Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Facultad de Ciencias
Instituto de Matemáticas

NIVEL DE ASOCIACIÓN ENTRE LAS PERCEPCIONES DEL ESTUDIANTE Y LA PROGNOSIS EN EL ÁLGEBRA ELEMENTAL.

Tesis para optar al grado de Magister en Didáctica de las Matemáticas

Autora: Solange A. Leyton

PROFESOR GUÍA: Raimundo A. Olfos Ayarza Ph.Dr.

VALPARAISO, CHILE
2014

AGRADECIMIENTOS

Hoy cuando estoy llegando a la última etapa de un proceso de dos intensos y arduos años de esfuerzo que implicaron momentos felices y otros no tanto, quiero agradecer a todos los que me ayudaron con este trabajo:

Jehová Dios, por ser principal gestor de este logro, mi guía y esperanzas.

Kathy Mora, por sus conocimientos y valioso tiempo, por su sabia dirección, por su paciencia y comprensión y por todo el apoyo moral que me brindo durante estos dos años de perfeccionamiento docente.

Ph. Dr. Raimundo Olfos por su permanente apoyo y dirección, por compartir sus valiosos conocimientos, por auxiliarme cada vez que así lo requería, por ofrecerme continuas sugerencias para la mejora de este trabajo, por brindarme un trato amable en todo momento y por cada instante de su tiempo y que hicieron posible este gran logro.

Mi madre y mis hermanas, por haber creído en mí, por sus constantes apoyos y sacrificios durante estos años.

Mis compañeros de Magister, por todos los momentos que pasamos juntos y que me hicieron crecer personal y laboralmente. Pero muy en especial a Mónica Carreño, Nola Labe, Rodrigo Salazar y Reinaldo Romero, quienes me contuvieron en diversos momentos, me enseñaron y ayudaron siempre.

Profesores de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso que me enseñaron y perfeccionaron: Arturo Mena, Elizabeth Montoya, Soledad Estrella, Patricia Vázquez, Marcela Parraguez y muy particularmente a Raimundo Olfos.

Ilustre municipalidad de San Joaquín de la RM. por haber permitido la intervención en sus diferentes establecimientos educacionales.

ÍNDICE

Contenido **Pág.**

RESUMEN

Este artículo tuvo como objetivo medir el nivel de asociación entre algunas percepciones de los estudiantes de 6° Año Básico y los resultados en un test de prognosis de álgebra elemental.

Se midieron dos factores internos, el gusto y la habilidad en el uso de letras; y dos factores externos al alumno: el apoyo brindado al alumno y la calidad de las clases de matemáticas.

Para el logro de los objetivos se utilizaron dos instrumentos, a saber: Test de Orleans Hanna y Cuestionario de elaboración propia. Estos instrumentos fueron validados mediante técnicas estándares Los datos obtenidos con estos instrumentos fueron sometidos al programa estadístico SPSS, se correlacionaron los factores externos e internos con los resultados del test de prognosis, y se confrontaron con medidas de rendimiento escolar, resultados en la prueba SIMCE, observándose que los resultados del estudio están relacionados con el tipo de dependencia del establecimiento. El escrito finaliza concluyendo que los factores internos están más asociados a las expectativas de éxito en el álgebra que los factores externos. El conocimiento alcanzado sobre la asociación entre los factores estudiados y la predicción de aprendizaje favorece la posibilidad de mejorar la enseñanza del álgebra en Educación General Básica.

Palabras claves: Didáctica de las matemáticas, álgebra elemental, factores internos, factores externos, Test de Hanna.

ABSTRACT

This article aimed to measure the level of association between some 6th grade students' perceptions and results on a prognosis test of elementary algebra. Two internal factors, taste and skill in the use of letters were measured; and two external students' factors: the support provided to the student and the quality of math classes.

Two instruments were used to achieve objectives: a Test prepared by our self and Questionnaire Orleans Hanna. These instruments were validated by standard techniques Data from these instruments were subjected to SPSS, external and internal to the results of test prognostic factors were correlated, and were compared with measures of school performance, results in SIMCE observed that the results of the study are related to the type of school dependency. The study ends concluding that internal factors are more associated with expectations of success in algebra to external factors. The knowledge gained on the association between the studied factors predicting learning and favored the possibility of improving the teaching of algebra in elementary education.

Key words: Mathematics education, elementary algebra, internal factors, external factors, Test of Hanna.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo se ha desarrollado en base a la recopilación de información extraída de diversas fuentes que abordan el difícil tema de la iniciación de los estudiantes en el álgebra.

El trabajo de un profesional docente siempre requiere de una permanente reflexión con miras a mejorar el rendimiento de los alumnos y por añadidura a mejorar el propio desempeño. Y si bien es cierto que ésta se realiza a partir de la propia experiencia, también es necesario reconocer el valioso aporte que se puede obtener a través de la información bibliográfica disponible.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

DE INVESTIGACIÓN

I.1 EVALUACIONES INTERNACIONALES Y NACIONALES Y EL CURRICULUM NACIONAL

El sector de aprendizaje de las matemáticas siempre ha sido un tema difícil, y específicamente en este caso en lo referido al álgebra. Los datos muestran que en esta área se han obtenidos los resultados más bajos lo que amerita que se ponga una especial atención en el proceso de su aprendizaje.

Por tal motivo es que se incluyen a continuación una serie de datos obtenidos de la revisión de los resultados de distintas evaluaciones, aplicadas internacional y nacionalmente a estudiantes, que permiten conocer y analizar la realidad en el ámbito matemático y sus falencias.

- Prueba PISA

Es un Programa Internacional para la Evaluación de Alumnos “PISA” (Program for International Student Assessment), cuyas pruebas estandarizadas se realizan cada 3 años en varios países.

En la página http://www.oecd.org/pisa el 18 de Marzo del 2014 se informa que:

- En el año 2009 participaron un total de 61 países provenientes de Europa, Asia, América, Oceanía y África y sus resultados se presentaron a través de una escala comparativa de los puntajes obtenidos en matemáticas en los distintos países, siendo el puntaje de la media OCDE[1] de 496 puntos, donde Chile resultó en el lugar 45 entre los 61 con una evaluación de 421 puntos.

- En el año 2012 Chile obtuvo el lugar número 47 de entre un total de 61 países en la evaluación de matemática y cuya media OCDE fue de 494 puntos, resultando Chile con una evaluación de 423 puntos.

[1] Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico

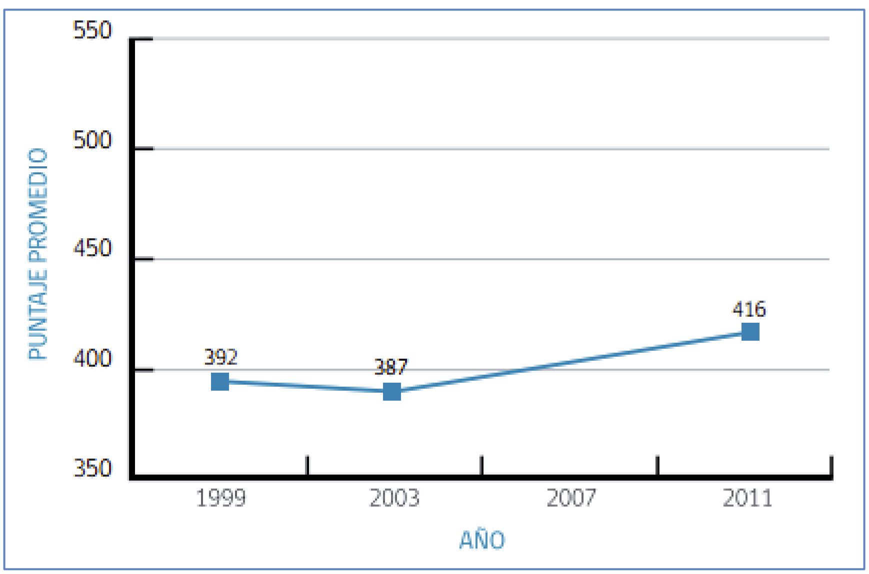
- Prueba TIMSS

Otro estudio internacional es la evaluación TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study), que muestra las tendencias, en Matemáticas y Ciencias en los resultados de estudiantes de 4° año básico y 8° año básico, haciendo posible que los países participantes comparen sus logros educativos.

Desde 1995 en delante esta evaluación se aplica cada 4 años de manera que la medición realizada en el año 2011 (cuyos resultados están publicados en la página del MINEDUC[2]), muestra un notorio avance en la prueba de matemáticas de 8° año básico en Chile. (Cabe hacer notar que Chile es el único país Latinoamericano que participó en esta prueba). Sus estudiantes alcanzaron 416 puntos de un promedio de 500.

El siguiente grafico presenta los resultados logrados en los distintos años en el sector de matemáticas en las pruebas TIMSS.

Gráfico N°1. Comparación de los resultados obtenidos en diferentes años en 8° Año Básico en matemáticas.



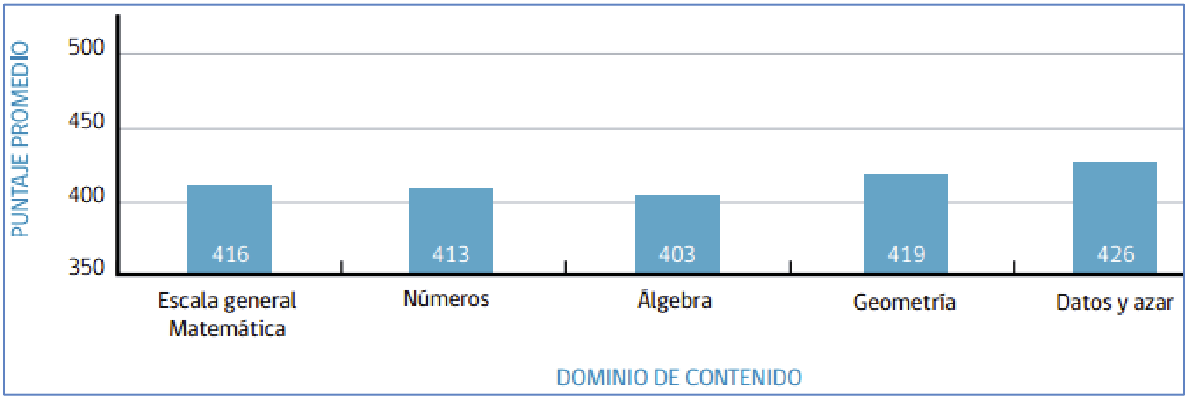
Ejes matemáticos

Específicamente en cuanto al dominio de contenidos (Ejes temáticos) la aplicación de la prueba TIMSS evidencia una diferencia significativa en desmedro del puntaje obtenido en álgebra, como se observa en la siguiente tabla.

Gráfico N° 1. Puntajes promedio obtenidos, según dominios de contenidos, en 8° Básico en matemáticas

---

2 http://www.mineduc.cl/usuarios/acalidad/doc/201301151653440.Informe_Resultados_TIMSS_2011_Chile_(10-01-13).pdf



Por tanto queda de manifiesto que los resultados no son satisfactorios pues están por debajo del puntaje promedio determinado en ambas pruebas.

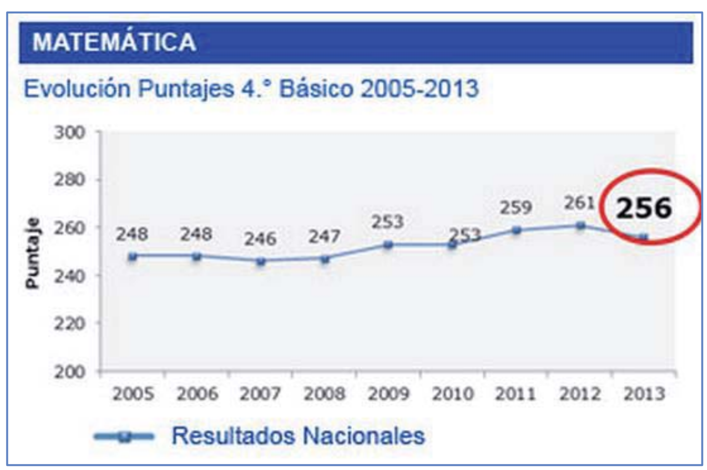
- Prueba SIMCE

Un tercer estudio de evaluación, esta vez nacional, es el SIMCE (Sistema de Medición de la Calidad de la Enseñanza) que se aplicó por primera vez en el año 1988 con el objetivo de contribuir al mejoramiento de la calidad y equidad de la educación. En la prueba de matemática se evalúa los ejes temáticos contenidos en los planes y programas emanados del MINEDUC y las habilidades correspondientes.

4° año básico

Los resultados expuestos muestran las mediciones realizadas desde el año 2005 hasta el año 2013.

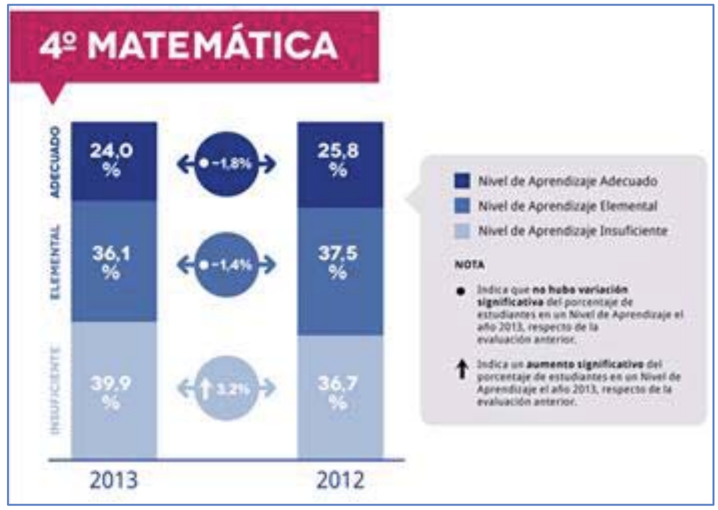
El último informe publicado respecto de los resultados obtenidos de la aplicación de la prueba durante el año 2013 evidencia que entre los años 2012 y 2013 ha habido una baja de cinco puntos en los 4° años básicos en el sector de matemática.



Desde una mirada de los estándares de aprendizaje es observable que, según el grafico expuesto, en matemática, el total de alumnos que se encuentra en el nivel adecuado es menor en relación al año 2012.

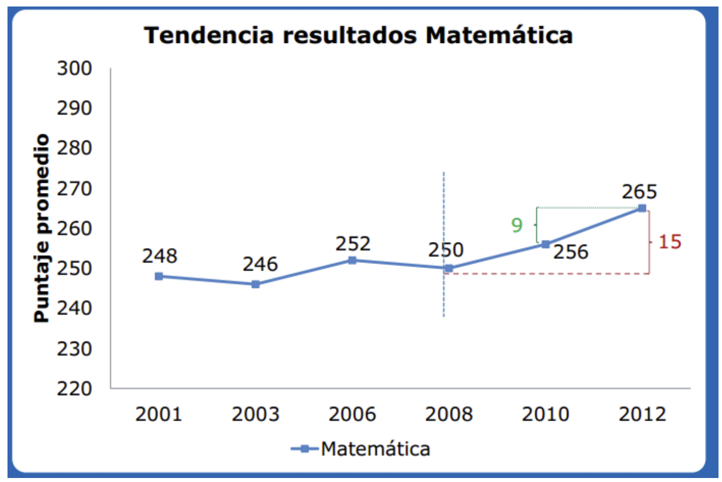
Por su parte los estudiantes que se sitúan en el nivel insuficiente se acrecientan de un 36,7%, en el año 2012, a un 39,9%, en el año 2013. Por tanto, los resultados en general muestran que no se supera el Nivel Inicial de logros donde se encuentra el mayor porcentaje de estudiantes.

Esto evidencia que en 4°año básico son menos los estudiantes que logran los requisitos requeridos para conseguir el nivel adecuado.



8º año básico

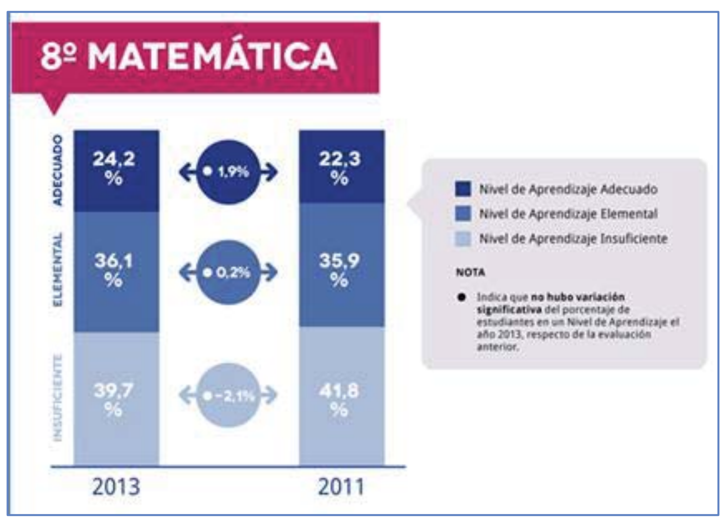
El 8° año básico muestra avances significativos en la última década en Matemática, progresando de 248 puntos en 2001 a 264 en 2012.



Comparando los resultados de las evaluaciones hechas entre los años 2008 y 2012 se observa cierta tendencia al alza (15 puntos).

El puntaje promedio nacional en la prueba SIMCE en matemática en el año 2013 fue de 262 puntos lo que se traduce en una variacion similar a la evaluacion anterior con una fluctuación de tres puntos.

Desde una mirada a los estándares de aprendizaje en matemática, como se observa en el gráfico, el total de alumnos que se sitúan en el nivel adecuado es mayor en relación al año 2011. Según datos presentados por el SIMCE 8° 2013 los estudiantes que se encuentran en el nivel adecuado corresponde al 24.2% nacional.



Por su parte los estudiantes que se sitúan en el nivel elemental se acrecientan en cantidad de 35,9% a 36,1%.

Esto podría ser atribuido a un sin número de factores, algunos de los cuales es posible mencionar: conocimientos previos más afianzados, mayor calidad del profesorado, cambios en los actuales planes y programas de estudios.

Esto muestra que más estudiantes logran los requisitos requeridos para conseguir el nivel adecuado, favoreciendo el aprendizaje y la nivelación hacia arriba.

Por otro lado el conjunto de estudiantes que no alcanza el nivel elemental es más bajo. Traducido esto en una mejoría de los resultados.

Teniendo en consideración los resultados ya expuestos de la prueba SIMCE, se incluye a continuación un análisis del programa de estudio de matemática para los cursos de 6°, 7° y 8° años básicos.

I. 2. RELEVANCIA DEL ESTUDIO

El presente estudio es importante porque nos permite tener una mejor comprensión de los factores asociados al aprendizaje del álgebra; siendo esta un tema nuevo en Educación General Básica y es un tema difícil de aprender para los estudiantes y difícil de enseñar para los profesores.

Considerando que nuestro actual sistema de educación chilena no cuenta con los instrumentos necesarios que permitan entender por qué los estudiantes poseen dificultades para aprender ciertos tópicos; es que la presente investigación es un aporte para los docentes en cuanto hace posible detectar algunas deficiencias relacionadas con factores internos y externos y con la habilidad algebraica que posee cada estudiante dando así la oportunidad al mismo de orientar mejor sus propuestas y prácticas de enseñanza nivelando a aquellos estudiantes que demuestren mayor dificultad y otorgándoles más atención durante las clases lo que podría promover el éxito en los estudiantes en el aprendizaje del álgebra elemental.

I. 3. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Según los resultados logrados en las evaluaciones tanto nacionales como internacionales es evidente que a los estudiantes no logran alcanzar los resultados esperados en álgebra. A su vez se desconoce si son las variables externas o bien los internas los que están más asociados a la habilidad algebraica.

I. 4. PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

I. 4.1. PREGUNTA GENERAL

¿Qué es lo que hace que una persona tenga mayor o menor habilidad algebraica, serán unas cuestiones internas al sujeto o externas al mismo?, por lo que surge entonces la pregunta:

¿Estarán más asociadas las variables internas - gusto por las matemáticas y habilidad en el uso de las letras en matemáticas - o las variables externas - apoyo del profesor y calidad de las clases - con respecto a los resultados arrojados en el test de prognosis en álgebra[3]?

I. 4.2. PREGUNTAS ESPECÍFICAS

1. ¿Cuál es el nivel de correlación alcanzado entre el test pronóstico de algebra y la variable gusto por las matemáticas?

2. ¿Cuál es el nivel de correlación alcanzado entre el test pronóstico de algebra y la variable habilidad en el uso de letras en matemáticas?

3. ¿Cuál es el nivel de correlación alcanzado entre el test pronóstico de algebra y la variable apoyo del profesor durante las clases de matemáticas?

4. ¿Cuál es el nivel de correlación alcanzado entre el test pronóstico de algebra y la variable la calidad de clases de matemáticas?

5. ¿En qué medida los estudiantes de establecimientos de alto SIMCE muestran relaciones distintas a los de bajo SIMCE, con respecto a los factores estudiados y los resultados en el pronóstico en álgebra?

6. ¿En qué medida los estudiantes de establecimientos de dependencia subvencionada muestran relaciones distintas a los de dependencia municipal, con respecto a los factores estudiados y los resultados en el pronóstico en álgebra?

I. 5. HIPÓTESIS

[3] El test de prognosis es de los autores Orleans y Hanna, y desde aquí en adelante lo llamaremos test de Hanna.

I.5.1. HIPOTESIS GENERAL

Los factores internos están más asociados que los factores externos al éxito o fracaso en el álgebra en el test de Hanna.

I.5.2. HIPÓTESIS SECUNDARIAS

- Los estudiantes que poseen un alto grado de gusto por las matemáticas les ira bien en el Test de Orleans Hanna.

- Los estudiantes poseen un alto grado de facilidad en el uso de las letras en matemáticas les ira bien en el Test de Orleans Hanna.

- Los estudiantes que poseen sentido de apoyo externo en las clases de matemáticas les ira bien en el Test de Orleans Hanna.

- Los estudiantes poseen una buena calidad de las clases de matemáticas les ira bien en el Test de Orleans Hanna.

- Los establecimientos educativos subvencionados les ira mejor en cuanto a los resultados arrojados por el Test de Orleans Hanna que aquellos establecimientos municipalizados.

I. 6. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

I. 6.1. OBJETIVO GENERAL

- Estudiar la asociación entre las autopercepciones del estudiante y la prognosis en el álgebra elemental en estudiantes de 6° Año Básico.

I. 6.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1- Identificar qué factores están mayormente asociados en el álgebra al éxito o fracaso en el test de Hanna.

2- Esclarecer un conocimiento útil para los profesores para así mejorar la enseñanza y los aprendizajes en la iniciación al álgebra escolar.

3- Generar instrumentos para identificar si el gusto por las matemáticas, habilidad en el uso de las letras, el apoyo del profesor y la calidad en las clases influyen en el aprendizaje del álgebra.

4- Determinar el grado de asociación entre los factores externos e internos y el resultado obtenido en el test pronóstico de algebra.

5- Determinar el grado de asociación entre los datos obtenidos de la aplicación de los instrumentos y el resultado en las pruebas SIMCE.

CAPÍTULO II

MARCO REFERENCIAL

Una vez situados y en base a lo que revelan las investigaciones, entonces y sólo entonces se estará en condiciones de saber cómo introducir al estudiante en un tema que de por si es complicado y difícil de aprender.

Pero de inicio surge una pregunta, ¿Qué es el álgebra elemental a nivel escolar? palabra que a menudo se entiende mal o incluso es temida. Lo cierto es que no existe una sola y clara definición al respecto. Por ejemplo, el diccionario Larousse define álgebra como: "*Parte de las matemáticas que estudia la cantidad considerada del modo más general y se vale de letras para representarla*"[4]; por su parte el diccionario de la RAE (Real Academia Española) refiriéndose al álgebra agrega que las operaciones aritméticas son generalizadas, empleando números, letras y signos y donde cada letra o signo representa simbólicamente un número u otra entidad matemática. Cuando el valor de algún signo es desconocido se llama incógnita.

