

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Facultad de Ciencias

Instituto de Matemáticas



**La Mediana, la hermana difícil de las Medidas de  
Tendencia Central: una secuencia didáctica para  
su aprendizaje**

**TRABAJO FINAL PARA OPTAR AL GRADO DE  
MAGÍSTER EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA**

De: Alexis Rodrigo Fuentes Sepúlveda

Profesores Guía:

Romina Menares Espinoza

Elisabeth Ramos Rodríguez

Patricia Vásquez Saldías

2017

## Agradecimientos

A Dios, por permitirme aprender y aprender para enseñar.

A ti, Johanna Coello (nani), que permitiste que este sueño se volviera una realidad. Gracias por tu paciencia y comprensión.

A mis compañeros Pancho y Nicolás, sin duda Dios quiso que nos encontráramos, ¡gracias muchachos!

A los profesores del IMA, su calidad es insuperable. ¡Ahora a poner todo en práctica!

## Contenido

Agradecimientos.....	2
Introducción.....	4
Objeto matemático en el curriculum .....	6
Definiciones de Mediana.....	7
Tratamiento del concepto de Mediana en un texto escolar chileno .....	9
Aspectos históricos y epistemológicos .....	9
Un poco de historia .....	10
La mediana .....	11
Marco teórico .....	12
Plan de clase para trabajar la mediana .....	14
Matemática en juego .....	16
Planificación de clase 1 .....	18
Respuesta experta de la clase N° 1 y estrategias de los alumnos .....	20
Dificultades, errores y devoluciones: clase 1 .....	21
Planificación de Clase 2.....	24
Respuesta experta de la clase N° 2 y estrategias de los alumnos .....	26
Dificultades, errores y devoluciones: clase 2 .....	27
Planificación de clase 3.....	29
Respuesta experta de la clase N° 3 y estrategias de los alumnos .....	32
Dificultades, errores y devoluciones: clase 3 .....	32
La clase del estudio de clases .....	35
Análisis a priori de la clase .....	39
Análisis a posteriori .....	42
Conclusiones de la clase .....	43
Conclusión.....	43
Referencias .....	46
Anexos .....	48
Anexo 1: Tabla de Criterios y categorías .....	48

## Introducción

Este trabajo tiene por objetivo proponer una secuencia didáctica para la enseñanza de las Medidas de Tendencia Central (MTC), poniendo su énfasis en la mediana, destacando sus propiedades y uso en contextos donde se presenten datos muy atípicos dentro de un conjunto de datos.

A través de esta propuesta se espera que los estudiantes de 7° básico sean capaces, no solo de realizar cálculos algoritmos de las Medidas de Tendencia Central (MTC), sino que además puedan utilizar dicha información para usarlo como una herramienta para, por ejemplo, criticar la información que llega a ellos.

Ahora bien, los estudiantes no tienen mayores problemas para realizar el cálculo del valor de las MTC usuales (media, moda y mediana). Pero el problema radica en no saber interpretar lo que dichos valores indican con respecto a los datos de los que proceden (Mineduc, 2015)

Esto coincide, de cierta manera, con lo que plantea Batanero (2000) como “elementos actuativos”, es decir, los procedimientos usados en la solución de problemas, como el cálculo de las MTC, generalmente trabajados de forma algorítmica y en Batanero y Godino (2002) sobre “la representación de los conceptos”, donde se menciona que los alumnos conocen los algoritmos asociados a las MTC, son capaces de reconocer que éstas representan el conjunto de datos, pero no son capaces de usarlas para comparar dos conjuntos de datos o de estimarlas a partir de una representación.

Existen varios antecedentes (Martínez y Huerta, 2016, Reading y Pegg, 1996) que permiten decir que dicho problema no es un hecho aislado, sino más bien se trataría de un fenómeno didáctico.

El propósito de este trabajo tiene que ver con aprender estadística, pero también con que los estudiantes desarrollen otras competencias como saber escuchar, argumentar y comprender los argumentos de otras personas, defender sus posturas para aprobar o desaprobado y, por supuesto reflexionar sobre el trabajo que se realizó.

Se presenta, entonces, una propuesta de secuencia didáctica para la enseñanza de la Mediana, una de las Medidas de Tendencia Central (MTC) trabajadas en séptimo básico tomando como base el objetivo N° 17 de curriculum nacional de Chile (Mineduc 2016) descrito en la siguiente tabla:

*Tabla 1: Objetivo de aprendizaje N° 17 y objetivos de clases*

Objetivo de Aprendizaje N° 17 (Mineduc, 2016)	Mostrar que comprenden las medidas de tendencia central y el rango: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinando las medidas de tendencia central para realizar inferencias sobre la población.</li> <li>• Determinando la medida de tendencia central adecuada para responder un problema planteado.</li> <li>• Utilizándolos para comparar dos poblaciones.</li> <li>• Determinando el efecto de un dato que es muy diferente a los otros.</li> </ul>
---	--

El cual se ha dividido en tres objetivos:

Objetivo de aprendizaje N° 17  
 “Mostrar que comprenden las medidas de tendencia central”

Objetivos de clase:

**Primera Clase:**

Descubrir que la mediana no se altera si hay variaciones grandes en los valores extremos.

**Segunda clase:**

Visualizar en gráficos de barra que la mediana no se altera si hay grandes variaciones en los valores extremos.

**Tercera Clase:**

Discriminar la medida de tendencia central adecuada para responder un problema planteado.

Objetivos de cada una de las clases de la secuencia didáctica.

## Objeto matemático en el curriculum

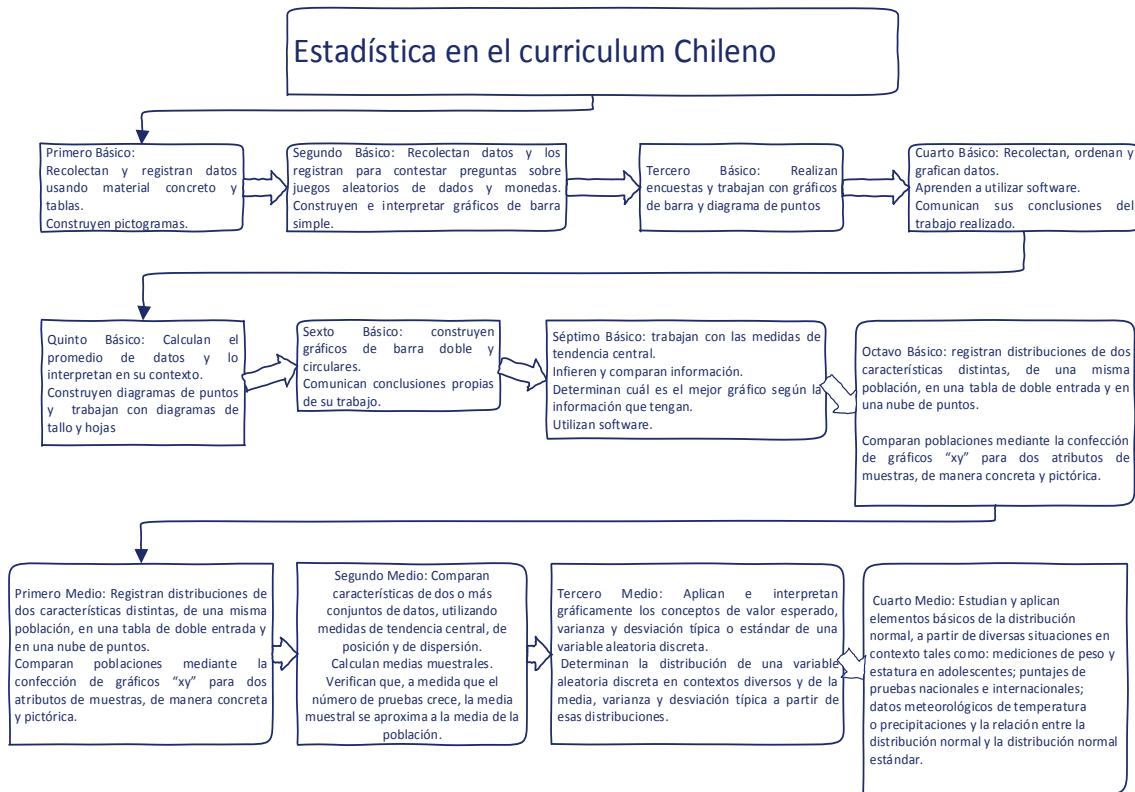


Figura 1. Mapa conceptual del recorrido de la estadística en el curriculum chileno (elaboración propia, basado en los planes y programas del ministerio de educación de Chile).

La estadística propiamente tal, se inserta en el programa bajo el eje denominado “Datos y probabilidades” que comienza en primer año básico y termina en sexto año básico (6 años) y “probabilidad y estadística” que abarca desde séptimo año a segundo medio (4 años). (Mineduc, 2011, 2015)

Desde la educación básica, el curriculum propone desarrollar habilidades de lectura, análisis e interpretación de la información. Por otra parte, se enfatiza la mejora de la habilidad de presentar la información.

La propuesta curricular (Mineduc, 2015), para lograr el aprendizaje de la estadística y, más específicamente, las MTC, dice que es necesario que los estudiantes conozcan y apliquen encuestas y cuestionarios por medio de la formulación de preguntas relevantes, basadas en sus experiencias e intereses, y después registren lo obtenido.

El mismo orden que proponen las bases curriculares, lo trabajan de manera evidente los textos escolares otorgados por el Ministerio de Educación, poniendo énfasis en la progresión de la dificultad en la entrega de contenido, con ejemplos cercanos a la

realidad, que promueven el desarrollo de la habilidad interpretación de gráfico, tablas y MTC.

En el texto de 7º, en cada una de las MTC, se presentan preguntas que dejan una puerta abierta para el estudio de las propiedades de cada una de ellas. Se propone una serie de ejercicios que incluyen un repaso, una práctica guiada, ejercicios de aplicación, de investigación y de argumentación, finalizando el estudio con un par de preguntas de reflexión y refuerzo.

### Definiciones de Mediana

Para definir las MTC desde el saber sabio, se tomó como referencia del saber sabio el texto “Estadística Aplicada” del autor Julián de la Horra Navarro, de la editorial Díaz de Santos (2001).

Definición 1.1 La *media* de las observaciones  $x_1, x_2, \dots, x_n$  es el promedio aritmético de éstas y se denota por

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i/n$$

Definición 1.2. La *mediana* de un conjunto de observaciones es el valor para el cual, cuando todas las observaciones se ordenan de manera creciente, la mitad de éstas es menor que este valor y la otra mitad mayor.

Si el número de observaciones en el conjunto es impar, la mediana es el valor de la observación que se encuentra a la mitad del conjunto ordenado. Si el número es par se considera la mediana como el promedio aritmético de los valores de las dos observaciones que se encuentren a la mitad del conjunto ordenado.

Definición 1.3 La *moda* de un conjunto de observaciones es el valor de la observación que ocurre con mayor frecuencia en el conjunto.

Para la definición escolar se tomó como referencia el texto del estudiante entregado por el ministerio de educación chileno, de la editorial SM.

Se llama **media aritmética** o **promedio** a la cantidad total de la variable distribuida en partes iguales. La fórmula para el cálculo de esta medida de tendencia central es:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Se llama **moda ( $M_o$ )** de un conjunto de datos a la variable que presenta mayor tendencia de ocurrencia.

La **mediana** corresponde al **valor que ocupa el término central** de un conjunto de datos una vez ordenados de menor a mayor o viceversa. Si la cantidad de datos  $n$  es impar, entonces la posición de la mediana está dada por

$$\frac{n + 1}{2}$$

Cuando la cantidad de datos del conjunto es par, la mediana corresponde a la media aritmética de los dos términos centrales una vez que estos se ordenan. (Merino, Muñoz, Pérez y Rupin, 2016, pp. 312, 316, 320)

Al realizar una comparación entre los saberes erudito y escolar, se puede observar que la definición del texto erudito hace siempre referencia a un conjunto de observaciones. Por su parte, la definición del texto escolar sólo alude a un conjunto de datos en los casos de la mediana y la moda, haciendo imprecisa la definición de la media. Además, el texto escolar se refiere, tanto en el caso de la media como en el de la moda, al concepto de variable estadística, pero lo utiliza de manera errónea. En efecto, en la definición de media se habla de “la cantidad total de la variable”, frase que no determina ningún resultado matemático concreto. Similarmente, al abordar la moda, se la define como “la variable que presenta mayor tendencia de ocurrencia”, cuando en realidad se debería hablar del *valor* de la variable que presenta mayor frecuencia.

