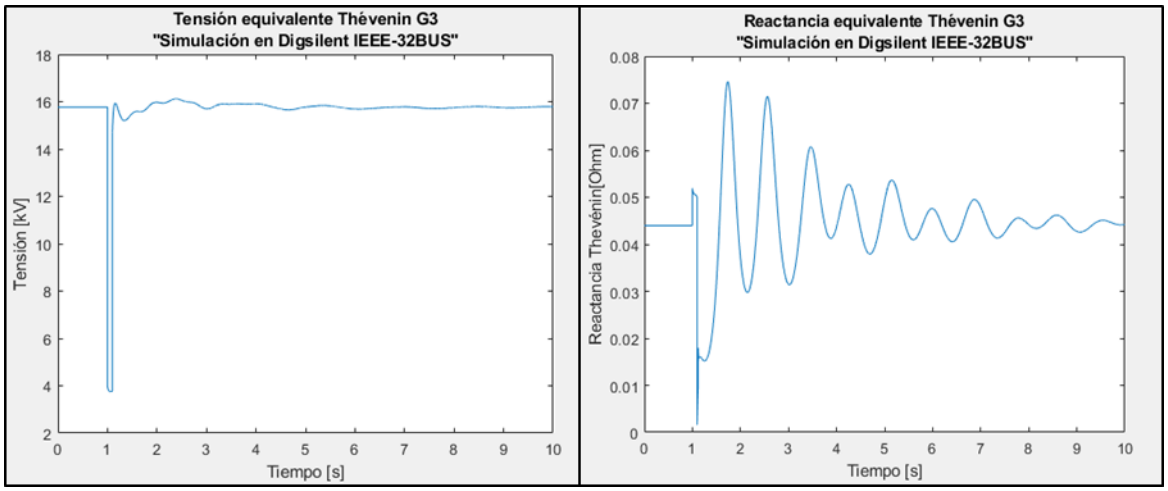

Figura 3-14 Gráficos de tensión y reactancia equivalentes de Thévenin para el generador "G3".

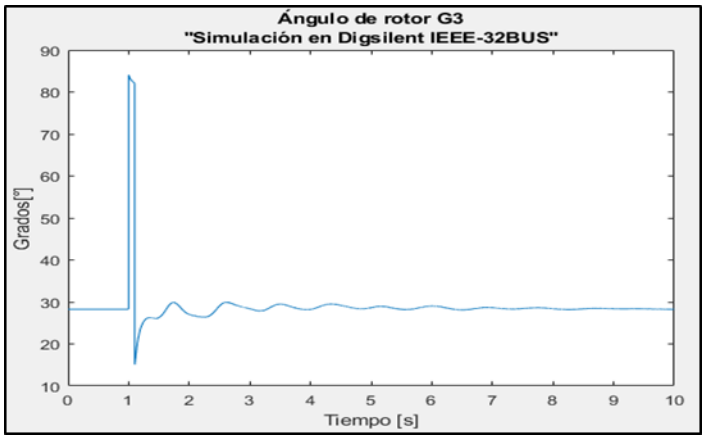

Figura 3-15 Gráfico ángulo [°] del generador "G3" en tiempo [s] por medio de la ecuación (2-5).

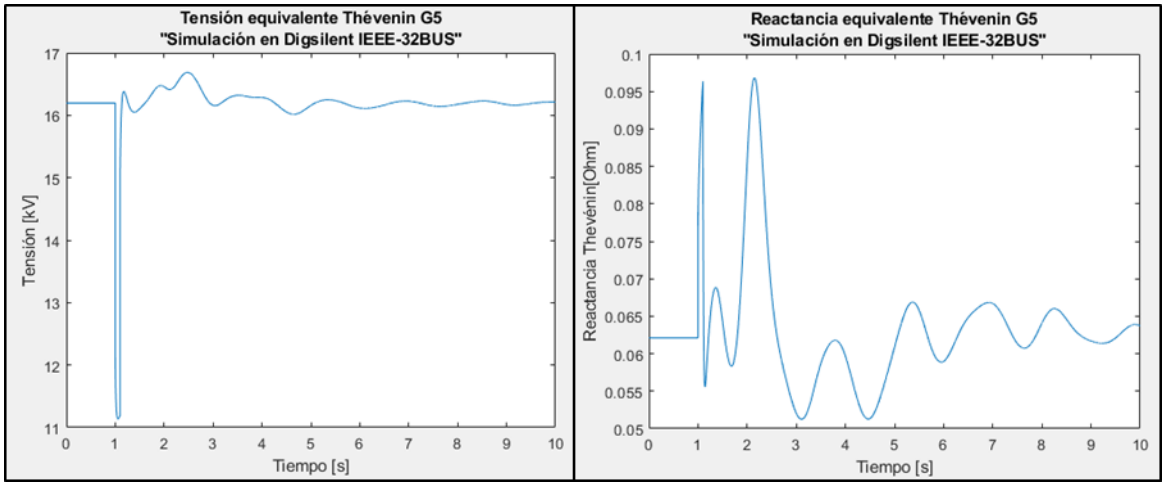

Figura 3-16 Gráficos de tensión y reactancia equivalentes de Thévenin para el generador "G5".

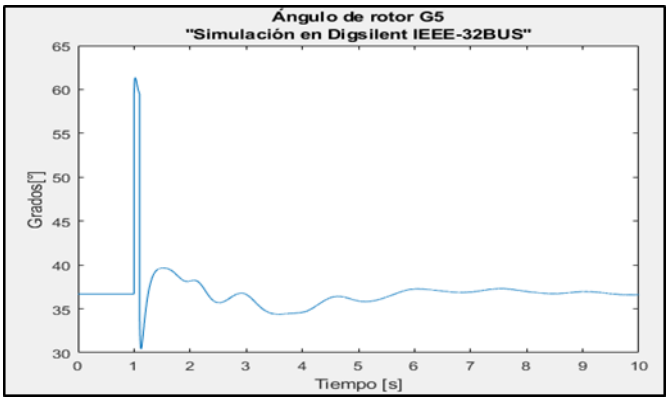

Figura 3-17 Gráfico ángulo [°] del generador "G5" en tiempo [s] por medio de la ecuación (2-5).

El código desarrollado en MATLAB (Anexo D.1) estima los valores equivalentes Thévenin en tiempo real sin ningún inconveniente, presentando un margen de error según el algoritmo de 10^{-6}. El margen de error de la estimación es detallado en la misma línea de código perteneciente al anexo D.1, esto es debido a que la característica matemática de estimación es iterativa (Ver capítulo 2.2.1), y permite seleccionar el nivel de exactitud de los valores a costa de mayor tiempo en el cálculo de la estimación.

El índice de estabilidad obtenido de la aplicación del código desarrollado en MATLAB (Anexo D.1) en los generadores G2, G3 y G5 se presenta a continuación:

Tabla 3-1 Índice de estabilidad de los generadores en estudio para el caso 1.

Generador	Tiempo de detección [s]	Índice de estabilidad (SI)
G2	1,1222	12,2061
G3	1,1222	100,84
G5	1,1222	99,0139

En la Tabla 3-1 se aprecia que el tiempo de detección de la falla para el cual se obtiene el índice de estabilidad en cada generador es 0,0222[s] posterior al aclaramiento o despeje de la falla trifásica. Por otro lado, se verifica la estabilidad transitoria de los generadores en estudio al manifestar todos los índices de estabilidad superiores a la unidad. Cabe mencionar que el índice de estabilidad es calculado mediante los conceptos teóricos detallados en el capítulo 2.2.2.

Al realizar un análisis del comportamiento angular en el tiempo de los generadores (ver ecuación (2-5), se concluye que la dinámica teórica que se presenta la literatura [1] difiere de la dinámica real que manifiestan los generadores, esto impacta en el cálculo del área de aceleración "A1" en la fórmula para el cálculo del índice de estabilidad (2-35).

Evaluación del segundo caso

Los registros obtenidos de la velocidad del rotor en p.u., el ángulo de rotor de cada generador con referencia a la máquina conectada a la barra Slack y el ángulo de rotor de los generadores con referencia a la barra local, se presentan a continuación:

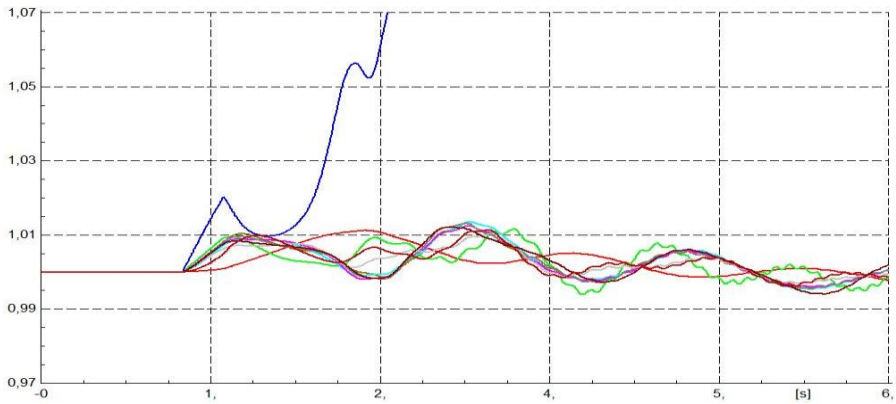

Figura 3-18 Gráfico de velocidad de rotor [p.u] en el tiempo [s] para todos los generadores (G2-G10).

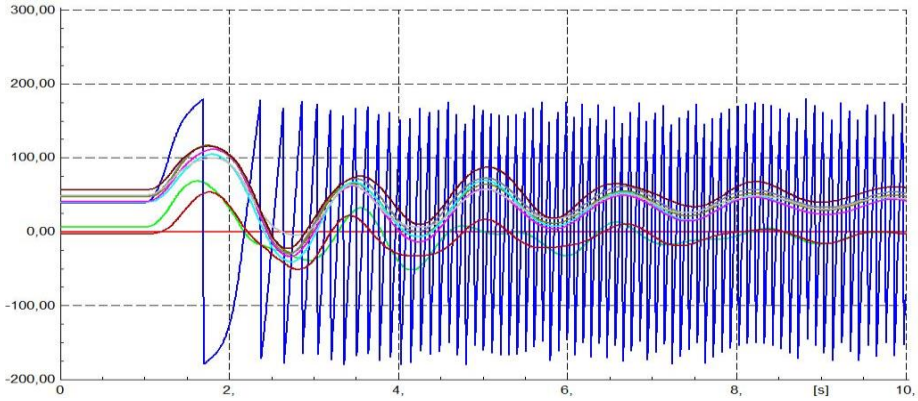

Figura 3-19 Gráfico de ángulo de rotor con referencia a la máquina Slack [Grados] en el tiempo [s] para todos los generadores (G2-G10).

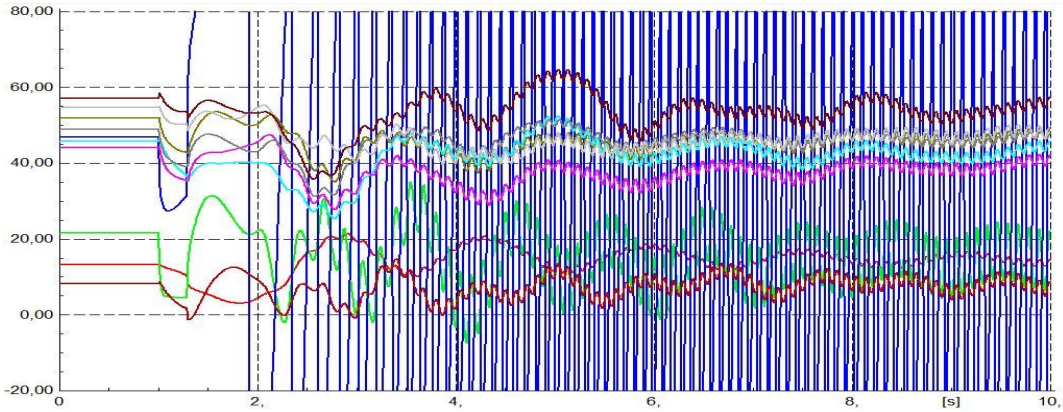

Figura 3-20 Gráfico de ángulo de rotor con referencia a la barra local de cada generador [Grados] en el tiempo [s] (G2-G10)

La leyenda de los gráficos presentados en la Figura 3-18, Figura 3-19 y Figura 3-20 es igual a la presentada en el caso uno en la Figura 3-11. Al analizar los gráficos de velocidad y ángulo de rotor de cada generador se puede observar que el generador "G3" sale de sincronismo a los 2,518[s]. La pérdida de sincronismo de un generador en la mayoría de los casos desencadena un efecto cascada con el resto de los generadores, en este caso puntual la perdida de sincronismo de "G3" perturba a los demás generadores, sin embargo, no los saca de sincronismo.

Los resultados obtenidos al aplicar código desarrollado en MATLAB (ver apéndice D.1) para la reducción del sistema visto desde el nodo de generación se presentan en la Figura 3-21, Figura 3-23 y Figura 3-25. Estos resultados representan la estimación del valor de tensión y reactancia equivalentes de Thévenin para los generadores G2, G3, y G5 en tiempo real. Además de los parámetros equivalentes de Thévenin, se muestran los resultados gráficos del ángulo resultante de cada generador por medio de la ecuación (2-5) en la Figura 3-22, Figura 3-24 y Figura 3-26.

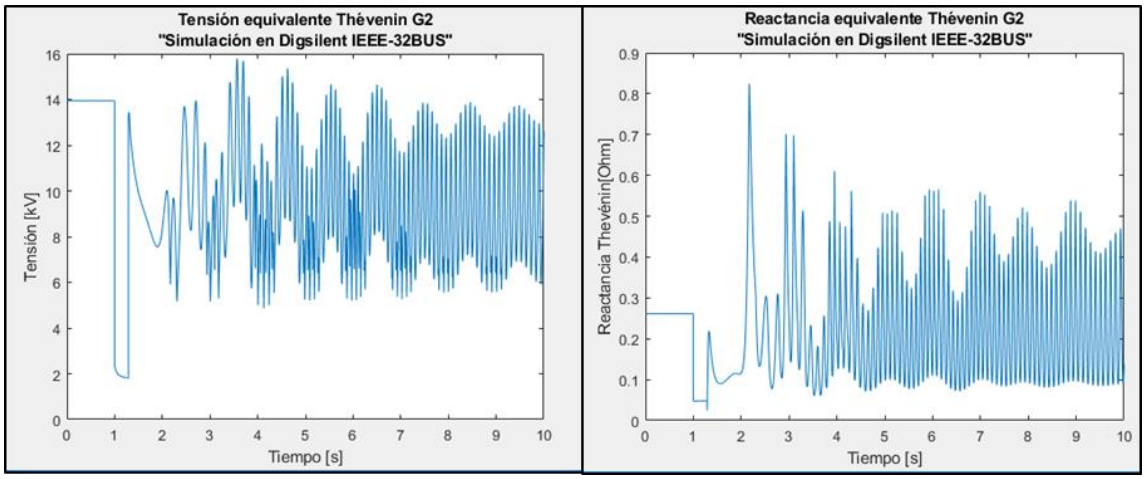

Figura 3-21 Gráficos de tensión y reactancia equivalentes de Thévenin para el generador "G2".

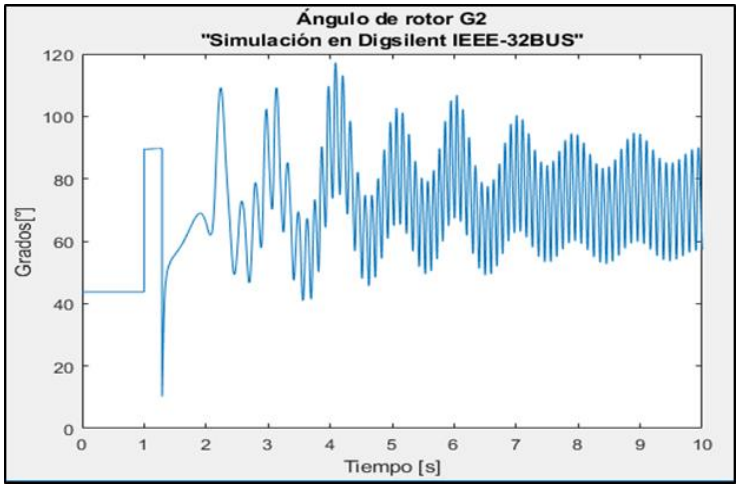

Figura 3-22 Gráfico ángulo [°] del generador "G2" en tiempo [s] por medio de la ecuación (2-5).

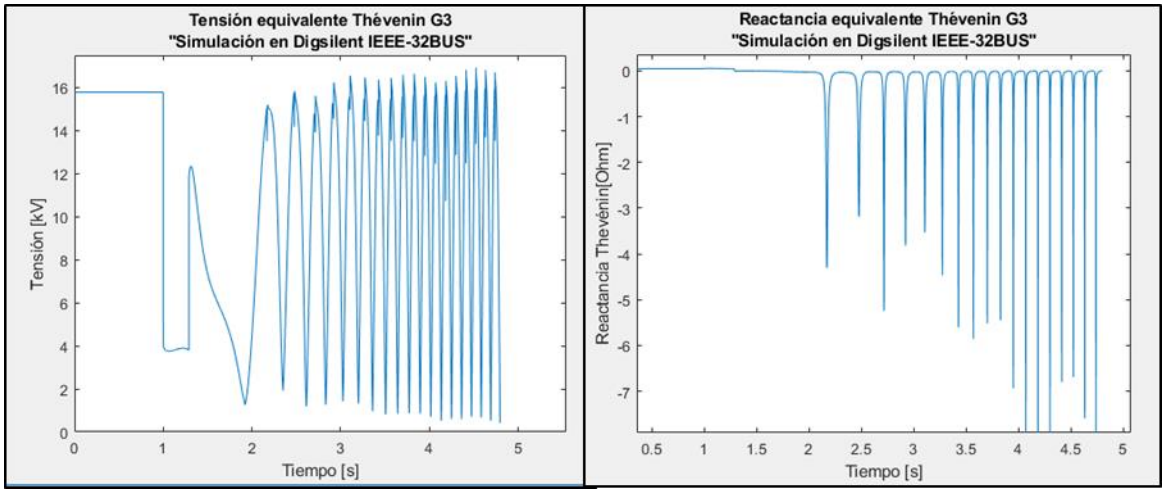

Figura 3-23 Gráficos de tensión y reactancia equivalentes de Thévenin para el generador "G3".

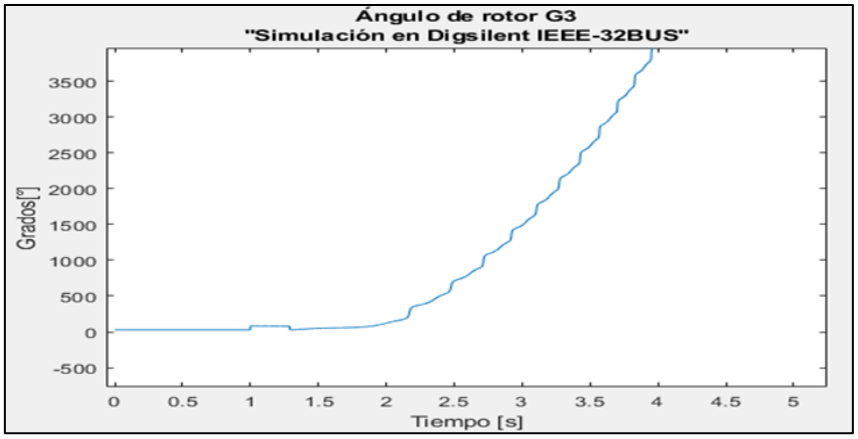

Figura 3-24 Gráfico ángulo [°] del generador "G3" en tiempo [s] por medio de la ecuación (2-5).

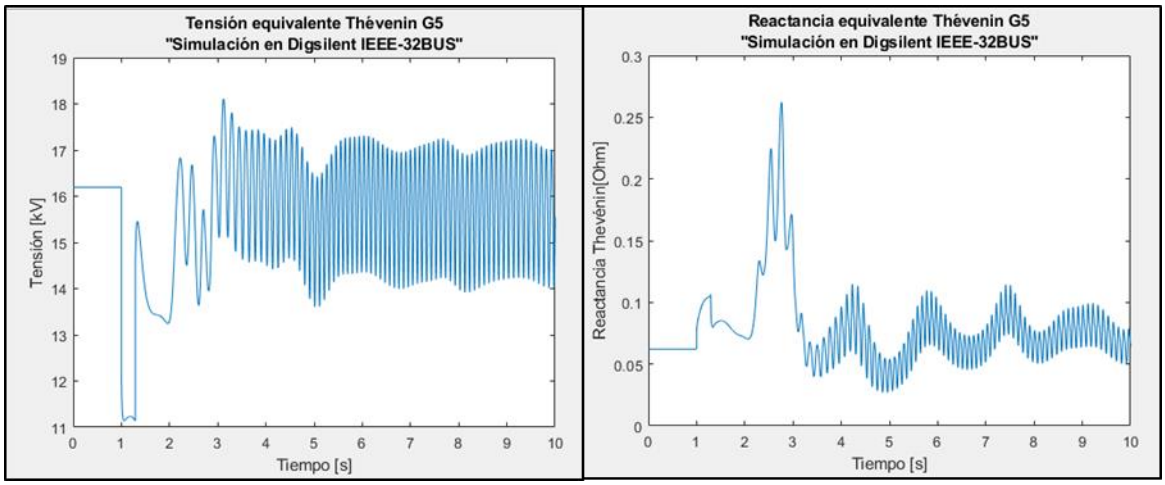

Figura 3-25 Gráficos de tensión y reactancia equivalentes de Thévenin para el generador "G5".

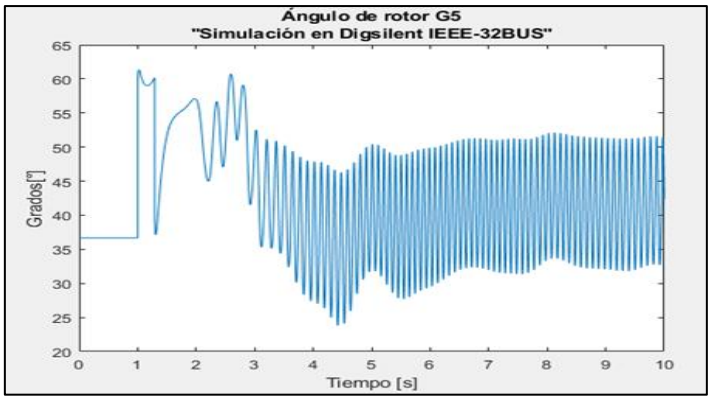

Figura 3-26 Gráfico ángulo [°] del generador "G5" en tiempo [s] por medio de la ecuación (2-5).

