

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso  
Facultad de Ciencias  
Instituto de Matemáticas



**“PROPUESTA METODOLÓGICA PARA QUE  
ESTUDIANTES DE 12 A 14 AÑOS, DISCRIMINEN LA  
MEDIDA DE TENDENCIA CENTRAL  
REPRESENTATIVA EN UN CONJUNTO DE DATOS EN  
DIVERSOS CONTEXTOS”**

**TRABAJO FINAL PARA OPTAR AL GRADO DE  
MAGISTER EN DIDACTICA DE LA MATEMATICA**

De: Francisco Javier Contreras Aragón

Profesoras Guías: Elisabeth Ramos Rodríguez

Romina Menares Espinoza

Patricia Vásquez Saldías

Valparaíso, diciembre 2017

Proyecto financiado por el Programa Magíster en Chile para profesionales  
de la educación año académico 2017, CONICYT-CHILE.



## **Agradecimientos**

A mi amada pareja y amiga Daisy Daniella Córdova Ponce por acompañarme en cada momento de este proceso, por ayudarme a no bajar los brazos, por soportar mis días y noches de ausencia, pero por sobre todas las cosas, por alentarme a quedarme en el camino que más amo, la educación, sin ti seguramente no hubiera llegado.

A mis hijos Aileen y Gael, por ser mis pilares y la luz de mis sueños, que Dios me de fuerza para hacer siempre lo mejor para ustedes.

A mis profesores del programa que marcaron parte fundamental del profesional que hoy soy, pero sobre todo a mi profesora Elisabeth Ramos, por siempre creer en mí y apoyarme en cada momento que lo necesite, académicamente pero también emocionalmente, gracias por enseñarme apreciar lo que soy y desde ahí robustecerme.

A mis amigos y compañeros de programa Nicolas León y Alexis Fuentes, por tener conversaciones sinceras de educación y didáctica, por tener objetivos iguales, los que consiste en creer en cada uno de nuestros estudiantes, sin excepción, ya que ellos son el futuro de nuestro país.

A mis padres y hermanos, por sembrar en mis los valores sociales que conllevan ser profesor y Gracias a ti Dios, por nunca abandonarme, en aquellos momentos de mayor flaqueza, tú me sostuviste.

**“La educación es la única arma que tiene nuestros niños y jóvenes en la vida para salir adelante, eduquemos por ellos”**

## ÍNDICE

Introducción .....	3
Problemática .....	4
Objeto matemático .....	5
Definición experta y escolar .....	7
Análisis histórico epistemológico .....	9
Fundamentación del Marco Teórico .....	10
Descripción de las actividades .....	12
Objetivos de la secuencia didáctica .....	12
Matemática en Juego .....	13
Conocimientos previos .....	14
Clase 1 .....	16
Guía de Clase 1 .....	16
“Medidas de Tendencia Central” .....	16
Planificación de clase 1 .....	17
Contenidos previos .....	17
Materiales complementarios .....	17
Análisis a priori .....	21
Respuesta experta .....	21
Posibles estrategias .....	22
Errores y Dificultades .....	23
Clase n° 2 .....	25
Guía de Clase 2 .....	25
Planificación de clase 2 .....	26
Contenidos previos .....	26
Materiales complementarios .....	26
Análisis a priori .....	31
Objetivo de clase .....	31
Respuesta experta .....	32
Posibles estrategias .....	33
Errores y Dificultades .....	34
Clase 3 .....	36
Guía de Clase 3 .....	36

---

Planificación clase 3 .....	36
Contenidos previos .....	36
Materiales complementarios .....	36
Análisis a Priori .....	40
Objetivo de la clase.....	40
Respuesta experta .....	40
Posibles estrategias.....	41
Errores y Dificultades .....	42
Análisis a posteriori de clase 1 .....	44
Contraste análisis a priori y a posteriori.....	52
Conclusiones.....	53
Referencias.....	54

## INTRODUCCIÓN

Este monográfico presenta a los profesores una secuencia didáctica, elaborada según 'La Teoría de Situaciones Didácticas' (en adelante, TSD), que tiene como objetivo principal que los estudiantes 'Discriminen sobre la medida de tendencia central representativa para un conjunto de datos en un contexto determinado'

Según Reading y Pegg (1996), quienes propusieron a un grupo de estudiantes de 7° a 12° grado un problema en el que debían elegir el número más apropiado para representar un conjunto de datos. Aunque algunos estudiantes lograron proponer un valor central, casi ninguno fue capaz de justificar su elección aludiendo a las características del conjunto de datos. Martínez y Huerta (2016) aplicaron un cuestionario a 188 estudiantes de diversos niveles educativos, en general, no presentaba dificultades para calcular las medidas de tendencia central (en adelante MTC). Sin embargo, muy pocos tenían en cuenta el grado de representatividad de la media, de acuerdo a las características del conjunto de datos, y casi ninguno proponía la mediana para dar solución a los problemas en presencia de datos atípicos. En relación a los argumentos anteriores se ha diseñado esta secuencia didáctica.

Este informe presenta una secuencia didáctica desarrollada durante un estudio de clases (EC), en la que se desarrollaron diversas reconsideraciones, en base a los siguientes objetivos: i) presentar una secuencia didáctica y ii) analizar un EC. Luego se describe los objetivos generales y específicos de cada una de las clases, se dan a conocer con su descripción, planificación, definiciones matemáticas y respuestas experta de cada una de las actividades. A continuación, se presentan la matemática en juego con los conocimientos previos, para dar paso a las distintas estrategias que podrían implementar los estudiantes para alcanzar la respuesta correcta y caracterización de las MTC. finalmente, se manifiestan los errores y dificultades que podrían enfrentar los estudiantes con las preguntas de devolución que podría formular el/la docente.

## PROBLEMÁTICA

Según Ruiz (2015), durante la enseñanza básica, uno de los contenidos tratados con menor profundidad es la estadística, considerando además que los profesores de América Latina dedican el 16% en promedio del tiempo de enseñanza, a tratar contenidos relacionados con la estadística, específicamente en Chile este porcentaje cae a un 12,86%.

Como menciona Pino y Estrella (2012), en Chile desde el año 1996 en adelante se han realizado diversos cambios curriculares en torno a este eje temático, el último de ellos en el año 2012, este establece el eje “Datos y probabilidades” para los cursos desde primero a sexto básico. Este consiste en la integración de la estadística descriptiva, orientada a desarrollar habilidades en los estudiantes de registrar, clasificar y leer información dispuesta en tablas y gráficos, además de incluir el pensamiento probabilístico, esta investigación presenta la problemática relacionada con el objetivo de aprendizaje N°17 de los planes y programas, en específico ‘Determinar la MTC adecuada para responder un problema planteado’ (MINEDUC, 2016, p.165), en relación al objetivo anterior, podemos encontrar algunas dificultades.

Reading y Pegg (1996), realizaron un estudio a un grupo de estudiantes de 7° a 12° grado con un problema en el que debían elegir el número más apropiado para representar un conjunto de datos. Aunque algunos estudiantes lograron proponer un valor central, casi ninguno fue capaz de justificar su elección aludiendo a las características del conjunto de datos, lo anterior se robustece con lo planteado por Martínez y Huerta (2016) quienes aplicaron un cuestionario a 188 estudiantes de diversos niveles educativos, en general, no presentaba dificultades para calcular las MTC. Sin embargo, muy pocos tenían en cuenta el grado de representatividad de la media, de acuerdo a las características del conjunto de datos y casi ninguno proponía la mediana para dar solución a los problemas en presencia de datos atípicos.

Ortiz y Font (2014) realizaron un estudio con alumnos de primer curso de Magisterio, develaron que siguen dándose importante dificultades relacionadas con la comprensión de los estudiantes de la media aritmética y sus propiedades, los estudiantes no ajustan una medida de centralización a un conjunto de datos, en los que parece haber presencia de valores raro, anómalos, atípicos, en cuyo caso, hay que considerar la representatividad de las medidas anteriores para describir la ‘tipicidad’ de los datos.

Batanero (2001), señala la dificultad que implica para los estudiantes el acceso a la noción de representatividad. Más aún, describe la extrañeza que les causa a algunos el hecho de que la media pueda asumir valores fuera del conjunto numérico.

De los antecedentes anteriores se ha evidenciado que los estudiantes presentan dificultades en la discriminación de las MTC representativa para un conjunto de datos, debido que no son capaces de reconocer el grado de representatividad y las características de las MTC respecto al conjunto de datos.

A la luz de la de la implementación del EC y el análisis de los resultados de este último, se ha considerado relevante la planificación de una secuencia didáctica, que tiene como objetivo principal que los estudiantes logren “Discriminar la MTC apropiada para representar un conjunto de datos, en un contexto determinado” para un posterior análisis de sus resultados en cuanto a la caracterización de las MTC y el logro de la respuesta correcta.

## **OBJETO MATEMÁTICO**

La Estadística se inserta en el currículo chileno en el eje de “Datos y probabilidades”, que comienza en primero básico y termina en sexto básico, y luego en el eje de “Probabilidad y estadística”, que abarca desde séptimo básico a segundo medio.

Desde la Educación Básica, se propone desarrollar habilidades de lectura, análisis e interpretación de la información. Por otra parte, se enfatiza el desarrollo de la habilidad de presentar la información. Desde el punto de vista de los conceptos relacionados con este tema, estos se van integrando de manera progresiva, tomando en consideración la edad del estudiante.

Un objetivo que se propone alcanzar mediante la enseñanza de la estadística a nivel escolar es que los estudiantes tengan una capacidad adecuada en el uso de herramientas y conceptos para el análisis de datos. Para esto, se pretende crear conciencia de la utilidad de la herramienta para la resolución de problemas. Por lo tanto, es necesario comprender la media o la mediana o la moda, como instrumento útil y significativo de acuerdo al contexto de la situación (MINEDUC, 2016)

La propuesta curricular, se puede observar en la tabla 1, en la cual se da a conocer el barrido curricular en estadística, relacionado con el objeto de estudio desde primero básico a cuarto medio, presente en el currículo chileno (MINEDUC, 2016).



Tabla 1: Barrido Curricular

Nivel educativo	Contenidos
Primero Básico	Registro de datos Pictograma
Segundo Básico	Tablas de conteo Gráficos de barras Juegos de probabilidad simple (monedas y dados)
Tercero Básico	Construcción de encuestas cuantitativas Registro y orden de información Gráfico de barra simple Diagrama de punto
Cuarto Básico	Experimentos aleatorios Representación de información en gráficos de manera escrita y software.
Quinto básico	Media aritmética y su interpretación Gráficos de barra simple y lineal Diagrama de tallo y hoja
Sexto básico	Muestras aleatorias Diagrama de puntos Diagrama de tallo y hoja Gráficos de barra doble Gráficos circulares
Séptimo básico	Tablas de frecuencias absolutas y relativas con la utilización de gráfico de manera escrita y software. MTC
Octavo Básico	Medidas de posición, percentiles y cuartiles. Diagrama de cajón y diferentes tipos de gráficos.
Primero medio	Registro de distribuciones Gráficos de dos atributos
Segundo medio	MTC Medidas de posición Variable aleatoria
Tercero medio	Medidas muestrales Gráfica de conceptos

Cuarto medio

Distribución de variable  
Modelo binominal  
Resultados dicotómicos  
Distribución normal  
Probabilidad Binominal

### Definición experta y escolar

A continuación, se presenta textos representantes sobre las definiciones eruditas y escolares en relación a las MTC, de manera de establecer la distancia que existe entre una y la otra.

