Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Facultad de Ciencias
Instituto de Matemáticas

Analizar dificultades desde el contexto de Estudio de Clases en la comparación de fracciones propias desde la TSD

TRABAJO FINAL PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

De: Eduardo Prieto Fuentes

Profesores Guías: Sr. Arturo Mena Lorca
Sr. Manuel Goizueta
Sr. Raimundo Olfos Ayarza
Sra. Elisabeth Ramos Rodríguez
Sra. Patricia Vásquez Saldías

2017

ÍNDICE

Resumen

El Presente trabajo propone una secuencia de tres clases, a partir del análisis de las dificultades observadas en estudiantes de quinto básico en una colegio particular-pagado de La Serena durante un Estudio de Clases. La clase estudiada se refiere a la comparación de fracciones propias, la que fue elaborada a partir de una reformulación de un problema encontrado en un texto y convertida en un juego según la Tsd de Brousseau. Mediante el Estudio de Clases, tres docentes con estudiantes en distintas comunas, elaboramos, implementamos, reflexionamos y modificamos el plan de una clase. Lo que permitió mediante la planificación desde Tsd generar instancias de análisis en las distintas fases y lograr identificar elementos accionados como la noción de fracción, las representaciones y los tipos argumentos al momento de dar respuesta al juego. La clase analizada presenta una situación a-didáctica implementada con estudiantes de quinto básico de la cuidad de La Serena, donde mediante las representaciones junto con una estrategia construyen su conocimiento mediante un juego, donde las fases de la situación dan evidencias de las dificultades al momento de comparar las fracciones.

En la investigación se utilizó un análisis descriptivo de las estrategias y representaciones de los estudiantes a partir de los registros escritos y las grabaciones de la clase. Los resultados evidenciaron dificultades en las representaciones y las argumentaciones obteniendo errores en las respuestas del juego, según lo anterior se reformulan algunas actividades de la clase en las distintas fases y se diseña una secuencia didáctica de dos clases posteriores más que apuntan a trabajar la comparación de fracciones desde la Tsd.

.

Introducción

La fracción como objeto matemático, es uno de los que presenta mayor dificultad en el ciclo Educación Básica, ya sea tanto en su enseñanza como en su aprendizaje, así lo menciona autores como Figueras (1988), Ávila y Mancera (1989), Duval (1999), Chamorro (2003), D'amore (2005), Sanchez (2006), Abrate, Pochulu y Vargas (2006), Perera y Valdemoros (2007) y Fandiño (2009) entre otros.

Maza (1999) plantea que existen dificultades en el orden de las fracciones al aplicar propiedades de los números naturales en las fracciones, un ejemplo es cuando comparan 1/3 con 1/4, argumentando que la segunda fracción es mayor, ya que 3 es menor que 4. También explica incomprensión en la lingüística utilizada entre lo que pide el profesor a los estudiantes con la pregunta ¿Dime cuál es mayor?, no entendiendo si pregunta apunta por cuál fracción tenía mayor número de partes o era por su mayor tamaño, Así también encontramos a Gómez (2014) quien observa dificultades al pensar que la fracción mayor es aquella que tiene el denominador mayor o numerador.

Estas dificultades presentadas surgen por la incomprensión de la noción de fracción donde el numerador y denominador se deben tomar como elementos simultáneos al momento de comparar

En el ámbito de pruebas internacionales como TIMSS se reconoce la complejidad de la apropiación de las fracciones, porque los indicadores relacionados con estas se categorizan en el nivel más alto de competencias de esta prueba. Además, esto se ve reflejado en los resultados de dicha evaluación, para ilustrar lo anterior, en el año 2003 Chile presenta un nivel de logro de 3%. El indicador evaluado hace referencia a: ordenar, relacionar y hacer cálculos con fracciones y decimales para resolver problemas planteados (MINEDUC, 2004)*.* En el año 2011, se logra un alza en el puntaje, sin embargo, en el dominio de números, donde se incluye las fracciones, sigue siendo unos de los más descendidos.

Ríos (2007) señala que las fracciones también presentan dificultades en la enseñanza de aprendizajes porque están relacionados a: situaciones de medida, con significado parte todo, o como parte de un conjunto de objetos, de reparto utilizadas como cociente, como índice comparativo usadas como razón y como operador.

También se menciona que es necesario que los estudiantes adquieran tales representaciones, porque no todos los problemas en el concepto de fracción se pueden solucionar con una sola representación esto surge de estudios realizados por Valdemorros (2004).

Las diferentes representaciones de las fracciones no son suficientes sino existe una argumentación frente a las situaciones planteadas. Cantoral y Reséndiz (2003), donde le profesor es el gestor en las clases de matemáticas mediante el discurso e interacción con los estudiantes para lograr una argumentación matemática a los problemas presentados. Tarasow (2004) menciona que la validación del conocimiento es fundamental en diferentes procesos de representación para construir la realidad.

Una investigación de Cubillo y Ortega (2003), menciona que la dificultad que se posee para comparar fracciones, dependerá de las relaciones que se establezcan entre cada uno de los componentes que están en juego en dicha comparación.

En los estudios de comparación de fracciones encontrados se destaca uno que se realizó a estudiantes de segundo Ciclo Básico en Chile por Gómez (2015) donde la innovación apunta a trabajar con Tics y la visualización de la representación frente a un computador observando una comparación de fracciones y deben identificar cuál es el mayor, sin utilizar lápiz y papel. Los resultados de la innovación muestran la misma dificultad de aplicar propiedades de los números naturales a las fracciones.

En otro estudio mencionado por Cubillo y Ortega, (2002) donde se utilizó la investigación acción, se identifica la problemática de la comparación y orden de las fracciones en la recta numérica y se aplica una metodología de aula inspirada en la Teoría de Gestión Mental debida de Garanderie. Diseñan un material de trabajo para analizar el proceso de aprendizaje del contenido y lo implementa en el año 1995 y 1996. Las conclusiones del estudio mencionan que la comprensión de la equivalencia ha mejorado en la interpretación del orden de las fracciones, la visualización de una representación influye en los modelos de diagramas de los estudiantes, mejoraron los dialogos en las actividades y menciona que los estudiantes al tener mapas conceptuales ordenan sus ideas de los conceptos.