También es posible criticar la presentación de la media en el texto erudito, puesto que media (aritmética) y promedio aritmético son sinónimos, de modo que la definición resulta tautológica.

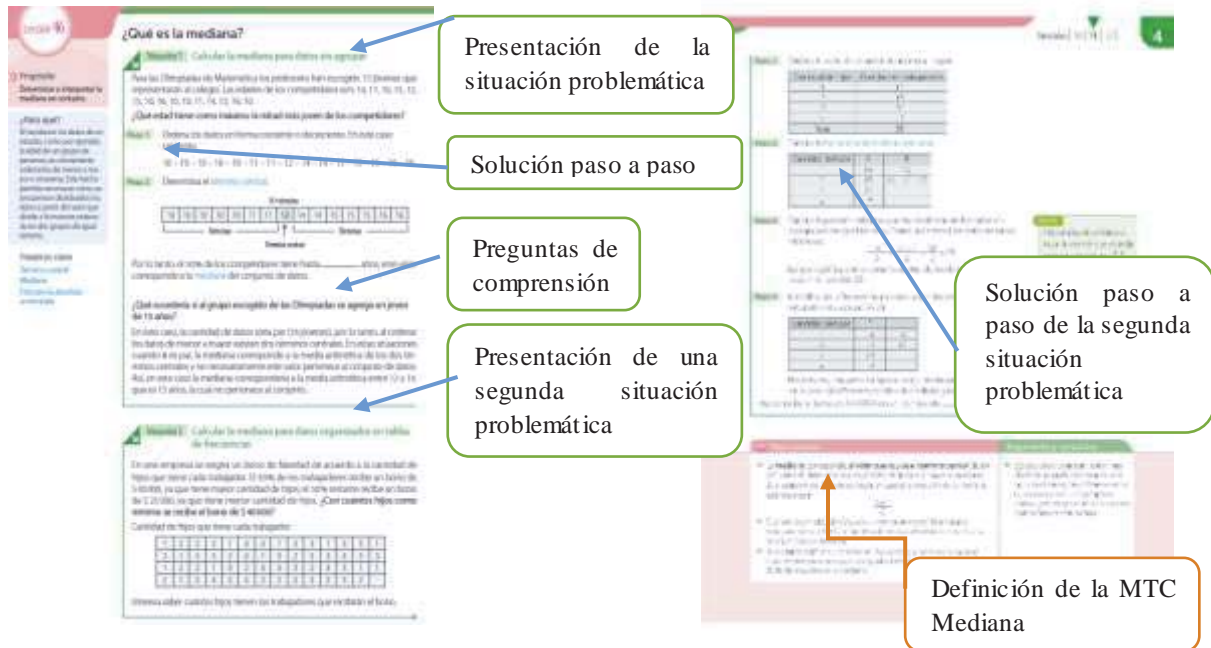
En resumen, la definición del texto escolar analizado adolece de imprecisiones que no están presentes en el texto erudito. El texto erudito, por otra parte, ofrece una definición de media que poco ayuda a la comprensión del concepto.



## Tratamiento del concepto de Mediana en un texto escolar chileno

La propuesta de trabajo presentada en el texto comienza presentando una situación problemática, además de la solución paso a paso; entrega también algunas de sus características a manera de preguntas, lo que permite al alumno entender mediante el hacer y no meramente memorizar.

Inmediatamente después de la solución a la situación planteada, el texto presenta una nueva de mayor complejidad. Dando, al final de la página, la definición del objeto matemático.



The image shows a page from a mathematics textbook with several callout boxes pointing to specific parts of the text:

- Presentación de la situación problemática:** Points to the initial problem statement: "¿Qué es la mediana?" and "Calcula la mediana para datos en Agrupación de Frecuencias".
- Solución paso a paso:** Points to the step-by-step solution process.
- Preguntas de comprensión:** Points to comprehension questions like "¿Qué edad tiene como máximo la mitad más pobre de los competidores?".
- Presentación de una segunda situación problemática:** Points to a second problem: "Calcula la mediana para datos en Agrupación de Frecuencias".
- Definición de la MTC Mediana:** Points to the formal definition of the median at the bottom of the page.
- Solución paso a paso de la segunda situación problemática:** Points to the solution for the second problem.

Figura 2: definición de mediana desde el texto escolar (texto del estudiante matemática, 2017)

## Aspectos históricos y epistemológicos

En el libro de “Números”, cuarto libro de la Biblia escrito por Moisés, encontramos lo siguiente respecto de un censo que Dios ordena ejecutar:

“Moisés y Aarón censaron a los levitas, tal como el Señor mismo se lo había ordenado. El total de los levitas mayores de un mes censados por clanes llegó a veintidós mil.

El Señor le dijo a Moisés: «Haz un censo de todos los primogénitos israelitas mayores de un mes, y registra sus nombres» (Números 3:39 y 40 NVI)

Si bien Moisés realiza el censo para saber la cantidad de hombres en edad de portar armas, podemos ver que la estadística ha estado presente desde tiempos remotos, pero ha recibido la categoría de ciencia muy recientemente.

El profesor Luis Guillermo Jaramillo Echeverri, escribió, en el año 2003, un trabajo titulado “¿Qué es Epistemología? Mi mirar epistemológico y el progreso de la ciencia” donde hace referencia a dos investigaciones:

La primera dice relación con lo que dice Piaget sobre epistemología, un estudio progresivo de los estados de menor conocimiento a los de mayor conocimiento apuntando al proceso de cambio de un estado a otro.

La segunda investigación apunta al significado del término epistemología, El cual, dice, que deriva del término griego “episteme” que significa conocimiento y es una rama de la filosofía que se ocupa de todos los elementos que procuran la adquisición de conocimiento e investiga los fundamentos, límites, métodos y validez del mismo.

Se menciona también en esta investigación que la epistemología hace un recorrido por la historia del sujeto respecto a la construcción del conocimiento científico. Es aquella epistemología que estudia la génesis de las ciencias; que escudriña cómo el ser humano ha transformado o comprendido su entorno por la vía de métodos experimentales o hermenéuticos en el deseo o necesidad de explicar fenómenos en sus causas y en sus esencias (Jaramillo, 2003).

¿Para qué relacionar la epistemología con la génesis de los conocimientos científicos? Esto, según el autor, “permite reconocer en ella los diferentes alcances que tienen este tipo de conocimientos en las instituciones de una sociedad, los saberes ideológicos de la época, y el impacto y transformación cultural causado por un conocimiento objetivo que a veces se abstrae de la realidad” (Jaramillo, 2003, p. 2).

### Un poco de historia

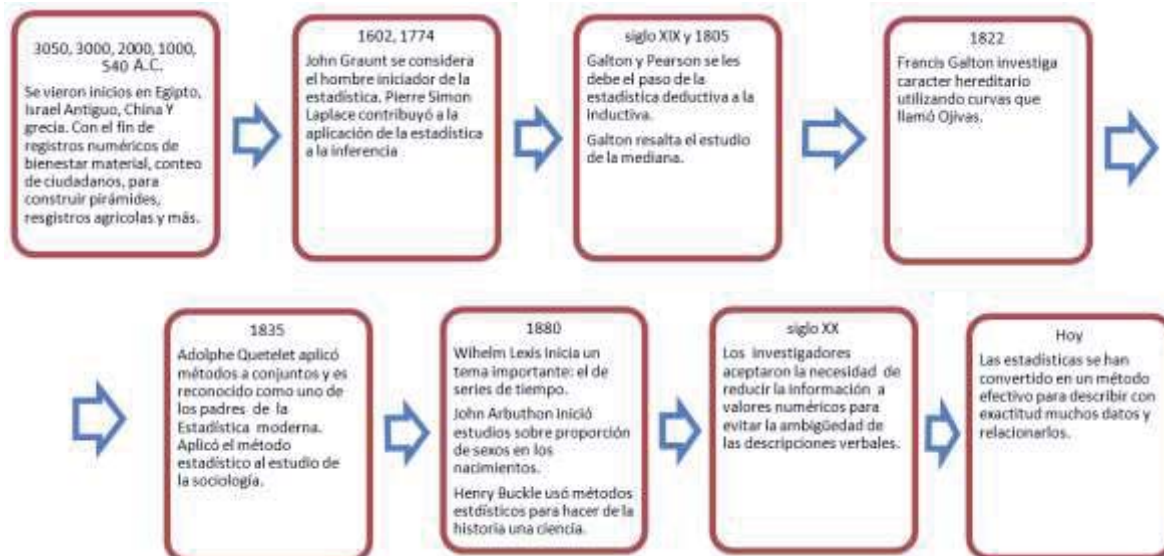


Figura 3: línea de tiempo de la estadística desde las primeras civilizaciones hasta hoy (elaboración propia)

Decíamos, citando un extracto del relato bíblico, que los orígenes de la estadística son muy antiguos, Batanero (2001) menciona que ya la existencia de pruebas de recogida de datos sobre población, bienes y producción en las civilizaciones china (aproximadamente 1000 años a. c.), sumeria y egipcia.

Es una ciencia tan antigua y es en sí misma auxiliar de las otras ciencias, pero ¿qué es la estadística?

Podemos responder esta pregunta al momento de enunciar una definición de estadística:

"La estadística estudia el comportamiento de los fenómenos llamados de colectivo. Está caracterizada por una información acerca de un colectivo o universo, lo que constituye su objeto material; un modo propio de razonamiento, el método estadístico, lo que constituye su objeto formal y unas previsiones de cara al futuro, lo que implica un ambiente de incertidumbre, que constituyen su objeto o causa final" (Cabriá, 1994, citado por Batanero, 2001).

En general la estadística es la ciencia que trata de la recopilación, organización, presentación, análisis e interpretación de datos numéricos.

En el tiempo antiguo, los astrónomos Babilonios anotaron en tabillas de arcilla, cálculos y registros sobre los movimientos de los astros y planetas, que ellos observaban, resolviendo así, un problema de estimación mediante el cálculo de la media aritmética como la suma total de las observaciones y la dividían por el número total de datos (Ruiz, 2003).

Según el historiador griego Heródoto en el antiguo Egipto los faraones recolectaban datos relativos a la población y de sus riquezas con el objetivo de preparar la construcción de las pirámides hacia el año 3050 antes de Cristo; para esta época el nivel del río Nilo subió y se perdieron grandes extensiones de tierra, para lo cual el Faraón Ramsés II hizo un censo de las tierras para así poder hacer un nuevo reparto (Ruiz, 2003).

### La mediana

La consolidación y uso de la mediana se atribuye a Francis Galton (Acevedo y Vanegas, 2014), sus desarrollos surgen a partir de diversas investigaciones donde se hace notable la aplicación de este concepto, ya sea a para analizar datos o para determinar un valor representativo de algún problema en particular.

Para introducir el concepto de Mediana, Galton le asigna a esta característica fundamental de ser un valor central, dándole la importancia dentro de la distribución y desde la cual se toma como referente con respecto al análisis que se esté realizando, en el que los datos varían ya sea que estos se encuentren por encima o por debajo de este estadístico.

Galton (1899) también resalta la importancia del estudio de las propiedades de la mediana, plantea que para lograr comprenderla e interpretarla, puede ser contemplada desde diversos puntos de vista: como el resultado de un cálculo (el valor obtenido en el

cálculo de la mediana), como operador que una distribución asigna un número y como un resumen estadístico o parámetro que caracteriza una distribución. Para cada uno de estos puntos de vista los casos pudieron analizar, asociar y establecer las propiedades más relevantes de la mediana:

- Propiedades numéricas, cuando consideramos la mediana como un número, el valor obtenido al calcular la mediana.
- Propiedades algebraicas, al considerar la mediana como una operación.
- Propiedad conmutativa, al no estar afectada por el orden de aparición de los datos. Es bueno destacar aquí, que la mediana no tiene propiedad asociativa.
- propiedades estadísticas; cuando se considera la mediana como una medida de posición central, aunque puede no coincidir con el centro del recorrido. La mediana es un representante o valor típico de un colectivo y proporciona información global sobre la muestra.

La mediana posee propiedades que ponen en evidencia ciertas cualidades de un conjunto de datos y destaca los valores individuales. Además, es simétrica con respecto a la muestra, no importan los extremos de la muestra y es un concepto asociado con otras áreas del conocimiento, como la geometría cuando se hace énfasis en la mediana de los triángulos, entre otras ya mencionadas.

