PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE VALPARAÍSO–CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA

La conceptualización del área: una propuesta de innovación, en el contexto de un Estudio de Clases, para identificar los elementos del campo conceptual empleado en los estudiantes de quinto básico

TRABAJO FINAL PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

CONSTANZA BARRERA CABRERA

PROFESORES:

Arturo Mena Lorca

Raimundo Olfos Ayarza

Patricia Vásquez Saldías

SANTIAGO, ENERO 2018

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

El hombre siempre ha sentido la necesidad de medir, desde los orígenes de las civilizaciones, utilizando en un inicio como instrumento de medición su cuerpo, llegando en la actualidad a un destacado uso en los avances tecnológicos, logrados gracias a la precisión en las mediciones (Olmos, Moreno y Gil ,1993). De esto emerge la relevancia de medir magnitudes desde la educación escolar, donde nace una conexión entre las matemáticas y la realidad del estudiante, acercándolos a un universo de significados propios de su realidad.

Actualmente, desde la experiencia docente se ha identificado, que la adquisición del concepto de área, se encuentra relacionado a la medición de ésta, en donde los estudiantes, desde temprana edad, memorizan un cálculo, o confunden entre perímetro y área, no siendo significativo el objeto matemático. Olmos, Moreno y Gil (1993) señalan que el error de confundir perímetro y área es bastante frecuente, donde en muchos casos, los estudiantes designan el número mayor al área y el menor al perímetro.

La presente monografía presenta una secuencia didáctica, aplicada en un colegio de San José de Maipo, que apunta a subsanar la problemática identificada, la conceptualización del objeto matemático área. Esto se sustenta en una serie de antecedentes que dan cuenta de cómo ha sido el estudio del área y la importancia que tiene su tratamiento en el currículum escolar dadas las habilidades y pensamiento matemático y espacial que este objeto desarrolla.

La secuencia didáctica, tiene como objetivo “Diseñar y construir diferentes rectángulos, dados el perímetro, el área o ambos, y sacar conclusiones” (MINEDUC, 2013). Los estudiantes deberán activar los conocimientos de área y perímetro trabajados en las dos clases anteriores, para comunicar de manera escrita y verbal razonamientos matemáticos y conjeturar conclusiones, para apoyar a los estudiantes en la comprensión del concepto área, es a través de diversas tareas matemáticas, que el docente guiará, dándole sentido al objeto matemático en su cotidianeidad y tal vez provocar una aceleración en el aprendizaje del concepto. (Olmos et al 1993).

Se inicia la monografía con la presentación con los antecedentes y problemática del objeto matemático, para luego continuar con el objeto matemático área, con un análisis breve del currículum nacional y de textos escolares para finalizar con un barrido histórico y epistemológico del objeto.

Posteriormente, se explica brevemente la organización de la secuencia didáctica, junto a sus objetivos y la articulación entre los tres planes de clases. Esto enmarcado en la pertinencia de un marco teórico utilizado, sobre la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud fundamento el diseño escogido.

Luego se presenta un análisis a priori de los tres planes de clases, junto al análisis en donde se pronostican diferentes respuestas, dificultades y errores que pueden surgir en los estudiantes para luego realizar un contraste con análisis a posteriori, de la clase implementada, de las respuestas y evidencias de los estudiantes que emergieron, al implementarse el plan de clases.

Finalmente se presenta una conclusión sobre los diseños escogidos, la innovación de la secuencia didácticas y algunas reflexiones sobre la contribución a la comunidad educativa de la propuesta presentada.

ANTECEDENTES

La geometría implica grandes beneficios al hombre, debido a que esta fue la primera rama de la matemática que nace de elementos primitivos, axiomas, definiciones, teoremas, propiedades y corolarios. Es importante mencionar que la geometría ayuda Ante esto, es importante considerar que la geometría ayuda a desarrollar anticipadamente el pensamiento espacial de los estudiantes (MINEDUC, 2013).

Además, se desarrollan habilidades del pensamiento y propiedades geométricas, ayudando a las estrategias en la resolución de problemas (Bressan, 2000). Es así como el estudiante tempranamente desde su escolaridad, tiene la opción de visualizar, reconocer, conjeturar, generalizar y deducir, habilidades necesarias para enfrentarla realidad.

La medición de áreas en el sistema educacional

Etimológicamente, geometría quiere decir “medida de la tierra”. Podemos desprender que la necesidad que nace del hombre por medir, justifica el interés de la matemática, en lograr introducir en el mundo de la geometría a los estudiantes (Reyes, Dissett y Gormaz, 2013).

Olmos et al (1993) mencionan que todo aquello que se relacione a lo geométrico, aritmético y resolución de problemas, ayuda a los estudiantes a desarrollar sus habilidades y destrezas. Esto conlleva a que los estudiantes adquieran las herramientas necesarias para desenvolverse, sin mayores obstáculos, en su cotidianeidad.

En relación al concepto área, Reyes et al (2013) mencionan que intuitivamente a cada figura del plano, le corresponde una superficie asociada a la magnitud llamada área.

Las expresiones en área

La matemática está formada por diversas expresiones, tanto numéricas como algebraicas y la geometría no se queda atrás. Martínez y Varas (2013) mencionan que al utilizar letras permite resumir y generalizar formulas, expresando la relación que existe en magnitudes y cantidades.

En geometría al igual que en matemática, existen expresiones que involucran símbolos. Por ejemplo, el cálculo del área de un rectángulo, es la multiplicación del largo y ancho, y se expresa como $A = l \cdot a$, donde A es el área del rectángulo, l es el largo y a su ancho.

Martínez y Varas (2013) mencionan que el trabajo previo en los estudiantes de expresiones numéricas, ejemplificados con situaciones cotidianas, son esenciales para comprender las expresiones algebraicas. Estas expresiones, nos permite traducir de un lenguaje natural a uno algebraico relaciones que surgen en la vida diaria.

Dificultades presentes en el aprendizaje del área

Existe una dificultad específica de la magnitud superficie en un rectángulo, la bidimensionalidad, a pesar que se puede trata de dos formas, como proceso aditivo y multiplicativo, esta última requiere de estructuras multiplicativas mucho más complejas que las aditivas. Chamorro (2003) plantea

> Que es posible agrupar en un mismo campo conceptual las magnitudes espaciales, longitud, superficie y volumen, argumenta que requieren conceptualizaciones de orden geométrico, estructuras aditivas y multiplicativas […] y son justamente este aspecto geométrico y el carácter multilineal, los que están en el origen de muchos de los obstáculos y conflictos a los que se enfrenta el alumno en el aprendizaje de estas magnitudes (p. 246).

Por esto es necesario trabajar con los estudiantes las magnitudes desde las dos formas, en un inicio como unidimensional (proceso aditivo) y posteriormente como bidimensional (proceso multiplicativo), complementándose en el transcurso de la escolaridad, para alcanzar la conceptualización del objeto área.

PROBLEMÁTICA

Actualmente, desde la experiencia docente se ha identificado, que la adquisición del concepto de área, se encuentra relacionado a la medición de ésta, en donde los estudiantes, desde temprana edad, memorizan un cálculo, o confunden entre perímetro y área, no siendo significativo el objeto matemático. Olmos et al (1993) señala que el error de confundir perímetro y área es bastante frecuente, donde en muchos casos, los estudiantes designan el número mayor al área y el menor al perímetro.

La comprensión del concepto área es a través de diversos problemas teóricos pero por sobre todo prácticos, que el docente debe guiar, para que el estudiante le dé sentido al objeto matemático en su cotidianeidad y tal vez provocar una aceleración en el aprendizaje del concepto. (Olmos et al 1993).

A partir de esto se plantea, una secuencia didáctica que apunta a subsanar la problemática planteada.

OBJETO MATEMÁTICO ÁREA

Aspectos epistemológicos

Se considera como premisa, lo que menciona Anacona (2003), que los estudios históricos epistemológicos, que expliquen sobre la génesis, evolución y consolidación de un objeto matemático, dentro de un marco de condiciones socioculturales específicas, posibilitan no solo la comprensión del concepto sino la transcendencia a un conocimiento más allá de un proceso algorítmico.

Nacen grandes civilizaciones con la llegada de la Edad de los Metales, asentándose a orillas de fructíferos ríos como son el Éufrates, Tigris y el Nilo. Nuestra historia está influenciada por el pensamiento matemático, desde aquellos tiempos donde el hombre tenía la necesidad de limitar sus terrenos con la crecida del rio en época de lluvias. Desde entonces se han elaborado nuevas ideas o teorías matemáticas (Ortiz, 2005).

Heródoto, historiador griego, afirmaba que la geometría había nacido en el antiguo Egipto, cuando el Nilo inundaba los campos de cultivo que se encontraban en sus costas, surgiendo la necesidad de restaurar límites y demarcar las tierras agrícolas. En cambio, Aristóteles, a pesar que concordaba con Heródoto que había sido en Egipto, sostenía que el nacimiento de la geometría había sido por la clase sacerdotal ociosa. (Ortiz, 2005). Sin embargo de una u otra forma, Egipto ha “sorprendido con su desarrollo civil y arquitectónico sin precedentes en pleno periodo Neolítico” (Castro, 2007).

Se conoce la matemática egipcia, gracias a dos documentos encontrados en el siglo XIX, el Papiro de Rhind (1650 A.C) y el Papiro de Moscú (1850 A.C.) que contiene valiosa información matemática (Ortiz, 2008). Estos papiros tienen problemas que demuestran que los egipcios calculaban áreas de figuras planas, incluso llegando a una expresión general, ayudando a la aproximación del área de un círculo, acercándose al número Pi. (Gonzales, 2016). Por su parte Castro (2007), señala que aun no se sabe si la aproximación del número Pi, fue del valor de la base de las pirámides por la altura, pero se sabe que 800 años después “Ahmes escribió el cálculo del área de un círculo en el problema 50 del papiro de Rhind, donde se extrae el cálculo de Pi” (p.756).

La civilización babilónica, al igual que la egipcia, comprende la etapa de la formación de ideas primitivas del objeto matemático. Este pueblo vivió en Mesopotamia entre 5000 A.C. hasta los primero tiempos del cristianismo. El conocimiento matemático de los babilones procede del descubrimiento de 300 tablillas, fundamentalmente de cuatro tablillas matemáticas: la de Yale, la de Plimpton 322, la de Susa y de la tablilla de Tell Dhibayi, descubiertas a mediados del siglo XIX.

La geometría en Babilonia, estaba centrada en lo práctico, conociendo reglas generales para calcular distintas áreas como del rectángulo, triangulo rectángulo, triangulo isósceles, entre otros, todas figuras planas (Ortiz, 2005).

A pesar de todos sus avances no alcanzan el nivel de una ciencia organizada, como ocurrió siglos después Grecia. La matemática de estas civilizaciones (egipcios y babilones) estaba orientada a medir figuras planas, debido a sus necesidades prácticas, como era delimitar sus tierras cuando el rio se salía de su cauce. (Ortiz, 2005)

Posterior a las culturas egipcias y babilónica, se destacan los griegos, un nuevo pueblo que provenía del Asia, situándose en la Hélade y costas del mar Egeo, alrededor de los siglos XII, VII, VI (A.C.) Esta civilización se nutre del conocimiento de los egipcios en matemática, aprendiendo la geometría y aritmética.

El fenómeno físico que ocurría con la inundación del rio Nilo, descrito por Heródoto, muchos años después, Tales en Egipto, adquirió y puso en prácticas varias reglas que demostró con el paso del tiempo, considerándose el primer matemático de la historia de la ciencia (Ortiz, 2005)

Se destaca el matemático y filósofo Pitágoras, con su aporte al cálculo de áreas y sus aplicaciones. En diversas investigaciones sobre las antiguas civilizaciones se piensa que hacía más de un milenio antes, los egipcios habían descubierto ternas pitagóricas, no obstante, en el siglo VI a.C. la escuela pitagórica demostró que en todo triángulo rectángulo la suma de los cuadrados de los dos catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa. (González, 2016)

Hacia los años 440 (A.C) Hipócrates, se dedicó al estudio de la geometría, escribiendo “Elementos de Geometría”, un siglo antes que los Elementos de Euclides, lamentablemente este libro se perdió, conociéndose por una Historia de la Matemática de Eudemo.

Platón (427 -388 A.C.), discípulo de Sócrates, famoso filosofo (470 -399 A.C.), ninguno matemático, tuvieron un fuerte impacto en su academia, en donde florecieron bajo su estimulo, diversos matemáticos entre los que se destaca el distinguido Eudoxo de Cnido, el cual contribuyó con el Método Exhaustivo, que trata de conocer las cantidades a través de las aproximaciones, utilizando figuras conocidas. El ejemplo histórico es el dado por Eudoxo, que aparece en el Libro XII de los Elementos de Euclides, y que consiste en aproximar al círculo (su área) vía polígonos (regulares) inscritos y circunscritos, como se observa en la imagen

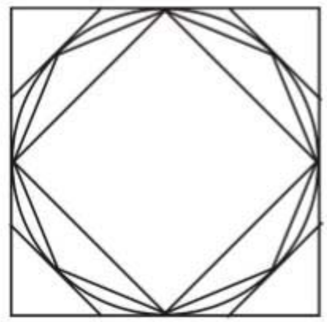


Figura 1. La diferencia en área entre un círculo y un polígono regular inscrito puede hacerse tan pequeño como se desee (Ortiz, 2005, p.114)

En el año 323 A.C., con la muerte Alejandro Magno, la ciudad de Alejandra, pasó a reemplazar a Atenas como la capital del mundo, entrando a la Edad de Oro de la matemática griega (Ortiz, 2005).

En el transito del siglo IV al III (A.C.) la figura de Aristóteles influyo en el nivel cultural del mundo griego, convirtiéndose Alejandría en el foco de la cultura universal, surgiendo la gran Escuela de Alejandría. Esta escuela reunió gran cantidad de obras de la antigüedad, en su gran biblioteca, llegando a tener un promedio de 700.000 volúmenes.

En este ambiente, Ptolomeo le encargo la enseñanza de la matemática en el Museo o Universidad de Alejandría, a Euclides, maestro nacido en el año 300 a.C aproximadamente. Poco se conoce sobre la vida, pero es el autor de uno de los libros más famosos de matemática “Los Elementos”, que ha perdurado más de dos mil años en vigencia, y que actualmente se sigue enseñando. En los dos primeros libros se encuentras algunas demostraciones del área de figuras planas (González, 2016).

Posteriormente

> “En el siglo I d. C. Herón de Alejandría desarrollaría la denominada fórmula de Herón, la cual permite encontrar el área de un triángulo cualquiera teniendo la medida de sus tres lados. Por lo tanto, en un triángulo de longitudes a, b, c, su área es igual a
>
> $$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},$$
>
> donde $$s = \frac{a+b+c}{2}$$
>
> es el semi perímetro del triángulo. El hallazgo de la fórmula, aunque se le ha atribuido a Herón en su texto Métrica, es posible que haya sido propuesta por Arquímedes mucho tiempo antes, siendo Métrica una

recopilación de aportes de otros autores griegos antiguo" (González, 2006, p.10)

A partir de este momento en la historia, se observa cómo se desea medir cualquier figura y esto toma un carácter más parecido a la integral, ya que se comienza a trabajar con la aproximación por medio de sumas infinitas.

Durante sus estudios conoció a Stokes, quien lo introdujo a los Elementos de Euclides, que él era capaz de enseñar. Newton también estudió Algebra de Wallis, que al parecer, su primer trabajo matemático original vino de su estudio de este texto. Él leyó el método de Wallis para encontrar un cuadrado de área igual a una parábola y una hipérbola que usaba indivisibles.

Lebesgue formuló la teoría de la medida en 1901 y en su famoso trabajo Sur une généralisation De l'intégrale définie Ⓣ, que apareció en las Comptes Rendus el 29 de abril de 1901, dio la definición de la integral de Lebesgue que generaliza la noción de la integral de Reimann extendiendo el concepto del área bajo una curva para incluir muchas funciones discontinuas. Esta generalización de la integral de Reimann revolucionó el cálculo integral. Hasta el final del siglo XIX, el análisis matemático se limitaba a funciones continuas, basadas en gran medida en el método de integración de Reimann.

Análisis curricular

Como se mencionaba anteriormente, en los planes y programas asignados por el Ministerio de Educación (2013), los estudiantes de cuarto básico comienzan con el concepto área, con la utilización de unidades cuadradas, donde se muestra cada figura dividida en cuadriculas para que logren reconocer la cantidad total de unidades cuadradas que cubren la superficie. Asimismo se introducen las unidades de medición como cm^2 y m^2, con el fin que los estudiantes logren discriminar la pertinencia de su uso, según el objeto a medir.