Al término de la búsqueda de antecedentes de innovación de la comparación de fracciones, tomando como base que la visualización, las representaciones, la argumentación desde lo conocido y los conceptos involucrados son elementos esenciales para lograr construcción de conocimiento, surge la idea de crear una situación donde los estudiantes trabajen el objeto matemático.

OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

A partir de los antecedentes mencionados surge la idea de generar una propuesta de innovación en el contexto de Estudio de Clases para la comparación de fracciones utilizando las representaciones como un medio para generar conocimiento.

OBJETIVO GENERAL

Proponer, en el marco de un Estudio de Clases, una secuencia de clases sobre la comparación de fracciones propias, a partir del análisis de las dificultades de los estudiantes desde la TSD.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Diseñar e implementar un plan de clases para la comparación de fracciones propias desde la Tsd.
- Identificar las dificultades observadas en los estudiantes en las fases de la Tsd.
- Reformular plan de clases para mitigar las dificultades identificadas en las fases de la Tsd y generar una secuencia.

PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

- ¿Qué tareas matemáticas favorecen la comparación de fracciones propias desde Tsd?
- ¿Qué dificultades se observan en los estudiantes en las fases de la Tsd del plan de clases?
- ¿Qué tipo actividades podrían palear las dificultades presentadas por los estudiantes en la comparación de las fracciones propias?

Objeto matemático

Análisis curricular.

En el currículum chileno hablar de número racional es ubicarse en el nivel de octavo básico, siendo el culmine del trabajo realizado desde tercero básico a partir de las fracciones propias de representaciones parte todo.
A continuación, en las tablas 1.1 hasta 1.6 se presentan de elementos de las fracciones por cada nivel de enseñanza básica, donde se organiza la información de los objetivos de aprendizajes separadas en categorías, como tipo de representación, tipos de fracciones, clasificación, comparación y operaciones con fracciones.

Tabla 1.1 Elementos de las fracciones trabajados en estudiantes de 8 a 9 años

Categorías	Tercero básico
Tipo de representación	-Parte- todo Concreto Pictórico Simbólico Forma manual Software educativo
Fracciones utilizadas	$\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$
Clasificación	Fracciones propias
Comparación	Comparación de fracciones utilizando Representaciones de igual todo (región)
Operaciones	No se trabaja en este nivel

Tabla 1.2 Elementos de las fracciones trabajados en estudiantes de 9 a 10 años

Categorías	Cuarto básico
Tipo de representación	-De un conjunto. -Ubicación recta numérica Concreto Pictórico en contexto de resolución de problemas.
Fracciones utilizadas	Fracciones con denominador 100, 12, 10, 8, 6, 5, 4, 3, 2.
Clasificación	Fracciones propias Impropias Números mixtos
Comparación	Comparación de fracciones utilizando rectas numéricas e igual todo.
Operaciones	Adición y sustracción de igual denominador.

Tabla 1.3 Elementos de las fracciones trabajados en estudiantes de 10 a 11 años

Categorías	Quinto básico
Tipo de representación	-Ubicación recta numérica -Representación parte-todo Manera concreta pictórica simbólica.
Fracciones utilizadas	Fracciones anteriores más impropias de denominador 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12
Clasificación	Fracciones propias, impropias y números mixtos
Comparación	Comparando fracciones propias con igual y distinto denominador de manera concreta, pictórica y simbólica. Identificar igualdad en fracciones impropias.
Operaciones	Adición y sustracción de distinto denominador (menores que 12) Amplificar y simplificar.

Tabla 1.4 Elementos de las fracciones trabajados en estudiantes de 11 a 12 años

Categorías	Sexto básico
Tipo de representación	Ubicación en la recta.
Fracciones utilizadas	No hay especificación de cuales, podría utilizar cualquiera.
Clasificación	Fracciones propias Impropias Números mixtos equivalencias
Comparación	Comparación de denominadores para operaciones.
Operaciones	Adición y sustracción de fracciones positivas impropias y números mixtos hasta de dos dígitos.

Tabla 1.5 Elementos de las fracciones trabajados en estudiantes de 13 a 14 años

Categorías	Séptimo básico
Tipo de representación	Fracción
Fracciones utilizadas	Concretas Pictóricas Simbólicas No hay restricción de número de denominador. (excepto el 0)
Clasificación	Fracciones propias Impropias Números mixtos
Comparación	No hay especificación
Operaciones	Multiplicación y división de fracciones con representaciones

Tabla 1.6 Elementos de los números racionales trabajados en estudiantes de 14

Categorías	
Tipo de representación	Número racional
Fracciones utilizadas	No hay restricción de número de denominador.
Clasificación	Fracciones propias Impropias Números mixtos
Comparación	No hay especificación
Operaciones	Multiplicación y división de números racionales.

El trabajo articulado de las representaciones con las fracciones da a entender que es la base para lograr aprendizajes consolidados, además, se comienza desde las fracciones más utilizadas en el contexto para seguir avanzando a través de los niveles.

En quinto básico la comparación de fracciones se utilizan representaciones en la recta numérica, parte todo, utilizar operaciones como amplificar y simplificar para asociar a lo simbólico y utilizarlos en las operaciones con distinto denominador.

Mapa conceptual

En el mapa conceptual de la figura 1.1 se presenta el tratamiento de cada significado con sus representaciones, las cuáles no son únicas ni disjuntas acorde a los contenidos de quinto básico.