### Marco teórico

La presente propuesta didáctica, lo que se refiere al diseño e implementación, se basa en la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) de Brousseau (1986) y se concentra en el proceso de construcción de conocimientos de estadística, para llevar a cabo la significación del objeto matemático por parte de los estudiantes a través de sus argumentaciones, verbales y no verbales, producidas por ellos mismos durante el proceso de comunicación (fase de formulación) y validación de sus resultados.

Brousseau (2007) señala que el alumno hace matemáticas cuando construye con sentido un contenido matemático, para ello éste debe:

**Actuar:** contra un medio físico donde se desarrollará el proceso y que, además, le provoque un verdadero desafío, de tal manera que se implique con todo interés en su resolución. Esto evocará saberes anteriores en el estudiante con el propósito de adquirir un nuevo conocimiento.

**Formular:** las exigencias de la situación-problema propuesta hacen necesario que entre los alumnos sociabilicen cada una de las resoluciones individuales. Los estudiantes se ven obligados a comunicar sus ideas.

**Probar:** es preciso probar la validez de la solución dada ante un compañero, grupo de compañeros o, en algunos casos, el propio profesor y que se trata de la solución al problema propuesto.

La TSD es una teoría que habla sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje del conocimiento matemático que tiene muy marcado el constructivismo, en el que se

considera que el aprendizaje matemático se produce como resultado de la resolución de problemas.

Desde esta teoría, se espera que el estudiante sea quien adquiera los conocimientos, el docente no los transfiere, el docente no puede indicar al estudiante lo que debe hacer frente al problema propuesto. Más bien, debe trazar preguntas que permitan al estudiante darse cuenta, por sí mismo, de lo que le hace falta para avanzar hacia la solución, es decir, se busca que aprendan por sí mismo, pero eso no debe confundirse con que aprendan solos, justamente por eso es que los alumnos van a la escuela.

Brousseau (1986) considera que los conocimientos matemáticos sólo se pueden construir por medio de las actividades y situaciones problemáticas que los mismos estudiantes permiten realizar. A demás, afirma que la matemática no es simplemente un sistema productor de demostraciones: es una actividad que se realiza en una situación y contra un medio (situación-problema). Se trata, entonces, de una actividad estructurada, en la que se puede separar diferentes fases: acción, formulación, validación.

Dentro del rol del docente también está incluido el proceso de institucionalización, en el cual él resume los saberes alcanzados por los estudiantes, y los enmarca dentro de un saber institucional.

Para que un estudiante aprenda un conocimiento matemático concreto es necesario que lo haga funcionar en sus relaciones con el medio a-didáctico. Sin embargo, los conocimientos matemáticos solamente pueden funcionar como tales en la relación didáctica, resultando, por tanto, que la situación a-didáctica es una parte de la situación más amplia que se denomina situación didáctica, y que se entiende como las relaciones entre los alumnos, el medio y el profesor, con el objetivo de que los alumnos aprendan un conocimiento matemático concreto.

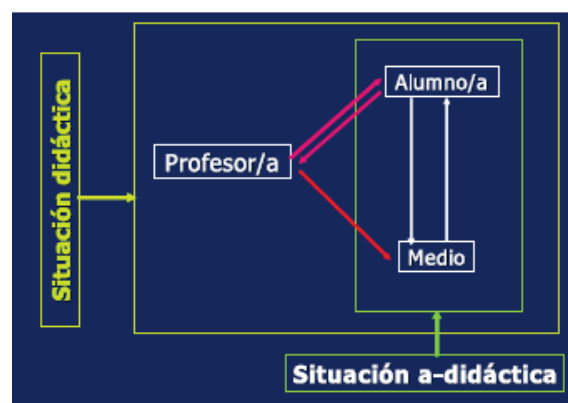


Figura 3. Situación didáctica, situación a-didáctica  
Fuente: Extraído de "Higuera, L. R.

La situación didáctica comprende una serie de intervenciones del profesor sobre el alumno-medio destinadas a hacer funcionar las situaciones a-didácticas y los aprendizajes que ellas provocan. Estas intervenciones son principalmente devoluciones e institucionalizaciones, conceptos. La evolución de una situación didáctica requiere la intervención constante, la acción mantenida y la vigilancia del profesor.

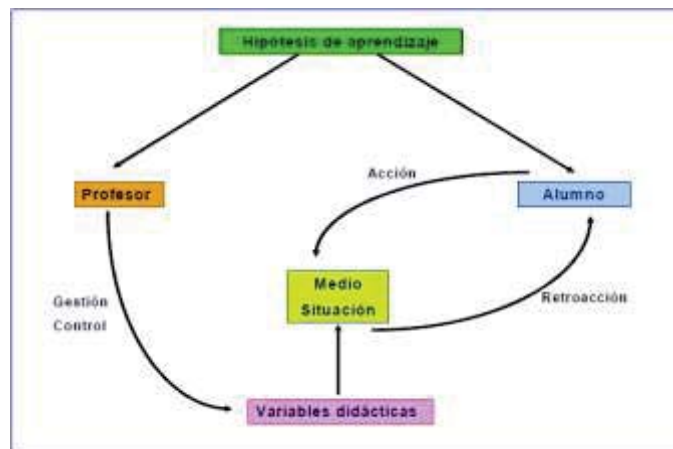


Figura 4: Relaciones que se establecen en el sistema didáctico.

Fuente: Extraído de Higuera, L. R.

Como la matemática se trata de una actividad que se realiza contra un medio y porque los alumnos aprenden matemática a partir de lo que tienen oportunidad de hacer en relación con el conocimiento, aprenden matemática trabajando frente a situaciones que el docente ha seleccionado y les plantea, aprenden actuando y comunicando su actuar, aprenden pensando sobre lo que hacen y sobre lo que imaginan, este trabajo basa su diseño en la TSD.

### Plan de clase para trabajar la mediana

La enseñanza de la mediana, en la escuela, se ha basado, principalmente en ordenar un conjunto de datos de forma ascendente, para luego encontrar el valor central de ese conjunto, pero muy poco se ha trabajado en situaciones didácticas en que los alumnos sientan la necesidad de intervenir con la mediana, por esa razón el aprendizaje de las características de la mediana, no ha sido un tema muy potente en la enseñanza de la estadística (Cobo y Batanero, 2000)

Como uno de los requerimientos del aprendizaje de los alumnos, están las herramientas que le permitan desarrollar las habilidades y estas se deben dar con las situaciones propuestas en el aula. Conviene, entonces, establecer ciertos pasos que se deben dar para alcanzar dichas habilidades.

Las clases estarán divididas según las etapas de la TSD (Brousseau, 2007), en cinco etapas cruciales, que ayudarán a los alumnos a tomar una postura frente a una situación problemática en un contexto.

- En una primera etapa, se le presenta al alumno una situación problema, y este debe dar evidencias que lo ha comprendido.
- Durante la segunda etapa, el alumno se enfrenta solo al problema, encontrando en sus conocimientos, aquellas herramientas que necesitará para responder adecuada y correctamente lo solicitado en la situación didáctica. El docente debe orientar a los alumnos en las estrategias escogidas, pero no debe ser el profesor el que haga el trabajo, es el alumno que debe trabajar individualmente para resolver la situación.

Corresponde este momento de la clase a la fase de acción

- Una tercera etapa tiene relación con la puesta en marcha de la estrategia que el alumno, en forma individual, ideó para llegar a una solución. En esta etapa los alumnos se agrupan para comunicar sus respuestas y estrategias seguidas para llegar a la solución. En este momento de la clase, el docente toma distancia de los grupos y solo debe hacer algunas devoluciones a las preguntas y a los argumentos que presentan los alumnos como grupo, la idea es que sean los propios alumnos los que construyan las estrategias de solución, ya sea por un camino u otro.

Corresponde este momento de la clase a la fase de Formulación

- Durante la cuarta etapa de la clase, los alumnos proponen sus estrategias a los otros grupos. El profesor inicia una pequeña discusión con base en los argumentos presentados por los alumnos y, al mismo tiempo, los guía a escoger una respuesta, entre todas las que propusieron, y considerarla como correcta. Se evidencia aquí, que los alumnos tomaron una decisión, argumentaron, convencieron – o, eventualmente, fueron convencidos- que la respuesta presentada es la más apropiada en la situación didáctica.

Este momento de la clase corresponde a la fase de validación

- En la última etapa, el docente con base en las respuestas presentadas por los grupos de trabajo, hace una síntesis de todas ellas, enfrentándolas a la situación didáctica. El docente hace una relación de los conocimientos adquiridos por los alumnos en la clase con los conocimientos previos a ella.

Este momento de la clase corresponde a la Institucionalización

## Matemática en juego

La secuencia didáctica propuesta pone de manifiesto una interesante red de conceptos matemáticos involucrados, entre los que se pueden reconocer:

- Estadística.
- Medidas de Tendencia Central (Mediana) y sus características.
- Conjunto de datos.
- Orden en  $\mathbb{N}$
- Algunas propiedades de la Mediana nos invitan a mirarla de diferentes puntos de vista (Batanero, 2000):
  1. Como el resultado de un cálculo (el valor obtenido en el cálculo de la mediana),
  2. Como operador que a una distribución asigna un número.
  3. Como un resumen estadístico o parámetro que caracteriza una distribución.

Será bueno, aquí, escribir algunas concepciones acerca de la mediana, ya que es el centro de este trabajo. Se ha tomado el significado que se maneja en Calot (1988, p.

“La mediana es el valor de la variable estadística que divide en dos efectivos iguales a los individuos de la población supuestos ordenados por valor creciente del carácter.

Así, si se considera una población de 5 personas descritas según la talla, la talla mediana es la de la tercera persona, cuando están ordenadas por talla creciente (o decreciente).

La mediana  $M$  es el valor de la variable estadística tal que la ordenada de la curva de distribución es igual a  $1/2$ ”.

Según lo anterior, la mediana es el valor que se encuentra en la mitad de los valores ordenados de menor a mayor, además el autor por medio de un ejemplo explica, la forma de resolver la mediana en dos casos particulares, cuando la cantidad de valores tomados para hallar la mediana es par y cuando el número es impar.

A continuación, se enuncian las propiedades de la mediana:

1. La mediana de un conjunto de datos es siempre el valor perteneciente al rango de la variable. Nunca se puede obtener un valor mayor que el máximo de los datos ni menor que el más pequeño (numérica)
2. La mediana no tiene por qué coincidir con los valores de los datos (numérica)
3. En el cálculo de la mediana no se tienen en cuenta todos los valores de los datos (numérica)
4. El cálculo de la mediana no es una operación interna en el conjunto numérico utilizado, puesto que ésta puede tomar un valor distinto a todos sus elementos (algebraica)
5. La mediana considerada como operación algebraica, no tienen elemento neutro ni simétrico. (algebraica)



6. La mediana es una operación conmutativa. El orden de aparición de los datos no afecta el resultado (algebraica)
7. La mediana es representante de un colectivo, por lo que proporciona información de todo el conjunto y no de elementos concretos (estadística)
8. La mediana es un estadístico resistente (estadística)
9. Se utiliza en las distribuciones asimétricas
10. También se puede aplicar con variables estadísticas cualitativas en escala ordinal
11. El cálculo de la mediana no tiene en cuenta todos los valores, lo cual la convierte en un dato no representativo de todas las variables.

También, la secuencia didáctica, pone en juego una serie de exigencias o habilidades que los alumnos deben llevar adelante para la resolución del problema planteado, dentro de los cuales se destacan:

- Interpretar información: seleccionar la que evalúan como necesaria para responder las preguntas.
- Planificar y ejecutar una estrategia de resolución.
- Registrar los procedimientos.
- Rechazar los procedimientos que no ayuden a resolver la situación (incluido los argumentos presentado por su compañero)
- Analizar los resultados: discutir las posibles soluciones, validar el procedimiento y analizarlo.

La información que entrega la secuencia didáctica, está en plena concordancia con los saberes previos de los alumnos de séptimo año de educación básica:

- Conocer las MTC, sus características y su cálculo para datos no ordenados.

Las habilidades que se desarrollan durante la secuencia didáctica, están definidas también en los planes y programas del Ministerio de Educación (MINEDUC, 2016).

- Resolver problemas: el alumno puede resolver problemas utilizando variadas estrategias, como, por ejemplo:
  - Destacar la información dada.
  - Usar un proceso de ensayo y error sistemático.
  - Evaluar procedimientos y comprobar resultados propios y de otros, de un problema matemático.
  - Utilizar sus propias palabras, gráficos y símbolos matemáticos para presentar sus ideas o soluciones
- Representar: el alumno representa cuando:
  - Describe relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos.
  - Explica y fundamenta su explicación con base en los conocimientos que él tiene y con la estrategia que ideó el mismo para responder.