### Texto erudito (Canavos, 1988, p.12-13)

Definición 1.1 La *media* de las observaciones  $x_1, x_2, \dots, x_n$  es el promedio aritmético de éstas y se denota por

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i/n$$

(...)

Definición 1.2. La *mediana* de un conjunto de observaciones es el valor para el cual, cuando todas las observaciones se ordenan de manera creciente, la mitad de éstas es menor que este valor y la otra mitad mayor.

Si el número de observaciones en el conjunto es impar, la mediana es el valor de la observación que se encuentra a la mitad del conjunto ordenado. Si el número es par se considera la mediana como el promedio aritmético de los valores de las dos observaciones que se encuentren a la mitad del conjunto ordenado.

(...)

Definición 1.3 La *moda* de un conjunto de observaciones es el valor de la observación que ocurre con mayor frecuencia en el conjunto.

### Texto escolar (Merino, Muñoz, Pérez y Rupin, 2016, pp. 312, 316, 320)

Se llama **media aritmética** o **promedio** a la cantidad total de la variable distribuida en partes iguales. La fórmula para el cálculo de esta medida de tendencia central es:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

(...)

Se llama **moda** ( $M_o$ ) de un conjunto de datos a la variable que presenta mayor tendencia de ocurrencia.

(...)

La **mediana** corresponde al **valor que ocupa el término central** de un conjunto de datos una vez ordenados de menor a mayor o viceversa. Si la cantidad de datos  $n$  es impar, entonces la posición de la mediana está dada por

$$\frac{n + 1}{2}$$

Cuando la cantidad de datos del conjunto es par, la mediana corresponde a la media aritmética de los dos términos centrales una vez que estos se ordenan.

Se observa que la definición del texto erudito hace referencia a un conjunto de observaciones. Por su parte, la definición del texto escolar sólo alude a un conjunto de datos en los casos de la mediana y la moda, haciendo imprecisa la definición de la media. Además, el texto escolar se refiere, tanto en el caso de la media como en el de la moda, al concepto de variable estadística, pero lo utiliza de manera errónea. En efecto, en la definición de media se habla de 'la cantidad total de la variable, frase que no determina ningún resultado matemático concreto. Similarmente, al abordar la moda se la define como "la variable que presenta mayor tendencia de ocurrencia", cuando en realidad se debería hablar del *valor* de la variable que presenta mayor frecuencia.

También es posible criticar la presentación de la media en el texto erudito, puesto que media (aritmética) y promedio aritmético son sinónimos, de modo que la definición resulta tautológica.

En resumen, la definición del texto escolar analizado adolece de imprecisiones que no están presentes en el texto erudito. El texto erudito, por otra parte, ofrece una definición de media que poco ayuda a la comprensión del concepto.

## ANÁLISIS HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICO

### Estadística

Según Compostela (2010), la etimología de la estadística, es la 'Ciencia del Estado', debido a que los estados han buscado, llevar un registro cuantitativo sobre sus habitantes. En la isla Cerdeña existen restos arqueológicos de edificios llamados 'nuraga', donde se encuentran grabados sobre registros primitivos del ganado, esta data del 3.500 A.C, en Egipto y China se hacían censos para la administración de los imperios, dando inicio a la estadística descriptiva.

### MTC

Según Biehler (1997) las MTC consisten en atender a las características de los agregados y no a los individuos, implica la percepción del colectivo como colección de individuos. El origen de esta, se encuentra aún en discusión. Según Aristóteles citado en Ética a Nicómaco, como una primera aproximación a la media aritmética, llama esta como medio de la cosa o el que igualmente dista de los dos extremos, como aquello que ni excede ni falta de lo que conviene, lo anterior se ve ejemplificado con valores de 2 y 10, señalando que su 'medio' es 6, argumentando que  $10 - 6 = 6 - 2$ .

Según Estrella (2008), la evolución histórica del concepto de mediana, moda y media fue desarrollada por primera vez por Adolphe Quetelet, el cual introdujo la noción de hombre promedio, de tal manera de lograr entender los fenómenos sociales complejos como son las tasas de criminalidad, matrimonio o suicidios, en la actualidad el índice Quetelet hace referencia al índice de masa corporal.

Una de las primeras progresiones del concepto de MTC, es el surgimiento de la media aritmética, más tarde la definición de otras medidas de posición central, como la mediana y moda, estas medidas cumplen la noción de estadígrafo o estadístico, se denomina estadístico muestral a una medida cuantitativa, derivada un conjunto de datos de una muestra con el objetivo de estimar o contrastar características de una población o modelo, cuando se presenta un conjunto de observaciones, nace la necesidad de describir esta información con un solo número 'representatividad', se hace necesario representar el valor de un conjunto de datos con un solo valor.

En consecuencia, la estadística se ha desarrollado de forma natural en la humanidad como también resumir está en un dato representante, para obtener mayor comprensión sobre un conjunto de datos, es relevante que los estudiantes transiten entonces por la noción de representatividad y comparación de MTC.

## FUNDAMENTACIÓN DEL MARCO TEÓRICO

Se ha seleccionado la TSD de Guy Brousseau como marco teórico, para el diseño y análisis de las implementaciones de las clases, en relación a que los estudiantes pueden confrontarse con el medio didáctico que se presente, entendiéndose este último como la clase que el profesor planifica, debido a que presenta a los alumnos a un problema cuya resolución, implica evocar sus propios conocimientos, tomar acciones en base a ellos, para luego resolver en primera instancia de forma individual y luego grupal, enseguida comunicar sus ideas con la mejor de sus apreciaciones y validar estas con sus compañeros y clase en general

“Un medio sin intenciones didácticas es claramente insuficiente para inducir en el alumno todos los conocimientos culturales que se desea que el adquiera” (Brousseau, 2007, p. 48).

Sin duda, la frase anterior señalada por Brousseau (2007), representa el objetivo transversal con la que esta secuencia didáctica se desarrolla, ya que se presenta en las clases, tres diferentes medios didácticos con objetivos de aprendizajes que se desea que el estudiante comprenda, generando una intencionalidad didáctica entendiéndose esta última como el medio didáctico constituido por la planificación y implementación de las clases.

Según Brousseau (2007), para todo conocimiento matemático es posible construir un medio didáctico, que puede comunicarse sin apelar a dicho conocimiento y para la cual el profesor determina una estrategia óptima, con esto se desarrolla la estructura que se entrega a cada una de las clases. Se elabora entonces tres situaciones: ‘La situación de Diego’, ‘La situación de Daniella’ y una tercera clase que consigna la creación de una situación por parte de los estudiantes, se espera con lo anterior el logro de los objetivos específicos y consecuencia el alcance del objetivo general.

Brousseau (2007), sostiene que el conocimiento matemático, se va constituyendo a partir de reconocer, abordar y resolver problemas, que se son generados por otros problemas, además plantea que el alumno produce conocimientos como resultado de la adaptación al medio didáctico, la intencionalidad desarrollada en la secuencia didáctica pretende que los estudiantes se adapten al medio y se empoderen de las propiedades de las MTC.

En las tres situaciones planteadas, el sujeto entra en interacción con una problemática, poniendo en juego sus propios conocimientos, pero modificando, rechazándolos o produciendo otros nuevos Brousseau (2007).

La TSD, Según Brousseau (2007) modela este medio didáctico con las siguientes fases a- didácticas:

**Acción:** El estudiante actúa sobre un medio (material), aplicando su conocimiento cultural y desarrollando el saber, consignando sus respuestas Brousseau (2007).

**Formulación:** En el desarrollo de la clase los estudiantes comunican sus respuestas, a sus compañeros de equipo y luego a la clase, exponiendo los diferentes argumentos, adecuando el lenguaje que utilizan habitualmente, precisando la información Brousseau (2007).

**Validación:** Esta fase se hace presente, en el momento que el estudiante trata de convencer a uno o varios interlocutores de la validez sus afirmaciones, elaboran pruebas y argumentos, que pueda justificar lo mencionado, Los estudiantes deben lograr ponerse de acuerdo sobre la verdad y falsedad de las afirmaciones, teniendo la capacidad de sancionar, aceptando o rechazando Brousseau (2007).

Existe una cuarta fase que, en conjunto con las tres anteriores constituyen una situación didáctica.

**Institucionalización:** el docente toma en cuenta oficialmente el objeto de conocimiento y aprendizaje de los estudiantes, se espera que el conjunto de alumnos de una clase asuma la significación socialmente establecida, de un saber que ha sido elaborada por ellos, el docente logra considerar el objeto de enseñanza, establece relación entre este saber y el saber cultural Brousseau (2007).

Las fases de la TSD y la problemática que se aborda están en sintonía, considerando que de las fases de formulación y validación se podrán evidenciar aquellos elementos que permiten a los estudiantes argumentar su elección.

En consecuencia, la elección de este marco teórico se considera a partir de un proceso de previo de planificación, el que, siendo apreciado con mayor detalle se considera importante dar robustez y sustento con un marco teórico TSD, el cual presenta un medio didáctico, en que los estudiantes se hacen partícipes actuando sobre este y el cual el docente es más bien un mediador. Este marco teórico, presenta el aprendizaje del estudiante como

un medio natural, donde el conocimiento cultural de los alumnos es utilizado, generando un nuevo aprendizaje, se considera lo anterior propicio para lograr la discriminación y caracterización de las MTC para un conjunto de datos.

### **DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES**

La siguiente secuencia didáctica se desarrolla para estudiantes entre 12 y 14 años y se relaciona en el curriculum con el objetivo de aprendizaje N° 17 del programa de estudios vigente de séptimo básico, el cual declara:

Mostrar que comprenden las medidas de tendencia central y el rango:

Determinando las medidas de tendencia central para realizar inferencias sobre la población.

Determinando las medidas de tendencia central adecuada para responder un problema planteado.

Utilizándolos para comparar dos poblaciones determinando el efecto de un dato que es muy diferente a los otros. (MINEDUC, 2016, p. 165)

### **OBJETIVOS DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA**

El objetivo general de la secuencia didáctica, es 'Discriminar la MTC más representativa para un conjunto de datos en un contexto determinado', de este se desprenden tres objetivos específicos para cada una de las clases.

Clase N°1 'La situación de Diego'

Discriminar la MTC representativa para un conjunto de datos, en un contexto en el cuál la mediana sea la más apropiada.

Clase N°2 "La situación de Daniella"

Discriminar la MTC representativa para un conjunto de datos, en un contexto en el cual la Moda sea la más apropiada.

Clase N°3 "Crear una situación"

Crear un contexto en el cual la MTC representativa para el conjunto de datos presentes en el problema, sea la media aritmética.

El siguiente esquema presenta, presenta los objetivos de la secuencia didáctica.





### Esquema 1: Objetivo general y específico

Fuente: Elaboración propia

De los objetivos anteriormente señalados, esta secuencia se focaliza en que los alumnos logren determinar las MTC adecuada para responder a un problema planteado, en consecuencia, se espera que los estudiantes logren discriminar las MTC representativa para un conjunto de datos y en conjunto reconozcan las características y propiedades de estas.