Los estudiantes en quinto básico, retoman el uso de las cuadriculas y las unidades cuadradas, para luego trabajar el cálculo del área. Comienzan calculando áreas en cuadrados y rectángulos, para luego continuar en triángulos, paralelogramos y trapecios, finalizando con el área de figuras compuestas. Se propone que logren el cálculo de estas últimas, utilizando el conteo de cuadrículas, o bien dividiendo la figura en polígonos conocidos, sumando el área de cada uno de ellos. Estas estrategias favorecen y facilitan el trabajo de años posteriores.

Posteriormente, en sexto básico, los estudiantes se enfrentan al cálculo de área de poliedros, como son, el cubo y el paralelepípedo, utilizando en un inicio la red de construcción de las figuras 3D para calcular el área total. La idea es que el estudiante descomponga la red en figuras conocidas calculando cada área para luego sumarlas. Finaliza la unidad con la presentación del cálculo de área, conociendo las dimensiones de las aristas del cubo y paralelepípedo.

En séptimo básico, se retoma el cálculo de todas las áreas vistas en los años anteriores para concluir con el área de un círculo, objeto matemático no trabajado en cursos anteriores. Inician con la estimación del área de diversos círculos para concluir en la fórmula general.

En octavo básico, el estudiante inicia con la estimación del área de prismas y cilindros, con la ayuda de material concreto de la red de construcción, concluyendo con el cálculo general del área de un prisma y cilindros.

Al realizar el barrido curricular, es posible afirmar que existe una progresión con respecto a la comprensión del concepto del área. En un comienzo, en cuarto básico, se direcciona el trabajo por medio de unidades cuadradas, y cómo a través del llenado con estas, se calcula el área de una superficie, para finalizar la enseñanza básica en una generalización del cálculo de área de polígonos y poliedros.

Definición Escolar

En análisis de los textos escolares, respecto a la definición del objeto matemático, se realizó desde dos miradas, del texto ministerial de cuarto básico y de un texto trabajado en un colegio particular de quinto básico.

Loyola (2013), texto de quinto básico, hace referencia a que el objeto matemático, corresponde a la medida de superficie que ocupa una figura y las unidades de medición involucradas, aludiendo además que para medir las superficies de figuras se pueden utilizar distintas unidades de medida. Así mismo, determina que el área de un rectángulo corresponderá al producto entre las medidas de dos lados consecutivos.

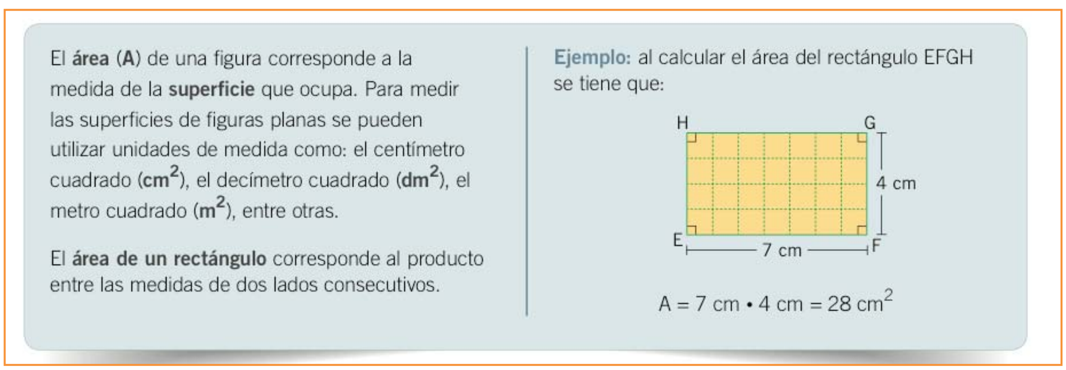


***Figura 2*. Definición de área en texto escolar.**

***Fuente:* Matemática 5º básico (2013)**

Por otra parte, Alfaro, Espinoza y Cano (2014), texto de cuarto básico, definen el área como la cantidad de unidades cuadradas que se necesitan para cubrir una superficie plana, utilizando la representación simbólica para su ejemplificación.

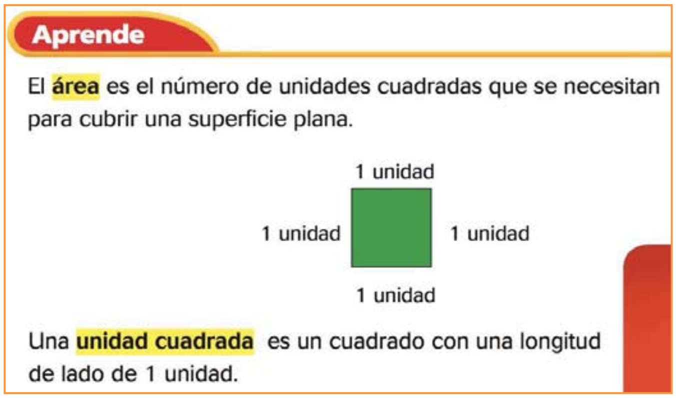


Figura 3. **Definición de área en texto escolar.**

Fuente: **Matemática 4º básico (2014)**

Análisis de textos escolares

Si nos situamos en la definición expresadas en textos escolares ofrecidos por el Ministerio de Educación, en donde el área, se asocia a la medida de una superficie, para un estudiante de cuarto básico, nivel que se introduce el concepto, no es una definición significativa para él, al no poder llevarlo a la práctica.

Sin embargo, el surgimiento de este objeto, como se ha estudiado anteriormente, emergen desde nuestros orígenes, estando presente en gran parte de nuestra historia escrita, con la necesidad del hombre de delimitar superficies, medir las áreas y rectificar los límites que correspondiesen.

Los textos ministeriales promueven una progresión desde la linealidad a la bidimensionalidad y finalmente puedan operar en la tridimensionalidad del espacio. Esta promoción se plantea desde los siguientes tipos de actividades, sintetizadas desde el MINEDUC (2013):

En cuarto básico, se espera que los estudiantes reconozcan la medición de áreas a partir del trabajo de figuras sobre cuadrículas, obteniendo así, unidades de medida de referencia.

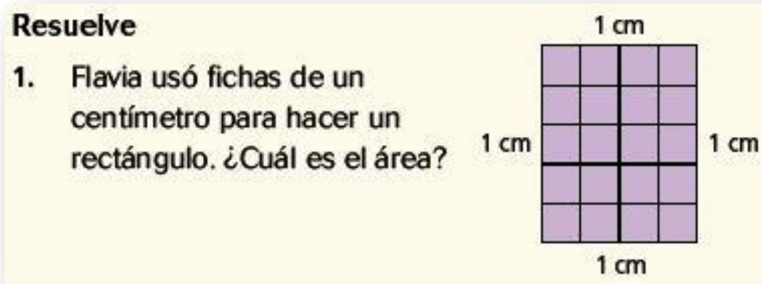


Figura 4. **Actividad ilustrativa del uso de cuadriculas.**

Fuente: **Matemática 4º básico (2014)**

En quinto básico, se espera que profundicen el trabajo con áreas, específicamente trabajando en el cálculo de áreas de triángulos y cuadriláteros, contando los cuadrados de una cuadrícula inicialmente para luego construir y usar una expresión matemática.

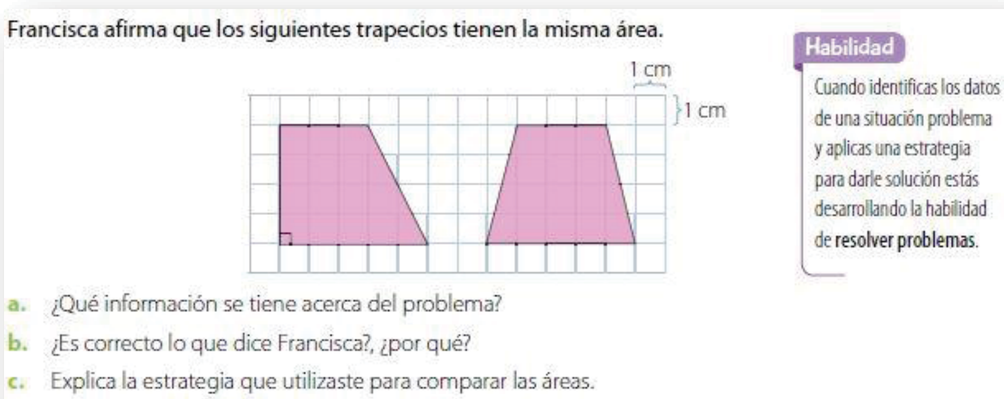


Figura 5. **Actividad ilustrativa del paso del uso de cuadriculas al cálculo del área.**

Fuente: **Matemática 5º básico (2016)**

En sexto básico, se extiende el trabajo con áreas de superficie en figuras bidimensionales a áreas de superficies de cubos y paralelepípedos, permitiendo calcular el área con sus redes geométricas para finalizar con el uso de la fórmula.

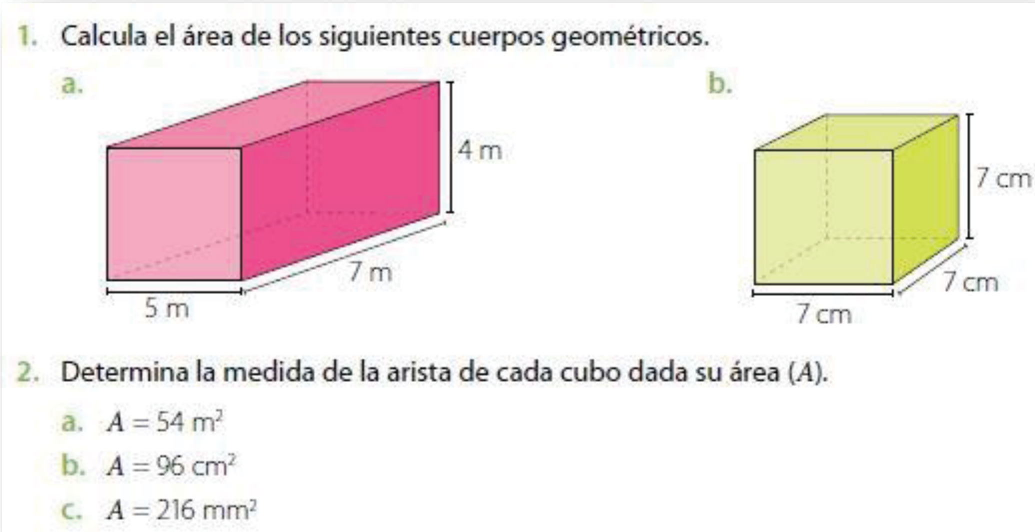


Figura 6. **Actividad ilustrativa del cálculo del área en cubos y paralelepípedos.**

Fuente: **Matemática 6º básico (2016)**

En séptimo básico, se espera que los estudiantes conjeturen sobre el área de superficies de triángulos, paralelogramos y trapecios, para llegar al área del círculo, en la resolución de problemas relacionados con geometría y en contexto con la construcción, el diseño y otros temas de la vida real.

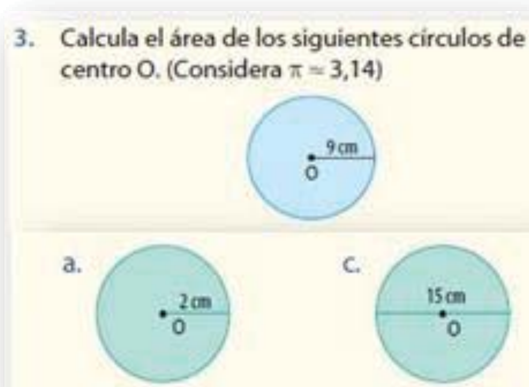


Figura 7. **Actividad ilustrativa del cálculo del área en círculos.**

Fuente: **Matemática 7º básico (2013)**

Al finalizar la enseñanza básica, en octavo, se espera que los estudiantes descubran y apliquen fórmulas del área para calcular las superficies de prismas rectos y de cilindros, para ello, comienzan con cuerpos conocidos, como el cubo, y trabajan con sus redes para determinar las relaciones entre largo, ancho y alto, necesarias para desarrollar el nuevo conocimiento.

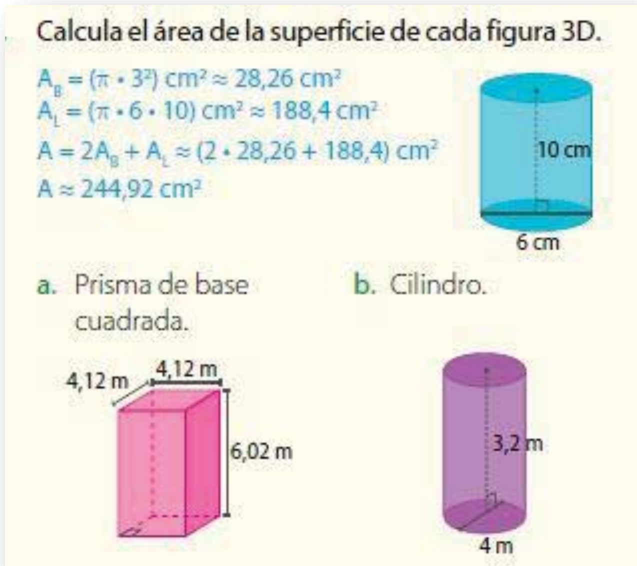


Figura 8. **Actividad ilustrativa del cálculo del área en prismas y cilindros.**

Fuente: **Matemática 8º básico (2013)**

Podemos concluir con este análisis de los textos escolares brindados por el Ministerio de Educacion, la progresión ascendente del objeto matemático, abarcado en un inicio como las unidades cuadradas que cubren una superficie en figuras 2D para llegar al cálculo de poliedros como son los primas y cilindros.

SECUENCIA DIDÁCTICA

Pertinencia del Marco Teórico

Para el análisis y elaboración de la Secuencia Didáctica se utiliza la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud. A continuación se presenta lo relevante de esta teoría cognitivista.

La teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud está enfocada al desarrollo cognitivo y pretende brindar un marco coherente y principios para su estudio, siendo su esencia, la conceptualización de lo real (en el aula) clave para el desarrollo cognitivo.

Para Vergnaud (1990) el conocimiento se organiza por campos conceptuales y su dominio dependerá de cada estudiante, de sus vivencias, madurez y aprendizaje, a través de un extenso periodo de tiempo.

Existen conceptos claves en la Teoría de los Campos Conceptuales son: **campo conceptual**, **esquema, situación, invariante operatorio** y la construcción propia de **concepto**.

Campos conceptuales

Se considera un campo conceptual, lo planteado por Vergnaud (1990) como

> Un conjunto de situaciones problema cuyo tratamiento implica conceptos, procedimientos y representaciones simbólicas en estrecha conexión (p. 184).

Contextualizado con el objeto matemático que se trabaja en la Secuencia Didáctica, se sustenta en la Teoría de Los Campos Conceptuales de Vergnaud como parte de un campo conceptual junto a otras magnitudes espaciales como es la longitud y el volumen, citados por Chamorro (2003)

> Vergnaud, en su Teoría de los Campos Conceptuales, agrupa en un mismo campo conceptual las magnitudes espaciales, longitud, superficie y volumen, argumentando que su tratamiento requiere, en los tres casos, conceptualizaciones tanto de orden geométrico como de las estructuras aditivas y las estructuras multiplicativas, lo que no ocurre en el resto de las magnitudes (p. 246).

El análisis de las representaciones simbólicas, dentro del estudio de un campo conceptual, es importante para explicar y describir el concepto y las relaciones entre cada situación.

El dominio de un campo conceptual, en el sujeto, se forma trabajándolo en distintos tipos de situaciones, a lo largo de un amplio periodo de tiempo a través de la práctica, discernimiento y aprendizaje.

Concepto

Para que se realice la conceptualización de un concepto, deben existir un triplete de tres conjuntos, C= (S, I, R):

1- Las situaciones: son una combinación de tareas, que le dan sentido al concepto con sus propias experiencias (S).
2- Conjunto de invariantes operatorias: son los objetos, propiedades, teoremas y relaciones, que se usan para resolver las situaciones y se traducen en reglas de aplicación en ciertos dominios (I).
3- Diferentes representaciones simbólicas, como el lenguaje natural, gráficos y sentencias formales, que forman el bagaje que el estudiante usa para enfrentar las situaciones del concepto y están conectados unos con otros, durante el proceso de aprendizaje (R).

El primer conjunto, S, es el referente del concepto, el segundo, I, es el significado del concepto y el ultimo, R, es el significante. Es importante considerar estos tres conjuntos simultáneamente para poder estudiar el desarrollo y uso de un concepto.

Vergnaud (1990) argumenta que la representación de lo real tiene un fundamento en una red semántica compleja y dinámica, por lo tanto en un contexto, ninguna situación se aborda recurriendo a un único concepto, y ningún concepto es propio de una única situación, es decir, los campos conceptuales se constituyen como un constructo teórico para la comprensión del desarrollo conceptual.