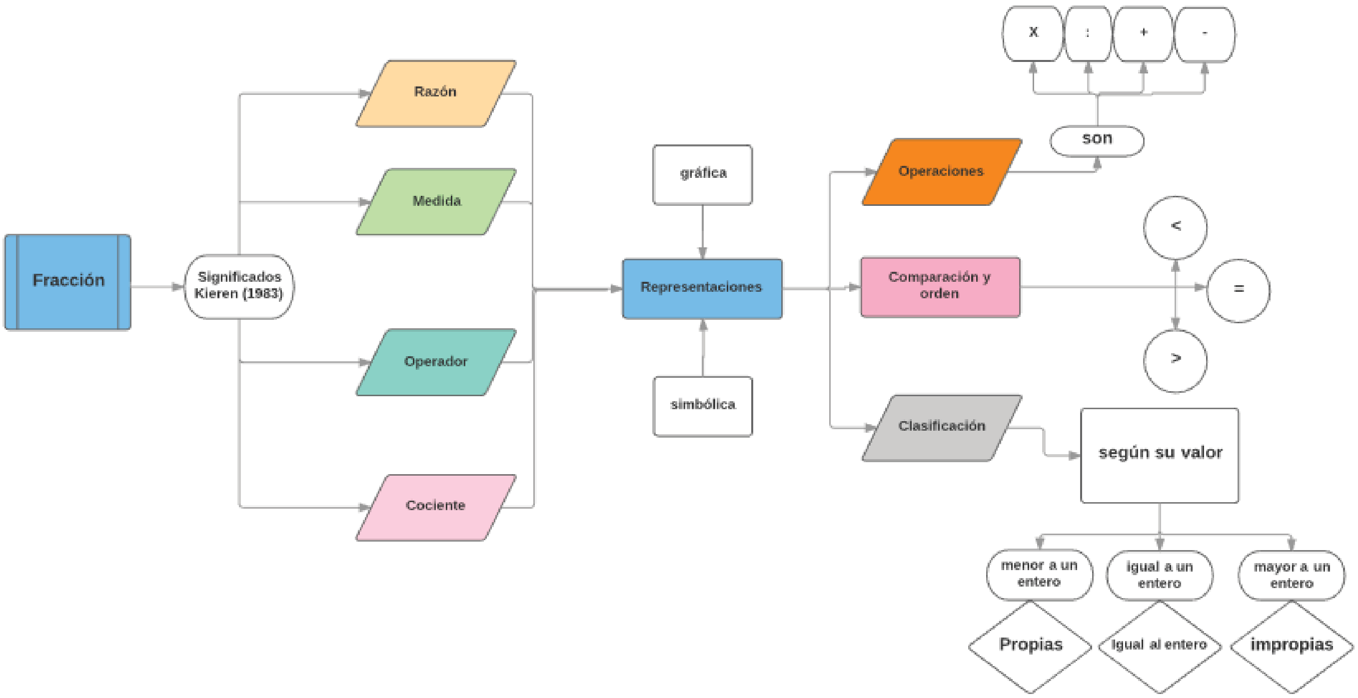


Figura 1.1 la fracción con sus representaciones, tanto gráfica y simbólica que deberían asociar estudiantes de 9 y 10 de edad según el currículo chileno.

Definición escolar

“Fracción igual, representaciones y la comparación”

La fracción es trabajada por los estudiantes desde los 9 años de edad en el nivel de tercero básico hasta la educación superior. En este sentido es importante analizar los conceptos a trabajar al momento de comparar fracciones. A continuación se mencionan los conceptos de fracción unitaria con sus elementos, representaciones y las estrategias para comparar con sus definiciones desde el texto ministerial para estudiantes de 11 años de edad.

Fracción y sus elementos

Una fracción esta compuesta por el numerador, parte pintadas, y a un denominador que representa la cantidad de partes que esta divido el entero.
Las fracciones propias son las que tiene el numerador menor que el denominador, y cuando tienen el mismo número se denominan fracción igual a la unidad.

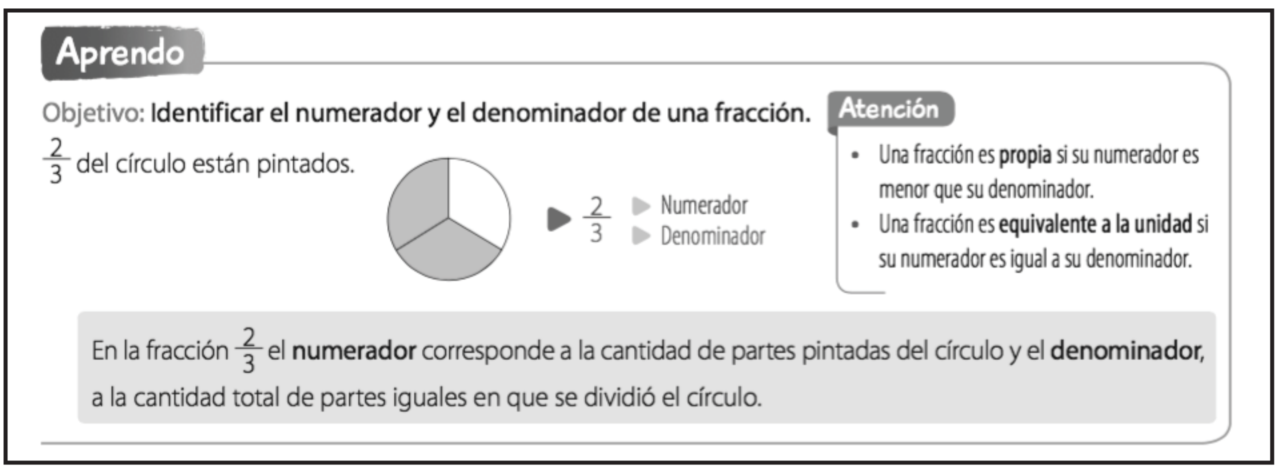


Figura 1.1 Definición de los elementos de una fracción (parte-todo) y tipos de fracciones según el valor del numerador y denominador. Fong (2017) p (177)

La fracción unitaria y al entero

Una fracción unitaria tiene numerador 1 y un entero corresponde cuando el numerador y denominador son iguales.

> La fracción $\frac{1}{5}$ es una **fracción unitaria** porque representa **una** de las 5 partes iguales del entero. Esta fracción la puedes leer y escribir como **un quinto**. Del mismo modo, la fracción $\frac{5}{5}$ equivale al **entero**, ya que representa las 5 partes iguales que lo forman.

Figura 1.2 Definición de una fracción unitaria con ejemplo. Fong (2017) p(176)

Ubicación de las fracciones en la recta numérica

Fong (2017), “Las fracciones se pueden ubicar en la recta numérica realizando los siguientes pasos:

- Entre números naturales y considerando el denominador, divides en partes iguales cada segmento de la recta que representa una unidad, según sea necesario.
- A partir del cero , cuentas el numero de partes que corresponde el numerador y ubicas la fracción” p(181)

Fracciones iguales (texto utilizan como equivalente)

En el texto de Fong (2017) menciona:

“las fracciones iguales son aquellas que representan las mismas partes de un entero” p (179).

A continuación la figura 1.3 muestra el ejemplo de las fracciones iguales.