- Propone soluciones propias y es capaz de explicar los procedimientos utilizados.
- Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.
- Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos.
- Evaluar la argumentación de otros dando razones.

### Planificación de clase 1

¿Por qué esta clase?

La primera clase de la secuencia permite que el alumno realice cálculos algorítmicos que para él son costumbre realizar y, desde ese punto, llevarlo a que piense con respecto a cuál de las MTC es la más apropiada para realizar una inferencia: La decisión de premiar una sucursal que ha tenido mejores ventas durante un mes.

**GUÍA A APLICAR CLASE N° 1**  
**“Las heladerías de don Antonio”**

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Curso:** 7° \_\_\_\_\_

**Unidad:** *Estadística y Probabilidad*

**Instrucciones:**

Lee con atención el siguiente texto, y luego responde la pregunta, en forma individual, que se te plantea al final. Después que tengas tu respuesta, debes integrar un grupo con tres de tus compañeros para discutir sobre ella y elegir la que, a su criterio, consideren correcta para exponerla.

**Don Antonio y sus Heladerías**

Don Antonio es dueño de una cadena de locales de venta de helados, que tiene cuatro sucursales en la ciudad de Santiago, y desea analizar las ventas de cada sucursal porque él tiene por costumbre reconocer al local más regular durante el mes. La tabla presenta las ventas de este último mes de sus cuatro sucursales, respecto de la cantidad de helados vendidos cada día.

Sucursal	Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Stgo. Poniente		7	7	4	5	6	6	5	0	0	5	1	2	2	1	2	1	1	0	8	5	5	7	8	4	5	2	5	6	7	7
Stgo. Norte		15	10	7	2	2	1	3	5	8	0	0	4	8	0	0	3	2	3	2	3	2	1	1	2	1	2	5	10	10	12
Stgo. Centro		9	6	7	4	3	4	5	9	7	3	4	5	6	7	2	0	3	2	0	3	6	0	2	9	3	1	2	3	4	5
Stgo. Sur		3	3	3	5	4	4	3	5	5	6	3	5	6	2	5	3	6	0	2	6	7	6	7	4	11	2	3	2	1	2

Después de que calcules las Medidas de Tendencia Central

¿Cuál de las sucursales debe destacar Don Antonio? ¿Por qué?

---

---

---

---

---

---

---

---

## Respuesta experta de la clase N° 1 y estrategias de los alumnos

### Respuesta Experta:

El alumno obtiene las medidas de tendencia central por medio del cálculo algorítmico. Las que se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 3: Respuesta correcta a la guía de la clase 1

MTC	Poniente	Norte	Centro	Sur
Media	4,4	4,4	4,6	4,6
Moda	5	2	6	3
Mediana	5	3	6	4

La pregunta apunta a cuál es la sucursal ha tenido mejores ventas y como todas las muestras no son simétricas, los alumnos podrían considerar la mediana como valor representativo porque es más potente, por la presencia de datos atípicos.

Los alumnos deben darse cuenta que la mediana indica que en la sucursal del “centro” a lo menos la mitad de los días, se vendieron 6 helados; eso es más que en las otras sucursales.

### Posibles estrategias a seguir por el alumno.

Para dar solución al problema planteado, es necesario que el alumno conozca las cualidades de las MTC trabajadas.

Reconocer, por ejemplo, que la moda no es un dato muy representativo, porque solo se repite 3 veces de 30 datos que tiene la sucursal del centro. Se detallan a continuación dos estrategias que los alumnos podrían seguir para encontrar la respuesta experta.

#### Estrategia 1:

Una estrategia que podría realizar el alumno es que calcule de las MTC, que, además, por no tener muy clara la respuesta, construya un gráfico, de puntos, por ejemplo, para ver con mayor precisión la distribución de los datos y darse cuenta que no son simétricos, así el alumno puede argumentar que la mediana es la MTC más representativa.

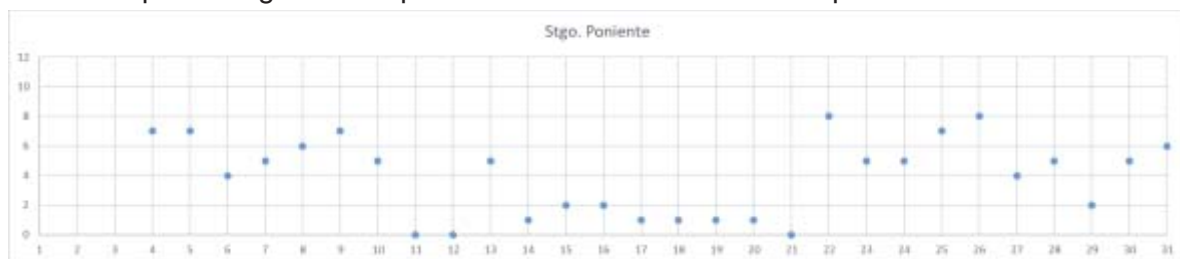


Imagen 4: ejemplo de diagrama de puntos que muestra la asimetría de los datos relativos a las ventas de la sucursal poniente.

#### Estrategia 2:

Una Segunda estrategia que los alumnos pudieran seguir para dar solución al problema planteado es que calculen las MTC, al darse cuenta que la media es igual para las sucursales del norte y centro, además son iguales para las del centro y para la del sur, el

alumno modifique los datos que le fueron entregados en la guía, aumentando las ventas menores (o mayores, cualquiera de las dos es igualmente efectivas para la demostración), lo que modificaría el valor de la media, pero no así el de la mediana. Incluso si se modifica el valor de la moda, la mediana seguiría siendo la MTC más estable y, por ello, un buen representante del conjunto de datos que, en este caso, corresponde a las ventas de helados. Por lo tanto, el alumno optaría por la mediana, como valor de referencia para escoger la sucursal que debe premiar don Antonio.

### Dificultades, errores y devoluciones: clase 1

Tabla 4: Errores y dificultades de la clase 1

Dificultades	Error	Devolución
El alumno no entiende la condición esencial para el cálculo de la mediana, ordenar los datos por orden de magnitud.	El alumno calcula la mediana sin ordenar los datos Según Batanero (2000) esto se denomina "elementos intensivos".	¿Ordenaste los datos antes de encontrar el valor central? Si no los ordenas, El dato central ¿será el que esté justo en el centro del conjunto de datos?
El alumno confunde las frecuencias absoluta con categoría	El alumno ordena las frecuencias y no las categorías cuando los datos son ordenados en una tabla de frecuencia.	Los datos que ordenaste ¿corresponden a todas las ventas de las sucursales?
El alumno realiza el algoritmo del cálculo de la media nuevamente por la costumbre a realizar cálculos.	Elige la media como MTC más representativa  Batanero (2000), llama a esto "elementos actuativos"	Observa bien los datos ¿Qué sucede con los datos que son muy diferentes? Es decir, aquellos números que son o muy grandes o muy pequeños.
El alumno no comprende la característica de la mediana (es el valor que separa la muestra en dos, la mitad inferior y la mitad superior).	El alumno escoge la media y la presenta como mediana y viceversa.  Según Batanero (2000) esto se denomina "elementos intensivos"	¿Qué sucedería si quitamos los datos más altos? ¿cuál de las medidas se vería más afectada? ¿Cuál seguiría siendo la misma?
Algunos errores asociados a dificultades que pudieran presentar los alumnos.		

Planificación de clase 1		
<b>Asignatura Matemática</b>	<b>Nivel 7° básico</b>	<b>2° Semestre</b>
Objetivo de Aprendizaje OA 17	Habilidades OA f, OA i	Actitudes OA d, OA e
<b>Problemática</b>	Dificultad de los alumnos para discriminar la MTC más apropiada para representar un conjunto de datos, en un contexto dado.	
<b>Objetivo de la clase</b>	Descubrir que la mediana no se altera si hay variaciones grandes en los valores extremos.	
<b>Contenidos Previos</b>		<b>Materiales complementarios</b>
Calculo de las Medidas de Tendencia Central		Guía de trabajo “Las heladerías de Don Antonio”, Cartulinas, lápiz, plumón.
<b>Momento de la clase: Inicio, 15 Minutos.</b>		
<b>Tareas Matemáticas</b>	<b>Gestión en Aula</b>	<b>Evaluación / Devolución</b>
<p>En esta etapa el/la docente cuenta a los alumnos la actividad que realizarán durante la clase, lo importante que es y cómo será la metodología de trabajo, individual, en grupo y la puesta en común de los grupos.</p> <p>Se hace entrega de la guía de trabajo a los alumnos. El docente pide a algunos de ellos que lean la actividad “Las heladerías de Don Antonio”.</p>	<p>Como motivación el/la docente explica que la actividad tiene que ver con calcular y determinar (escoger) la MTC más apropiada para representar un conjunto de datos, y que a su vez sirva como referencia al tomar una decisión.</p> <p>Durante la lectura el/la docente preguntará a los estudiantes: ¿Quedó clara la actividad? ¿Puede uno de ustedes explicarla con sus propias palabras?</p>	<p>¿Los alumnos entendieron bien la problemática en la que trabajaran?</p> <p>¿Comprendieron la metodología de trabajo?</p>
<b>Momento de la clase: Desarrollo, 50 Minutos.</b>		
<b>Tareas Matemáticas</b>	<b>Gestión en el aula</b>	<b>Evaluación / devolución</b>
<p>Los alumnos responden la pregunta “¿Cuál de las sucursales debe destacar Don Antonio?” Para ello cada alumno debe calcular las medidas de tendencia central (media, mediana y moda) con los datos de ventas de cada sucursal del último mes.</p> <p>Cada estudiante debe poner énfasis en lo que busca don Antonio, destacar (premiar) la sucursal que fue más <u>constante</u> en la venta de helados durante el mes completo.</p> <p><i>Trabajo grupal</i> Los alumnos forman grupos de 3 a 4 integrantes para formular sus respuestas y considerar una como la que ellos creen correcta, deben argumentar sus respuestas.</p>	<p>El docente observa el trabajo individual de los alumnos, mientras hace devoluciones, con contra preguntas y contraejemplos, a las dudas y preguntas que ellos puedan tener.</p> <p>El docente toma un poco de distancia de los alumnos para dejar que, entre ellos, escojan una respuesta que presentaran frente al grupo curso. Solo interviene en ciertos momentos para</p>	<p>Para los alumnos que no entienden porque no recuerdan las MTC, el docente puede preguntar: ¿Qué entiendes por Medidas de Tendencia Central? ¿Sabes cómo calcularlas?</p> <p>El alumno ¿Realizó correctamente los cálculos de las MTC? 1. “¿Cómo realizaste los cálculos de las MTC?”</p>

<p>Acá se formará una discusión donde cada alumno debe verbalizar el procedimiento ocupado para obtener la respuesta expuesta ante el grupo.</p> <p>Con respecto a la decisión de organizar los grupos es conveniente reparar en que algunos grupos queden conformados por alumnos con respuestas variadas, esto pudieran ayudar a confrontar y discutir las diferentes posturas</p> <p><i>Puesta en común</i></p> <p>Los alumnos exhiben sus respuestas ante el grupo curso, junto con los argumentos que ellos consideren</p>	<p>realizar devoluciones (sin dirigir mucho a la respuesta correcta) a las dudas que pueden presentar los grupos.</p> <p>El docente escribirá la justificación de la respuesta de cada grupo en la pizarra.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin: 10px 0;"> <thead> <tr> <th style="width: 33%;">Media</th> <th style="width: 33%;">Mediana</th> <th style="width: 33%;">Moda</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td>Respuestas de los alumnos</td> <td>Respuesta de los alumnos</td> <td>Respuesta de los alumnos</td> </tr> </tbody> </table> <p>Cada equipo observará las respuestas con sus justificaciones, en ese instante se comentará cuál es la respuesta correcta.</p> <p>El profesor resume las respuestas de los alumnos y los guía a la correcta argumentando que cuando las distribuciones son simétricas la media es la más representativa, pero cuando son asimétricas, es decir, cuando existen datos atípicos, la media se mueve a uno de los extremos, por lo que la MTC más representativa es la mediana.</p> <p>El profesor, en este momento, elabora una lista con características de la mediana:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• En su cálculo se toman en cuenta todos los valores de la variable y deben estar ordenados de forma creciente o decreciente.</li> <li>• La mediana no es afectada por valores extremos.</li> <li>• Es el valor central de un conjunto de datos.</li> </ul>	Media	Mediana	Moda				Respuestas de los alumnos	Respuesta de los alumnos	Respuesta de los alumnos	<p>2. Cuando calculaste la mediana, por ejemplo, ¿ordenaste los datos de menor a mayor?</p> <p>3. Cuando calculaste la media ¿tomaste en cuenta todos los datos?</p> <p>4. ¿Existe una sola moda? ¿crees que hay otra moda?</p> <p>Los alumnos ¿son capaces de tomar una decisión? ¿Son capaces de comunicar sus respuestas y argumentar?</p> <p>Los alumnos ¿Comprenden la condición esencial para el cálculo de la mediana?</p> <p>¿Logra, el alumno, entender las características de la mediana y compararlas con las otras MTC?</p>
Media	Mediana	Moda									
Respuestas de los alumnos	Respuesta de los alumnos	Respuesta de los alumnos									
<b>Momento de la Clase: Cierre, 15 Minutos.</b>											
<b>Tareas Matemática</b>	<b>Gestión en el aula</b>	<b>Evaluación / Devolución</b>									
¿Qué aprendí?	Al finalizar la clase el profesor pregunta “¿Cuál es aprendizaje de hoy?” pide a algunos estudiantes que contesten la pregunta. Luego les presenta el objetivo que se planteó para la clase “¿Creen que se cumplió el objetivo? La respuesta a la pregunta del principio ¿Se podría haber	Los alumnos ¿Reconocen los datos atípicos de un conjunto de datos? ¿Pueden establecer diferencias entre una MTC y otra?									