Situación

Para los entendidos en situaciones didácticas, confundirán tal concepto, pero para Vergnaud (1990) una situación es una tarea o una combinación de ellas, siendo su interés didáctico moderado. Además destaca dos ideas principales con relación al sentido de situación: variedad e historia. Esto significa que en un campo conceptual existen una gran variedad de situaciones y muchas de las concepciones que tienen los estudiantes vienen de las primeras situaciones que fueron capaces de dominar o por el contrario de las experiencias que se intentaron modificar.

Alfaro y Fonseca (2016), distinguen dos tipos de situaciones:

> (1) aquellas en las cuales el sujeto dispone, en un momento dado de su desarrollo y de las competencias para tratar fácilmente la situación propuesta; y (2) aquellas en donde no dispone de todas las competencias, lo cual le obliga a un proceso de reflexión, dudas, exploración, entre otros, que le conducirá al éxito o al fracaso (p. 20)

Vergnaud (1990) menciona que en ambas situaciones surgen esquemas, en la primera situación es único y se identifica en conductas automatizadas, en cambio en la segunda situación, se evocan varios esquemas que compiten entre sí, intentando la acomodación, separación y recombinación.

Para que un concepto se ponga en funcionamiento se debe experimentar por medio de varias situaciones y quien investiga, debe analizar cada conducta y los esquemas (conocimientos) desde el aspecto cognitivo, señala Vergnaud (1990). Es por ello que el concepto de área se comprende a través de diversos problemas teóricos pero por sobre todo prácticos, en donde el estudiante logre conceptualizar el objeto desde aspecto geométrico y con carácter multilineal, dándole sentido al objeto matemático en su cotidianeidad junto a una valiosa herramienta para la resolución de problemas complejos.

Chamarro (2003), menciona que

> Los conceptos no se copian, se construyen en interacción con el medio […] que los errores no se corrigen simplemente porque el maestro los señale, que la repetición no lleva necesariamente a la comprensión, que los conceptos matemáticos no son independientes los unos de los otros, y que se encuentran formando campos conceptuales. (p. 70)

Esquema

La noción de esquema surge hace más de medio siglo con Piaget, refiriéndose a una estructura mental específica, que se introduce en diversos niveles de abstracción que puede ser transferida y generalizada. En todos los niveles, estos esquemas, se diferencian por acomodación continua de los nuevos datos, en tanto que la adaptación es resultado del equilibrio entre esta acomodación y esta asimilación. Chamorro (2003) define lo que es un esquema, según Vergnaud, en su Teoría de los Campos Conceptuales, como

> "Una organización invariante de la conducta del sujeto para una clase determinada de situaciones" (p. 62).

La idea de esquemas, supone una cierta automatización de la conducta del individuo, que va desde las competencias sensorias motrices complejas hasta las competencias matemáticas, influenciadas por competencias socioculturales, denomina teoremas por Vergnaud, que nace y se desarrolla conjuntamente con los conceptos ligados con el campo conceptual. Estos esquemas cuando son movilizados por los estudiantes sufren procesos de adaptación en el curso de su desarrollo.

Cuando niños, nos enfrentamos a variados objetos y situaciones, surgiendo nuestro primer esquema del objeto permanente, permitiendo responder a objetos que no están presentes sensorialmente. Luego, desarrolla trabajar el esquema de un tipo de clase de objetos, permitiendo que reconozca la relación que existe entre ellos y los clasifique. En definitiva, se puede considerar un esquema como un saber – hacer, dispuesto para ser utilizado en la resolución de problemas.

Invariante operatorio

La noción de invariante supone cierta automatización de la conducta del individuo. Desde la perspectiva de esta teoría, desde la niñez existen estructuras de pensamiento que se pueden llamar “nociones matemáticas”. Es importante entender que estas estructuras son a nivel de pensamiento y no de lenguaje simbólico. Para Vergnaud, estas estructuras son llamadas conocimientos en acto.

Los conocimientos que contienen los esquemas de un sujeto, existen dos nociones: concepto de acto o acción (objeto, predicado o categoría de pensamiento implícito que el estudiante tiene como adecuado) y teorema en acto o acción (proposición considerada verdadera por el estudiante), conocidos como invariantes operatorios. Estos son implícitos en los estudiantes y les permite construir procedimientos de resolución en determinada situación.

Entre ambos conceptos, de acción y teorema, existe una relación dialéctica, debido a que los conceptos son ingredientes de los teoremas y a su vez los teoremas son propiedades que le dan a los conceptos sus contenidos.

La Teoría de los Campos Conceptuales destaca que la adquisición de conocimiento es moldeada por las primeras situaciones y problemas que fuimos capaces de dominar, esto significa que ese conocimiento tiene muchos aspectos contextuales, sin embargo existe una laguna entre los invariantes que el individuo construye al relacionarse con el medio y los invariantes que forman el conocimiento científico.

Moreira (2002) menciona que los estudiantes no son capaces de explicar ni tampoco de expresar en lenguaje natural sus teoremas y conceptos en acto, por esto es importante que en la enseñanza, el docente ayude a construir conceptos y teoremas explícitos, y científicamente aceptados a partir del conocimiento implícito, para que progresivamente estos se tornen verdaderos conceptos y teoremas científicos, aun que esto puede llevar mucho tiempo.
A continuación se presenta un mapa conceptual sobre la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud, citado por Moreira (2002), destacando los conceptos claves de la teoría y sus principales interrelaciones, a modo de resumen.

La Teoría de los Campos Conceptuales nos brinda una mejor comprensión en el proceso del desarrollo cognitivo, abriendo a múltiples posibilidades en distintas áreas del conocimiento, tanto de carácter psicológico como pedagógico, fundamentando su concepción en esquema como representación mental estable que opera en la memoria a largo plazo.

Contextualización de la Secuencia Didáctica

Problemática

Actualmente, desde la experiencia docente se ha identificado, que el aprendizaje del concepto de área, se encuentra principalmente ligado a la medición de ésta, en donde los estudiantes, desde temprana edad, memorizan un cálculo, o confunden entre perímetro y superficie, no siendo significativo el concepto de área. Olmos, Moreno y Gil (1993) señala que el error de confundir perímetro y área es bastante frecuente, donde en muchos casos, los estudiantes designan el dato mayor al área y el menor al perímetro.

Contexto y sujeto

El contexto del estudio se enmarca en el nivel 5° básico, se realizó la intervención, en un colegio de la comuna de San José de Maipo, a un grupo de 36 estudiantes, divididos en un inicio en 9 grupos de 4 integrantes, posteriormente se formaron 10 grupos: 8 grupos con 4 estudiantes y 2 grupos de dos.

La profesora como observadora participante les imparte la asignatura desde comienzo de año.

En los planes de clases se presentan tareas matemáticas contextualizadas con la realidad de los estudiantes de San José de Maipo, debido a que varios conocen una residencia u hospedaje, por su ubicación geográfica rica en turismo.

Objetivo de la secuencia didáctica:

Diseñar y construir diferentes rectángulos, dados el perímetro, el área o ambos, y sacar conclusiones. (OA 21)

Tema Clase 1 (90 minutos):

Encontrar el área de una figura rectangular con material concreto.

Materiales: PPT (anexo 1), rectángulos hechos con cartulina de distintos tamaños, baldosas representadas por cartulina, ejemplificando la unidad cuadrada (anexo 2) y ficha de trabajo (anexo 3).

Tema Clase 2 (45 minutos):

Encontrar el perímetro de la figura rectangular trabajadas la clase anterior, con material concreto.

Materiales: PPT (anexo 4), rectángulos hechos con cartulina de distintos tamaños (anexo 5), cinta de 1 metro de largo y ficha de trabajo (anexo 6).

Tema Clase 3 (90 minutos):

Con la figura rectangular trabajada las clases anteriores, recortan las unidades cuadradas para armar otros rectángulos con la misma área.

Con la ayuda de un geoplan y la cinta trabajada la clase anterior con la longitud del rectángulo, arman otros rectángulos con el mismo perímetro.

Materiales: PPT (anexo 7), rectángulos hechos con cartulina de distintos tamaños (anexo 2), tijeras, geoplano, cinta de 1 metro de largo y ficha de trabajo (anexo 8).

Encargado de implementación:

Encargado	Colegio	Curso
Constanza Barrera Cabrera	Colegio Rafael Eyzaguirre	5º

CLASE 1 DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

O.A: “Identificar estrategias de medición en superficies rectangulares”

Actividad Matemática

Tarea matemática

> **La señora María es dueña de una residencia y desea embaldosar todas las habitaciones.**
>
> **Considerando que todas las baldosas son cuadradas y de igual tamaño, ¿Cuántas baldosas se necesitan para cubrir toda la superficie?**
>
> **¿Qué expresión permite calcular la cantidad de baldosas que se utilizaran?**

Análisis a priori

La primera clase se iniciará con una puesta en común con todo el grupo curso respecto a reconocer qué es un embaldosado y qué características tiene. Esta puesta en común, será liderada por la profesora a cargo, donde irá guiando los aportes de los estudiantes, con la intención de obtener la mayor cantidad de características, y contrastar así, aquellas que permitan que las y los estudiantes se acerquen principalmente al concepto de embaldosado que será necesario para el desarrollo de la tarea.

Una vez presentada la tarea a los estudiantes, éstos comenzarán a conjeturar sobre cómo poder obtener una cantidad total de baldosas a partir del modelo de cuadrícula dentro de una situación contextual. De esta forma, tendrán que buscar una estrategia que facilite el conteo de las baldosas a usar, presentándose la posibilidad de manipular una superficie que representará a la de la tarea planteada. Así, entre pares, tendrán que converger sus propuestas, de tal forma que escojan la estrategia que más le acomode al grupo, para finalmente poder plantear una expresión matemática que permita simplificar todos sus cálculos.

Esta sesión promoverá tanto el diálogo entre pares, como la capacidad de argumentación para justificar sus ideas, por lo que se espera una participación activa por parte del grupo curso.

En la tarea, se espera que los estudiantes marquen la unidad cuadrada (baldosas) en una fila y luego una columna, para luego multiplicar ambos valores, obteniendo la cantidad total de baldosas necesarias para cubrir la superficie.

Respuesta experta

Se considera como respuesta experta, desde un saber sabio, el cálculo del área como:

$$\acute{A}rea = largo \cdot ancho$$

Dado que los estudiantes, divididos en grupos, recibirán rectángulos de distintas medidas, se esperan los siguientes resultados.

Dimensión	Área de la superficie
(2 x 11) u	22 u^2
(3 x 18) u	54 u^2
(5 x 5) u	25 u^2
(9 x 7) u	63 u^2
(10 x 8) u	80 u^2
(10 x 10) u	100 u^2
(15 x 3) u	45 u^2

Conceptos involucrados

Para resolver la tarea planteada, se ponen en juego los siguientes contenidos trabajados en matemáticas:

- Conocer las características de un cuadrado.
- conocer las características de un rectángulo.
- El cálculo del área de un cuadrado.
- Saber las tablas de multiplicar.

Estrategias de resolución

Para poder resolver esta tarea matemática, los estudiantes podrían desarrollar tres posibles estrategias de resolución.

A continuación se enlista desde la estrategia que involucra una conducta automatizada, siendo de menor complejidad a una estrategia que conlleva procesos matemáticos mas complejos con el uso de varios esquemas en juegos, en donde los estudiantes no disponen de todas las competencias necesarias para abordar la tarea, conduciendo a la reflexión, exploración que pueden llevar al éxito o al fracaso.

1) Ubican la unidad cuadrada, y comienzan a marcarla en la cartulina, una al lado de otra, sin sobreponerla. Realizan este procedimiento hasta completar la cartulina. Cuentan las unidades cuadradas marcadas.

Esta estrategia se considera la más sencilla, ya que los estudiantes disponen de las competencias para tratar fácilmente la situación, desarrollando una conducta automatizada, organizada en un solo esquema del campo conceptual, siendo de menor complejidad la situación

2) Ubican la unidad cuadrada y marcan, sin sobreponer, una fila y una columna. Cuentan cuántas unidades cuadradas hay por fila y la suman según la cantidad que hay por columnas, y viceversa.

Esta estrategia se considera de mediana complejidad, ya que los estudiantes disponen de las competencias para tratar fácilmente la situación, , a pesar que no contabilizan una a una las figuras de la cartulina, de igual forma su conducta se organiza en un solo esquema del campo conceptual, al realizar una suma iterada para llegar a la cantidad total de baldosas.

3) Ubican la unidad cuadrada y marcan, sin sobreponer, una fila y una columna. Cuentan cuántas unidades cuadradas hay por fila y por columnas y multiplican ambas cantidades (respuesta experta).

Esta estrategia se considera la de mayor complejidad, al poner en marcha el uso de varios esquemas en juegos, ya que los estudiantes solo utilizan el material concreto como una herramienta que les permite contabilizar el número de columnas y de filas que hay presentes en la cartulina, para luego establecer conexiones y hacer uso de conocimientos matemáticos. Se considera que esta es la menos intuitiva para los estudiantes, ya que como se evitó utilizar la palabra área o múltiplo en el enunciado, son los estudiantes los que deben llegar a descubrir el procedimiento correcto, junto a esta cabe mencionar que esta estrategia es la que les facilitará el paso a conjeturar sobre el cálculo de área.

Posibles errores y dificultades

Como posible error, de podría prever que al utilizar el material concreto, los estudiantes como estrategias de resolución comiencen a dibujar en la cartulinas las unidades cuadradas sobreponiendo unas en otras. Esto podría conducir a que obtuvieran una cantidad mayor de baldosas a la respuesta correcta esperada. Frente a esta situación, la docente a cargo debe mediar el trabajo de los estudiantes y realizar preguntas del tipo: Si nos fijamos en el piso de la sala ¿cómo se encuentran ubicadas las baldosas? ¿Qué diferencia observan entre el piso de la sala y la forma en que dispusieron las baldosas en su cartulina? Se busca así guiar a los estudiantes a que logren determinar que las baldosas no pueden ir superpuesta, sino que deben ir unas al lado de otras.

Otro posible error tiene relación con que los estudiantes comiencen a dibujar las baldosas en la cartulina pero sin yuxtaponerlas. En caso de que esto ocurra, la profesora debe realizar preguntas como: ¿qué estrategia están utilizando? Si las ubicamos de esta forma ¿se logrará embaldosar todo la superficie? ¿Existirá alguna otra disposición que nos permita calcular de manera más sencilla la cantidad de baldosas? Con este tipo de preguntas, no se está dirigiendo de manera explícita al estudiante a contestar de cierta forma, sino que se busca que se den cuenta de su error por medio de una mirada crítica y reflexiva sobre el trabajo llevado a cabo.

Desde estos errores propuestos, se puede afirmar que una posible dificultad estaría asociada a la estrategia utilizada para lograr contabilizar la cantidad total de baldosas utilizadas en una determinada superficie.

Otra dificultad que podría presentarse se relaciona con la complejidad de establecer una única expresión matemática que permita calcular la cantidad de baldosas independiente de la dimensión trabajada. Al estar en 5º básico, los estudiantes presentan un escaso trabajo con lenguaje algebraico y con la abstracción que este conlleva, por tanto pueden enunciar el cálculo del área solo con los números presentes en su cartulina, en vez de lograr expresarlo como l*argo por ancho.*

Es posible también que se presenten errores asociados al cálculo, ya sea de la contabilización de las baldosas dibujadas, del resultado de la suma iterada o bien del producto de los factores. En caso de que se observen este tipo de errores, la profesora debería intervenir y recomendarle a los estudiantes que revisen los cálculos, ya que lo importante es la estrategia utilizada para la resolución más que el número obtenido.

Matemáticas involucradas

Dentro de esta actividad es posible detectar la utilización de conocimientos atribuidos a distintos ejes de las matemáticas. Por una parte, se emplean operaciones en un campo numérico conocido por los estudiantes (hasta la centena) pudiendo ser la suma o la multiplicación según preferencia de los grupos. Se puede utilizar también la estrategia de conteo en el campo numérico ya mencionado.

Otro conocimiento involucrado tiene relación con el eje de geometría, ya que los estudiantes deben ser capaces de diferenciar figuras geométricas. Junto a esto, y por medio del desarrollo de la tarea planificada, los estudiantes calcularán el área de una superficie dada, objeto que se comienza a estudiar en 4ºaño básico.

Los estudiantes también harán uso del álgebra, ya que se espera que logren conjeturar la fórmula del cálculo de área en figuras rectangulares, obteniendo la generalización a partir de sus propios trabajos y el de los pares. Aún cuando no logren expresar todo en un lenguaje algebraico, se espera que puedan expresarlo en un lenguaje natural que por medio de la ayuda de la profesora, puedan llevarlo a una expresión algebraica como tal.