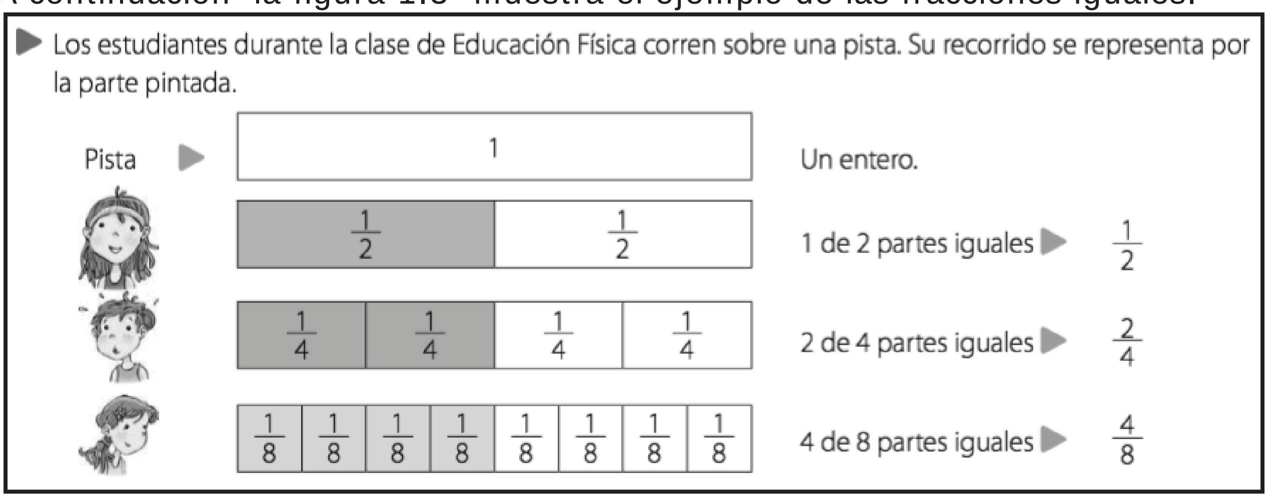


Figura 1.3 Representación parte todo de fracciones iguales,. Fong (2017) p(179)

Estrategias para obtener fracciones iguales

La forma de obtener fracciones iguales según el texto ministerial es la amplificación y simplificación, definidas así:
Cuando se multiplica el numerador y el denominador por el mismo numero distinto de cero se obtiene una fracción igual, a este proceso se denomina amplificación.
Si ahora se dividen el numerador y el denominador por un número mayor a 1 y que sea divisor de ambos se habla de simplificación. Si el proceso no se puede realizar se denomina fracción irreductible.
En las figuras 1.4 y 1.5 se muestran ejemplos de fracciones iguales con las estrategias de amplificación y simplificación.

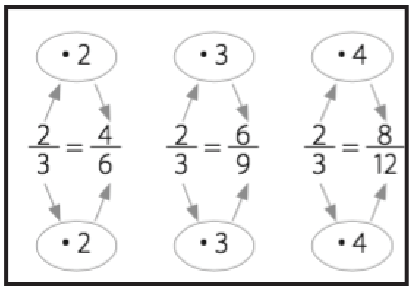


Figura 1.4 Ejemplos de fracciones iguales con la amplificación. Fong (2017) p(182)

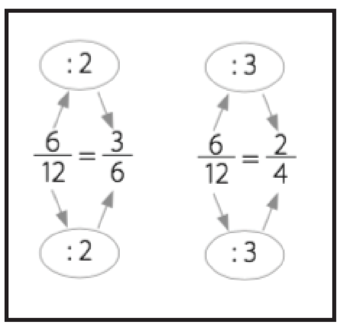


Figura 1.4 Ejemplos de fracciones iguales con la amplificación. Fong (2017) p(183)

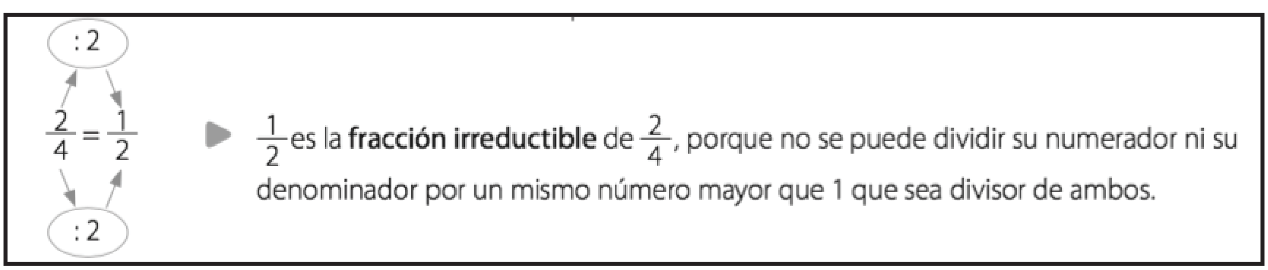


Figura 1.5 Ejemplo de fracciones iguales, con el concepto de fracción irreductible con la simplificación. Fong (2017) p (183)

La definición de comparación de fracciones se despliegan desde un problema con representaciones pictóricas y simbólicas. Se definen tres casos según Fong H. (2017):

Caso 1 Las fracciones son representadas como parte-todo
"Las fracciones que representan la distancia que alcanza el disco de cada niño tienen el mismo denominador. Entonces, puedes compararlas centrando tu atención en los numeradores." (p. 186)

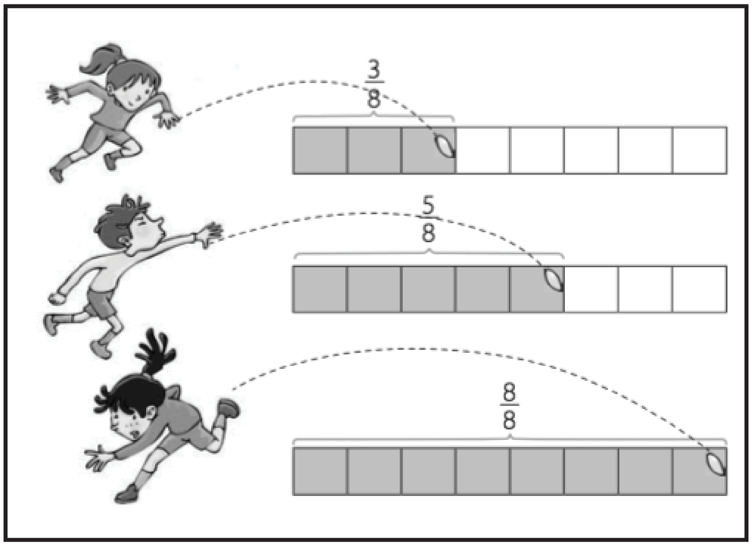


Figura 1.6 Situación problema de comparación de fracciones de igual denominador.
Fong (2017) p(186)

Caso 2 Las fracciones son representadas con números (símbolos).