Estas definiciones representan la concepción que poseen la generalidad de las personas con respecto al álgebra elemental, y es justamente lo que plantea la necesidad de entenderla en base a cómo la definen trabajos realizados por investigadores matemáticos que ayuden a clarificar lo que se debe comprender y enseñar como tal.

II.I.- ANÁLISIS CURRICULAR DE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS

La siguiente tabla muestra la relación existente entre el test pronóstico de álgebra de Orleans Hanna y los programas de estudios para el segundo ciclo de Enseñanza General Básica, emanados del Ministerio de Educación chileno (MINEDUC).

II.I.1.- Programa de estudio para sexto año básico, primera edición: 2013
Decreto Supremo de Educación Nº2960 / 2012

Dentro de los OA[5] se señala que los estudiantes serán capaces de:

Lección 1: Sustitución de letras por números (sustitución de una	Unidad 1 -OA 7 Demostrar que comprenden la multiplicación de decimales por números naturales de manera concreta y simbólica (p.54).

[4] Ramón García –Pelayoy Gross (1994), Larousse p. 48
[5] Objetivos de Aprendizaje

expresión algebraica por factores numéricos)	Unidad 2 -OA 2 Realizar cálculos dentro de cuyo indicadores de evaluación sugeridos se señala que los estudiantes estiman la solución de un problema que involucra multiplicaciones (p.59)
Lección 4 y 8 Lección 4: Traducción del lenguaje natural al lenguaje algebraico Lección 8: Conversión del lenguaje natural a notación algebraica	El OA MODELAR; OA_ j; señala: Traducir expresiones en lenguaje natural a lenguaje matemático y viceversa. (p. 41) Eje temático: PATRONES Y ÁLGEBRA Unidad 2 OA 10 expresa que los estudiantes serán capaces de representar generalizaciones de relaciones entre números naturales, usando expresiones con letras (p 42).

II.I.2.- Programa de estudio para séptimo año básico, primera edición: 2011

Lección 5: Adición y sustracción de números enteros (Trabajo con los signos)	Semestre 1; Unidad 1: Números y álgebra -AE 03 Sumar y restar números enteros e interpretar estas operaciones (p. 28) -AE 04 Reconocer propiedades relativas a la adición y sustracción de números enteros y aplicarlas en cálculos numéricos (p. 28).
Lección 6: Sustitución de expresiones con adición, sustracción y multiplicación y prioridad en el orden de las operaciones (Sustitución con binomios y trinomios y con signos)	Semestre 1 Unidad 1: Números y álgebra CMO 09 Caracterización de expresiones semejantes y establecimiento de estrategias para reducirlas considerando las propiedades de las operaciones (p. 96)
Lección 9: Suma de términos semejantes	Semestre 1 Unidad 1: Números y álgebra -AE 07 Establecer estrategias para reducir términos semejantes (p. 28).

II.I.3.- Programa de estudio para octavo año básico, primera edición: 2011

Lección 2 y 3 Lección 2: Sustitución de letras por factores numéricos iterados. Lección 3: Valoración de expresiones algebraicas (Sustitución con monomios)	Semestre 1 Unidad 1: Números y álgebra - AE 05 Resolver problemas que involucren las operaciones con números enteros y las potencias de base entera, fraccionaria o decimal positiva y exponente natural (p.28)

Lección 7: Introducción a funciones lineales simples (sustitución o trabajo con símbolos)	Semestre 1; Unidad 4: Álgebra -AE 02 Reconocer funciones en diversos contextos, identificar sus elementos y representar diversas situaciones a través de ellas (p.31)

II.II.- ANÁLISIS HISTÓRICO –EPISTEMOLÓGICO DE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

La evolución del álgebra desde sus inicios hasta lo que actualmente conocemos, ha sido un proceso lento en el que los aportes de distintos personajes preocupados del tema hicieron posible, tanto el descubrimiento de técnicas y fórmulas, como del lenguaje algebraico que constituye el objeto matemático de este trabajo.

El objetivo de este apartado es visualizar la relación que puede haber entre las dificultades históricas del desarrollo del álgebra elemental, sus métodos y reglas específicas y las dificultades que suelen presentarse en el aprendizaje matemático del mismo.

Este progreso histórico suele dividirse en tres periodos fundamentales:

II.II.1.- Álgebra retórica.

Periodo antes de Diofanto (2.000 al 1.600 a.d.C.), donde no existen abreviaturas ni símbolos especiales y todo se transmitía a través del lenguaje natural hablado o escrito; por ejemplo García, M. (2009) señala: “Cuando a cuatro cosas le quitas dos cosas, quedan dos cosas” (pp.1).

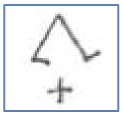
Por su parte Enfedaque, J. (1990), señala que en el problema número 24 del papiro Rhind, se utiliza para la incógnita, la palabra “el montón” y dice así: “El montón y un séptimo del montón hacen 19” (pp. 23).

Es importante destacar que la historia del álgebra retorica está ligada a culturas como: Egipto, Mesopotamia, Babilonia, etc.

En Egipto se encuentra evidencia de la utilización del álgebra en el Papyrus Rhind o Papiro de Ahmes[6]. En este antiguo documento, como ya se mencionó anteriormente, se haya un problema en el que la palabra incógnita se identifica con la palabra “El montón”.
Es importante destacar que en el antiguo papiro de Rhind (Egipto) ya se encuentran símbolos de operaciones matemáticas.

El signo + se señala como un par de piernas que se dirigen hacia el número que se va a añadir:

[6] Nombre derivado al parecer, del egiptólogo que lo obtuvo en 1858 (Alexander Henry Rhind) o del escriba que lo habría copiado, (Ahmes) según se afirma alrededor del 2000 a.C.



El signo – es un par de piernas que se alejan del número que se va a sustraer

Por su parte en Mesopotamia se usa la palabra, cosas en sí, para señalar la incógnita. Por ejemplo: "Hallar el lado de un cuadrado sabiendo que el área menos el lado es igual a 14,30" [7].

En Babilonia se pueden hallar ya soluciones de ecuaciones cuadráticas, raíces cubicas, evidenciando esto que el desarrollo alcanzado por el álgebra en Babilonia fue considerable. Lo mismo se manifiesta en el desarrollo alcanzado por el álgebra en Grecia.

En Grecia, el desarrollo del álgebra se vio estrechamente ligado a la geometría constituyendo así un álgebra geométrica. También aportan a esta álgebra geométrica Teodoro de Cirene (465 a. C. - 398 a. C.), Teeteto (417 a. C. - 369 a. C.) y Eudoxo de Cnido (408 a. C. - 355 a. C.).

Mesopotamia y Grecia (700 a.d.C al 130 d.d.C.) ya se usaban símbolos para representar la posición vacía en un número, existen documentos antiguos donde el cero se representaba como un huevo de oca redondo.
También los mayas de Yucatán, a comienzo de nuestra era, ya utilizaban en su sistema de numeración un símbolo semejante a un ojo semi abierto para representar las posiciones vacías.
La notación actual respecto del cero se le atribuye al sistema hindú

II.II.2.- Álgebra sincopada.

Periodo histórico que abraca desde Diofanto -S.III (200 al 284) d.C. más conocido como el padre del álgebra- hasta Vieta - S. XVI (1540-1603), donde las palabras de uso frecuente se abrevian y se utilizan algunos términos técnicos. Por ejemplo, García, M. (2009) señala: "Cuatro c, menos dos c, igual a dos c" (pp. 1).

Por su parte el matemático griego Diofanto (siglo III entre los años 200-284 d.d.C.) fue el primero en utilizar un símbolo para representar una incógnita, aunque su uso

---

[7] ¡Cuidado! Los números son babilónicos: notación parcial decimal, parcialmente sexagesimal

fue todavía bastante limitado; dicho símbolo era una abreviatura de la palabra número (arithmos) “Z”, iniciándose de esta forma el simbolismo algebraico.

En India, es indiscutible la contribución al sistema de numeración decimal y las reglas de cálculo, pero su aporte más interesante ocurrió entre los siglos V y XII d.d.C. con personajes como Aryabhata (s.VI), Brahmagupta (s.VI), Mahavira (s. IX) y Bhaskara Akaria (s.XII) y se caracterizó por el predominio de las reglas aritméticas de cálculo, la correcta utilización de los números negativos, la introducción del cero, e incluso la aceptación de los números irracionales como números válidos.

Posteriormente Al-Kwarizmi (780 - 850), siglo IX d.C.en su libro Calculo por restauración y reducción, Al-jabr w´al-muqabalah presenta la primera fórmula general para la resolución de ecuaciones de primer y segundo grado; obra que fue traducida al latín a principios del siglo XII, siendo llamada con el tiempo simplemente álgebra y dando origen de esa forma al vocablo que corresponde a la rama de la matemática en cuestión.

Otro gran aporte de esta cultura es la obstención de reglas de resolución de ecuaciones lineales y cuadráticas, donde las raíces negativas eran dilucidadas como deudas, en métodos de resolución de ecuaciones diofánticas, e incluso plantearon y resolvieron la denominada ecuación de Pelt ($x^2=1+ay^2$, siglo XII).

En China, la escuela algebraica alcanza su apogeo en el siglo XIII, con Quin Jiu-shao, Li Ye, Yang Hui y Zhu Shi-jie, que descubrieron un procedimiento para la resolución de ecuaciones de grado superior llamado *método del elemento celeste* y que actualmente se conoce como *método de Horner.*

En esta época el desarrollo del álgebra es notable y algunas de las cosas que incluye son: sistemas de ecuaciones no lineales, sumas de sucesiones finitas, utilización del cero, triángulo de Tartaglia (o Pascal) y coeficientes binomiales.

Son también importantes los aportes hechos por el francés Chuquet, N. (1484), siglo XV, entre otras cosas, en cuanto a la introducción de los signos p y m para las operaciones de adición y sustracción y R^2, R^3 … para raíces y ciertos símbolos para las potencias.

Los italianos por su parte utilizaban una p de plus y una m de minus para indicar la suma y la resta.

Sin embargo, la escritura que simboliza adición y sustracción provienen de la abreviatura alemana que acabo imponiéndose y su usaban originalmente para indicar excesos y defectos en las medidas de las alcancías de los almacenes.

Hacia 1494 la escuela algebrista alemana introduce los actuales símbolos de más y menos, la escuela italiana utiliza el igual en palabras: equale, est,… mientras que a la incógnita la denominan la cosa abreviadamente co, y en 1557, siglo XV Robert Recorde utiliza el signo = por primera vez, como un par de líneas paralelas o gemelas de una misma longitud, porque según Recorde: “No hay dos cosas que puedan ser más iguales”; el signo fue ganando terreno e imponiéndose a principios del siglo XVIII.

El gran salto definitivo hacia el simbolismo actual es responsabilidad de Vieta, F. (S. XVI) y Descartes (S. XVI- XVII-). El primero, entre otras cosas, utilizaba el termino *in* para el producto, utilizó las vocales para las incógnitas y las consonantes para aquellas cantidades que suponemos conocidas; y en cuanto a Descartes (1637) usa por primera vez prácticamente toda la notación actual, salvo la convención de considerar constantes a las primeras letras del alfabeto y variables a las últimas.

En definitiva a comienzos de la época del álgebra sincopada se utilizaba palabras como aequales, esgales o faciunt, que luego abreviadamente se escribiría aeq. Por ejemplo Vieta escribía A aequale B para expresar A = B, además de encerrar entre llaves las expresiones de un mismo tipo.

II.II.3.- Álgebra simbólica.

Periodo histórico que abarca desde Vieta, F. (1540 - 1603), hasta la actualidad. En este tiempo junto con la abreviación fueron apareciendo gradualmente los símbolos. Periodo que se vió favorecido por las ideas de grandes matemáticos, en la segunda mitad del siglo XIX, donde surgen teorías como las de grupo, determinantes, matrices, etc. que alcanzaron un profundo desarrollo. Surge así el álgebra abstracta contemporánea o álgebra moderna, donde se prescinde de los números y los objetos utilizados pueden ser cualesquiera sobre los cuales se definen ciertas operaciones que verifican unas determinadas propiedades, construyéndose el álgebra a partir de axiomas previamente definidos.

Un ejemplo a citar para de época histórica es el referido al producto, actualmente los matemáticos para expresar el producto de dos cantidades usan el punto, el mismo símbolo que desde antes usaba Leibniz (1646 – 1716), para evitar las confusiones a las que llevaba el uso de la x por parte de otros matemáticos.

También se deben a Leibniz, G. (1646 – 1716), los dos puntos utilizados para la división que se escribe en una sola línea (:). En el siglo XVII Fibonacci (1170- 1250), usaba la barra horizontal (-), aunque no se generalizó hasta el siglo XVI; símbolo que indica, además de la operación a realizar, el orden de prioridad en el caso de que sean varias las operaciones. De Morgan (1845), introduce la barra oblicua (/) como recurso tipográfico en los libros impresos.

Hoy por hoy algunos signos empleados son:
- Cantidades. Para representar cantidades, generales o abstractas, se usan distintas letras, mayúsculas y minúsculas de nuestro alfabeto y del alfabeto griego.

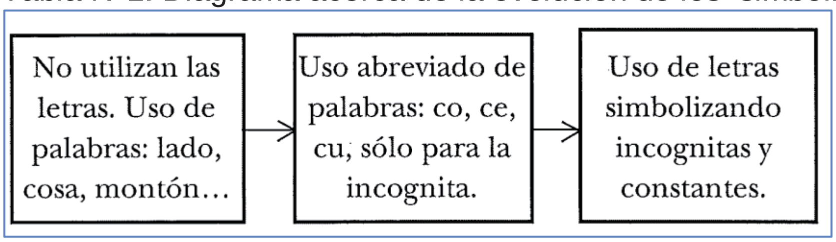
- Relaciones.

El símbolo igual (=) expresa la igualdad de dos o más cantidades.
El símbolo desigual ($\neq$) expresa la desigualdad entre dos o más cantidades.
Los símbolos mayor o igual que, mayor que, menor o igual que, menor que ($\geq, >, \leq, <$), expresan diferencias entre números.

En la actualidad la revolución de los computadores y los nuevos problemas que estos representan sobre la mecanización de los cálculos algebraicos, indudablemente conducirá a un desarrollo mayor del álgebra.

Desde luego la adquisición de la notación simbólica ha sido un proceso largo y difícil y podría ser resumido de la siguiente forma (ver tabla N° 1) [8]

Tabla N°1. Diagrama acerca de la evolución de los simbólicos algebraicos



Se ve entonces que la historia del álgebra está estrechamente ligada a culturas antiguas, las cuales gradualmente contribuyeron a su desarrollo, puesto que los símbolos no siempre han existido y su introducción fue gradual, como lo muestra la tabla[9].

FECHAS DE INTRODUCCIÓN DE ALGUNOS SÍMBOLOS MATEMÁTICOS		
Año	Personaje	Símbolo
1228	Leonardo de Pisa	Línea de quebrado
1464	Regiomontano	Punto de la multiplicación
1489	Widmann	Los signos + y - de imprenta
1524-1525	Ries-Rudolff	Signo de raíz
1557	Recorde	Signo de igualdad
1593	Vieta	Uso frecuente de parentésis
1617	Neper	Coma decimal
1637	Descartes	Escritura de potencias a^3, b^4

[8] Diagrama extraído Enfedaque, J. (1990), *De los números a las letras.*

[9] Tabla extraída de Historia del álgebra de Ortega J. Departamento de matemáticas

II.III.- Análisis matemático de las expresiones algebraicas

Como se expuso en el análisis histórico epistemológico es evidente que la gente desde siempre ha tenido la necesidad de resolver problemas y en base a ello se comienza a utilizar el álgebra, en una primera instancia retórica, posteriormente sincopada hasta llegar finalmente a la simbólica; pero a medida que se va desarrollando surge la reflexión respecto de la naturaleza de los números y de la necesidad de conocer acerca de las propiedades y axiomas de los sistemas numéricos, como los naturales, enteros, racionales, etc.

II.III.1.- Construcción a partir de Z de los números racionales (Q)

El sistema numérico de los racionales debe definirse cuando dos fracciones diferentes son equivalentes y por tanto representan el mismo número racional. Formalmente cada número racional puede representarse como la clase de equivalencia de un par ordenado de enteros, con la siguiente relación de equivalencia:

$$\mathbb{Q} \subset \mathrm{Frac}(\mathbb{Z}) = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z}; q \neq 0 \right\}$$

$$\mathbb{Q} = \mathrm{IrrFrac}(\mathbb{Z}) = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z};\ q > 0 \ \wedge \ \mathrm{mcd}(|p|, q) = 1, \right\}$$

Por tanto los números racionales (Q) se definen:

A partir del sistema numérico $\mathbb{Z} = (\mathbb{Z} - \{0\})$ definimos la siguiente relación como T:

(e, f) T (g, h) ↔ e• h = f• g

Proposición. La relación T es una relación de equivalencia si T es:

- Refleja ⇔ ∀ (e, f) ∈ $\mathbb{Z}$ x ($\mathbb{Z}$ -{0}), (e, f) T (e, f)
-Simétrica ⇔ ∀ (e, f), (g, h) ∈ $\mathbb{Z}$ x ($\mathbb{Z}$ -{0}),[(e, f) T →(g, h) T (e, f)]
-Transitiva ⇔ ∀ (e, f), (g, h), (i, j) ∈ $\mathbb{Z}$ x $\mathbb{Z}$ -{0}),[(e, f) T (g, h)∧ (g, h) T (i, j) → (e, f) T (i, j)]

La relación T, cumple las propiedades a continuación enunciadas:

- Reflexiva: $\frac{g}{h} = \frac{g}{h}$

- Simétrica: $\frac{g}{h} = \frac{i}{j} \Rightarrow \frac{i}{j} = \frac{g}{h}$

- Transitiva: si $\frac{g}{h} = \frac{i}{j} \wedge \frac{i}{j} = \frac{k}{l} \Rightarrow \frac{g}{h} = \frac{k}{l}$

Dado que T es una relación refleja, simétrica y transitiva T es una relación de equivalencia establecida en Z x *(Z – {0})* y se reconoce como el sistema numérico de los racionales y se expresa como Q. Donde cada clase de equivalencia es llamada número racional

II.III.2.- Estructura del conjunto de los racionales

- Se expresa la clase [(e, f)] de la siguiente forma.

[(e, f)] = $\frac{e}{f}$ Por ejemplo tenemos [(5, 7)] = $\frac{5}{7}$

- Posteriormente el sistema numérico de razón $(\mathbb{Z} \text{ x } (\mathbb{Z} \text{ x} - \{0\}/ T)$ se expresa por:
$\mathbb{Q} = (\mathbb{Z} \text{ x } (\mathbb{Z} \text{ x} - \{0\}/ T)$

En el cual = $\left\{\frac{e}{f} / (e, f) \in (\mathbb{Z} \text{ x } (\mathbb{Z} \text{ x} - \{0\}/ T)\right\}$

Dicho sistema numérico es conocido bajo el nombre de ´Sistema numérico de los números racionales´

II.III.3.- Axiomas en el sistema numérico de los racionales ($\mathbb{Q}$)

El sistema numérico de los racionales es denotado como $\mathbb{Q}$ compuesto de dos operaciones, adición y multiplicación y una relación de orden, expresado por " $\leq$ " y que se lee: "es menor o igual que", el cual satisface los axiomas a continuación enunciados:

• LA ADICIÓN

- La adición en el sistema numérico de los racionales ($\mathbb{Q}$)

Se define la suma $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d} = \dfrac{ad + bc}{bd}$

$(\mathbb{Z}$ x $(\mathbb{Z}\ \mathrm{x} - \{0\}/\ T)$ x $(\mathbb{Z}$ x $(\mathbb{Z}\ \mathrm{x} - \{0\}/\ T) \to (\mathbb{Z}$ x $(\mathbb{Z}\ \mathrm{x} - \{0\}/\ T)$

$$\{[(e, f)], [(g, h)]\} \to [(eh + fg, fh)]$$

Indicando: $\{[(e, f)] + [(g, h)]\} = [(eg, fh)]$

Axiomas de la Adición en Q.

A_1.Clausura: $\frac{e}{f} + \frac{g}{h}$ es un número racional

A_2. Conmutativa: $\frac{e}{f} + \frac{g}{h} = \frac{g}{h} + \frac{e}{f}$

A_3. Asociativa: $\frac{e}{f}\left(\frac{g}{h} + \frac{m}{n}\right) = \left(\frac{e}{f} + \frac{g}{h}\right) + \frac{m}{n}$

A_4. Elemento Neutro: $\exists\ 0 \in \mathbb{Q}\ /\ \forall\ \frac{e}{f} \in \mathbb{Q}: \frac{e}{f} + 0 = 0 + \frac{e}{f} = \frac{e}{f}$

A_5. Elemento Opuesto: $\forall\ \frac{e}{f} \in \mathbb{Q}:\ \exists\ -\frac{e}{f} \in Q\ /\ \frac{e}{f} + (-\frac{e}{f}) = (-\frac{e}{f}) + \frac{e}{f} = 0$

Por las propiedades axiomáticas, antes mencionadas (Q,+) es un GRUPO CONMUTATIVO O ABELIANO

• LA MULTIPLICACIÓN

- La multiplicación en el sistema numérico de los racionales ($\mathbb{Q}$)

Se define la multiplicación $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{c}{d} = \dfrac{ac}{bd}$

$(\mathbb{Z}$ x $(\mathbb{Z}\ \mathrm{x} - \{0\}/\ T)$ x $(\mathbb{Z}$ x $(\mathbb{Z}\ \mathrm{x} - \{0\}/\ T) \to (\mathbb{Z}$ x $(\mathbb{Z}\ \mathrm{x} - \{0\}/\ T)$

$$\{[(e,f)],[(g,h)]\} \rightarrow [(eg,fh)]$$

Axioma de la Multiplicación en Q

A_1.Clausura $\left(\frac{e}{f}\right)$ x $\left(\frac{g}{h}\right)$ es un número racional

A_2. Conmutativa $\left(\frac{e}{f}\right)\left(\frac{g}{h}\right) = \left(\frac{g}{h}\right)\left(\frac{e}{f}\right)$

A_3. Asociativa $\left(\frac{e}{f}\right)\left[\left(\frac{g}{h}\right)\right] = \left[\left(\frac{e}{f}\right)\left(\frac{g}{h}\right)\right]\frac{m}{n}$

A_4. Elemento neutro: $\exists\ 1\ \in \mathbb{Q}\ /\ \frac{e}{f} \in \mathbb{Q}$: $\frac{e}{f} \bullet 1 = 1 \bullet\ \frac{e}{f} = \frac{e}{f}$

A_5. Elemento inverso: $\forall \frac{e}{f}\ \in \mathbb{Q}$: $\exists \frac{e}{f}\ \in\ \mathbb{Q}\ /\ \left(\frac{e}{f}\right)\left(\frac{f}{e}\right) = \left(\frac{f}{f}\right)\ \left(\frac{e}{f}\right) = 1$

• <u>EL ORDEN</u>

Orden en la adición y multiplicación en Q

Se define el orden $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$cuando $ad - bc > 0$

No solo el conjunto Z se sumerge en Q sino que la estructura se sumerge en una nueva estructura más rica (Q, <). Es decir una vez definamos en Q, +, ·, < se verificará:

Definiendo el orden en Q:

- a < b = i(a) < i(b)
 [(a, b)] < [(c, d)] = ad < bc

Por las propiedades expuestas (Q, +, ·, <) es un CUERPO TOTALMENTE ORDENADO.

Sin embargo, el cuerpo (Q, +, · <) no es completo. (Q, + ·, <) sirve para contar conjuntos finitos (contiene N), para hacer balances (contiene Z). Para expresar raciones de reparto, pero no sirve para medir (expresar el resultado de la medida).

• LA REPRESENTACIÓN

Representación de los números racionales

La representación de un número racional es de la forma:

$\frac{e}{f}$ *e es el numerador y f denominador*

En el cual e y f son números del sistema numérico $\mathbb{Z}$= ($\mathbb{Z}$ - {0}).