Plan de clases 1

Actividad de aprendizaje	Intervención docente	Evaluación de la marcha de la clase	Tarea matemática
Inicio de la clase 0. Escuchan las indicaciones generales de la clase. 1. Presentación del objetivo de la clase: "Identificar estrategias de medición en superficies rectangulares" 2. Se contextualiza a los estudiantes con la palabra superficie para comprender el objetivo. 3. Identifican la imagen de un embaldosado y responden a las preguntas: ¿Qué es un embaldosado? ¿Qué características tiene?	0. Da a conocer las indicaciones generales de la clase. 1. Da a conocer el objetivo de la clase. 2. Les pregunta a los estudiantes ¿Qué significa superficie? 3. Contextualiza con la proyección de una superficie embaldosada de una sala de clases. (Anexo 1) Realiza preguntas orientadoras respecto al concepto de embaldosado. **Posibles respuestas de los estudiantes:** Una superficie plana formada con baldosas. Las baldosas se ubican una al lado de otra, sin sobreponerse y sin dejar espacio ente una y otra. Se registran las respuestas en la pizarra.	0. ¿Reconocen las normas de conducta a respetar? 1.Comprenden el objetivo a trabajar 2. Los estudiantes comienzan alzar la mano para responder. 3. ¿Los estudiantes se interesan en observar la imagen presentada? ¿Los estudiantes buscan reconocen las características de un embaldosado? 10 minutos	**La señora María es dueña de una residencia y desea embaldosar todas las habitaciones.** **Considerando que todas las baldosas son cuadradas y de igual tamaño, ¿Cuántas baldosas se necesitan para cubrir toda la superficie?** **¿Qué expresión permite calcular la cantidad de baldosas que se utilizaran?**
Desarrollo de la tarea 4. Planteamiento del problema La señora María es dueña de una residencia y desea embaldosar todas las habitaciones. Considerando que todas las baldosas son cuadradas y de igual tamaño, ¿cuántas baldosas se necesitan para cubrir toda la superficie? ¿Qué expresión matemática permite calcular la cantidad de baldosas se utilizarán? 5. Los estudiantes se reúnen en grupos de 4. Cada grupo recibe una cartulina rectangular (distinta para cada grupo según la habitación), un	4. Da a conocer la tarea a los estudiantes. 5. Entrega los siguientes materiales a cada grupo: 1 cartulina rectangular que representa la superficie de una habitación. 1 unidad cuadrada (u) (cuadrado de 3 x 3 cm) 1 hoja de registro Se consideran las siguientes dimensiones de cartulina: 2 x 11 u; 3 x 18 u; 5 x 5 u; 9 x 7 u;	4. ¿Muestran interés por el problema? ¿Comprenden el problema a resolver? ¿Comunican posibles estrategias para enfrentar el problema?	

cuadrado de 3 x 3 cm, que representará a la baldosa con la que deberá embaldosar (unidad cuadrada) y una hoja de registro. 5.1. La hoja de registro que deberán completar las y los estudiantes. 6. En grupos resuelven la tarea, determinando una estrategia de resolución. **Posibles estrategias:** - **Correctas:** 1) Ubican la unidad cuadrada, y comienzan a marcarla en la cartulina, una al lado de otra, sin sobreponerla. Realizan este procedimiento hasta completar la cartulina. Cuentan las unidades cuadradas marcadas. 2) Ubican la unidad cuadrada y marcan, sin sobreponer, una fila y una columna. Cuentan cuántas unidades cuadradas hay por fila y la suman según la cantidad que hay por columnas, y viceversa. 3) Ubican la unidad cuadrada y marcan, sin sobreponer, una fila y una columna. Cuentan cuántas unidades cuadradas hay por fila y por columnas y multiplican ambas cantidades (respuesta experta). - **Incorrectas:** 4) Dibujan en la cartulina las unidades cuadradas sobre poniéndolas unas con otras. 5) Dibujan en la cartulina las unidades cuadradas sin yuxtaponer.	10 x 8 u; 10 x 10 u; 15 x 3 u. (anexo 1). Comenta al curso que la cartulina es la superficie que deben cubrir, y el cuadrado, que representa al tipo de baldosa a utilizar, es de libre manipulación, es decir, que ellos deben encontrar la mejor forma de utilizarla para ayudarles a resolver el problema planteado. 5.1. Entrega hoja de registro para sondear las respuestas de los estudiantes (anexo 2). 6. Observa las estrategias de los estudiantes a medida que trabajan. Basado en la observación, selecciona a los estudiantes que presentarán sus estrategias en la pizarra. En caso de que las estrategias utilizadas sean incorrectas, realiza las siguientes devoluciones: La estrategia encontrada, ¿cumple con las características de un embaldosado? ¿Se logra embaldosar toda la superficie?	6. ¿Son capaces los estudiantes de comunicar sus propias ideas? ¿Los miembros de los grupos participan activamente? ¿Cuáles son las principales estrategias de resolución de los estudiantes? ¿Se utiliza alguna estrategia que no haya estado contemplada? ¿Cuál es el andamiaje que necesitan para poder resolver el problema? ¿Se identifican errores comunes en las estrategias empleadas por los grupos? ¿Cuáles son estos errores? 45 minutos	
Trabajo en la pizarra			

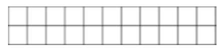
7. Cada grupo expone la estrategia utilizada para el cálculo de las baldosas en la superficie entregada. Identifican que existe más de una estrategia de resolución. 7.1. Responden a la pregunta: Si tuvieran que embaldosar el patio central del colegio, que tiene forma rectangular, ¿creen que su estrategia facilita el cálculo de las baldosas que se deben utilizar? ¿Por qué? 7.2. Responden a la pregunta: ¿Cuál es la expresión matemática que permite calcular la cantidad de baldosas que se utilizarán? Formulan la expresión matemática: largo • ancho.	7. Inicia una puesta en común de las estrategias elaboradas, en el siguiente orden: 1) los que consideran estrategias de sumatoria: conteo uno a uno. 2) los que consideran estrategias de sumatoria: conteo en agrupaciones. 3) los que consideran como estrategia la multiplicación. 7.1. Responden a la pregunta nº4 de la ficha de trabajo. Se debe mediar la discusión con el fin de reconocer que el uso de la multiplicación de filas por columnas es la estrategia más pertinente para la resolución a la pregunta planteada. 7.2. Guía la discusión para formular la expresión matemática.	7. ¿Logran los estudiantes determinar que al utilizar la multiplicación, para saber la cantidad total de baldosas, encuentran el área? ¿Logran los estudiantes asociar el cálculo de área a su significado? 25 minutos	
Cierre de la clase 8. Reconocen la conexión de la multiplicación (filas por columnas) con el cálculo de superficies rectangulares. Identifican que para calcular el área de rectángulos deben multiplicar el largo por el ancho de la figura.	8. Enfatiza que para resolver la tarea, debieron buscar una estrategia que permita calcular el área de la figura rectangular, donde pese a que todos los grupos trabajaron con distintos rectángulos, existe una única expresión matemática que permite encontrar la cantidad e baldosas utilizadas. Por lo tanto, esta expresión permite encontrar el área de un rectángulo.	8. ¿Respetan las normas de comportamiento? ¿Se cumple el objetivo de la clase? ¿Se cumple el tiempo planificado? 10 minutos	

<table>
<tr><th colspan="3">PIZARRA</th></tr>
<tr>
<td>Objetivo: “Identificar estrategias de medición en superficies rectangulares”

Pregunta de la clase:

¿Cuántas baldosas se necesitan para cubrir toda la superficie?
¿Cuál es la expresión matemática que permite calcular la cantidad de baldosas que se emplearán?</td>
<td>Estrategias de los estudiantes:

Unidad cuadrada:

2u • 11 u
</td>
<td>Fecha: ____________

Conclusiones de la clase

Si multiplicamos la cantidad de unidades cuadradas dispuestas por filas y columnas, obtendremos la cantidad total de baldosas que cubren una superficie.

$2\ u \cdot 11\ u = 22\ u^2$

Área = base • altura</td>
</tr>
</table>

CLASE 2 DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

OA: "Demostrar que comprenden el perímetro de figuras rectangulares"

Actividad Matemática

Tarea matemática

La señora María, luego de embaldosar todas las habitaciones, debe poner alrededor de cada habitación guarda polvo.

¿Cuántos metros de extensión de guarda polvo, deberá comprar la Sra. María por habitación?

¿Qué expresión matemática permite calcular, en un rectángulo, la medida total de su longitud?

Análisis a posteriori

La segunda clase se iniciará con una puesta en común con todo el grupo curso, respecto a conjeturar como podrían saber la cantidad de metros de guardapolvo que se necesitan para la sala de clases. Esta puesta en común, será liderada por la profesora a cargo, donde irá guiando los aportes de los estudiantes, con la intención de obtener la mayor cantidad de respuestas, y contrastar así, aquellas que permitan los estudiantes se acerquen principalmente al concepto de perímetro que será necesario para el desarrollo de la tarea.

Una vez presentada la tarea a los estudiantes, éstos comenzarán a conjeturar sobre cómo poder obtener una cantidad total de cinta necesaria para abarcar el contorno del rectángulo trabajado en la primera clase. De esta forma, tendrán que buscar una estrategia que facilite obtener la cantidad total de guardapolvo que se deberá usar. Así, entre pares, tendrán que converger sus propuestas, de tal forma que escojan la estrategia que más le acomode al grupo, para finalmente poder plantear una expresión matemática que permita simplificar todos sus cálculos.

Esta sesión promoverá tanto el diálogo entre pares, como la capacidad de argumentación para justificar sus ideas, por lo que se espera una participación activa por parte del grupo curso.

En la tarea, se espera que los estudiantes marquen con la cinta, todo el contorno del rectángulo, concluyendo que tan solo con conocer la medida de sus lados, y estos cuatro valores sumarlos, se puede obtener la cantidad total de guarda polvos necesarios para la habitación.

Respuesta experta

Se considera como respuesta experta, desde un saber sabio, el cálculo del perímetro como:

$$Perimetro = 2 \bullet largo + 2 \bullet ancho$$

Dado que los estudiantes, divididos en grupos, recibirán rectángulos de distintas medidas, se esperan los siguientes resultados.

Dimensión	Perímetro
(2 x 11) u	26 u
(3 x 18) u	42 u
(5 x 5) u	20 u
(9 x 7) u	32 u
(10 x 8) u	36 u
(10 x 10) u	40 u
(15 x 3) u	36 u

Conceptos involucrados

Para resolver la tarea planteada, se ponen en juego los siguientes contenidos trabajados en matemáticas:

- Conocer las características de un rectángulo.
- Tener una noción de perímetro trabajada en cuarto básico.

Estrategias de resolución

Para poder resolver esta tarea matemática, los estudiantes podrían desarrollar tres posibles estrategias de resolución.

A continuación se enlista desde la estrategia que involucra una conducta automatizada, siendo de menor complejidad a una estrategia que conlleva procesos matemáticos más complejos con el uso de varios esquemas en juegos, en donde los estudiantes no disponen de todas las competencias necesarias para abordar la tarea, conduciendo a la reflexión, exploración que pueden llevar al éxito o al fracaso.

1) Ubican la cinta por el contorno del rectángulo, marcando la cinta según se haya completado el lado, para luego medir la cinta total que utilizaron.

Esta estrategia se considera la más sencilla, ya que los estudiantes disponen de las competencias para tratar fácilmente la situación, desarrollando una conducta automatizada, organizada en un solo esquema del campo conceptual, siendo de menor complejidad la situación

2) Ubican la cinta en el ancho, la cortan, ubican la cinta en el largo, la cortan y así sucesivamente en los cuatros lados, luego miden cada trozo para sumarlos.

Esta estrategia se considera de mediana complejidad, ya que los estudiantes disponen de las competencias para tratar fácilmente la situación, , a pesar que no contabilizan una a una las figuras de la cartulina, de igual forma su conducta se organiza en un solo esquema del campo conceptual, al realizar una suma iterada para llegar a la cantidad total de baldosas.

3) No utilizan la cinta. Con una regla miden cada lado y luego los suman.
4) No utilizan la cinta, con una regla miden el largo y ancho, lo multiplican por dos cada dimensión y luego lo suman (respuesta experta)

Estas dos últimas estrategias se consideran de mayor complejidad, al poner en marcha el uso de varios esquemas en juegos, ya que los estudiantes no utilizan el material concreto como una herramienta que les permite conocer el perímetro de la figura. Se considera son las menos intuitivas para los estudiantes, junto a esta cabe mencionar que esta estrategia es la que les facilitará el paso a conjeturar sobre el cálculo del perímetro.

Posibles errores y dificultades

Como posible error puede ser que los estudiantes como estrategias de resolución, al momento de marcar una dimensión y cortar el material concreto, no contemplen la medida de la cinta en la unión en su vértice, pensando que se repite y por lo tanto no deben considerarla (ocurre la yuxtaposición del material, del largo y ancho en el vértice). Esto podría conducir a que obtuvieran una cantidad menor del guardapolvo que se necesite para aquella habitación. Frente a esta situación, la docente a cargo debe mediar el trabajo de los estudiantes y realizar preguntas del tipo: Si nos fijamos en el guardapolvo de la sala ¿cómo se encuentran ubicados en los vértices? ¿Qué diferencia observan entre el guardapolvo de la sala y la forma en que dispusieron las cintas en el rectángulo? Se busca así guiar a los estudiantes a que logren determinar que la cinta es solo una referencia del contorno de la figura.

Otro posible error podría ser que los estudiantes contemplen una vez cada dimensión (ancho y largo). En caso de que esto ocurra, la profesora debe realizar preguntas como: si observas el guardapolvo de la sala, ¿cuántos lados de la sala se consideran? Si ubicamos el guarda polvo como lo están haciendo ustedes en cada dimensión ¿se logrará obtener el total de guarda polvo que se necesita para cada habitación? Con este tipo de preguntas, no se está dirigiendo de manera explícita al estudiante a contestar de cierta forma, sino que se busca que se den cuenta de su error por medio de una mirada crítica y reflexiva sobre el trabajo llevado a cabo.

Matemáticas involucradas

Dentro de esta actividad es posible detectar la utilización de conocimientos atribuidos a distintos ejes de las matemáticas. Por una parte, se emplean operaciones en un campo numérico conocido por los estudiantes (hasta la centena) pudiendo ser la suma o la multiplicación según preferencia de los grupos.

Los estudiantes harán uso del álgebra, ya que se espera que logren conjeturar el cálculo del perímetro en figuras rectangulares, obteniendo la generalización a partir de sus propios trabajos y el de los pares. Aún cuando no logren expresar todo en un lenguaje algebraico, se espera que puedan expresarlo en un lenguaje natural que por medio de la ayuda de la profesora, puedan llevarlo a una expresión algebraica como tal.