- "Si comparas fracciones con igual numerador, es mayor aquella que tiene el denominador menor.
- Si comparas fracciones con igual numerador, es menor aquella que tiene el denominador mayor." (p.187)

Caso 3 Las fracciones son representadas con números (símbolos).

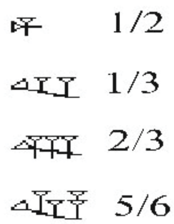
- "Para comparar estas fracciones puedes amplificar una de ellas para igualar sus denominadores.
- Para comparar estas fracciones puedes simplificar una de ellas para igualar sus denominadores." (p. 188)

Lo anterior esta secuenciado en problemas con representaciones para visualizar las comparaciones, para finalmente pasar a lo simbólico con operaciones en algunos casos.

Análisis histórico- Epistemológico

La fracción, como concepto, es uno de los más extensos en términos de comprensión debido a sus distintos significados. En la historia el ser humano a través del tiempo ha dado respuesta a las diferentes necesidades que se ve enfrentado y dentro de ellas surge las fracciones. La evidencia sobre las fracciones es incierta, porque no hay certeza del origen o quién fue el primero en utilizar. En la tabla 1 se mencionan las diferentes culturas que utilizaron las fracciones y para que fueron utilizados.

Tabla 1. Barrido histórico de las fracciones

Cultura	Fracción
Los babilonios	Ruiz (2003) menciona que los registros encontrados datan de los años 2500 a.c., en 500 000 tablillas de arcillas. El sistema de escritura utilizado era cuneiforme, corresponde a símbolos utilizados para representar los números, que fue descifrado a mediados del siglo XIX.  Figura 2.1 fracciones cuneiformes, Ruiz (2013) p(24) En el ámbito de la astronomía utilizaban un sistema numérico con base 60 en donde las fracciones fueron útiles para algunos de sus trabajos. En una Tablilla del año 2.400 a.c en la tercera Dinastía de Ur se observan trabajos con las fracciones 1/2, 1/3 y 5/6. En geometría se utiliza un doceavos de la longitud de una circunferencia para calcular el área del círculo. En otras Tablillas se pueden observar ecuaciones que se utilizan fracciones para su representación. $$xy = a \quad \frac{bx^2}{y} + \frac{cy^2}{x} + d = 0$$ Figura 2.2 Ecuación de Tablilla de Yale, Ruiz (2013) p(32)

Cultura	Fracción
Los egipcios	En esta cultura se puede creer que la primera noción de fracción proviene de la comparación de dos objetos y ver cuantas veces se puede repetir uno sobre el otro, implícitamente se utiliza la fracción como medida. Sin embargo, la personas lo realizaban, pero solo los escribas, quienes eran capaces de pasar estas cuentas a jeroglíficos. Algunos de los problemas solucionados con fracciones son la construcción de pirámides, estudiar las medidas del planeta y la distribución del pan. Los dos documentos más antiguos de los cuales usualmente se hace referencia, son de dos papiros egipcios, uno es el papiro Moscú y, el otro es el papiro Rhind. Estos papiros son considerados los más importantes del Egipto antiguo, el papiro Moscú tiene escritura hierática en torno a 1890 a.c. (XII dinastía) por un escriba desconocido. El papiro de Rhind fue escrito por Ahmés, escriba meticuloso en sus escritos, además, se encuentran 85 problemas, algunos de ecuaciones simples y progresivas, fraccionarios, áreas (triángulos, trapezoides, círculos y rectángulos) y volúmenes (cilindros y prismas). Al comienzo del papiro de Rhind se evidencia escritura de fraccionarios para calcular en una tabla la división por 2, de los números impares, desde el $\frac{2}{3}$ hasta $\frac{2}{101}$. Los egipcios basaban su sistema de fracciones en jeroglíficos, a los que designaban fracciones de numerador uno. Un problema descrito es el siguiente: "Dividir 10 hekats (fue una unidad de capacidad empleada en el Antiguo Egipto) de cebada entre 10 hombres de tal forma que la diferencia entre cada hombre y el siguiente sea de $\frac{1}{8}$ hekat de cebada, la solución es escrita como la suma de fracciones de numerador uno, $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}$ hekasts de cebada. Ruiz (2013) menciona "El problema 48 del papiro Rhind, en particular, también tiene que ver con un fraccionario, y se refiere al cálculo de un área que da una aproximación del número $\pi = \left(\frac{16}{9}\right)^2$." p(22) Los egipcios trabajan con las fracciones y utilizaban operaciones que causaban serias dificultades porque utilizaban solo fracciones con numerador 1.

Los griegos	En la investigación realizada por Ruiz (2013) describe que los griegos utilizaron un sistema de numeración alfabético, introduciendo así las fracciones con una notación que utilizaba un acento en el símbolo del número entero. $$\lambda\delta' = \frac{1}{34}$$ Figura 2.3 Un treintaicuatroavos. Ruiz (2013) p(40) Las fracciones con números distintos de 1 en el numerador, eran representados por letras y otros elementos como una o doble comillas. $$\frac{21}{47} = \kappa\alpha'\ \mu\zeta''\ \mu\zeta''$$ Figura 2.4 veintiun cuarentasieteavoS. Ruiz (2013) p(40) Como dice Collette (1986) citado por Ruiz (2013): “Otro elememento importante es que Pitágoras es el descubridor de las proporciones que se dan entre los sonidos armónicos. Un ejemplo es hacer vibrar la mitad de la cuerda, y el tono aumentará un octavo. Si vibran los dos tercios de la cuerda, el tono estará un quinto por encima del que produjo la cuerda entera.” p(41) Las fracciones como proporciones fueron trabajadas como magnitudes conmensurables en este sentido se plantea en la investigación de Ruiz (2013) que “En el libro VII de Euclides se encuentran las siguientes proposiciones: 1. Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ 2. Si $\frac{a}{b} = \frac{d}{e}$ y $\frac{b}{c} = \frac{e}{f}$ entonces $\frac{a}{c} = \frac{d}{f}$ 3. Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ 4. Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ 5. Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ Figura 2.5 Proposiciones de proporciones” p(41)