---

	contestado sin tomar en cuenta las Medidas de Tendencia Central?"	
--	---	--

### Planificación de Clase 2

La segunda clase de la secuencia didáctica induce a los alumnos a mirar las MTC y como estas se encuentran también en un gráfico de barra.

Los alumnos deben encontrar una MTC para calcular el posible sueldo de Juan, un empleado que llegará a trabajar, pero no tienen que calcular las MTC, pues se les entregan esos datos. Al no contar con datos para calcular, los alumnos deben aprender a mirar para poder trabajar con el conjunto de datos para tomar una decisión y no meramente realizar cálculos.



**GUÍA A APLICAR CLASE N° 2**  
**“Medidas de Tendencia Central”**

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Curso:** 7° \_\_\_\_\_

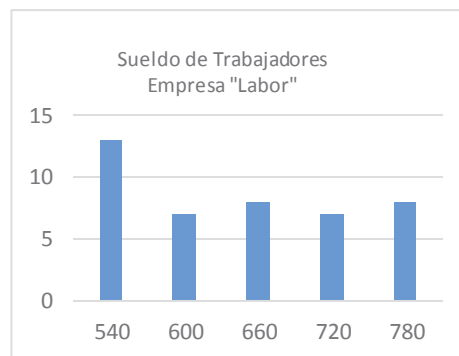
**Unidad:** *Estadística y Probabilidad*

**Instrucciones:**

Lee con atención el siguiente texto, y luego responde la pregunta, en forma individual, que se te plantea al final. Después que tengas tu respuesta, debes integrar un grupo con tres de tus compañeros para discutir sobre ella y elegir la que, a su criterio, consideren correcta para exponerla.

**El sueldo de Juan**

Juan Pérez comenzará a trabajar en la empresa “Labor” a partir del próximo mes, en un cargo de nivel medio. Él desea saber cuál será el sueldo que recibirá aproximadamente. Conversa con 43 trabajadores acerca de cuánto reciben de sueldo a fin de mes. Decide elaborar un gráfico para entender un poco mejor la distribución de los datos.



Además, Juan, para poder estimar lo que recibirá, calculó las Medidas de Tendencia Central.

Mediana	660
Moda	540
Media	646

¿Cuál será, aproximadamente, según estos datos, el sueldo que recibirá Juan Pérez?

¿Por qué crees eso?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## Respuesta experta de la clase N° 2 y estrategias de los alumnos

### Respuesta Experta:

La mayoría de los datos se concentra en el dato 540, aunque la media está por sobre los valores de ese valor, no es un valor que describa mejor el conjunto de datos por la presencia de datos atípicos.

La mayor parte de los datos se concentra alrededor del valor de la mediana, por lo tanto, esta medida describe mejor el conjunto de datos.

Procedimiento correcto: Se ordenan los datos de menor a mayor e identificamos la mediana.



Para dar respuesta a esta pregunta es necesario que el alumno pueda comparar los valores que se le entregan con un gráfico que representa toda la información que el empleado recolectó sobre los sueldos de los trabajadores de la empresa "Labor". Se presentan a continuación posibles estrategias que los alumnos pueden ejecutar al momento de responder la guía.

### Estrategia 1:

Una estrategia que puede seguir el alumno es, que vuelva a calcular las MTC por no estar seguro de los datos que se le presentan, además ordene las barras del gráfico de menor a mayor, como lo haría con los datos numéricos. El alumno, entonces determina que la mediana es un buen representante por que los datos están cerca de ella ya que la moda no describe al conjunto de datos por tratarse de 13 de 43 datos solamente.

### Estrategia 2:

Una segunda estrategia que pudieran seguir los alumnos es ubicar en el gráfico los datos que aparecen en la tabla. A través de esta comparación los alumnos identifican la MTC que aparecen en ambos registros, después de eso determinen la que consideren más representativa para el conjunto de datos, argumentando alguna característica de la misma.

## Dificultades, errores y devoluciones: clase 2

Tabla 5: Errores y dificultades de la clase 2

Dificultades	Error	Devoluciones
No considera la cantidad total de datos. (43)	El alumno considera la moda como valor prospectivo, es decir, que puede volver a repetirse.	Si Juan pregunta a 30 empleados más y ninguno gana 540 000 ¿La moda seguiría siendo un buen representante para el grupo de datos?
El alumno no considera la homogeneidad o falta de ella en los datos.	Elige la media como MTC más representativa, sin considerar que pueden existir datos atípicos que afecten la muestra.	Si Juan pregunta a 30 empleados más y todos ganan 780000 La media sería muy alta, Entonces ¿seguiría siendo un buen representante para el grupo de datos?
El alumno no comprende la característica de la mediana (es el valor que separa la muestra en dos, la mitad inferior y la mitad superior).	El alumno no distingue la mediana con la media.	¿Qué sucedería si un solo empleado ganara 150000? ¿Cuál de las dos MTC sería más apropiada para representar al conjunto de datos?

Planificación de clase 2		
Asignatura Matemática	Nivel 7° básico	2° Semestre
Objetivo de Aprendizaje OA 17	Habilidades OA f, OA i	Actitudes OA d, OA e
<b>Problemática</b>	Dificultad de los alumnos para discriminar la MTC más apropiada para representar un conjunto de datos, en un contexto dado.	
<b>Objetivo de la clase</b>	Visualizar en gráficos de barra que la mediana no se altera si hay grandes variaciones en los valores extremos.	
<b>Contenidos Previos</b>		<b>Materiales complementarios</b>
Calculo de las Medidas de Tendencia Central		Guía de trabajo “el sueldo de Juan”, Cartulinas, lápiz, plumón.
<b>Momento de la clase: Inicio, 15 Minutos.</b>		
Tareas Matemáticas	Gestión en Aula	Evaluación / Devolución
Activación de conocimientos previos	El profesor, antes de presentar la actividad preparada para el día, preguntará a los estudiantes: <ul style="list-style-type: none"> <li>a. ¿Cuáles son algunas de las características de la mediana?</li> <li>b. ¿Cuán importante es utilizar las Medidas de Tendencia Central para tomar decisiones?”</li> </ul> Escribe las respuestas de los alumnos en la pizarra como una lluvia de ideas. Después de eso el profesor explica que la manera de trabajar será semejante a la realizada la clase anterior.	¿Los alumnos responden a la pregunta del docente, mencionando algunas características de la mediana?  ¿Comprendieron la metodología de trabajo?

Momento de la clase: Desarrollo, 50 Minutos.		
Tareas Matemáticas	Gestión en el aula	Evaluación / devolución
<p>Presentación de la actividad a trabajar durante la jornada.</p> <p><i>Trabajo individual.</i> Los alumnos, de foma individual trabajan con la guía "El sueldo de Juan".</p> <p><i>Trabajo grupal</i> Los alumnos se reúnen en grupos de 3 o 4 integrantes como máximo, para discutir sobre la respuesta que presentarán frente al curso. Cada alumno argumenta sobre su respuesta correcta y debe argumentar y demostrar cómo llegó a esa respuesta (esta parte es de suma importancia).</p> <p>Con respecto a la decisión de organizar los grupos es conveniente reparar en que algunos grupos queden conformados por alumnos con respuestas variadas, esto pudieran ayudar a confrontar y discutir las diferentes posturas.</p>	<p>El docente les entrega a los alumnos una fotocopia con el planteo de la problemática y les dice que trabajarán del mismo modo como lo hicieron la clase anterior. Luego pide a un alumno voluntario que lea la situación problemática: "El sueldo de Juan".</p> <p>Para asegurar que los alumnos entendieron la actividad, el docente pide a otro alumno que explique con sus palabras en qué consiste la situación.</p> <p>El docente observa el trabajo que realizan los alumnos, estimulando, constantemente, a que encuentren la respuesta al trabajo por ellos mismos.</p> <p>El docente realiza algunas devoluciones, sin dirigir a los alumnos a la respuesta, sino más bien, les guía para que ellos sean quienes la construyan.</p> <p>El docente toma un poco de distancia de los grupos para dejar que, entre ellos, escojan una respuesta que expondrán frente al grupo curso.</p> <p>Las preguntas que puedan tener los alumnos deben ser contestadas al grupo, pero sin dar una ayuda excesiva que permita llegar a la respuesta con poco esfuerzo de los estudiantes.</p> <p>En el caso que una misma pregunta sea realizada por varios alumnos o grupos, el docente hará un breve comentario sobre la misma a todo el curso. Después, durante el momento de la puesta en común, la pregunta será respondida por el docente.</p> <p>Aparte de todo lo anterior, el docente solo interviene en ciertos momentos para realizar devoluciones (sin dirigir mucho a la respuesta correcta) a las dudas que pueden presentar los grupos.</p> <p>Escriben en una cartulina su respuesta para exponer.</p> <p>El docente escribirá la justificación de la respuesta de cada grupo en la pizarra.</p>	<p>Los alumnos ¿Entendieron la situación problemática? El alumno que explicó con sus palabras la situación ¿Pudo expresarse sin problemas y explicar con claridad? Los alumnos que escucharon ¿pudieron entenderle?</p> <p>Los alumnos ¿son capaces de encontrar una respuesta al problema planteado? ¿pueden expresarla?</p> <p>Los alumnos ¿logran asociar las MTC con los datos del gráfico?</p> <p>Algunas preguntas que podrían servir de ayuda a los alumnos o grupos.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ¿De qué se trata el problema?</li> <li>2. "¿Logras comprender cuál es la moda en el gráfico? ¿y la mediana? ¿Podrías encontrar la media?"</li> <li>3. ¿Crees que, si escribimos los datos del gráfico en una tabla, estos serán más o menos parecidos? ¿por qué?</li> <li>4. ¿Qué sucedería su agregamos un sueldo de 800 mil y otro de 500 mil? ¿cuál de las MTC se vería afectada?</li> <li>5. ¿Y si existiera alguien que reciba \$ 1000000 en sueldo, la media podría ser representante de todos los sueldos?</li> <li>6. ¿Cuál de los sueldos</li> </ol>

<p><i>Puesta en común</i></p> <p>Los grupos de alumnos exhiben las respuestas que acordaron, juntamente con su justificación, escuchan atentamente los argumentos de los otros grupos.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Media</th> <th>Mediana</th> <th>Moda</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Respuestas de los alumnos</td> <td>Respuesta de los alumnos</td> <td>Respuesta de los alumnos</td> </tr> </tbody> </table>	Media	Mediana	Moda	Respuestas de los alumnos	Respuesta de los alumnos	Respuesta de los alumnos	<p>que se mencionan, sería un buen representante para mostrar cuánto ganan los empleados?</p> <p>El alumno ¿logra comunicar sus ideas?</p> <p>Sus compañeros ¿logran entender sus argumentos?</p> <p>Los argumentos presentados por el alumno ¿son más sólidos que los de sus compañeros? Además, el alumno ¿se da cuenta de la solidez de su explicación?</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ¿A qué se debe que el gráfico tenga esa forma? Quiero decir ¿por qué los extremos son diferentes a las barras del centro?</li> <li>2. ¿Se puede decir, entonces, que la muestra es homogénea (los datos son semejantes)? ¿o existe una falta de homogeneidad?</li> </ol>
	Media	Mediana	Moda					
Respuestas de los alumnos	Respuesta de los alumnos	Respuesta de los alumnos						
<p>El docente resume, apoyado en lo que dijeron los alumnos, y pregunta: “¿Recuerdan algunas características de las MTC que han trabajado?” (Los alumnos deben mencionar algunas de las características).</p> <p>¿Cómo creen que es la tabla de frecuencia de datos con la que se construyó este gráfico? ¿Tendría datos atípicos? ¿Por qué creen eso?</p> <p>Si quisiéramos modificar mucho la mediana del gráfico ¿Qué dato tendríamos que agregarle? Y al agregarle ese dato ¿las otras MTC se verían afectadas? ¿Cuál más que todas?</p> <p>El docente menciona que cuando las MTC son distintas entre sí, el gráfico se ve afectado en su construcción, lo que se refleja en la distribución de sus barras</p>								
<p><b>Momento de la Clase: Cierre, 15 Minutos.</b></p>								
<p>Tareas Matemática</p>	<p>Gestión en el aula</p>	<p>Evaluación / Devolución</p>						
<p>En esta etapa el docente pregunta a los alumnos ¿qué aprendí?</p>	<p>Los alumnos pueden mencionar algunos conceptos como:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Los datos atípicos influyen en la construcción de un gráfico.</li> <li>- Extraer datos de un gráfico.</li> <li>- Como encontrar las MTC desde un gráfico.</li> </ul>	<p>¿Los alumnos puedes encontrar las MTC de un gráfico?</p> <p>¿Pueden construir una tabla de frecuencia de datos a partir de un gráfico?</p>						

### Planificación de clase 3

En la tercera y última clase de la secuencia, los alumnos deberán determinar una MTC apropiada para representar un conjunto de mallas de naranjas que un vendedor ofrece en la esquina de alguna calle de la ciudad.