En este caso (caso 2) el código desarrollado en el anexo D.1, estima los parámetros equivalentes Thévenin con gran dificultad, debido a que existe una mayor desviación del ángulo de rotor producto de la perturbación. Para corregir este problema se aumentó el margen de error admisible a valores de 10^{-2}. El índice de estabilidad obtenido de la aplicación del algoritmo en los generadores G2, G3 y G5 se presenta a continuación:

Tabla 3-2 Índice de estabilidad de los generadores en estudio para el caso 2.

Generador	Tiempo de detección [s]	Índice de estabilidad (SI)
G2	1,3121	9,7595
G3	1,3121	-86,0761
G5	2,1141	63,6454

En la Tabla 3-2, se aprecia que el tiempo de detección de la falla en la cual obtiene el índice de estabilidad para cada generador es 0,02[s] aprox. posterior al aclaramiento o despeje de la falla trifásica (1,290 [s]). Por otro lado, se verifica inestabilidad por perdida de sincronismo del generador "G3". El resto de los generadores en el sistema de prueba se mantienen estables validando los índices de superiores a la unidad. Al realizar un análisis del comportamiento angular en el tiempo de los generadores con la ecuación (2-5), se concluye al igual que el "Caso 1", que la dinámica teórica que se presenta la literatura [1] difiere de la dinámica real que manifiestan los generadores, esto impacta en el cálculo del área de aceleración "A1" en la fórmula para el cálculo del índice de estabilidad (2-35).

Se debe destacar la rápida detección ante perdida de sincronismo del índice de estabilidad, anticipando en 1,2[s] la perdida de sincronismo del generador "G3" la cual ocurre a los 2,5 [s].

Resultado de la aplicación correctiva obtenida del índice de estabilidad del Caso 2.

Considerando los resultados obtenidos en el "Caso 2", se decide realizar nuevamente el evento simulado en el sistema eléctrico de potencia, añadiendo la operación de trip a los 1,3121 [s] aportada por el índice de inestabilidad (Tabla 3-2) aplicado en la red. La leyenda de los generadores asociada a los gráficos de la Figura 3-27, Figura 3-28 y Figura 3-29 es equivalente a la presentada en la Figura 3-11.

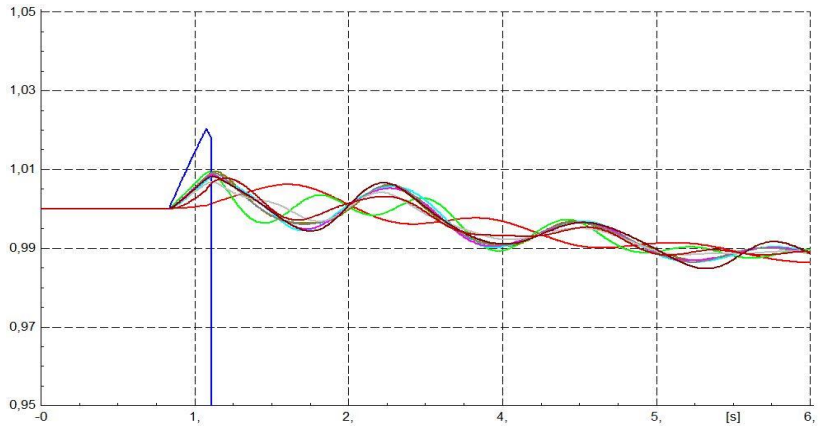

Figura 3-27 Gráfico de velocidad de rotor [p.u] en el tiempo [s] para todos los generadores (G2-G10).

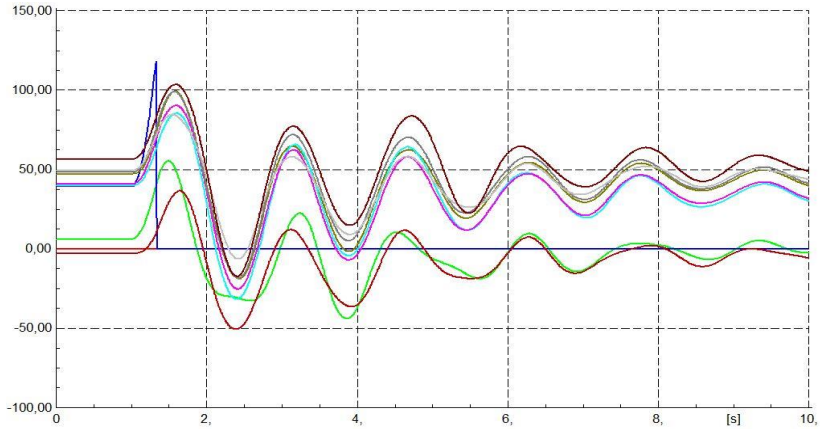

Figura 3-28 Gráfico de ángulo de rotor con referencia a la máquina Slack [Grados] en el tiempo [s] para todos los generadores (G2-G10).

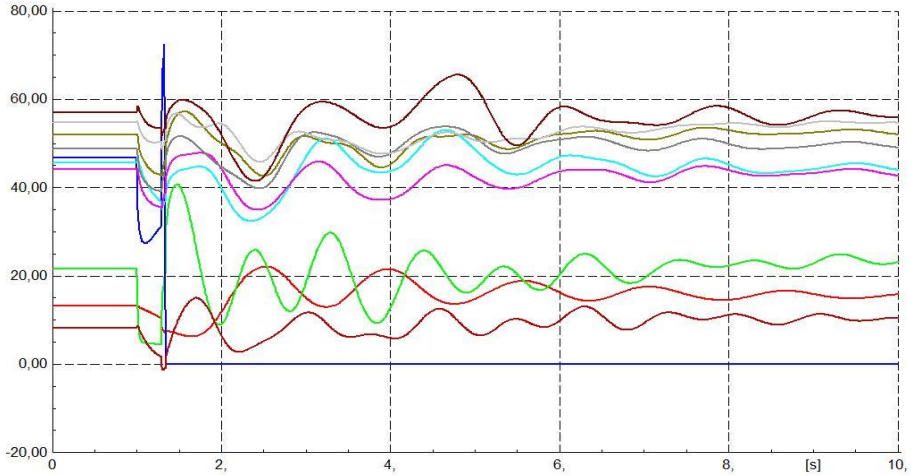

Figura 3-29 Gráfico de ángulo de rotor con referencia a la barra local de cada generador [Grados] en el tiempo [s] (G2-G10)

Al contrastar los gráficos obtenidos por la aplicación de la acción correctiva con del índice de estabilidad (Tabla 3-2) y el "Caso 2", se observa que con el evento de trip del "G3" en el sistema, la dinámica angular de los generadores restantes mejora atenuando sus efectos oscilatorios indeseados.

3.3.2 Algoritmo de reducción equivalente de dos áreas interconectadas radialmente

Para el algoritmo de reducción equivalente de dos áreas interconectadas radialmente presentado en el capítulo 2.3, se emplea el sistema eléctrico multimáquina de prueba. Las características de los elementos que componen la red multimáquina de prueba se pueden encontrar en el anexo C.2. En la Figura 3-30 se muestra el resultado del flujo de potencia aplicado en la red en un estado sin perturbación.

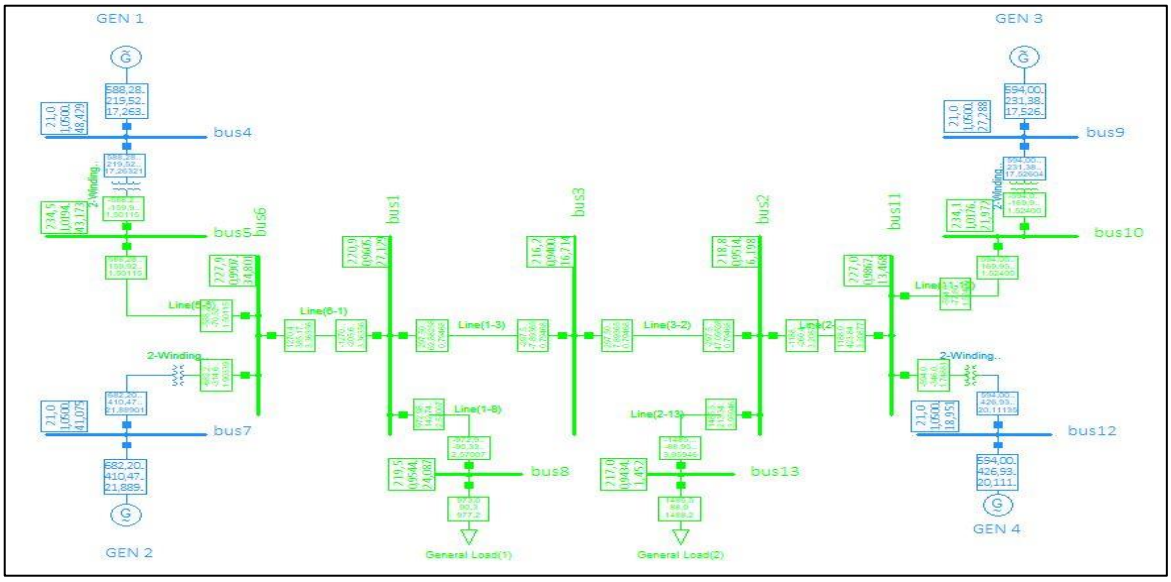

Figura 3-30 Flujo de potencia aplicado en la red multimáquina de prueba.

Debido a que el algoritmo busca reducir las áreas del sistema interconectado radialmente a un generado equivalente respectivamente en cada área, se hace un zoom a la Figura 3-30 con el fin de destacar la interconexión radial que se mantendrá en el sistema reducido equivalente.

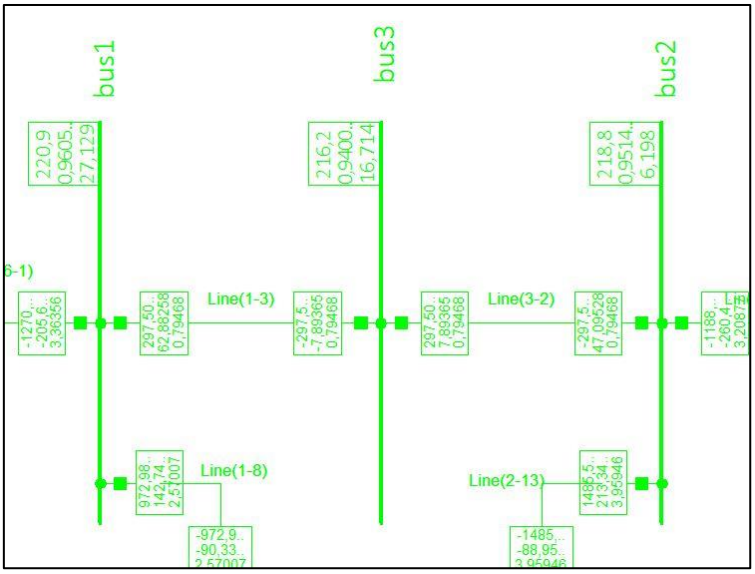

Figura 3-31 Zoom a la imagen de flujo de potencia para análisis de interconexión radial.

El esquema unilineal de la red reducida tiene las características topológicas que se presentan en la Figura 3-32.

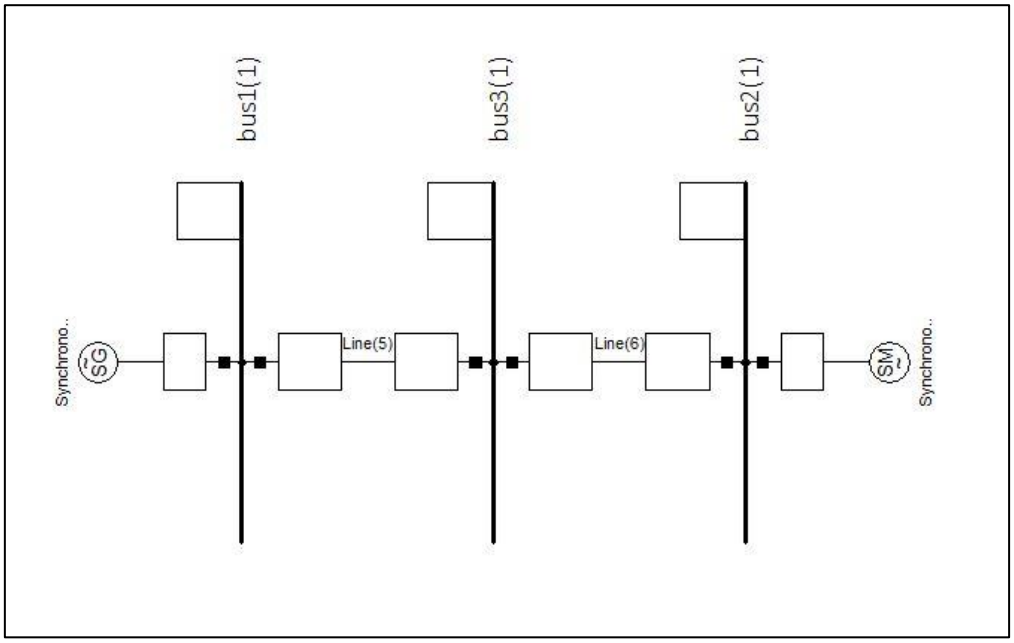

Figura 3-32 Características topológicas de la red reducida.

Características del evento en estudio

Una vez identificados los parámetros de tensión, corriente, frecuencia y potencia en las barras extremas de la interconexión radial en el sistema de prueba, se procede realizar una simulación con duración de 10[s], en el cual se produce un cortocircuito trifásico al 50% de la línea de la interconexión a los 0,01[s] y su posterior aclaramiento al 0,07[s]. De esta forma, es posible excitar el modo oscilatorio inter-área

del sistema para su posterior análisis. Luego, se importa la base de datos recopilada al entorno de código MATLAB para su procesamiento con el código desarrollado en el anexo D.2.

Resultados obtenidos del caso en estudio

El comportamiento dinámico de la tensión en las barras 1,2 y 3 ante la perturbación es la siguiente:

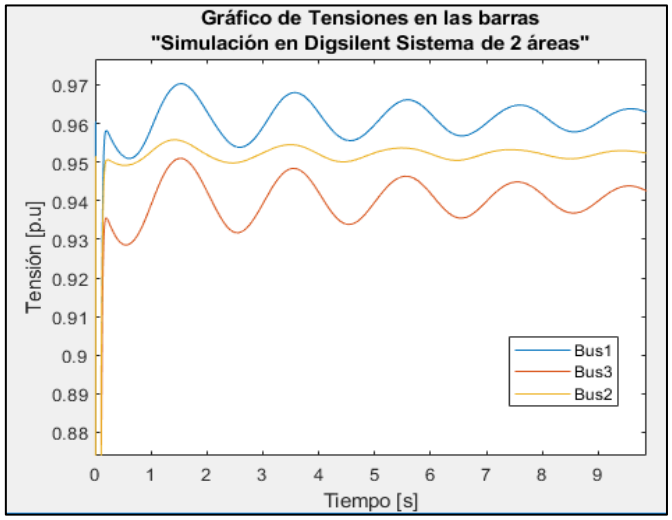

Figura 3-33 Lectura de tensión en p.u. de las barras pertenecientes a la interconexión radial.

Al procesar los registros de tensión de las barras con el algoritmo de descomposición modal presentado en el anexo D.3, se logra obtener la frecuencia de oscilación inter-área equivalente a 0,4989 [Hz]. Luego, se extrae la componente de oscilación inter-área de los registros de tensiones obteniendo la Figura 3-34.

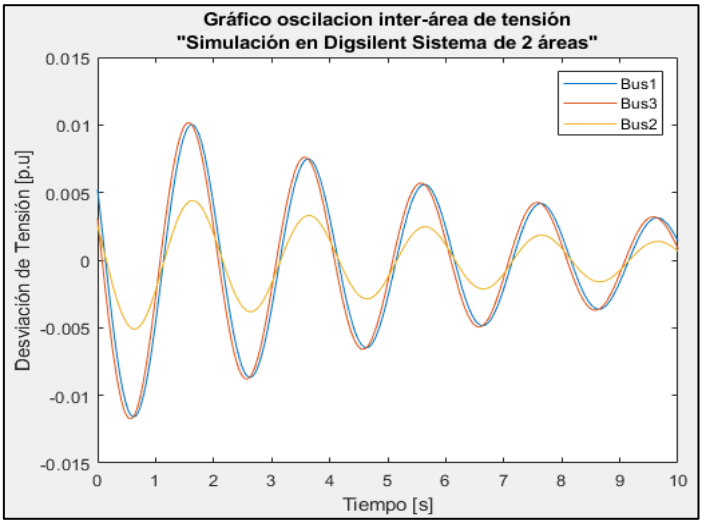

Figura 3-34 Componente de oscilación inter-área de las barras 1, 2 y 3.

Con los datos obtenidos de la descomposición modal es posible resolver el sistema de ecuaciones no lineales (2-51)(2-53). Las reactancias transitorias obtenidas para cada máquina equivalente son: $X'_{d1} =$

1,3303 y $X'_{d2} = 0{,}0422$. Con las rectancias transitorias internas de las máquinas equivalentes es posible calcular la tensión interna equivalente de cada máquina, al igual que su ángulo respectivamente.

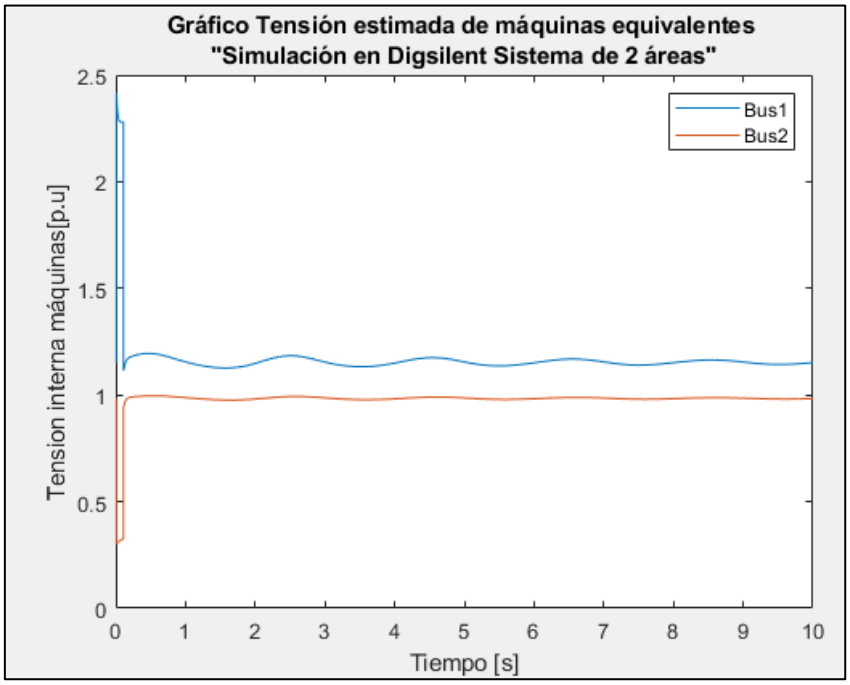

Figura 3-35 Gráfico de la tensión estimada interna equivalente de la máquina 1 y 2.

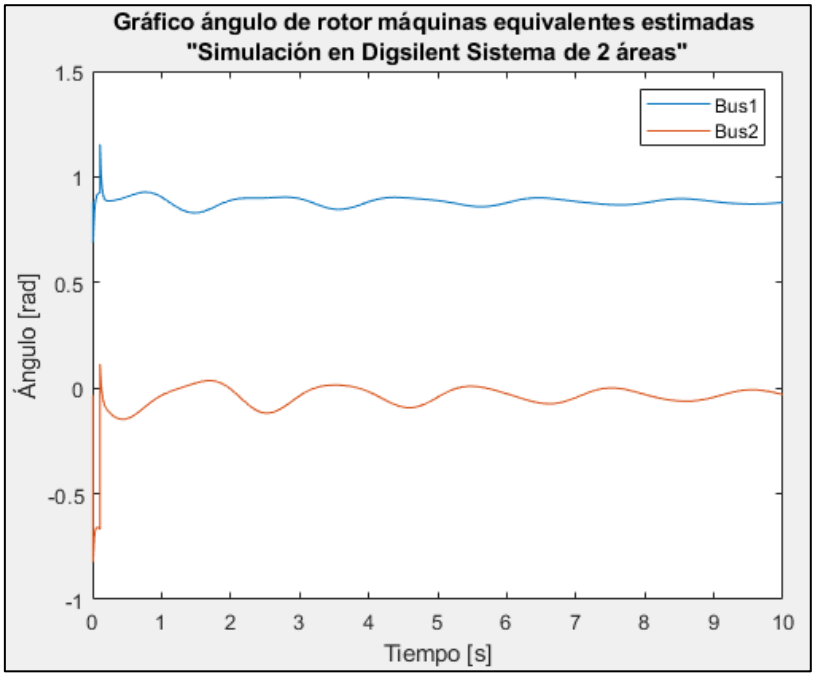

Figura 3-36 Gráfico de ángulo de rotor de las máquinas equivalentes estimadas 1 y 2.

Para el cálculo de la inercia correspondiente a cada maquina de generación equivalente en el sistema reducido, se descompone modalmente las mediciones de frecuencia obtenidas en la barra 1 y 2 a traves

del codigo desarrollado en MATLAB en el anexo D.3.1. De esta forma es posible graficar unicamente el modo de oscilación inter-área de la frecuencia en las barras, obteniendo como resultado:

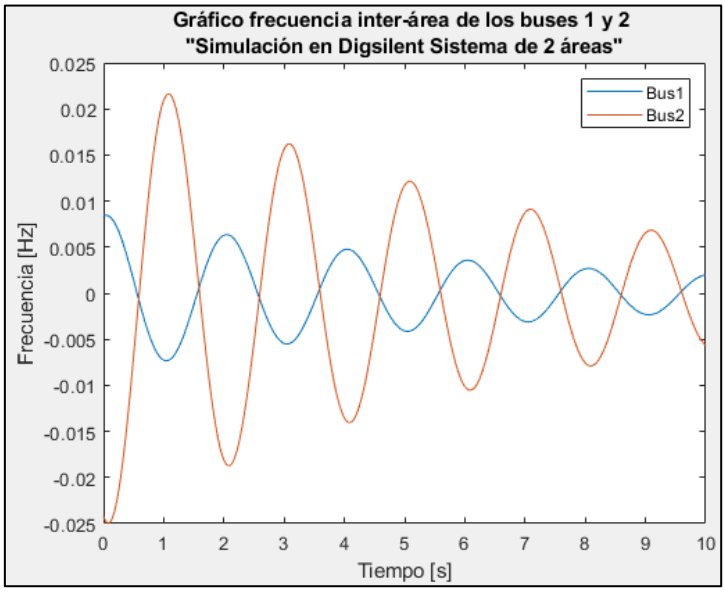

Figura 3-37 Modo oscilatorio inter-área en las lecturas de frecuencia en las barras 1 y 2.