Los Chinos	En los inicios de las dinastías se utilizó alguna numeración que, sin embargo, por orden de los emperadores las evidencias fueron quemadas y solo hay algunas de varillas encontradas en huesos. En años posteriores en el Libro de las artes, escrito por letrados del estado feudal Qí en la época de los Estados Combatientes (475 - 221 a.C.), se encuentran evidencias sobre técnicas de fabricación de objetos, como coches de caballos, embarcaciones y arcos y flechas. Además describe pautas y dimensiones para su elaboración. Por tanto contiene algunos datos sobre fracciones, ángulos, y unidades de medida. En una parte del libro aparece la línea “una décima parte de una pulgada”, que representa una fracción. En épocas posteriores también se usó ese tipo de terminología para referirse a las fracciones: una décima parte de una pulgada, dos décimas partes de una pulgada. En capítulos sobre el arte matemático, que es un tratado matemático, fue confeccionado alrededor del siglo I d.C., de un autor anónimo en el para operar con fracciones se utilizaban las varillas de contar y la representación de estas tiene su origen en el método de la división. Los procedimientos que hay en el libro en el capítulo, de Medición de terrenos, utiliza similares procedimientos a los de la actualidad como la simplificación, buscar denominadores comunes, comparar dos fracciones con denominadores distintos y las operaciones. En la suma de fracciones, se busca el producto de los denominades en cambio un capitulo posterior se busca el menor múltiplo común.
Los Indios	Los Shulba Sutras, textos escritos por los sutras con temas matemáticos, también introducen el concepto de números irracionales, dan una forma de aproximación de una raíz cuadrada de un número a través de un procedimiento recursivo que en lenguaje moderno se llamaría “series de expansión”. Esto precede al uso europeo de las Series de Taylor. Los Sutras se da un valor de la raíz cuadrada de 2, con un valor exacto hasta la quinta posición decimal: $\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3\times 4} - \frac{1}{3\times 4\times 34} = 1{,}414215686\ldots$ Es de notar que las fracciones que aparecen tienen como numerador la unidad, Mastín (2010). Aryabhata I, (500 d.C.) tiene trabajos del uso de fracciones continuas para resolver ecuaciones indeterminadas de primer grado. Brahmagupta y A diferencia de los babilonios, los Indios utilizan el cero en su

	sistema de numeración. En los Sulbakaras se manejaban las cuatro operaciones aritméticas con fracciones elementales. En los Sulba-Sutras las fracciones se expresaban mediante palabras. Bakhshali expresó hacía el siglo IV d. C. operaciones de fracciones en términos de símbolos con y sin líneas divisorias entre las fracciones, Ruiz (2013). $\frac{11}{1}\ yu\ \frac{5}{1}\ es\ 11+5;\ \begin{matrix}2\\1\\2\end{matrix}\ es\ 2\frac{1}{2};\ \begin{matrix}1\\1\\2\end{matrix}\ es\ 1\frac{1}{2}$ Figura 2.6 Mahavira, hacia el 800 d. C., llamó a las fracciones bhinna. Kaye (1915) citado por Ruiz (2013)

Cultura	Fracción
Loa árabes	La ubicación del mundo Árabe con Italia hacía inevitable que los avances árabes en matemáticas llegaran a Europa a través de este país. Venecia, Génova y Pisa eran centros comerciales importantes, y los mercaderes partían de estos puertos hacia el Norte de África y el extremo oriental del Mediterráneo, esto hace el transito del conocimiento empleado en las actividades mercantiles utilizando notación árabe. El Liber Abbaci incluye, y promociona, otro artificio notacional que sigue hoy en uso: la barra horizontal en una fracción. Los hindúes empleaban una notación similar, pero sin barra; parece que la barra fue introducida por los árabes. Fibonacci la empleó ampliamente, pero su uso difería del actual en algunos aspectos. Por ejemplo, él utilizaba la misma barra como parte de varias fracciones diferentes.
Weierstrass	Weierstrass hacia 1860, presentaba los números racionales a partir de los naturales introduciendo los racionales positivos como pares de números naturales, los enteros negativos como otro tipo de pares de números naturales, y los racionales como pares de enteros; sin embargo el problema clave para la construcción del sistema de los números racionales consistía en fundamentar los enteros ordinarios por algún procedimiento y en establecer sus propiedades. Boniface (2007) menciona, Weierstrass se encontró con que había

	infinitas formas de expresar un número, por esta razón introdujo una relación de equivalencia, demostrando que era simétrica y transitiva. La relación propuesta por este autor consistía en comparar dos magnitudes numéricas componente a componente, y estas serian iguales si cualquier componente del uno podía transformarse en un componente del otro y viceversa.

Cada cultura involucrada fue agregando o creando formas para dar solución algún problema de su entorno, asi también se observan las diferentes perpectivas de cómo se fue construyendo y evidenciando las diferentes nociones de los tratamientos realizados en la historia de las fracciones para lograr los números racionales.

A partir del análisis histórico anterior, se ha elaborado un resumen a través de una línea de tiempo (figura 3.1).