## MATEMÁTICA EN JUEGO

En este monográfico la matemática en juego presente en las tres clases de la secuencia didáctica:

### *Moda*

Según Cobo (2003), algunas de las propiedades de la moda, son: tener muy baja sensibilidad a las variaciones de los datos. Los datos no modales pueden cambiar su valor sin afectar la moda, en la medida en que no se produzca una acumulación de mayor frecuencia que la moda previa. Más aún, la moda difícilmente puede representar un conjunto de datos cuando la variable aleatoria es continua, pero en conjuntos de datos en cual se presenta la moda como Bi-modal esta puede ser representativa, considerando siempre el contexto en la cual se encuentra.

### *Media*

Según Cobo (2003) la media incorpora todos los datos en su cálculo, en consecuencia, cuenta con mayor representatividad que la moda. No obstante, si la muestra es muy asimétrica y cuenta con datos extremos que



no se compensen, dichos datos condicionan el valor de la media más de lo deseable, de manera que ésta pierde representatividad.

### *Mediana*

Según Cobo (2003), la mediana involucra a todos los datos en su cálculo, pero no es una función lineal de ellos, de modo que no tiene la sensibilidad de la media a los valores extremos o infrecuentes. Esto la vuelve más idónea para representar un conjunto de datos que presente gran asimetría o con valores extremos que no se compensen.

## **CONOCIMIENTOS PREVIOS**

Los contenidos asociados a la educación estadísticas, desde primero a séptimo básico y que representa los contenidos previos son:

Primero a Cuarto básico

- Recolectar y registrar datos. Responder preguntas estadísticas.
- Realizar encuestas.
- Clasificar, ordenar y representar información.
- Realizar experimentos lúdicos aleatorios.
- Tabular datos y realizar gráficos. MINEDUC (2016)

Quinto y sexto básico

- Calcular el promedio de datos e interpretarlo en su medio.
- Comparar distribuciones de dos grupos.
- Comunicar sus conclusiones. MINEDUC (2016)

Mientras tanto los conocimientos previos que presenta los planes y programas de séptimo básico, son:

- Diagramas de punto, tallo y hoja.
- Comparación de dos grupos.
- Conocimiento intuitivo de tendencia de eventos.
- Gráficos de barra doble y circulares" (MINEDUC, 2016, p.162).

Los anteriores se consideran, para determinar los conocimientos previos de la secuencia didáctica.

En la tabla 5, se puede observar los conocimientos previos para cada una de las clases de la secuencia didáctica.

Tabla 2 Conocimientos previos

Clase	Conocimientos previos
N°1 'La situación de Diego'	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ MTC.</li> <li>➤ Gráfico de puntos.</li> <li>➤ Representatividad.</li> </ul>
N°2 'La situación de Daniella'	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ MTC.</li> <li>➤ Gráfico de puntos.</li> <li>➤ Representatividad.</li> <li>➤ Contextos representativos de mediana.</li> </ul>
N°3 'Creación de una situación'	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ MTC.</li> <li>➤ Gráfico de puntos.</li> <li>➤ Representatividad.</li> <li>➤ Contextos representativos de mediana y moda.</li> <li>➤ Características de las MTC.</li> </ul>

## CLASE 1

### Guía de Clase 1

#### “Medidas de Tendencia Central”

**Integrantes:** \_\_\_\_\_ **Curso:** 7° **Unidad:** Estadística y Probabilidad

#### Instrucciones

Lee con atención el siguiente texto, y luego responde la pregunta que el profesor planteará. Recuerda que en este trabajo es importante que converses con tus compañeros y como grupo argumenten con base a tu idea. Debes registrar tu respuesta en la cartulina.



Como debes haber observado en algunos lugares de nuestro Valle del Aconcagua, se venden mallas de frutas o verduras, como lo muestra la imagen.

#### *La situación de Diego*

Diego estudia en 8° básico y vivió la siguiente situación:

Su papá es feriante y compra mallas de naranjas a un agricultor local, para luego venderlas en un cruce de calles. En la etiqueta, las mallas dicen que son de 3 kg. Hace unos días, un cliente vino a reclamar porque había pesado una malla en la balanza de su casa, y pesaba solo 2,7 kg. "¡Es un robo!", aseguró enojado el cliente. El papá de Diego trató de defenderse como pudo, pero no fue capaz de asegurarle que las mallas pesaran 3 kg. Poco después, fue a ver al agricultor que le vendía las mallas. El agricultor se mostró muy extrañado. Decidieron pesar 10 mallas distintas, para ver si había variaciones. Los resultados fueron los siguientes:

2,8 2,9 3,1 3,3 2,7 3,4 3,4 6,0 2,7 2,7

El feriante y el agricultor revisaron los datos, pero no estuvieron seguros de que hubiera que modificar la etiqueta de 3 kg. Sabiendo que Diego está estudiando Estadísticas, su papá le planteó el problema a él. Pensando en buscar un valor representativo, Diego calculó las medidas de tendencia central:

Media = 3,3 kg      Moda = 2,7 kg      Mediana = 3,0 kg

¿Puedes ayudar a Diego a elegir la Medida de Tendencia Central representativa par las 10 mallas de naranjas? Justifica

Tarea

Planificación de clase 1		
Asignatura: Matemática	Nivel: 7° básico	Semestre: 2
Unidad didáctica: 4		Horas: 2
<b>Objetivo de Aprendizaje</b> OA 17	<b>Habilidades</b> OA f y l	<b>Actitudes</b> OA D y E
<b>Problemática:</b>	Hemos observado, en nuestra práctica docente, que los estudiantes tienen dificultades para decidir qué MTC apropiada para representar un conjunto de datos, en un contexto dado.	
<b>Objetivo clase:</b>	Discriminar la MTC más representativa para un conjunto de datos, en un contexto en el cual la Mediana sea la más apropiada.	
<b>Contenidos previos</b>		<b>Materiales complementarios</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cálculo MTC</li> <li>- Gráfico de puntos</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Guía con problema</li> <li>- DATA para proyección del problema en la pizarra,</li> <li>- Naranjas</li> <li>- Pizarrón</li> <li>- Plumones</li> <li>- Cartulinas (para que cada alumno consigne sus argumentos)</li> </ul>
<b>Momento de la clase : Inicio      15 minutos</b>		
<b>Tareas Matemáticas</b>	<b>Gestión en Aula</b>	<b>Evaluación</b>
Leen texto de guía de trabajo “La situación de Diego” (anexo clase 1)	<p>El/la docente explicita el contrato didáctico y pedagógico y reúne a los estudiantes en grupos de 3 o 5 personas, la organización de la cantidad de grupos es impar, para mayor fluidez en la toma de decisiones</p> <p>A modo de motivación el/la docente plantea al grupo curso, que desarrollarán una actividad que se plantea a menudo en los cruces de calle, en la venta ambulante de mallas de frutas o verduras. Por ejemplo, la venta de naranjas (muestra a los estudiantes</p>	¿Los estudiantes comprenden la instrucción?

	<p>la malla de naranjas, la cual se encuentra físicamente).</p> <p>En la lectura del texto el/la docente, pide a los voluntarios que lean en voz alta, escogiendo al azar a los participantes en diferentes momentos de la lectura.</p> <p>El/la docente desarrolla preguntas como: ¿Qué es significa representante?, ¿Qué son las MTC? Si en tu grupo de amigos, deben escoger solo uno de ellos que represente a todos. ¿Cómo desarrollarías tu elección</p>	<p>¿Los estudiantes comprenden el significado de representante?</p>
<b>Momento de la clase : Desarrollo 60 minutos</b>		
<b>Tareas Matemáticas</b>	<b>Gestión en Aula</b>	<b>Evaluación</b>
<p><i>Fase Acción</i> Responden a la pregunta, sobre la situación de Diego, consignan sus respuestas en guía de trabajo, escribiendo su respuesta, dibujando la respuesta, desarrollando esquemas, etc.</p> <p><i>Fase de Formulación al grupo y validación.</i> Formulan sus respuestas en forma</p>	<p>El/la docente observa el trabajo de los estudiantes, por diferentes lugares del aula.</p> <p>Enseguida les pide que se distribuyan en grupos (5 personas o 3 personas) para que discutan acerca de la pregunta del problema y escriban su respuesta y argumentos en una cartulina, para luego ser presentada al curso.</p>	<p>¿Logran responder en forma individual a las preguntas?</p> <p>¿Lo estudiantes comunican sus ideas?</p>

<p>individual a los diferentes integrantes del grupo.</p> <p><i>Fase de formulación</i> El grupo toma decisión sobre que MTC es la representativa, registran los diferentes argumentos de sus compañeros</p> <p>Consignan sus respuestas en papelógrafo, mencionando la MTC y el argumento de su elección.</p> <p><i>Fase de Validación Puesta en común</i> Cada grupo expone su trabajo al grupo curso, los estudiantes de los</p>	<p>El/la docente deberá ir por los grupos de trabajo monitoreando el avance de la actividad y hacer devoluciones en los casos necesarios.</p> <p>El/la docente monitorea los diferentes grupos de trabajo considerando la participación de todos los estudiantes.</p> <p>El/la docente solicita a los grupos que expongan sus conclusiones en 2 minutos. El curso dispone de 2 minutos para realizar preguntas al grupo que expone.</p> <p>El docente procura que cada integrante del grupo expositor consigne su respuesta en la tabla que resume las características de las MTC.</p>	<p>¿Tienen la capacidad de inclinarse por una decisión?</p> <p>¿Logran consignar sus respuestas ?</p> <p>¿Identifican las características de las MTC?</p> <p>¿Argumentan con base a su elección?</p> <p>¿Logran consignar</p>
---	--	---

<p>siguientes grupos plantean preguntas al respecto.</p> <p>Un integrante de cada grupo, resume su respuesta, en un esquema que ha preparado el docente en la pizarra.</p>	<p><b>Diagrama de Pizarra</b></p> <table border="1" data-bbox="500 401 1214 541"> <thead> <tr> <th colspan="3">Características de las MTC</th> </tr> <tr> <th>Moda</th> <th>Mediana</th> <th>Media</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </tbody> </table> <p>Tabla 3 "Esquema de Pizarra"</p>	Características de las MTC			Moda	Mediana	Media							<p>sus respuestas en la puesta en común?</p>
Características de las MTC														
Moda	Mediana	Media												
<p><b>Momento de la clase : Cierre 15 minutos</b></p>														
<p><b>Tareas Matemáticas</b></p>	<p><b>Gestión en aula</b></p>	<p><b>Evaluación</b></p>												
<p>Los estudiantes reflexionan en forma grupal sobre las diferentes características de las MTC presentada, y argumenta a favor o en contra de ellas.</p> <p><i>Fase de institucionalización</i></p>	<p>Apoyándose en las características consignadas en la pizarra, el/la docente resume las conclusiones de los estudiantes, orientado su reflexión final hacia la selección de la mediana como la representante para este conjunto de datos.</p> <p>El/la docente enfoca su atención en una de las intervenciones de los estudiantes, que tenga relación con la asimetría de los datos.</p> <p>El/la docente cierra la clase, con la institucionalización, desarrolla preguntas para la metacognición, como:          ¿Pudiste discriminar cuál era la MTC representativa para el problema?          ¿Cómo obtuviste la respuesta?</p> <p>Proyecta en un ppt, el siguiente texto.</p>	<p>¿Reflexionan sobre la actividad grupal?</p>												

	<p>Se tiende a situar la media en el centro del recorrido de la distribución, propiedad que es cierta para distribuciones simétricas, Pero cuando la distribución es muy asimétrica la</p> <p>Texto: "Institucionalización"</p> <p>media se desplaza hacia uno de los extremos y la mediana serán un valor más representativo del conjunto de datos.</p>	
--	--	--

## ANÁLISIS A PRIORI

### Objetivo de la clase

Discriminar la MTC representativa para un conjunto de datos, en un contexto en el cuál la mediana sea la más apropiada.