Plan de clases 2

Actividad de aprendizaje	Intervención docente	Evaluación de la marcha de la clase	Tarea matemática
Inicio de la clase 0. Escuchan las indicaciones generales de la clase. 1. Presentación del objetivo de la clase: "Demostrar que comprenden el perímetro de figuras rectangulares " 2. Identifican que alrededor de la sala de clase hay guardapolvo y responden a la pregunta: ¿Qué creen ustedes que pueden hacer, para saber cuántos metros se necesitan de guarda polvo para la sala de clase?	0. Da a conocer las indicaciones generales de la clase. 1. Da a conocer el objetivo de la clase. 2. Contextualiza con la proyección de un piso con guarda polvo. (anexo 4) **Posibles respuestas de los estudiantes:** Medir los 4 lados de la sala de clases y sumar. Multiplicar largo por ancho. Medir el largo y el ancho, multiplicar por dos cada dimensión y luego sumar. Se registran las respuestas en la pizarra.	0. ¿Reconocen las normas de conducta a respetar? 1.Comprenden el objetivo a trabajar 2. ¿Los estudiantes se interesan en observar la imagen presentada? ¿Los estudiantes buscan posibles estrategias para poder saber cuántos metros de guardapolvo se necesita? 5 minutos	**La señora María, luego de embaldosar todas las habitaciones, debe poner alrededor de cada habitación guarda polvo.** **¿Cuántos metros de extensión de guarda polvo, deberá comprar la Sra. María por habitación?** **¿Qué expresión matemática permite calcular, en un rectángulo, la medida total de su longitud?**

Desarrollo de la tarea 3. Planteamiento del problema **La señora María, luego de embaldosar todas las habitaciones, debe poner alrededor de cada habitación guarda polvos.** **¿Cuántos metros de extensión de guarda polvo, deberá comprar la Sra. María por habitación?** **¿Qué expresión matemática permite calcular, en un rectángulo, la medida total de su longitud?** 4. Los estudiantes se reúnen en los mismos grupos de trabajo de la clase anterior (grupos de 4 aprox.). Cada grupo recibe una cartulina rectangular (distinta para cada grupo según la habitación), una cinta para cada integrante del grupo (que representa el guardapolvo) y una hoja de registro. La hoja de registro que deberán completar las y los estudiantes. 5. En grupos resuelven la tarea, determinando una estrategia de resolución. **Posibles estrategias:** - **Correctas:** 1) Ubican la cinta alrededor de los cuatro	3. Da a conocer la tarea a los estudiantes. 4. Entrega los siguientes materiales a cada grupo: 1 cartulina rectangular que representa la superficie de una habitación. 4 cinta de 100 cm = 1 metro 1 hoja de registro Se consideran las siguientes dimensiones de cartulina: 2cm • 11cm; 3cm • 18 cm; 5 cm • 5 cm; 9 cm • 7 cm; 10 cm • 8 cm; 10 cm • 10 cm; 15 cm • 3 cm. (Anexo 5) Comenta al curso que la cartulina es la superficie que cubrieron la clase anterior con baldosas, pero ahora la utilizaran para saber cuántos metros de guarda polvo necesitara la Sra. María para cada una de las habitaciones de su residencia. El rectángulo al igual que la cinta, es de libre manipulación, es decir, que ellos deben encontrar la mejor forma de utilizarla para ayudarles a resolver el problema planteado. Entrega hoja de registro para sondear las respuestas de los estudiantes (Anexo 6). 5. Observa las estrategias de los estudiantes a medida que trabajan. Basado en la observación, selecciona a los estudiantes que presentarán sus estrategias en la pizarra.	3. ¿Muestran interés por el problema? ¿Comprenden el problema a resolver? ¿Comunican posibles estrategias para enfrentar el problema? 5. ¿Son capaces los estudiantes de comunicar sus propias ideas? ¿Los miembros de los grupos participan activamente? ¿Cuáles son las principales estrategias de resolución de los estudiantes? ¿Se utiliza alguna estrategia que no haya estado contemplada? ¿Cuál es el andamiaje que necesitan para poder resolver el problema? ¿Se identifican errores	

lados del rectángulo, y luego miden la cinta, sin cortarla. 2) Ubican la cinta en un lado del rectángulo, la cortan. Lo hacen con los cuatro lados, posteriormente miden cada cinta y la suman. 3) Sin la necesidad de utilizar la cinta, miden el largo y ancho, para luego multiplicar por dos cada dimensión y suman ambos valores (respuesta experta). - **Incorrectas:** 4) Ubican la cinta en solo dos lados (ancho y largo) y la medida de las dos dimensiones, la suman. 5) Ubican la cinta en solo dos lados (ancho y largo) y la medida de ambos la multiplican. 6) Ubican la cinta alrededor del rectángulo, multiplicando los cuatro lados.	En caso de que las estrategias utilizadas sean incorrectas, realiza las siguientes devoluciones: Recuerda que la estrategia que encuentren, ayudara a la Sra. María a comprar la cantidad de metros de guarda polvo que se necesitan para poner alrededor de cada habitación ¿su estrategia ayudara a la Sra. María? ¿Se logra poner alrededor de la habitación guardapolvo?	comunes en las estrategias empleadas por los grupos? ¿Cuáles son estos errores? 25 minutos	
Trabajo en la pizarra 5. Cada grupo expone la estrategia utilizada para conocer los metros de guarda polvo que deberá comprar la Sra. María. Identifican que existe más de una estrategia de resolución. Responden a la pregunta: Si tuvieran que poner guardapolvo, alrededor del patio central del colegio, en forma rectangular, ¿creen que la estrategia escogida por ustedes facilita este cálculo? Responden a la pregunta: ¿Qué expresión matemática permite calcular, en un rectángulo, la medida total de su	5. Inicia una puesta en común de las estrategias elaboradas, en el siguiente orden: 1) Los que ubican la cinta en solo dos lados (ancho y largo) y la medida de las dos dimensiones, la suman. 2) Los que ubican la cinta en un lado del rectángulo, la cortan. Lo hacen con los cuatro lados, posteriormente miden cada cinta y la suman. 3) Sin la necesidad de utilizar la cinta, miden el largo y ancho, para luego multiplicar por dos cada dimensión y suman ambos valores (respuesta experta). Responden a la pregunta e) de la ficha de trabajo. Se debe mediar la discusión con el fin de reconocer que el sumar todos los lados del rectángulo, se puede abreviar con otra estrategia como es multiplicar cada dimensión (largo y ancho) por dos, para sumar ambos resultados. Guía la discusión para formular la expresión matemática.	5. ¿Logran los estudiantes determinar que al utilizar la suma de los lados de la figura rectangular, encuentran el perímetro? ¿Logran los estudiantes asociar el cálculo de perímetro a su significado? 10 minutos	

longitud? Formulan la expresión matemática: 2 • largo + 2 • ancho.			
Cierre de la clase 6. Reconocen la conexión de la suma (2 filas mas 2 columnas) con el cálculo del perímetro en rectángulos. Demuestran con su rectángulo, que para calcular el perímetro de rectángulos, deben multiplicar por dos el largo y el ancho, para sumar ambos resultados.	6. Enfatiza que para resolver la tarea, debieron buscar una estrategia que permita calcular el perímetro de la figura rectangular, donde pese a que todos los grupos trabajaron con distintos rectángulos, existe una única expresión matemática que permite encontrar la cantidad total de metros (unidad de medida) para cercar, encerrar, etc., una superficie rectangular. Por lo tanto, esta expresión permite encontrar el perímetro de un rectángulo.	6. ¿Respetan las normas de comportamiento? ¿Se cumple el objetivo de la clase? ¿Se cumple el tiempo planificado? 5 minutos	

PIZARRA		
Objetivo: "Demostrar que comprenden el perímetro de figuras rectangulares " Pregunta de la clase: **¿Cuántos metros de extensión de guarda polvo, deberá comprar la Sra. María por habitación?** **¿Qué expresión matemática permite calcular, en un rectángulo, la medida total de su longitud?**	**Estrategias de los estudiantes:**  2 cm + 2 cm + 11 cm + 11 cm = 2 • 2 + 2 • 11 =	Fecha: ____________ **Conclusiones de la clase** Si multiplicamos por dos el largo y ancho y sumamos ambos valores, obtendremos el perímetro, calculo que nos permitirá conocer la cantidad total de metros de guardapolvo que se necesitan para abarcar el contorno de la habitación. 2 • 2 + 2 • 11 4 + 22 26 cm Perímetro = 2 • base + 2 • altura

CLASE 3 DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

OA: “Diseñar y construir diferentes rectángulos, dados el perímetro, el área o ambos, y sacar conclusiones”

Actividad Matemática

Tarea matemática

A la Sra. María, le regalaron muchos metros cuadrados más de baldosas y de guarda polvo, por la gran compra que realizo para embellecer su residencia, y necesita saber de cuantas formas rectangulares las puede ocupar.

a) Con la figura rectangular trabajada las clases anteriores, deben recortar las unidades cuadradas para armar otros rectángulos con la misma área.

b) Cada uno recibirá una cinta, la deberán medir y con ese valor, tendrán que formar todos los rectángulos posibles en un geoplan.

Análisis a priori

La tercera clase se iniciará con una puesta en común con todo el grupo curso, respecto a responder dos preguntas trabajadas en las clases anteriores:

a) ¿Para saber cuántas baldosas o unidades cuadradas son necesarias para cubrir una superficie, que debes encontrar? ¿Cómo se obtiene?

b) ¿Para saber cuántos metros de guardapolvo se necesita para poner alrededor de una habitación rectangular, que debes encontrar? ¿Cómo se obtiene?

Esta puesta en común, será liderada por la profesora a cargo, donde irá guiando los aportes de los estudiantes, con la intención de obtener como respuesta en el primer caso, el área con la multiplicación del largo por el ancho y en el segundo caso, el perímetro, multiplicando dos veces el largo y ancho para luego sumar ambos valores, en esta pregunta también se considera como válida la suma de todos sus lados.

Para la tarea 1, los estudiantes comenzarán a marcar todas las baldosas, si no están marcadas de la clase anterior, para continuar recortando. La idea es que aprovechen el material concreto para que exploren y converjan propuestas, de tal forma que escojan la estrategia que más le acomode al grupo.

Esta sesión promoverá tanto el diálogo entre pares, como la capacidad de argumentación para justificar sus ideas, por lo que se espera una participación activa por parte del grupo curso.

En la primera tarea, se espera que los estudiantes logren identificar, que solo con conocer el área del rectángulo, es suficiente para encontrar todos los factores de aquel valor, que determinan las dimensiones de todos los rectángulos posibles que se pueden armar.

Para la tarea 2, los estudiantes manipularán el geoplan junto a la cinta, intentando encontrar todos los rectángulos posibles que cumplan con el mismo perímetro. En esta tarea se espera que logren concluir que tan solo con dividir en dos el perímetro de la cinta, pueden encontrar el valor posible de ambas dimensiones, por ejemplo: si el perímetro es 30, entonces la suma del largo y ancho debe ser 15. Por lo tanto las medidas del largo y ancho, respectivamente, pueden ser 14 y 1, 13 y 2, 12 y 3, etc.

Respuesta experta

Se considera, que a partir del área se pueden conocer los valores de cada dimensión, encontrando todos los rectángulos posibles. Por ejemplos si el área es 24 cm^2, sus lados pueden ser 24 cm y 1cm - 12 cm y 2cm - 8 cm y 3 cm - 6 cm y 4 cm, o sea, con esa área puede formar cuatro rectángulos más.

Además se espera que al conocer el valor del área de la figura, concluyan que se pueden obtener otros rectángulos pero con distinto perímetro y que el rectángulo que tiene menor perímetro es el cuadrado.

Dado que los estudiantes, divididos en grupos, recibirán rectángulos de distintas medidas, se esperan los siguientes resultados.

Dimensión	Área de la superficie	Largo • ancho
(2 x 11) u	22 u^2	22 • 1 11 • 2
(3 x 18) u	54 u^2	54 • 1 27 • 2 18 • 3 9 • 6
(5 x 5) u	25 u^2	25 • 1 5 • 5
(9 x 7) u	63 u^2	63 • 1 7 • 9 21 • 3

(10 x 8) u	80 u^2	80 • 1 40 • 2 20 • 4 16 • 5 10 • 8
(10 x 10) u	100 u^2	100 • 1 50 • 2 25 • 4 20 • 5 10 • 10
(15 x 3) u	45 u^2	45 • 1 15 • 3 9 • 5

En la segunda tarea, se considera, que a partir del perímetro se pueden conocer los valores de cada dimensión, encontrando todos los rectángulos posibles, por ejemplo: si el perímetro es 28, entonces la suma del largo y ancho debe ser 14. Por lo tanto las medidas del largo y ancho, respectivamente, pueden ser 13 y 1, 12 y 2, 11 y 3, etc.

Además se espera que a partir del perímetro, concluyan puedan obtener otros rectángulos con distinta área y que el rectángulo que tiene mayor área es el cuadrado.

Dado que los estudiantes, divididos en grupos, recibirán rectángulos de distintas medidas, se esperan los siguientes resultados.

Dimensión	**Perímetro**	**P / 2 =Largo + ancho**
(2 x 11) u	26 u	13 = 12 + 1 11 + 2 10 + 3 9 + 4 8 + 5 7 + 6
(3 x 18) u	42 u	21 = 20 + 1 19 + 2 18 + 3 17 + 4 16 + 5 15 + 6 14 +7 13 + 8 12 + 9 11 + 10
(5 x 5) u	20 u	10 = 9 + 1

		8 + 2 7 + 3 6 + 4 5 + 5
(9 x 7) u	32 u	16 = 15 + 1 14 + 2 13 + 3 12 + 4 11 + 5 10 + 6 9 + 7 8 + 8
(10 x 8) u	36 u	18 = 17 + 1 16 + 2 15 + 3 14 + 4 13 + 5 12 + 6 11 + 7 10 + 8 9 + 9
(10 x 10) u	40 u	20 = 19 + 1 18 + 2 17 + 3 16 + 4 15 + 5 14 + 6 13 + 7 12 + 8 11 + 9 10 + 10
(15 x 3) u	36 u	18 = 17 + 1 16 + 2 15 + 3 14 + 4 13 + 5 12 + 6 11 + 7 10 + 8 9 + 9

Conceptos involucrados

Para resolver la tarea planteada, se ponen en juego los siguientes contenidos trabajados en matemáticas:

- Conocer el cálculo del área.
- Conocer el cálculo del perímetro.
- Conocer las características de un rectángulo y cuadrado.

Estrategias de resolución

Para poder resolver esta tarea matemática, los estudiantes podrían desarrollar dos posibles estrategias de resolución.

A continuación se enlista la estrategia que involucra una conducta automatizada, siendo de menor complejidad y una estrategia que conlleva procesos matemáticos más complejos con el uso de varios esquemas en juegos, en donde los estudiantes no disponen de todas las competencias necesarias para abordar la tarea, conduciendo a la reflexión, exploración que pueden llevar al éxito o al fracaso.

Estrategias tarea 1

1) Remarcan las unidades cuadradas para recortarlas y comenzar armar todos los rectángulos posibles.

Esta estrategia se considera la más sencilla, ya que los estudiantes disponen de las competencias para tratar fácilmente la situación, desarrollando una conducta automatizada, organizada en un solo esquema del campo conceptual, siendo de menor complejidad la situación

2) Los estudiantes conocen el área del rectángulo a manipular, por lo tanto, comienzan a buscar todos los factores del numero (respuesta experta)

Esta última estrategia se considera de mayor complejidad, al poner en marcha el uso de varios esquemas en juegos, ya que los estudiantes no utilizan el material concreto como una herramienta que les permite conocer las medidas de los lados de la figura. Se considera son las menos intuitivas para los estudiantes.

Estrategia tarea 2

1) Con la cinta entregada, manipulan el geoplan armando todos los rectángulos posibles.

Esta estrategia se considera la más sencilla, ya que los estudiantes disponen de las competencias para tratar fácilmente la situación, desarrollando una conducta automatizada, organizada en un solo esquema del campo conceptual, siendo de menor complejidad la situación

2) Los estudiantes al conocer la longitud de la cinta a manipular, sin la ayuda del

material concreto, comienzan a buscar los posibles valores de las dimensiones (respuesta experta)

Esta última estrategia se considera de mayor complejidad, al poner en marcha el uso de varios esquemas en juegos, ya que los estudiantes no utilizan el material concreto como una herramienta que les permite conocer las medidas de los lados de la figura. Se considera son las menos intuitivas para los estudiantes.

Posibles errores y dificultades

Tarea 1

Como posible error puede ser que los estudiantes como estrategias de resolución, al momento de recortar el material concreto, no contemplen todas las unidades cuadradas, modificando el área entregada. Frente a esta situación, la docente a cargo debe mediar el trabajo de los estudiantes y realizar preguntas del tipo: Si nos fijamos en los rectángulos que están armando ¿mantienen el área inicial? Se busca así guiar a los estudiantes a que logren determinar que deben utilizar todas las unidades cuadradas de la figura inicial.

Una dificultad que se podría percibir, sería que los estudiantes no manejaran que un rectángulo puedo ser un cuadrado, sin lograr concluir que el rectángulo que tiene menor perímetro es el cuadrado.

Tarea 2

Como posible dificultad puede ser que los estudiantes solo contemplen un posible rectángulo con la longitud de la cinta, sin obtener mayores conclusiones. Frente a esta situación, la docente a cargo debe mediar el trabajo de los estudiantes y realizar preguntas del tipo: ¿Cómo grupo, están de acuerdo que con ese perímetro solo puedes obtener un rectángulo? Se busca así guiar a los estudiantes a que logren determinar que existen más casos con el mismo perímetro.

Una dificultad que se podría percibir, sería que los estudiantes no manejaran que un rectángulo puedo ser un cuadrado, sin lograr concluir que el rectángulo que tiene menor perímetro es el cuadrado.

Matemáticas involucradas

Dentro de esta actividad es posible detectar la utilización de conocimientos atribuidos a distintos ejes de las matemáticas. Por una parte, se emplean reglas y propiedades un campo conceptual como es el área. Se puede utilizar también la estrategia de patrones para concluir las medidas de los lados.

Otro conocimiento involucrado tiene relación con el eje de geometría, donde pueden representar la información en tablas de valores, asignando distintos valores según el área o perímetro.

Los estudiantes también harán uso del álgebra, ya que se espera que logren conjeturar que el conocer los factores del valor del área, pueden encontrar todos los rectángulos posibles y a su vez, sí infieren que dividiendo en dos el perímetro, llegan a la suma del largo por el ancho, podrán encontrar todos los valores que puede tener el largo y ancho, sin modificarse el perímetro.