- Si e < f, se clasifica como una fracción propia. Es decir, una fracción propia es una fracción donde el numerador (el número de arriba) es menor que el denominador (el número de abajo).

- Si e > f, se clasifica como fracción impropia. Es decir, una fracción impropia es una fracción en donde el numerador (el número de arriba) es mayor o igual que el denominador (el número de abajo).

- Si e = f se clasifica como un numero entero expresado como racional.

II.IV.- ESTADO DEL ARTE

EL LENGUAJE MATEMÁTICO: SU PAPEL SEMÁNTICO Y SINTÁCTICO. CONVENCIONES

II.IV.1.- El lenguaje Aritmético y algebraico.

Ha habido muchos cambios en el conocimiento matemático durante los últimos 30 años que han enfrentado a la escuela al reto de abordar temas tales como la tradicional triada ligada a la aritmética, al álgebra y a la geometría. Sin embargo, la matemática académica por mucho tiempo argumentó que el uso de esta separación es un error, abogando por la unificación del lenguaje matemático (que incluye el lenguaje aritmético y el algebraico) que ya desde la época de Descartes, R. (1596 - 1650) se había iniciado, alcanzando su madurez con la versión oficial de matemáticas de Bourbaki; No obstante, este movimiento por la unificación no alcanzó en su totalidad a la escuela y de hecho muchos profesores nunca llegaron a conocerlo.

Por ejemplo, autores como Giménez, J. y otros (1996) abogan por una visión diferente en la relación entre el álgebra y la aritmética, manifestando que existen diversos estudios que se han dedicado a investigar la diferencia y la transición entre la aritmética y el álgebra, señalando que:

1- El álgebra es abstracta y estructural.
2- La aritmética es concreta y procedimental.
3- Además hay diferencias entre el contexto aritmético y el algebraico, que es necesario que el estudiante comprenda. Se mencionan algunas de ellas:

• 3.1- El signo igual, tanto en aritmética como en álgebra, debieran tener el mismo significado, ser considerados como una equivalencia, es decir, lo que está escrito en un lado es lo mismo que lo que está escrito en el otro lado. Sin embargo los estudiantes al hacer aritmética suelen pensar en el signo igual como una instrucción para realizar una operación matemática con algunos números, por otra parte, en las declaraciones algebraicas la idea de equivalencia es más que la forma en que el signo igual suele ser utilizado. Por ejemplo: $p + q = r$, no es una instrucción para sumar p y q, es simplemente una declaración de equivalencia entre una variable y la adición de las otras dos.

Al respecto Falkner y otros (1999) investigaron sobre la comprensión que los estudiantes suelen tener del signo “es igual a”, encontrando que éstos interpretan el signo “es igual a” no como una relación de equivalencia, sino como una “señal para hacer algo” independientemente de lo que viene después. Esta falta de comprensión de la igualdad es clave para el desarrollo futuro de la comprensión algebraica, donde por ejemplo, una ecuación es una declaración de que dos expresiones son iguales, por lo tanto es importante poner especial atención en este aspecto.

• 3.2- La necesidad de reconocer la estructura matemática de un problema; frecuentemente en aritmética los estudiantes resuelven problemas sin la necesidad de considerar de manera explícita la estructura matemática subyacente, ya que algunos problemas suelen ser resueltos utilizando el pensamiento primitivo o intuitivo sobre el problema aritmético con números simples. Sin embargo, en álgebra es necesario que esta estructura matemática (operaciones: suma, resta, multiplicación y/o división) sea explicita y reconocida por los estudiantes, por ejemplo:

¿A qué valor se podría comprar 20 gramos de oro si se puede conseguir 2 gramos por cada peso?

Muchos estudiantes podrán resolver sin reconocer la estructura formal del problema como el de la división, pero serán incapaces de resolver el mismo problema con números más difíciles, por ejemplo:

¿A qué valor se podría comprar 83 gramos de oro si se puede conseguir 2,57 gramos por cada peso?

Cabe hacer notar que si bien en aritmética elemental un niño no requiere reconocer la operación subyacente a un problema para resolverlo, pues puede llegar a su solución mediante un pensamiento intuitivo, en álgebra (por muy elemental que esta sea) es estrictamente necesario el reconocimiento de dicha estructura para resolver el problema propuesto.

• 3.3- La solución de un problema y su representación; si bien la aritmética enfatiza la secuencia de operaciones necesarias para resolver un problema, el álgebra se centra más bien en la secuencia de operaciones para representar dicho problema, dando ambos enfoques como resultado operaciones inversas y dificultando para muchos estudiantes hacer declaraciones generalizadas con palabras o símbolos algebraicos aunque sean del tipo más simple, por ejemplo, el siguiente problema:

“El valor de la llamada a un gásfiter es de $1500 y aparte él cobra $1200 por hora ¿Cuántas horas de trabajo debería haber realizado el gásfiter si se le pago un total de $7500?”

- Aritméticamente podría plantearse: 7500 - 1500 = 6000, entonces 6000: 1200 = 5, especificando la secuencia de operaciones necesarias para resolver el problema.

- Algebraicamente podría plantearse desde considerar el número de horas como una variable, simbolizada por N, de manera que la expresión algebraica del problema sería $12N + 15 = 75$, lo que muestra una secuencia de operaciones inversas a las utilizadas en aritmética.

• 3.4- El lenguaje aritmético, a diferencia del algebraico por ejemplo: para la expresión aritmética 57 es la adición de 50 más 7, pero para la expresión algebraica ab es a • b   es una multiplicación de factores.

• 3.5- El significado de las letras, utilizadas como siglas en aritmética, representan la abreviatura de una cosa u objeto, a diferencia del álgebra en que se utilizan como una variable de cualquier número que se elija. Es este un punto crucial donde suele haber dificultades porque lleva a un uso incorrecto de las letras. Y es un error que frecuentemente se da en las aulas chilenas y que puede llegar a entorpecer el aprendizaje de los estudiantes.

Otros planteamientos distintos de los autores antes mencionados, que señalan claramente algunas diferencias entre la aritmética y el álgebra, son los que consideran la aritmética como predecesora del álgebra, por lo que tradicionalmente en las escuelas la aritmética es aprendida antes que el álgebra, lo que podría explicar por qué la mayoría de las personas tienen un cierto grado de éxito en aritmética y no así en álgebra.

Otros estudios señalan también que muchos de los problemas del álgebra se relacionan con problemas emanados desde la aritmética por la falta de conocimiento suficiente o por la consolidación de nociones propias de la aritmética que se trasforman en un obstáculo para el aprendizaje del álgebra; por ejemplo al no saber desarrollar en el orden correspondiente las operaciones en ejercicios combinados en aritmética, seguramente el estudiante tendrá problemas en cuanto al desarrollo de ejercicios combinados algebraicos o porque tenderá a transferir reglas de operaciones aritméticas y aplicarlas en contextos algebraicos, las cuales no siempre son correctas.

Frente a todo lo mencionado, lo más importante es preguntarse ¿Cuál sería el sentido de aprender aritmética y álgebra? a lo que hay distintas respuestas; algunos señalan que: “es necesario en muchas profesiones…que es un paso necesario para ir por la vida escolar”[10], entre otras. Una respuesta más útil sería decir que el álgebra y la aritmética deben ser parte de la organización de las actividades de las personas y servir a la vida en general, respondiendo a las necesidades de organización que surgen de las demandas reales de la vida.
Bajo esta perspectiva la sugerencia habitual es que el aprendizaje sea realmente útil y que motive a los estudiantes; para ello habría que llevar la vida real al interior de la sala de clases y centrar la organización de todo lo que allí ocurra en base a los contenidos.

Por otra parte una de las características del álgebra es que ésta no es visible fuera de la escuela, a diferencia de la aritmética. Es difícil fuera de la escuela pensar en el álgebra en términos de " el cálculo de las letras", como lo ven algunos expertos, y no

---

[10] Giménez J; Campos R y Gómez B, (1996) “ARITHMETICS AND ALGEBRA. Searching for the future”

porque la gente no sea capaz de hacerlo, sino porque para ellos es algo que carece de sentido, por lo que la escuela debe fomentar una relación más estrecha entre el álgebra y la aritmética; tal proceso es un ciclo que debe ser continuo en el sistema escolar para ir mejorando y produciendo un significado duradero, lo que valido tanto en las actividades aritméticas como en las algebraicas, las cuales se pueden diferenciar no sólo por los contenidos sino también porque implican formas de pensamiento diferentes que le proporcionan de sentido. Formas de pensar, analítica en la actividades algebraicas, mientras que sintética en las actividades aritméticas, lo que hace que en parte estas actividades sean diferentes, sin embargo, ambas son formas de organizar la actividad humana, y de tratar las relaciones que implican números o conjuntos, operaciones aritméticas e igualdades o desigualdades.

Muchos estudios muestran que las personas producen una variedad de significados de los números generalmente ligados a las situaciones en que estos aparecen. Otros estudios muestran que de la misma manera las personas producen significados de las expresiones del álgebra.

De lo anteriormente planteado se deriva una respuesta a la pregunta ¿Qué debiera ser primero, la aritmética o el álgebra? Según la perspectiva de Giménez, Campos y Gómez: "(i) el álgebra no necesita ser visto como aritmética generalizada (ii); la aritmética no necesita preceder al álgebra (iii); la aritmética y el álgebra se pueden producir en relación con muchos significados diferentes, los que variaran según el contexto" (p.14)

Es bien sabido que para manifestar las ideas o interiorizar aspectos del contexto real en la mente es necesario realizar un proceso de abstracción o trasformación valiéndose de algunos elementos o símbolos que los sustituyan. La estructuración de dichos símbolos ha dado origen a las diferentes clases de lenguaje que son usados hoy día y uno de ellos es el lenguaje matemático, que como ya se mencionó, incluye el lenguaje algebraico.

En definitiva, aunque la lengua natural es la organización semiótica por excelencia, ´en matemáticas´ no es suficiente, puesto que el análisis de la estructura de una representación la realiza sólo en base a las funciones de expresión (o comunicación), en consecuencia que se saber que las representaciones matemáticas además cumplen funciones de objetivación (comprensión, conceptualización) como ocurre en el álgebra.

El lenguaje algebraico es un lenguaje abstracto y su transición a partir del lenguaje aritmético conlleva una serie de dificultades para el estudiante, puesto que es limitado y lleva a ambigüedades. Cuando los números dejan de percibirse como objetos, como cosas o elementos concretos y son representados por letras, ya sea como incógnita, número generalizado o variables; éste es un momento crítico, un periodo donde los estudiantes manifiestan los principales escollos en el área de las matemáticas, porque este lenguaje resulta difícil de comprender, de asimilar y de utilizar correctamente.

Es preciso entonces reconocer que en el lenguaje matemático existen 2 niveles: el nivel semántico y el nivel sintáctico

II.IV.2.- NIVELES DEL LENGUAJE MATEMÁTICO.

II.IV.2.1.- Nivel semántico del lenguaje matemático.

La función semántica en el hombre está ligada a la existencia de varios sistemas de representación y a su coordinación, y cada sistema tiene propiedades específicas que limitan sus posibilidades de representación y por lo tanto se hace necesario utilizar diferentes sistemas, donde los símbolos y notaciones posean un significado claro y preciso, semejante a lo que ocurre en el lenguaje ordinario o natural.

Sea cual sea la definición que se plantee, hay que reconocer que aunque el álgebra se vale del lenguaje ordinario (referido al lenguaje habitual o también conocido como lenguaje natural), también tiene su lenguaje propio (lenguaje algebraico), que debe ser reconocido y que es una rama de las matemáticas que suele provocar: en palabras de G. Polya: "*Adversión de parte de los alumnos, los malos y los inteligentes*", como continua señalando Polya: "*Siempre hay algo de arbitrario y artificial en una notación; es pesada tarea para la memoria aprender un nuevo sistema. Un alumno inteligente puede negarse a ello si no capta la razón. La adversión que muestra hacia el álgebra está justificada si no se le han dado ocasiones frecuentes de constatar por la experiencia la ayuda evidente que el lenguaje de símbolos matemáticos puede ofrecer a la mente…*".[11]

Si bien el uso del lenguaje ordinario ayuda a interpretar el lenguaje simbólico o algebraico, origina también un conflicto de precisión, ya que el primero es un lenguaje más subjetivo, que expresa emociones, juicios, valores y sentimientos y no requiere de tantas reglas, mientras que el lenguaje de las matemáticas es más preciso, objetivo y sometido a reglas exactas e inalterables. Por ejemplo, algunas palabras como: raíz, producto, matriz, semejante, función, etc. tienen diferente significado en matemática y en el lenguaje habitual.

Por lo tanto en matemáticas los símbolos para las variables adquieren un significado cuando aparecen en un contexto y representan algún referente. Entonces el símbolo y su referente determinan el papel semántico de una variable.

II.IV.2.2.- Nivel sintáctico del lenguaje matemático.

En el que los elementos pueden ser operados sin referirse directamente a ningún significado. El símbolo y su contexto determinan el papel sintáctico de la variable, según se grafica en el siguiente esquema[12].

[11] Polya, G; 1965, Página 133

[12] Esquema extraído de Morales L.; Díaz, J., 2003 "Concepto de variable: Dificultades de su uso a nivel universitario" pp.112

Por su parte como es sabido que el lenguaje algebraico propiamente tal resultó de la separación progresiva, a través del tiempo, de éste con el lenguaje ordinario. Pero el lenguaje algebraico tiene sus propias y especificas peculiaridades, su propia simbología, su propio código, distinto del lenguaje aritmético y del natural.

Diferentes autores citados por Rojano (1994) han investigado respecto del tema a partir de la incorporación de elementos de la psicolingüista en un esfuerzo por entender y aplicar el lenguaje matemático, entre los que se puede mencionar a:

- Hans Freudenthal (1983) en su libro "*Didactical Phenomenology* of *Maternatical Structures" - Fenomenología Didáctica de las Estructuras Matemáticas*- quien se centra en investigar las diferencias y similitudes del lenguaje algebraico con la lengua materna y aritmética; enfatiza la formalidad del lenguaje algebraico y cómo esta característica sería lo que impide la reducción de dicho lenguaje al aritmético o al natural, sobre todo en lo relativo a la comunicación. En el lenguaje algebraico es el criterio formal el que decide su estructura, mientras que en el lenguaje natural es un criterio de contenido o significado. Por ejemplo: Si se escribe la palabra pájaro sin su acento o con una letra errónea lo que comunica esa palabra será igualmente comprendida, es decir, su contenido no se ve alterado.

Sin embargo, en el lenguaje de las matemáticas el criterio del contenido o significado no es confiable. Por ejemplo: "5 veces. . . 3 más 7 tiene tanto significado como *5* veces 3. . . más 7"[13]. Lo que muestra la necesidad de examinar el aspecto semántico del lenguaje.

En su trabajo Freudenthal menciona también la presencia de errores de sintaxis algebraica como el de la sobregeneralización de reglas o propiedades y la poca posibilidad de corregirlos debido a que el uso de este lenguaje está restringido más bien a la sala de clases; cosa que no ocurre, por ejemplo, con errores cometidos en

---

[13] -Ejemplo extraído de Rojano, T. (1994) La matemática escolar como lenguaje. Nuevas perspectivas de investigación y enseñanza. Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN, México.

el lenguaje natural, como conjugar como regulares algunos verbos que no lo son, errores posible de corregir a fuerza de uso y retroalimentación frecuentes.

- Vergnaud (1987) también coincide en la necesidad de considerar el papel del lenguaje en sus ´aspectos semántico y sintáctico` o como Vergnaud lo menciona, el ´significado y el significante`, los que son indisociables, puesto que según él: “El conocimiento (matemático y lingüístico) es activamente construido por el sujeto organizador, quien, en un proceso adaptativo e interactivo con su medio ambiente, organiza su mundo de experiencias”.

- Clement (1982) y Cooper (1984), producto de sus investigaciones, han señalado algunos factores lingüísticos provenientes del lenguaje natural que afectan la traducción de un enunciado dado en el lenguaje natural al lenguaje algebraico.

- Norman (1987) a su vez muestra cómo la sintaxis del lenguaje natural podría afectar la percepción de la estructura algebraica por parte del estudiante, por ejemplo: “En un viaje, Juan manejó un total de 50 millas en una hora. Una parte del viaje la recorrió a una velocidad de 35 millas por hora. ¿A qué velocidad recorrió la otra parte?” La tercera parte de los estudiantes respondieron a esta pregunta a través de una forma aditiva, lo que para Norman se explica porque los estudiantes encuentran la semántica del enunciado algebraico en la sintaxis del lenguaje natural.

- Laborde (1990) llega a la conclusión de que la semántica de los diferentes tipos de formulaciones es construida por el estudiante por medio de sus representaciones mentales y de los rasgos lingüísticos de la formulación donde el lenguaje natural parece tener un papel determinante.

- Filloy (1991) y Rojano (1993), en el marco de una serie de tendencias cognitivas presentes en el aprendizaje de conceptos más abstractos, investigaron en niños de 12 a 13 años de edad acerca de la interacción del lenguaje algebraico con otros lenguajes; estos niños habían recibido enseñanza en pre álgebra y habían sido introducidos al álgebra elemental con el tema de ecuaciones lineales y problemas verbales asociados, dejando de manifiesto que en el momento de transición de un tipo de lenguaje a otro la lectura de los símbolos algebraicos está influenciada por los significados atribuidos a dichos símbolos.

- Booth (1984) y Collis (1975) analizan la investigación anterior como una tendencia cognitiva, de regreso a situaciones más concretas, señalando que para ayudar a los estudiantes a hacerse más competentes en el uso de los signos algebraicos es necesario confeccionar modelos cognitivos más elaborados.

- Rojano añade la explicación de que entre otras causas el origen del problema está en la interacción entre la sintaxis y la semántica del algebra, ya que los estudiantes no logran integrar armónicamente ambos dominios de su conocimiento en el uso de los símbolos y operaciones algebraicas.

Como respuesta a todos estos trabajos de investigación se han desarrollado distintos modelos teóricos en un intento de dar una respuesta pedagógica al problema. Rojano menciona autores como:

- Kaput (1987), cuyo modelo teórico está centrado en la disociación semántica sintaxis, propone la necesidad de considerar un conjunto de lenguajes o representaciones con los cuales comunicar y pensar sobre el lenguaje algebraico.

- Filloy (1990) introduce el concepto metodológico de modelos teóricos locales, abocados a fenómenos específicos, en los que el objeto de estudio es abordado desde tres componentes interrelacionados:

Los modelos de enseñanza,
Los modelos de los procesos cognitivos involucrados y
Los modelos de competencia formal

- Kirshner (1985) propone un modelo gramatical que consiste en modelar las expresiones algebraicas y sus transformaciones a través de traducciones de las llamadas formas superficiales a las formas profundas y de unas formas a otras en el nivel profundo, lo que permite un conocimiento preciso de los fenómenos estudiados.

- Drouhard (1992), por su parte señala que el álgebra es más que solo conceptos, porque hay objetos de enseñanza que no son conceptos, sino escrituras algebraicas cuyas significaciones es fundamental clarificar.

- Pimm (1987), con una fuerte orientación didáctica, aborda tanto los aspectos verbales como los simbólicos del lenguaje matemático en el contexto específico de su uso en la sala de clases, y señala que el aprendizaje de las matemáticas adolece de la misma deficiencia que los antiguos aprendizajes de los idiomas extranjeros, en el sentido de que hay una tendencia a centrar la atención en la forma de los enunciados matemáticos más que en las ideas expresadas en ello. Señala además que en vez de comparar el aprendizaje de la lengua algebraica con el de la lengua materna, este debiera de ser comparando con el aprendizaje de una lengua extranjera.

Por último hay que recordar que el lenguaje algebraico siendo una convención arbitraria, nada natural, obliga a una precisa y cuidadosa atención por parte del estudiante en la escuela.

II.IV.3.- CONVENCIONES

Según Martínez & Sierra: “Un proceso de convención matemática puede ser entendido como un proceso de búsqueda de consensos al seno de la comunidad que trabaja en dar unidad y coherencia a un conjunto de conocimientos. La producción de consensos es posible debido a que en esta comunidad existe la práctica de integración sistemática de los conocimientos; es decir, existe la actividad intencional de relacionar diversos conocimientos y articularlos en un todo coherente e interrelacionado. Por su naturaleza esta práctica se encuentra en el plano de la teorización matemática, entendiendo por esto la elaboración de conceptos interrelacionados que intentan describir y explicar un objeto de estudio, el cual es, en este caso, el sistema de conocimientos aceptados. Este proceso de síntesis conlleva al surgimiento de propiedades emergentes no previstas por los conocimientos anteriores. Las convenciones matemáticas serían una parte de las propiedades emergentes”. (p. 273)

El concepto de convención matemática ha sido útil para describir, explicar y predecir tanto procesos de construcción de conocimiento como la presencia de rupturas conceptuales en diversos cuerpos de conocimiento matemático que provoca la existencia de diversos fenómenos didácticos relacionados con las concepciones de estudiantes y profesores y el funcionamiento escolar del conocimiento.

Una convención matemática puede plantearse de diferentes formas, puede ser una definición, un axioma, una interpretación, una restricción, etc., la elección de las formas depende de los objetivos teóricos específicos

Esta investigación incluye la aplicación del Test de Hanna, cuya resolución requiere de que el estudiante domine algunas convenciones propias del lenguaje matemático para saber cómo manejarse ante determinados ejercicios, llegando así a los resultados esperados.

En el Test de Hanna la resolución de algunos ejercicios requieren del conocimiento y dominio de algunas convenciones matemáticas como:

-El uso de la propiedad conmutativa de la adición.
De acuerdo con dicha convención, es factible decir que si tenemos dos o más elementos del conjunto de los números enteros se puede realizar adiciones y sustracciones entre ellos a partir de diferentes situaciones aditivas. Esto se puede hacer mediante el método formal, aplicando los algoritmos correspondientes en una expresión aritmética. Un ejemplo de ello se presenta en el test de Orleans y Hanna, específicamente en el ejercicio número 30, el cual expone la siguiente adición de números enteros $(+4) + (-3) + (+5) + (-8) + (-6)$ en la prueba 5.

-La prioridad de las operaciones.
Cada expresión algebraica y matemática posee una estructura estrictamente jerarquizada, de manera que es necesario seguir un orden establecido para garantizar que los cálculos tengan sólo un resultado. En la resolución de operaciones

combinadas se debe dominar el siguiente orden:

1.- Cuando no hay signos de agrupación (paréntesis, corchetes, llaves) se hace primero las multiplicaciones y divisiones. Por ejemplo, el ejercicio 31 del test pronostico se plantea lo siguiente: $1 + 2 \cdot 3$

2.- Si hay signo de agrupación se realiza primero todas las operaciones que se encuentran dentro de ellos respetando el orden convenido que indica resolver primero todas las operaciones dentro de un mismo grupo, comenzando por el más interno.

3.- Enseguida se opera con las potencias y raíces, las que tienen la misma jerarquía, por ejemplo el ejercicio número 35. Plantea: $5^2 - 3 \cdot 4$

4.- A continuación se resuelven las multiplicaciones y divisiones que tienen la misma jerarquía. Por ejemplo, el ejercicio 32 plantea: Si $y= 7$, entonces $2y + 6 \cdot 2$

5.- Finalmente se resuelven las sumas y restas con la misma jerarquía.
Nota: Cuando hay un conjunto de operaciones con la misma prioridad o jerarquía, éstas se realizan desde la izquierda hacia la derecha. Por ejemplo el ejercicio 28 plantea: $(-4) + (-3) + (-1)$

II.IV.4.- SIGNIFICADO DE LAS LETRAS Y COMPRENSIÓN DEL ÁLGEBRA

Una de las diferencias que existe entre la aritmética y el álgebra está dada por el significado que el estudiante le atribuye a las letras, en aritmética como una sigla, mientras que en álgebra como una variable, y esto es motivo de dificultades en el aprendizaje del álgebra.

Kucheman clasifica seis distintas categorías de interpretación y uso de las letras, la cual presenta un creciente grado de dificultad en el uso de los símbolos literales, de manera que se espera que el niño que haya llegado a una cabal comprensión del uso de estos signos sea capaz de trabajar con la letra como variable.