Los alumnos hacen uso de sus conocimientos de las características de las MTC para escoger, con argumentos, la más apropiada.

**GUÍA A APLICAR CLASE N° 3**  
**“Medidas de Tendencia Central”**

**NOMBRE:** \_\_\_\_\_

**Curso:** 8° \_\_ **Unidad:** Estadística y Probabilidad **Habilidad:** Discriminar.

**Instrucciones**

Lee con atención el siguiente texto, y luego responde la pregunta que el profesor planteará. Recuerda que en este trabajo es importante que converses con tus compañeros y como grupo argumenten con base a tu idea. Debes registrar tu respuesta en la cartulina.



Como debes haber observado en algunos lugares de nuestro Valle del Aconcagua, se venden mallas de frutas o verduras, como lo muestra la imagen.

**La situación de Diego**

Diego estudia en 8° básico y vivió la siguiente situación:

Su papá es feriante y compra mallas de naranjas a un agricultor local, para luego venderlas en un cruce de calles. En la etiqueta, las mallas dicen que son de 3 kg. Hace unos días, un cliente vino a reclamar porque había pesado una malla en la balanza de su casa, y pesaba solo 2,7 kg. "¡Usted quiere engañarme!", aseguró enojado el cliente. El papá de Diego trató de defenderse como pudo, pero no fue capaz de asegurarle que las mallas pesaran 3 kg. Poco después, fue a ver al agricultor que le vendía las mallas. El agricultor se mostró muy extrañado. Decidieron pesar 10 mallas distintas, para ver si había variaciones. Los resultados fueron los siguientes:

2,8    2,9    3,1    3,3    2,7    3,4    3,4    6,0    2,7    2,7

El feriante y el agricultor revisaron los datos, pero no estuvieron seguros de que hubiera que modificar la etiqueta de 3 kg. Sabiendo que Diego está estudiando estadísticas, su papá le planteó el problema a él. Pensando en buscar un valor representativo, Diego calculó las medidas de tendencia central:

Media = 3,3 kg;      Moda = 2,7 kg;      Mediana = 3,0 kg

¿Puedes ayudar a Diego a elegir la Medida de Tendencia Central más apropiada, para representar las 10 mallas de naranjas? Justifica

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## Respuesta experta de la clase N° 3 y estrategias de los alumnos

### Respuesta Experta:

Se tiende a situar la media en el centro del recorrido de la distribución, propiedad que es cierta para distribuciones simétricas, pero cuando la distribución es muy asimétrica la media se desplaza hacia uno de los extremos y la moda o la mediana serían un valor más representativo.

Cuando el alumno tiene claro las características de las MTC, más allá de su cálculo, entonces determinará que la MTC más representativa, en nuestro caso es la mediana, argumentando lo antes dicho acerca de la simetría de los datos.

### Estrategia 1:

Una estrategia es que el alumno elabora un gráfico de barras -o cualquier gráfico- para poder tener una visión pictórica de la situación problemática que se le planteó (en la clase n° 2 se le presentó un gráfico y puede que se base en esa herramienta), que ubique las MTC, ordene las barra de menor a mayor y con base en este procedimiento, elija la medida más representativa.

### Estrategia 2:

En una segunda estrategia puede evidenciarse que los alumnos no estén seguros de que las MTC presentadas por el profesor sean correctas y las calcule nuevamente. Luego de este procedimiento el alumno elije cualquiera de las MTC.

Se evidencia es este proceder que el alumno aún no conoce o entiende las características de cada una de las MTC y solo sabe su cálculo algorítmico.

## Dificultades, errores y devoluciones: clase 3

Tabla 6: Errores y dificultades de la clase 3

Dificultades	Error	Devoluciones
El alumno no entiende el concepto de representatividad.	El alumno elije cualquier MTC sin pensar en el significado de cada una de ellas.	¿Qué significa que sea representativo?  Si eligieras al presidente de curso ¿cómo tendría que ser para que te represente?
No considera la cantidad total de datos (10)	El alumno considera la moda como valor prospectivo, es decir, que podría volver a salir.	Piensa, 3 mallas ¿pueden representar a un conjunto de 10? ¿y si las siguientes mallas que se pesen no coinciden con ese valor?
El alumno no considera la homogeneidad o falta de ella en los datos.	Elige la media como MTC más representativa.	¿Qué pasa si agregamos una malla que pese 15 kg? La media ¿sería un buen representante? ¿y una malla?
No toma en cuenta el dato atípico		

Planificación de clase 3		
<b>Asignatura Matemática</b>	<b>Nivel 7° básico</b>	<b>2° Semestre</b>
Objetivo de Aprendizaje OA 17	Habilidades OA f, OA i	Actitudes OA d, OA e
<b>Problemática</b>	Dificultad de los alumnos para discriminar la MTC más apropiada para representar un conjunto de datos, en un contexto dado.	
<b>Objetivo de la clase</b>	Discriminar la MTC más apropiada para representar un conjunto de datos en un contexto determinado.	
Contenidos Previos		Materiales complementarios
Calculo de las Medidas de Tendencia Central Características de las MTC		Guía de trabajo “La situación de Diego”, Cartulinas, lápiz, plumón.
Momento de la clase: Inicio, 15 Minutos.		
Tareas Matemáticas	Gestión en Aula	Evaluación / Devolución
<p>Activación de los conocimientos previos y presentación de la actividad.</p> <p>Los alumnos leen en forma individual la guía de trabajo “La situación de Diego”. (De forma individual porque ya han realizado la metodología anteriormente).</p> <p>El docente preguntará algún alumno de qué trata el problema para cerciorarse que comprendieron.</p>	<p>Saludo</p> <p>¿Qué entendemos por MTC?</p> <p>¿Son importantes al momento de tomar una decisión?</p> <p>¿Pueden distinguir las MTC desde un gráfico?</p> <p>Como motivación el docente comenta a los alumnos que realizaran una actividad que a menudo se ve en nuestra ciudad, la venta de frutas y verduras en las calles (puede mostrar una malla de naranjas para una mejor asimilación de los alumnos).</p> <p>Motiva y desafía a los alumnos a poner en uso sus conocimientos sobre las MTC</p>	<p>Los alumnos ¿entienden la situación problemática?</p> <p>¿Pueden identificar los datos de la situación problemática?</p> <p>¿Entienden el sentido de las MTC en el contexto del problema?</p>
Momento de la clase: Desarrollo, 50 Minutos.		
Tareas Matemáticas	Gestión en el aula	Evaluación / devolución
<p><i>Trabajo individual</i></p> <p>Los alumnos trabajan solos con el problema. Tratan de encontrar por sí mismos la respuesta.</p> <p><i>Trabajo grupal:</i> el docente agrupa a los alumnos de manera que cada uno de ellos tenga una respuesta variada y aprovechar la posible discusión que se pueda formar, al mismo</p>	<p>El docente observa el trabajo individual, incentivando constantemente a que los alumnos, por sí mismo, determinen la medida de tendencia central más apropiada para la colocar en las mallas.</p> <p>Algunas preguntas que pudieran surgir en esta etapa deben ser respondidas cuidando de no dar la respuesta.</p> <p>¿No entiendo el problema? ¿Qué hay que hacer?</p> <p>Puede ser que el alumno cometa errores al seleccionar la MTC más apropiada.</p> <p><b>Mediana</b> Significa que el dato central es 3,0 kg.</p>	<p>Los alumnos ¿son capaces de comunicar sus estrategias y argumentos?</p> <p>¿Por qué crees que se produjo esta situación de que las mallas pesaran distinto? ¿Qué son las MTC? ¿Qué significa para ti elegir la MTC más apropiada?</p> <p><b>Devolución:</b> ¿Cuántos datos hay? ¿Es un número par o impar? ¿Hay un dato central si el número de datos es par? Si agregáramos al conjunto de datos dos mallas una de 1Kg y</p>



<p>tiempo toma distancia de los grupos y escucha atentamente sus dudas.</p>	<p><b>Media</b> Significa que, si se suman los datos y se dividen por 10, da 3,3 kg.</p> <p><b>Moda:</b> Significa que el peso que más se repite en las mallas es 2,7 kg Significa que seguirá repitiéndose.</p>	<p>otra de 15 kg, ¿cambiaría la Mediana?  <b>Devolución:</b>        ¿Eso es el significado de la media o la manera de calcularla? ¿Qué pasaría si repartieras las naranjas en 10 mallas de igual peso?        ¿Qué sucederá con la media, si a estos datos le agregamos una malla de 3,3 o 20Kg?, ¿en ambos casos la media obtenida es igual a uno de los valores de los datos? ¿El valor de la media está influenciado por cada uno de los datos?, ¿los valores obtenidos son representativos de los valores promediados?</p> <p><b>Devolución:</b> ¿Qué sucedería si la moda fuera la malla de 6kg? ¿Podría representar a las mallas que pesan 2,7 kg?        Y si siguiéramos pesando mallas y se repitiera ningún valor ¿Podría la moda representarlos a todos?</p>						
<p><i>Puesta en común:</i> Los grupos de alumnos exhiben las respuestas que acordaron, juntamente con su justificación, escuchan atentamente los argumentos de los otros grupos.</p>	<p>El docente escribirá la justificación de la respuesta de cada grupo en la pizarra.</p> <table border="1" data-bbox="602 1161 1052 1287"> <thead> <tr> <th>Media</th> <th>Mediana</th> <th>Moda</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Respuestas de los alumnos</td> <td>Respuesta de los alumnos</td> <td>Respuesta de los alumnos</td> </tr> </tbody> </table> <p>El docente resume, apoyado en lo que dijeron los alumnos, y pregunta:        “¿Recuerdan algunas características de las MTC que han trabajado?” (los alumnos deben mencionar algunas de las características).        Después de escuchar todas las respuestas ¿Cuál creen que es la MTC más representativa? ¿Por qué? El docente vuelve a formular las preguntas que se hicieran en la fase de trabajo en grupos.        El docente menciona que cuando los datos de un conjunto son simétricos, es decir, muy parecidos, la mejor MTC para representarlos es la Media, pero en este caso, existe un dato que se llama atípico (la malla de 6kg), y la MTC más apropiada para representar a todo el conjunto es la mediana</p>	Media	Mediana	Moda	Respuestas de los alumnos	Respuesta de los alumnos	Respuesta de los alumnos	<p>Los alumnos ¿Comprenden las diferencias entre conjunto de datos asimétrico y conjunto de datos simétrico?</p> <p>Los alumnos ¿lograron comparar las MTC entre sí?</p>
Media	Mediana	Moda						
Respuestas de los alumnos	Respuesta de los alumnos	Respuesta de los alumnos						

Momento de la Clase: Cierre, 15 Minutos.		
Tareas Matemática	Gestión en el aula	Evaluación / Devolución
En esta etapa el docente pregunta a los alumnos ¿qué aprendí?	Los alumnos pueden mencionan algunos conceptos como: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Los datos atípicos influyen para la comparación de conjuntos de datos.</li> <li>- Que los conjuntos pueden ser simétricos o asimétricos.</li> <li>- Que la media y la mediana son medidas que trabajan con todo el conjunto de datos.</li> </ul>	¿Los alumnos pueden trabajar con los datos como un todo o aun ven los datos por separados? ¿Pueden los alumnos distinguir entre simétrico y asimétrico?