Procesando los datos obtenidos a través del código desarrollado en el anexo D.2 y el fundamento matemático presentado en el capítulo 2.3.1, se logra obtener la inercia equivalente de la máquina, representando la inercia equivalente del área en barra 1 y 2 respectivamente. La inercia estimada de la máquina 1 es 12,5[s] y la inercia de la máquina equivalente 2 es 13,1 [s]. Estos datos son empleando un sistema con 900 [MVA] y 230[kV] base. Al transferir los resultados de la red equivalente reducida al software DIgSIlENT, se configuran las máquinas de acuerdo a las siguientes características (ver página siguiente):

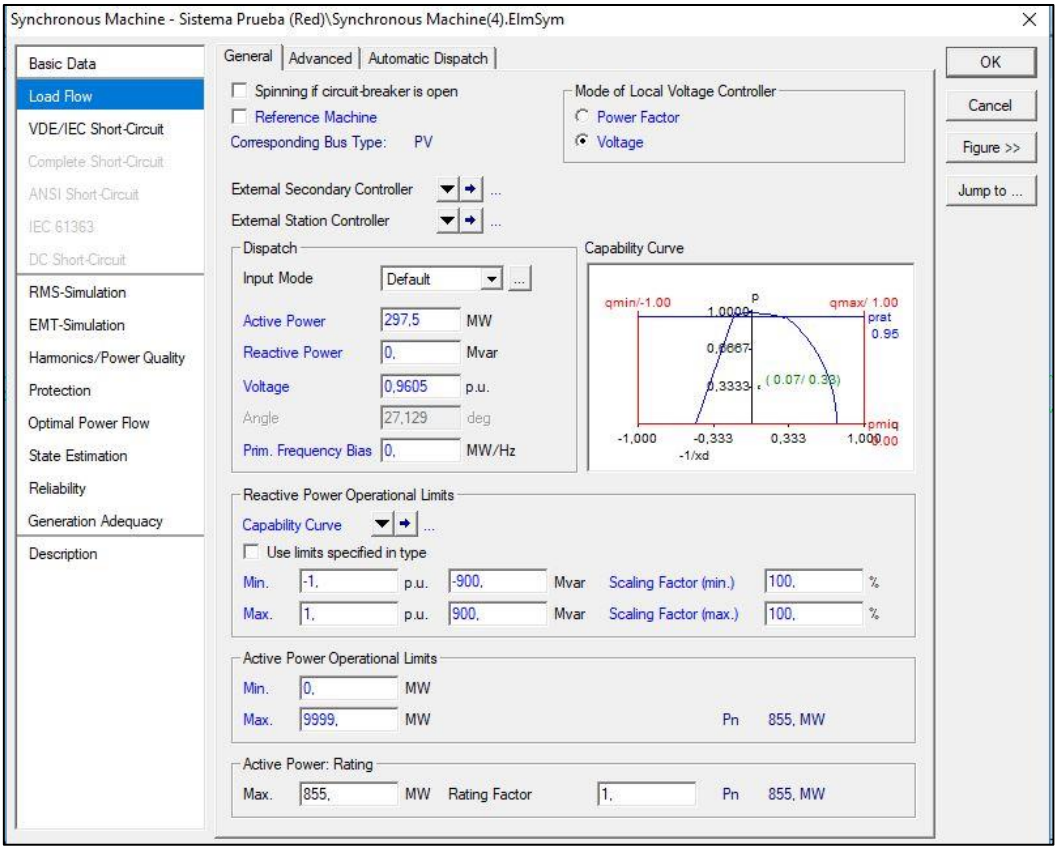

Figura 3-38 Ajustes para el despacho de la máquina equivalente reducida 1.

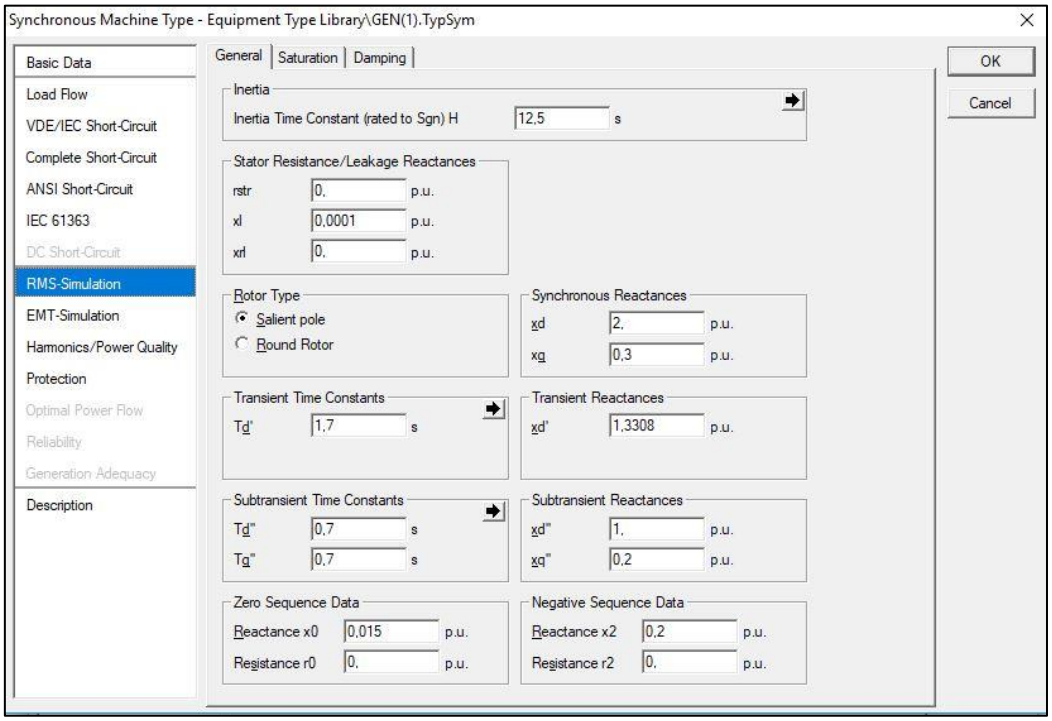

Figura 3-39 Ajustes de constante de inercia y reactancia transitoria de máquina equivalente reducida 1.

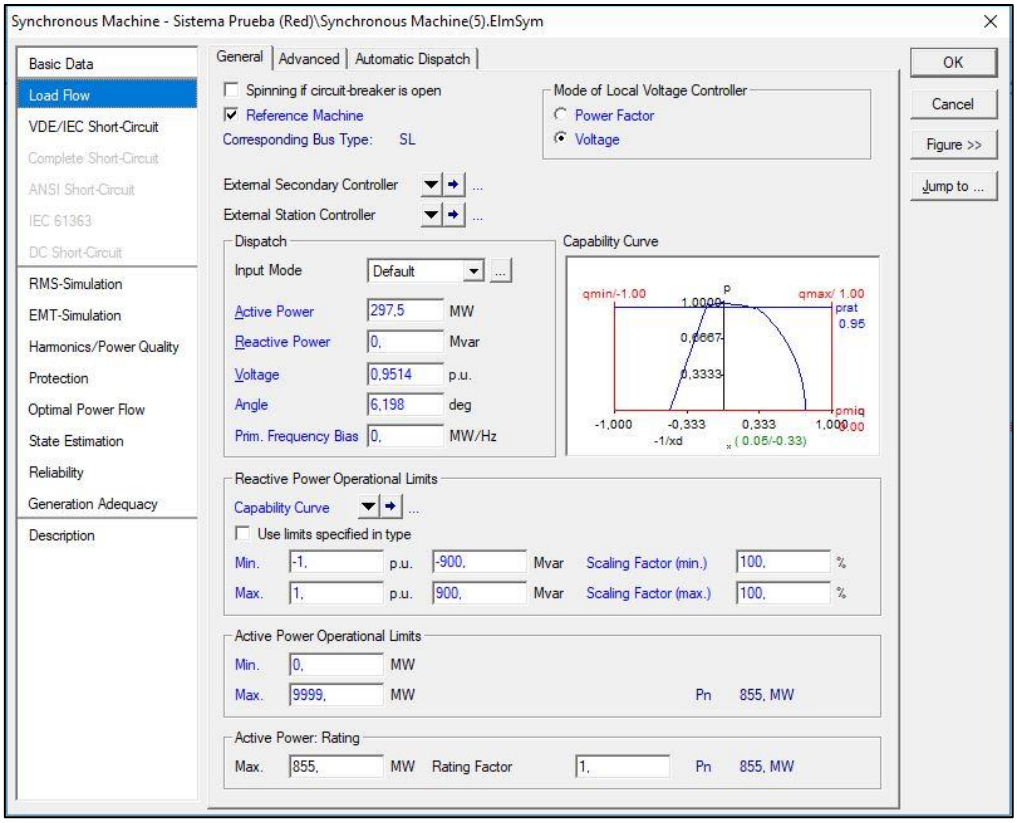

Figura 3-40 Ajustes para el despacho de la máquina equivalente reducida 2.

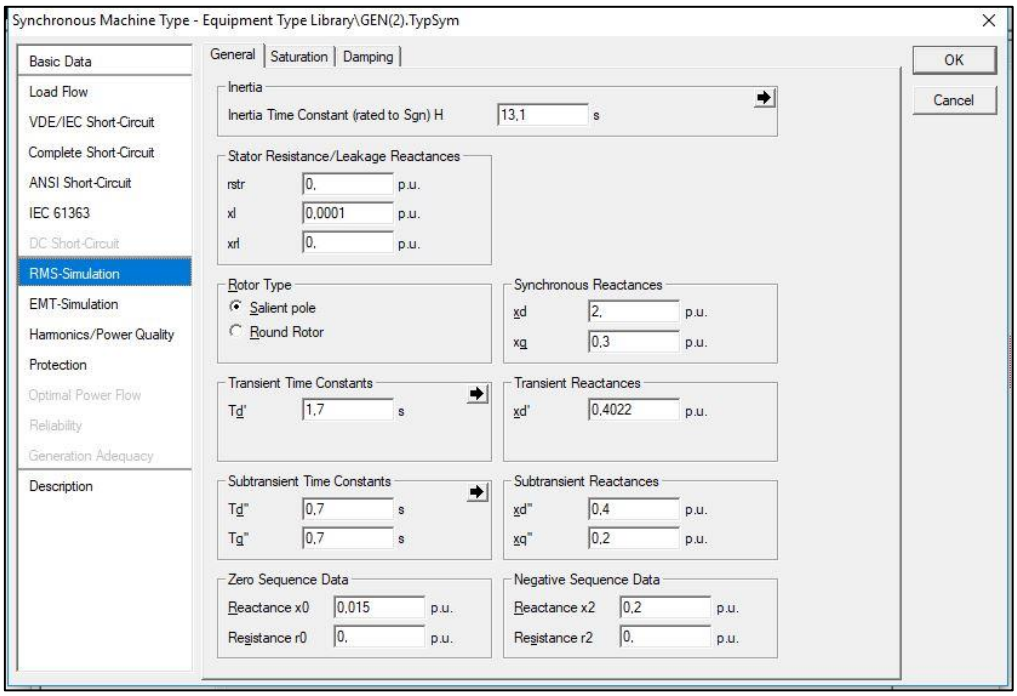

Figura 3-41 Ajustes de constante de inercia y reactancia transitoria de máquina equivalente reducida 2.

La solución del flujo de potencia aplicado al sistema equivalente reducido se presenta en la Figura 3-42. Se puede observar que es bastante similar al flujo de potencia calculado en el sistema original de prueba visto en la Figura 3-31.

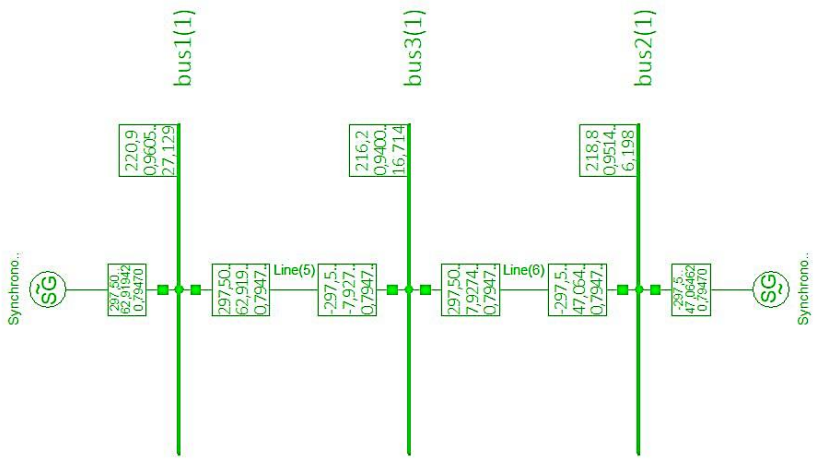

Figura 3-42 Flujo de potencia en sistema equivalente reducido.

A continuación, se valida el algoritmo desarrollado contrastando el comportamiento dinámico de las variables eléctricas del sistema de prueba versus el sistema reducido, bajo la misma perturbación presentada para excitar el modo oscilatorio inter-área.

En los siguientes gráficos, la curva roja representa el comportamiento dinámico en el tiempo del sistema prueba y la curva azul representa el comportamiento dinámico del sistema reducido:

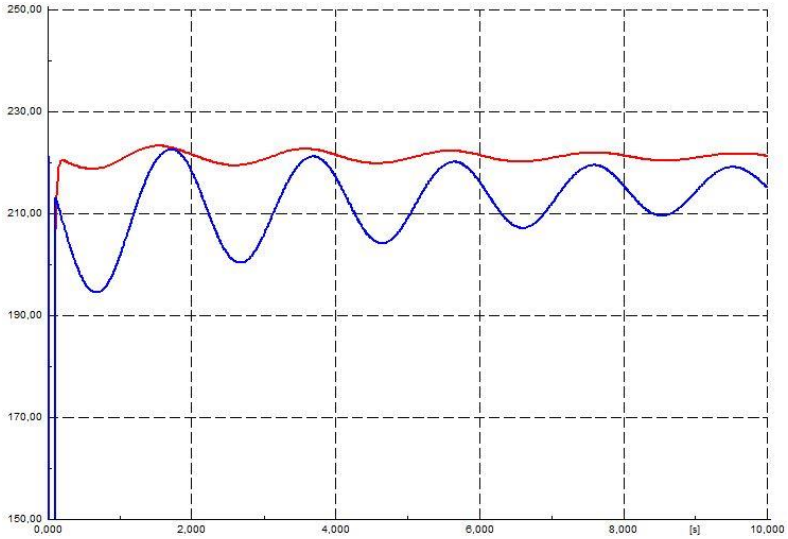

Figura 3-43 Contraste de tensión [kV] medida en la barra 1. Curva roja (Sistema de prueba), Curva azul (Sistema reducido)

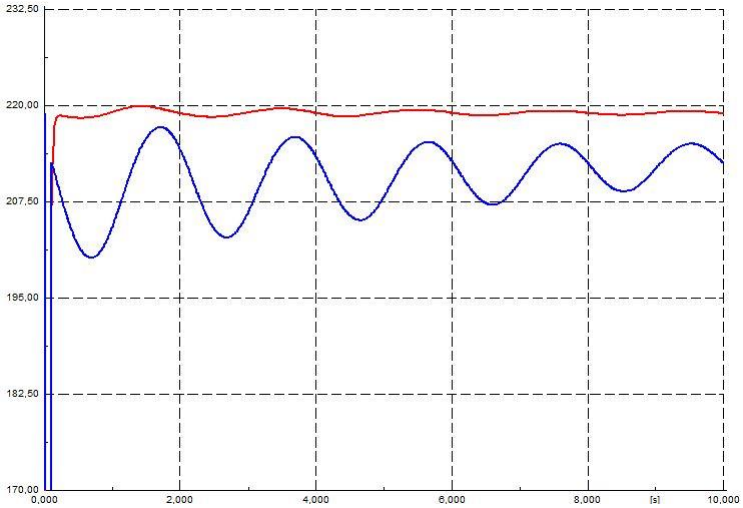

Figura 3-44 Contraste de tensión [kV] medida en la barra 2. Curva roja (Sistema de prueba), Curva azul (Sistema reducido)

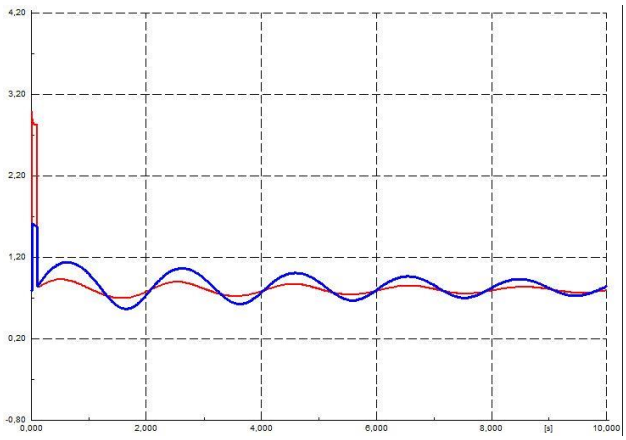

Figura 3-45 Contraste de corriente [kA] medida en la barra 1. Curva roja (Sistema de prueba), Curva azul (Sistema reducido)

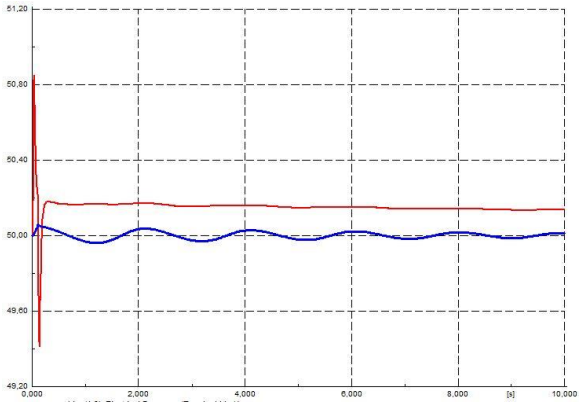

Figura 3-46 Contraste de frecuencia [Hz] medida en la barra 1. Curva roja (Sistema de prueba), Curva azul (Sistema reducido)

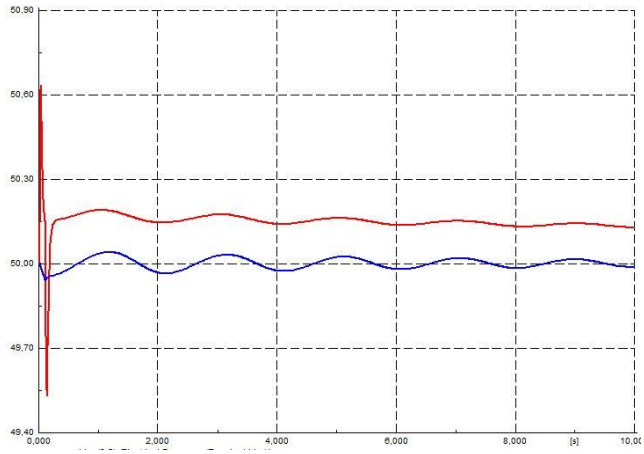

Figura 3-47 Contraste de frecuencia [Hz] medida en la barra 2. Curva roja (Sistema de prueba), Curva azul (Sistema reducido)

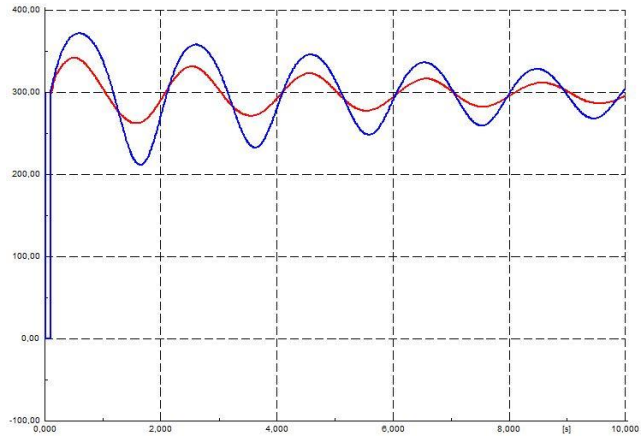

Figura 3-48 Contraste de potencia activa [MW] medida en la barra 1. Curva roja (Sistema de prueba), Curva azul (Sistema reducido)

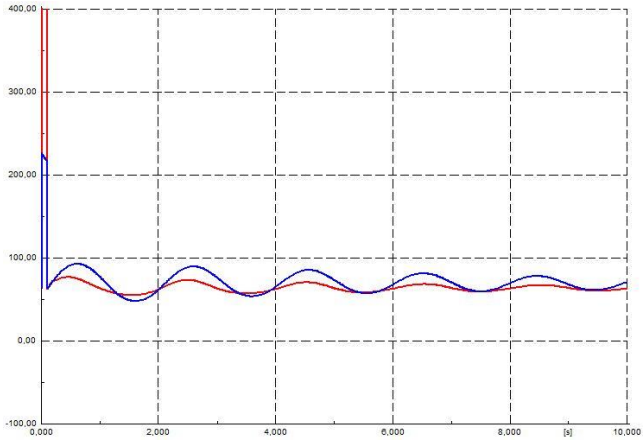

Figura 3-49 Contraste de potencia reactiva [MVAR] medida en la barra 1. Curva roja (Sistema de prueba), Curva azul (Sistema reducido)

Resultados obtenidos del análisis de los gráficos

Con los gráficos obtenidos en la sección anterior, se valida el algoritmo desarrollado para la reducción equivalente de dos áreas interconectadas radialmente. Una de las carácteristicas que se encuentran en el contraste dínamico de las variables eléctricas del sistema real y el sistema reducido, es la predominancia bajo la misma perturbación del modo oscilatorio inter-área dominante. Por otra parte, la variable eléctrica con mayor similitud dinámica entre los gráficos contrastados fue la potencia de transferencia en la interconexión radial.

4 Aplicaciones en el Sistema Eléctrico Nacional (SEN)

En el presente capítulo, se detalla el comportamiento de los algoritmos validados por los sistemas de prueba respectivos en el Sistema Eléctrico Nacional chileno. Debido a que no se dispone de la última versión del software DIgSILENT para emplear una base de datos actualizada, se emplea una base de datos publicada en la página del coordinador eléctrico [55] la cual dispone una modelación del sistema con fecha de publicación 07/02/2017.

4.1 Equivalente Thévenin en nodo de central de generacion

Para la evaluación del desempeño del código desarrollado en el anexo D.1, se estudia un evento próximo a las centrales de generación correspondientes a la S/E San Isidro y Nehuenco. El sistema se evalúa bajo un evento de corto circuito trifásico al 50% de la línea entre las S/E San Luís y Quillota, iniciando al 0,01[s] y despejando la falla a los 0,07[s].