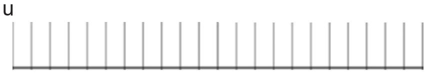
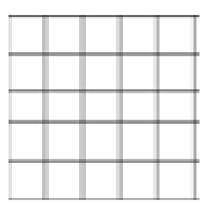
Plan de clases 3

Actividad de aprendizaje	Intervención docente	Evaluación de la marcha de la clase	Tarea matemática
Inicio de la clase 0. Escuchan las indicaciones generales de la clase. 1. Presentación del objetivo de la clase: “Diseñar y construir diferentes rectángulos, dados el perímetro, el área o ambos, y sacar conclusiones” 2. Identifican una fotografía de un rectángulo marcando con cuadriculas y responden a la pregunta: a) ¿Para saber cuántas baldosas o unidades cuadradas son necesarias para cubrir una superficie, que debes encontrar? ¿Cómo se obtiene? b) ¿Para saber cuántos metros de guardapolvo se necesita para poner alrededor de una habitación rectangular, que debes encontrar? ¿Cómo se obtiene?	0. Da a conocer las indicaciones generales de la clase. 1. Da a conocer el objetivo de la clase. 2. Contextualiza con la proyección de una fotografía de un rectángulo marcado con la unidad cuadrada realizado la primera clase. (Anexo 7) Realiza preguntas orientadoras respecto al concepto de embaldosado y el guardapolvo, activando conocimientos previos trabajados las dos clases anteriores. **Posibles respuestas de los estudiantes:** a) - El área, multiplicando largo por ancho. - El área, sumando todas las baldosas que cubren la superficie rectangular. b) - El perímetro, primero multiplicando por dos el ancho y largo. Luego se suman ambos valores. - Sumando los cuatro lados del rectángulo. Se registran las respuestas en la pizarra.	0. ¿Reconocen las normas de conducta a respetar? 1.Comprenden el objetivo a trabajar 2. ¿Los estudiantes se interesan en observar la imagen presentada? ¿Los estudiantes recuerdan el concepto trabajado la primera clase? 10 minutos	**A la Sra. María, le regalaron muchos metros cuadrados más de baldosas y de guarda polvo, por la gran compra que realizo para embellecer su residencia, y necesita saber de cuantas formas rectangulares las puede ocupar.** **a) Con la figura rectangular trabajada las clases anteriores, deben recortar las unidades cuadradas para armar otros rectángulos con la misma área.** **b) Cada uno recibirá una cinta, la deberán medir y con ese valor, tendrán que formar todos los rectángulos posibles en un geoplan.**

Desarrollo de la tarea 3. Planteamiento del problema **A la Sra. María, le regalaron muchos metros cuadrados más de baldosas y de guarda polvo, por la gran compra que realizo para embellecer su residencia, y necesita saber de cuantas formas rectangulares las puede ocupar.** **a) Con la figura rectangular trabajada las clases anteriores, deben recortar las unidades cuadradas para armar otros rectángulos con la misma área.** **b) Cada uno recibirá una cinta, la deberán medir y con ese valor, tendrán que formar todos los rectángulos posibles en un geoplan.** 4. Para desarrollar las actividades, los estudiantes se reúnen en los mismos grupos de trabajo de la clase anterior (grupos de 4 aprox.). Cada grupo recibe 4 cintas de distintas medidas, una cartulina rectangular (distinta para cada grupo según la habitación), un cuadrado de 3 x 3 cm, que representara la baldosa (unidad cuadrada), una tijera y una hoja de registro. Además, cada estudiante deberá llevar un geoplan.	3. Da a conocer la tarea a los estudiantes. 4. Entrega los siguientes materiales a cada grupo: 1 cartulina rectangular que representa la superficie de una habitación. 4 cintas de distintas medidas. 1 unidad cuadrada (u) (cuadrado de 3 x 3 cm) 1 tijera 1 hoja de registro Se consideran las mismas dimensiones trabajadas de cartulina: 2 x 11 u; 3 x 18 u; 5 x 5 u; 9 x 7 u; 10 x 8 u; 10 x 10 u; 15 x 3 u. (anexo 1). Comenta al curso que la cartulina fue la superficie que debieron cubrir, y el cuadrado, representa al tipo de baldosa que utilizaron. Como no todos marcaron la unidad cuadrada por toda la superficie, se pide que todos los grupos lo hagan, para luego recortar. Una vez que tengan las unidades cuadradas cortadas, tendrán que armar todos los rectángulos posibles con esa área. En la segunda actividad, los estudiantes deberán medir la cinta para conocer su longitud, que representa el guardapolvo que tendrá que utilizar la Sra. María. Con este valor forman rectángulos, encontrando distintas dimensiones de ancho y largo, pero manteniendo el mismo perímetro. Entrega hoja de registro para sondear las respuestas de los	3. ¿Muestran interés para desarrollar la actividad? ¿Comprenden que es lo que deben hacer para llevar a cabo la actividad? ¿Comunican posibles estrategias para enfrentar el problema? 4. ¿Son capaces los estudiantes de comunicar sus propias ideas? ¿Los miembros de los grupos participan activamente? ¿Cuáles son las principales estrategias de resolución de los estudiantes? ¿Se utiliza alguna estrategia que no haya estado contemplada? ¿Cuál es el andamiaje que necesitan para poder resolver el problema? ¿Se identifican errores comunes en las estrategias empleadas por los grupos? ¿Cuáles son estos errores? ¿Los estudiantes cumplen con traer el geoplan?	

La hoja de registro que deberán completar las y los estudiantes. 5. En grupos resuelven la tarea. **Posibles estrategias actividad 1 :** - **Correctas:** 1) Coinciden todas las unidades cuadradas para formar rectángulos. 2) Forman cuadrados, cumpliendo con el área. - **Incorrectas:** 3) Coinciden las unidades cuadradas, pero no contemplan que deben utilizarlas todas. **Posibles estrategias actividad 2 :** - **Correctas:** 1) Coinciden los lados, formando rectángulos con el mismo perímetro. 2) Forman cuadrados, cumpliendo con el perímetro. - **Incorrectas:** 3) Los lados opuestos no coinciden con la misma medida.	estudiantes (anexo 8). 5. Observa las estrategias de los estudiantes a medida que trabajan. Basado en la observación, selecciona a los estudiantes que presentarán sus estrategias en la pizarra. En caso de que las estrategias utilizadas sean incorrectas, realiza las siguientes devoluciones: La estrategia encontrada, ¿cumple con las características de un rectángulo?	45 minutos	
Trabajo en la pizarra 5. Exponen 3 grupos. Explican su estrategia de resolución y muestran al curso su ficha de trabajo. Responden a la pregunta: ¿Qué conclusiones se pueden extraer de la actividad 1? Responden a la pregunta: ¿Qué conclusiones se pueden extraer de la actividad 2?	5. Inicia una puesta en común de las estrategias elaboradas. Responden a la pregunta ¿Qué conclusiones se pueden extraer de las actividades realizadas? Se debe mediar la discusión con el fin de que logren reconocer y concluir: De la primera actividad, a partir de un área, se pueden obtener otros rectángulos con distinto perímetro, reconociendo el valor de cada lado. El rectángulo que tiene menor perímetro es el cuadrado De la segunda actividad, a partir de	5. ¿Logran los estudiantes determinar la relación que existe entre el rectángulo y el cuadrado? ¿Logran los estudiantes asociar que un rectángulo puede ser un cuadrado?	

	un perímetro, pueden obtener otros rectángulos con distinta área. El rectángulo que tiene mayor área es el cuadrado.	25 minutos	
Cierre de la clase 6. Reconocen la conexión que existe entre el rectángulo y el cuadrado, concluyendo: Que el rectángulo que tiene mayor área y menor perímetro es el cuadrado.	6. Enfatiza que para resolver la tarea, debieron buscar una estrategia que permita encontrar distintos rectángulos con la misma área y perímetro, obteniendo como conclusión que del rectángulo, el cuadrado es quien tiene mayor área y menor perímetro.	6. ¿Respetan las normas de comportamiento? ¿Se cumple el objetivo de la clase? ¿Se cumple el tiempo planificado? 10 minutos	

PIZARRA		
Objetivo: "Diseñar y construir diferentes rectángulos, dados el perímetro, el área o ambos, y sacar conclusiones" Pregunta de la clase: ¿Qué conclusiones se pueden extraer de las actividades realizadas?	**Estrategias de los estudiantes:** 25 • 1 u  5 • 5 u 	Fecha: ____________ **Conclusiones de la clase** De una misma área, se puede armar otros rectángulos. A partir de un mismo perímetro, se pueden armar otros rectángulos. Que el rectángulo que tiene mayor área y menor perímetro es el cuadrado.

ESTUDIO DE CLASES

A continuación se presenta un Estudio de Clases en donde se diseño de un plan de clases en conjunto con estudiantes del programa de Magister en Didáctica de la Matemática, realizando mejoras para que los estudiantes alcancen la conceptualización del objeto matemático área.

Actividad Matemática

La señora María es dueña de una residencia y desea embaldosar todas las habitaciones.

Considerando que todas las baldosas son cuadradas y de igual tamaño, ¿Cuántas baldosas se necesitan para cubrir toda la superficie?

¿Qué expresión permite calcular la cantidad de baldosas que se utilizaran?

ANALISIS A POSTERIORI

El contexto del estudio se enmarca en el nivel 5° básico, se realizó la intervención, en un colegio de la comuna de San José de Maipo, a un grupo de 36 estudiantes, divididos en un inicio en 9 grupos de 4 integrantes, posteriormente se formaron 10 grupos: 8 grupos con 4 estudiantes y 2 grupos de dos.

La profesora como observadora participante les imparte la asignatura desde comienzo de año.

El análisis de la tarea se realiza desde la mirada de la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud.

La implementación de la clase se inicia con una puesta en común, con la proyección de una imagen de embaldosado, para contextualizar a los estudiantes de modo que reconozcan qué es un embaldosado y sus características. Esta puesta en común es liderada por la docente observadora participante, quien guía los aportes de los estudiantes, con la intención de obtener la mayor cantidad de características, y contrastar así, aquellas que permitan que las y los estudiantes se acerquen principalmente al concepto de embaldosado que será necesario para el desarrollo de la tarea.

Fig. 9. **Imagen proyectada al inicio de clase.**

A continuación se presenta la tarea a los estudiantes y la modalidad de trabajo que tendrán que desarrollar. Los estudiantes se reúnen en grupos de cuatro, recibiendo un cuadrado de 3 x 3 cm, que representa a las baldosas que se utilizaran para recubrir cada habitación, una cartulina rectangular (distinta para cada grupo según la habitación) y una hoja de registro.

Los estudiantes, al recibir las instrucciones junto al material, comienzan a conjeturar sobre cómo poder obtener una cantidad total de baldosas a partir del modelo de cuadrícula dentro de la situación contextual.

El uso del material concreto, trabaja la percepción visual, teniendo un papel preponderante en la construcción del conocimiento por los estudiantes, Vergnaud (1990) menciona que se le otorga poca atención al papel funcional de esas concepciones y pocas investigaciones han sido hechas sobre los problemas que los sujetos encuentran para construirlas.

Se observa cómo los estudiantes, para poder concluir la cantidad de baldosas en la tarea matemática, utilizan diversas estrategias como; marcar una a una las baldosas en la superficie rectangular para lograr sumar la totalidad, marcar una fila y una columna para multiplicar ambos datos, o calcular la medida de la unidad cuadrada entregada como baldosa para dividirla por la medida de los lados del rectángulos.

La docente al observar algunos estudiantes marcar una a una las baldosas en el rectángulo, interviene situándolos en un problema en donde tuviesen que calcular las baldosas del patio central del colegio, preguntándoles si aquella estrategia que estaban inicialmente utilizando, sería viable para aquella extensa superficie. En ese momento el esquema (conocimiento) del estudiante entra en competición para lograr llegar a la solución buscada, es ahí donde se acomoda, separa y recombina su conocimiento, buscando a través del descubrimiento otra estrategia de resolución.

Si analizamos las diversas estrategias utilizadas por los estudiantes al intentar encontrar la cantidad total de baldosas que se necesitan para cubrir la superficie, nos encontramos que los esquemas movilizados por ellos, sufren procesos de adaptación al transcurrir la actividad.

Los estudiantes, al desarrollar la tarea, emplean varios invariantes operatorios en su resolución. Algunos comienzan con un esquema primitivo, en donde ponen en funcionamiento el concepto en acto: si marco una a una las baldosas para luego enumerarlas obtendré el total que se necesitan (situarnos en el planteamiento que se presenta sola una situación), sin proyectar que su estrategia le será compleja al querer saber la cantidad de baldosas en una superficie mayor.

Se observa en el transcurso de la clase, que en algunos estudiantes este esquema evoluciona, funcionando el teorema en acto, al percatarse que tan solo con marcar una columna y una fila, logran generalizar el algoritmo, multiplicando el largo por el ancho, satisfaciendo el cálculo del área de cualquier rectángulo.

Al cierre de la clase, en la puesta en común, los estudiantes frente a la pregunta ¿qué expresión matemática permite calcular la cantidad de baldosas que se utilizarán?, coinciden que la multiplicación de las dimensiones del rectángulo es la expresión matemática que permite saber la cantidad total de baldosas que se necesitan para cubrir la superficie, pero además reconocen que es la estrategia más rápida y eficaz.

Resultados

A continuación se detalla, según las evidencias observadas en la grabación, las categorías levantadas junto a los resultados obtenidos.

Categoría 1(C1): Estudiantes que consideran que marcar las baldosas en la cartulina rectangular es una estrategia para llegar a la cantidad total que recubre la superficie y expresan respuestas cercanas a:

> “tomamos la baldosa y comenzamos a marcarlas por toda la superficie para saber cuántas se necesitan”

En esta categoría se ubican 4 grupos de estudiantes. Dentro de este grupo se pueden identificar dos respuestas que se agrupan en dos sub categorías: C11 y C 12

Categoría uno – uno (C11): Estudiantes que consideran marcar las baldosas para enumerarlas, expresando respuesta como:

“preferimos marcar y enumerar todas las baldosas, comprobando que esta correcto nuestro resultado”

En esta categoría se ubican 2 grupos de estudiantes.

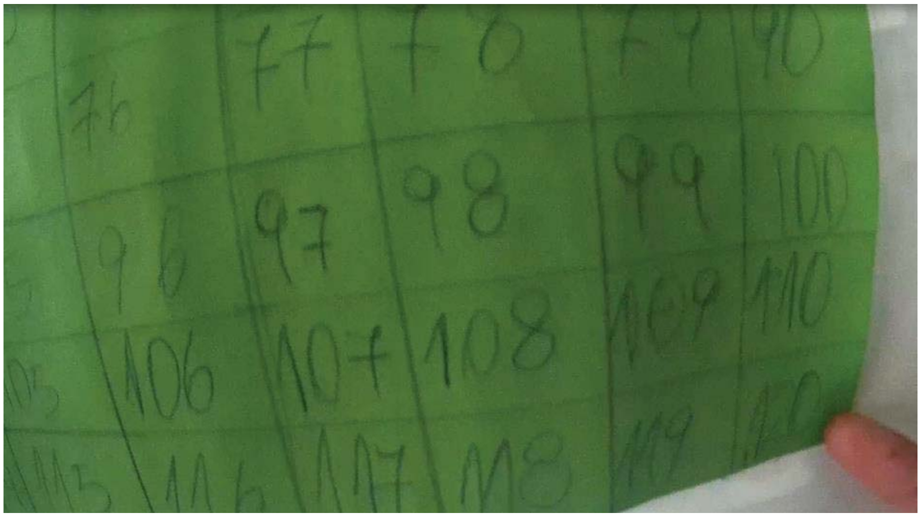


Fig. 10. **Registro de un grupo de estudiantes que marcan y enumeran el rectángulo**

Categoría uno – dos (C12): Estudiantes que consideran marcar las baldosas para sumar una a una las que cubren la superficie, expresando respuestas como:

“preferimos marcar y sumar todas las baldosas”

En esta categoría se ubican 2 grupos de estudiantes.

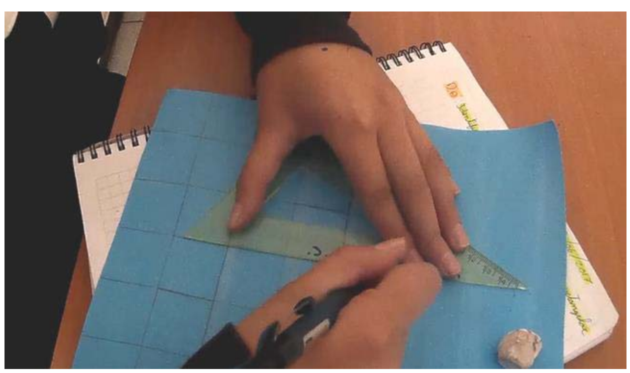


Fig. 11. **Estudiante marcando todas baldosas en el rectángulo**

Categoría dos (C2): Estudiantes que consideran al marcar las baldosas, el multiplicar una fila por una columna, llegando al total de baldosas, expresan respuestas cercanas:

> "Íbamos a marcar todas las baldosas, pero nos dimos cuenta que si marcamos una fila y una columna, con esos datos al multiplicarlos obteníamos el total de baldosas"

En esta categoría se ubican 4 grupos de estudiantes.