### Respuesta experta

Tabla 4: Respuestas experta clase 1

Clase	Descripción
N°1 'La situación de Diego'	<p>Definición Matemática</p> <p>La <i>mediana</i> de un conjunto de observaciones es el valor para el cual, cuando todas las observaciones se ordenan de manera creciente, la mitad de éstas es menor que este valor y la otra mitad mayor. Si el número de observaciones en el conjunto es impar, la mediana es el valor de la observación que se encuentra a la mitad del conjunto ordenado. Si el número es par se considera la mediana como el promedio aritmético de los valores de las dos observaciones que se encuentren a la mitad del conjunto ordenado (Canavos, 1988, p.12-13)</p> <p>Respuesta Experta</p> <p>Según Cobo (2003), la mediana presenta las siguientes propiedades estadísticas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Representa un colectivo de datos.</li> <li>➤ La mediana puede no coincidir con ninguno de los valores de los datos.</li> <li>➤ En el cálculo de la mediana no intervienen todos los datos.</li> </ul>



- En el cálculo de la mediana los cambios de datos pueden ser invariantes.
- La mediana es representativa en conjunto de datos cuya distribución sea asimétrica y cuente con valores atípicos.

Atendiendo a lo anterior, la respuesta experta de la clase es:

Se tiende a situar la media en el centro del recorrido de la distribución, propiedad que es cierta para distribuciones simétricas, pero cuando la distribución es asimétrica la media se desplaza hacia uno de los extremos y la mediana será un valor representativo para un conjunto de datos.

---

### Posibles estrategias

Para resolver correctamente el problema, los estudiantes deben reconocer propiedades relacionadas con la MTC, en presencia de asimetría o datos atípicos en la distribución de datos.

Para esto los estudiantes pueden desarrollar la siguiente estrategia, reconocer la presencia de datos atípicos y analizar cómo estos datos son determinantes en el valor de la media aritmética, considerando a esta como un estadístico menos resistente, que la mediana y moda, además de reconocer que esta última es un estadístico que considera la mayor frecuencia de uno de los datos, pero que no necesariamente es representativo de un conjunto de datos, tomando en consideración los argumentos anteriores, los estudiantes pueden determinar que el valor de la mediana es la representativa, considerando los argumentos anteriores.

Una segunda estrategia para la justificación de la elección de mediana, tiene relación con las gráficas, uno de los estudiantes puede considerar necesario representar en forma gráfica o pictórica los datos de la situación de Diego, para luego analizar y reflexionar en base, por ejemplo, a la asimetría presente en la distribución de datos e identificando la posición de cada una de estas, relacionando la ubicación y la asimetría como un argumento válido para la discriminación de mediana.

## Errores y Dificultades

Tabla 5: Errores y Dificultades Clase N°1

Dificultad	Error	Preguntas
El estudiante disocia la propiedad de mayor frecuencia de Moda con concepto de representante.	Escoge Moda como representante.	El valor 2,7 kg. ¿Representa a la malla de 6 kg?
Debido a que la moda es el de menor magnitud, el estudiante lo asocia como "Justo", argumentando que, si las mallas se dispusieran con esta etiqueta, no ocasionarían problemas.	Escoge Moda como representante.	¿Crees que la justicia es argumento correcto para escoger un dato representante para este conjunto?
Al ser la MTC, más utilizada por los estudiantes, reconocen a esta como representante en los contextos. Según Cobo (2003) el calculo y comprensión de los algoritmos se centra preferentemente en la media.	Escoge Media aritmética como representante.	¿Tú crees que en toda la situación la Media aritmética es la representante?
No reconoce que la media aritmética es un estadístico, menos resistente al cambio de datos o datos atípicos.	Escoge Media aritmética como representante.	Observa con atención los dato. ¿Crees que alguno de ellos es diferente al resto del conjunto?
No reconoce que, bajo la presencia de datos atípicos, en el cual la distribución de los datos es asimétrica, la media no es el representante correcto. Según (Ortiz Font, 2014) se dan importantes dificultades relacionadas con la comprensión de los estudiantes de la media aritmética y sus propiedades.	Escoge Media aritmética como representante.	¿Crees que este dato altera el valor de la media aritmética?  Al escoger un dato representante ¿puedes eliminar o agregar datos al

conjunto de  
forma antojadiza?

No diferencia entre valor  
representado en la etiqueta y las  
características que la MTC debe  
cumplir, para representar un  
conjunto de datos.

Escogen mediana como  
representante, pero con un  
argumento erróneo por  
ejemplo aludiendo a la  
coincidencia de valores con la  
etiqueta.

¿Cuál es el la  
característica que  
presenta la  
situación para  
que media sea la  
MTC  
representativa?

---

## CLASE N° 2

### Guía de Clase 2

#### “Medidas de Tendencia Central”

**Integrantes:** \_\_\_\_\_ **Curso:** 7° **Unidad:** *Estadística y Probabilidad*

#### Instrucciones

Lee con atención el siguiente texto, y luego responde la pregunta que el profesor planteará, recuerda que en este trabajo es importante que converses con tus compañeros y como grupo argumenten con base a sus ideas, luego de esto deben registrar sus respuestas en la cartulina y exponer a la clase.

#### La situación Daniella

En un Packing de cítricos del Valle del Aconcagua, se seleccionan y se embalan naranjas, que tienen como destino dos mercados diferentes, el primero de ellos es la exportación al extranjero, la que requiere naranjas de mayor calidad por los estándares del mercado y el segundo destino es la venta de naranjas en el mercado nacional el que tiene menos exigencias.

Daniella se encuentra a cargo del análisis estadístico de esta empresa, y necesita encontrar una medida de tendencia central que represente el peso de las naranjas de su empresa, para esto escoge 12 naranjas totalmente al azar, 6 naranjas las cuales se exportan y 6 naranjas que se venden en el mercado nacional, y el resultado de los pesos son los siguientes.

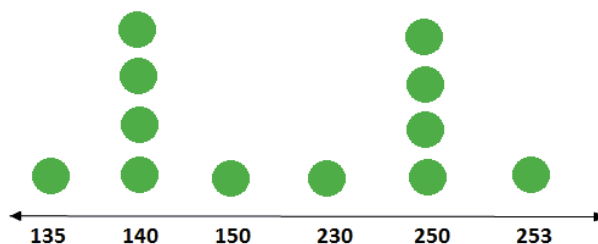
*Masa de naranjas para la venta en el mercado nacional (expresada en gramos).*

135 140 140 140 140 150

*Masa de naranjas para exportación (unidad expresada en gramos).*

230 250 250 250 250 253

Daniella para observar con mayor detalle la distribución de estos datos, construye un gráfico de puntos el cual se muestra a continuación.



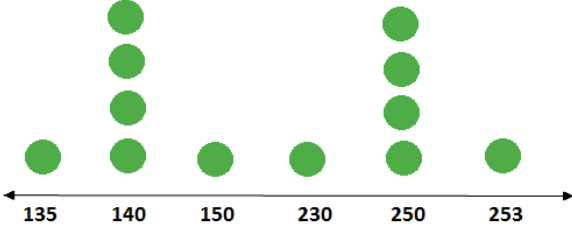
**Peso de unidades de naranja expresadas en gramos**

Para seleccionar la MTC más apropiada, Daniella calcula el valor de las MTC, las que son las siguientes:

Moda = 140 y 250 gramos    Media = 194 gramos    Mediana = 190 gramos  
 ¿Cuál de estas medidas de tendencia central escogerías para representar la masa de las naranjas del Packing de Daniella? ¿Por qué?

Planificación de clase 2		
Asignatura: Matemática	Nivel: 7° básico	Semestre: 2
Unidad didáctica: 4	Horas: 2	
<b>Objetivo de Aprendizaje</b> OA 17	<b>Habilidades</b> OA f y l	<b>Actitudes</b> OA D y E
<b>Problemática:</b>	Hemos observado, en nuestra práctica docente, que los estudiantes tienen dificultades para decidir qué MTC apropiada para representar un conjunto de datos, en un contexto dado.	
<b>Objetivo clase:</b>	Discriminar la MTC más representativa para un conjunto de datos, en un contexto en el cual la Moda sea la más apropiada.	
Contenidos previos		Materiales complementarios
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cálculo MTC</li> <li>- Gráfico de puntos.</li> <li>- Discriminar contexto en el cual la mediana es representativa para un conjunto de datos.</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Guía con problema</li> <li>- Data para proyección del problema en la pizarra,</li> <li>- Naranjas</li> <li>- Pizarrón</li> <li>- Plumones,</li> <li>- Cartulinas (para que cada alumno consigne sus argumentos)</li> </ul>
Momento de la clase : Inicio    15 minutos		
Tareas Matemáticas	Gestión en Aula	Evaluación
Reflexionan sobre las características de las MTC, desarrolladas la clase anterior.	<p>Explicación del contrato didáctico y pedagógico de la clase.</p> <p>El/la docente presenta, la tabla con el resumen de las características de las MTC evocadas en la sesión anterior.</p> <p>Presenta el siguiente esquema en</p>	<p>¿Los estudiantes comprenden la instrucción?</p> <p>¿Evocan las diferentes</p>

	<p>Ppt, con las diferentes características de la clase evocadas en clase anterior. El/la docente desarrolla preguntas como: ¿Qué características recordamos sobre las MTC? En la situación de Diego ¿Qué MTC es la representativa para el conjunto</p>	<p>características de las MTC?</p>									
<p><b>Características de las MTC</b></p> <table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th data-bbox="542 611 737 653">Moda</th> <th data-bbox="737 611 956 653">Mediana</th> <th data-bbox="956 611 1159 653">Media</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="542 653 737 695"></td> <td data-bbox="737 653 956 695"></td> <td data-bbox="956 653 1159 695"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="542 695 737 737"></td> <td data-bbox="737 695 956 737"></td> <td data-bbox="956 695 1159 737"></td> </tr> </tbody> </table> <p>de datos?</p>			Moda	Mediana	Media						
Moda	Mediana	Media									
<p><b>Momento de la clase : Desarrollo 60 minutos</b></p>											
<p><b>Tareas Matemáticas</b></p>	<p><b>Gestión en Aula</b></p>	<p><b>Evaluación</b></p>									
<p><i>Fase de acción</i></p> <p>Leen en voz alta la situación de Daniella, intercaladamente para obtener una mayor comprensión.</p> <p>Analizan el diagrama de puntos en forma individual, la cual relaciona todas las masas de las naranjas en una misma imagen.</p>	<p>El/la docente presenta “La situación de Daniella” en ppt, pide a los estudiantes leer en voz alta y aleatoriamente, de manera de obtener una mayor concentración por parte de los alumnos (Anexo guía de trabajo).</p> <p>El/la docente presenta diagrama de puntos, el cual desarrolla con imanes circulares, que relaciona la masa de todas las naranjas producidas en el Packing de Daniella.</p> <p>Diagrama de Puntos, sobre las masas de las naranjas. (es importante que el diagrama se mantenga en la pizarra</p>	<p>¿Los estudiantes logran tomar acciones individuales sobre la problemática?</p> <p>¿Comprenden el diagrama de punto?</p>									