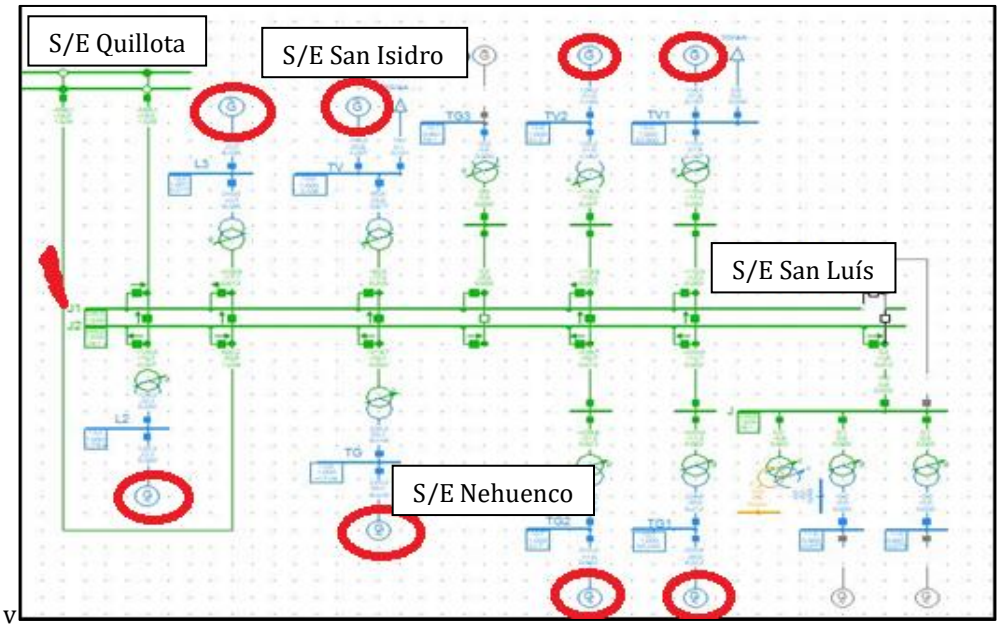

Figura 4-1 Captura del sistema eléctrico de potencia correspondiente a las centrales generadoras de las S/E San Isidro y Nehuenco.

Los registros de la velocidad del rotor en p.u., el ángulo de rotor de cada generador con referencia a la máquina conectada a la barra Slack y el ángulo de rotor de los generadores con referencia a la barra local se presentan en la Figura 4-2, Figura 4-3 y Figura 4-4.

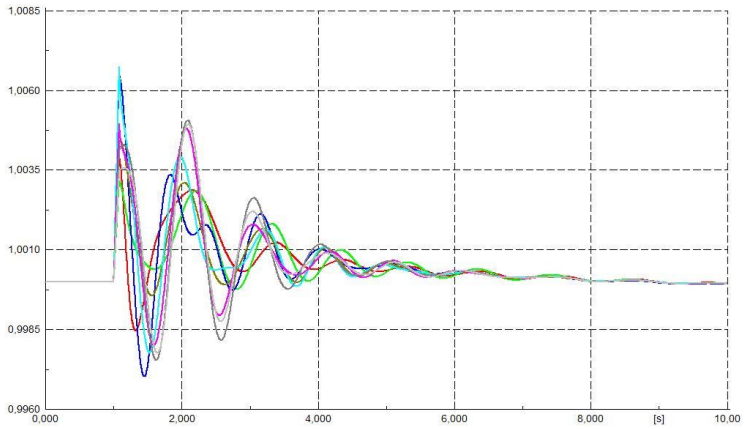

Figura 4-2 Gráfico de velocidad de rotor [p.u] en el tiempo [s] los generadores en estudio.

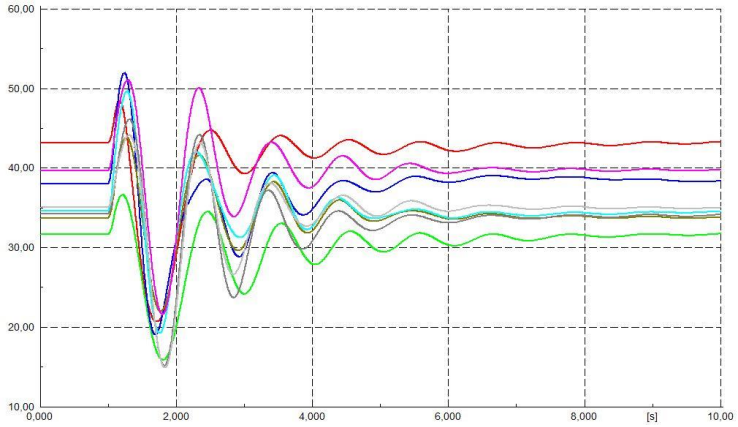

Figura 4-3 Gráfico de ángulo de rotor con referencia a la máquina Slack [Grados] en el tiempo [s] para todos los generadores en estudio.

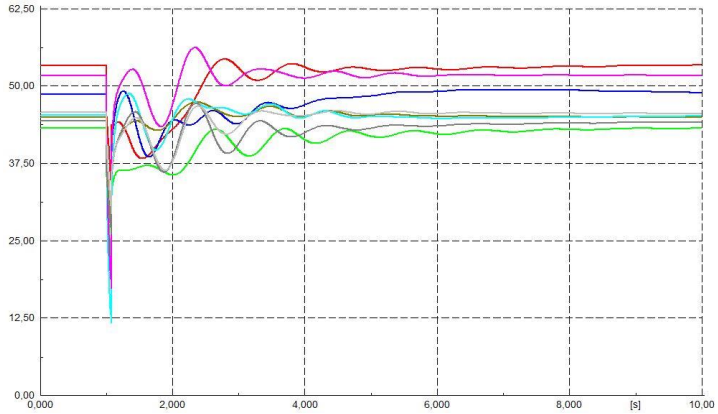

Figura 4-4 Gráfico de ángulo de rotor con referencia a la barra local de cada generador [Grados] en el tiempo [s].

La leyenda asociada a Figura 4-2, Figura 4-3 y Figura 4-4 se presenta en la Figura 4-5, en el cual se detallan los colores asociados para la identificación de cada generador en el sistema. Como se observa en los gráficos presentados anteriormente, las oscilaciones en la desviación angular y el ángulo de rotor de los generadores bajo efectos de la perturbación logran recuperan su estabilidad a lo largo del tiempo, por lo que se puede concluir que el sistema es "estable".

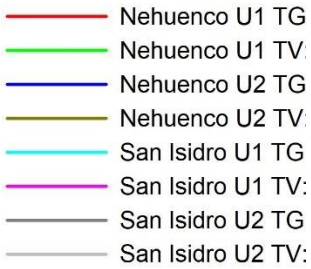

Figura 4-5 Leyenda de los generadores en estudio pertenecientes al SEN.

A continuación, se muestra el resultado gráfico al procesar los datos con el código D.1 desarrollado en MATLAB para estimación de parámetros equivalentes Thévenin en el generador "Nehuenco U1 TG". Sin pérdida de generalidad, se omite publicar los gráficos de los parámetros equivalentes Thévenin del resto de los generadores, por lo que se presenta un Listado 4-1 con los parámetros obtenidos en su estado estacionario.

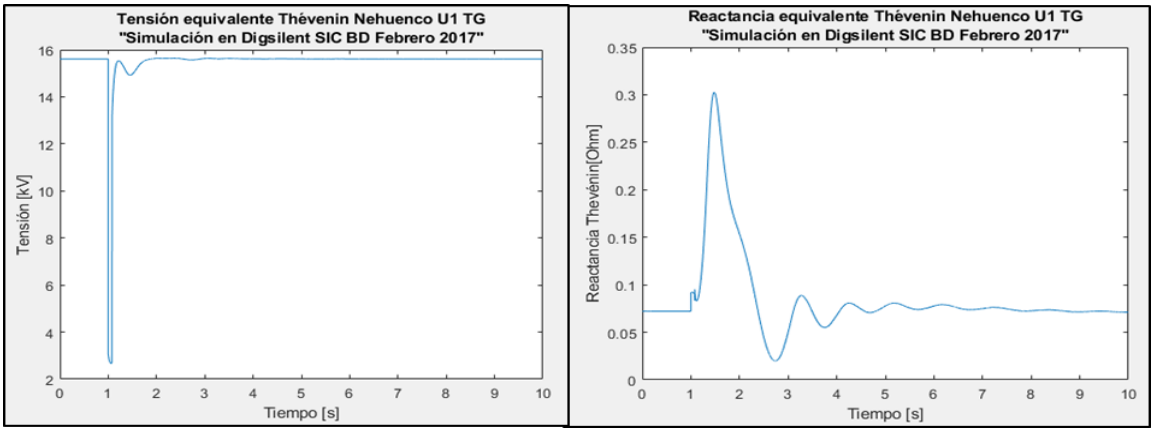

Figura 4-6 Gráficos de tensión y reactancia equivalentes de Thévenin para el generador "Nehuenco U1 TG".

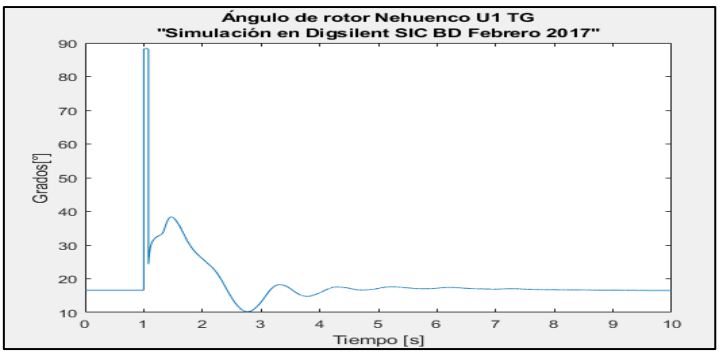

Figura 4-7 Gráfico ángulo [°] del generador "Nehuenco U1 TG" en tiempo [s] por medio de la ecuación (2-5).

Listado 4-1 Parámetros equivalentes Thévenin de barras de generación en estudio.

Barra de estimación de parámetros equivalentes del sistema	Tensión equivalente Thévenin en estado estacionario [kV]	Reactancia equivalente Thévenin en estado estacionario [Ohm]
Nehuenco U1 TG	15,6102	0,0722
Nehuenco U1 TV	10,3773	0,0729
Nehuenco U2 TG	15,5835	0,06961
Nehuenco U2 TV	15,4657	0,1508
San Isidro U1 TG	13,5934	0,0723
San Isidro U1 TV	10,3773	0,09947
San Isidro U2 TG	14,8626	0,06379
San Isidro U2 TV	13,0692	0,09945

El algoritmo estima los valores equivalentes Thévenin en tiempo real sin ningún inconveniente, presentando un margen de error en los resultados según el algoritmo de 10^{-6}. De igual forma que el análisis de los casos presentados en el capítulo 3.3.1, el margen de error de la estimación es detallado en la misma línea de código perteneciente al anexo D.1, debido a que la característica matemática de estimación es iterativa (Ver capítulo 2.2.1), y permite seleccionar el nivel de exactitud de los valores a costa de mayor tiempo en el cálculo de la estimación.

El índice de estabilidad obtenido de la aplicación del código desarrollado en el Anexo D.1 en las mediciones de parámetros de los generadores pertenecientes a la S/E San Isidro y Nehuenco, se presentan a continuación:

Tabla 4-1 Índice de estabilidad de los generadores en estudio para la validación del algoritmo en el SEN.

Generador	Tiempo de detección [s]	Índice de estabilidad (SI)
Nehuenco U1 TG	1,134	19,5249
Nehuenco U1 TV	1,104	20,9478
Nehuenco U2 TG	1,104	9,5784

Nehuenco U2 TV	1,084	40,5863
San Isidro U1 TG	1,104	7,4425
San Isidro U1 TV	1,104	3,1227
San Isidro U2 TG	1,121	27,3035
San Isidro U2 TV	1,104	2,5872

En la Tabla 4-1 se verifica la estabilidad transitoria de los generadores en estudio al manifestar todos los índices de estabilidad superiores a la unidad.

Análisis de los resultados de la aplicación del código presentado en el anexo D.1 para un sistema de generación perteneciente al Sistema Eléctrico Nacional chileno.

En vista de los resultados obtenidos del procesamiento de datos obtenidos en el SEN por el código presentado en el anexo D.1, se puede afirmar los resultados obtenidos en tiempo real de los parámetros equivalentes Thévenin no manifiestan problemas en su estimación. Sin embargo, para la extracción del índice de estabilidad (SI) para cada central de generación, la dinámica teórica que se presenta la literatura [1] difiere de la dinámica real que manifiestan los generadores, esto impacta en el cálculo del área de aceleración "A1" en la fórmula para el cálculo del índice de estabilidad(2-35).

En la Figura 4-8, se puede apreciar el comportamiento dinámico de la potencia vs el ángulo de rotor del del generador, el cual, no se condice con el comportamiento teórico ante un evento de falla trifásica expuesto en la Figura 2-6. En la figura comentada anteriormente, se marca con una línea horizontal negra la potencia mecánica pre perturbación, con color café la curva potencia-ángulo pre perturbación, con color verde la curva potencia-ángulo en estado de perturbación, con color celeste la curva potencia-ángulo post perturbación y con una línea vertical color plomo el Angulo UEP. Las áreas empleadas para el cálculo de índice de estabilidad (SI) para la predicción de perdida de sincronismo se detallan en la Figura 4-8 como "A1" y "A2" respectivamente.

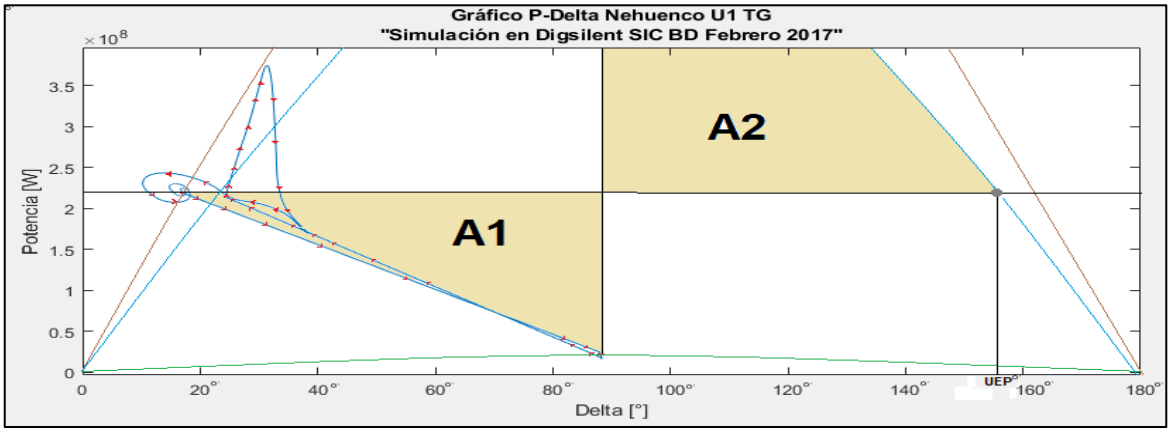

Figura 4-8 Gráfico comportamiento dinámico de la potencia [W] vs ángulo [Grados] del Generador Nehuenco U1 TG.

4.2 Modelo reducido de dos máquinas equivalentes para la interconexión radial entre la S/E Guacolda-Maitencillo

Para evaluar el desempeño del código desarrollado en el anexo D.2, se aplica un caso de estudio para el cual se reduce la S/E Guacolda y la S/E Maitencillo (interconectadas radialmente) a dos máquinas equivalentes. Para la aplicación del código del anexo D.2 se requiere aplicar una pequeña perturbación, con el fin de excitar el modo oscilatorio inter-área dominante entre las subestaciones. Para ello se simula un evento de cortocircuito trifásico al 1[s] al 50% de la línea correspondiente al circuito número tres entre la subestación Guacolda y la subestación Maitencillo. Luego la falla es despejada al 1,06[s], el tiempo de simulación total es de 10 [s].

En la Figura 4-9 se presenta el flujo de potencia aplicado en la red en un estado sin perturbación:

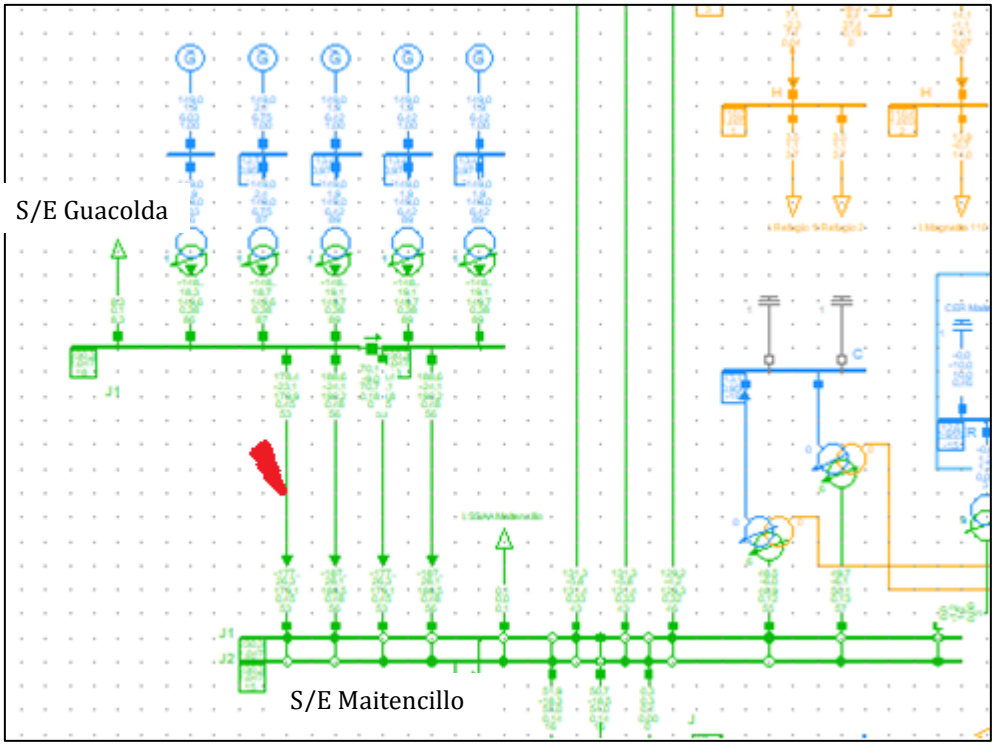

Figura 4-9 Flujo de potencia aplicado en la red en estudio.

Debido a que el algoritmo busca reducir las áreas del sistema interconectado radialmente a dos generadores equivalentes, respectivamente en cada área, se hace un zoom a la Figura 4-9, con el fin de destacar la interconexión radial que se mantendrá en el sistema reducido equivalente. Cabe mencionar que, en términos de homologación del algoritmo con el sistema en estudio, a la S/E Guacolda se referirá como Barra 1 y la S/E Maitencillo como Barra 2.

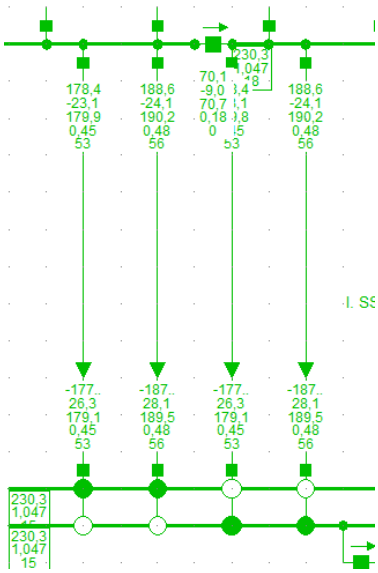

Figura 4-10 Zoom a la interconexión radial del sistema en estudio.

El comportamiento dinámico entre las barras de la S/E Guacolda y Maitencillo, más una barra ficticia necesario justo a la mitad de la interconexión radial entre estas dos subestaciones, se presenta a continuación:

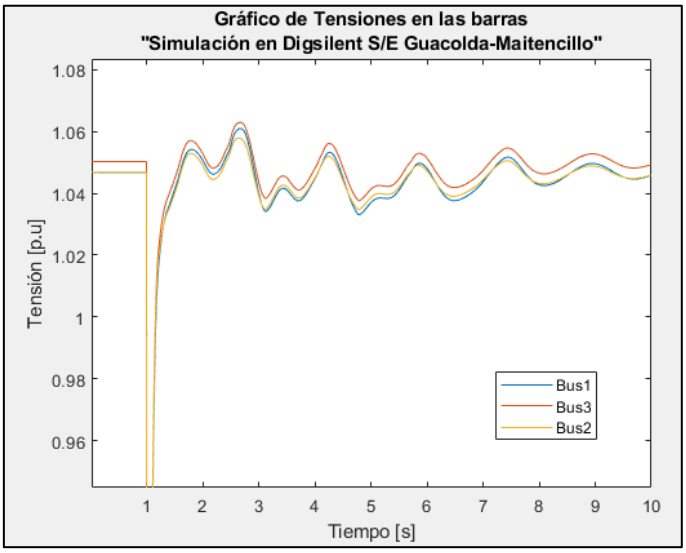

Figura 4-11 Lectura de tensión en p.u. de las barras pertenecientes a la interconexión radial.

Al procesar el registro de datos obtenidos de la tensión en las barras con el código desarrollado en MATLAB para descomposición modal presentado en el anexo D.3, se logra obtener la frecuencia de oscilación inter-área equivalente a 0,6289 [Hz].

Luego, mediante el uso del código desarrollado en el anexo D.3.1 se extrae la componente de oscilación inter-área de los registros de tensión en las barras 1,2 y 3 obteniendo como resultado el gráfico de la Figura 4-12:

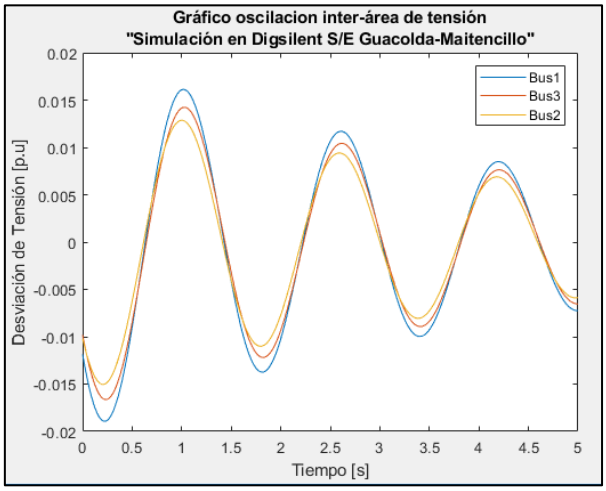

Figura 4-12 Componente de oscilación inter-área de las barras 1, 2 y 3.

Con los datos obtenidos de la descomposición modal es posible resolver el sistema de ecuaciones no lineales (2-51)(2-53).