### La clase del estudio de clases

El siguiente plan de clase se elaboró como parte de un estudio de clase, este corresponde a la última clase de las tres expuestas anteriormente, además de ser la última versión de un total de cuatro revisiones. Se expone el análisis a priori, a posteriori y un contraste entre estos análisis.

### Plan de clases

<b>Problemática:</b>	Hemos observado, en nuestra práctica docente, que los estudiantes tienen dificultades para decidir qué MTC es la más apropiada para representar un conjunto de datos, en un contexto dado.	
<b>Objetivo:</b>	Discriminar la MTC más apropiada para representar un conjunto de datos, dado un contexto y finalidad determinados.	
<b>Contenidos previos</b>		<b>Materiales</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cálculo MTC</li> <li>- Interpretación de las MTC (en general y en particular)</li> <li>- Gráfico de puntos</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Guía con problema</li> <li>- 1 malla de naranjas</li> <li>- Pizarrón</li> <li>- Plumones,</li> <li>- Cartulinas (para que cada alumno consigne sus argumentos)</li> </ul>

### Desarrollo de la clase

Actividad de aprendizaje	Intervención docente	Evaluación de la marcha de la clase
<p>0. Indicaciones de la clase Lee con atención el siguiente texto, y luego responde la pregunta que el profesor planteará. Recuerda que en este trabajo es importante que converses con tus compañeros y como grupo argumenten con base en relación a la respuesta dada.</p> <p>1. Planteamiento del problema a la clase <b>Comprensión de la situación de Diego</b></p>	<p>0. Explicitar el contrato didáctico y pedagógico.</p> <p>1. A modo de motivación el (la) docente plantea al grupo curso, que hoy desarrollarán una actividad, que se plantea a menudo en los cruces de calle, en la venta ambulante de mallas de frutas o verduras. Por ejemplo, la venta de naranjas (muestra a los estudiantes la malla de naranjas, la cual se encuentra físicamente). Motiva y desafía a los alumnos a aplicar sus conocimientos de las MTC en una situación cotidiana.</p> <p>2. El (la) docente hace entrega de la guía y pide a un voluntario que lea en voz alta. Luego solicita a los estudiantes que reflexionen individualmente durante 5 minutos, en torno a la comprensión de la situación problemática. El docente realiza diversas preguntas a los estudiantes, con el fin de cerciorarse de que comprenden que deben encontrar un valor central que sea representante del conjunto de datos. Cuando esta etapa se encuentre superada se podrá avanzar a la etapa del desarrollo. (15 minutos)</p>	<p>¿Los estudiantes comprenden la situación problemática?</p> <p>¿Los estudiantes identifican los datos del problema?</p> <p>¿Los estudiantes comprenden el sentido de las MTC en el contexto del problema?</p> <p>¿Se respetó el tiempo establecido por la planificación?</p>
<p><b>Posibles preguntas de los estudiantes</b> Al: Profesor(a), ¿no entiendo el problema? ¿qué hay que hacer? <b>Devolución:</b> ¿Por qué crees que se produjo esta situación de que las mallas pesaran distinto? ¿Qué son las MTC? ¿Qué significa para ti elegir la MTC más apropiada? ¿Qué significa</p>		
<p><b>Anticipación de errores/dificultades</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Los estudiantes no comprenden la situación, pues no entienden el origen del problema.</li> <li>• O bien, no comprenden que representa una MTC.</li> <li>• Los estudiantes no manejan el término Representativo. Resta: Hacerles pensar en el término Representativo, apoyándose en una situación real. Ejemplo ¿cómo pensarían un joven de tu generación que los represente?</li> </ul>		
		<p><b>Respuestas ejemplares:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Por qué no todas las naranjas poseen la misma masa.</li> <li>- Son valores centrales que buscan representar un conjunto de datos</li> </ul>

INICIO  
Tiempo: 25 min

<p>2. Los grupos discuten, buscan soluciones que den respuesta a la pregunta planteada. Consignan argumentos en cartulina(25minutos)</p>	<p>Enseguida les pide que se distribuyan en grupos (5 personas) para que discutan acerca de la pregunta del problema y escriban su respuesta y argumentos en una cartulina, para luego ser presentada al curso. El docente deberá ir por los grupos de trabajo monitoreando el avance de la actividad y hacer devoluciones en caso de que presenten errores o dificultades</p>	<p>¿Son capaces de responder pregunta y argumentarla?</p>																									
<p><b>Anticipación de errores/dificultades:</b> El estudiante no comprende en el contexto del problema, que la moda sea 2,7 kg. y/o que la mediana sea 3,0 kg y/o que la media sea 3,3 kg Resta que requieren devolución <b>*Mediana</b> Significa que el dato central es 3,0 kg <b>Devolución:</b> ¿Cuántos datos hay? ¿Es un número par o impar? ¿Hay un dato central si el número de datos es par? Si agregáramos al conjunto de datos dos mallas una de 1Kg y otra de 15 kg. ¿cambiaría la Mediana? <b>*Media</b> Significa que, si se suman los datos y se dividen por 10, da 3,3 kg <b>Devolución:</b> ¿Eso es el significado de la media o la manera de calcularla? ¿Qué pasaría si repartieras las naranjas en 10 mallas de igual peso? ¿Qué sucederá con la media, si a estos datos le agregamos una malla de 3,3 o 20Kg?, ¿en ambos casos la media obtenida es igual a uno de los valores de los datos? ¿El valor de la media está influenciado por cada uno de los datos?, ¿los valores obtenidos son representativos de los valores promediados?</p>		<p><b>Respuestas ejemplares:</b> <b>*(Moda)</b> Significa que el peso que más se repite en las mallas es 2,7 kg. <b>*(Mediana)</b> Significa que, al ordenar los datos de forma creciente o decreciente, el promedio de los datos centrales es 3,0 kg. <b>*(Media)</b> Significa que, si se repartiera equitativamente la masa total de naranjas entre 10 mallas, cada una pesaría 3,3 kg.</p>	<p>¿Se cumple con el tiempo planificado?</p>																								
<p>3. Puesta en común: Cada grupo expone su trabajo y los demás grupos plantean preguntas (4 minutos por grupo, en total 25 minutos)</p> <p>4. El (la) docente utiliza tabla, para resumir las respuestas de los distintos grupos. Además, consigna las características de cada MTC.</p> <table border="1" data-bbox="289 1092 867 1317"> <thead> <tr> <th>Grupo</th> <th>Características Moda</th> <th>Características Mediana</th> <th>Características Media</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1.</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2.</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3.</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4.</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>5.</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		Grupo	Características Moda	Características Mediana	Características Media	1.				2.				3.				4.				5.				<p>A continuación, el(la) docente <b>solicita</b> a los grupos que expongan sus conclusiones en 2 minutos. El curso dispone de 2 minutos para realizar preguntas al grupo que expone.</p> <p>El (la) docente realiza un resumen considerando los diversos puntos de vista de los estudiantes, consignando en pizarra. Si es necesario planteará preguntas para clarificar conceptos en relación a las MTC y sobre todo con la finalidad de resaltar ventajas y desventajas de utilizar una u otra.</p> <p><b>Respuesta experta</b> <b>Media Aritmética</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Toma en cuenta todos los datos de la distribución para su cálculo.</li> <li>• Es muy sensible a datos extremos.</li> <li>• Cada conjunto de datos tiene media y esta es única.</li> </ul> <p><b>Mediana</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• No se ve afectada por valores extremos</li> <li>• Si existe un gran número de datos al ordenarlos resulta engorroso</li> </ul> <p><b>Moda</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• No se ve afectada por valores extremos</li> <li>• Si todos los datos de la distribución tienen la misma frecuencia no hay moda.</li> </ul>	<p>DESARROLLO Tiempo: 5 0 min</p>
Grupo	Características Moda	Características Mediana	Características Media																								
1.																											
2.																											
3.																											
4.																											
5.																											

Posible respuesta 1	Posible respuesta 2	
<p>La solución es la moda, porque hay más mallas que tienen ese peso.  <b>Devolución:</b>                      ¿Qué ocurriría si modificáramos los datos que no son moda? ¿Qué pasaría si hubiera 5 mallas cuyos pesos respectivos fueran 1.000, 1.001, ..., y 1.005 kg?                      ¿Cambiaría la moda en ese caso? ¿Puede, entonces, ser representativo el dato de la moda?</p>	<p>La solución es la media, porque siempre la media es representativa del conjunto de datos.  <b>Devolución:</b>                      ¿Qué piensas de este dato (señalando el dato extremo)? ¿Dirías que ese dato es cercano o lejano al resto? ¿Cuánto influye la presencia de ese dato en el cálculo de la media aritmética? ¿Qué puedes concluir al respecto?</p>	
<p><b>Anticipación de errores/dificultades:</b>                      El estudiante no acierta a la respuesta correcta.</p> <p>Para una mejor comprensión de estas medidas el docente le dice al estudiante que se apoye de un diagrama de puntos, para poder ver la asimetría del conjunto de datos  <b>Devolución:</b> Organiza los datos en un diagrama de puntos, ¿Dónde se ubica la media, la mediana y la moda? ¿La media se encuentra en el centro de los datos? ¿Hacia dónde se ubica la media? ¿Cumple la media con la propiedad de estar al centro del conjunto de datos?</p>		
<p><b>Institucionalización</b>                      Se tiende a situar la media en el centro del recorrido de la distribución, propiedad que es cierta para distribuciones simétricas. Pero cuando la distribución es muy asimétrica la media se desplaza hacia uno de los extremos y la moda o la mediana serían un valor más representativo del conjunto de datos</p>	<p>Apoyándose en lo que ha escrito sobre la pizarra, el (la) docente resume las conclusiones de los estudiantes, guiando hacia la selección de la mediana como el mejor representante del conjunto de datos.</p> <p>Realiza preguntas para promover la metacognición de los estudiantes:                      ¿Pudiste discriminar cuál era la MTC más apropiada para responder a este problema? ¿Cómo obtuviste esa respuesta?</p>	<p>¿Cuántos estudiantes lograron discriminar la MTC más apropiada?</p> <p>¿Se cumple con el tiempo planificado?</p>

CIERRE  
Tiempo: 15 min

## Análisis a priori de la clase

Como antecedente acerca de la mediana podemos mencionar dos estudios:

- Cobo y Batanero (2000) dicen que, aunque existen bastantes investigaciones sobre la comprensión que los alumnos tienen de la media aritmética, las dificultades de comprensión de la mediana y otros estadísticos de orden no han sido investigadas.
- Mayén, Cobo, Batanero y Balderas (2007), miden la comprensión de la definición y algoritmo de cálculo de la mediana, tanto con un número par de valores, como con un número impar, así como si los estudiantes comprenden adecuadamente el efecto de valores atípicos sobre dicho valor. Se presenta la mediana como el valor más adecuado para una distribución en la que, debido a la presencia de un valor atípico, la media no es demasiado representativa.

Además, contemplan las siguientes propiedades: en el cálculo de la moda y la media intervienen todos los valores de los datos, mientras que en el de la mediana no y la media cambia siempre que cambia algún dato, mientras que la mediana puede no cambiar y la media es menos resistente que la mediana.

Las intervenciones del docente deben ser anticipadas, oportunas y necesarias, pero sobre todo efectivas. Para que ello sea posible, deben ser planificadas y el docente debe resolver algunas problemáticas que posiblemente presentaran sus alumnos. Existen otros puntos que debe atender para que la clase sea exitosa:

- Asegurarse que el problema sea apropiado para que los alumnos puedan interpretarlo con los conocimientos que disponen y que, al mismo tiempo, les suponga un desafío.