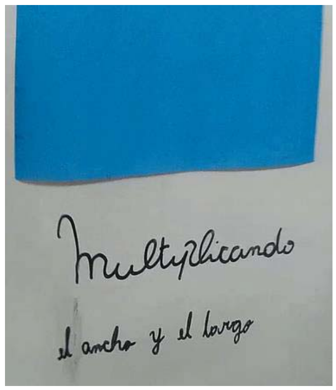


***Fig. 12.* Registro en la pizarra de sus conclusiones**

Categoría tres (C3): Estudiantes que consideran las dimensiones del rectángulo y la baldosa, utilizando la regla, para saber cuántas baldosas calzan en el rectángulo, expresan respuestas como:

> "medimos la baldosa y el rectángulo, y dividimos el grande por el pequeño"

En esta categoría se ubican 2 grupos de estudiantes.

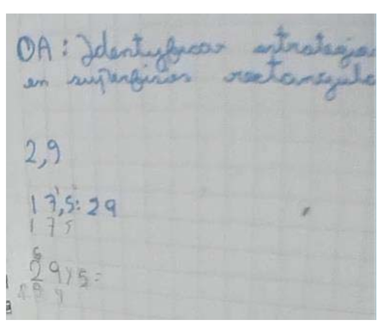


***Fig. 13*. Registro de un grupo de estudiantes**

Se observa también que aún cuando todos los grupos plantean que la estrategia se relaciona con la suma o la multiplicación, la mayoría dibuja de igual forma todas las baldosas en la superficie entregada.

Al momento en que se les pregunta cómo están desarrollando la tarea, ellos comentan que aún cuando encontraron una estrategia prefieren comprobar su resultado y esto lo realizan contando una a una las baldosas dibujadas y luego comparándolos.

La gran mayoría de los estudiantes responde como estrategia rápida la multiplicación, el esquema, que han utilizado para llegar al resultado esperado, pero de igual forma necesitan comprobar su resultado sumando uno a uno los cuadritos, pareciéndoles más confiable la operatoria aditiva, manteniéndose en una situación, como señala Vergnaud (1990),

> Clases de situaciones para las cuales el sujeto dispone en su repertorio, en un momento dado de su desarrollo y bajo ciertas circunstancias, de competencias necesarias para el tratamiento relativamente inmediato de la situación (p.2).

La clase se desarrolló sin problemas, se logro institucionalizar a partir de sus propias conclusiones.

CONTRASTE ENTRE EL ANALISIS A PRIORI Y POSTERIORI DE LA CLASE 1

De los análisis realizados antes y después de la clase implementada no se observa una gran diferencia entre las posibles estrategias y las que utilizaron los estudiantes. Podemos destacar una estrategia no contemplada en el análisis a priori que un grupo de estudiantes utilizó y les resultó, el uso de la regla para medir el rectángulo entregado y la unidad de medida que era la baldosa.

En los posibles errores y dificultades, fue que los estudiantes necesitaban el uso de la regla, tal vez, un instrumento utilizado constantemente en cursos inferiores. Lamentablemente hubo errores por que el material elaborado, sus medidas no eran exactas por milímetros (recordemos que no se visualizo el uso de la regla como estrategia) y esto dificulto al grupo que midió el material concreto por que obtenían números decimales, lo que les dificultaba para realizar la división.

En general de la clase en la que participaron 10 grupos de estudiantes, se puede deducir que fue exitosa debido a que lograron plantear una respuesta correcta, pudiendo explicar a sus demás compañeros como lo habían realizado y concluyendo que el objetivo que se quería lograr en la sesión era el área de figuras rectangulares.

Además, se puede mencionar, que al realizar un buen análisis a priori el docente puede manejar los errores y dificultades que van surgiendo de la clase, orientando a los estudiantes avanzar y llegar a una correcta resolución del problema. También, al contar con las herramientas pertinentes para poder andamiar a los estudiantes entre sus conocimientos previos y los que se quieran alcanzar.

CONCLUSIÓN

El trabajar con una secuencia didáctica facilita a los estudiantes a lograr la comprensión del desarrollo conceptual de un objeto matemático. Un concepto no puede ser reducido a su definición ni a una sola situación, necesita de diversos problemas teóricos y por sobre todo prácticos, para que adquiera sentido para el estudiante.

Al plantear una serie de situaciones, dentro de un contexto aula, se debe tener claridad que ninguna situación se aborda recurriendo a un único concepto, y ningún concepto es propio de una única situación, esto permite visualizar continuidades, rupturas entre conocimientos y alcanzar el dominio del campo conceptual.

La enseñanza del objeto área, no significa centrarse en cubrir el contenido, sino en acentuar los procesos de aprendizaje, a través de una variedad de situaciones para que los estudiantes construyan la conceptualización del objeto.

Este proyecto de innovación nació al observar a los estudiantes de básica, enfrentarse a una situación cotidiana para calcular el área, surgiendo la confusión, si debían medir perímetro o área. Desde una reflexión docente, nos preguntamos ¿Qué estamos haciendo como docentes para que el estudiante logre darle un significado a cada magnitud?

Como docentes, podemos comenzar otorgando la importancia del estudio epistemológico del objeto matemático que los estudiantes van a explorar, porque nos permite comprender las circunstancias históricas, psicológicas y sociológicas que hacen posible la obtención y validación de tal conocimiento. Si en los planes de estudio se considerara la historia del concepto o si el docente tuviese las herramientas para abarcar el estudio epistemológico, los estudiantes podrían abordan las temáticas desde una perspectiva más amplia, considerando la evolución del pensamiento matemático y su impacto en la sociedad, comprendiendo que el nacimiento de todo objeto matemático surge desde las actividades cotidianas de nuestros antepasados.

Es importante que los estudiantes hayan indagado y manipulado el material concreto, para facilitarles la comprensión de la fórmula del área y con ello, la diferencia del cálculo del perímetro, para que estos sean significativos y logren su conceptualización.

En el estudio de los campos conceptuales, el análisis de las representaciones simbólicas es de suma importancia, ya que permite explicar y describir los conceptos. En el plan de clase, el utilizar material concreto, como los rectángulos y unidades cuadradas en cartulina, ayudó a obtener evidencias de algunos elementos que emergían del campo conceptual.

Como docentes debemos estar dispuestos a reflexionar y estar abierto a la crítica constructiva sobre el quehacer pedagógico, para lograr generar cambios importantes en nuestros estudiantes. Como profesores debemos ser investigadores de nuestra propia práctica pedagógica, para desarrollar aspectos tales como materias y métodos pedagógicos y evaluación de su capacidad para el desarrollo de los estudiantes.

El compartir las experiencias de enseñanza del plan de clases implementado, durante el proceso de investigación, con el grupo de compañeras y colegas, sirvió no sólo para resolver inquietudes en común sino que también desarrolló y amplió a la vez nuestro quehacer pedagógico, las prácticas de enseñanza, el desarrollo profesional, y por sobre todo ser asertivos en recibir y entregar críticas constructivas como un oportunidad al crecimiento profesional.

La enseñanza de la matemática no significa centrarse en cubrir el contenido, sino en acentuar los procesos de aprendizaje, las ideas originales, las actitudes hacia la matemática y la satisfacción de las competencias propias, a través de una variedad de situaciones para que los estudiantes construyan conocimiento.

La idea es poder colaborar en que los estudiantes logren conceptualizar el objeto área en cualquier situación cotidiana que lo requiera, no habiendo el espacio para la duda ni la confusión gracias a una secuencia didáctica.

Aun queda por construir.

REFERENCIAS

Alfaro, S., Espinoza Y. & Cano, S., (2014). *Matemática – Cuarto básico*. Ediciones Galileo.

Alfaro, C., & Fonseca, J. (2016). La teoría de los campos conceptuales y su papel en la enseñanza de las matemáticas. *Uniciencia*, *30*(1), 17-30.

Anacona M. (2003). La Historia de las Matemáticas en la Educación Matemática. *Revista EMA*, Vol. (8), 30-46.

Batarce Y., Cáceres B., Kükenshöner C., (2013) Matemática – Quinto básico. La Casa del Saber, tomo II. Ediciones Santillana. p. 155.

Bressan, A. M., Bogisic, B., y Crego, K. (2000). *Razones para enseñar geometría en la educación básica: mirar, construir, decir y pensar.* Ediciones novedades educativas. Buenos Aires, Argentina.

Chamorro, M. (2003). *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Pearson Educación. Madrid, España.

Chevallard, Y., (1998) *Transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado. Psicología cognitiva y educativa.* AIQUE. Paris, Francia.

Chevallard, Y., (1999) *El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. Recherches en Didactique des Mathématiques, 19(2), 221-266.*

Clemens, S. R., O'Daffer, P. G., y Cooney, T. J. (1998). *Geometría.* Pearson Educación.

D'Amore y Fandiño (2007). Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *10*(1), 39-68.

Dr Ho F., Kee G., Ramakrishnan Ch. (2017) Matemática – Quinto básico. Ediciones Marshall Cavendish Education. p 135.

González (2016). *La construcción del concepto de área de figuras planas en un aula inclusiva de grado décimo*. (Tesis de maestría inédita). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.

Recuperado de http://www.bdigital.unal.edu.co/56680/2/1030582436.2017.pdf

Henri Léon Lebesgue. (s.f.). Recuperado de http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/

Herón de Alejandría y la Eolípila. (s.f). Recuperado de http://historiacienciaymatematicas.blogspot.cl/2014/01/heron-de-alejandria-y-la-eolipila.html

Isaac Newton. (s.f.).

Recuperado de https://www.biografiasyvidas.com/monografia/newton/

Isacc Newton. (s.f.). Recuperado de http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/

Isoda M., Olfos R., (2009) El Enfoque de Resolución de Problemas en la enseñanza de las matemática a partir del estudio de clase. Ediciones Universitarias de Valparaíso. P. 35.

Loyola P., (2013) *Matemática – Quinto básico. La Casa del Saber, tomo II. Ediciones Santillana. p. 232.*

La crecida del Nilo. (s.f).

Recuperado de http://www.nationalgeographic.com.es/historia/grandes-reportajes/la-crecida-del-nilo_8421/7

Los antiguos babilonios emplearon métodos geométricos avanzados. (s.f). Recuperado de http://www.nationalgeographic.com.es/historia/grandes-reportajes/la-crecida-del-nilo_8421/7

Martínez, S., Varas, M., (2013). *Álgebra. Colección ReFIP: Recursos para la formación de profesores de Educación Básica. Editorial Ediciones SM Chile. Santiago. Chile.*

MINEDUC (2013). *Programa de Estudio Quinto Año Básico. Ministerio de Educación. Santiago, Chile.*

Moreira, M. A. (2004). *La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área*. Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Olmos, Moreno y Gil. (1993). Superficie y volumen ¿algo más que el trabajo con fórmulas? Matemáticas: cultura y aprendizaje, Nº 19, Editorial síntesis, Madrid.

Ortiz A. (2005). La Matemática en la Antigüedad. *Historia de la Matemática.* Volumen 1. Recuperado de http://textos.pucp.edu.pe/pdf/2389.pdf

Reyes, C., Dissett L. y Gormaz R. (2013). *Geometría. Colección ReFIP: Recursos para la formación de profesores de Educación Básica. Editorial Ediciones SM Chile. Santiago. Chile.*

Rodríguez M. Moreira, M. (2002). La teoría de los campos conceptuales de Gèrard Vergnaud. *Actas del PIDEC*, (4).

Rodriguez, D. y Valldeoriola J (2009). Metodología de la Investigación. Universidad Oberta de Catalunya. Editorial Eureca Media SL. Barcelona.

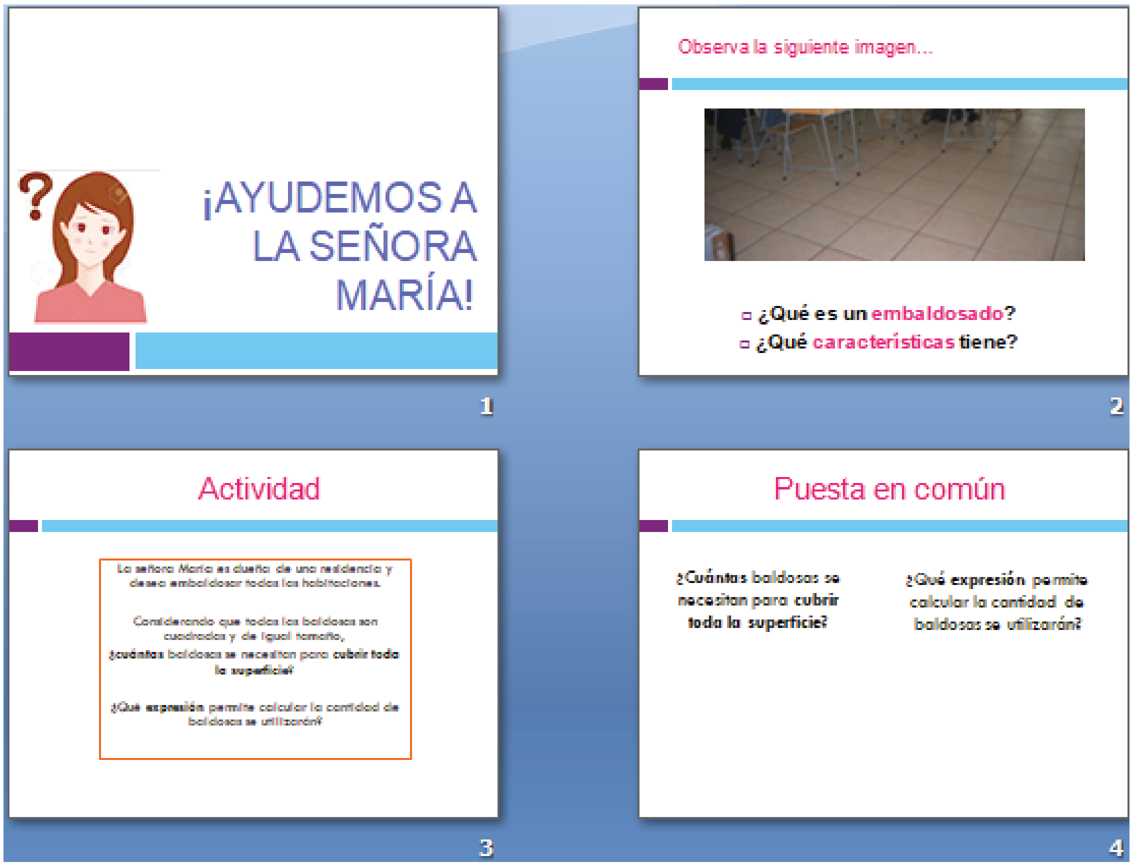
Stewart, J (2008). *Calculo de una variable: Transcendentes* tempranas. 6ª. Edicion Cengage Learning.

Stewart, J. (2002). *Cálculo: trascendentes tempranas* (4ta ed.). México, Thomson Editores.

Vergnaund, G. (1990). La teoría de los Campos Conceptuales. *Recherches en Didáctique des Mathématiques, 10 (2),* 133-170.

ANEXOS

Anexo 1.
PPT

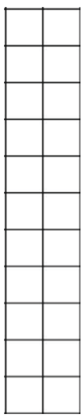


Anexo 2.
Dimensiones de cartulina a utilizar

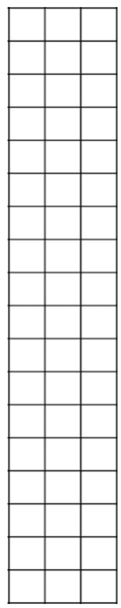
Unidad cuadrada (3 x 3 cm)

Cartulinas (sin cuadriculado):

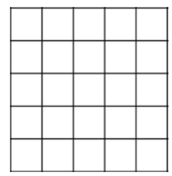
2 x 11 u



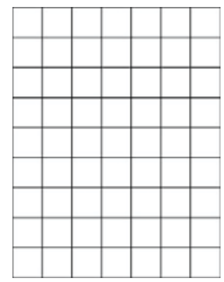
3 x 18 u



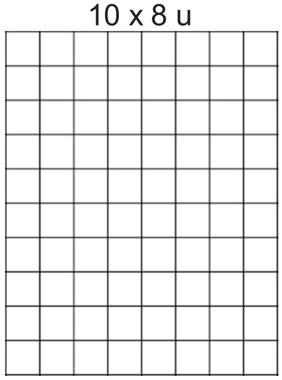
5 x 5 u



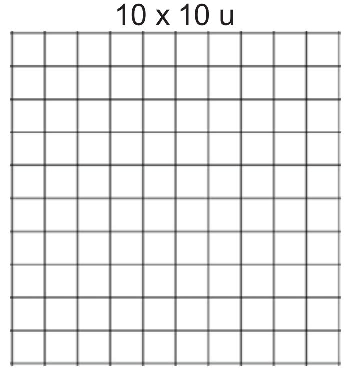
9 x 7 u



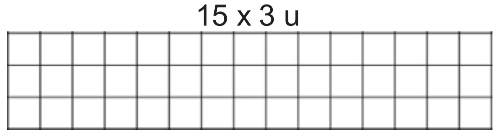
10 x 8 u



10 x 10 u



15 x 3 u



Anexo 3.
Ficha de trabajo

Ficha: Resolución de problemas

Nombres: ____
____
____
____

Curso: ____________________ Fecha: __________________________

1. Lee con atención la siguiente situación y en equipo busquen la respuesta.

> La señora María es dueña de una residencia y desea embaldosar todas las habitaciones.
> Considerando que todas las baldosas son cuadradas y de igual tamaño, ¿cuántas baldosas se necesitan para cubrir toda la superficie?
> ¿Qué expresión matemática permite calcular la cantidad de baldosas que se utilizarán?