Las reactancias transitorias en p.u. obtenidas para cada máquina equivalente son:

$$X'_{d1\,p.u} = 0{,}7527\ [p.u] \qquad (4\text{-}1)$$
$$X'_{d2\,p.u} = 0{,}2929\ [p.u]$$

Considerando que la impedancia base Z_b tiene un valor de 53,77 [Ω], al pasar las reactancias transitorias a su valor real se obtiene lo siguiente:

$$X'_{d1} = X'_{d1\,p.u} * Z_b = 0{,}7527\ [p.u] * 53{,}77\ [\Omega] = j40{,}3[\Omega] \qquad (4\text{-}2)$$
$$X'_{d2} = X'_{d2\,p.u} * Z_b = 0{,}2929\ [p.u] * 53{,}77\ [\Omega] = j15{,}59[\Omega]$$

Con el valor de las reactancias equivalentes de cada área y el empleo de la ley de la ley de Kirchhoff de tensión, es posible determinar los valores de la tensión y ángulo de cada máquina equivalente.

$$E_1 = 1{,}274[p.u] \qquad (4\text{-}3)$$
$$\delta_1 = 52{,}6[°]$$
$$E_2 = 1{,}11[p.u]$$
$$\delta_2 = -2{,}24[°]$$

Para el cálculo de la inercia correspondiente a cada máquina de generación equivalente en el sistema reducido, se descompone modalmente las lecturas de frecuencia obtenidas en la barra 1 y 2, por medio del código en el anexo D.3.1. De esta forma es posible graficar únicamente el modo de oscilación inter-área de la frecuencia en las barras obteniendo:

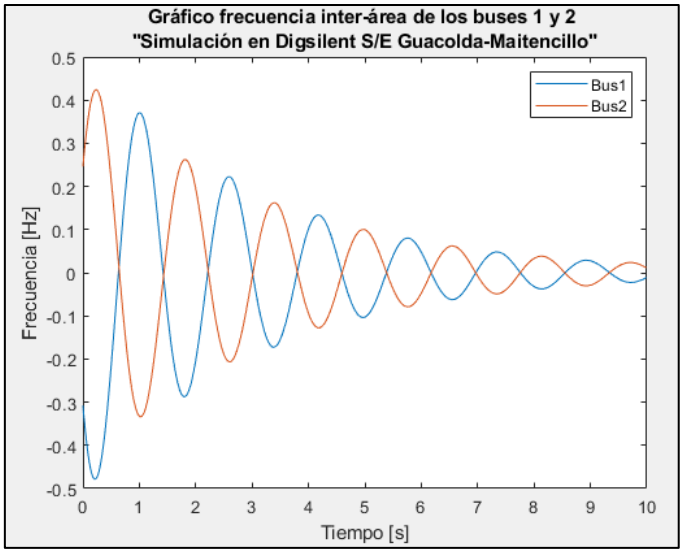

Figura 4-13 Modo oscilatorio inter-área en las lecturas de frecuencia en las barras 1 y 2.

Procesando los datos obtenidos a través del código desarrollado en MATLAB en el anexo D.2 se logra obtener la inercia equivalente de la máquina que representa al área de la barra 1 y 2 respectivamente.

La inercia estimada de la máquina 1 es 30[s] y la inercia de la máquina equivalente 2 es 68 [s]. Estos datos se obtienen empleando un sistema con 900 [MVA] y 220[kV] base.

La solución del flujo de potencia aplicado al sistema equivalente reducido se presenta en la Figura 4-14. Se puede observar que es bastante similar al flujo de potencia calculado en el sistema original de prueba visto en la Figura 4-10.

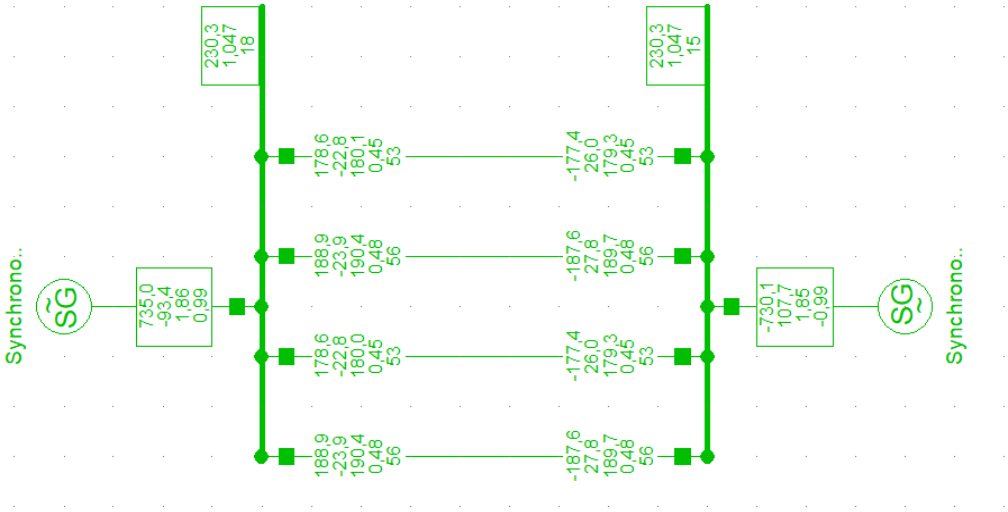

Figura 4-14 Flujo de potencia en sistema equivalente en estudio reducido.

A continuación, se verifica la valides del código desarrollado en el sistema eléctrico nacional chileno, contrastando el comportamiento dinámico de las variables eléctricas del sistema de prueba versus el sistema reducido, bajo la misma perturbación presentada para excitar el modo oscilatorio inter-área.

En los siguientes gráficos la curva verde representa el comportamiento dinámico en el tiempo del sistema en estudio y la curva azul representa el comportamiento dinámico del sistema reducido:

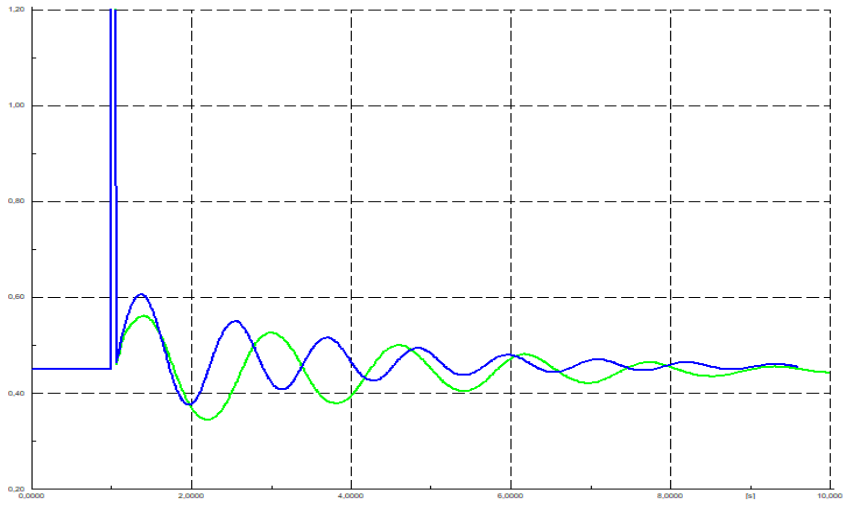

Figura 4-15 Contraste de corriente [kA] medida en la barra 1. Curva roja (SEN), Curva azul (Sistema reducido)

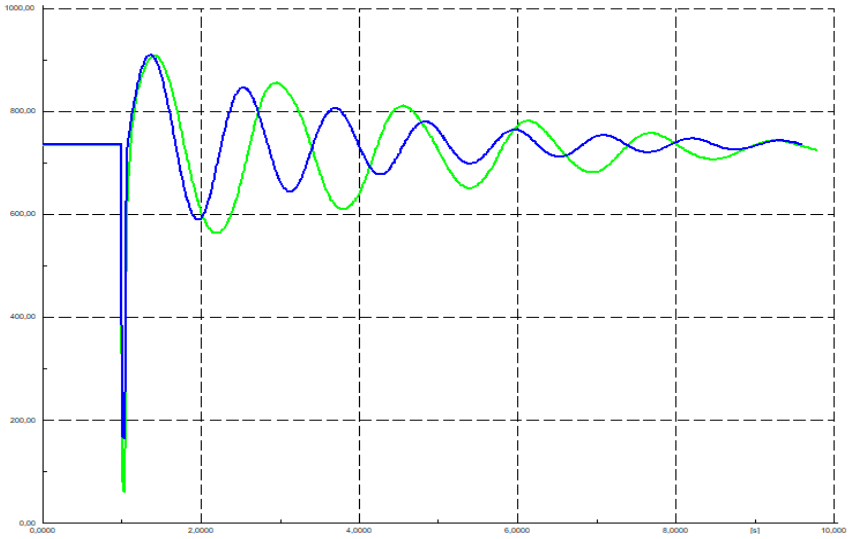

Figura 4-16 Contraste de potencia activa [MW] medida en la barra 1. Curva roja (SEN), Curva azul (Sistema reducido)

Con los gráficos obtenidos, se puede concluir que el código desarrollado en MATLAB para la reducción equivalente de dos áreas interconectadas radialmente, es solo válido durante la primera oscilación. Esto ocurre debido a la interacción de modos de control de frecuencia compensadores entre otros elementos, los cuales corrigen continuamente las oscilaciones del sistema para una pronta recuperación. Se propone como trabajo a futuro actualizar el código, para que pueda integrar en el resultado de sus parámetros esta interacción con los elementos del sistema.

Aplicación del algoritmo de reducción del sistema equivalente en dos áreas

Tal como se había comentado en los primeros capítulos, una de las aplicaciones al obtener un modelo dinámico reducido del sistema eléctrico de potencia, son los estudios de estabilidad transitoria y ajustes de protecciones ante perturbaciones. Los estudios de ajustes de protección (EAP) requieren de sistemas reducidos, los cuales repliquen el comportamiento dinámico del sistema eléctrico de potencia original. La necesidad del uso de modelos dinámicos reducidos surge debido a que los EAP requieren de una gran cantidad de casos de simulación que certifiquen el correcto funcionamiento de los ajustes configurados en la protección, de caso contrario, si no se reduce el sistema eléctrico de potencia y se trabaja con un sistema completamente modelado al detalle, se hace casi imposible obtener los resultados de los EAP, ya que, el tiempo de simulación aumenta exponencialmente por la gran carga matemática al incluir modelos del sistema completo.

Estudio de ajustes de protección para la función PSB (Power Swing Blocking)

En el capítulo 2.2.3, se mencionan algunos de los métodos para la detección de oscilaciones de potencia en una protección de distancia. A continuación, se emplea el método tradicional del ajuste de la función de protección PSB en una protección del sistema equivalente reducido obtenido en este capítulo.

Las características a considerar son las siguientes:

- El ajuste resistivo del blinder interno debe quedar fuera del alcance más externo de la función de protección de distancia que es supervisado por la función PSB.
- El ajuste resistivo del blinder externo debe quedar dentro de la zona correspondiente al máximo flujo de carga.

Para el estudio se considera el cálculo del ángulo en grados de los parámetros ANGOR y ANGIR, los cuales son presentados en la Figura 4-17.

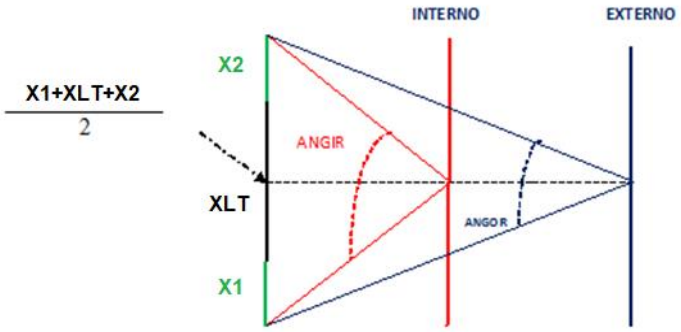

Figura 4-17 Parámetros para el ajuste de la función de protección PSB.

Las fórmulas para el cálculo de los parámetros ANGIR y ANGOR se presentan a continuación:

$$ANGIR = 2 + \tan^{-1}\left(\frac{|Z_T|}{2 * INBR}\right) \tag{4-4}$$

$$ANGOR = 2 + \tan^{-1}\left(\frac{|Z_T|}{2 * OTBR}\right) \tag{4-5}$$

En las ecuaciones (4-4) y (4-5), el parámetro INBR es el ajuste resistivo del blinder interno, el parámetro OTBR es el ajuste resistivo del blinder externo y ZT es la impedancia total entre las reactancias de los generadores y la reactancia de la línea.

El cálculo de temporización (PSBD) del power swing blocker es la referencia para discriminar si la taza de cambio de la impedancia vista por la protección distancia en el plano R-X, corresponde a una falla o una oscilación.

- Si el tiempo de tránsito de la impedancia entre los blinders externo e interno es menor al tiempo ajustado en el PSBD se trata de una falla.
- Si el tiempo de tránsito de la impedancia entre los blinders externo e interno es mayor al tiempo ajustado en el PSBD se trata de una oscilación de potencia.

El cálculo de parámetro PSBD en ciclos se obtiene de la siguiente ecuación:

$$PSBD_{[Ciclos]} = \frac{(ANGIR - ANGOR) * f_{nominal}}{360 * f_{Oscilación}} \tag{4-6}$$

Los valores de $f_{nominal}$ y $f_{Oscilación}$ se encuentran en Hertz. El valor de la frecuencia de oscilación se obtiene mediante métodos de descomposición modal inter-área, tomando el valor máximo de oscilación del caso en estudio [56]. Considerando que el rango de oscilación inter-área se encuentra entre 0,3-0,8 [HZ] y el modo de oscilación máquina-sistema (modo local) se encuentra en rangos de oscilación de 1-2 [Hz], para el siguiente caso de estudio se emplea una frecuencia de oscilación de 2[Hz].

Con los datos aportados del modelo dinámico reducido inter-área entre la interconexión radial de la S/E Guacolda y la S/E Maitencillo de 220[kV], es posible obtener los ajustes del blinder interno y externo, para discriminar si la trayectoria que toma la impedancia vista por el relé de protección en el plano R-X es debida a una falla o a una oscilación de potencia. En la Figura 4-18 se representa la topología del modelo dinámico reducido de la interconexión radial, además se encierra en un círculo verde la protección distancia ubicada en "L4" para la cual se ajustan los parámetros blinder para la detección PSB.

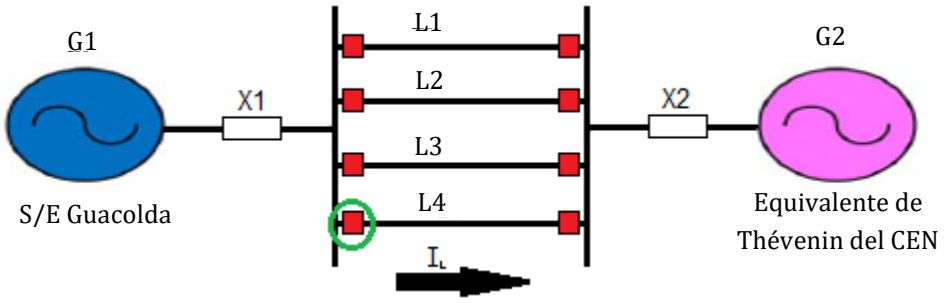

Figura 4-18 Modelo dinámico equivalente reducido de interconexión radial S/E Guacolda y S/E Maitencillo.

Las líneas presentadas en la Figura 4-18 tienen una longitud de 36 [km] y su valor resistivo es despreciable en consideración con su valor reactivo. Por facilidad en el cálculo de los ajustes del PSB se

asume que $R_{L1}, R_{L2}, R_{L3}, R_{L4}$ es cero. Los valores reactivos que representan a los generadores equivalentes reducidos y las líneas en la interconexión radial se presentan a continuación:

$$X_1 = j40{,}3[\Omega]\ ; X_2 = j15{,}59[\Omega] \tag{4-7}$$

$$X_{L1} = j13{,}42[\Omega]; X_{L2} = j13{,}42[\Omega]; X_{L3} = j14{,}19[\Omega]; X_{L4} = j14{,}19[\Omega] \tag{4-8}$$

Tomando en consideración los valores reactivos de línea presentados anteriormente, se puede calcular la reactancia de línea equivalente posterior a la desconexión de la línea que manifiesta la falla, la cual se presenta en la siguiente ecuación:

$$X_{LT} = \frac{1}{\frac{1}{X_{L2}} + \frac{1}{X_{L3}} + \frac{1}{X_{L4}}} = \frac{1}{\frac{1}{13{,}42} + \frac{1}{14{,}19} + \frac{1}{14{,}19}} = j4{,}64[\Omega] \tag{4-9}$$

Considerando que la impedancia entre las máquinas generadoras equivalentes en el enlace radial, es puramente reactiva, la magnitud de $|Z_T|$ es:

$$|Z_T| = |X_1 + X_{LT} + X_{L2}| = |40{,}3j + 4{,}64j + 15{,}59j| = 60{,}53[\Omega] \tag{4-10}$$

Los parámetros angulares de la función PSB en el sistema se consideran los siguientes valores [56]:

$$\begin{aligned} ANGIR &= 100[°] \\ ANGOR &= 70[°] \end{aligned} \tag{4-11}$$

Por lo tanto, el cálculo de los parámetros resistivos de los blinder internos y externos se despejan de las ecuaciones (4-4) y (4-5) obteniendo:

$$INBR = \frac{|ZT|}{2} * \cot\left(\frac{ANGIR}{2}\right) = \frac{60{,}53}{2} * \cot\left(\frac{100}{2}\right) = 25{,}39 \tag{4-12}$$

$$OTBR = \frac{|ZT|}{2} * \cot\left(\frac{ANGOR}{2}\right) = \frac{60{,}53}{2} * \cot\left(\frac{70}{2}\right) = 43{,}2816 \tag{4-13}$$

Considerando una frecuencia máxima de oscilación de 2 [Hz] se puede calcular el PSBD de la siguiente forma:

$$PSBD = \frac{(ANGIR - ANGOR) * f_{nom}}{360 * f_{osc}} = \frac{(100 - 70) * 50}{360 * 2} = 2{,}08[Ciclos] = 0{,}0416[s] \tag{4-14}$$

Si se considera la frecuencia máxima de oscilación como el valor obtenido por la descomposición modal de la oscilación inter-área, f_{osc}=0,8 [Hz], el cálculo del PSBD aumenta:

$$PSBD = \frac{(ANGIR - ANGOR) * f_{nom}}{360 * f_{osc}} = \frac{(100 - 70) * 50}{360 * 0{,}8} = 5{,}2[Ciclos] = 0{,}104[s] \tag{4-15}$$

Para el caso de estudio, se programa en DIgSILENT un evento de cortocircuito trifásico al 50% de la línea L1, el cual se activa en al primer segundo transcurrida la simulación. Las protecciones asociadas a la línea L1 dan orden de trip desprendiendo la línea del sistema a los 1,060[s]. A continuación, en la Figura 4-19 se presenta la topología del sistema eléctrico de potencia reducido ante el evento de cortocircuito.

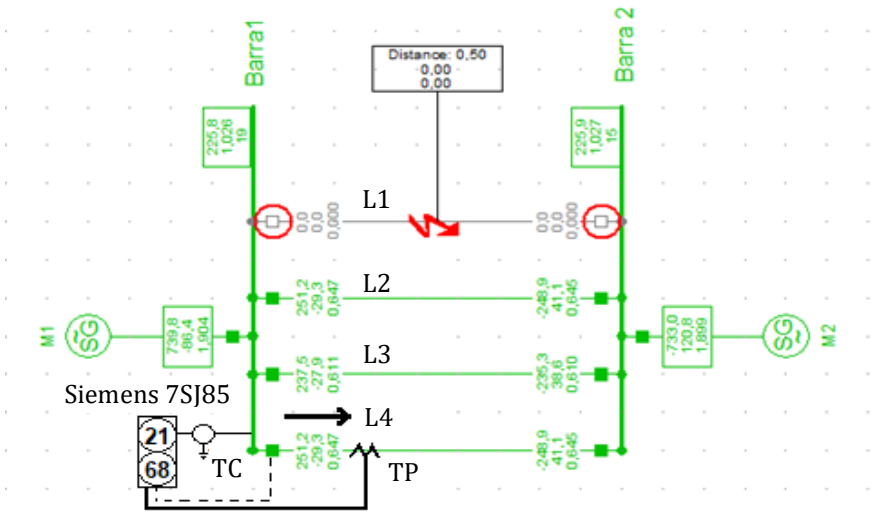

Figura 4-19 Topología del sistema reducido ante evento de corto circuito.

La protección a parametrizar en la línea L4 es un modelo Siemens 7SJ85, el cual se encuentra mirando en dirección a la barra 2, con la función de protección 21 (Distancia) y 68 (Bloqueo por oscilación de potencia).

A continuación, en la Figura 4-20 presentan las zonas de operación en el plano R-X de la función de protección distancia (21) delimitadas en color rojo y los blinders asociados al PSB (68) en color verde. Además, se logra apreciar la trayectoria de la impedancia vista por el relé de protección Siemens 7SJ85, la cual ingresa al blinder externo al instante de la falla t1=1,000[s] y su salida del blinder externo en t2=1,061[s] en el instante que se despeja la falla producto del desprendimiento de la línea "L1". Posterior a desconexión de "L1". La trayectoria de la impedancia en el tiempo t3=1,065[s] comienza a acelerar nuevamente en dirección de los blinder, sin atravesarlos. La aproximación máxima hacia los blinder ocurre en t4=1,400 [s], posterior a este tiempo manifiesta una nueva oscilación, tomando una distancia máxima de los blinder en t5=2,040[s].

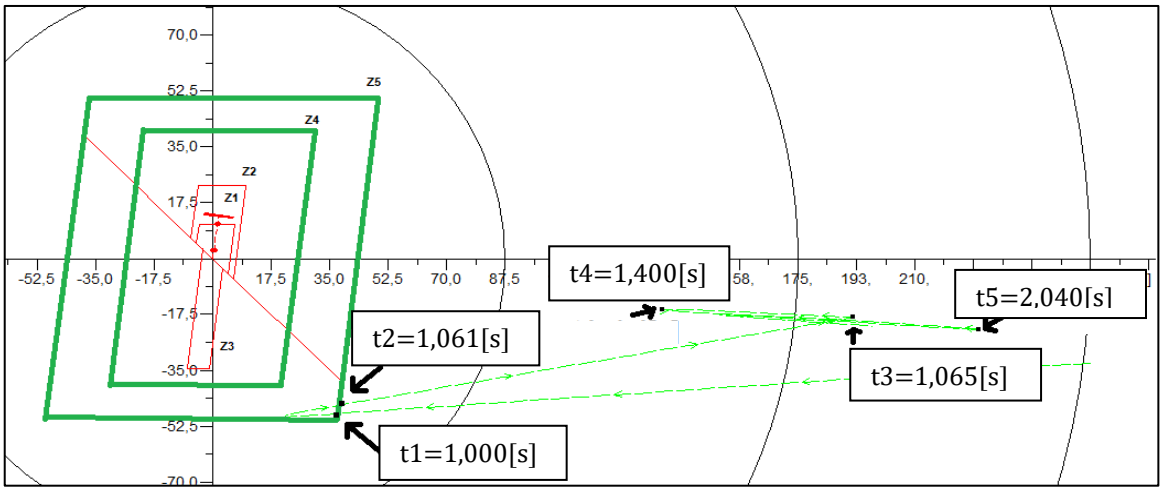

Figura 4-20 Parametrización de los ajustes de protección para la función PSB con blinders internos y externos Z4 y Z5 respectivamente.