“La situación de Diego”

La actividad principal de esta clase:

“Diego estudia en 8° básico y vivió la siguiente situación:

Su papá es feriante y compra mallas de naranjas para revenderlas. En la etiqueta, las mallas dicen que son de 3 kg. Hace unos días, un cliente vino a reclamar porque había pesado una malla en la balanza de su casa, y pesaba solo 2,7 kg. Fue donde el agricultor para contarle su inquietud, este se mostró muy extrañado. Decidieron pesar 10 mallas distintas, para ver si había variaciones. Los resultados fueron los siguientes:

2,8    2,9    3,1    3,3    2,7    3,4    3,4    6,0    2,7    2,7

El feriante y el agricultor revisaron los datos, pero no estuvieron seguros de que hubiera que modificar la etiqueta de 3 kg. Sabiendo que Diego está estudiando estadísticas, su papá le planteó el problema a él. Pensando en buscar un valor representativo, Diego calculó las medidas de tendencia central:

Media = 3,3 kg;      Moda = 2,7 kg;      Mediana = 3,0 kg

¿Puedes ayudar a Diego a elegir la Medida de Tendencia Central más apropiada, para representar las 10 mallas de naranjas? Justifica”.

- Revisar que el contenido que escogió para trabajar esté ubicado adecuadamente en la secuencia propuesta y que además considere revisiones de los conocimientos que se vayan aprendiendo.

Es así que el Objetivo de aprendizaje N° 17 plantea lo siguiente:

“Demostrar que comprenden las Medidas de Tendencia Central, Determinando la medida de tendencia central adecuada para responder un problema planteado”.

La actividad de la clase es:

“¿Puedes ayudar a Diego a elegir la Medida de Tendencia Central más apropiada, para representar las 10 mallas de naranjas? Justifica”.

Lo subrayado armoniza con el objetivo de aprendizaje.

- Adelantarse, con la información recopilada, acerca de los procedimientos que los alumnos podrían realizar para resolver el problema, así también como las posibles intervenciones que tendría que hacer para instalar el nuevo concepto que se pretende enseñar.

*Tabla 2:* Significados propios de los alumnos y devoluciones para mostrar característica.

Algunas dudas que pueden presentar durante la clase relativas al significado las MTC

<b>Moda:</b> Significa que el dato que más se repite es 2,7 kg.	¿Qué sucedería si la moda fuera la malla de 6kg? ¿Podría representar a las mallas que pesan 2,7 kg? Y si siguiéramos pesando mallas y se repitiera ningún valor ¿Podría la moda representarlos a todos?
<b>Mediana:</b> Significa que el dato central es 3.0 kg	¿Cuántos datos hay? ¿Es un número par o impar? ¿Hay un dato central si el número de datos es par? Si agregáramos al conjunto de datos dos mallas una de 1Kg y otra de 15 kg, ¿cambiaría la Mediana?
<b>Media:</b> Significa que, si se suman los datos y se dividen por 10, da 3,3 kg	¿Eso es el significado de la media o la manera de calcularla? ¿Qué pasaría si repartieras las naranjas en 10 mallas de igual peso? ¿Qué sucederá con la media, si a estos datos le agregamos una malla de 3,3 o 20Kg?, ¿en ambos casos la media obtenida es igual a uno de los valores de los datos? ¿El valor de la media está influenciado por cada uno de los datos?, ¿los valores obtenidos son representativos de los valores promediados?




## Análisis a posteriori

Los resultados evidencian una tendencia a la cuestión operativa, ya que, por ejemplo, no posible evidenciar, por parte de los alumnos, argumentaciones basadas en las cualidades de las MTC, es decir, que los estudiantes no responden al problema con acciones que implican una comprensión de las características de las MTC.

El hecho que los alumnos no asignen significados a las MTC de acuerdo a sus cualidades, condice con lo que dice Batanero (2000), es lo que tradicionalmente se ha hecho, darle importancia al cálculo de las MTC.

También se evidencia que el trabajo estadístico, en el aula, se vio favorecido al diseñar la clase desde la TSD.

Tabla 3: Algunos productos de los alumnos y sus argumentos

Imagen	Argumento
	<p><b>Alumno 1:</b> “Yo creo que la medida exacta es la media, porque si sumai (sic) todos los resultados como los enseño el profesor, da 33 kg y lo dividimos por 10 da 3,3 kg.”</p>
	<p><b>Alumno 2:</b> “Yo creo que es la moda porque es el dato que más se repite”</p>
	<p><b>Alumno 3:</b> “Yo creo que es la mediana porque en los resultados <u>es la que más se acerca al 3,0</u>. Y también 2,7 es muy poco para el cliente y 3,3 no favorece al vendedor. Entonces el dato que más se acerca es 3,0.”</p>

Se evidencia en los argumentos presentados por los alumnos que no se toman en cuenta las características de las MTC al momento de discriminar la más representativa del conjunto de datos.

Se diseñaron categorías para el análisis de los datos especialmente para este trabajo (ver anexo 1) en las cuales se distingue el uso de las MTC según su cualidad o el proceso algorítmico que realiza el alumno con ellas.



## Conclusiones de la clase

Lo descrito en el análisis a posteriori concuerda, de cierta manera, con lo que plantea Batanero (2000) como “elementos actuativos”, es decir, los procedimientos usados en la solución de problemas, como el cálculo de la media, generalmente basados en algoritmos. Y en Batanero y Godino (2002) sobre “la representación de los conceptos”, donde se menciona que los alumnos conocen los algoritmos asociados a las MTC; son capaces de reconocer que éstas representan el conjunto de datos, pero no son capaces de usarlas para comparar dos conjuntos de datos o de estimarlas a partir de una representación.

Se propone, así, desde la perspectiva de una enseñanza más eficaz para todos, organizar y animar situaciones de aprendizaje óptimas. Esta competencia trae consigo la movilización de otras competencias que se evidenciaron en la situación didáctica trabajada en esta investigación y que, además, Brousseau propone en la TSD.

- Trabajar a partir de las representaciones de los alumnos.
- Trabajar a partir de los errores y los obstáculos de los alumnos.
- Construir y planificar secuencias didácticas.
- Comprometer a los alumnos en este tipo de situaciones y actividades.

## Conclusión

Se ha esperado, de la clase de estadística, formar personas críticas de la información que la rodea, capaz de utilizarla para su provecho, para validar sus opiniones. Personas que sean capaces de obtener información de gráficos, de inferir y de realizar análisis. Pero esto no es una realidad, pues los alumnos no están acostumbrados a pensar sobre las acciones que realizaron para obtener un resultado, sino más bien, creen que, si hay una pregunta, debe haber una respuesta, aun si ellos mismos no entienden los conceptos (Mineduc, 2015).

Para subsanar este problema es que se propuso presentar una secuencia didáctica cuyo diseño, basado en la TSD, permitiera que los alumnos construyeran el conocimiento mientras deciden, comparten, validan y reformular razonamientos.

Entendemos que resolver un problema es solo una parte de todo el trabajo que se debe hacer. Es muy importante plantearse preguntas, construir y utilizar un lenguaje para comunicar razonamientos que los alumnos han creado. Es muy importante provocar la reflexión en los alumnos sobre lo que ellos hacen para resolver los desafíos matemáticos (MINEDUC, 2016). Para esto es importante planificar tareas que logren la discusión, la confrontación entre razonamientos de unos y de otros, para que al mismo tiempo logren comunicar, probar, demostrar, y por supuesto explicar, con ejemplos y contraejemplos.

La secuencia aquí presentada trata de eso, de provocar, porque se sabe que los alumnos no son una mente vacía, sabe muchas cosas y tiene muchas preguntas que hacer. El alumno tiene saberes, conocimientos, y estos a menudo, chocan con las enseñanzas del docente, entonces, se debe considerar todo esto que el alumno sabe (Perrenoud, 2004).

### ¿Por qué la mediana?

El número de investigaciones sobre la didáctica de la estadística es aún muy escaso en comparación con las existentes en otras ramas de las matemáticas (Rodríguez, 2004). Por ejemplo: Barr (1980), McGatha, Cobb y McClain (1998), Zawojewski y Heckman (1997) y Groth y Bergner, (2006) que es más actual.

Con base en la escasa cantidad de estudios podríamos inferir lo difícil que es conocer aún cuáles son las principales dificultades de los alumnos en muchos conceptos importantes. Sería también preciso experimentar y evaluar métodos de enseñanza adaptados a la naturaleza específica de la estadística, ya que no siempre se le pueden transferir los principios generales de la enseñanza de las matemáticas.

Acevedo y Vanegas (2014) mencionan que la mediana es un concepto transversal a otros campos de la matemática, como la geometría. Razón por la cual es tan importante su correcta comprensión, pues Cobo y Batanero (2000) comentan que es un tema que podrían resultar difícil para los alumnos, por estar relacionados con el razonamiento proporcional y las ideas de orden y distribución que con frecuencia causan dificultad a los alumnos. Por otro lado, cuando se analiza el tema con detalle, observamos variadas definiciones, propiedades e incluso algoritmos de cálculo para un mismo concepto.

Mayen, Cobo y Batanero (2009) señalan que se han realizado varias investigaciones con enfoque en la media, pero en el análisis se le ha dado una gran importancia a la mediana.

Por último, si queremos que los estudiantes se conviertan en personas competentes en la interpretación de la información estadística que se encuentra en la vida profesional y cotidiana, sería importante que la enseñanza de la estadística tuviese en cuenta las posibles dificultades de los alumnos en el concepto de mediana y su cálculo.

## Referencias

Acevedo Villada, L. J. y Vanegas Marín, A. A. (2014). *A propósito de la mediana: una recontextualización en la enseñanza a partir de una interpretación estadística* (tesis de pregrado), recuperado de <http://hdl.handle.net/123456789/956>.

Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de posición central. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 25, 41-58.

Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*, Universidad de Granada.

Batanero, C., y Godino, J. D. (2002). *Estocástica y su didáctica para maestros*. DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA, Universidad de Granada.

Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 33-115.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas/Introduction to study the theory of didactic situations: Didactico/Didactic to Algebra Study* (Vol. 7). Buenos Aires, Libros del Zorzal.

Cobo, B. y Batanero, C. (2000). La mediana en la educación secundaria obligatoria: ¿un concepto sencillo? *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 23, 85-96.

Groth, R. E. & Bergner, J. A. (2006). Preservice elementary teachers' conceptual and procedural knowledge of mean, median and mode. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(1), 37-63.

McGatha, M., Cobb, P. & McClain, K. (1998). An Analysis of Students' Statistical Understandings.

Mayen, S., Batanero, C. y Díaz, C. (2009). Conflictos semióticos de estudiantes mexicanos en un problema de comparación de datos ordinales. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 12(2), 151-178.

Martínez, M. L. y Huerta, M. P. (2016). Influencia del contexto en el uso e interpretación de medidas de centralización afectadas por valores atípicos. En J. A. Macías, A. Jiménez, J.

L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 335-344). Málaga, España: SEIEM.

Merino, R., Muñoz, V., Pérez, B. y Rupin, P. (2016). *Matemática, texto del estudiante*. Providencia, Chile: SM.

MINEDUC. (2011). *Matemática. Programa de Estudio para Segundo Año Medio* (Primera ed.). Santiago, Chile: Ministerio de Educación, República de Chile.

MINEDUC. (2016). *Bases Curriculares 7º básico a 2º medio*. Santiago, Chile: Ministerio de Educación, República de Chile.

Perrenoud, P. (2004). *Diez nuevas competencias para enseñar: invitación al viaje* (Vol. 196). Graó.

Reading, C. y Pegg, J. (1996). Exploring understanding of data reduction. En L. Puig y A.

Zawojewski, J. S. & Heckman, D. S. (1997). What do students know about data analysis, statistics, and probability. *Results from the sixth mathematics assessment of the National Assessment of Educational Progress*, 195-223.

## Anexos

### Anexo 1: Tabla de Criterios y categorías

Criterio	Categoría	Descripción
Predominancia de la media como MTC representativa	c.1. Valor representativo con simetría.	El alumno prefiere la media por ser un valor que toma en cuenta todos los otros valores
	c.2. Calculo aritmético	El alumno realiza el algoritmo del cálculo de la media nuevamente para estar seguro.
Consideración de la moda como valor prospectivo	c.3. Valor con mayor frecuencia	El alumno elige la moda como representante porque se encuentra más veces ese valor.
	c.4. Valor con mayor probabilidad de volver a salir	El alumno elige la moda por la probabilidad de que ese valor vuelva a aparecer.
Consideración de la mediana como el dato central	c.5. Valor representativo con datos atípicos	El alumno elige la mediana argumentando que la mediana es un valor que no se ve afectado por los datos extremos.
	c.6. Valor presentando con anterioridad.	El estudiante elige la mediana por ser el valor que ya había sido presentado en la situación problemática.

Se diseñaron 6 categorías para el análisis de la clase del estudio de clase.