II.IV.4.1.- Letra evaluada.

Es aplicada a las respuestas donde desde el principio a la letra se le asigna un valor numérico, por ejemplo: Si a + 5 =8, ¿Cuál es el valor de a?
Otro ejemplo es observar las respuestas otorgadas por los estudiantes frente a las preguntas que a continuación se presentan en la tabla dada:

Table 8.2 Children's responses (14 year olds)

6(i) (Level 1)	11(i) (Level 2)	11(ii) (Level 2)	14 (Level 3)
What can you say about a if $a + 5 = 8$	What can you say about u if $u = v + 3$ and $v = 1$	What can you say about m if $m = 3n + 1$ and $n = 4$	What can you say about r if $r = s + t$ and $r + s + t = 30$
$a = 3$ 92%	$u = 4$ 61%	$m = 13$ 62%	$r = 15$ 35% $r = 30 - s - t$ 6%
	$u = 2$ 14%	other values 14%	$r = 10$ 21%

- En el primer nivel casi todos los niños contestaron correctamente (92%)

- En el nivel dos las preguntas son más difíciles probablemente debido a que ésta implica dos incógnitas, pero de igual modo la mayoría de los niños contestó correctamente (61%)

- En el tercer nivel es aún más difícil porque implica el manejo de una letra que sigue siendo una incógnita (r) para finalmente llegar a una respuesta. Cabe destacar que este nivel de pregunta también podría pertenecer a la categoría de la letra considerada como una incógnita especifica. Menos de la mitad de los estudiantes contestaron correctamente (35%)

Cabe destacar además que hay estudiantes que tienden a atribuir un valor a la letra dependiendo del orden que ésta ocupe en el alfabeto.

II.IV.4.2.- Letra no utilizada.

En esta los estudiantes ignoran las letras, o bien si reconocen su existencia, no le asignan ningún significado, por ejemplo a + b = 43, a + b + 2 =…
Otro ejemplo es observar las respuestas de los estudiantes frente a las preguntas que a continuación se presentan tabuladas de la siguiente manera:

Table 8.3 Children's responses (14 year olds)

5(i) (Level 1)		5(ii)		5(iii) (Level 3)	
If $a + b = 43$ $a + b + 2 = \ldots$		If $n - 246 = 762$ $n - 247 = \ldots$		If $e + f = 8$ $e + f + g = \ldots$	
45	97%	761	74%	$8 + g$	41%
		763	13%	15	2%
		Other values	8%	12	26%
				8g	3%
				9	6%

- En los primeros dos niveles el resultado se ve facilitado por el no uso de las letras, a pesar de que en la primera pregunta 5(i) pareciera implicar dos incógnitas que son eliminadas por un procedimiento de adaptación y que por tanto centra la atención en +2, mientras que en la segunda pregunta conlleva implícitamente la operación -1 y por tanto se reconoce la existencia de la letra "n" pero no se le atribuye un significado ni se opera con ella. Las cantidades grandes y la operación contranatural (restar) dificultan aún más su resolución. Esta pregunta obtuvo un 74% de respuestas correctas.

- En el tercer nivel implica tres incógnitas (e, f, g) de las cuales dos son eliminadas por un procedimiento de sustitución (e, f) que centra la atención en el reemplazo de e y f por 8 y a esto se le agrega g. En esta pregunta sólo el 41% respondió acertadamente

Se ve entonces que a medida que aumenta la dificultad disminuye notoriamente el porcentaje de respuestas acertadas.

II.IV.4.3.- Letra como objeto.

Las letras son vistas como un objeto concreto o una abreviatura de un objeto, eliminando así el significado abstracto de las letras con algo más concreto y real. Por ejemplo: Una manzana cuesta $6 pesos y una pera cuesta $8 pesos. Si m es el número de manzanas y p es el número de peras compradas, ¿Qué representa la expresión 6m + 8p?

Otro ejemplo considerado inicialmente respecto del perímetro de las figuras planas ilustra cómo las letras pueden denotar los lados de la figura en lugar de sus longitudes desconocidas.

La siguiente tabla en que se solicitó a los estudiantes simplificar diversas expresiones algebraicas también muestra dicha utilización de las letras:

Table 8.4 Correct responses (14 year olds)

13(i) (Level 1)		13(iv) (Level 2)		13(viii) (Level 3)		13(v) (Level 4)	
$2a + 5a =$		$2a + 5b + a =$		$3a - b + a =$		$(a - b) + b =$	
$7a$	86%	$3a + 5b$	60%	$4a - b$	47%	a	23%

-En los dos primeros niveles se tiende a usar la idea de la letra como una abreviatura de manzanas y plátanos (o apples y bananas) o pensando la letra como un objeto, lo que facilitó la resolución de estos problemas (al no ver las letras como incógnitas), reduciendo el significado de las letras de algo abstracto a algo más concreto y real, cosa que no se hubiera logrado si se hubiese pedido usar el significado pretendido de las letras. Sin embargo ambos enfoques comienzan a dificultar el desarrollo en el siguiente nivel, ya que a tres manzanas no se le puede quitar un plátano, ni a tres a es posible quitarle una b.

En el cuarto nivel se da el mismo tipo de dificultad aumentada por la existencia de un paréntesis que centra deliberadamente la atención en una expresión que no puede ser simplificada.

A estas tres categorías de identificar, interpretar y utilizar las letras se pueden agregar otras tres:

II.IV.4.4.- Letra como incógnita especifica.

Aquí la letra es vista como un número desconocido, pero específico, al cual se le da un valor particular y sobre el que se puede operar directamente, aunque la idea de un número como una incógnita es aún muy remota. Por ejemplo:

¿Cuándo es correcta la siguiente expresión? L+M+N = L+P+N.
Subraya la respuesta correcta: Siempre, Nunca, A veces, cuando…

En este estudio el 61% del total de la muestra (compuesta por 3.000 estudiantes de 13, 14 y 15 años) proporcionó respuestas incorrectas. A su vez el 70% de las respuestas incorrectas mencionaron “Nunca”, evidenciando así que las letras M y P las veían no como un número generalizado sino como un número concreto específico que no podrían coincidir nunca dado que las letras M y P son diferentes.

Por otra parte, coincidentemente la experiencia profesional docente permite observar que en una primera etapa el estudiante tenderá a responder “Nunca” pues él ve las letras como un número (o incógnita) concreto especifico argumentando que: $M \neq P$, ya que a cada una de las letras se le da un único valor, en circunstancias que la afirmación correcta es “A veces”, cuando M = P, es decir, cuando ambas letras representan un mismo valor.

A su vez Wikipedia señala que una incógnita es: “*Un elemento constitutivo de una expresión matemática. La incógnita permite describir una propiedad verificada por algún tipo de "valor desconocido"…Un problema puede tener una o varias incógnitas, pero cada una se expresa bajo la forma de un solo y único símbolo*”[7]…. Luego agrega que “*...Una incógnita es una variable asociada valor numérico puede obtenerse por operaciones aritméticas de cálculo*”[14].

Según la clasificación realizada por Küchemann hay un creciente grado de dificultad en el uso de los símbolos literales de manera que se espera que el niño que haya llegado a una cabal comprensión del uso de estos signos va a ser capaz de trabajar con la letra como variable.

La siguiente tabla ayuda a entender más cabalmente este punto.

Tabla. Children´s responses (14 years olds)		
4 (i) Nivel 2	4 (ii) Nivel 3	4 (iii) Nivel 4
Agregar 4 a N+5	Agregar 4 a 3n	Multiplicar n+5 Por 4
N+9 68%	3n + 4	4n + 20 o 4(n+5) 17%
9 20%	 7n 31% 7 16%	4n + 20 o 4 x n+5 19% N + 20 31% 20 15%

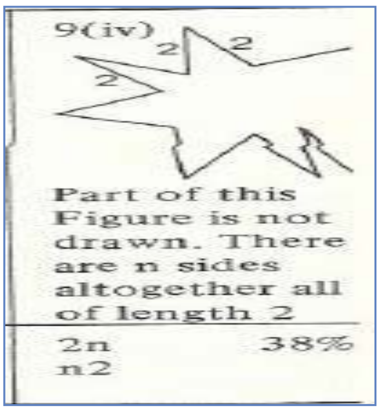
- El nivel dos resultó tan difícil como el tres, la respuesta 3n + 4 parece ser demasiado simple como para pensar que pueda ser la respuesta correcta y que lo único que deben hacer los estudiantes es combinar los elementos, por lo que los niños intentan buscar otras respuestas, donde los números son sumados y la letra se conserva sin otorgarle un significado (como 7n), y otras donde la letra es ignorada o no utilizada (como en cuando responden 7)

- El nivel 4 implica un grado mayor de entendimiento ya que requiere que la letra sea interpretada como una incógnita específica lo que se hace más difícil debido a su mayor complejidad estructural.

[14] http://es.wikipedia.org/wiki/Inc%C3%B3gnita, viernes 11 Octubre, 2013; 13:41

Este uso de la letra ha quedado también de manifiesto en los siguientes ejercicios ya considerados:

Ejercicio 9 (iv), el perímetro de la figura es igual a 2n
Ejercicio 14, r es igual a 15
Ejercicio 5 (iii), e + f = 8 y e + f + g + = 8 +g

<table>
<tr><td>Ejercicio 9 (iv)</td><td>Ejercicios 14</td><td>Ejercicio 5 (iii)</td></tr>
<tr><td>Parte de esta figura no está dibujada. Tiene n lados


2n 38%
n2</td><td>¿Qué puedes tu decir acerca de r si…?
r = s + t y
r + s + t = 30
____
r = 15 35%
r = 30 – s – t 6%
____
r = 10 21%</td><td>Si e + f = 8
e + f + g =…
____
8 + g 41%
____
15 2%
12 26%
8g 3%
9 6%</td></tr>
</table>

Puede verse en general que la mayor complejidad estructural de un ítem hace más difícil la interpretación de la letra como una incógnita específica, también la falta de familiaridad con las convenciones hace ambigua la resolución de un ejercicio.

II.IV.4.5.- Letra como número generalizado.

Donde se tiende a ver la letra como una representación, o al menos así se deduce, de varios valores numéricos pero sin llegar a considerarla una variable. Por ejemplo: ¿Qué valores toma c, si c + d =10 y c es inferior a d.

Otros ejemplos son los que a continuación se presentan y que parecen requerir que las letras sean vistas como números generalizados.

Table 8.7 Children's responses (14 year olds)

16 (Level 3)	%	18(ii) (Level 4)	%
What can you say about c if c + d = 10 and c is less than d?		L + M + N = L + P + N is Always Sometimes Never true (when)	
c < 5	11	Sometimes, when M = P	25
c = 1, 2, 3, 4 (systematic list)	19		
c = 10 − d	4		
Unsystematic list	1	Sometimes. Or M and P given a specific value	14
One value only (usually c = 4)	39	Never	51

Ambas preguntas representan un grado de dificultad mayor que los ejercicios con incógnitas específicas.

Como puede verse en el nivel tres, es posible encontrar más de un único valor a la letra y por tanto se entenderá la letra como número generalizado

A su vez en el nivel cuatro la respuesta correcta puede ser a veces, cuando M=P, siempre y cuando el estudiante haya alcanzado el nivel de comprensión que le permita ver las letras como numero generalizado.

Estos problemas se pueden tratar de dos maneras: como si fuera una incógnita específica, pero al mismo tiempo es posible percatarse de que la respuesta puede cubrir todos los valores de una incógnita como un número generalizado.

II.IV.4.6.- Letra como variable.

Las letras son consideradas como un conjunto de valores no especificados y a la vez se puede observar una relación sistemática entre dos conjuntos de valores. El concepto de variable implica claramente el conocimiento de la incógnita y de sus posibles valores, más allá de la comprensión de la letra como incógnita específica y como generalización de números. Por ejemplo: c = b + 3, ¿Qué le sucede a c si le añadimos 2 a la letra b?

La letra como variable es vista como representando un rango de valores inespecíficos y como una relación sistemática entre dos conjuntos de valores (relaciones de segundo orden).

El concepto de una variable implica algún tipo de comprensión de una incógnita cuyo valor cambia aunque no se entienda muy bien cómo pueden cambiar.

La solución de un problema puede darse en diferentes niveles de interpretación, lo que dificulta la comprensión del concepto variable, puesto que ninguna interpretación pone de manifiesto la magnitud de la relación existente cuando se dice que b y r son dos variables. Como puede observarse en la siguiente tabla:

Table 8.5 Children's responses (14 year olds)

Question 22 (Level 4)

Blue pencils cost 5 pence each and red pencils cost 6 pence each. I buy some blue and some red pencils and altogether it costs me 90 pence.

If b is the number of blue pencils bought and if r is the number of red pencils bought, what can you write down about b and r?

$5b + 6r = 90$	10%
Two correct pairs, of (6, 10), (12, 5), (18, 0), (0, 15).	1%
$b + r = 90$	17%
$6b + 10r = 90$ or $12b + 5r = 90$	6%

Un primer paso para entender cómo los valores cambian es compararlos de alguna manera entre sí, solicitando los pares de valores, lo que hace posible reconocer una correspondencia del tipo cuando b aumenta disminuye r. También es posible describir el grado en el que b y r cambian estableciendo una relación entre b y r del tipo “el aumento de b es mayor que la disminución correspondiente en r” o un aumento de b en seis es más que la correspondiente disminución en r de cinco.

$$\begin{array}{ccc} 0 & & 15 \\ \downarrow & \leftrightarrow & \uparrow \\ 6 & & 10 \\ \downarrow & \leftrightarrow & \uparrow \\ 12 & & 5 \\ \downarrow & \leftrightarrow & \uparrow \\ 18 & & 0 \end{array}$$

Este tipo de relaciones añaden un significado que permite considerar a las letras utilizadas como variables o relaciones

Al respecto es difícil elaborar ejercicios en los que sea necesaria las variables para su resolución; en este sentido el siguiente ejemplo fue redactado para reducir al mínimo este problema en que las variables a menudo se pueden resolver de una manera más simple. Donde los estudiantes deberían poder reconocer que el tamaño relativo de las dos expresiones es dependiente del valor de n, pero la mayoría de los estudiantes escribieron que 2n

Table 8.8 Various responses to Question 3 (14 year olds)

Which is larger, $2n$ or $n + 2$? Explain.

Correct, conditional response (eg $2n$, when $n > 2$)	6%
$2n$	71%
$n + 2$	16%
or ‘the same’	

era el más grande sólo por tratarse de una operación de multiplicación, lo que involucra una adición iterada.

Los pocos niños que llegaron a una respuesta correcta (6%) probablemente se debió a que fueron capaces de establecer una relación de segundo orden entre 2n y n+2. Son estas relaciones de segundo orden las que dan una indicación del grado en que un conjunto de valores varía como resultado de cambios en otro conjunto, y de ahí que se decidiera definir las variables en base a este tipo de relaciones.

II.IV.5.- NIVELES DE COMPRENSIÓN DEL SIGNIFICADO DE LAS LETRAS

En base a la clasificación ya mencionada y teniendo además en consideración la complejidad estructural de los ejercicios, el equipo CSMS[15] elaboró una prueba dirigida esencialmente a niños de 14 años que consideró cuatro niveles de comprensión de los ítems de acuerdo a la naturaleza y complejidad de los ejercicios y en relación con las seis categorías relativas a los usos y significados dados a las letras.

II.IV.5.1.- Nivel 1

La resolución de los ejercicios planteados requirió de que los estudiantes usaran la letra como objeto, la evaluaran o no la usaran.

Aún en el caso de ejercicios o ítems con incógnitas específicas los estudiantes tendieron a evaluar la letra o no utilizarla.

II.IV.5.1.- Nivel 2

A pesar de la mayor complejidad de los ejercicios en general los estudiantes se enfrentaron a éstos igual que en el nivel anterior (nivel1) usando la letra como objeto o evaluándola aunque sin poder hacer frente a los ejercicios con incógnitas especificas, número generalizado o variable.

Se observa un avance en este nivel entre las edades de 13 y 14 años que podría explicarse por la mayor familiaridad de los niños con la notacion algebraica y que probablemente fue lo que llevó también a que la prueba tuviera mayor éxito en su conjunto. Esta mejora también podría ser vista como un primer indicio de aceptación a las respuestas que son hasta cierto punto incompletas o ambiguas, o como lo llama Collis, “la aceptacion de la falta de cierre o clausura”.

II.IV.5.1.- Nivel 3

En este nivel se evidencia un mayor avance en los niños en el sentido de que ya pueden utilizar las letras como incógnitas específicas en ejercicios de estructuras simples y a pesar de la falta de cierre de las respuestas.

---

[15] Concepts in Secondary Mathematics and Science) mencionado en el libro Children´s Understanding of MATHEMATICS: 11 ~ 16, en el capítulo 8. Algebra,

II.IV.5.1.- Nivel 4

En este nivel también los niños hacen frente a los ejercicios con incógnitas específicas, teniendo éstos una estructura ya más compleja y a pesar de la tentación de usar las letras como objetos (pasteles, lápices, etc.).

En este nivel el estudiante también necesita estar bien familiarizado con las convenciones necesarias que le permitan darse cuenta de cuándo requiere realizar una coordinación de operaciones en el ejercicio en cuestión, parecido o similar a las coordinaciones que son necesarias para usar las letras como variables.

En resumen, teniendo en consideración que entre los pares de niveles 1 y 2 por una parte y 3 y 4 por otra hay diferencias estructurales, se puede decir que los ejercicios del primer par de niveles pueden ser solucionados sin necesidad de operar con las letras como incógnitas y que el uso que se hace de ellas se inicia en estrecha relación con los objetos, hecho que entra en total conflicto con el objetivo final de su uso como representación de números; mientras que en segundo par de niveles las letras sí deben ser tratadas ya como incógnitas, por lo menos específicas, y en algunos casos como números generalizados o variables.

El grado de complejidad estructural de cada pregunta va aumentando en razón del número de incógnitas incluidas a los problemas y, según agrega Collis (1975), también dependerá de la naturaleza de los elementos, es decir, que sean números pequeños, grandes números o letras, con números constituidos para rangos verificables.

En general las respuestas a las preguntas de la prueba mostraron los tres primeros niveles de utilización de las letras, dependiendo de la naturaleza y complejidad de la cuestión; esto a su vez denota un alto nivel de incomprensión desde los comienzos en el álgebra en estudiantes que debieran tener la capacidad, por lo menos en estructuras simples, de usar la letra como una incógnita especifica. Cabe destacar que muy pocos niños alcanzaron el grado de conocimiento necesario para interpretar la letra como una variable (nivel 4), por ello se evidencia que a medida que aumenta la dificultad disminuye notoriamente el porcentaje de respuestas acertadas.

En la prueba puede verse en general que la mayor complejidad estructural de un ítem hace más difícil la interpretación de la letra como una incógnita específica, también la falta de familiaridad con las convenciones hace ambigua la resolución de un ejercicio.

Por otra parte entre los 13 y 14 años de edad se puede observar una notable mejora atribuible tal vez a una mayor familiaridad obtenida entre ese rango con la matemática generalizada.

II.IV.6.- CONOCIMIENTO Y COMPRENSIÓN DEL ÁLGEBRA

La comprensión de la formación y manipulación de expresiones algebraicas requieren del respaldo de conocimientos eficaces que se van obteniendo a través del paso por los diferentes niveles de aprendizaje.

Un ejemplo a citar es: "Dos niños, Zoe y David, a los que se pide representar la siguiente relación algebraica: multiplicar un número por sí mismo, añadir dos, entonces reducir a la mitad"[16], dan las siguientes respuestas:

Zoe : $\frac{n \times n + 2}{2}$

David : $\frac{1}{2}(n^2 + 2)$

Zoe sostiene que sus respuestas son diferentes, pero ambos insisten en que son correctas.

La diferencia en las respuestas está dada por la comprensión en la representación y manipulación de expresiones algebraicas donde queda de manifiesto que Zoe no es capaz manipular la expresión con el fin de simplificarla, lo cual a su vez demuestra que hay una diferencia en el nivel de conocimiento de ambos estudiantes.

La simplificación de expresiones algebraicas requiere de la capacidad de reunir o combinar términos, siempre que sea posible; para esto primero hay que identificar los términos semejantes y luego combinarlos o encontrar factores comunes para el cual el factor elegido comúnmente es el más alto.

Otro aspecto en el que también queda de manifiesto la diferencia que hace el nivel de conocimiento en la comprensión que el estudiante tiene se refleja en el siguiente ejemplo:

"Josh se le pide que describa los conjuntos de números que se generarían por las declaraciones generales 2n y 2n + 1"[1].

Proveyó las siguientes respuestas:

2n representa el conjunto de números cuadrados.
2n + 1 representa el conjunto de números cuadrados más uno.

---

[16] Ejemplo extraído de Mooney, C. Ferrie L. Fox, S; y otros (2002). El Cumplimiento de los Estándares Profesionales para Q.T.S. (Qualified Teacher Status) Capítulo 3; Algebra, equations, functions and graphs. (p. 43) Editorial Learning Matters; Glasgow, Inglaterra

Es claro que Josh ha malinterpretado el significado de 2n en ambos casos, entendiendo el término 2n como $n \bullet n$ o n^2 y manifestando de esta forma una falta de comprensión de las declaraciones generales basada en un conocimiento deficiente, lo que implica dificultades que se evidencian en los errores en el aprendizaje del álgebra.

Entre 1980 y 1983 en el Reino Unido se llevó a cabo un interesante proyecto de investigación llamado "Strategies and Errors in Secondary Mathematics" (S.E.S.M.) con estudiantes que comprendían entre los 13 y 16 años que habían realizado diferentes cursos de álgebra. El interés del proyecto estuvo más bien centrado en analizar la naturaleza de los errores cometidos por los estudiantes, muchos de los cuales pueden ser atribuidos a aspectos como:

1.- La naturaleza y significado de los símbolos y las letras.

Hay un cambio conceptual importante en el aprendizaje del álgebra respecto de la aritmética. Sin embargo los estudiantes suelen tener dificultades para entender la diferencia que hay entre la aritmética y el álgebra en el uso, significado e interpretación de los símbolos y las letras. Por ejemplo: $3x + 4 = 7x$; si x=-8 e y=-5 entonces $xy = -13$. Estos tienden a trasladar propiedades aritméticas al conjunto de las propiedades algebraicas.

2.- El objetivo de la actividad y la naturaleza de las respuestas en álgebra.

Habituados los estudiantes, en aritmética, a hallar soluciones numéricas concretas, suponen que también en los problemas algebraicos requieren de encontrar una solución única y numérica. Por ejemplo: $3x + 5y$ en $8xy$

3.- La comprensión de la aritmética.

No se puede separar el álgebra de la aritmética, de manera que para llegar a la obtención de relaciones y procesos es necesario que éstos sean antes asimilados dentro del contexto aritmético. Justamente muchas de las dificultades que se dan en el álgebra no se dan en el álgebra misma sino en errores que se quedaron sin corregir en aritmética. Por ejemplo, los estudiantes que no dominan las operaciones con fracciones llegan a respuestas como
$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$ y luego los traducen también erróneamente al campo algebraico.
Otros errores cometidos se relacionan con la generalización incorrecta de propiedades aritméticas, como la propiedad distributiva, recíproca y de cancelación.

4.- El uso inapropiado de fórmulas o reglas de procedimientos.

Los estudiantes aplican tal cual una regla o fórmula conocida a una nueva situación.
A los tres errores mencionados anteriormente se puede agregar:
- Las falsas generalizaciones sobre números y, también,

- El uso de métodos informales. Métodos que pueden tener éxito en la resolución de problemas sencillos pero que no pueden ser extendidos a problemas más complicados, lo cual influye negativamente en la habilidad de los estudiantes para elaborar o entender enunciados generales en álgebra.

Los primeros tres aspectos generan errores que se originan de la transición de la aritmética al álgebra, y el último se debe a falsas generalizaciones sobre operadores o números.