La diferencia entre los tiempos de desplazamiento en Figura 4-20 se muestran a continuación:

$$\Delta t_1 = t_2 - t_1 = 1{,}061[s] - 1[s] = 0{,}061[s] \tag{4-16}$$

$$\Delta t_2 = t_4 - t_3 = 1{,}4[s] - 1{,}065[s] = 0{,}335[s] \tag{4-17}$$

$$\Delta t_3 = t_5 - t_4 = 2{,}04[s] - 1{,}4[s] = 0{,}64[s] \tag{4-18}$$

La ecuación (4-16), representa el intervalo de tiempo en el cual la falla es despejada por el desprendimiento de la línea, esta oscilación ingresa al blinder externo y sale del mismo sin atravesar el blinder interno. La ecuación (4-17), representa el intervalo de tiempo en el cual se manifiesta aproximadamente el 25% de la oscilación de potencia producto del cambio en la topología de la red al desprender la línea "L1", la oscilación de potencia no ingresa al blinder externo. La ecuación (4-18), representa el intervalo de tiempo en el cual se manifiesta aproximadamente el 50% de la oscilación de potencia, en este intervalo de tiempo la trayectoria de la impedancia se retira de la zona de los blinder.

Al calcular el intervalo de tiempo completo de una oscilación a partir del gráfico presentado en la Figura 4-20, se estima que la primera oscilación tiene un tiempo de oscilación aproximado de 1,28 [s], siendo equivalente a una frecuencia de 0,78 [Hz], valor coherente con la frecuencia de oscilación inter-área calculado a partir de la descomposición modal.

Para este caso, los valores de PSBD calculados para una frecuencia de oscilación máxima de 0,8 y 2[Hz] son válidos, ya que producto de la perturbación, la trayectoria de la impedancia no vuelve a ingresar en el blinder externo.

Si se emplean 2[Hz] como frecuencia de oscilación máxima en el ajuste de PSBD, resulta un ajuste más conservador, debido a que el tiempo de la trayectoria entre los blinder para activar la función de bloqueo por oscilación de potencia es de 0,0416[s]. En cambio, si se utiliza una frecuencia de oscilación máxima de 0,8[Hz], el ajuste resulta más exigente, ya que, para activar el bloqueo por oscilación de potencia la trayectoria de la impedancia tiene que cumplir un intervalo de tiempo de 0,104[s] entre los blinders.

Discusión y conclusiones

Los avances tecnológicos relacionados con el tratamiento y manejo de datos de unidades de medición sincrofasorial en un sistema eléctrico de potencia, permiten el desarrollo de modelos de reducción representativos e índices de estabilidad de la red en tiempo real. Con esto se logra obtener una precisión mayor de las condiciones reales del sistema que las obtenidas por un entorno simulado.

El desarrollo de la investigación en torno a la aplicación de algoritmos que trabajen con mediciones obtenidas por PMU en un sistema eléctrico de potencia es de gran importancia, ya que, permite verificar y contrastar resultados obtenidos en los cuales teóricamente resultan correctos y en la práctica no. De esta manera, se logra obtener y dimensionar los alcances reales de los códigos desarrollados para cada algoritmo.

1. **Discusión y análisis del algoritmo de estimación de parámetros equivalentes Thévenin vistos desde un nodo de generación:**

El algoritmo de reducción del sistema mediante la estimación de los parámetros equivalentes Thévenin vistos por un nodo de generación, propone una estimación en tiempo real muy precisa en condiciones estables y con baja perturbación. Esto ocurre debido a que la estructura de flujo, que contiene el mencionado algoritmo, se fundamenta en la predicción de la i+1 muestra obtenida por la PMU, con este dato estimado se corrige el cálculo de los parámetros equivalentes Thévenin obtenidos, iterando las veces que sean necesarias hasta que se cumple la tolerancia de error definida en el código.

El problema de estimación de la i+1 muestra de la PMU ante una gran perturbación, según los resultados obtenidos, es que llega un punto en que el algoritmo ingresa en un ciclo iterativo infinito en el cual, no logra estimar los parámetros equivalentes Thévenin bajo la tolerancia de error definida. El punto mencionado anteriormente es crítico teniendo en cuenta que el algoritmo está diseñado para la estimación de parámetros del sistema en tiempo real. Con este error se pierde esta característica.

Una solución al problema comentado anteriormente, es la integración en el algoritmo de un sistema de tolerancia adaptativo en función del intervalo de tiempo que perdure la iteración cíclica hasta encontrar los parámetros equivalentes Thévenin. Sin embargo, al aumentar la tolerancia de error permitido, se pierde la precisión de los parámetros estimados equivalentes del sistema.

2. **Discusión y análisis del algoritmo del indice de estabilidad para un sistema reducido visto por un nodo de generación:**

El análisis de los resultados obtenidos, en la aplicación del índice de estabilidad de los generadores ante pérdida de sincronismo propuesto por la literatura, demuestra ser efectivo en cuanto a la respuesta del índice para la prevención de un efecto cascada entre los generadores de la red. Sin embargo, el diseño de este criterio esta desarrollado en base al análisis de una perturbación en un caso ideal, lo cual no considera la intervención de elementos de control ante oscilación de frecuencia en el sistema. Esto se puede verificar contrastando la dinámica del ángulo de rotor del generador ante la aplicación de una falla trifásica y su posterior aclaramiento versus los gráficos obtenidos mediante las ecuaciones propuestas en la literatura. Debido a que el código en el cual se fundamenta el criterio de estabilidad se apega al dinamismo de ángulo de rotor teórico, los índices de estabilidad por parte de los generadores dan cantidades muy superiores a las propuestas por la literatura en su caso ejemplo.

Una solución para adaptar el criterio propuesto por la literatura ante la dinámica del ángulo de rotor real del sistema, es modificar los criterios de partida y parada de la integración trapezoidal en el cálculo del área de aceleración A1.

Conclusión sobre los de los algoritmos basados en la obtención de parámetros equivalentes Thévenin vistos por un nodo de generación:

El algoritmo de reducción equivalente del sistema visto por un nodo de generación y su criterio de estabilidad ante perdida de sincronismo asociado, aportan parámetros sumamente útiles en cuanto al estado del sistema ante una perturbación. Pero para su aplicación real en el sistema interconectado, es necesario perfeccionarlo a las condiciones reales de la red y el sistema.

1. **Discusión y análisis del algoritmo para la reducción equivalente en de dos áreas interconectadas radialmente:**

El algoritmo de reducción equivalente de dos áreas en una interconexión radial, estima parámetros para simular una red reducida con características muy próximas a la red real, manteniendo su modo oscilatorio dominante. Esto se comprueba mediante el contraste de los gráficos del sistema real y reducido ante una misma perturbación en su interconexión.

El comportamiento dinámico con más similitud entre las variables eléctricas en el tiempo, es la potencia de trasferencia y la frecuencia de oscilación dominante. Con este algoritmo se permite alivianar los recursos computacionales en el estudio del impacto de las perturbaciones en la interconexión radial mediante el cálculo de parámetros entre dos áreas equivalentes del sistema.

El algoritmo de reducción equivalente entre dos áreas en una interconexión radial perteneciente al SEN, demuestra una limitación en la similitud del comportamiento dinámico de la red reducida y la red real. Esto ocurre debido a que, en el sistema real, se compensa el cambio de la componente dinámica del modo oscilatorio inter-área dominante en el tiempo, con los diferentes elementos de control existentes en la red. Por lo que se concluye que la reducción equivalente calculada de una red real ante una perturbación, es solo representativa durante la primera oscilación.

2. Discusión y análisis del algoritmo para la descomposición modal de una señal:

Con respecto a los resultados obtenidos por los algoritmos desarrollados para descomposición modal, a través del método MPM con y sin filtro SVC, se puede concluir que ambos códigos logran identificar y descomponer modalmente una señal con ruido. Por lo que se recomienda el uso de estos códigos para tales fines.

Conclusión del algoritmo para la reducción equivalente en de dos áreas interconectadas radialmente:

El algoritmo de reducción de un sistema en dos áreas interconectadas radialmente resulta útil para estudios relacionados con el comportamiento oscilatorio inter-área del sistema bajo una perturbación en la interconexión radial. Sin embargo, topológicamente en el SEN existen muy pocos casos en los cuales la interconexión contenga estas características. Se sugiere continuar el desarrollo del código planteado en la literatura [2] con el fin de integrar la capacidad de tolerar compensadores en las líneas de interconexión y condiciones topologías de interconexión en estrella, condiciones que son más comunes en el sistema eléctrico de potencia chileno.

Desarrollo para investigaciones futuras:

Una vez identificados y analizados los alcances de los algoritmos desarrollados en esta tesis, se proponen los trabajos futuros en el cual se puede continuar esta investigación:

- Mejora de los códigos desarrollados para los algoritmos tanto en la metodología propuesta como en la sintaxis y uso de recursos en el software Matlab.
- Contrastar resultados de la descomposición modal de una señal, a través del método Prony y el método MPM, para obtener los modos oscilatorios dominantes. De esta manera se puede determinar analíticamente cual cumple un mejor desempeño.
- Mejorar y proponer un nuevo criterio para la detección de perdida de estabilidad de un generador ante pérdida de sincronismo con los parámetros equivalentes Thévenin estimados.
- Desarrollar y validar códigos para algoritmo de reducción equivalente de un sistema interconectado en estrella y verificar su aplicabilidad en el SEN. Este algoritmo ya se encuentra disponible en la literatura.

Bibliografía

[1] B. Alinezhad and H. Karegar, "Predictive out-of-step relay based on equal area criterion and PMU data," International transactions on electrical energy systems, Teherán, 2017.

[2] J. H. Chow, A. Chakrabortty, L. Vanfretti y M. Arcak, «Estimation of radial power system transfer path dynamic parameters using synchronized phasor data,» *IEEE Transactions on power systems,* vol. 23, nº 2, pp. 564-571, 2008.

[3] G. R. Moraes, A. Berizzi, V. Ilea y G. D'Antona, «Inertia estimation of equivalent areas by a PMU based approach following perturbations,» de *IEEE International conference on environment and electrical engineering and 2018 IEEE Industrial and commercial power systems europe (EEEIC/I&CPS Europe)*, DOI: 10.1109/EEEIC.2018.8494352, 2018.

[4] H. E. Brown, R. B. Shipley, D. Coleman and R. E. Nied, "A study of stability equivalents," *IEEE Transactions on power apparatus and systems,* Vols. PAS-88, no. 3, pp. 200-207, 1969.

[5] W. T. Brown and W. J. Cloues, "Combination Load-Flow and stability equivalent for power system representation on A-C network analyzers," *Transactions of the American institute of electrical engineers. Part III: Power apparatus and systems,* vol. 74, no. 3, pp. 782-787, 1955.

[6] J. Undrill and A. E. Turner, "Construction of power system electromechanical equivalents by modal analysis," *IEEE Transactions on power apparatus and systems,* Vols. PAS-90, no. 5, pp. 2049-2059, 1971.

[7] A. Kuppurajulu and S. Elangovan, "System analysis by simplified models," *IEEE Transactions on Automatic Control,* vol. 15, no. 2, pp. 234-237, 1970.

[8] A. Chang and M. M. Adibi, "Power system dynamic equivalents," *IEEE Transactions on power apparatus and systems,* Vols. PAS-89, no. 8, pp. 1737-1744, 1970.

[9] P. Kundur, N. J Balu and M. G Lauby, Power system stability and control, New York: McGraw-Hill, 1994.

[10] B. J. Machowshi, J. W. Bialek and J. Bumby, Power system dynamics: Stability and control, United Kingdom: John Wiley & Sons, 2008.

[11] B. M. Weedy, B. J. Cory, N. Jenkins and J. B. Ekanaya, Electric power systems, United Kingdom: Wiley & Sons, 2012.

[12] . P. M. Anderson, B. L. Agrawal and J. E. Van Ness, Subsynchronous resonance in power systems, New York: IEEE Press, 1990.

[13] P. M. Anderson, . A. Fouad and Institute of Electrical and Electronics Engineers , Power system control and stability, Piscataway, N.J: IEEE Press, 2003.

[14] B. Stott, "Power system dynamic response calculations," *Proceedings of the IEEE,* vol. 67, no. 2, pp. 219-241, 1979.

[15] Y. Katoka, «State Variable Description of Dynamic Load Models in Electrical Power System Analysis,» *IEEE Trans. on Power Systems,* vol. 1, nº 10, pp. 149-157, 1995.

[16] C. P. Steinmetz, "Power control and stability of electric generating stations," *Transactions of the American institute of electrical engineers,* vol. 39, no. 2, pp. 1215 - 1287, 1920.

[17] IEEE, "First Report of Power System Stability," *Transactions of the American institute of electrical engineers,* vol. 56, no. 2, pp. 261 - 282, 1937.

[18] A. Atputharajah and T. Kumar Saha, "Power system blackouts - literature review," in *International Conference on Industrial and Information Systems (ICIIS)*, Sri Lanka, Sri Lanka, 2009.

[19] Power system operation and control of the power industry standardization technical committe, "Guide on Security and Stability for Power System, DL 755-2001," China Electric Power Press, Beijing, 2001.

[20] J. J. Graninger and W. D. Stevenson, Análisis de sistemas de potencia, México: McGraw-Hill, 1996.

[21] C. Taylor and D. Erickson, "Recording and analyzing the july 2 cascading outage," *Computer applications in power IEEE,* vol. 10, no. 1, pp. 26-30, 1997.

[22] J. E. Dagle, "Data management issues associated with the august 14, 2003 blackout," in *IEEE Power engineering society general meeting*, Denver, CO, USA, 2004.

[23] C. A. Ruiz, N. J. Orrego and J. F. Gutierrez, "The Colombian 2007 black out," in *IEEE/PES Transmission and distribution conference and exposition: Latin America*, Bogota, Colombia, 2008.

[24] El Mercurio, "(Chile) Cortes de luz del 98 y 99, el fantasma que el Gobierno está intentando alejar," 06 02 2008. [Online]. Available: http://www.revistaei.cl/2008/02/06/chile-cortes-de-luz-del-98-y-99-el-fantasma-que-el-gobierno-esta-intentando-alejar/#. [Accessed 12 05 2019].

[25] J. Araneda, H. Rudnick, S. Mocarquer and P. Miquel, "Lessons from the 2010 Chilean earthquake and its impact on electricity supply," in *International conference on power system technology*, Hangzhou, China, 2010.

[26] J. C. Araneda, "Oportunidades y desafíos en transmisión eléctrica," CIGRE, Chile, 2011.

[27] Comisión Nacional de Energia (CNE), «Norma Técnica de seguridad y calidad de servicio,» 18 Mayo 2018. [En línea]. Available: https://www.cne.cl/wp-content/uploads/2015/06/NTSyCS_May18.pdf. [Último acceso: 30 Mayo 2019].

[28] S. M. Abdelkader and D. J. Morrow, "Online tracking of thevenin equivalent parameters using PMU measurements," *IEEE Trans. Power Syst.,* vol. 27, no. 2, pp. 975-983, 2012.

[29] S. M. Abdelkader and D. J. Morrow, "Online thévenin equivalent determinaton considering system side changes and measurement errors," *IEEE Trans. Power Syst.,* vol. 30, no. 5, pp. 2716-2725, 2015.

[30] S. A. Arefifar and W. Xu, "Online tracking of power system impedance parameters and field experiences," *IEEE Trans. Power Deliv,* vol. 24, no. 4, pp. 1781-1788, 2009.

[31] Y. Liu, Z. Li, Y. Yang and J. Liu, "A novel on-line identification for Thevenin equivalent parameters of power system regarding persistent disturbance condition," in *China International Conference on Electricity Distribution (CICED)*, Xi'an, 2016.

[32] A. Knezevic, D. Oyedokun and B. Rawn, "Discussion of methods and past results of grid Thévenin equivalent impedance (TEI) estimation in the context of distributed generation (DG)," in *25 th Southern African Universitys Power Engineering Conference (SAUPEC)*, Stellenbosch, South Africa, 2017.

[33] P. M. Anderson, Power system protection, New York: Wiley-IEEE Press, 1999.

[34] P. Kundur, J. Paserba, V. Ajjarapu, G. Andersson, A. Bose, C. Canizares, N. Hatziargyriou, D. Hill, A. Stankovic, C. Taylor, T. V. Cursem and V. Vittal, "Definition and classification of power system stability," *IEEE Transactions on Power Systems, IEEE/CIGRE joint task force on stability terms and definitions,* vol. 19, no. 2, pp. 1387 - 1401, 2004.

[35] IEEE, "Power Swing and Out-Off-Step considerations on Transmission Lines," 19 July 2005. [Online]. Available: http://www.ewh.ieee.org/r6/san_francisco/pes/pes_pdf/OutOfStep/PowerSwingOOS.pdf. [Accessed 4 Dicember 2019].

[36] A. G. Phadke, J. S. Throp and M. G. Adamiak, "New measurement techniques for tracking voltage phasors, local system frequency, and rate of change of frequency," *IEEE Trans. Power App. Syst.,* vol. 102, no. 5, pp. 1025-1038, 1983.

[37] A. G. Phadke, "Synchronized phasor measurements in power systems," *IEEE Comput. Appl. Power,* vol. 6, no. 2, pp. 10-15, 1993.

[38] A. Chakrabortty, J. H. Chow and A. Salazar, "A Measurement-Based framework for dynamic equivalencing of large power systems using Wide-Area phasor measurements," *IEEE Transactions on smart grid,* vol. 2, no. 1, pp. 68-81, 2011.

[39] T. K. Sarkar and O. Pereira, "Using the matrix pencil method to estimate the parameters of a sum of complex exponentials," *IEEE Antennas and propagation magazine,* vol. 37, no. 1, pp. 48-55, 1995.

[40] J. A. O. Serena, "Synchrophasor estimation using prony's method," *IEEE Transactions on instrumentation and measurement,* vol. 62, no. 8, pp. 2119-2128, 2013.

[41] F. R. Gantmacher, The theory of matrices, vol.2, Moscow: American mathematical society, 2000.

[42] Y. Hua y T. K. Sarkar, «Matrix pencil method for estimating parameters of exponentially damped/undamped sinusoids in noise,» *IEEE Trans. Acoust.,* vol. 38, nº las matrices Y1 e Y2 están mal condicionadas y, por lo tanto, el algoritmo QZ no es lo suficientemente estable como para producir los valores propios generalizados [5, pp. 814-824, 1990.

[43] Y. Hua and T. K. Sarkar, "On SVD for estimating generalized eigenvalues of singular matrix pencil in noise," *IEEE Transactions on signal processing,* vol. 39, no. 4, pp. 892-900, 1991.

[44] G. H. Golub and C. F. Van Loan, Matrix Computations, Baltimore, Maryland: John Hopkins University Press, 1983.

[45] R. Cimadevilla, Fundamentos de la medición de sincrofasores, XII ERIAC, 2009.

[46] A. Singh Rana, N. Parveen, S. Rasheed and S. T. Mini , "Exploring IEEE standard for synchrophasor C37.118 with practical implementation," in *2015 Annual IEEE India Conference (INDICON)*, New Delhi, India, 2015.

[47] E. O. Schweitzer and D. E. Whitehead, "Real-world synchrophasor solutions," in *62nd Annual conference for protective relay engineers*, Austin, TX, USA, 2009.

[48] A. Phadke and J. S. Thorp, "History and applications of phasor measurements," in *IEEE PES Power systems conference and exposition*, Atlanta, GA, USA, 2006.

[49] E. O. Schweitzer, D. Whitehead, G. Zweigle, K. G. Ravikumar and G. Rzepka, "Synchrophasor-based power system protection and control applications," in *Modern electric power systems*, Wroclaw, Poland, 2010.

[50] E. Price, "Practical considerations for implementing wide area monitoring, protection and control," in *IEEE: 59th Annual Conference for Protective Relay Engineers*, College Station, TX, USA, 2006.

[51] G. Benmouyal, E. Schweitzer and A. Guzman, "Synchronized phasor measurement in protective relays for protection, control, and analysis of electric power systems. Schweitzer Engineering Laboratories," in *29th Annual western protective relay conference*, Washington, 2002.

[52] G. Araque and R. Barba, "Unidades de Medición Fasorial – PMU," *Corporación Centro Nacional de Control de Energía-CENACE,* vol. 1, no. 1, pp. 44-50, 2011.

[53] H. Altuve and E. Schweitzer, Modern Solutions for Protection, Control and Monitoring of Electric Power Systems, Washington: Schweitzer Engineering Laboratories Inc., 2010.

[54] «Proyecto MedFasee .:. Monitoreo del sistema eléctrico en tiempo real,» Universidad Federal de Santa Catarina, [En línea]. Available: http://www.medfasee.ufsc.br/conosur/. [Último acceso: 19 06 2019].

[55] Coordinador Eléctrico Nacional, «Base de Datos DIgSILENT- SDEC SIC,» 2017. [En línea]. Available: https://sic.coordinador.cl/informes-y-documentos/fichas/base-de-datos-digsilent/. [Último acceso: 2 Octubre 2019].

[56] J. Mooney and N. Fischer, "Application guidelines for power swing," in *Schweitzer Engineering Laboratories, Inc*, Saint Paul, Minnesota, 2006.

A Norma Técnica de Seguridad y Calidad de Servicio

A continuación, se presentan extractos de la NTSyCS correspondientes a los límites operacionales en conjunto con el reglamento respecto a la estabilidad de frecuencia, estabilidad de tensión y estabilidad angular [27].

A.1 Estabilidad de frecuencia

Artículo 3-9: Toda unidad generadora o parque eólico o fotovoltaico deberá continuar operando en forma estable conectada al SI y entregando potencia activa bajo la acción de su Controlador de Carga/Velocidad o de Frecuencia/Potencia para variaciones de la frecuencia dentro de los límites de operación en sobre y sub frecuencia y al menos durante los tiempos que se indican en la siguiente tabla, tras los cuales podrá opcionalmente desconectarse (salvo en los casos que se exige desconexión forzada):

Límite Inferior (mayor que)	Límite Superior (menor o igual que)	Tiempo Mínimo de Operación			
		Hidroeléctricas	Termoeléctricas	Parques Eólicos	Parques Fotovoltaicos
49,0 [Hz]	50,0 [Hz]	Permanente	Permanente	Permanente	Permanente
48,0 [Hz]	49,0 [Hz]	90 segundos	90 segundos	90 segundos	150 segundos
47,5 [Hz]	48,0 [Hz]	15 segundos	15 segundos	15 segundos	15 segundos
47,0 [Hz]	47,5 [Hz]	5 segundos	Desconex. opcional	Desconex. opcional	Desconex. opcional
50,0 [Hz]	51,0 [Hz]	Permanente	Permanente	Permanente	Permanente
51,0 [Hz]	51,5 [Hz]	90 segundos	90 segundos	90 segundos	Permanente
51,5 [Hz]	52,0 [Hz]		5 segundos	Desconex. forzada	Desconex. forzada
52,0 [Hz]	52,5 [Hz]	15 segundos	Desconex. opcional	Desconex. forzada	Desconex. forzada
52,5 [Hz]	53,0 [Hz]	5 segundos	Desconex. forzada		

Figura A-1 Extracto del artículo 3-9 perteneciente a la NTSyCS para la estabilidad de frecuencia [27].