<p>Analizan las MTC en forma individual y responden a la pregunta. ¿Cuál de estas medidas de tendencia central escogerías para representar la masa de las naranjas del Packing de Daniella? ¿Por qué?</p> <p>Formulación Consignan sus respuestas en la guía de trabajo, durante minutos.</p> <p>Comentan sus diferentes respuestas a los integrantes de su grupo de trabajo.</p>	 <p>Peso de unidades de naranja expresadas en gram</p> <p>Gráfico 1 "Masas de naranjas" (para ser contruido en pizarra)</p> <p>El/la docente desarrolla preguntas, para cerciorar que lo estudiantes reconocen el diagrama. ¿Cuántas naranjas de 140 gramos hay?, ¿Y de 230 gramos?</p> <p>El/la docente proyecta el valor de las MTC, para esta situación. Información en Pizarra, proyectada en ppt.</p> <p>Moda = 140 y 250 gramos    Media = 194 gramos    Mediana = 190 gramos</p> <p>El/la docente monitorea el trabajo individual de cada estudiante.</p>	<p>¿Comprenden los valores numéricos de las MTC?</p> <p>¿Logran consignar su respuesta en guía de trabajo?</p>
---	--	--

<p>Validación Debaten sobre las respuestas de los compañeros del grupo, sancionando o apoyando propuestas.</p> <p>Deciden que MTC es representativa para la situación de Daniella, consignan sus respuestas en papelógrafo, en la se presenta la elección y el argumento.</p> <p>Formulación Exponen su elección y argumento a la clase, en un tiempo, no superior a 3 minutos, la clase tiene un tiempo inferior a los 2 minutos para desarrollar preguntas.</p>	<p><i>Fase de formulación y validación en grupo</i> El/la docente monitorea los grupos de trabajo, considerando igual distribución que la clase anterior.</p> <p>El/la docente desarrolla preguntas, como: ¿Qué MTC de las que se encuentran en el texto, es la representativa para todas las naranjas que produce el Packing donde trabaja Daniella?</p> <p>El/la docente indica, que grupos se irán presentando a la clase, a medida que cada uno de ellos, considere su trabajo finalizado.</p> <p>Modela los tiempos de exposición y preguntas de las clases.</p>	<p>¿Los estudiantes logran validar sus respuestas?</p> <p>¿Logran exponer a la clase, su decisión y argumento?</p>
---	---	--



<p>Formulación</p> <p>Al finalizar la exposición de cada grupo, los estudiantes consignan su argumento en el ppt, de resumen de características.</p>	<p>El/la docente presenta el ppt del cuadro de resumen, con las características de la clase 1, para que los estudiantes completen con las características de las MTC, a medida se presentan.</p> <p>Presentación en PPT, se debe consignar las características previas de la clase 1, que son las presentadas en cada clase, presentado con anterioridad</p> <p>Solicita a los estudiantes registrar características.</p>	<p>¿Registran respuestas en tabla de resumen?</p>
--	---	---

**Momento de la clase : Cierre 15 minutos**

<p><b>Tareas Matemáticas</b></p>	<p><b>Gestión en aula</b></p>	<p><b>Evaluación</b></p>
<p>Validación</p> <p>Reflexionan en forma grupal sobre las diferentes características de las MTC presentada para la situación de Daniella, y argumenta a favor o en contra de ellas.</p> <p>Responden las preguntas desarrolladas por el docente.</p> <p>Institucionalización</p>	<p>El/la docente desarrolla preguntas como: ¿Qué características presenta esta situación?, ¿Qué se puede observar en esta que difiere de la anterior?</p> <p>El/la docente considerando los argumentos de los estudiantes,</p>	<p>¿Reflexionan sobre todas las características, presentes en la puesta en común?</p> <p>¿Los estudiantes relacionan el desarrollo de la</p>

	<p>presenta la institucionalización en un ppt.</p> <p>La distribución de los datos, presenta dos modas (bimodal), ya que son dos masas que tiene mayor ocurrencia, (nacional e internacional), la media y la mediana se encuentran en el centro de la distribución, por la simetría de los datos, por lo que sus datos, no son representativos para el contexto, como se puede observar en el gráfico, de tal manera, "la moda" es la representativa, ya considera ambas masas, como lo muestra la imagen, y entregan la simetría a la distribución.</p> <p>El profesor presenta, la siguiente imagen en ppt, para apoyar la institucionalización.</p> <div data-bbox="649 1081 1015 1312" data-label="Figure"> </div> <p>Gráfico 2 "Institucionalización sobre datos con distribución bimodal"</p>	<p>clase con la institucionalización?</p>
--	---	---

## ANÁLISIS A PRIORI

### Objetivo de clase

Discriminar la MTC representativa para un conjunto de datos, en un contexto en el cual la Moda sea la más apropiada.

## Respuesta experta

Tabla 6: Respuesta experta clase n°2

Clase	Descripción
N°2 'La situación de Daniella'	<p>Definición Matemática La <i>moda</i> de un conjunto de observaciones es el valor de la observación que ocurre con mayor frecuencia en el conjunto. (Canavos, 1988, p.12-13)</p> <p>Respuesta Experta Según Cobo (2003), la moda presenta las siguientes propiedades estadísticas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Representa un colectivo de datos.</li> <li>➤ Siempre se encuentra en el rango de datos.</li> <li>➤ En el cálculo de la moda intervienen todos los datos.</li> <li>➤ En el cálculo de la moda los cambios de datos pueden ser invariantes.</li> <li>➤ Existen moda/s en variables cuantitativas como cualitativas.</li> </ul> <p>En conjuntos de datos en la cual la MTC sea bi-modal, la moda es un representativo apropiado, esta situación anterior se puede complementar con lo mencionado por Readig y Pegg (1996) los cuales consideran importante que los estudiantes consideren las características del conjunto de datos.</p> <p>Atendiendo a lo anterior la respuesta experta de la clase es:</p> <p>La distribución de los datos, presenta dos modas (bimodal), ya que son dos masas que tiene</p>

mayor ocurrencia, (nacional e internacional), la media y la mediana se encuentran en el centro de la distribución, por la simetría de los datos, por lo que sus datos, no son representativos para el contexto, como se puede observar en el gráfico, de tal manera, “la moda” es la representativa, ya considera ambas masas, como lo muestra la imagen, y entregan la simetría a la distribución.

Como se puede observar en el gráfico

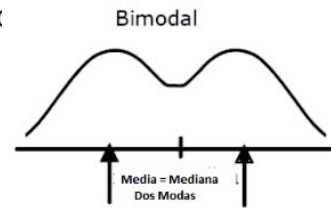


Gráfico 3: Distribución Bi-modal

## Posibles estrategias

Para resolver correctamente el problema, los estudiantes deben reconocer propiedades relacionadas con la MTC, pero la respuesta no solo se debe reducir a conocer las definiciones y propiedades, sino a reconocer los problemas donde debe emplearse el concepto (Batanero , 2000).

Considerando el planteamiento anterior, los estudiantes pueden desarrollar las siguientes estrategias:

La primera tiene relación con el contexto del problema, los alumnos identifican ciertas propiedades evocadas en la clase anterior, por ejemplo, la simetría del conjunto de datos, en la cual la media y mediana coinciden en su ubicación, pero moda al ser bi-modal no se encuentra en el centro de la distribución, pero tomando en cuenta que existen dos tipos de producciones (nacionales y de exportación), los alumnos pueden sopesar este argumento como de mayor fortaleza, debido a que media y mediana, no consideran ambas producciones.

Una segunda estrategia, es la consideración de la gráfica presente en la situación, los estudiantes pueden ubicar los valores de las MTC, y consideran que Mediana y media representan los valores del conjunto de datos, pero lo moda lo hace con una mayor exactitud debido que, en sus valores bi-modales presenta los valores de los dos tipos de productos.

Una tercera estrategia para lograr la respuesta correcta, es el análisis de grafica presente en la guía de trabajo, los argumentos pueden estar relacionados con la simetría de la distribución, pero considerando el relieve presente en la distribución bimodal, la que a simple vista denota la presencia de ambos grupos, sobre los otros datos.

## Errores y Dificultades

Tabla 7: Errores y dificultades clase N°2

Dificultad	Error	Preguntas
Presenta poca aprehensión de las características de las MTC, evocadas en la clase anterior, esto se evidencia al momento utilizar las MTC. Según (Ortiz Font, 2014) se dan importantes dificultades relacionadas con la comprensión de los estudiantes de la media aritmética y sus propiedades.	Reconoce características erradas sobre las MTC.	El profesor pregunta a la clase. ¿Qué características recordamos sobre cada una de las MTC?
No presenta capacidades para interpretar un diagrama de puntos.	Interpreta de forma errónea el diagrama puntos.	¿Qué significa que la masa 140 gr tenga cuatro puntos?
Analiza de forma deficiente la simetría o asimetría de una gráfica	Interpreta de forma errónea el diagrama de puntos.	¿Qué me indica la cantidad de puntos que tiene cada valor?  ¿Cómo se puedes interpretar la distribución de

		los puntos en el diagrama?
Debido a la propiedad de Media aritmética, en la cual considera todos los datos, disocia a esta como representante.	Escoge media aritmética como representante.	¿Crees que la media aritmética representa la masa de las mallas que se venden a nivel nacional e internacional?
Reconoce la simetría presente en la situación, y con base a este argumento considera al promedio como representativo del conjunto de datos, sin considerar el contexto de la problemática.	Escoge media aritmética como representante.	A pesar de la simetría de la distribución. ¿Crees que la Media aritmética representa a los datos de este contexto?
Tiende a seleccionar la MTC que le resulta más familiar.	Escoge media aritmética como representante.	
Piensa que al no existir datos atípicos en la situación es argumento suficiente, sin considerar el contexto del problema. Según Martínez y Huerta (2016), no se tiene cuenta el contexto del problema.	Escoge media aritmética como representante.	
Considera mayor probabilidad de ocurrencia, debido a esto sería la representante correcta sin considerar el contexto de la problemática. Según Martínez y Huerta (2016), no se tiene cuenta el contexto del problema.	Escoge moda como representativa, con argumento erróneo.	¿Si solo existiera una moda? ¿Sería esta la representativa?

## CLASE 3

### Guía de Clase 3

#### “Medidas de Tendencia Central”

**Integrantes:** \_\_\_\_\_ **Curso:** 7° **Unidad:** Estadística y Probabilidad **Habilidad:** Discriminar, Argumentar y comunicar.