Una vez desarrollado el problema, respondan las siguientes preguntas.

a) ¿Cuál fue la primera estrategia que pensaron? Expliquen

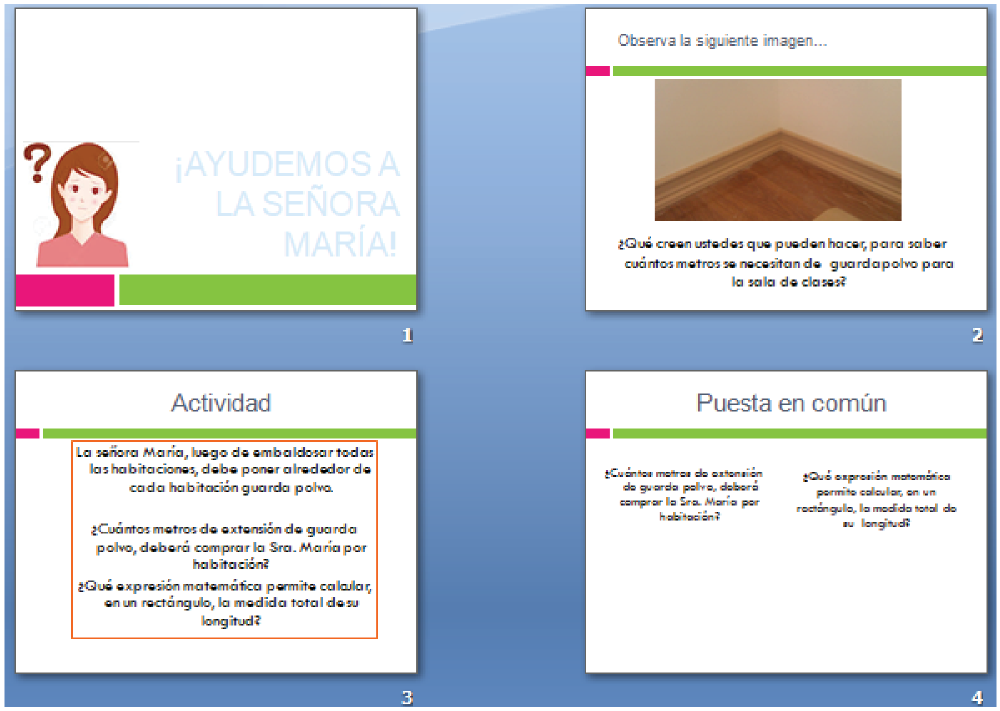
b) ¿Todos estuvieron de acuerdo con la primera estrategia planteada? ¿por qué?

c) ¿Creen que existen otras estrategias para llegar a la respuesta? ¿Por qué?

d) Si tuvieran que embaldosar el patio central del colegio, que tiene forma rectangular, ¿creen que la estrategia que encontraron facilita el cálculo de las baldosas que se deben utilizar? Justifica

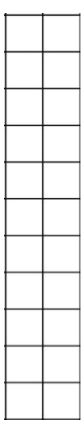
e) ¿Qué expresión matemática permite calcular la cantidad de baldosas que se utilizarán?

Anexo 4.
PPT

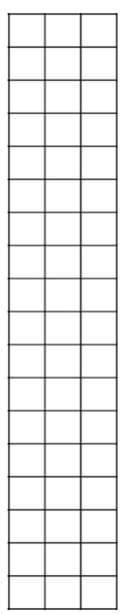


Anexo 5.
Cartulinas (sin el cuadriculado):

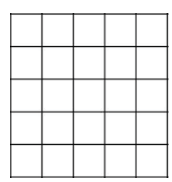
2 • 11 cm



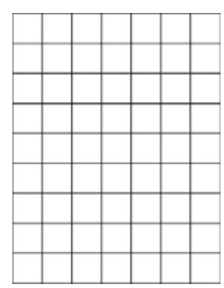
3 • 18 cm



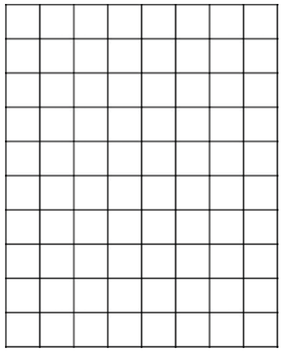
5 • 5 cm



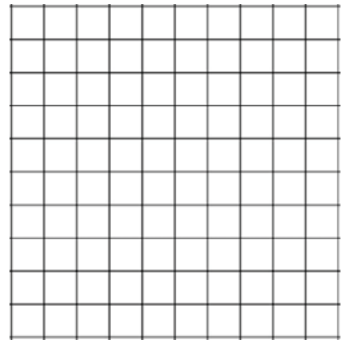
9 • 7 cm



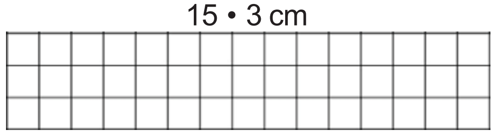
10 • 8 cm



10 •10 cm

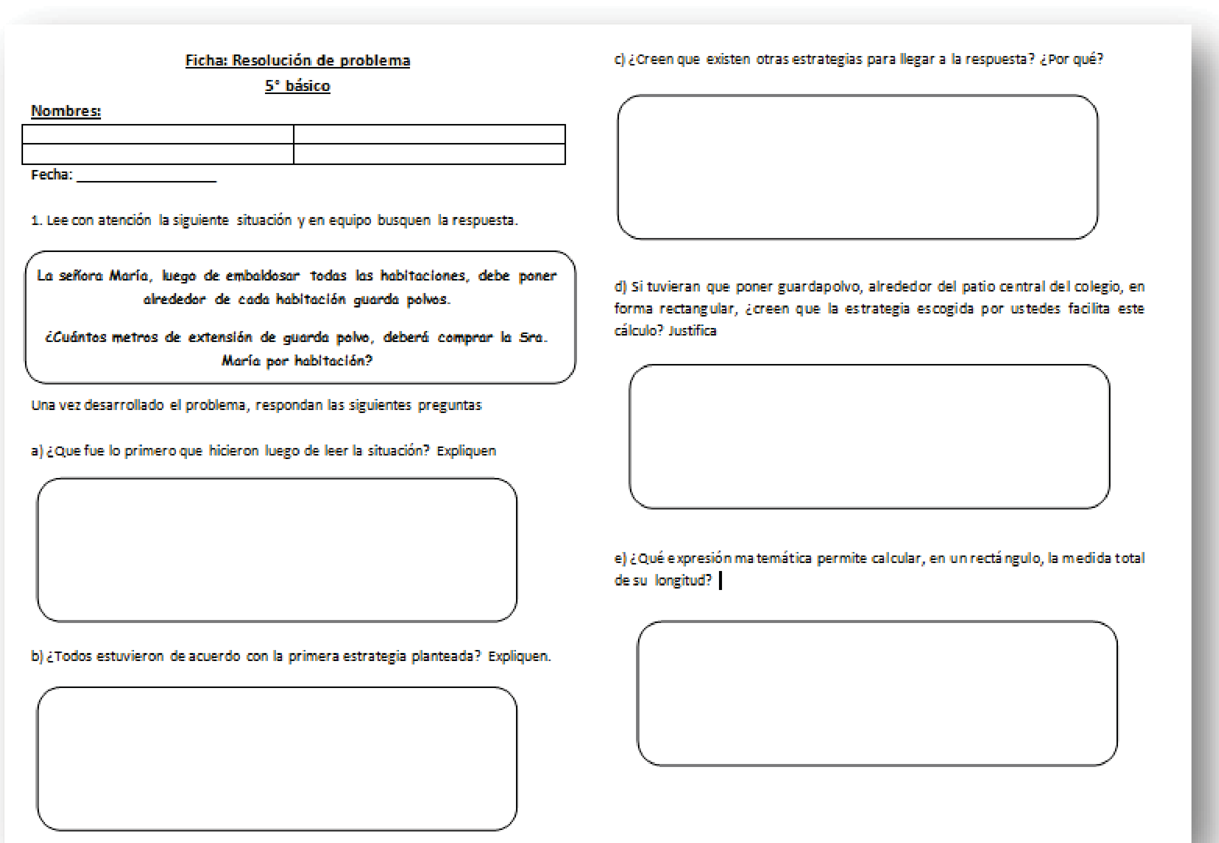


15 • 3 cm



Anexo 6

Ficha de trabajo



Ficha: Resolución de problema

5° básico

Nombres:

Fecha: ________________

1. Lee con atención la siguiente situación y en equipo busquen la respuesta.

La señora María, luego de embaldosar todas las habitaciones, debe poner alrededor de cada habitación guarda polvos.

¿Cuántos metros de extensión de guarda polvo, deberá comprar la Sra. María por habitación?

Una vez desarrollado el problema, respondan las siguientes preguntas

a) ¿Que fue lo primero que hicieron luego de leer la situación? Expliquen

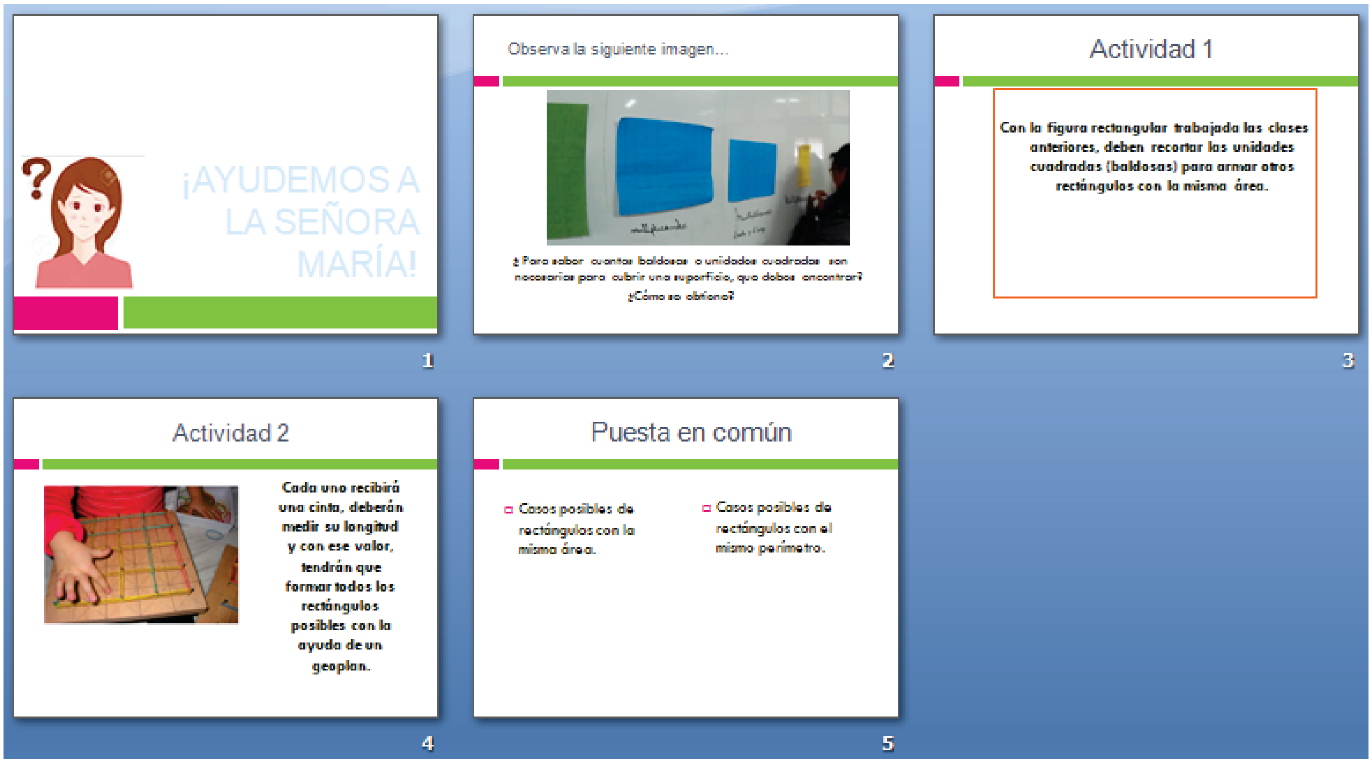
b) ¿Todos estuvieron de acuerdo con la primera estrategia planteada? Expliquen.

c) ¿Creen que existen otras estrategias para llegar a la respuesta? ¿Por qué?

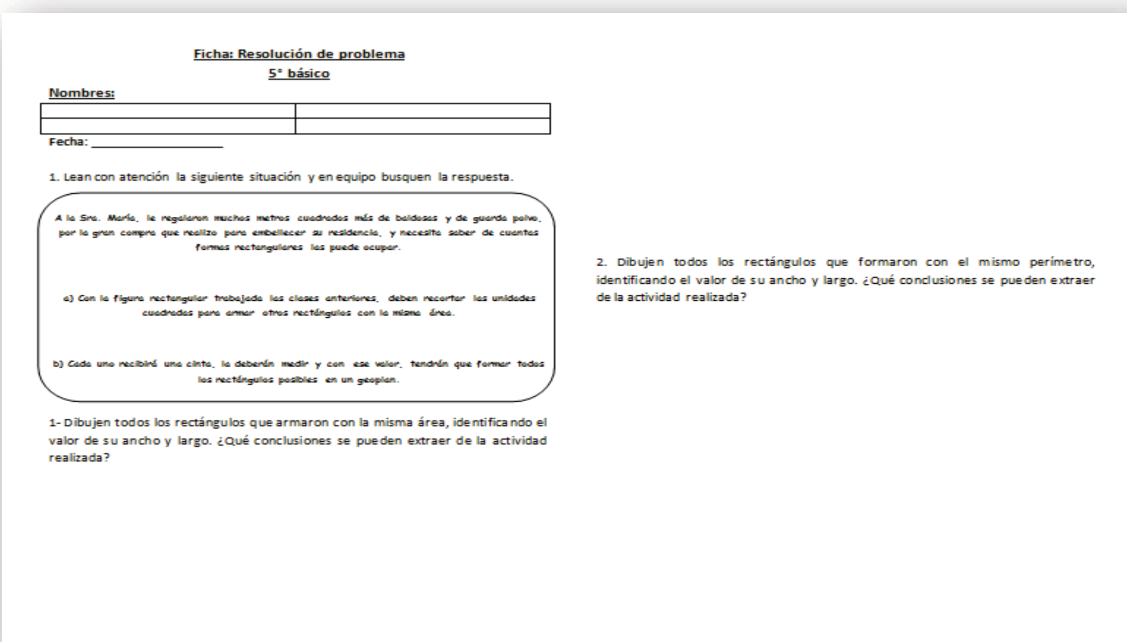
d) Si tuvieran que poner guardapolvo, alrededor del patio central del colegio, en forma rectangular, ¿creen que la estrategia escogida por ustedes facilita este cálculo? Justifica

e) ¿Qué expresión matemática permite calcular, en un rectángulo, la medida total de su longitud?

Anexo 7
PPT



Anexo 8
Ficha de trabajo



Ficha: Resolución de problema
5° básico

Nombres:

Fecha: ____________________

1. Lean con atención la siguiente situación y en equipo busquen la respuesta.

A la Sra. María, le regalaron muchos metros cuadrados más de baldosas y de guarda polvo, por la gran compra que realizo para embellecer su residencia, y necesita saber de cuantas formas rectangulares las puede ocupar.

a) Con la figura rectangular trabajada las clases anteriores, deben recortar las unidades cuadradas para armar otros rectángulos con la misma área.

b) Cada uno recibirá una cinta, la deberán medir y con ese valor, tendrán que formar todos los rectángulos posibles en un geoplan.

1- Dibujen todos los rectángulos que armaron con la misma área, identificando el valor de su ancho y largo. ¿Qué conclusiones se pueden extraer de la actividad realizada?

2. Dibujen todos los rectángulos que formaron con el mismo perímetro, identificando el valor de su ancho y largo. ¿Qué conclusiones se pueden extraer de la actividad realizada?