Para la aplicación de lo indicado en el Artículo 3-9, las unidades o parques generadores deberán ser a los menos capaces de:

- Mantenerse operando en forma estable a potencia nominal para frecuencias en el rango 49,5 - 51,0 [Hz].
- Operar establemente en forma permanente en el rango de frecuencia 49,0 - 51,0 [Hz], para tensiones comprendidas entre 0,95 y 1,05 por unidad de la tensión nominal, medido en los terminales de la unidad generadora en el caso de unidades sincrónicas o en su Punto de Conexión en el caso de parques, a cualquier nivel de potencia.
- No reducir en más de un 20% su potencia activa entregada al SI en su Punto de Conexión para frecuencias estabilizadas en el rango de 47,5 [Hz] - 49,5 [Hz].

Artículo 5-10: En el caso de una Contingencia Simple, la frecuencia mínima admitida en instalaciones del ST de tensión igual o superior a 200 [kV] será igual a 48,30 [Hz], aceptándose un descenso transitorio de la frecuencia por debajo de 48,30 [Hz] durante un tiempo inferior a los 200 [ms] en ST de tensión inferior a 200 [kV].

Artículo 5-40: En el caso de una Contingencia Simple, la frecuencia mínima admitida en instalaciones del ST de tensión igual o superior a 200 [kV] será igual a 48,30 [Hz] aceptándose un descenso transitorio de la frecuencia por debajo de 48,30 [Hz] durante un tiempo inferior a los 200 [kV] en ST de tensión inferior a 200 [kV].

A.2 Estabilidad de tensión

El control de tensión se define como el conjunto de acciones destinadas a mantener la tensión de operación dentro de los niveles admisibles por la NTSyCS.

El estado normal de operación y el de alerta, varían según el nivel de tensión en el cual se opere. El estado de alerta se establece cuando los niveles de tensión son menores o iguales a una cota inferior o mayores o iguales a una cota superior de tensión. La clasificación según el nivel de tensión es la siguiente:

- Para instalaciones del sistema de transmisión con la tensión nominal $U_n \geq 500[\text{kV}]$, el estado normal de operación entre 0,97 y 1,03 [p.u] y las cota inferior y superior del estado de alerta es 0,95 y 1,05 [p.u].
- Para instalaciones del sistema de transmisión con la tensión nominal $200 \leq U_n < 500[\text{kV}]$, el estado normal de operación entre 0,95 y 1,05 [p.u] y las cota inferior y superior del estado de alerta es 0,93 y 1,07 [p.u].
- Para instalaciones del sistema de transmisión con la tensión nominal $200[\text{kV}] < U_n$, el estado normal de operación entre 0,93 y 1,07 [p.u] y las cota inferior y superior del estado de alerta es 0,90 y 1,10 [p.u].

En Estado Normal, el control de las tensiones del SI dentro de la banda de regulación permitida deberá efectuarse manteniendo la potencia reactiva de las unidades generadoras dentro del Diagrama PQ.

En Estado de Alerta, la potencia reactiva aportada por cada unidad generadora sincrónica deberá poder alcanzar el 100% de la capacidad máxima definida en el diagrama PQ de cada unidad, por un tiempo no superior a 30 minutos, siempre que la tensión en los terminales de la unidad esté comprendida en los rangos admisibles.

La normativa respecto a la recuperación dinamina ante una perturbación en el sistema es la siguiente:

- Encontrándose en Estado Normal al ocurrir una contingencia, la tensión no deberá descender transitoriamente por debajo de 0,70 por unidad luego de 50 [ms] de despejada la contingencia, en ninguna barra del sistema de transmisión.
- La tensión tampoco podrá permanecer por debajo de 0,80 por unidad, por un tiempo superior a 1 segundo. La magnitud de la tensión en todas las barras del SI deberá converger a su valor final, ingresando dentro de una banda de tolerancia de $\pm 10\%$ en torno al mismo, en un tiempo no superior a 20 segundos, medido desde el instante de ocurrencia de la contingencia.

A.3 Estabilidad angular

Artículo 5-36: En un estado normal y frente a la ocurrencia de una contingencia simple, el sistema interconectado debe mantenerse transitoriamente estable, empleando los recursos de protección y control disponibles, sin riesgo de pérdida de sincronismo o disgregación en islas eléctricas [27]. En caso de ocurrencia de una perdida de sincronismo dentro de una unidad generadora, es fundamental desvincular la unidad, las protecciones que se encargan de la desvinculación de unidades generadoras de les llama protección ante perdida de sincronismo o Out-Of-Step.

Artículo 5-48: Para las contingencias de severidad especificadas en el Artículo 5-37, la dirección de operación (DO) determinará el límite por estabilidad transitoria para cada elemento serie del sistema de transmisión para las configuraciones de demanda y generación más desfavorables, para lo cual se considerará como margen de seguridad adecuado verificar que la excursión del ángulo del rotor en la primera oscilación de la máquina más exigida no supere los 120º eléctricos medidos respecto del eje inercial del sistema interconectado, y siempre que se verifique el cumplimiento de los estándares de recuperación dinámica definidos desde el Artículo 5-39 al Artículo 5-44.

Dado que la posición del eje inercial puede variar bruscamente al producirse desconexión de generadores durante la simulación, como máquina representativa de la evolución de la posición del eje inercial durante la simulación dinámica, se usará la máquina que represente el ángulo más cercano a la posición del eje inercial determinado en el flujo de potencia inicial, calculado con una barra libre arbitraria, y cuya energía cinética $HxS[s]$ sea relevante. El límite por estabilidad transitoria para el elemento serie en evaluación, considerando el margen de seguridad adoptado, está dado por la potencia máxima transmitida la cual se define por:

$$\delta_{eje} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \delta_i * H_i * S_{Nom}}{\sum_{i=1}^{N} H_i * S_{Nom}}, i = 1,2, \dots, N \tag{A-1}$$

B Representación de un sistema dinámico en el espacio de estados

La representación dinámica de un sistema eléctrico de potencia en el espacio de estados requiere de una serie de supuestos y definiciones para su aplicación. El espacio de estados se define como un sistema euclidiano n-dimensional, en el cual se tiene la mínima información del sistema en cualquier instante de tiempo t_o, por medio del cual busca determinar el comportamiento futuro del sistema sin referencia a la entrada antes de t_o.

Para ello la representación de un sistema dinámico puede ser descrito como un conjunto de ecuaciones diferenciales dinámicas:

$$\dot{X}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_n; t), i = 1,2, \dots, n \tag{B-2}$$

Trasladando la ecuación anterior a su forma matricial representa de la forma:

$$\dot{X}_i = f_i(x, u, t), \qquad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \qquad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}, \qquad f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} \tag{B-3}$$

La definición de las variables es la siguiente, n representa el orden del sistema, x representa al vector de estado, x_i se refiere a la i-ésima variable de estado, u_j se refiere a la j-ésima entrada del sistema, f_i es la i-ésima función no lineal que representa al sistema, t es el tiempo y $\dot{X}$ representa la primera derivada del vector de estado x en función del tiempo t.

Un sistema es autónomo cuando las derivadas temporales de estado no son funciones explicitas del tiempo. Por otra parte, es importante considerar las variables de salidas que pueden ser observadas en el sistema, estas variables pueden ser obtenidas por medio de las variables de estado y entradas del sistema. La forma matricial del vector de salida es la siguiente:

$$Y = g(x, u), \qquad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}, \qquad f = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_m \end{bmatrix} \tag{B-4}$$

En la ecuación anterior, y es el vector de salida del sistema, y_i representa la salida i-ésima del sistema tal que $i = 1,2, \dots, m$. La función g_i representa a i-ésima función de salida no lineal.

Si las ecuaciones f_i son lineales, el sistema es lineal. Un sistema lineal tiene un único punto de equilibrio en condiciones que la matriz de sistema es no singular. Para un sistema no lineal puede existir más de un punto de equilibrio. El punto de equilibrio se define como aquel punto en la función donde las derivadas temporales de las variables de estado son simultáneamente nulas, definiendo los puntos en la trayectoria del sistema de velocidad cero. Los puntos de equilibrio satisfacen la ecuación $f(x_o) = 0$, en el cual x_o es el vector de estado en el punto de equilibrio.

La estabilidad de un sistema dinámico

Un sistema dinámico es localmente estable en torno a un punto de equilibrio, cuando al ser sometido a una pequeña perturbación, permanece en una pequeña región en torno a ese punto de equilibrio. Si el sistema al transcurrir el tiempo regresa a su estado original se dice que es asintóticamente estable. Este tipo de estabilidad es estudiado por medio de la linealización del sistema no lineal entorno a un punto de equilibrio de interés. Para linealizar el sistema en torno a un punto de equilibro se toman las siguientes consideraciones:

Sea x_o el vector de estado inicial y u_o el vector de entrada en el punto de equilibrio, se tiene que:

$$\dot{X_o} = f(x_o, u_o) = 0 \tag{B-5}$$

Considerando que una perturbación del estado inicial es representada por la ecuación, en la cual Δ representa una pequeña desviación de la condición inicial.

$$x = x_o + \Delta x; \quad u = u_o + \Delta u \tag{B-6}$$

El nuevo estado debe satisfacer la ecuación de estado, de la forma:

$$\dot{x} = \dot{x_o} + \Delta\dot{x} = f[(x_o + \Delta x), (u_o + \Delta u)] \tag{B-7}$$

Como la perturbación es pequeña se puede asumir una aproximación del estado por medio de la serie de Taylor, sin considerar los términos de segundo orden y superiores. La serie de Taylor de la variable de estado es:

$$\begin{aligned}\dot{x}_i = \dot{x}_{o_i} + \Delta\dot{x}_i &= f_i[(x_o + \Delta x), (u_o + \Delta u)] \\ &= f_i(x_o, u_o) + \frac{\partial f_i}{\partial x_1}\Delta x_1 + \cdots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n}\Delta x_n + \frac{\partial f_i}{\partial x_1}\Delta x_1 + \cdots + \frac{\partial f_i}{\partial u_1}\Delta u_1 + \cdots \\ &+ \frac{\partial f_i}{\partial u_r}\Delta u_r\end{aligned} \tag{B-8}$$

Como $\dot{x}_{o_i} = f_i(x_o, u_o)$, entonces:

$$\Delta\dot{x}_i = \frac{\partial f_i}{\partial x_1}\Delta x_1 + \cdots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n}\Delta x_n + \frac{\partial f_i}{\partial u_1}\Delta u_1 + \cdots + \frac{\partial f_i}{\partial u_r}\Delta u_r; \quad i = 1,2,\ldots,n \tag{B-9}$$

De la misma forma $\dot{y}_{o_i} = g_i(x_o, u_o)$, entonces:

$$\Delta y_i = \frac{\partial g_i}{\partial x_1}\Delta x_1 + \cdots + \frac{\partial g_i}{\partial x_n}\Delta x_n + \frac{\partial g_i}{\partial u_1}\Delta u_1 + \cdots + \frac{\partial g_i}{\partial u_r}\Delta u_r; \quad i = 1,2,\ldots,m \tag{B-10}$$

Entonces la forma linealizada del sistema no lineal se puede representar por:

$$\Delta\dot{x} = A\Delta x + B\Delta u$$
$$\Delta y = C\Delta x + D\Delta u \tag{B-11}$$

Las matrices definidas como A, B, C, D se detallan a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial u_r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial u_r} \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_m}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial g_m}{\partial x_n} \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial u_r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_m}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial g_m}{\partial u_r} \end{bmatrix} \tag{B-12}$$

El nombre correspondiente a cada matriz en el espacio de estados es:

- A es la matriz de estados o matriz de planta de dimensiones nxm.
- B es la matriz de control o matriz de entrada de dimensiones nxr.
- C es la matriz de salida de dimensiones mxn.
- D es la matriz que define la proporción de entrada que aparece directamente en las salidas, de dimensiones mxr.

Para solucionar las ecuaciones de estado se pueden transformar al dominio de Laplace, obteniendo las ecuaciones de estado en el dominio de la frecuencia:

$$s\Delta x(s) - \Delta x(0) = A\Delta x(s) + B\Delta u(s) \tag{B-13}$$

$$\Delta y(s) = C\Delta x(s) + D\Delta u(s) \tag{B-14}$$

El diagrama de bloques de las ecuaciones (B-13) y (B-14) con las condiciones iniciales $\Delta x(0) = 0$ es representado por la Figura B-1.

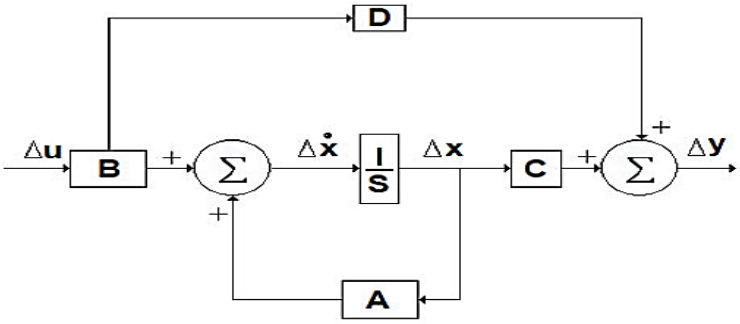

Figura B-1 Diagrama de bloques de las ecuaciones de estado.

Reordenando el primer sistema de la ecuación (B-13) se obtiene:

$$(sI - A)\Delta x(s) = \Delta x(0) + B\Delta u(s) \tag{B-15}$$

Resolviendo la ecuación (B-15) para obtener $\Delta x(s)$ se obtiene la ecuación (B-16), la cual depende de las condiciones iniciales y es llamada componente libre.

$$\Delta x(s) = \frac{Adj(sI - A)}{\det(sI - A)}[x(0) + B\Delta u(s)] \tag{B-16}$$

Reemplazando el resultado $\Delta x(s)$ en el segundo sistema de la ecuación (B-14) se obtiene la ecuación (B-17), la cual depende de las entradas del sistema y es llamada componente forzada.

$$\Delta y(s) = C\frac{Adj(sI - A)}{\det(sI - A)}[x(0) + B\Delta u(s)] + D\Delta u(s) \tag{B-17}$$

Los polos de las ecuaciones (B-16) y (B-17) son raíces de la ecuación característica del sistema la cual se obtiene calculando $\det(sI - A) = 0$, Estos polos también son llamados autovalores de la matriz A. La respuesta en el dominio del tiempo se representa por la siguiente expresión:

$$\Delta x(t) = k_1 e^{\lambda_1 t} + 2e^{\lambda_2 t} + \cdots + k_i e^{\lambda_i t}, \qquad i = 1,2,\ldots,n^{\circ}\ de\ polos \tag{B-18}$$

La estabilidad del sistema está determinada por los autovalores λ_i de la ecuación característica. El criterio de evaluación es la siguiente:

- Un autovalor real corresponde a un modo no oscilatorio. Un autovalor real negativo corresponde a un modo de decaimiento. Cuanto mayor es la magnitud del autovalor, mayor es el decaimiento. Un valor real positivo representa una inestabilidad aperiódica.
- Los autovalores complejos son pares conjugados, cada par corresponde a un modo oscilatorio. La componente real de los autovalores es el amortiguamiento y la imaginaria es la frecuencia de oscilación. Los valores positivos en la parte real se caracterizan por tener oscilaciones inestables, mientras que los valores negativos caracterizas oscilaciones amortiguadas.

El par conjugado de un autovalor de la forma $\lambda = \sigma \pm j\omega$ puede ser escrito de diferentes formas:

$$\lambda = \frac{1}{T} \pm j\omega_d = \frac{1}{T} \pm j2\pi f_d = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = -\xi\omega_n \pm j2\pi f_n\sqrt{1-\xi^2} \tag{B-19}$$

En la ecuación (B-19) ω_d es la frecuencia de amortiguación en radianes, $f_d$es la frecuencia de amortiguación en Hertz, ξ es el coeficiente de amortiguamiento y ω_n es la frecuencia natural del polo en radianes.

Teniendo en cuenta que:

$$\omega_n = |\lambda|;\ \xi = \frac{-\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}} = -\frac{Real(\lambda)}{|\lambda|} \tag{B-20}$$

C Documentación técnica de los SEP utilizados para los algoritmos

En el presente capitulo se detallan las características técnicas más relevantes de los sistemas eléctricos de potencia utilizados en este trabajo. Promedio de esos sistemas se busca la extracción de los parámetros eléctricos correspondientes según el algoritmo que se quiera desarrollar y la validación del código creado para el procesamiento de los datos exportados.

C.1 39 Bus New England System

El sistema de 39-Bus New England es un modelo simplificado del sistema de transmisión de alto voltaje al noreste EE.UU. Se presento por primera vez en 1970 y desde entonces se ha utilizado con frecuencia para la investigación y publicaciones científicas.

En términos generales el sistema consiste de 39 barras (nodos), 10 generadores, 19 cargas, 34 líneas de transmisión y 12 transformadores. La frecuencia nominal de este sistema es de 60 [Hz]. Esta red permite validar el código desarrollado en el software Matlab, ya que el mismo sistema fue empleado por el autor en la literatura [1].

Tabla C-1 Despacho de los generadores.

Generador	Barra	Tipo de Barra	P [MW]	V en p.u.
G 01	Barra 39	Slack	1000,0	1,0300
G 02	Barra 31	PV	200	0,9820
G 03	Barra 32	PV	650,0	0,9831
G 04	Barra 33	PV	632,0	0,9972
G 05	Barra 34	PV	508,0	1,0123
G 06	Barra 35	PV	650,0	1,0493

Generador	Barra	Tipo de Barra	P [MW]	V en p.u.
G 07	Barra 36	PV	560,0	1,0635
G 08	Barra 37	PV	540,0	1,0278
G 09	Barra 38	PV	830,0	1,0265
G 10	Barra 30	PV	250,0	1,0475

Tabla C-2 Demanda de las cargas.

Carga	Barra	P [MW]	Q [MVAR]
Carga 03	Barra 03	322,0	2,4
Carga 04	Barra 04	500,0	184,0
Carga 07	Barra 07	233,8	84,0
Carga 08	Barra 08	522,0	176,0
Carga 12	Barra 12	7,5	88,0
Carga 15	Barra 15	320,0	153,0
Carga 16	Barra 16	329,0	32,0
Carga 18	Barra 18	158,0	30,0
Carga 20	Barra 20	628,0	103,0
Carga 21	Barra 21	274,0	115,0
Carga 23	Barra 23	247,5	84,6
Carga 24	Barra 24	308,6	-92,2
Carga 25	Barra 25	224,0	47,2
Carga 26	Barra 26	139,0	17,0
Carga 27	Barra 27	281,0	75,5
Carga 28	Barra 28	206,0	27,6
Carga 29	Barra 29	283,5	26,9
Carga 31	Barra 31	9,2	4,6

Carga	Barra	P [MW]	Q [MVAR]
Carga 39	Barra 39	1104,0	250,0

C.2 Sistema de prueba multimáquina de dos áreas

El Sistema eléctrico de potencia en estudio, es un sistema de dos áreas que consta de cuatro generadores de 900 [MVA] y 20 [kV], dos generadores por área como se muestra en el diagrama unifilar de la Figura C-1. Los parámetros de los generadores son: $X'_d = 0{,}25[p.u.], H = 6{,}5[s]$ en la base de sus MVA y kV nominales.

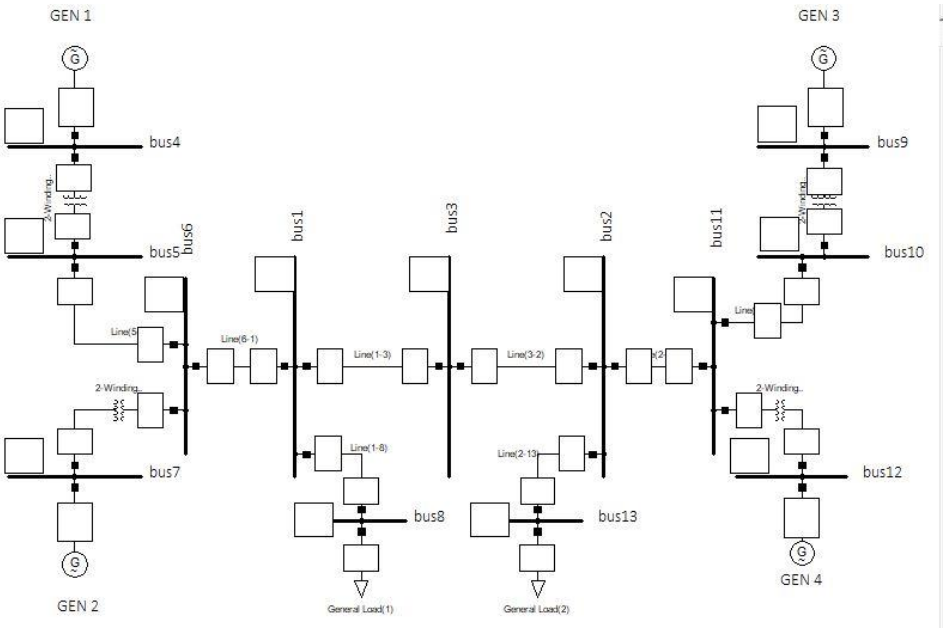

Figura C-1 Diagrama unifilar del sistema de prueba multimáquina de dos áreas.

Los parámetros de la red de 230 [kV] se presentan en la en una base de 900[MVA]. Cada transformador elevador tiene una reactancia $x = 0{,}15\ [p.u]$ en una base de 900 [MVA].

Tabla C-3 Parámetros de la red.

Barra de envío	Barra de recepción	Reactancia [p.u]
1	3	0,495
1	6	0,090
1	8	0,045

2	3	0,495
2	11	0,090
2	13	0,045
5	6	0,225
10	11	0,225

Los datos respecto al flujo de potencia del sistema con el fin de contrastar el comportamiento dinámico de la red se pueden encontrar en la Tabla C-4.

Tabla C-4 Datos del flujo de potencia al sistema de prueba.

Barra	Voltaje de barra [p.u]	Pgen [MW]	Pcarga [MW]	Qcarga [MVAR]
1	0,9597	-	-	-
2	0,9511	-	-	-
3	0,9390	-	-	-
4	1,05	588,29	-	-
5	1,0193	-	-	-
6	0,9903	-	-	-
7	1,05	690,25	-	-
8	0,9536	-	972,99	90,33
9	1,05	594,0	-	-
10	1,0177	-	-	-
11	0,9866	-	-	-
12	1,05	594,0	-	-
13	0,9431	-	1485,2	88,95

D Códigos programados en Matlab

A continuación, se presentan los códigos desarrollados en el software Matlab para la aplicación y desarrollo de los algoritmos presentados en las unidades 2.2 y 2.3.