#### Instrucciones

1-Crea un contexto, que presente un grupo de datos no mayor de 10, en el que la media aritmética, sea la MTC representativa para el conjunto de datos en un contexto determinado.

2-Recuerda que el contexto al igual que las situaciones anteriores, debe presentar el valor de moda, media y mediana, para esto puedes utilizar la calculadora.

3-Puedes apoyar tu trabajo con diagramas de puntos, si lo consideras necesario, pero debes registrar esta información en el documento.

4.- Argumenta porque el contexto es el correcto para que la media, sea la representativa de un conjunto de

Planificación clase 3		
Asignatura: Matemática	Nivel: 7° básico	Semestre: 2
Unidad didáctica: 4		Horas: 2
<b>Objetivo de Aprendizaje</b> OA 17	<b>Habilidades</b> OA f y l	<b>Actitudes</b> OA D y E
<b>Objetivo clase:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Crear un contexto en el cual la MTC representativa para el conjunto de datos presentes en el problema, sea la media aritmética.</li> </ul>	
Contenidos previos	Materiales complementarios	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cálculo MTC</li> <li>- Diagrama de puntos</li> <li>- Discriminar la MTC representativa para un conjunto de datos, en</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Guía con problema</li> <li>- DATA para proyección del problema en la pizarra,</li> <li>- Pizarrón</li> <li>- Plumones,</li> </ul>	

<p>cual la media y moda, sea la representativa.</p>	<p>- Cartulinas (para que cada alumno consigne sus argumentos)</p>										
<p><b>Momento de la clase : Inicio 10 minutos</b></p>											
<p><b>Tareas Matemáticas</b></p>	<p><b>Gestión en Aula</b></p>	<p><b>EVALUACIÓN</b></p>									
<p>Responden preguntas.</p>	<p>El docente desarrolla preguntas, que tienen como objetivo evocar los contenidos de las 2 clases anteriores.</p> <p>¿Qué situaciones se presentaron en las clases anteriores?, ¿Qué podemos recordar de estas situaciones? ¿Qué significa escoger una MTC representativa para un conjunto de datos? ¿Qué características presentan estas MTC?</p>	<p>¿Recuerdas situaciones de las clases anteriores?</p> <p>¿Reconoce las características de las MTC?</p>									
<p><b>Momento de la clase : Desarrollo 60 minutos</b></p>											
<p><b>Tareas Matemáticas</b></p>	<p><b>Gestión en Aula</b></p>	<p><b>Evaluación</b></p>									
<p>Leen con atención las diferentes características de las MTC, de la tabla de resumen y responden las preguntas.</p> <p><i>Fase de Acción</i></p> <p>En guía de trabajo los estudiantes, formulan una</p>	<p>El/la docente presenta la tabla de resumen con las diferentes características de las MTC y lo proyecta en la pizarra.</p> <table border="1" data-bbox="488 1207 1198 1354" style="margin: 10px auto;"> <thead> <tr> <th colspan="3" style="text-align: center;">Características de las MTC</th> </tr> <tr> <th style="width: 33%;">Moda</th> <th style="width: 33%;">Mediana</th> <th style="width: 33%;">Media</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="height: 20px;"></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Desarrolla preguntas como:</p> <p>¿Qué características se presentaban en los diferentes contextos? ¿Cuándo utilizamos la media aritmética? ¿Qué características presentas la Media aritmética? ¿En qué situaciones la media, es representativa?</p>	Características de las MTC			Moda	Mediana	Media				<p>¿Logran formular las respuestas en forma individual?</p> <p>¿Logra comprender las</p>
Características de las MTC											
Moda	Mediana	Media									



<p>situación en la cual la media aritmética sea la representativa para un conjunto de datos.</p>	<p><b>Instrucciones</b> 1-Crea un contexto, que presente un grupo de datos no mayor de 10, en el que la media aritmética, sea la MTC representativa para el conjunto de datos en un contexto determinado. 2-Recuerda que el contexto al igual que las situaciones anteriores, debe presentar el valor de moda, media y mediana, para esto puedes utilizar la calculadora. 3-Puedes apoyar tu trabajo con diagramas de puntos,</p>	<p>instrucciones?  ¿Responde n a preguntas desarrolla das por el profesor?</p>
<p><i>Fase de formulación y validación</i></p>	<p>El/la docente solicita a los estudiantes que formulen un contexto breve que contenga un conjunto de datos, en un contexto en el cual la media aritmética sea la representativa para el conjunto de datos.</p> <p>Proyecta la siguiente instrucción en la pizarra y además entrega instrucción en guía de trabajo, de manera que los estudiantes consignen sus respuestas.</p> <p>El/la docente monitorea, el trabajo individual de cada uno de los estudiantes, se desarrollan preguntas como: ¿En que contexto creen ustedes que la media aritmética sea representativa?, recuerden considerar las características anteriores.</p> <p>El/la docente solicita a los estudiantes que se agrupen con su equipo de trabajo y formulen sus diferentes contextos y analicen cuál de ellos escogerán, para presentar a sus compañeros.</p>	<p>¿Logran comunicar sus respuestas a su</p>
<p>Fase de formulación Presentan el contexto creado a sus compañeros de equipo.</p>	<p>El/las docentes presentan las siguientes preguntas. ¿Qué contexto escogerán? ¿Por qué? ¿Las MTC se encuentran bien determinadas? ¿Es necesario modificar el contexto escogido?</p>	<p>¿Logran comunicar sus respuestas a su</p>

<p>Argumentan y formulan ideas, de que contexto escogerán para presentar a sus compañeros.</p> <p>Los grupos de trabajo consignan su contexto y datos en papelógrafos.</p>	<p>El/la docente proyecta, una cuarta instrucción en la pizarra.</p>	<p>equipo de trabajo?</p> <p>¿Pueden argumentar con base a su contexto?</p> <p>¿Consignan sus repuestas, en papelógrafo o con su respectivo argumento?</p>																
	<p>4.- Argumenta porque el contexto es el correcto para que la media, sea la representativa de un conjunto de</p>																	
	<p>El/la docente monitorea el trabajo de cada uno de los grupos de trabajo, entrega los tiempos de exposición y el orden de estas.</p>																	
	<p>El profesor presenta en el proyector, cuadriculas que los estudiantes completan con el título de su situación y el resumen su argumento.</p>																	
<p><b>Argumento de Elección</b></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>Título</th> <th>Título</th> <th>Título</th> <th>Título</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td>Argumento</td> <td>Argumento</td> <td>Argumento</td> <td>Argumento</td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </tbody> </table>			Título	Título	Título	Título					Argumento	Argumento	Argumento	Argumento				
Título	Título	Título	Título															
Argumento	Argumento	Argumento	Argumento															
<p>Tabla 8 "Titulo y argumento de situación"</p> <p><i>Fase de validación</i> El/la docente modela el orden los grupos de trabajo en la exposición</p>																		

**Momento de la clase : Cierre 20 minutos**

Tareas Matemáticas	Gestión en aula	Evaluación
<p>Analizan las situaciones con los diferentes argumentos, y cuestionan si la media aritmética es la</p>	<p>El/la docente desarrolla preguntas como: ¿Qué contexto de los presentados, creen ustedes que corresponde a la utilización de la media?</p>	<p>¿Los estudiantes logran discriminar las MTC, para contextos determinados?</p>

representativa . Institucionalización	El profesor con la respuesta de los estudiantes, menciona las características de la media aritmética y el contexto en cual es representativa.	
	La media aritmética representa un reparto equitativo y es un buen estimador de una cantidad desconocida, considera todos los datos en su cálculo, por lo que cuenta con mayor representatividad que la moda, si el conjunto de datos es muy asimétrico y cuenta con datos extremos que no se compensen, estos pueden condicionar el valor de la media. Cobo (2003).	

## ANÁLISIS A PRIORI

### Objetivo de la clase

Crear un contexto en el cual la MTC representativa para el conjunto de datos presentes en el problema, sea la media aritmética.

### Respuesta experta

Clase	Descripción
N° 3 'Creación de una situación'	Definición Matemática La <i>media</i> de las observaciones $x_1, x_2, \dots, x_n$ es el promedio aritmético de éstas y se denota por

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i/n$$

#### Respuesta Experta

Según Cobo (2003), la moda presenta las siguientes propiedades estadísticas:

- Representa un colectivo de datos.
- Siempre se encuentra en el rango de datos.
- Puede no coincidir con ninguno de los datos del conjunto.

- En el cálculo de la media intervienen todos los datos.
- Es un estadístico menos resistente.
- Coincide con el centro de gravedad de un conjunto de datos.
- Es una repartición equitativa.

Atendiendo a lo anterior la respuesta experta de la clase es:

La media aritmética representa un reparto equitativo y es un buen estimador de una cantidad desconocida, considera todos los datos en su cálculo, por lo que cuenta con mayor representatividad que la moda, si el conjunto de datos es muy asimétrico y cuenta con datos extremos que no se compensen, estos pueden condicionar el valor de la media.

### Posibles estrategias

Debido a la naturaleza de la clase, los estudiantes deben reconocer las propiedades de la media aritmética, este último considerando las características evocadas en las clases anteriores y su propio conocimiento, en consecuencia, los alumnos pueden crear cualquiera de las siguientes situaciones considerando las siguientes propiedades.

- Representa un colectivo de datos.
- Siempre se encuentra en el rango de datos.
- Puede no coincidir con ninguno de los datos del conjunto.
- En el cálculo de la media intervienen todos los datos.
- Es un estadístico menos resistente.
- Coincide con el centro de gravedad de un conjunto de datos.
- Es una repartición equitativa.

### Estrategias

Una estrategia, que pueden desarrollar los estudiantes es la creación de una situación problemática con distribución de datos en forma simétrica.

Una segunda estrategia, considera la creación de un contexto de datos, en la cual no exista los datos atípicos y los valores de moda, media y mediana coincidan.

Una tercera estrategia, considera la representación gráfica de una situación contextualizada en la cual quede evidenciada la simetría de la distribución de los datos.

Es probable que las estrategias mencionadas sean escasas para la gran cantidad de estrategias que se pueden considerar los estudiantes en la creación de una situación por parte de los alumnos, es por esto que es importante la consideración de las propiedades correctas utilizadas por ellas.

## Errores y Dificultades

Tabla 9: Errores y dificultades clase N° 3

Dificultad	Error	Devolución
Presenta poca aprehensión de las características de las MTC, evocadas en la clase anterior, esto se evidencia al momento utilizar las MTC. Según (Ortiz Font, 2014) se dan importantes dificultades relacionadas con la comprensión de los estudiantes de la media aritmética y sus propiedades.	No reconoce las características de las MTC	Preguntado a la clase. ¿Qué características recordamos sobre cada una de las MTC?
Presente dificultad para el cálculo de las MTC, no ordena los valores por magnitud, no recuerda procedimientos algorítmicos.	Cálculo errado de las MTC	¿Qué procedimiento recordamos para determinar las MTC?  ¿Se ordenan los datos para determinar, ciertas MTC?
Confunde las características de la media aritmética, debido al poco dominio de estas, por parte de los estudiantes.	Crea situación con Media Aritmética como representate, pero con	¿Cuáles son las características de la media aritmética?

argumento  
erróneo.