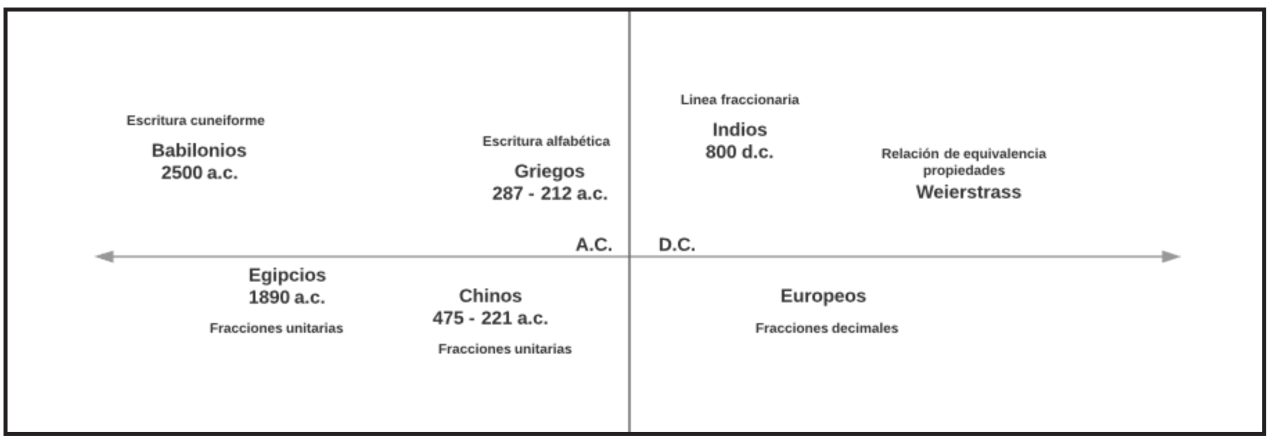


Figura 3.1 Mapa de barrido histórico de las fracciones.

Estudio de Clases

El Estudio de Clases es un proceso donde los profesores se esfuerzan por mejorar sus métodos de enseñanza, trabajando con otros para observar, examinar y mejorar las técnicas de enseñanza utilizadas. El proceso cíclico está organizado en 8 pasos en algunos casos, un ciclo comienza con identificar el problema luego se estudia desde el currículo, el saber escolar y el erudito, para luego diseñar un plan de clases que se implementa, reformula o se aplican mejoras de acuerdo a los resultados obtenidos y culmina con la discusión de resultados.

Un plan de clases puede tener más de un ciclo y eso va a depender de las reflexiones y consideraciones de las distintas miradas de los docentes frente a la clase.

El Estudio de clases comienza con la identificación del problema, la comparación de fracciones , obteniendo antecedentes bibliográficos que sustentan que la multiplicidad de interpretaciones, las representaciones y la noción de fracción afectan en la adquisición del objeto matemático.

Planificación de clase

En esta etapa se indagó en el currículo chileno en la asignatura de matemática, el contenido de comparación de fracciones propias, ubicado en el nivel de quinto básico, colocando énfasis en los aprendizajes previos que deben tener los estudiantes. Además se analizó los textos correspondientes al nivel, en los conceptos como: fracción igual, tipos de representaciones, ejemplos y correspondencia en el orden de presentación, encontrando relaciones entre ellas de manera progresiva. Obteniendo datos importantes para el diseño del plan de clases, el cual se presenta desde la Teoría de situaciones didácticas de Brousseau, elegida para que los estudiantes logren entender que una fracción puede ser mayor o menor que otra, y así construir estrategias de comparación de fracciones mediante un juego.

La situación adidáctica diseñada por los profesores fue implementada en tres establecimientos educaciones y en cada una se realiza una evaluación y reflexión sobre los resultados obtenidos, analizando el registro audiovisual y evidencias de las actividades. Se observó que las estrategias de los estudiantes al momento de responder la pregunta al juego presenta dificultades con respecto los recursos utilizados, por ejemplo la pista fue utilizada como pizarra en primera instancia y luego no la ocuparon. Lo anterior se realiza mediante un análisis de las evidencias en el video general de la clase y las grabaciones individuales realizadas (entrevistas no estructuras), además de las guías con los argumentos escritos y pictóricos. Evidenciando que surgen estrategias de comparación utilizando las representaciones, así también algunas producciones de los estudiantes pueden presentar dificultades y errores.

En estudio de clase se reflexiona y analizan los resultados obtenidos de acuerdo al objetivo de clase, si los índices de evaluación planteados por los profesores se cumplen y si surgen algunos errores en los estudiantes.

La clase analizada es la segunda implementación después de un ciclo de reflexión por la comunidad de autocrítica. Es elegida por su mayor provecho en los resultados obtenidos, dificultades y por generar mejoras para trabajar los obstáculos en las implementaciones posteriores.

La implementación de la clase se realiza en un Colegio de la Serena por el docente$_2$, en quinto básico con edades que fluctúan entre los 9 a 10 años, al ser una metodología poco habitual (juego) causa muchas expectativas en los estudiantes logrando tener mayor participación y entusiasmo.

Plan de clases

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE	INTERVENCIÓN DOCENTE	EVALUACIÓN DE LA MARCHA DE LA CLASE
Indicaciones de la clase. **Presentación del objetivo de la clase:** Comparar fracciones propias de distintos de denominador. Inicio: Un grupo de estudiantes se encuentra jugando con un dado, en cada una de sus caras se encuentran las siguientes fracciones: $\frac{8}{10}, \frac{6}{8}, \frac{6}{9}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{3}{4},$ además de una pista. **<u>Implementación 1: 5 min</u>** **<u>Implementación 2: 10 min</u>** **<u>Presta atención</u>** 1.- Dos estudiantes. 2.- Cada uno tiene su propia pista y dado (con las mismas características que se presentó en la situación anterior). 3.- Cada uno lanza el dado. Ante esta situación ¿Quién avanza más? ¿Por qué?	Profesor indica a un estudiante que lea el objetivo de la clase. Profesor proyecta un Ppt con la actividad de inicio. Docente monitorea que los estudiantes reflexionen en torno a las dos preguntas, ante esto realiza las siguientes preguntas. 1.- ¿Cómo enfrentarías ambas preguntas? 2.- ¿Cómo representarías ambos lanzamientos? 3.- ¿Existirán otras representaciones?	¿Los estudiantes se interesan en el problema inicial? ¿Comprendieron las preguntas asociadas al problema? ¿Argumentan su respuesta, mediante representaciones? ¿Mencionan otras formas de dar respuestas a la pregunta? ¿Se cumple con el tiempo planificado?