D.1 Equivalente de Thévenin del sistema visto por nodo de un generador e índice de estabilidad

Con el código propuesto en el Listado apéndice D-1 se logran obtener la tensión y reactancia equivalentes de Thévenin. A partir de la línea de código 93 se desarrolla el cálculo para obtener el índice de estabilidad del generador en evaluación ante alguna perturbación.

Listado apéndice D-1 Código equivalente de Thévenin del sistema visto por un nodo de generador e índice de estabilidad

```
1  %% Carga de base de datos caso 1 y 2 IEEE 30 BARRA
2  Xd=[7.1415;0.19975925;0.14456475;0.119701;0.35937;0.136125;...
3      0.1334025;0.1551925;0.1551925;0.0943975];%xd'Generadores
4  RedlocG11%Caso 1
5  %RedlocG12%Caso 2
6  %% Carga de base de datos CEN
7  %Xd=[0.236069;0.1927;0.227391;0.317641;0.191314;0.47519;...
8  %0.169672;0.197067];%xd'Generadores del CEN
9  %CEN1
10 %% Selección de generador a estudio
11 N=2;
12 Xd=Xd(N);
13 [Filas Columnas]=size(BD_IEEE);
14 BD_IEEE = sortrows(BD_IEEE,'TimeInS','ascend');
15 %% Preparación de la base de datos:
16 BD=table2array(BD_IEEE);
17 t=BD(:,2);
18 clear L look temp BDS
19 Vt=BD(:,(N*9+2-7));
20 Theta=deg2rad(BD(:,(N*9+2-1)));%[Rad]
21 I=BD(:,(N*9+2-5));
22 P=BD(:,(N*9+2-3));
23 Q=BD(:,(N*9+2-2));
24 %% Ajustes de magnitud y micelaneos
25 Vt=1000*Vt;
26 I=1000*I;
27 P=1000000*P;
28 Q=1000000*Q;
29 i=1;
30 H1=0;
31 u=0;
32 FLG=0;
33 %% Cálculo de equivalente Thévenin en línea:
34 while u<=Filas+1
```

```
35      if i==1102
36         a=1;
37      end
38      if H1==0
39          Vth(i,1)=(Vt(i,1)*(1+abs(cos(Theta(i,1)))))/2;
40          alpha(i,1)=acos((Vt(i,1)*cos(Theta(i,1)))/Vth(i,1));
41          Xth(i,1)=(Vt(i,1)*sin(Theta(i,1))-
42  Vth(i,1)*sin(alpha(i,1)))/I(i,1);
43          i=i+1;
44      end
45      if i>=Filas
46          break
47      end
48      Vthmin(i,1)=Vt(i,1)*abs(cos(Theta(i,1)));
49      Vthmax(i,1)=Vt(i,1);
50      if FLG==0
51      if Vthmin(i,1)>=Vth(i-1,1) || Vthmax(i,1)<=Vth(i-1,1)
52          Vth(i-1,1)=(Vthmin(i,1)+Vthmax(i,1))/2;
53          alpha(i-1,1)=acos((Vt(i,1)*cos(Theta(i,1)))/Vth(i-1,1));
54          Xth(i-1,1)=(Vt(i,1)*sin(Theta(i,1))-Vth(i-1,1)...
55              *sin(alpha(i-1,1)))/I(i,1);
56          u=u+1;
57          if i==1102
58             a=1;
59          end
60          FLG=1;
61      end
62      end
63      DP(i,1)=P(i,1)-(Vt(i,1)*Vth(i-1,1)*sin(Theta(i,1)-alpha(i-
64  1,1)))...
65          /Xth(i-1,1);
66      DQ(i,1)=Q(i,1)-((Vt(i,1))^2-Vt(i,1)*Vth(i-1,1)*cos(Theta(i,1)...
67          -alpha(i-1,1)))/Xth(i-1,1);
68      if abs(DP(i,1))<=9e-4 && abs(DQ(i,1))<=9e-4%
69          H1=0;
70          u=u+1;
71          XthR(i-1,1)=Xth(i-1,1)+DIF(2,1);
72          VthR(i-1,1)=Vth(i-1,1)-DIF(2,1)*I(i,1)*cos(pi/2+alpha(i-1,1));
73          alphaR(i-1,1)=alpha(i-1,1)-DIF(1,1);
74          FLG=0;
75          continue
76      end
77      A=Vth(i-1,1)*cos(Theta(i,1)-alpha(i-1,1));
78      C=Vth(i-1,1)*sin(Theta(i,1)-alpha(i-1,1));
79      B=-I(i,1)*cos((pi/2)+alpha(i-1,1))*sin(Theta(i,1)-alpha(i-1,1))...
80          -C/Xth(i-1,1);
81      D=I(i,1)*cos((pi/2)+alpha(i-1,1))*cos(Theta(i,1)-alpha(i-1,1))-...
82          (Vt(i,1)-A)/Xth(i-1,1);
83      J=(Vt(i,1)/Xth(i-1,1))*[A,B;C,D];
84      DIF=inv(J)*[DP(i,1);DQ(i,1)];
85      Xth(i-1,1)=Xth(i-1,1)+DIF(2,1);
86      Vth(i-1,1)=Vth(i-1,1)-DIF(2,1)*I(i,1)*cos((pi/2)+alpha(i-1,1));
87      alpha(i-1,1)=alpha(i-1,1)-DIF(1,1);
88      H1=1;
89      if i==Filas
90          break
91      end
92  end
93  %% Angulo de rotor del generador:
94  [Vx Vy]=pol2cart(Theta,Vt);
95  Ef=(Vx+j*Vy)+ Xd*I*j;
96  Delta=phase(Ef);
99  DeltaDEG=rad2deg(Delta);%[Grados]
100 clear Vx Vy
101 %% Aplicación de indice de estabilidad
102 for i=1:2
103 DifDelta(i,1)=0;
104 Pemax(i,1)=Vt(i,1)*Vth(i,1)/Xth(i,1);
105 Pe(i,1)=P(i,1);
106 Pm(i,1)=Pe(i,1);
107 end
```

```
108 SI=2;
109 H1=1;
110 while abs(SI)>1
111     i=i+1;
112     DifDelta(i,1)=abs(Delta(i)-Delta(i-1));
113     Pemax(i,1)=Vt(i,1)*Vth(i,1)/Xth(i,1);
114     Pe(i,1)=P(i,1);
115     Pm(i,1)=Pe(i,1);
116 
117     while abs(Pemax(i,1))>= abs(0.7*Pemax(i-2))%Verifica condición de
118 falla
119         i=i+1;
120         DifDelta(i,1)=abs(Delta(i)-Delta(i-1));
121         Pemax(i,1)=Vt(i,1)*Vth(i,1)/Xth(i,1);
122         Pe(i,1)=P(i,1);
123         Pm(i,1)=Pe(i,1);
124 %         if i==1000
125 %             a=1;
126 %         end
127     end
128 
129     PemaxPF=Pemax(i-2,1);%Potencia máxima pre falla
130     PM=Pm(i-2,1);
131     A1=0;
132 
133     while A1==0 ||  Pemax(i,1)<=0.75*PemaxPF && Pemax(i,1)>0
134         DifDelta(i,1)=abs(Delta(i)-Delta(i-1));
135         Pemax(i-1,1)=Vt(i-1,1)*Vth(i-1,1)/Xth(i-1,1);
136         Pe(i-1,1)=P(i-1,1);
137         Pemax(i,1)=Vt(i,1)*Vth(i,1)/Xth(i,1);
138         Pe(i,1)=P(i,1);
139         A1=A1+0.5*DifDelta(i,1)*(2*PM-Pe(i-1,1)-Pe(i,1));
140         i=i+1;
141         Pemax(i,1)=Vt(i,1)*Vth(i,1)/Xth(i,1);
142 %          if i==124
143 %              a=1090;
144 %          end
145     end
146     cont=0;
147     PemaxPS=0;
148     DeltaC=Delta(i-1,1);
149     DeltaC=rad2deg(DeltaC);
150     DeltaC=wrapTo360(DeltaC);
151     DeltaC=deg2rad(DeltaC);
152 
153 %i=i+20;
154 
155     while cont~=3
156         cont=cont+1;
157         Pemax(i,1)=Vt(i,1)*Vth(i,1)/Xth(i,1);
158         Pe(i,1)=P(i,1);
159         PemaxPS=PemaxPS+Pemax(i,1);
160         i=i+1;
161     end
162 
163     PemaxPS=abs(PemaxPS/3);
164     DeltaR=asin(PM/PemaxPS);
165     A2=-PemaxPS*cos(pi-DeltaR)-PM*(pi-DeltaR);
166     A2=A2+PemaxPS*cos(DeltaC)+PM*DeltaC;
167     SI=A2/A1;
168     i=i-1;
169 end
```

D.2 Modelo de reducción equivalente para una interconexión radial

Con el código propuesto en el Listado D-2 se obtienen las tensiones, ángulo, reactancias y constantes de inercia de las maquinas equivalentes en la interconexión radial.

Listado D-2 Código modelo de reducción equivalente para una interconexión radial

```
%% Carga de datos
Barras
%% Vector de Tiempo
data1=table2array(Barras);
t=data1(:,2);
Ts=t(2)-t(1);
Fs=1/Ts;
global Xepu V1n V2n V3
%% Suma de corrientes y despejar Fasor de corriente I1
[I1x I1y]=pol2cart(deg2rad(data1(:,11)),data1(:,9));
I=I1x+I1y*i;
I=I*1000;
clear I1x I1y
%% Fasores V1 y V2 a su forma compleja
[V1x V1y]=pol2cart(deg2rad(data1(:,5)),data1(:,3));
V1=V1x+V1y*i;
V1=V1*1000;
DEV1=deg2rad(data1(:,5));%[Rad]
[V2x V2y]=pol2cart(deg2rad(data1(:,21)),data1(:,19));
V2=V2x+V2y*i;
V2=V2*1000;
DEV2=deg2rad(data1(:,21));%[Rad]
clear V1x V1y V2x V2y
%% Dato Topológico previo: "Impedancia total de linea"
Xe=(V1-V2)./I;
Xe=abs(Xe(1));
%% Calculo de Barra ficticia intermedia pu
V3=V1-(I*i*(Xe/2));
DEV3=phase(V3);%[Rad]
%% Traspaso de datos a pu con Sb= 900 MVA
V1pu=V1/230e3;
V1apu=abs(V1pu);
V2pu=V2/230e3;
V2apu=abs(V2pu);
V3pu=V3/230e3;
V3apu=abs(V3pu);
baseZ=230000^2/(900e6);%
baseI=(900e6)/(sqrt(3)*230e3);%
Xepu=Xe/baseZ;
Xe1pu=Xepu/2;
Ipu=I/baseI;
%% Oscilación entonrno a su estado estable
V1ss=V1apu-V1apu(1);
V2ss=V2apu-V2apu(1);
V3ss=V3apu-V3apu(1);
%%Método GPOF sin filtro: Extracción de modos inter-area de la
tensión en la barra
[amp, damp, freq, Phase]= gpof1(V1apu,200,Ts);
V1area=amp(177)*exp(damp(177)*t).*cos(2*pi*freq(177)*t+Phase(177));
V1area=V1area+amp(178)*exp(damp(178)*t).*cos(2*pi*freq(178)*t+Phase(178));
Fosc=freq(177);
[amp, damp, freq, Phase]= gpof1(V2apu,200,Ts);
V2area=amp(181)*exp(damp(181)*t).*cos(2*pi*freq(181)*t+Phase(181));
V2area=V2area+amp(182)*exp(damp(182)*t).*cos(2*pi*freq(182)*t+Phase(182));
[amp, damp, freq, Phase]= gpof1(V3apu,200,Ts);
V3area=amp(163)*exp(damp(163)*t).*cos(2*pi*freq(163)*t+Phase(163));
V3area=V3area+amp(164)*exp(damp(164)*t).*cos(2*pi*freq(164)*t+Phase(164));
clear amp damp freq Phase
%% Encontrar peacks en la señal (Prueba sin empleo de modos)
[peak_value, peak_t] = findpeaks(V1area);
to=data1([peak_t],1);
```

```
V1m=V1area(peak_t(1));
V2m=V2area(peak_t(1));
V3m=V3area(peak_t(1));
%% Cálculo de tensiones normalizadas
V1n=V1apu(1)*V1m;
V2n=V2apu(1)*V2m;
V3n=V3apu(1)*V3m;
%% Ecuación de reactancias Con Vn, RESULTADO X1 y X2 Estimación
Xo=[0.01,0.01]%Inicio vectori inicial para la aproximaión
[x,feval,flag]=fsolve('ecuaciones',Xo);%Resolver sistema de ecuación
X1=x(1);
X2=x(2);
%% Ecuación de estimacion tensión y ángulo interno máquinas equivalentes
E1pu=V1pu+(i*X1*Ipu);
E1apu=abs(E1pu);
DEG1=phase(E1pu);
E2pu=V2pu-(i*X2*Ipu);
E2apu=abs(E2pu);
DEG2=phase(E2pu);
%% Algoritmo de Extrapolación de inercia
%% Calculo de H
Delta0=DEG1-DEG2;
H=(E1apu(end)*E2apu(end)*cos(Delta0(end))*2*pi*50)/(2*(X1+X2+Xepu)…
*(2*pi*Fosc)^2);
H=H.*ones(length(t),1);
%% Extracipon de modo de la frecuencia de la pmu
FV1=data1(:,14);
FV2=data1(:,28);
F1ss=FV1-FV1(end);
F2ss=FV2-FV2(end);
[amp, damp, freq, Phase]= gpof1(FV1,200,Ts);
F1area=amp(176)*exp(damp(176)*t).*cos(2*pi*freq(176)*t+Phase(176));
F1area=F1area+amp(177)*exp(damp(177)*t).*cos(2*pi*freq(177)*t+Phase(177));
[amp, damp, freq, Phase]= gpof1(FV2,200,Ts);
F2area=amp(193)*exp(damp(193)*t).*cos(2*pi*freq(193)*t+Phase(193));
F2area=F2area+amp(194)*exp(damp(194)*t).*cos(2*pi*freq(194)*t+Phase(194));
%% Calculo de frecuencia interna en las máquinas E1,E2 /// Valor END
r1=(X1/(X1+X2+Xepu));
r2=(X1+Xepu/(X1+X2+Xepu));
syms w1 w2
%Datos ecuación 1
a1=E1apu(end)^2*(1-r1)^2;
b1=E1apu(end)*E2apu(end)*r1*(1-r1);
c1=r1^2*E2apu(end)^2;
Den1=(a1+2*b1*cos(Delta0(end))+c1);
%Ecuación 1
Equ1= [(a1*w1+b1*(w1+w2)*cos(Delta0(end))+c1*w2)/Den1 == F1area/50];
%Datos ecuación 2
a2=E1apu(end)^2*(1-r2)^2;
b2=E1apu(end)*E2apu(end)*r2*(1-r2);
c2=r2^2*E2apu(1003)^2;
Den2=(a2+2*b2*cos(Delta0(end))+c2);
%Ecuación 2
Equ2=[(a2*w1+b2*(w1+w2)*cos(Delta0(end))+c2*w2)/Den2 == F2area/50];
%% Solución
m=length(t);
for p=1:m
[A,B]=equationsToMatrix([Equ1(p),Equ2(p)],[w1,w2]);
sol=linsolve(A,B);
W1(p,1)=double(sol(1));
W2(p,1)=double(sol(2));
end
%% Despejar H1 y H2
RELL=-W2./W1;
H2=H.*(RELL+1)./RELL;
H1=H2.*RELL;
```

El código presentado en el Listado D-3 muestra el contenido de la función llamada "ecuaciones". Este código tiene el objetivo de resolver el sistema de ecuaciones no lineal para encontrar el valor de las reactancias equivalentes de cada máquina modelada.

Listado D-3 Código de función "ecuaciones"

```
function [F] = ecuaciones(x)
global Xepu V1n V2n V3n
F(1) = ((x(1)*(x(2)+Xepu))/(x(2)*(x(1)+Xepu))-(V1n/V2n));
F(2) =(((x(1)+Xepu/2)*(x(2)+Xepu/2))/(x(2)*(x(1)+Xepu))-(V3n/V2n));
end
```

D.3 Matrix Pencil Method (MPM)

Para la descomposición modal de una señal a través de MPM se emplea la metodología propuesta en la literatura [42] [43]. Los códigos presentados para el MPM se desarrollan como una función, en la cual se deben satisfacer sus requisitos de entrada para su correcto funcionamiento. De esta forma, posterior al procesamiento de la señal, los códigos brindan en sus parámetros de salida la descomposición modal correspondiente.

D.3.1 Descomposición modal para una señal sin ruido

El código presentado en el Listado D-4 hace referencia a la descomposición modal de una señal la cual es carente de ruido. El nombre de la función para hacer referencia a este código es "gpof1", y sus parámetros de entrada son:

- x: Hace referencia a la señal que se desea descomponer. Su forma es una matriz n x 1 , en la cual n representa la cantidad de muestras de la señal en el tiempo.
- p: Es el parámetro lápiz. Los valores de este parámetro deben estar entre $\mathrm{M} \leq \mathrm{p} \leq (\mathrm{p}-\mathrm{n})$, en el cual M representa la cantidad de modos resultantes.
- Ts: Es la tasa de muestreo de la señal que se desea descomponer.

Los parámetros de salida en el Listado D-4 tienen la forma de una matriz M x 1 y estos son:

- amp: Representa la amplitud del modo.
- damp: Representa la amortiguación del modo.
- frec: Representa la frecuencia del modo.
- phase: Representa la fase del modo.

Listado D-4 Código función MPM para señales sin contenido de ruido.

```
function [amp, damp, freq, phase]=gpof1(x,p,Ts)
%Cantidad de muestras de la señal:
N = length(x);
%Construcción matriz Hankel:
Y = hankel(x(1:end-p),x(end-p:end));
%Extracción de matriz Y1 e Y2:
Y1 = Y(:,1:end-1);
Y2 = Y(:,2:end);
%Matriz de valores propios:
l = eig(pinv(Y1)*Y2);
%Cálculo de amortiguación y frecuencia de oscilación:
```

```
12  damp = log(abs(l))/Ts;
13  freq = atan2(imag(l),real(l))/(2*pi*Ts);
14  %Formación de la matriz de los autovalores zi:
15  Z = zeros(N,p);
16  for i=1:length(l)
17      Z(:,i) = transpose(l(i).^(0:N-1));
19  end
19  rZ = real(Z);
20  iZ = imag(Z);
21  rZ(isinf(rZ)) = realmax*sign(rZ(isinf(rZ)));
22  iZ(isinf(iZ)) = realmax*sign(iZ(isinf(iZ)));
23  Z=rZ+1i*iZ;
24  %Formación de la matriz residual:
25  h = Z\x;
26  %Cálculo de amplitud de oscilación y fase:
27  amp = abs(h);
29  phase = atan2(imag(h),real(h));
29  return
```

D.3.2 Descomposición modal con filtro SVD

El código presentado en el Listado D-5 hace referencia a la descomposición modal de una señal la cual contiene ruido. El método empleado para la descomposición modal de una señal con estas características es la descomposición del valor singular (SVD). El nombre de la función para hacer referencia a este código es "gpof2", y sus parámetros de entrada son:

- y: Hace referencia a la señal que se desea descomponer. Su forma es una matriz n x 1 , en la cual n representa la cantidad de muestras de la señal en el tiempo.
- Ts: Es la tasa de muestreo de la señal que se desea descomponer.

A diferencia del código empleado en el Listado D-4 el código del Listado D-5 no requiere especificar el parámetro lápiz ya que lo estima automáticamente. Los parámetros de salida en el Listado D-5 tienen la forma de una matriz M x 1 y estos son:

- amp1: Representa la amplitud del modo.
- damp1: Representa la amortiguación del modo.
- frec1: Representa la frecuencia del modo.
- phase1: Representa la fase del modo.

Listado D-5 Código MPM con filtro SVD para señal que incorpore ruido.

```
1   function [amp1, damp1, freq1,  phase1] = mpencil(y,Ts)
2   %Cantidad de muestras de la señal:
3   N = length(y);
4   %Estimación de parámetro lápiz "L":
5   L1 = ceil(1/3 * N);
6   L2 = floor(2/3 * N);
7   L = ceil((L1 + L2) / 2);
9   %Formación de la matriz de Henkel:
9   for i=1:1:(N-L)
10      Y(i,:)=y(i:(i+L));
11  end
12  %Extracción de matriz Y1 e Y2:
13  Y1=Y(:,1:L);
14  Y2=Y(:,2:(L+1));
15  %Descomposición de Henkel en la matriz singular:
16  [U,S,V] = svd(Y);
17  %Matriz diagonal que contiene los autovectores de Henkel:
19  D=diag(S);
```

```
19  %Tolerancia a la cantidad de dígitos significantes en la señal:
20  tol=1e-3;
21  m=0;
22  l=length(D);
23  %Determinación de la cantidad de modos "M" con matriz singular diagonal:
24  for i=1:l
25      if( abs(D(i)/D(1)) >= tol)
26          m=m+1;
27      end
29  end
29  %Formación matriz singular filtrada:
30  Ss=S(:,1:m);
31  %Formación matriz unitaria derecha filtrada:
32  Vnew=V(:,1:m);
33  a=size(Vnew,1);
34  %Formación matriz unitaria derecha filtrada V1':
35  Vs1=Vnew(1:(a-1),:);
36  %Formación matriz unitaria derecha filtrada V2':
37  Vs2=Vnew(2:end,:);
39  %Determinación de las nuevas matrices Y1 e Y2:
39  Y1=U*Ss*(Vs1');
40  Y2=U*Ss*(Vs2');
41  %Extracción de valores propios:
42  D_fil=(pinv(Y1))*Y2;
43  z = eig(D_fil);
44  %Cálculo de amortiguación y frecuencia de oscilación:
45  damp1 = log(abs(z))/Ts;
46  freq1 = atan2(imag(z),real(z))/(2*pi*Ts);
47  %Formación de la matriz de los autovalores zi:
49  Z = zeros(N,L);
49  for i=1:length(z)
50      Z(:,i) = transpose(z(i).^(0:N-1));
51  end
52  rZ = real(Z);
53  iZ = imag(Z);
54  rZ(isinf(rZ)) = realmax*sign(rZ(isinf(rZ)));
55  iZ(isinf(iZ)) = realmax*sign(iZ(isinf(iZ)));
56  Z=rZ+1i*iZ;
57  %Formación de la matriz residual:
59  h = Z\y;
59  %Cálculo de amplitud de oscilación y fase:
60  amp1 = abs(h);
61  phase1 = atan2(imag(h),real(h));
62  return
```