Debido a la naturaleza de la instrucción, no logra crear un contexto adecuado para la media aritmética. Según Cobo (2003) a

Crea contexto errado para la Media aritmética

¿Qué características tiene la media aritmética?

Analiza con reflexión las características de las clases anteriores y en base a esto, intenta crear una situación.

---

## ANÁLISIS A POSTERIORI DE CLASE 1

A continuación, se da a conocer el análisis a posteriori de la clase 1, las imágenes de los estudiantes han sido autorizadas para efectos de este trabajo.

En este estudio se llevó a cabo la implementación de un plan de clase en el Colegio Sunnyland School de la comuna de San Felipe, en donde participaron 24 estudiantes del curso de octavo básico A<sup>1</sup>. En la tabla 1, se presenta la clasificación de los sujetos informantes de acuerdo a los grupos de trabajo en los que se organizaron para desarrollar la actividad de la clase.

Desde el análisis a priori se explicitan los aspectos matemáticos que permite interpretar el análisis a posteriori, considerando para esto las diferentes interacciones de los estudiantes con el medio didáctico, en relación a las diferentes fases de las TSD, con el fin de evidenciar la caracterización que entregan los estudiantes sobre las MTC y la efectividad para discriminar por parte de los estudiantes aquella que es representativa para un conjunto de datos en un contexto determinado, para esto se desarrolla las siguientes categorías de análisis, que se observa en la tabla 6.

Tabla 10: 'Categorías de Análisis'

Categorías	Sub-categorías	Descripción
Acción (Cód. C.1)	C.1.1	Lee con atención el enunciado del problema, demostrando en sus acciones, el seguimiento de la lectura.
	C.1.2	Intenta comprender la situación, desarrollando preguntas de tipo consultivo sobre el enunciado.
	C.1.3	El estudiante se inclina por una de las medidas de tendencia central de forma intuitiva sin explicar su elección, con base en algún fundamento.

<sup>1</sup> Si bien el plan de clases fue diseñado para estudiantes del nivel séptimo año básico, la implementación se lleva a cabo en el curso octavo año básico, debido a que estos sí contaban con las conductas de entradas necesarias para desarrollar la actividad, lo que se justifica curricularmente como no viable para ser desarrollada cronológicamente en séptimo básico.

	C.1.4	No responde o no intentan responder en la fase de acción.
Formulación (Cód. C.2)	Media aritmética (Cód. C.2.1)	C.2.1.1 Formula media aritmética, como representante, justificando que considera el conjunto de datos en su totalidad.
		C.2.1.2 Formula media aritmética, como representante, justificando que desarrolla una repartición equitativa de las masas.
		C.2.1.3 Formula media aritmética, como representante, justificando otro valor para la media aritmética, diferente al entregado. Acomodando los valores o eliminando datos extremos.
		C.2.1.4 Formula media aritmética, como representante, justificando con argumentos de carácter no matemático, aludiendo por ejemplo si es más o menos justo.
	Moda (Cód. C.2.2)	C.2.2.1 Formula moda, como representante, justificando que tiene mayor probabilidad de ocurrencia.
		C.2.2.2 Formula moda, como representante, justificando que esta es la de menor valor y de esta manera es más justa como valor representante, aludiendo al contexto de la situación.



	Mediana (Cód. C.2.3)	C.2.3.1	Formula mediana, como representante, justificando que esta no se ve afectada por el dato atípico.
		C.2.3.2	Formula mediana, como representante, justificando que la distribución de los datos es asimétrica, y por esto es correcta la utilización de la mediana.
		C.2.3.3	Formula la mediana, como representante, justificando con argumentos referentes al contexto, por ejemplo: "Mediana, es el mejor valor representante porque coincide con el número que tiene la etiqueta"
Validación (Cód. C.3)	C.3.1	C.3.1	El estudiante, pone a prueba la pertinencia y validez de la formulación del grupo expositor, confirma el planteamiento, con argumento de manera verbal o escrita.
		C.3.2	El estudiante, pone a prueba la pertinencia y validez de la formulación del grupo expositor, contra argumenta al planteamiento.
		C.3.3	El estudiante, pone a prueba la pertinencia y validez de la formulación del grupo expositor, pero no argumenta.
		C.3.4	El estudiante, pone a prueba la pertinencia y

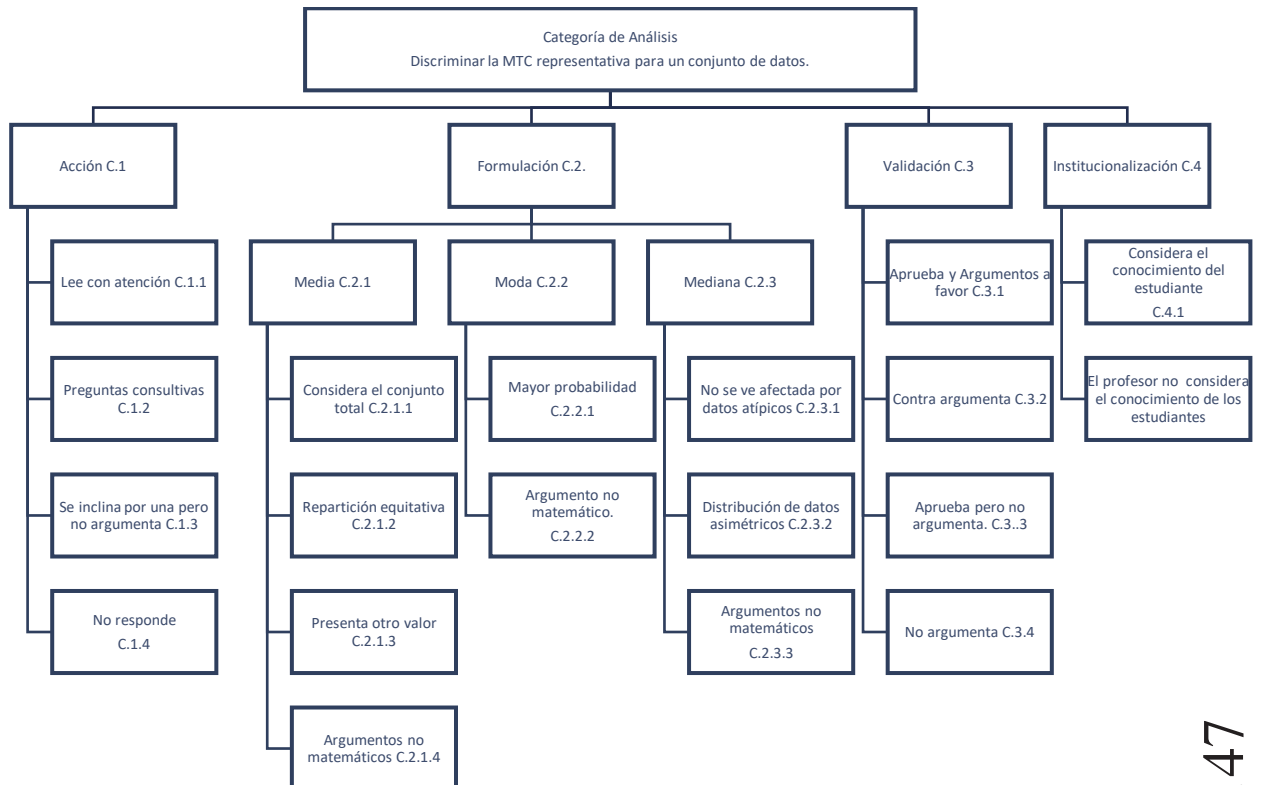
Institucionalización C.4.1  
(Cód. C.4)

validez de la formulación del grupo expositor, tomando una postura en contra, pero no logra argumentar. El profesor considera el conocimiento formulado por los estudiantes, y con esta consideración, presenta respuesta correcta con argumentación matemática.

C.4.2

El profesor no logra considerar, el conocimiento formulado por los estudiantes, pero entrega respuesta correcta a la situación, con argumentación matemática.

A continuación, en el esquema 2, se presenta la categorización anterior.



Esquema 2: Categorización  
Fuente: Elaboración propia

En el siguiente análisis de resultado da conocer las evidencias de una implementación de clase, con estudiantes de entre 12 y 13 años, realizada en base a la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau y orientada bajo el estudio de clase como metodología. Esta clase tiene por objetivo propiciar que estudiantes logren discriminar la Medida de Tendencia Central más representativa para un conjunto de datos. Para el análisis de resultados, se consideraron los diferentes criterios que se desprenden del análisis a priori de la actividad planteada, a través de la selección de extractos del registro audiovisual que se tiene de la intervención, los cuales evidencian las categorías relacionadas con la argumentación evocada en la fase de formulación (Brousseau, 2007).

### **Análisis de Resultados**

Se presenta la clasificación de los sujetos informantes de acuerdo a los grupos de trabajo en los que se organizaron para desarrollar la actividad de la clase.


Tabla 11: Clasificación de estudiantes por grupos de trabajo

Grupos	Estudiantes de cada grupo
G1	E1, E2, E3, E4, E5
G2	E6, E7, E8, E9, E10
G3	E11, E12, E13
G4	E14, E15, E16, E17, E18
G5	E19, E20, E21
G6	E22, E23, E24

Para el análisis de resultados, estos se clasificaron de acuerdo a las fases de la TSD, a partir de la transcripción de los diálogos y la captura del registro audiovisual, que manifiestan correspondencia con las categorías y sub-categorías de análisis propuestas para el estudio.

En la tabla 8, se aprecia como los estudiantes E1, E2, del Grupo G.1 presentan una conclusión a priori sobre la decisión de su grupo, quienes evidencian su preferencia por la Moda, categoría C.2.2.1.

Tabla 12: Transcripción y Evidencia G1

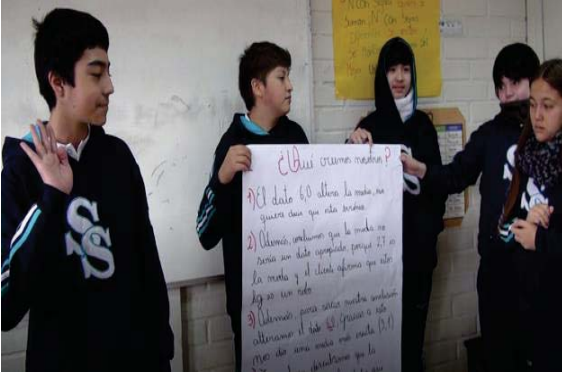
Transcripción	Evidencia
<p><b>E4:</b> Nosotros decimos que es la moda, le vamos a explicar por qué, pesaron 10 mallas distintitas y en esas se repitieron dos veces 2,7 y en la bolsa que compro anteriormente el otro señor, también salió 2,7, así que es más probable que saliera ese valor.</p>	

Se evidencia en el argumento del estudiante E1, el intento de comunicar la idea general de su grupo, a pesar de que aún no se encuentra totalmente validada por los integrantes de este.

Se puede considerar como evidencia de que los estudiantes transitan entre formulación y validación, en reiteradas ocasiones en la TSD, buscando la aprobación de las ideas.

En la tabla 9 se aprecia como los estudiantes E5 y E6 presentan la conclusión final del grupo G.2, esta se relaciona con la categoría C.2.1.3.