Por todo lo anteriormente mencionado, diferentes autores han planteado algunos principios generales que se señalan en el texto Iniciación al álgebra de Socas M. y otros (1996) que se debieran tener en cuenta en el aprendizaje del álgebra y de toda la matemática:

1.- Es prerrequisito para el desarrollo en el curso siguiente que el estudiante haya automatizado las operaciones básicas de la aritmética elemental.

2.- Que el estudiante no se vea expuesto a la introducción de nuevas ideas o técnicas algebraicas de manera demasiado rápido. Ignorar este principio inevitablemente va a originar dificultades en el aprendizaje.

3.- Que el estudiante no se vea enfrentado a ideas o técnicas algebraicas demasiado específicas que no sirvan para el desarrollo algebraico futuro. Por ejemplo, se ha observado que es adecuado en la iniciación al álgebra considerar la letra como número generalizado lo que permitirá pasar desde la aritmética a la aritmética generalizada y de ésta al álgebra.
El aprendizaje de Técnicas demasiado específicas pueden causar dificultades en el futuro, lo que se evitaría introduciendo la idea o técnica nueva en un contexto más general; de todas formas hay que tener en cuenta que al tratar con estudiantes de aprendizaje más lento un contexto más específico será necesario para progresar, siendo el profesor en su actuación el que deberá cuestionarse sobre cómo llevarlo a cabo.

4.- Que el estudiante comprenda la idea, técnica o símbolo asegurándose que estos aspectos algebraicos estén claramente distinguidos.

5.- Procurar que los estudiantes hayan asimilado correctamente una idea o técnica algebraica antes de aprender la notación formal.

6.- Evitar la complejidad notacional innecesaria. Teniendo en cuenta que toda notación exige un gran esfuerzo de la memoria; cuando estas son innecesarias aumentan la complicación incluso de ideas sencillas y llevan a confusión con el propio proceso.

7.- Verificar si el estudiante posee una adecuada comprensión algebraica en términos de traducción de lenguajes. El uso de más de un lenguaje para representar un concepto favorece la abstracción de un concepto puesto que permite más puntos

de referencia y establecer así más relaciones. De la misma manera el uso de los diferentes lenguajes permite la adaptación a los distintos niveles intelectuales de la clase al ritmo de cada estudiante y a la mayor o menor actitud que éstos tengan ante los diferentes modos de comunicación.
Plantear la enseñanza aprendizaje del álgebra en términos de traducción de lenguajes: el habitual, el de los modelos y el algebraico potencia y favorece el desarrollo de su conocimiento

8.- Que el estudiante no se vea expuesto al aprendizaje de técnicas formales demasiado pronto hasta que los procesos sean identificables por el estudiante en varios contextos (lenguajes o representaciones).

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

En este capítulo se pretende ahondar, a lo referido al método de investigación a utilizar, para ello es de importancia mencionar:

-El tipo de estudio,
-El diseño,
-Los sujetos y
-El análisis de los instrumentos que se utilizaran.

En las siguientes páginas se desarrollara la información con la finalidad de cumplir con el presente capitulo.

Esta investigación está basada en un Enfoque cuantitativo, el cual, pretende estudiar el nivel de asociación entre algunas percepciones[17] del estudiante y la prognosis en el álgebra elemental a en estudiantes de 6° Año Básico.

III. 1. TIPO DE ESTUDIO

En cuanto al marco metodológico seleccionado, este es un estudio cuyo enfoque o paradigma es cuantitativo, en el cual se recolectan y analizan datos para contestar si ¿Estarán los resultados obtenidos mediante el test de Hanna asociados a factores afectivos, de habilidad, de apoyo y de oportunidades de aprendizaje? y probar si entre los factores más significativos que afectan la iniciación del algebra elemental y que se encuentran relacionados con el éxito o fracaso en la misma están los de tipo gusto, habilidad, apoyo y calidad de las clases.

III.2. INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

Para el logro de los objetivos propuestos en este estudio, y para poder establecer los niveles de asociación entre las percepciones del estudiante y la prognosis en el álgebra elemental en estudiantes de 6° Año Básico se optó por un instrumento que se compone de dos elementos.

---

[17] La palabra percepciones hace referencia a cuatro variables(el gusto por las matemáticas, facilidad para usar letras en matemáticas, apoyo sentido en clases, percepción acerca de las clases de matemáticas).

-Test de Orleans Hanna.
-Cuestionario

III.2.1. EL ANÁLISIS DE LOS INSTRUMENTOS

Este estudio recoge datos objetivos a partir de instrumentos que son validados, usando técnicas estándares. Los investigadores son neutros, es decir, que se garantiza la objetividad ya que no intervienen en las interpretaciones de los datos. Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio, en el texto Metodología de la Investigación, 2004.

Los datos obtenidos serán sometidos a un análisis de estadística descriptivo exploratorio, los cuales serán recolectados a través de la aplicación de dos instrumentos.

III.2.2. PROCESO DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS.

A continuación se expone el proceso de validación para los dos instrumentos empleados:

III.2.2.1. TEST DE ORLEANS-HANNA

Las 60 preguntas del test predictivo en algebra inicial alcanzo un coeficiente interno Alfa de Cronbach de 0,90 lo que es bueno, ya que significa que esta prueba es consistente, es decir que cuando a un estudiante le va mal en un ítem o ejercicio del test usualmente le va mal en otro y cuando a un estudiante le va bien en un ítem o ejercicio del test usualmente le va bien en otro, por lo tanto cada ejercicio está midiendo algo parecido

III.2.2.2. CUESTIONARIO ¿CÓMO TE VES EN CLASES DE MATEMÁTICAS?

Una vez hecha la impresión de los cuestionarios “tres copias”, se solicitó la asesoría de tres profesores expertos en el área de las matemáticas.

Después de recibidos los cuestionarios con las sugerencias, correcciones y validaciones de los respectivos ejercicios, se acogieron las correspondientes correcciones De los cincuenta y dos ejercicios se seleccionaron treinta y seis, que fueron validados por los jueces.

Validación de Contenido: Cuestionario

Juicio de expertos

• Cuestionario cerrado con 4 ítemes de tipo escala de valoración - Likert -que es de elaboración propia el cual fue sometido a diferentes procesos en los que se estudia y demuestra la Validez de:

-Contenido -ya que mide lo que pretende medir en cada uno de sus tópicos- Por la técnica de juicio de experto y Contenido para lo cual se consideraron tres expertos de matemáticas, estudiantes de magister de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso y a los cuales se les pregunto en qué medida cada ítem corresponde a lo que pretende medir, en una escala Likert y conforme a ello se mantuvieron los itemes que obtenían criterio de mayoría.

Por tanto el proceso de validación del instrumento se obtiene mediante las opiniones o juicios de expertos en esta investigación participaron tres y cuyo propósito es asegurar que las dimensiones medidas por el instrumento sean realmente las indicadas de acuerdo a las características o propósitos de la investigación, es decir, es el estudio exploratorio de la asociación entre las percepciones del estudiante y la prognosis en el álgebra elemental en estudiantes de 6° Año Básico de acuerdo a las características o propósitos de la investigación.

-Validez de consistencia interna del constructo (o validez estructural), dado por el coeficiente de consistencia de sus factores. Estructural correspondiente a la consistencia interna del constructo para lo cual se obtuvo en el coeficiente alfa de Cronbach un valor de 0,7 con un grupo de estudiantes antes de la aplicación formal del test

CARACTERÍSTICAS DE LOS EXPERTOS

Especialistas en el ámbito de las matemáticas
Dominan ampliamente el tema del lenguaje algebraico
Estudiantes de magister en la PUCV

- Exploratorio, ya que el tema o problema de investigación de investigación es poco estudiado, del cual se tienen muchas dudas y no se ha abordado antes.

- Descriptivo, porque se describirá el comportamiento de los instrumentos en las muestras.

- De técnica correlacional, ya que el propósito de esta investigación es evaluar la relación existente entre las variables del cuestionario y los resultados arrojados en un test pronóstico de algebra elemental.

- Empírico, ya que tiene a la base la aplicación práctica de dos instrumentos.

- Analítico, porque el estudio arrojará datos que serán posteriormente comparados y analizados, por lo que la metodología usada es de tipo no participante.

III.3. POBLACIÓN Y MUESTRA DEL ESTUDIO.

Este es un estudio exploratorio con alumnos chilenos urbanos de la región metropolitana de NB3 de escuelas Particulares subvencionadas y municipales.

La muestra es intencionada y es no-probabilística:

-Intencionada, debido a que los sujetos son elegidos en base a ciertos criterios de selección.

- no-probabilística, ya que fueron elegidos por conveniencia y porque la elección de los sujetos no depende de la probabilidad, sino de las características de la investigación, (ya que es un estudio exploratorio).-Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio, en el texto Metodología de la Investigación, 2004- y se encuentra compuesta por un total de xxx niños y niñas, xxx alumnos/as perteneciente a NB3.

III.3.1. CRITERIOS DE SELECCIÓN DE LOS SUJETOS:

Serán seleccionados de acuerdo a criterios correspondientes a:

Escuelas mixtas de la región metropolitana, de la ciudad de Santiago, comuna de San Joaquín de tipo subvencionadas y municipales.

Niños y niñas de 6° Año Básico.

Estudiantes que se circunscriben a un entorno de riesgo social medio a elevado con características de socioeconómicas media a bajas, en su mayoría son estudiantes carentes de afecto con altos índices de deserción escolar y sin mayor interés por la progresión de estudios.

III. 4. DISEÑO METODOLÓGICO

La metodología a utilizar corresponde a un análisis de investigación de carácter cuantitativo, que posee un diseño No experimental – Transeccional.

Es No experimental debido a que la investigación se realiza sin la manipulación deliberada de variables y se observa el fenómeno en su ambiente natural para después analizarlo.

Es Transeccional o transversal porque se recolectan datos en un momento único y en un tiempo definido, lo que quiere decir que la investigación será legítima, con el marco curricular nacional actual, esto quiere decir, que si se cambian las condiciones actuales en una próxima aplicación se deberían considerar tales condiciones.

III.5.1. FACILITADORES Y OBSTACULIZADORES DE RECOGIDA DE INFORMACIÓN.

Los facilitadores:
En una primera instancia se debe agradecer la acogida que se tuvo con la realización de estas intervenciones, tanto de los establecimientos como de parte de los niños/as.
Se debe mencionar que donde se realizó la aplicación del instrumento fue en los centros pertenecientes a la comuna de San Joaquín.
La colaboración de los docentes que estaban en los cursos, dejando que se utilizaran algunas horas de su tiempo pedagógico, para aplicar ambos instrumentos.

Los obstáculos:
La poca disponibilidad de tiempo, para la aplicación de la prueba.
Los rígidos horarios de los establecimientos

III.6. VARIABLES EN ESTUDIO

I.-Dependiente
I.1-Grado de habilidad algebraica

II.- Independiente:
II.- 1-Factores internos (personales) como:
-El gusto[18] y
-La autopercepción de la facilidad[19] en el uso de las letras

II.-2-Factores externos como:

[18] Para efectos de la presente tesis se entenderá por gusto al sentimiento positivo que manifiesta el estudiante hacia el trabajo con las letras.
[19] Para efectos de la presente tesis se entenderá por facilidad en el uso de las letras la opinión que da el estudiante con respecto a sí mismo en cuanto a si se siente hábil o no para las letras.

- El apoyo del profesor
- La calidad de las clases de matemáticas

III.7. TRABAJO DE CAMPO O RECOGIDA DE INFORMACIÓN.

III.7.1. CONDICIONES DE APLICACIÓN

Los instrumentos de evaluación a aplicar en los centros educativos por la investigadora corresponden a un cuestionario de elaboración propia y a un test pronóstico de algebra.

La aplicación de los instrumentos se realizó en el aula en clases cedidas por los profesores de las distintas asignaturas.

Los pasos utilizados para la aplicación de los instrumentos de evaluación fueron los siguientes:

- En primer lugar, se visitó el establecimiento y se habló con la dirección para entregar la carta de solicitud de permiso.

Se solicita la autorización al establecimiento para la aplicación de la prueba, donde se gestiona una entrevista con el/la profesora/a de los cursos seleccionados con el fin de informar y explicar el procedimiento que se utilizará y las razones (objetivos) para la aplicación de los instrumentos, además de pedir la colaboración para que el/la docente e encuentre presente mientras se lleva a cabo la aplicación de los instrumentos.

En el horario acordado previamente con la profesor/a de cada curso (5º y 6º Años Básicos)

- En segundo lugar: la administración escolar determinó la fecha más adecuada para la intervención de la investigadora.

- En tercer lugar, la dirección de la escuela se responsabilizó de informar- a los alumnos y profesores- respecto de la aplicación de los instrumentos.

La aplicación de los instrumentos requirió de dos visitas de la investigadora a cada establecimiento educativo.

- Finalmente, la recogida de datos se realizó en el año lectivo de 2014 en el mes de Abril.

En el momento de la aplicación del instrumento la investigadora dio las instrucciones pertinentes:

III.7.1.1.- TEST PREDICTIVO DE ÁLGEBRA ORLEANS-HANNA.

- Antes de administrar el test el examinador debió familiarizarse con los materiales: los folletos, las hojas de respuestas, las claves de las respuestas, las hojas de registros, el presente manual y la hoja de informe personal.

- El examinador distribuyo los test a cada uno de los estudiantes, asegurándose de que cada uno dispusiera de los materiales necesarios: lápices, gomas, sacapuntas y hojas de borrador.

-El test se inició con el registro de sus datos personales -por parte de cada estudiante- junto al promedio de notas obtenidas el año anterior para cada una de las cuatro asignaturas solicitadas en el test. Se les solicito además registrar la nota que ellos esperaban obtener en dicho test. A medida que esto ocurría el examinador ayudo a los alumnos a completar la información.

-Los estudiantes que no recordaron sus notas se les permitió que hicieran una estimación de ellas, sin necesidad de verificarlas, hecho que el investigador comprobó que se realizara durante el trascurso del desarrollo del test.

Previo a la aplicación entregó las instrucciones pertinentes junto a una explicación respecto de la finalidad del test y registró la hora de comienzo del mismo en el pizarrón y del tiempo que disponían para su desarrollo.

Finalmente recogió las hojas de respuesta y los cuadernillos

- Para la aplicación de ambos instrumentos los estudiantes dispusieron aproximadamente de 90 minutos; compuesto por dos bloques de 45 minutos cada uno.

III.7.1.2.1.- CONSIDERACIONES

La prueba o test de Orleans Hanna se compone de 60 preguntas de opción múltiple basadas en nueve modelos de lecciones y cinco notas del cuestionario que entregan los estudiantes además de la nota predictiva del test de álgebra.

Fue elegido el test de Orleans Hanna porque este es un instrumento válido, que mide habilidades algebraicas elementales y que hoy en día aparecen en el curriculum escolar de EGB. Y tiene un grado de consistencia interna importante además de ser usado internacionalmente en las investigaciones de álgebra.

A diferencia de una prueba de rendimiento, los estudiantes están obligados a responder a las preguntas siguiendo un procedimiento o conjunto de operaciones con expresiones matemáticas y verbales paralelo pero distinto de los que figuran en los modelos de lecciones.

III.7.1.2.- CUESTIONARIO: ¿COMO TE VES EN CLASES DE MATEMÁTICAS?

Se repartieron las hojas a cada estudiante.

Se constató que todos tuvieran la hoja, lápiz y goma

Antes de comenzar se dieron las instrucciones: completar los datos personales
Se les permitió estimar la nota a aquellos estudiantes que no recordaban su promedio de nota anual del año anterior.

Se les dijo explícitamente, e voz alta que No habían respuestas buenas o malas y que para cada afirmación debían marcar una X bajo el número que representaba mejor su opinión,

Luego se les presento la tabla contenida en la hoja de recogida de información y seles explicó lo que significaba cada número o categorías de la tabla y la mostro señalando con el dedo índice el correspondientemente número a una palabra o frase que significaban

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

El siguiente capítulo se refiere al análisis de los resultados arrojados por los estudiantes en los que se aplicó el instrumento, y en base a los cuales se realizan las diversas conclusiones correspondientes a los distintos puntos.

IV. 1. PROCEDIMIENTOS DE ANÁLISIS DE LOS DATOS

Análisis de Fiabilidad.

El análisis de Fiabilidad obedece a un conjunto de procedimientos estadísticos, que permiten establecer las propiedades métricas de un instrumento. Siendo la Fiabilidad la capacidad del instrumento, para medir en forma consistente, precisa y sin error.

Alfa de Cronbach, es una prueba que permite establecer, la consistencia interna de un instrumento de medición, lo que permite indicar, la validez (grado en que el instrumento realmente mide lo que pretende medir) estadística del instrumento aplicado y de los resultados obtenidos.

Técnicas de Análisis Estadístico Descriptivos

Técnicas de Análisis Estadístico de orden descriptivo, ya que reporta las características de los niños/as que fueron sometidos al análisis, sobre la asociación entre factores internos y externos y el grado de habilidad algebraica de los estudiantes.

Técnicas de Análisis Inferencial

Conjunto de procedimientos que permiten generalizar (inferir, inducir) las propiedades de un conjunto de datos empíricos (muestra) al conjunto total de datos (población).

IV. 2. RESULTADOS DE LOS ANÁLISIS SEGÚN EL OBJETIVO DE INVESTIGACIÓN.

Objetivo General: Estudiar la asociación entre las autopercepciones del estudiante y la prognosis en el álgebra elemental en estudiantes de 6° Año Básico.

Análisis:

Para estudiar la asociación entre las autopercepciones del estudiante y la prognosis en el álgebra, se utilizó el software SPSS[20] que permite realizar estudios estadísticos de los datos y al analizar las correlaciones de los mismos lo que hizo posible extraer algunas conclusiones.

IV. 2.1. CONCLUSIONES PRELIMINARES

Este estudio fue realizado en base a un instrumento que se compone de dos elementos, los que fueron aplicados sobre una muestra compuesta de un total de 172 casos.

El análisis de los instrumentos y sus respectivos datos se desarrollara según las siguientes tres fases:

1-Análisis de la aplicación del cuestionario: “¿Cómo te ves en clases de matemáticas?”
2- Análisis de la aplicación del test pronostico “Orleans-Hanna Álgebra”
3- Análisis correlacional entre ambos instrumentos
4- Análisis correlacional entre los instrumentos y la prueba SIMCE

IV. 2.1.1-ANÁLISIS DE LA APLICACIÓN DEL CUESTIONARIO.

“¿Cómo te ves en clases de matemáticas?”

Para cada afirmación marca una X bajo el número que representa mejor tu opinión, según las categorías de la tabla siguiente:

1	2	3	4	5
Definitivamente No	Probablemente no	Indeciso (a veces)	Probablemente si	Definitivamente Si

Para ver la calidad de los datos y su centralidad y dispersión, se invirtieron los datos, para analizar cada ítem por separado, siendo estos presentados tabular y gráficamente.

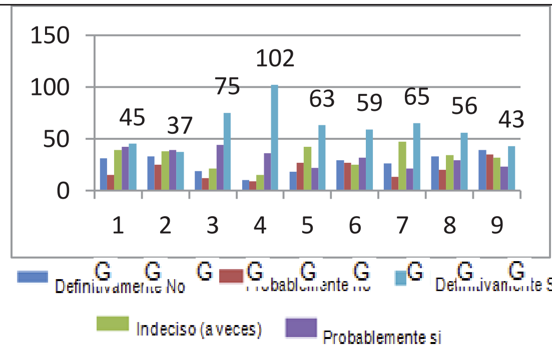
Ítem I: “¿QUÉ TANTO TE GUSTAN LAS MATEMÁTICAS?”

Este ítem presento el alfa de Cronbach con un nivel de fiabilidad de 0,71, pero si se eliminara G4 obtendría un nivel de fiabilidad de 0,72

Registro tabular	Registro grafico

[20] Acrónimo que significa *Statistical Package for the Social Sciences*

Serie	G1	G2	G3	G4	G 5	G 6	G7	G8	G9
1	31	33	19	10	18	29	26	33	39
2	15	25	12	9	27	27	13	20	35
3	39	38	21	15	42	25	47	34	32
4	42	39	44	36	22	32	21	29	23
5	45	37	75	102	63	59	65	56	43
Total de estudiantes intervenidos							172		



Tanto en el registro tabular como en el gráfico, es posible observar que por ejemplo para:

- G1 (referido a la categoría número 1 del Ítem Gusto) 31 personas marcaron la alternativa 1 (Definitivamente No) frente a la pregunta de: “Te gusta resolver situaciones con matemáticas”, mientras que 45 personas optaron por la opción 5 (Definitivamente Si) ante la misma pregunta.

- Por su parte en G3 hay 19 niños que marcaron la opción 1 (Definitivamente No) ante la pregunta: “solicitan ayuda para resolver problemas matemáticos cuando no los comprenden”, mientras que 75 estudiantes marcaron la opción 5 (Definitivamente sí) ante la misma pregunta.

- Asimismo se observa que en G5 frente a la afirmación “Te sientes sin ganas frente al estudio de las matemáticas”. 42 estudiantes escogieron la opción 3 (Indeciso), lo que demuestra la actitud indiferente con que los niños suelen enfrentarse a esta asignatura.

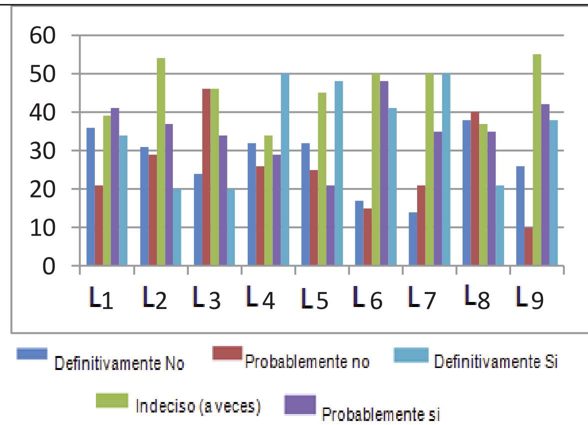
En general el gráfico muestra que las respuestas están distribuidas uniformemente, salvo el caso correspondiente a la columna G4 donde se puede evidenciar una mayor dispersión cargada hacia la categoría ´Definitivamente Si´ marcada por 102 estudiantes ante la afirmación: “Piensas que las matemáticas son interesantes para tu futuro trabajo”.

Ítem II: “¿CUÁN FÁCIL TE ES EL USO DE LETRAS EN MATEMÁTICAS?”

Este ítem presento el alfa de Cronbach con un nivel de fiabilidad de 0,67

Registro tabular	Registro grafico

Serie	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9
1	36	31	24	32	32	17	14	38	26
2	21	29	46	26	25	15	21	40	10
3	39	54	46	34	45	50	50	37	55
4	41	37	34	29	21	48	35	35	42
5	34	20	20	50	48	41	50	21	38
Total de estudiantes intervenidos									172



Tanto visual como numéricamente es importante destacar que este grafico presenta un espectro más equilibrado de los datos, llegando a un tope de 60 respecto del ítem anterior donde los datos están más dispersos alcanzando un tope de 150.

En la primera afirmación de este ítem (L1) referida a: “Tienes habilidad para usar símbolos matemáticos, como por ejemplo letras”, se evidencia una tendencia a responder la opción 4 (Probablemente sí).

L2: “Puedes explicar en tus palabras los procedimientos para trabajar con letras en matemáticas”. Llama la atención que sean tan solo 20 estudiantes los que marquen la opción 5 (Definitivamente sí), lo que refleja que existe una falencia en este aspecto que se reafirma con el dato extraído de la misma respuesta a la opción 3 en la que 54 estudiantes señalaron estar indecisos.

En la afirmación L3: “Te equivocas en los procedimientos para resolver ecuaciones con números y letras. Se observa que coincide la cantidad de estudiantes que piensan que no se equivocan con los que sienten que a veces lo hacen, siendo escasamente 20 estudiantes que reconocen que definitivamente si lo hacen.

La afirmación L4: “Te cuesta mantener la atención en el aprendizaje de las propiedades de los números y letras” presenta indicios de la existencia de otra falencia en los estudiantes referida al grado de concentración requerido en el aprendizaje de las matemáticas.

Las categorías mayormente elegidas por los estudiantes para la afirmación L5: “Crees que el trabajo con números y letras en matemáticas es complicado”, evidencia que los estudiantes - contrario a lo que generalmente se piensa - no perciben a las matemáticas como una asignatura muy complicada puesto que 45 estudiantes eligieron la opción ´indeciso´ mientras que 48 la opción ´Definitivamente si´ y solo 32 estudiantes escogieron la opción ´Definitivamente No´.

En L6: “Encuentras soluciones a problemas difíciles con símbolos, letras y números”. La minoría de los estudiantes escogieron la opción 1 (Definitivamente No) y 2 (Probablemente No), mientras que la mayoría escogieron la opción 4 y 5.

Dos reacciones derivan de los datos recogidos:
-Por una parte el cuestionamiento de la veracidad con que los estudiantes marcaron la opción escogida o
-La duda acerca de si los estudiantes verdaderamente entendieron la afirmación planteada.

En la afirmación L7: “Piensas sobre las estrategias que puedes utilizar en problemas con letras y números”. Evidencia que la mayoría de los estudiantes, (135) reconocen que sí lo hacen, mientras que una minoría reconoce que no lo hacen (35).

En L8 referida a: “Las actividades con letras en matemáticas te exigen pensar mucho para resolverlas”. Solo 21 estudiantes escogieron la categoría ´Definitivamente Si´, lo que podría interpretarse como un reconocimiento de que les es fácil las actividades con letras en matemáticas, contrario a lo esperado.

En L9: “Tras encontrar el resultado a un trabajo con letras en matemáticas, te es fácil redactar la respuesta de este”, del total de 172 estudiantes, 55 de ellos señalaron que estaban indecisos, 10 señalaron que ´probablemente no´ y 42 que ´probablemente sí´. Esta afirmación permite observar si el alumno comprende lo que realiza o solo aplica los procesos algorítmicos de manera mecánica y los resultados parecen respaldar la primera posibilidad mencionada.

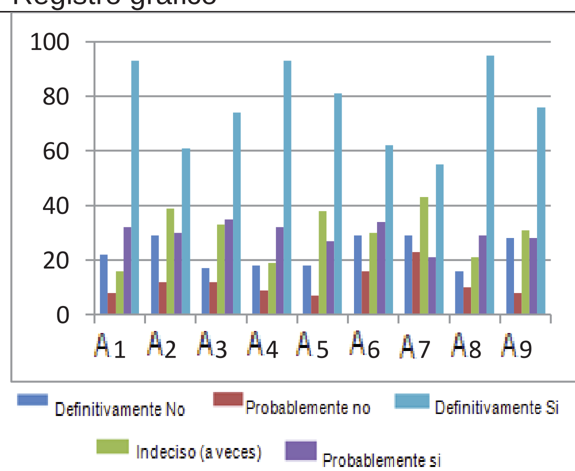
Ítem III: “¿CÓMO SENTÍAS EL APOYO EN LAS CLASES DE MATEMÁTICAS?”

Este ítem presento el alfa de Cronbach con un nivel de fiabilidad de 0,82

Registro tabular

Serie	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9
1	22	29	17	18	18	29	29	16	28
2	8	12	12	9	7	16	23	10	8
3	16	39	33	19	38	30	43	21	31
4	32	30	35	32	27	34	21	29	28
5	93	61	74	93	81	62	55	95	76
Total de estudiantes intervenidos									172

Registro grafico



En general, los datos expuestos en el Ítems III reflejan una notoria polarización hacia la categoría ´Definitivamente Si´, lo que manifiesta que los estudiantes si se sienten apoyados en la asignatura de matemáticas.

Por ejemplo en la tabla es posible observar que en A1 los datos se cargan hacia la afirmación número 5 ´Definitivamente si´, ya que 93 estudiantes marcaron esta opción, mientras que hay menos datos en la afirmación A1 donde solo 22 de los 172 estudiantes escogieron la opción 1. Algo similar ocurre en A4 y en A8, los datos también se concentran más hacia un extremo, motivo por el cual dichas columnas se encuentran resaltadas de color amarillo.

Lo mismo puede verse- aunque en un grado menor- en las otras afirmaciones.

Lo mismo presenta el dibujo de barras y se ve que es notorio que la serie 5 resalta por sobre las otras afirmaciones.

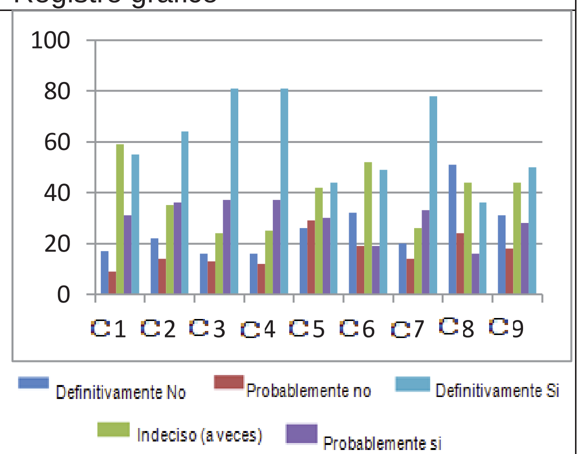
Ítem IV: "¿CÓMO VEÍAS LA CALIDAD DE LAS CLASES DE MATEMÁTICAS?"

Este ítem presento el alfa de Cronbach con un nivel de fiabilidad de 0,65

Registro tabular

Serie	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9
1	17	22	16	16	26	32	20	51	31
2	9	14	13	12	29	19	14	24	18
3	59	35	24	25	42	52	26	44	44
4	31	36	37	37	30	19	33	16	28
5	55	64	81	81	44	49	78	36	50
Total de estudiantes intervenidos									172

Registro grafico



En este ítem es factible mencionar que los resultados muestran una mayor dispersión y asimetría de los datos referidos a la calidad de las clases de matemáticas, reflejando una mayor variedad de opiniones al respecto. Lo que se hace más notorio especialmente en las cinco últimas afirmaciones. Por ejemplo:

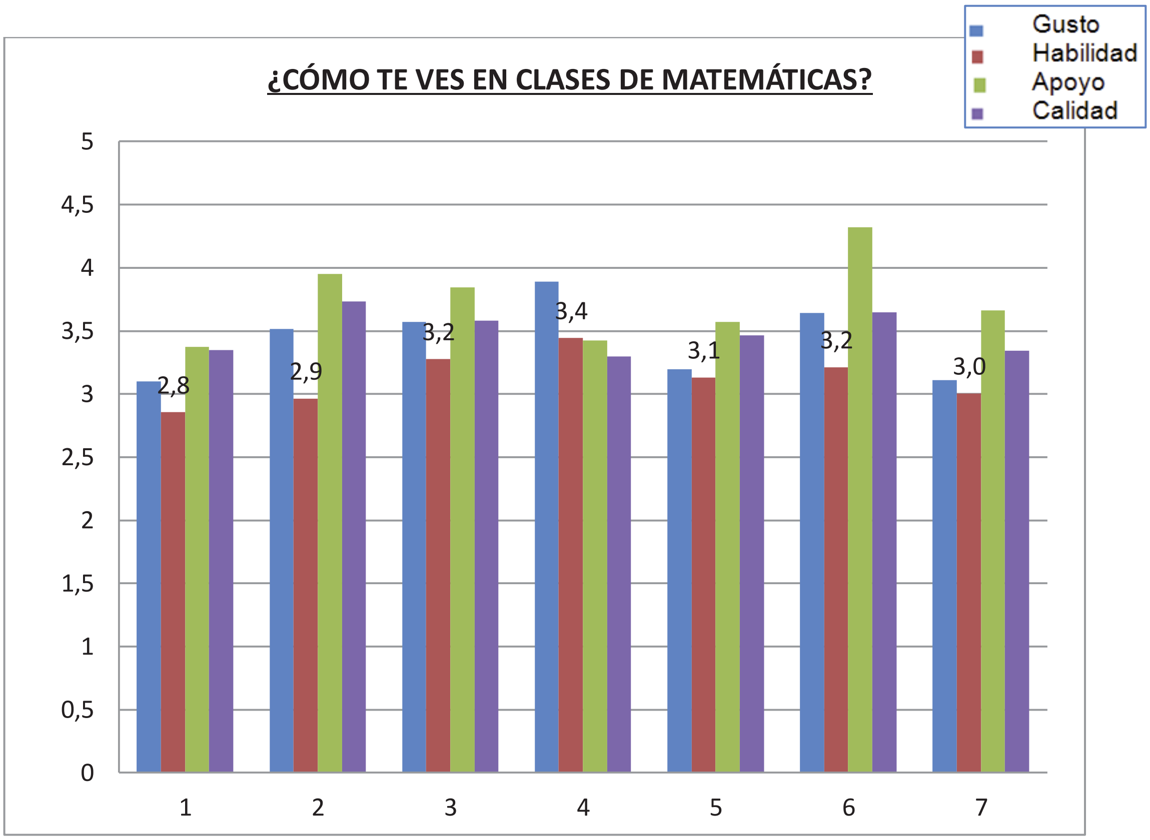
- En la afirmación C6: "Crees que en clases de matemática no se justificaban en profundidad los temas". Es posible observar que los datos fluctúan entre 32 estudiantes que escogieron la categoría ´Definitivamente no´, 52 estudiantes que optaron por la alternativa ´indeciso´ y 49 alumnos que marcaron la categoría ´Definitivamente si´.

- En la afirmación C7: "En cada clase se resumía lo aprendido" 20 estudiantes optaron por la alternativa ´Definitivamente no´, 26 estudiantes escogieron la alternativa ´indeciso´ y 78 estudiantes marcaron la alternativa ´Definitivamente si´.

- En la afirmación C8: "Se relacionaban las materias con otras asignaturas, como por ejemplo historia, ciencias, etc.". 51 estudiantes optaron por la alternativa

´Definitivamente no´, 44 estudiantes escogieron la alternativa ´indeciso´ y 36 estudiantes marcaron la alternativa ´Definitivamente si´.

- En la afirmación C9: “Se relacionaban las materias con tu realidad o experiencias vividas”. 31 estudiantes que optaron por la alternativa ´Definitivamente no´, 44 estudiantes que optaron por la alternativa ´indeciso´ y 50 estudiantes que optaron por la alternativa ´Definitivamente si´.



Este grafico muestra cómo se distribuyen las respuestas o datos con respecto al cuestionario aplicado. En conclusión es posible enunciar que el grafico describe que variables de las dadas valoran más los estudiantes con respecto a ellos mismos. Se evidencia, por lo tanto que - según la percepción de los niños- tienden a manifestar que sienten un alto nivel de apoyo, es decir que los estudiantes se sienten más apoyados en el establecimiento número seis que, por ejemplo, en el establecimiento número uno. Además muestra que en comparación a las otras variables, el apoyo predomina por sobre ellas, como por ejemplo en relación a la variable habilidad, estos les dan más puntaje a la variable apoyo. Por tanto, el sentimiento que evidencian los estudiantes, en general, es más fuerte hacia el apoyo que hacia las otras variables.

Ahora bien otra cosa es estudiar la relación que existe entre las variables del cuestionario y el Test Pronóstico en álgebra, lo que será analizado más adelante.

IV. 2.1.2- ANÁLISIS DE LA APLICACIÓN DEL TEST PRONOSTICO "ORLEANS-HANNA ÁLGEBRA"

Estadísticos de fiabilidad - Test de Orleans Hanna	
Alfa de Cronbach	Número de elementos
0,90	60

Las 60 preguntas del test predictivo en algebra inicial alcanzó un coeficiente interno Alfa de Cronbach de 0,90 lo que es óptimo, por cuanto el alfa de Cronbach que se alcanzó respalda la consistencia interna de la prueba; es decir, asegura que el instrumento realmente mide lo que pretende medir.

De ahí que cuando a un estudiante le va mal en un ejercicio del test usualmente le va mal en otro e inversamente cuando a un estudiante le va bien en un ejercicio del test usualmente le va bien en otro, puesto que cada ejercicio reafirma al otro en cuanto a la habilidad algebraica medida.

IV. 3. CORRELACION ENTRE AMBOS INSTRUMENTOS

La siguiente tabla de doble entrada presenta la correlación de los datos obtenidos de la aplicación del análisis de la aplicación del cuestionario: "¿Cómo te ves en clases de matemáticas?" y del análisis de la aplicación del test pronostico "Orleans-Hanna Álgebra".

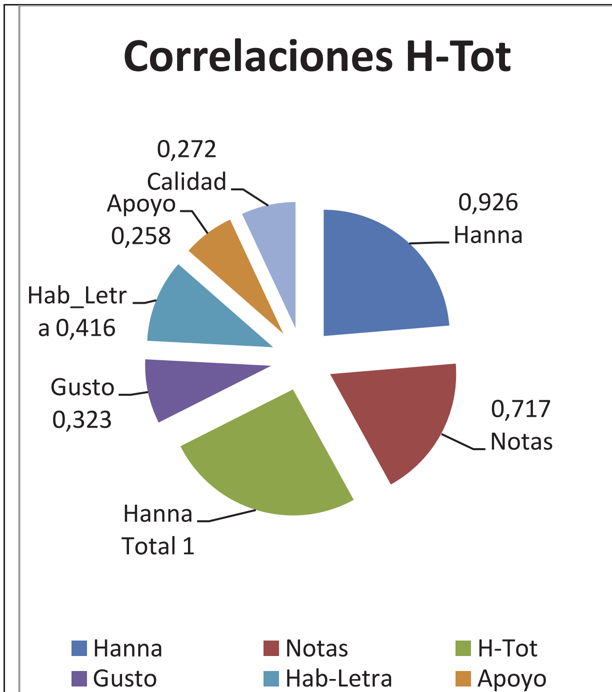
Correlaciones

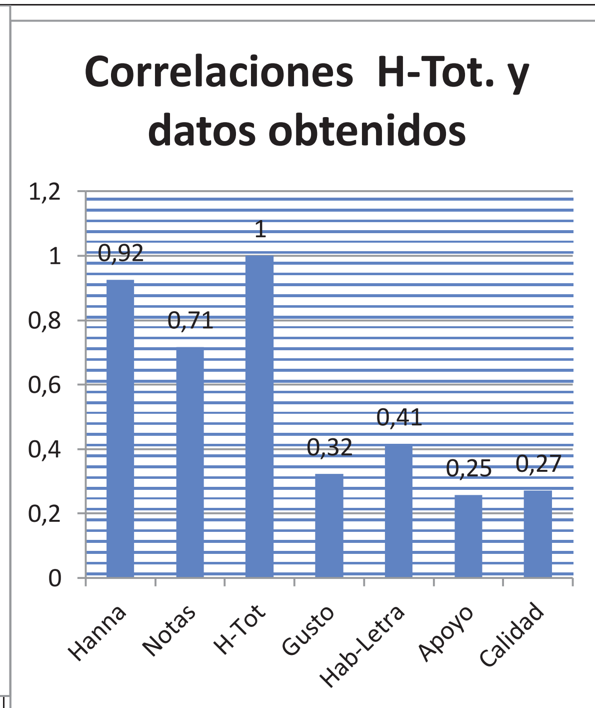
		Hanna	Notas	H_Tot	Gusto	Hab_letra	Apoyo	Calidad
Hanna	Correlación de Pearson	1	,454**	,926**	,237**	,352**	,193*	,243**
	Sig. (bilateral)		,000	,000	,002	,000	,011	,001
	N	172	170	172	172	172	172	172
Notas	Correlación de Pearson	,454**	1	,717**	,372**	,382**	,256**	,181*
	Sig. (bilateral)	,000		,000	,000	,000	,001	,018
	N	170	170	170	170	170	170	170
H_Tot	Correlación de Pearson	,926**	,717**	1	,323**	,416**	,258**	,272**
	Sig. (bilateral)	,000	,000		,000	,000	,001	,000
	N	172	170	172	172	172	172	172
Gusto	Correlación de Pearson	,237**	,372**	,323**	1	,550**	,207**	,192*
	Sig. (bilateral)	,002	,000	,000		,000	,007	,012
	N	172	170	172	172	172	172	172
Hab_letra	Correlación de Pearson	,352**	,382**	,416**	,550**	1	,182*	,218**
	Sig. (bilateral)	,000	,000	,000	,000		,017	,004
	N	172	170	172	172	172	172	172
Apoyo	Correlación de Pearson	,193*	,256**	,258**	,207**	,182*	1	,691**
	Sig. (bilateral)	,011	,001	,001	,007	,017		,000
	N	172	170	172	172	172	172	172
Calidad	Correlación de Pearson	,243**	,181*	,272**	,192*	,218**	,691**	1
	Sig. (bilateral)	,001	,018	,000	,012	,004	,000	
	N	172	170	172	172	172	172	172

**. La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

*. La correlación es significante al nivel 0,05 (bilateral).

Correlaciones HannaTotal y cuestionario





Al observar la tabla y el grafico lo primero que es posible ver es que todos los datos se correlacionan positivamente es decir, en menor o mayor grado todos están asociados al éxito o fracaso en álgebra.

Los números que se encuentran al medio en cada fila, corresponden a la probabilidad de cometer errores; por ejemplo los 000 representan una probabilidad menor al 1% de error.

El uno presente en la tabla como la diagonal principal, representa una correlación de una variable consigo misma. (Correlación total)

Otro ejemplo el 0,11 (mostrada en la correlación apoyo con Hanna) representa una probabilidad mayor de error aumenta del 11%. A dicha probabilidad de cometer error se le adjudica uno, dos o ningún asterisco.

- Dos asteriscos denotan que los datos son muy significativos, que la medición es sólida, es fuerte; el doble asterisco significa que el test es robusto y tiene valides al 1%, es decir, que existe el 1% de probabilidad de cometer error.

- Un asterisco señala que los datos son significativos, que el test tiene valides al 5%, es decir, hay una probabilidad de error del 5%.

- No tienen asterisco quiere decir que los datos no son significativos.

El último número que se muestra en cada fila (172) corresponde a la cantidad de sujetos que entregaron la información solicitada; en la tabla se observa dos estudiantes que no registraron sus notas ni la nota de predicción y que corresponde con el número 170 de dicha tabla.

En el presente estudio los datos que más interesan son los que corresponden a la correlación presentada entre el Hanna total y las otras variables, las que a continuación se analizaran:

Cabe aclarar antes que el Hanna total consta de un promedio entre la medición del Hanna y las notas registradas por los estudiantes; su correlación con las notas del estudiante es altísima (0,7) y por lo tanto el instrumento es un mejor predictor que si se considera la sola variable Hanna correlacionada con las notas (0,4).

Se considera importante destacar que la variable notas en las asignaturas como auto reporte del alumno obtuvo una correlación positiva con las puntuaciones del test de pronóstico en álgebra, la variable Hanna Total.

Si bien la prueba Hanna mide la habilidad algebraica del estudiante, hay que considerar que a la vez este estudiante tiene también ciertas ideas respecto a su propio desempeño frente a las matemáticas; la relación de ambos datos hacen del instrumento un mejor predictor.

Es posible observar que al relacionar el Hanna total con la variable apoyo se obtiene una correlación de 0,258 lo que está muy por bajo la media establecida (0,5) de manera que su asociación respecto de la predicción al éxito o fracaso en álgebra es mínima. Sin embargo, cabe destacar que el dato presenta dos asteriscos lo que quiere decir que es un dato muy significativo, puesto que su probabilidad de error es poca, de manera que la información que aporta es verdadera.

Por otra parte la variable gusto correlacionada con la variable Hanna total alcanzó un 0,323 y correlacionada con la variable habilidad alcanzó un 416, lo que evidencia una mayor influencia de las variables internas ,por sobre las variables externas, en el éxito o fracaso en el álgebra.

En conclusión es factible expresar que si bien ambos factores, internos y externos, están asociados con el éxito o fracaso en el álgebra, los datos obtenidos en el presente estudio arrojan una mayor relación con los factores internos, especialmente con la variable habilidad por sobre la variable gusto que también es un factor interno.

Por tanto si hubiera que jerarquizar las variables de acuerdo al mayor a menor grado de asociación con el éxito de los estudiantes el orden seria el siguiente: habilidad, gusto, calidad y apoyo.

Conocido el mayor grado de asociación entre los factores internos y el éxito en el álgebra y sabiendo que la formación profesional, pone al alcance del docente el poder diseñar actividades pedagógicas más interesantes, para fomentar el gusto y habilidad por las matemáticas se plantea entonces de ahora en adelante el desafío de llevarlo a la práctica.

IV.4. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS OBTENIDOS DE LOS INSTRUMENTOS Y LOS DE LA PRUEBA SIMCE

A continuación se presenta una tabla que expone los resultados SIMCE alcanzados por los establecimientos educacionales intervenidos y los puntajes arrojados por la aplicación de los instrumentos

PROMEDIOS SIMCE POR ESTABLECIMIENTO

Dependencia del establecimiento educacional	RBD	Hanna	Notas	H.-Total	Gusto	Habilidad	Apoyo	Calidad	SIMCE Mat. 4° 2012
1- Municipal	9437-4	25	5,5	52	3,1	2,86	3,37	3,35	249
2- Municipal	9414-5	19	6,0	49	3,52	2,97	3,95	3,74	272
3- Municipal	9421	17	5,2	43	3,57	3,28	3,85	3,58	251
4- Subvencionado	9502	23	6,0	53	3,89	3,44	3,43	3,3	255
5- Subvencionado	9536	23	5,1	49	3,2	3,13	3,57	3,47	265
6- Subvencionado	9547	25	5,8	51	3,64	3,21	4,32	3,65	233
7- Subvencionado	11909-1	16	5,2	43	3,11	3,01	3,66	3,34	236

Es posible observar que:

-De los cuatro establecimientos subvencionado dos de ellos están muy por debajo del SIMCE uno con 233 puntos y el otro con 236 puntos.

-De los tres establecimientos municipales es posible observar que uno de ellos tiene un nivel SIMCE considerado alto con 272 puntos.

Además es posible observar que hay tres establecimientos que se encuentran alrededor de los 250 puntos, y por lo tanto están en la media; dos muy bajos, que son aquellos que resaltan con color rojo. Coincidentemente, y contrario a lo esperado, ambos establecimiento son subvencionados y el tercer subvencionado tiene un puntaje aproximado a dos de los establecimientos municipales.

El análisis de la tabla muestra que el primer establecimiento de dependencia municipal, alcanzó 249 puntos en la prueba SIMCE, lo que esta escasamente por debajo de la media nacional. Además es posible observar que en todas las variables relacionadas con la percepción de los estudiantes este establecimiento es el que arrojado los peores datos, aunque en el Hanna total es el segundo mejor y en la variable Hanna es uno de los mejores.

El segundo establecimiento de dependencia municipal en los resultados de SIMCE logro el más alto puntaje, alcanzando 272 puntos; y según la percepción de los niños de este estudio, en dicho establecimiento es donde se da el mayor puntaje en cuanto a la calidad de las clases de matemáticas (3,74) y también en relación al apoyo dado durante las clases (3,95) aunque no es el mejor porque hay otro establecimiento que lo supera.

El tercer establecimiento de dependencia municipal se encuentra alrededor de la media nacional estipulada en el SIMCE con 251 puntos. Con respecto a las demás variables este establecimiento también se mantiene en un término medio, según la percepción de los estudiantes que componen la muestra de esta investigación.

Asimismo es posible ver que el cuarto establecimiento es en el que los estudiantes reflejan tener un mayor grado de gusto (3,44), aunque el apoyo percibido por ellos es bajo (3,43) y los resultados del SIMCE (255) se aproximan a la media nacional (250). En cuanto a las notas de los estudiantes se observa que el establecimiento tiene los mejores puntajes Hanna total (53).

El quinto de dependencia subvencionado tiene el segundo mejor resultado SIMCE, alcanzando 265 puntos y ubicándose, según la percepción de los estudiantes, en la media respecto de los datos de las otras variables analizadas.