Tabla 13: Transcripción y evidencia G2

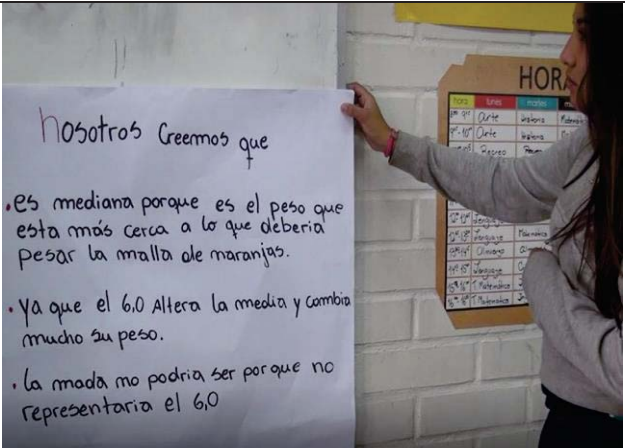
Transcripción	Evidencia
<p><b>E5:</b> Escribimos cuatro datos, primero que el dato 6 kg, alteraba la media o todos los datos, entonces concluimos que como el dato 6kg era un dato muy elevado, era un dato erróneo, no podría estar.</p> <p>El punto dos, es que concluimos que la moda, no sería un dato apropiado, porque el 2,7 sería un dato por el cual el cliente dijo que era un robo, por lo tanto, no representaría los kg de cada malla. Alteramos el 6.0 como ya dije es un dato erróneo, y nos dio un medio más exacto que es 3,1</p> <p><b>E.6:</b> En los datos el 2,9 no puede ser, porque es menos de los 3 kg,</p>	

y también sería que le están robando, pero tampoco puede ser el 3,3 porque le están robando al que está vendiendo la fruta, entonces el más exacta es el 3,1 por que es el más próximo.

La consideración del contexto de la situación se presenta en el momento que los estudiantes comunican sus ideas a la clase (formulación). Se evidencia que los sujetos determinan otro valor para la Media aritmética, alterando el conjunto de datos, para esto erradican el dato atípico.

En la tabla 10, se aprecia como la estudiante E11, presenta la argumentación respecto a la elección de mediana del grupo G3, esta se relaciona con la categoría C.2.3.1, cabe considerar que esta se acerca a la respuesta experta.

Tabla 14: Transcripción y evidencia G3.

Transcripción	Evidencia
<p><b>E11:</b> Nosotros creemos que es la Mediana, porque es el peso que está más cerca a lo que debería pesar la malla de naranjas.</p> <p>Ya que el 6.0 altera la media y cambia mucho su peso.</p> <p>La moda no podría ser porque no representaría el 6.0</p>	 <p>The image shows a student pointing to a whiteboard. The whiteboard has the following text written on it:</p> <p>Nosotros Creemos que</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Es mediana porque es el peso que esta más cerca a lo que debería pesar la malla de naranjas.</li> <li>• Ya que el 6.0 Altera la media y cambia mucho su peso.</li> <li>• La moda no podría ser porque no representaría el 6.0</li> </ul>

Se evidencia que los estudiantes seleccionan a Mediana como la MTC representativa, a la luz de los argumentos que consideran los datos atípicos del estudiante E11 "Ya que el 6.0 altera la media", se considera esta como categoría C.3.1

En la tabla 11, se presenta la clasificación de todos los grupos participes de la clase, según su elección y categoría de análisis.

Tabla 15: Clasificación de elecciones en categorías.

Grupo	Categorías	Sub-categorías
G1	C.2.2	C.2.2.1
G2	C.2.1	C.2.1.3
G3	C.2.3	C.2.3.3
G4	C.2.2	C.2.2.2
G5	C.2.1	C.2.1.2
G6	C.2.2	C.2.2.2

### Principales Resultados

A la luz de los análisis presentados en los puntos anteriores, es que se desprenden los siguientes resultados.

En la implementación de la clase desarrollada con la TSD, los estudiantes logran argumentar sobre las diferentes características de cada MTC, sin embargo, sólo un grupo se decide por la mediana, pero no necesariamente utilizando los argumentos esperados que aluden a una distribución asimétrica.

Los estudiantes se empoderan de la problemática y argumentan su elección, lo que provoca que no se siga la línea tradicional de una clase de matemática en la que los estudiantes solo calculan. En esta intervención, a los estudiantes se les solicita inclinarse por una MTC que represente al conjunto de datos probando diferentes propuestas formuladas en el grupo de trabajo, así son capaces de desarrollar una puesta en común, recogiendo su conocimiento cultural, validando sus ideas y argumentación como se plantea en la TSD.

### Discusión

Los estudiantes logran argumentar sobre las diferentes características de las MTC, solo dos grupos se deciden por mediana y no necesariamente por los argumentos esperado (distribución asimétrica), es posible como menciona, Mokros y Russell (1995) que hasta que los niños no conciban el conjunto de datos como un todo y no como un agregado de valores, no podrán comprender las ideas o representante de los datos, y es precisamente lo que sucede en esta situación, debido a que los estudiantes, al parecer, no comprenden el concepto de representatividad para este conjunto de datos, a pesar de que la estructura de la clase insiste en evocar el significado de representante.

Los estudiantes se empoderan de la problemática y argumentan su elección, no sigue la línea común de una clase de matemática en la que la estudiante calcula, de hecho, en este ejemplo los estudiantes son llamados a inclinarse por una MTC representante para un conjunto de datos. tantean diferentes

---

propuestas formuladas en el grupo de trabajo, y son capaces de desarrollar una puesta en común, defendiendo sus ideas y caracterización.

### **CONTRASTE ANÁLISIS A PRIORI Y A POSTERIORI**

A la luz de la comparación de los análisis a priori y a posteriori, se pueden obtener conclusiones que permiten proponer ajustes, a la implementación con el fin de obtener mejores resultados en futuras aplicaciones.

La investigación anterior ha permitido analizar la implementación de una clase desarrollada según la TSD, se evidencia que la situación problemática, logra evocar y analizar ciertas características de cada una de las MTC, quizá la TSD, por su naturaleza permite a los estudiantes actuar sobre el problema con su propio conocimiento, empoderar a los estudiantes en sus diferentes formulaciones, consiguiendo la validación por la clase.

A luz de los objetivos específicos, podemos mencionar que los sujetos reconocen ciertas características de las MTC, con mayor o menor imprecisión, pero quizás las diferentes devoluciones o conocimientos previos, no permiten articular los argumentos correctos, para discriminar las MTC apropiada para este conjunto de datos y contexto.

Como proyección y mejora a esta implementación, se considera relevante mejorar las preguntas de devolución, así como el momento en el que estas se aplican, especialmente en los conceptos como 'representativo', 'datos atípicos', 'variabilidad' y 'asimetría', ya que no basta solo con que los estudiantes se vinculen con la problemática y reconozcan ciertas características, si no, existe una mayor consistencia sobre las propiedades de las MTC

Se debe robustecer la propuesta de clase, ejemplificando los conceptos de 'representatividad' además de la integración de graficas en las que se visualice la asimetría y datos atípicos.



---

## CONCLUSIONES

Es necesario la implementación de clases de educación matemática, que desarrollen habilidades diferentes a las de calcular, es precisamente esta temática la que pretende esta secuencia didáctica de clases, con problemáticas que estén al alcance de todos los alumnos, y en la que se genere la capacidad de argumentar, formular, discutir y validar. Según Batanero (2000) es necesario elaborar tareas de discusión, de confrontación, en las que se pueda comunicar, demostrar, probar y realizar procedimientos que también suponen que los sujetos puedan explicar, justificar, argumentar, dar ejemplos y contraejemplos, de manera específica en esta secuencia discriminando la MTC representativa para un conjunto de datos. En relación a lo anterior, la elaboración e implementación de esta secuencia al parecer se vincula de buena manera con las TSD, en la que el/la docente presenta medios (situaciones problemáticas), en la que los sujetos actúan con sus conocimientos propios, pero además con aquellos evidenciados en la clase anterior de cada una de las propuestas, si bien es cierto que las clases planificadas no cumplen a cabalidad con la TSD, si cumple con la activación de las diferentes fases, las cuales ponen en acción la construcción del conocimiento, sobre las diferentes propiedades de las MTC y la representatividad, presentando situaciones problemáticas con un igual objetivo, el de discriminar. En relación al EC, se logra presentar las diferentes propuestas de los profesores integrantes del grupo de trabajo, además de analizar cada una de las implementaciones, de manera de desarrollar una última clase, que se vio robustecida con las diferentes reconsideraciones.

En relación al contenido de las MTC, cabe destacar, que la secuencia didáctica busca relacionar el contexto y el conjunto de datos, para discriminar entre las MTC y no solo su cálculo. "No sirve de nada conocer las definiciones de las medidas de posición central y saber calcularlas si luego no se reconocen los problemas relacionados con estos conceptos" (Pollasek, Lina, y Well, 1981, p. 192)

La secuencia didáctica, busca ser un aporte real a los profesores de educación básica pero especialmente al aprendizaje de todos los estudiantes, con clases integradoras que considere a cada uno de los sujetos presentes en el aula, pero que también preste atención con su realidad y contexto.

De todas maneras, cada una de estas propuestas, se presentan como apoyo a la didáctica de la estadística, cada docente es libre de rediseñar o fortalecer las propuestas o rediseñar, entendiendo que el objetivo centrar



es discriminar aquella representativa, considerando las propiedades de cada una de las MTC.

## REFERENCIAS

- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada, España: Departamento de didáctica de la matemática, Universidad de Granada.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Canavos, G. (1988). *Probabilidad y Estadística, Aplicaciones y Métodos*. Mexico: Graw-Hill.
- Cobo, B. (2003). *Significados de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria*. Granada: Universidad de Granada.
- Compostela, B. (2010). *Breve historia de la estadística y el azar*. Madrid, España: Universidad de Mayores de Experiencia.
- DeL Pino, G. y Estrella, S. (2012). Educación Estadística: relaciones con la matemática. *Pensamiento educativo, Revista de investigación educacional Latinoamericana*, 49(1), 53-64.
- Estrella, S. (2008). Medidas de tendencia central en la enseñanza básica en Chile. *Revista Chilena de educación matemática*, 4, 2-21.
- Martinez , M. y Huerta, M. (2016). Influencia del contexto en el uso e interpretación de medidas de centralización afectadas por valores atípicos. *Investigación en educación matemática XX*, 484-494.
- MINEDUC. (2016). *Matemática, programa de estudio, séptimo básico* (Vol. 1). Santiago: Ministerio de educación.
- Ortiz, J. & Font, V. (2014). Pre-Service teachers' common content knowledge regarding the arithmetic mean. *REDIMAT*, 3, 192-219.
- Pollasek, A. Lina, S. & Well, A. (1981). Concept or computation: Students' understanding of the mean. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 191-204.
- Readig, C. & Pegg, J. (1996). Exploring understanding of data reduction. En L. Puig y A Gutiérrez (Eds.). *Proceeding of the 20th Conference of the International group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 187-194.
- Ruiz, N. (2015). La enseñanza de la estadística en la Educación Primaria en América Latina. *Revista Iberoamericana sobre calidad, eficacia y cambio en educación*, 13(1), 103-121.