Donde sienten mayor apoyo los estudiantes (4,32) es en el sexto establecimiento en el Hanna total les fue muy bien (51), sin embargo es evidente que no existe una diferencia significativa a favor de los establecimientos subvencionados entre estos establecimientos y los municipales, sino que muy por el contrario llama la atención que es precisamente en este tipo de establecimientos donde se obtienen los peores resultados en la prueba SIMCE alcanzando 233 puntos. Esto puede deberse – entre otras causas- a una no selección de estudiantes para el ingreso y matricula de los mismos o a una carencia de los contenidos mínimos obligatorios necesarios para el nivel. Si así fuera es de esperarse que en la medida en que se mejoren las condiciones antes mencionadas se obtengan mejores resultados en el SIMCE lo que podrías ser tema de estudio para futuras investigaciones.

En cuanto al puntaje Hanna se observa que el último establecimiento de dependencia subvencionado, obtiene un bajo puntaje en el Hanna total (43) y también en los resultados de la prueba SIMCE (236).

IV.5. CONCLUSIONES FINALES

Este estudio alcanzó los objetivos propuestos. En primer lugar se lograron identificar los factores que están mayormente asociados en el álgebra al éxito o fracaso en el test de Hanna.

En segundo lugar se esclareció un conocimiento útil para los profesores para así mejorar la enseñanza y los aprendizajes en la iniciación al álgebra escolar.

Se generó el instrumento para identificar si el gusto por las matemáticas, habilidad en el uso de las letras, el apoyo del profesor y la calidad en las clases influyen en el aprendizaje del álgebra.

Se determinó el grado de asociación entre los factores externos e internos y el resultado obtenido en el test pronóstico de algebra. Por lo que el estudio se hizo de dos formas. En primera instancia fueron comparados los datos del cuestionario y posteriormente fueron comparados los datos del test pronóstico entre los grupos de alumnos conformados por estudiantes de 6° año básico. Luego se examinó el grado de correlación entre los resultados en el test pronóstico y el puntaje obtenido en el cuestionario.

Finalmente se determinó el grado de asociación entre los datos obtenidos de la aplicación de los instrumentos y el resultado en las pruebas SIMCE de cada uno de los establecimientos intervenidos.

Los hallazgos más importantes del estudio indicaron que el pronóstico en el éxito en álgebra está asociado a factores internos y externos, aunque se observa un fuerte grado de asociación entre el test pronóstico en álgebra y los factores internos de los que, según la percepción de los estudiantes, la habilidad prima sobre el gusto. En cuanto a los factores externos, según la percepción de los estudiantes, se observa una asociación más significativa con la variable apoyo que con la variable calidad, es decir, se confirma la hipótesis planteada en el estudio, ya que las correlaciones obtenidas fueron todas positivas, de las cuales la correlación superior obtenida se da con factores externos.

Sin embargo, en cuanto a la presunción de que a los establecimientos educativos subvencionados les ira mejor en los resultados arrojados por el Test de Orleans Hanna que aquellos establecimientos municipalizados no se confirma la última de las hipótesis planteadas a comienzos del estudio.

En cuanto a los índices de coeficiente de Cronbach relativos a las variables externas, es observable que el apoyo (0,258) en correspondencia con la calidad de las clases (0,272) obtiene 0, 691. Evidentemente la calidad de las clases impartidas por el docente es la variable que refleja mayor peso, pero esta combinada con el apoyo dado por el docente posee aún más peso que cada una de las variables mencionadas por si solas.

Como ya fue expuesto-en el capítulo III, Marco Metodológico- la técnica estadística aquí ocupada es de correlaciones, lo que implica que en las nueve preguntas existe una correspondencia, las nueve preguntas miden la misma variable y es por lo mismo que cada una de las afirmaciones se apoyan entre sí, por lo que los puntajes indican que este estudio tiene consistencia interna elevada, es robusto, es fuerte.

Por lo tanto y como ya se expresó la variable apoyo es consistente y es esta una de las variables más cercanas al rol del docente, lo que es importante en para esta tesis ya que en didáctica es fundamental el desempeño docente.

La percepción del estudiante con respecto a la variable apoyo que brinda el docente y los resultados de ésta variable correlacionados con la variable Hanna total obtiene 0,258. No obstante la variable apoyo correlacionados con la variable calidad de la enseñanza (0,69) se encuentran más cercanas, razón por la cual ambas variables se medirán juntas. Por lo tanto se hablara de la variable del profesor, la que se conformara de dos componentes (apoyo y calidad).

Ahora bien, la relación entre la variable profesor y estudiante es fuerte (0,2), lo que a su vez incide en el estudiante, pero esto tiene un tope, ya que aunque un docente tenga una gran capacidad de enseñanza y por más que le provea cuantioso apoyo al estudiante no se solucionara los problemas de fracaso de los estudiantes.

En definitiva es factible señalar que interesa la variable profesor, pero que lo verdadero es que ninguna de las variables por si solas lograra una éxito de los estudiantes, sino que es la combinación de ambas lo que propiciara tal finalidad.

Por consiguiente este estudio aporta en el sentido de evidenciar que tanto las variables del estudiante, como las variables del profesor son importantes, que ambas inciden en el éxito de los estudiantes.

El 12% de la variación puede ser atribuida al docente. Ya que si el profesor da apoyo y es de buena calidad la clase ya tiene un 12% de probabilidad de lograr éxito de los estudiantes, lo que sumado a otras variables aumentara la predicción.

Ya se analizó que el profesor incide, aunque no totalmente, y que el gusto (0,32) del estudiante y la habilidad en el uso de las letras (0,416) provee de 40% de los factores que explican el éxito del estudiante.

Por otra parte se evidencia que de la totalidad de las variables que están relacionadas con el Hanna los conocimientos previos (representados a través de las notas del estudiante) son los que explican el 20% del éxito del estudiante. Es decir que si un estudiante A que ha obtenidos notas altas y otro estudiante B que ha obtenidos notas altas, al término del año el estudiante A posee mayores probabilidades de que le vaya mejor que al estudiante B.

IV.6. DEBILIDADES Y FORTALEZAS DEL ESTUDIO

IV.6.1. Debilidades del estudio

- El enfoque de este estudio no está centrado totalmente en la didáctica, ya que la didáctica se basa en el triángulo didáctico, compuesto por el estudiante, que aprende; el representante de la institución, que facilita el saber (que puede ser el docente, los textos escolares, el curriculum, etc.) y el saber.

En base a lo recientemente expuesto es posible comentar que este estudio aunque si se encuentra centrado en el estudiante y en la matemática, no lo está para con el representante o el trabajo del docente, por ende se encuentra débil en esta faceta.

Consecuentemente las variables estudiadas corresponden a dos variables internas -propias del estudiante- (gusto y habilidad) y dos variables externas (apoyo del profesor y calidad de las clases realizadas por él) y es justamente en estas dos variables externas en donde es posible observar el rol docente.

Considerando que esta es una tesis que se llevó a cabo dentro del marco de programa de didáctica, es justamente en una de estas tres facetas (docente) en donde está más débil el presente este estudio.

IV.6.2. Fortalezas del estudio

- Esta tesis tiene datos con alta confiabilidad, es decir, que los datos son robustos
- Las preguntas de investigación planteadas al comienzo de este estudio fueron respondidas.

IV.7. IMPLICANCIAS PARA LA ENSEÑANZA

A consecuencia de los resultados obtenidos y analizados es posible señalar que: “si un docente lograr desarrollar un alto grado de gusto por las matemáticas en los estudiantes, reportará mayor beneficio que si -este mismo docente- se preocupara solamente de brindarle el apoyo necesario en cuanto a los conocimientos. Por lo tanto si el docente se esfuerza por potenciar el gusto por las matemáticas en estos estudiantes, obtendrá mayor beneficio que si se dedicase a solo brindarle apoyo. En consecuencia si además de apoyar a los estudiantes, los docentes nos preocupáramos por desarrollar el gusto podríamos obtener mayores logros”.

IV.8. RECOMENDACIONES

Es digno tener en consideración que este estudio provee una vasta base empírica y teórica con respecto a las variables que podrían afectar el rendimiento de los alumnos de álgebra en 6° año de Educación General Básica, ya que forma parte de un estudio más amplio en esa dirección, para el cual los datos aquí obtenidos y analizados son fundamentales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

*Artículo elaborado en el marco de investigación financiada por la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile.

Alurralde, F. & Ibarra L. (s/f). *El uso de las letras en álgebra: Análisis de una evaluación de estudiantes de primer año de ingeniería*. http://www2.famaf.unc.edu.ar/rev_edu/documents/vol_22/pro_Alurralde_tra.pdf

Enfedaque, J. (1990). *De los números a las letras.* Revista semanal SUMA 5. (pp.23-34) Disponible en http://revistasuma.es/IMG/pdf/5/023-034.pdf 28/08/2013, 22:30 hrs.

García, M. (2009), Álgebra: Notación, historia y aplicaciones; Granada. Información recuperada de http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_21/MARIA_ALFONSO_1.pdf

García –Pelayo y Gross, R. (Ed). (1994). Pequeño Larousse ilustrado (5ª ed., Vol.3, pp. 48). México: Ediciones Larousse.

Hanna, G. S. (1998). *Hanna Orleans Algebra Prognosis Test* (3rd Ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Education.

Hart, M. (1981), *Children´s Understanding of MATHEMATICS: 11 ~ 16 - COMPRENSIÓN DE LOS NIÑOS DE LAS MATEMÁTICAS*. Londres: Editorial Jhon Murray. Capítulo 8; Algebra (pp. 102 – 119)

Haylock, D. (2001). *Mathematics Explained for Primary Teachers*, Chapman; Londres: Editorial Paul. (Capítulo 20, pp. 209 – 220)

Juárez, J. (2011). *Dificultades en la interpretación del concepto de variable en profesores de matemáticas de secundaria: un análisis mediante el modelo 3UV* Revista NÜMEROS, (Volumen 76, marzo de 2011, pp. 83–103). Recuperada de http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3439069 http://www.mineduc.cl/, información extraída el día27/05)2014 a las 16:15 hrs.

Manterola, M. (2003). *Psicologia Educativa: Aplicaciones en la Sala de Clases*, Universidad Silva Henríquez, Santiago de Chile.

Martínez – Sierra, G. (2010). *Los estudios sobre los procesos de convención matemática: Una síntesis metódica sobre la naturaleza de sus resultados*. Relime volumen 13 (4 –II), Diciembre del (pp. 269 – 280).

Ministerio de Educación de Chile. (2013, 28 de Agosto). Recuperado de http://www.mineduc.cl/, información extraída, a las 22:30 hrs.

Mooney, C. Briggs, M. Fletcher, M. McCullouch, J. (2002). *Qualified Teacher Status* (*QTS*). Capítulo 8; Algebra, Progression and Misconceptions. (pp. 70 - 77) Glasgow, Inglaterra: Editorial Learning Matters.

Mooney, C., Ferrie, L., Fox, S., Hansen, A. and Wrathmell, R. (2002). *Qualified Teacher Status* (*QTS*). Capítulo 3; Algebra, equations, functions and graphs. (p. 40-61) Glasgow, Inglaterra. Editorial Learning Matters;

Morales, L. Díaz, J. (2003). *Concepto de variable: Dificultades de su uso a nivel universitario.* Reporte de Tesis de Maestría. Departamento de Matemáticas. Universidad de Sonora. Disponible en: http://www.semana.mat.uson.mx/MemoriasXVII/XIII/lina.pdf

Program for International Student Assessment (Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes) PISA. Disponible en: http://www.oecd.org/pisa. Información recuperada el día 28/08/2013, 22:30 hrs.Polya G. (1965) *Como plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.
Reed, R, (1978). *The relationship between the level of cognitive development and success in firts-year algebra*. Unpublished doctoral dissertation, University of Southern California.

Rojano, T. (1994). *La matemática escolar como lenguaje. Nuevas perspectivas de investigación y enseñanza*. Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN, México.

Sistema de Medición de la Calidad de la Enseñanza. Disponible en www.simce.cl información recuperada el día 28/08/2013, 22:30 hrs.

Socas M.; Camacho, M.; Hernández. (1996). *Iniciación al algebra*. Madrid, España: Editorial Síntesis.

Trends in International Mathematics and Science Study (El Estudio de las Tendencias en Matemáticas y Ciencias).TIMSS Disponibles en www.agenciaeducacion.cl/timss-estudio-internacional-de-tendencias información extraída el día 28/08/2013, 22:30 hrs.

Villagrán, E. (1996). *Construcción y validación relativa de un test pronóstico en álgebra para el primer año de enseñanza media*. Tesis no publicada para optar al grado de Magíster en Educación con mención en psicología. Copiapó. Universidad de Atacama.

Wikipedia www.wikipedia.org información extraída el día 28/08/2013, 22:30 hrs.

CAPÍTULO V

ANEXOS

VI.1.SUGERENCIAS PARA UN BUEN APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA

El texto ´Cumplimiento de los estándares profesionales para QTS´ bajo el apartado ´Conocimiento y la comprensión´ agrega sugerencias a considerar, algunas de las cuales se exponen a continuación:

1.- Utilizar el juego “¿Cuál es mi regla?”. El estudiante puede llegar a formular generalizaciones verbales y luego simbólicas.

2.- Mediante el uso de tablas el estudiante puede reforzar la generalización de patrones de una secuencia numérica explicitada.

3.- Otras ayudas para desarrollar el conocimiento algebraico en el estudiante son: ordenar los resultados en una tabla dada, descubrir la generalización secuencial (regla de arriba abajo), hacer predicciones respecto del resultado de un número grande, establecer la generalización global en forma verbal y simbólica.

4.- Ayudar al estudiante a evitar el uso de las letras como representación o abreviación de objetos o números específicos.

5.- Entender que una letra en álgebra es una variable, entendida ésta como cualquier número.

6.- Repasar el significado del signo igual como una relación de equivalencia o “Es lo mismo que…”

7.- Explicitar las estructuras subyacentes de los problemas a través de preguntas dadas.

8.- Conocimiento y utilización de algunas convenciones como la precedencia de operadores (como la prioridad dada frente a las operaciones de multiplicaciones, división, suma y resta.).

VI.2. INSTRUMENTOS DE RECOLECCION DE INFORMACION

A continuación se adjuntan los dos instrumentos aplicados para la recolección de los datos necesarios para el presente estudio.

VI.2.1. VERSIÓN EN ESPAÑOL DEL TEST DE ORLEANS HANNA

MANUAL DE INSTRUCCIONES PARA ADMINISTRAR EL TEST

Test Predictivo de Álgebra Orleans-Hanna.

1) Los materiales consisten en los folletos, las hojas de respuestas, las claves de las respuestas, las hojas de registros, el presente manual, la hoja de informe personal.

2) Antes de administrar el test el examinador debe familiarizarse los materiales: La sección del cuestionario debe ser totalmente respondida. Los alumnos deben registrar las notas obtenidas en los informes de notas semestrales más recientes en cada una de las cuatro asignaturas y la nota que ellos piensan van a obtener en la unidad o curso de álgebra. El examinador debiera a usar su juicio para ayudar a los alumnos a completar la información. Si el alumno no recuerda la nota debe permitírsele que él la estime, sin que se intente verificar.

El examinador debe previamente cuidar que hayan condiciones físicas satisfactorias: suficiente espacio, luminosidad y ventilación.

El examinador debe prever 10 a 15 minutos para distribuir las hojas de respuestas y los lápices, completar la información personal y el informe de notas.

El examinador debe tener este manual; folletos, lápices, gomas, sacapuntas y hojas de borrador, además un reloj.
Cada alumno debe tener dos lápices n°2, goma, folleto, hoja de respuesta y hoja de borrador para cálculos.

3) El examinador debe leer en voz alta y tono natural el texto en negrillas. Observe que los alumnos estén sentados confortablemente, tengan lápiz y goma.

Diga: Hoy realizarán un test para ver cuán bien les podría ir en la unidad de álgebra. Se le entregará a cada uno una hoja de respuesta. No hagan marcas en ellas hasta que se les indique.

Distribuya las hojas de respuesta.

Diga: Mantengan por favor la hoja de respuesta lo más limpia posible. No hagan marcas, salvo las que les indique. Para responder carga bien el lápiz, si se quiebra la punta pida otro lápiz.

Mira el recuadro superior izquierdo de la hoja. Completa la información. Escribe tú nombre y apellido y el resto de la información. Hazlo rápido pero que sea claro.

Mientras los alumnos llenan la información ayude a quienes lo requieran.
Es útil tener dibujado en la pizarra un esquema de la hoja de respuesta con la información, salvo el nombre y la fecha de nacimiento. Espere que completen la parte de identificación.

Diga: Ubica la parte correspondiente al informe de nota (MUÉSTRALO). Completa la información según las notas que obtuviste en el último semestre en las asignaturas de Matemáticas, Ciencias Naturales, Castellano, y Ciencias Sociales. Por ejemplo si el año pasado obtuviste un promedio de 5,2 en Castellano, debes anotar 5,2 en el recuadro correspondiente.

Muestre un ejemplo en la pizarra, anotando 5,2.

Diga: ¿Alguna pregunta? (PAUSA). En la última fila completa con la nota que tú crees que obtendrás en álgebra a fin de año. Por supuesto que no se sabe que nota obtendrás, sólo se te pide que hagas una estimación de la nota que podrías obtener.

Mientras los alumnos trabajan verifique que completen las cinco notas. Es imperativo que completen toda la información de esta parte.

Diga: Ahora les entregaré una hoja para sus cálculos y un folleto no lo abran hasta que se les indique.
Reparta las hojas y los folletos, luego

Diga: Abre el folleto y lee las instrucciones en silencio mientras las leo en voz alta.

Instrucciones: Este test te ayuda a ver en qué medida te será fácil aprender álgebra. El test contiene 9 lecciones de álgebra, finalizando cada una de ellas con una prueba. Y en la última página, se presenta una prueba global. Tendrás 40 minutos para estudiar las lecciones y responder las pruebas. Estudia cada lección antes de empezar la prueba correspondiente. Después de terminar una prueba, continúa inmediatamente con la siguiente lección. En cualquier momento puedes volver a las lecciones anteriores para aclarar dudas. Si terminas todas las pruebas antes del tiempo indicado, vuelve atrás y revisa tu trabajo. No ralles ni hagas marcas en este folleto. Para hacer tus cálculos usa la hoja borrador. Desarrolla cada pregunta; luego selecciona la alternativa que estimes correcta y márcala en la hoja de respuestas, rellenando el círculo correspondiente. Marca sólo una opción por pregunta.

Pon atención al ejemplo.
Pausa mientras los estudiantes leen el ejemplo.
Puesto que 2 por 3 es igual a seis, la letra "C" ha sido ennegrecida en la hoja de respuestas. ¿Hay alguna pregunta? (PAUSA).

Si no estás seguro de cuál es la respuesta correcta elige la opción que más te parezca. No dejes preguntas sin contestar. No te detengas mucho tiempo en ninguna parte del test. Puedes borrar una respuesta para cambiarla por otra.
Inmediatamente, escriba en la pizarra la hora de inicio. Luego circule entre los alumnos para asegurarse que las instrucciones han sido entendidas. No dé ayuda sobre preguntas específicas del test. Pasado 20 minutos,

Diga: Si aún no has terminado la prueba 5, debes trabajar más rápido para completar el test. Exactamente a los 40 minutos,
Diga: Terminen de trabajar. Dejen sus lápices y cierren el folleto.
Recoja las hojas de respuesta, los folletos y las hojas de borrador.

HOJA DE RESPUESTA DEL
TEST PREDICTIVO DE ALGEBRA

Nombre: ____

Fecha:_________/_____________/_________Curso: __________________

Prueba 1

1	A	B	C	D	E
2	F	G	H	I	J
3	A	B	C	D	E
4	F	G	H	I	J
5	A	B	C	D	E
6	F	G	H	I	J

Prueba 2

7	A	B	C	D	E
8	F	G	H	I	J
9	A	B	C	D	E
10	F	G	H	I	J
11	A	B	C	D	E
12	F	G	H	I	J

Prueba 3

13	A	B	C	D	E
14	F	G	H	I	J
15	A	B	C	D	E
16	F	G	H	I	J
17	A	B	C	D	E
18	F	G	H	I	J

Prueba 4

19	A	B	C	D	E
20	F	G	H	I	J
21	A	B	C	D	E
22	F	G	H	I	J
23	A	B	C	D	E
24	F	G	H	I	J

Prueba 5

25	A	B	C	D	E
26	F	G	H	I	J
27	A	B	C	D	E
28	F	G	H	I	J
29	A	B	C	D	E
30	F	G	H	I	J

Prueba 6

31	A	B	C	D	E
32	F	G	H	I	J
33	A	B	C	D	E
34	F	G	H	I	J
35	A	B	C	D	E
36	F	G	H	I	J

Prueba 7

37	A	B	C	D	E
38	F	G	H	I	J
39	A	B	C	D	E
40	F	G	H	I	J
41	A	B	C	D	E
42	F	G	H	I	J

Prueba 8

43	A	B	C	D	E
44	F	G	H	I	J
45	A	B	C	D	E
46	F	G	H	I	J
47	A	B	C	D	E
48	F	G	H	I	J

Prueba 9

49	A	B	C	D	E
50	F	G	H	I	J
51	A	B	C	D	E
52	F	G	H	I	J
53	A	B	C	D	E
54	F	G	H	I	J

Prueba Global

55	A	B	C	D	E
56	F	G	H	I	J
57	A	B	C	D	E
58	F	G	H	I	J
59	A	B	C	D	E
60	F	G	H	I	J

Versión en español del test de pronóstico en álgebra de los autores Gerald S. Hanna y Joseph B. Orleans
Traducido por Eduvina Villagrán Campos
Departamento de matemáticas
Universidad de La Serena

MANUAL DE INSTRUCCIONES PARA ADMINISTRAR EL TEST

Instrucciones

Este test te ayuda a ver en qué medida te será fácil aprender álgebra. El test contiene 9 lecciones de álgebra, finalizando cada una de ellas con una prueba. Y en la última página, se presenta una prueba global. Tendrás 40 minutos para estudiar las lecciones y responder las pruebas.

Estudia cada lección antes de empezar la prueba correspondiente. Después de terminar una prueba, continúa inmediatamente con la siguiente lección. En cualquier momento puedes volver a las lecciones anteriores para aclarar dudas. Si terminas todas las pruebas antes del tiempo indicado, vuelve atrás y revisa tu trabajo. No ralles ni hagas marcas en este folleto. Para hacer tus cálculos usa la hoja borrador.

Desarrolla cada pregunta; luego selecciona la alternativa que estimes correcta y márcala en la hoja de respuestas, rellenando el círculo correspondiente. Marca sólo una opción por pregunta.
Pon atención al ejemplo.

EJEMPLO: 2•3 es igual a
A l
B 5
C 6
D 8
E ninguna de las anteriores.

Puesto que 2•3 = 6, la letra "C" ha sido ennegrecida en la hoja de respuestas.

Si no estás seguro de cuál es la respuesta correcta, elige la opción que más te parezca. No dejes preguntas sin contestar. No te detengas mucho tiempo en ninguna parte del test. Puedes borrar una respuesta para cambiarla por otra.

Lección 1

Instrucciones: Estudia esta lección y luego responde la prueba.
(1) 2d significa 2•d. (Observa que el signo de multiplicación se omite). Si d=12, entonces 2d es igual a 2•12, es decir 24.
(2) bc significa b•c. Si b=4 y c=5, entonces bc es igual a 4 • 5, o bien 20.
(3) 5ac significa 5•a•c. Si a=2 y c=3, entonces 5ac es igual a 5 • 2 • 3, o 30.

Observa que las letras se utilizan para representar números.
Ahora contesta la prueba 1.

Prueba 1

1. Si c=6 y d=3, entonces 5cd es igual a A 18 B 23 C 33 D 90 E ninguna de las anteriores	4. Si m= $\frac{3}{4}$, entonces 8m es igual a F $\frac{24}{32}$, G 6 H $8\frac{3}{4}$, I $\frac{32}{3}$, J ninguna de las anteriores
2. Si r=8, entonces 10r es igual a F 2 G 8 H 10 I 18 J ninguna de las anteriores	5. Si d=0,5; entonces 20d es igual a A 0 B 20 C 20,5 D 100 E ninguna de las anteriores
3. Si s=0, entonces 5s es igual a A 0 B 5 C 10 D 50 E ninguna de las anteriores	6. Si x=$\frac{2}{3}$ e y = $\frac{3}{4}$, entonces 10xy es igual a F 5 G 10 H 11 $\frac{5}{12}$ I 12 J ninguna de las anteriores

Continúa con la lección 2 →

Lección 2

Instrucciones: Estudia esta lección y luego responde la prueba que sigue.

(1) Una manera corta de escribir 3•3 es 3^2. Luego, 3^2, lo cual significa 3•3, es igual a 9.

(2) Una manera corta de escribir 3•3•3 es 3^3. Luego, 3^3, lo cual significa 3•3•3 igual a 27. Observa la posición del número pequeño, arriba y a la derecha del número grande en 3^2 y 3^3.

(3) Una manera corta de escribir c•c•c es c^3. Si c=2, entonces $c^3 = 2^3$, o 2•2•2, o 8.

(4) Una manera abreviada de escribir g•g es g^2. Si g=5, entonces $g^2 = 5^2$, o 5•5, o 25.

Adelante con la prueba que sigue. Puedes volver a la lección anterior si lo necesitas.

Prueba 2

7. 8^2 es igual a A 6 B 10 C16 D 64 E ninguna de las anteriores	10. Si c=4, entonces c^2 es igual a F $\frac{1}{2}$ G 2 H 6 I 8 J ninguna delas anteriores
8. Si y=2, entonces y^5 es igual a F 7 G 10 H 25 I 32 J ninguna de las anteriores	11. Si w=3, entonces w^4 es igual a A 12 B 27 C 64 D 81 E ninguna de las anteriores
9. Si d=5, entonces d^3es igual a A 8 B 15 C 125 D 243 E ninguna de las anteriores	12. 6^3 es igual a F 9 G 18 H 116 I 216 J ninguna de las anteriores

Continúa con la lección 3→

Lección 3

Instrucciones: Estudia esta lección y enseguida contesta la prueba.

(1) $3k^2$ significa 3 veces k^2, o 3kk. Observa que k está multiplicado primero por sí mismo, y luego el producto está multiplicado por 3.
Si k=5, entonces $3k^2$ (o 3kk) significa 3•5•5, lo cual es igual a 75.

(2) Si y=3, entonces $2y^3$ (o 2yyy) significa 2•3•3•3, lo cual es igual a 54.

(3) $2r^2s$ significa 2rrs. Recuerda que sólo r (no 2r) está multiplicado por sí mismo.
Si r=3 y s=4, entonces $2r^2s$ es igual a 2•3•3•4, lo cual es igual a 72.

Adelante con la prueba que sigue.

Prueba 3

13. Si y=2, entonces $3y^2$ es igual a A 4 B 6 C18 D36 E ninguna de las anteriores	16. Si x=4, entonces $2x^2$ es igual a F16 G32 H 64 I 128 J ninguna de las anteriores
14. Si a=4 y b=3, entonces $5a^2b$ es igual a F 48 G 240 H 720 I 1200 J ninguna de las anteriores	17. Si x=5 e y=2, entonces x^2y es igual a A 10 B 20 C 25 D 100 E ninguna de las anteriores
15. Si c=7 y d=5, entonces cd^2 es igual a A 25 B 70 C 175 D 1221 E ninguna de las anteriores	18. 8ccsss es igual a F c^8 s^8 G $8cs^3$ H $8cs^5$ I c^2s^3 J ninguna de las anteriores

Continúa con la lección 4→

Lección 4

Instrucciones: Estudia esta lección y luego contesta la prueba que sigue.
(1) Si una mujer gana $8 por hora, en siete horas ella ganará 7•$8, o $56.
(2) Si una persona gasta g dólares diarios, en cinco días, gastará, 5 veces g, o 5g, dólares.
(3) Si y es el número de años que ha vivido un hombre, ¿cuántos meses ha vivido? Puesto que el año tiene 12 meses, el número de meses en y años será 12 veces y. Por lo tanto, el hombre ha vivido 12y meses.
(4) Si 10 dólares es el costo de 5 Libros, un libro costará $\frac{10}{5}$-1, o 2, dólares. Asimismo, si c dólares es el costo de b sombreros, entonces un sombrero costará c dólares dividido por b, o $\frac{c}{b}$, dólares.
Adelante con la prueba que sigue
Prueba 4

19. Un niño tiene n años de edad. Su hermana es cuatro veces su edad. La edad de la hermana es A 4 años B n años C 3n años D 4n años E ninguna de las anteriores	22. Carmen cobra x dólares a cada uno de sus 20 clientes. Ella cobrará un total de F 20 dólares G x dólares H $\frac{x}{20}$ dólares I 20 + x dólares J ninguna de las anteriores
20. Si Jorge tipea a una velocidad de x palabras por minuto, entonces en 5 minutos él debiera Tipear: F x palabras G 5 palabras H 5x palabras I $5x^5$ palabras J ninguna de las anteriores	23. Un rectángulo tiene g metros de largo y h metros de ancho. El área del rectángulo en metros cuadrados es A gh B g^2 C h^2 D g + h E ninguna de las anteriores
21. Un auto corre a k kilómetros por hora. La cantidad de kilómetros que va a recorrer en 3 horas es A 3 B k C 3k D 3 + k E ninguna de las anteriores	24. Si un tren recorre k millas en 4 horas, entonces en una hora recorrerá F 4k millas G -4k millas H - $\frac{k}{4}$ millas I $\frac{k}{4}$millas J ninguna de las anteriores

Continúa con la lección 5→

Lección 5

Instrucciones: Estudia esta lección y luego contesta la prueba que sigue.

Los números positivos y negativos, tales como +8 y -3, pueden ser usados para representar ganancias y pérdidas. Un número precedido por un signo + representa una ganancia. Un número precedido por un signo - representa una pérdida. Así, +6 significa una ganancia de 6, y -6 significa una pérdida de 6; -8 significa una pérdida de 8, y +8 significa una ganancia ove de 8.

Por lo tanto:

(1) +6 seguido por +8 significa una ganancia de 6 seguida por una ganancia de 8, o una ganancia total de 14. Esto puede escribirse (+6) + (+8)= +14.

(2) -6 seguido por -8 significa una pérdida de 6 seguida por una pérdida de 8, o una pérdida total de 14. Esto se escribe (-6) + (-8)= -14.

(3) +15 seguido por -9 significa una ganancia de 15 seguida por una pérdida de 9, o una ganancia total de 6. Esto puede escribirse (+15) + (-9)= +6.

(4) -12 seguido por +3 significa una pérdida de 12 seguida por una ganancia de 3, o una pérdida total de 9. Esto puede escribirse (-12) + (+3)= -9.

(5) (-12) + (+9) + (-6) significa una pérdida de 12 seguida por una ganancia de 9, o una pérdida de 3, seguido por una pérdida de 6. El resultado es una pérdida de 9, o -9. Esto se escribe (-12) + (+9) + (-6)= -9.

(6) Igualmente (+0,3) + (+0,2) + (-0,4)= +0,1; y (-2) + (+5) + (-6)= -3.

Adelante con la prueba. Puedes volver atrás si lo necesitas.

Prueba 5

25. (+11) + (-4) es igual a A -15 B -7 C +7 D +15 E ninguna de las anteriores	28. (-4) + (-3) + (-1) = F -2 G 0 H +6 I +8 , J ninguna de las anteriores
26. (-4) + (-9) es igual a F -13 G -5 H +5 I +13 J ninguna de las anteriores	29. (-7) + (+3) + (+2) = A -12 B - 6 C +12 D +42 E ninguna de las anteriores
27. (+0,3) + (-0,8)= A -1,1 B -0,5 C +0,5 D +1,1 E ninguna de las anteriores	30. (+4)+(-3)+(+5)+(-8)+(-6)= F -26 G-8 H -4 I +12 J ninguna de las anteriores

Continúa con la lección 6→

Lección 6

Instrucciones: Estudia esta lección y luego contesta la prueba que sigue.

(1) Cuando se tiene 2 + 3 • 4, primero se debe multiplicar 3• 4, luego al producto se le suma 2.
Primero se realiza la multiplicación y luego se hacen la suma y la resta. Por lo tanto 2 + 3 • 4 es igual a 2 + 12, o 14.
(2) Análogamente, en 3 • 3 + 2, primero multiplicamos 3 •3 para obtener 9. Luego sumamos 9 y 2 para obtener 11.
(3) 5-2•2 es igual a 5 - 4, o 1.
(4) 5 + 2 • 3 - 1 es igual a 5 + 6 - 1, o 10.
(5) 4 • 2 + 3 • 5 es igual a 8 + 15, o 23.
(6) Si y=5, y w=3, entonces ¿A qué es igual $2y^2 - 4w$?
$2y^2 - 4w$ significa 2yy - 4w, o 2•5•5 - 4•3, o 50- 12, lo cual es igual a 38. Por lo tanto, $2y^2 - 4w$ es igual a 38.

Adelante con la prueba que sigue.

Prueba 6

31. 1 + 2 • 3 es igual a A 10 B 11 C13 D 21 E ninguna de las anteriores	34. Si w=5, entonces $3w + w^2 + 2$ es igual a F 35 G 42 H 92 I 96 J ninguna de las anteriores
32. Si y= 7, entonces 2y + 6 • 2 es igual a F26 G 40 H 56 I 168 J ninguna de las anteriores	35. 5^2 - 3 • 4 es igual a A-7 B 13 C37 D 88 E ninguna de las anteriores
33. Si j=3, entonces $2 + j^2$ es igual a A 7 B 9 C 11 D 25 E ninguna de las anteriores	36. Si p=4 y s=7, entonces $3p^2 + 2s$ es igual a F 38 G 62 H 63 I 97 J ninguna de las anteriores

Continúa con la lección 7→
Lección 7

Instrucciones: Estudia esta lección y luego responde la prueba que sigue.

(1) En esta lección, el símbolo f (y) es igual a 2y + 1.

(2) Si y es igual a 3, entonces f (y) es igual a 2 • 3 + 1, lo cual es igual a 6 + 1, o 7.

(3) Si y es igual a 5, entonces f (y) es igual a 2 • 5 + 1, lo cual es igual a 10 + 1 o 11.

(4) Si y=12, entonces f (y) es igual a 2 • 12 + 1, lo cual es igual a 24 + 1, o 25.

Adelante con la prueba que sigue.

Prueba 7

Instrucciones: En esta prueba, f (y) es igual a 2y + 1

37. Si y=10, entonces f (y) es igual a A 10 B 11 C 20 D 21 E ninguna de las anteriores	40. Si y=0, entonces f (y) es igual a F 0 G 1 H 2 I 3 J ninguna de las anteriores
38. Si y=2, entonces f (y) es igual a F 2 G 3 H 4 I 5 J ninguna de las anteriores	41. Si y=100, entonces f (y) es igual a A 100 B 102 C 200 D 202 E ninguna de las anteriores
39. Si y=6, entonces f (y) es igual a A 6 B 12 C 13 D y E ninguna de las anteriores	42. Si $y=5^2$, entonces f (y) es igual a F 11 G 25 H 26 I 51 J ninguna de las anteriores

Continúa con la lección 8→

Lección 8

Instrucciones: Estudia esta lección y luego responde la prueba que sigue.

(1) 2n significa el doble de un número n, o un número que es dos veces el valor de n.
(2) p - 1 significa uno menos que el número p, o p menos uno.
(3) Dos más que cuatro veces un número y puede estar representado por 4y + 2.
(4) Un número q es mayor que 5.
Esta frase puede ser expresada como la frase algebraica q> 5
(5) La suma de un número n y otro número tres veces el valor de n es 48.
Esta frase puede ser expresada corno n + 3n = 48.
(6) La suma de un número s y otro número que es el doble de s, es menor que 17.
Esto puede ser expresado como s + 2s < 17.
Adelante con la prueba que sigue.

Prueba 8

Instrucciones: Seleccione la forma correcta de escribir cada una de las siguientes frases.

43. Cuatro veces un número t es igual a 6. A 4t = 6 B 6t = 4 C t = 10 D t = 24 E ninguna de las anteriores	46. Un número r multiplicado por sí mismo es menor que 25. F r^2 > 25 G r^2 < r H r <25 I r^2 <25 J ninguna de las anteriores
44. Un número u, u veces, es mayor que 3. F u > 3 G > 9 H u^2> 9 I u^2>3 J ninguna de las anteriores	47. Dos veces un número d, es igual al número más cuatro. A 2d = 4 - d B 2d = d + 4 C 4d = 2 D 4d= d+ 2 E ninguna de las anteriores
45. Uno más que un número q es igual a 18. A q + 1 =18 B q - 1 = 18 C q - 18 = 1 D 1 + q > 18 E ninguna de las anteriores	48. Uno menos que el doble de un número x es mayor que cero. F 1 + 2x > 0 G x - 0 >1 H 2x - 1 > 0 I x > 0 J ninguna de las anteriores

Continúa a la lección 9→

Lección 9

Instrucciones: Estudia esta lección y luego responde la prueba que sigue.

(1) 8 minutos sumados a 5 minutos es igual a 13 minutos. De la misma manera, $5x + 8x = 13x$.
(2) 3 juguetes restados de 12 juguetes es igual a 9 juguetes. De la misma manera, $12w - 3w = 9w$
(3) De la misma manera, $4a + 2a = 6a$; $5b^2 - 3b^2 = 2b^2$; $7\ ab + 3ab = 10ab$.
(4) 5 minutos y 4 juguetes no pueden sumarse. Asimismo, la expresión $3a + 4b$ no puede ser escrita en una forma simple.
(5) Sin embargo, la expresión $5a + 4b - 3a + 5b$ puede ser simplificada.
Puesto que $5a - 3a = 2a$ y como $4b + 5b = 9b$, entonces
$5a + 4b - 3a + 5b$ puede escribirse como $2a + 9b$.
(6) $4c^2 + 7c^2 + 3cd - 2cd$ puede ser simplificado a $11c^2 + lcd$.
Adelante con la prueba que sigue.
Prueba 9

Instrucciones: Simplifica cada una de las siguientes expresiones.

49. $7m + 6m$ es igual a A $1m$ B $6m$ C $42m$ D $42m^2$ E ninguna de las anteriores	52. $7x^2 - 2x^2 - 3x^2$ es igual a F $42x^2$ G $12x^2$ H $2x^2$ I $2x^6$ J ninguna de las anteriores ;
50. $4z + 8z - 10z$ es igual a F $-2z$ G $2z$ H $22z$ I 22 J ninguna de las anteriores	53. $6p^4 - 2p^4$ es igual a A $2p^4$ B $4P^4$ C $6p^4$ D $8p^4$ E ninguna de las anteriores
51. $3f+ 3g + 2f + lg$ es igual a A $5f + 4g$ B $-5f - 4g$ C $9fg$ D $9f^2g^2$ E ninguna de las anteriores	54.$2a + 3a + 5b - 2b$ es igual a F $-5a - 3b$ G $5a - 3b$ H $5a + 3b$ I $8ab$ J ninguna de las anteriores

Continúa con la próxima prueba→

Prueba Global

Instrucciones: Esta sección contiene problemas como aquellos de las pruebas anteriores. Puedes volver a las lecciones anteriores si lo necesitas.

55. Si c=5 y n=2, entonces cn es igual a A 3 B 5 C l0 D 25 E ninguna de las anteriores	58. Si w=0,75; entonces 4w es igual a F 3,0 G 4,0 H 4,75 I 300 J ninguna de las anteriores
56. 4 - 1 • 3 es igual a F 1 G 6 H 9 I 2 J ninguna de las anteriores	59. El peso total de n pollos, pesando r kilógramos cada uno, es A $\frac{n}{r}$kilógramos B n kilógramos C $\frac{r}{n}$ kilógramos D r kilógramos E ninguna de las anteriores
57. Si r=5 y s=6, entonces r^2 - 3s es igual a A 4 B 7 C 13 D 17 E ninguna de las anteriores	60. Si f(y) = 2y + 1 y si y= ab, entonces f (y) es igual a F 2ab + 1 G 2a + 2b + 1 H 2a + 2b + 2 I ab + 2 J ninguna de las anteriores

VI.2.2. CUESTIONARIO: "¿CÓMO TE VES EN CLASES DE MATEMÁTICAS?"

Fecha de hoy: ….. de ……………… de ……

RECOGIDA DE INFORMACIÓN

Antes de comenzar, por favor completa los siguientes datos:

Nombre del Alumno (a):____

Promedio en matemáticas (una aproximación de este año con 1 decimal):____________

Fecha de nacimiento: ….. de ……………… de ……

Curso: _______________________

Establecimiento: ________________

¿CÓMO TE VES EN CLASES DE MATEMÁTICAS?

No hay respuestas buenas o malas. Para cada afirmación marca una X bajo el número que representa mejor tu opinión, según las categorías de la tabla siguiente:

1	2	3	4	5
Definitivamente No	Probablemente no	Indeciso	Probablemente si	Definitivamente Si

	¿QUÉ TANTO TE GUSTAN LAS MATEMÁTICAS?	1	2	3	4	5
1	Te gusta resolver situaciones con matemáticas					
2	Resuelves los ejercicios o problemas matemáticos por ti mismo					
3	Solicitas ayuda para resolver problemas matemáticos cuando no lo comprendes					
4	Piensas que las matemáticas interesantes para tu futuro trabajo					
5	Te sientes sin ganas frente al estudio de las matemáticas					
6	Prefiere hacer cualquier cosa antes que estudiar matemáticas					
7	Te cansas rápidamente cuando no comprendes un ejercicio matemático					

8	Crees que las matemáticas son aburridas					
9	Te sientes intranquilo ante a una prueba de matemáticas					
10	Crees que las matemáticas son inservibles en tu vida.					
11	Me niego a pensar en un problema matemático					
12	Te gustan las clases de matemáticas					
13	Crees que puedes superar tus errores en matemáticas					
14	Consideras que las matemáticas son una asignatura importante					

	¿CUÁN FÁCIL TE ES EL USO DE LETRAS EN MATEMÁTICAS?	1	2	3	4	5
1	Tienes habilidad para usar símbolos matemáticos.					
2	Puedes explicar en tus propias palabras los procedimientos para trabajar con letras en matemáticas.					
3	Relacionas correctamente las respuestas con los trabajos con letras en matemáticas					
4	Eres capaz de dar ejemplos numéricos a partir de expresiones matemáticas con letras					
5	Te equivocas en los procedimientos para resolver ecuaciones con números y letras					
6	Crees que no tiene sentido operar con letras en matemáticas					
7	Te es difícil el aprendizaje del trabajo con letras y números en matemáticas					
8	Te cuesta mantener la mente centrada en el aprendizaje de las propiedades de los números y letras					
9	Crees que el trabajo con números y letras en matemáticas es complicado.					
10	Encuentras soluciones novedosas a problemas difíciles con símbolos, letras y números					
11	Piensas sobre las estrategias que puedes utilizar en problemas con letras y números					
12	Analizas los trabajos con letras en matemáticas antes de resolverlos					
13	Al leer identificas la operación a realizar en una situación de trabajo con letras en matemáticas					
14	Tras encontrar el resultado a un trabajo con letras en matemáticas, te es fácil redactar la respuesta de este.					
15	En un problema con letras y números te das cuenta de la operación matemática que debes aplicar					

¿CÓMO HAS SENTIDO EL APOYO EN TUS CLASES DE MATEÁTICAS ESTE AÑO?		1	2	3	4	5
1	Este año puedo participar durante las clases de matemáticas					
2	Este año las actividades en clases de matemáticas nos ayudan a entender					
3	Este año en las clases se promueve que yo haga preguntas					

4	Tengo tiempo suficiente para resolver los problemas en clases de matemáticas este año					
5	Se me enseña este año, en matemáticas, de diferentes maneras si no entiendo					
6	Creo que este año mi profesor sabe en qué me equivoco en matemáticas					
7	Mi profesor espera que aprenda harto este año					
8	Creo que este año mi profesor sabe qué es lo que más me cuesta					
9	Este año no entiendo lo que habla el profesor					
10	Este año el profesor me ayuda cuando me equivoco					
11	Este año mi profesor me ha dado sugerencia acerca de cómo estudiar					

	¿CÓMO VES LA CALIDAD DE CLASES DE MATEMÁTICAS?	1	2	3	4	5
1	Las clases de matemáticas tienen conexiones entre ellas					
2	En clases ocupamos distintos materiales para aprender					
3	Realizamos diferentes actividades para aprender un contenido					
4	Se nos enseña la materia desde diferentes maneras					
5	En clases se dan distintos ejemplos para entender la materia					
6	Durante las clases de matemáticas siempre resolvemos ejercicios					
7	Las explicaciones dadas en clases de matemáticas son claras					
8	Creo que en clases de matemáticas se enseña de manera superficial					
9	Las evaluaciones están relacionadas con lo aprendido en las clases					
10	En cada clase se resume lo aprendido					
11	Se relacionan las materias con otras asignaturas					
12	Se relacionan las materias con la realidad o experiencias nuestras					

VI.3. CARTAS DE AUTORIZACIÓN

VI.3.1. Carta de solicitud de la PUCV

IMA
Instituto de Matemáticas PUCV

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE VALPARAISO

Facultad de Ciencias
Instituto de Matemática
http://ima.ucv.cl
Blanco Viel 596, Cerro Barón, Valparaíso
Casilla 4059, Valparaíso – Chile
Tel. (56-32) 2274001
Fax (56-32) 2274041

VALPARAISO, 18 de Marzo de 2014.

Estimado(a) señor Director(a):

Yo, Carlos Vásquez Ehrenfeld, Director del Instituto de Matemáticas dependiente de la Facultad de Ciencias de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso saluda a usted y le presenta a la Srta. Solange Andrea Leyton González, estudiante del programa de Magíster en Didáctica de la Matemática — que por motivo de la realización de su Tesis de Magíster bajo la supervisión del profesor Raimundo Olfos Ayarza, le visita.

Por medio de la presente, solicita a usted autorice a la profesora Leyton efectuar, durante el presente año, un sondeo a través de la aplicación de dos cuestionarios a estudiantes de 6° Año Básico, en el sector de Matemáticas, específicamente en el área de álgebra. Para esto solicito dos espacios de 45 minutos para la aplicación del test de prognosis del álgebra y para la aplicación de un cuestionario de características del alumno.

La profesora Leyton se compromete a proteger la privacidad e identidad de los sujetos estudiados y la del centro estudiantil garantizando el anonimato de los resultados obtenidos y la utilización de los mismos sólo con fines científicos y pedagógicos. También se compromete a entregar tos resultados para que estos sean usados con los fines que ustedes estimen convenientes.

Sin otro particular, me despido muy cordialmente.

DIRECTOR
INSTITUTO DE MATEMÁTICAS
PUCV

CARLOS VASQUEZ EHRENFELD
Director Instituto de Matemática
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE VALPARAISO

pucv.cl
Av. Brasil 2950
casilla 4059, Valparaíso, Chile
tel:(56-32)2273200 - 2273201
fax (56-32) 2273183

VI.3.2. Carta de solicitud de la Ilustre municipalidad de San Joaquín

San Joaquín Educa
a toda su gente

San Joaquín, 03 de abril de 2014

Estimado (a) Director (a):

Junto con saludar, a través de la presente informo a usted que se ha acercado a esta Dirección de Educación la señorita Solange Leyton González, estudiante del Magister en Didáctica de la Matemática de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, quien solicita autorización para aplicar dos cuestionarios a los estudiantes de 6° año básico en el contexto de su trabajo de tesis.

Esta Dirección de Educación no tiene inconvenientes respecto a dicha solicitud, no obstante la decisión final de autorizar o no la aplicación de los cuestionarios es de cada establecimiento.

En este contexto, agradecemos a usted pueda recibir a la señorita Leyton para conocer los alcances de su solicitud y tomar una decisión al respecto.

Sin otro particular, se despide atentamente,

Verushka Álvarez Valladares

Jefa Técnica
DIREDUC