Planteamiento del Problema. Parte 1: Los estudiantes observan ppt donde aparece el título "¿Quién avanza más? ¿Por qué?" Luego la instrucción: 1.- Manipule de manera individual, con el material entregado Leen y responden pregunta. ¿Hasta dónde pueden avanzar?	Mostrar ppt con el título del juego y las instrucciones. Entregar los materiales a los estudiantes. (un dado donde hay seis fracciones propias y una pista de 1 metro de largo) El profesor lee instrucciones para comenzar a jugar con el dado y la pista Los estudiantes se familiarizan con el material de manera individual. Profesor se mueve por la sala para realizar preguntas a los estudiantes como: ¿Qué estás haciendo para avanzar? ¿Cuánto debes avanzar? ¿Puedes sacar alguna idea o conclusión de tu primer lanzamiento? Dado 1: ($\frac{8}{10}, \frac{6}{8}, \frac{6}{9}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{3}{4}$) Posibles relaciones: 1.- 4/10 con 2/5, amplificar o simplificar según el caso. 2.- 6/8 con 3/4, amplificar o simplificar según el caso. 3.- 6/8 con 3/8, fracción con igual denominador. 4.- 6/8 con 6/9, fracción con igual numerador. 5.- 3/8 con 3/4, fracción con igual numerador. Dado 2: ($\frac{9}{15}, \frac{10}{12}, \frac{3}{6}, \frac{3}{5}, \frac{5}{6}, \frac{5}{7}$) Posibles relaciones: 1.- 9/15 con 3/5, amplificar o simplificar según el caso. 2.- 10/12 con 5/6, amplificar o simplificar según el caso. 3.- 3/6 con 5/6, fracción con igual denominador.	¿Comprenden las instrucciones? ¿Trabajan adecuadamente con el material? ¿Representan sus avances según los dados en la pista? ¿Existe otra representación? ¿Responden con argumentos matemáticos las preguntas del docente?

	4.- 3/6 con 3/5, fracción con igual numerador. 5.- 5/6 con 5/7, fracción con igual numerador.	
Parte 2 **Trabajo en parejas** Se reúnen en parejas, reciben guía 1 de registro de 5 tiradas de competencias ¿quién avanza más? ¿Por qué? Escuchan Instrucciones. Representan cada una de las competencias se registra en la guía y argumentan quien ganó. Al finalizar las competencias deben observan los juegos y registrar conclusiones de sus juegos en guía. **Implementación 1: La sesión de representación esta en blanco.** **Implementación 2: La sesión de representación tiene los cuadros que simbolizan el entero o pista.** Parte 3 **Trabajo en grupo** Cada pareja se reúne con otra para competir en 4 juegos de ¿Quién avanza más? ¿Por qué? Reciben guía 2. Representan cada una de las competencias tomando en	Profesor indica que se deben reunir en parejas y comenzar a jugar contra su compañero y representar en la pista cada uno de los números obtenidos del dado, para luego registrar en la guía 1 cada una de las 5 competencias. Profesor debe observar los juegos de los estudiantes y evidenciar los registros mediante preguntas como: ¿Cómo representaron el primer juego? ¿De qué manera? ¿Quién ganó? ¿Por qué? El profesor debe cerrar la parte 2 mediante el registro de conclusiones en parejas encontrando alguna regla o estrategia para descubrir quién avanza más. **Implementación 1: Los alumnos realizan el plenario mostrando sus representaciones.** **Implementación 2: Las pistas están pegadas en la pizarra, y los alumnos en las pistas deben mostrar sus representaciones.** Antes de comenzar el profesor debe retirar los dados y cambiar por otros. Entregar guía de registro 2 para los juegos.	¿Representan los juegos en la pista? ¿Ocupan la guía para escribir y argumentar quién ganó? ¿Desarrollan conclusiones acordes a lo experimentado? ¿Se cumple el tiempo estipulado? ¿Ocupan la guía para escribir y argumentar quién ganó? ¿Ocupan conclusiones planteadas? ¿Desarrollan conclusiones nuevas? ¿Se cumple el tiempo planificado?

cuenta las conclusiones anteriores, se registra en la guía y argumentan quien ganó. Al finalizar las competencias deben juntarse los 4 jugadores y nuevamente confirmar o generar nuevas conclusiones de sus juegos en guía de registro 2.	Instrucciones estarán presentes en el ppt. Profesor verifica las representaciones y registro en guía. Profesor indaga en la representación de los estudiantes, mediante la siguiente pregunta, ¿De qué manera consideraron las conclusiones del juego anterior, en estas nuevas representaciones? Los profesores al terminar cada grupo de 4 personas deben generar nuevas o mantener conclusiones antes mencionadas para presentación en plenario.	

Descripción de la situación

En la clase se plantea que los estudiantes sean capaces de construir conocimiento a través del juego "¿Quién avanza más?", además se motiven a jugar y descubrir que estrategias con sus representaciones dan respuesta a una comparación de fracciones.

Situación planteada:

Un grupo de estudiantes se encuentra jugando con un dado, en cada una de sus caras se encuentra las siguientes fracciones: $\frac{8}{10}, \frac{3}{8}, \frac{6}{9}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{6}{8}$. Si cada una representa avanzar en la pista ¿Quién avanza más? ¿Por qué?

La organización esta plateada en las siguientes etapas: individual, en parejas, en equipos y el plenario. En cada una los estudiantes tienen actividades relacionadas con el juego planteado.

En la primera etapa a los estudiantes se les plantea el juego y se relacionan con los materiales a utilizar, dado y pista, los que manipulan y utilizan según estimen conveniente. Luego comienza la etapa de competir con un compañero, en la cual cada uno lanza el dado y escribe la fracción simbólica obtenida en guía 1, además deben representar las fracciones y luego argumentar quien gana. Al terminar las 5 competencias de la etapa, generan una conclusión para aplicar en los juegos siguientes según las comparaciones surgidas en la etapa.

En la segunda y tercera etapa se juntan en equipos 4 estudiantes, donde cada pareja serán aliados para competir contra otra. Además se cambian los dados a utilizar para comenzar con el juego donde utilizan la conclusión planteada en la etapa anterior.

Se presentan 3 competencias con sus respectivas representaciones y argumentos para finalizar con la conclusión de las estrategias utilizadas como equipo entre las parejas rivales.

En la cuarta etapa cada equipo presenta un representante para jugar en contra de otro equipo en la pizarra utilizando los materiales (pista y dado) para representar la competencias, en cada juego, además se mencionan las estrategias al momento de argumentar.

Para finalizar las representaciones junto con las estrategias mencionadas por los estudiantes se dejan escritas y son reflexionadas por los estudiantes con ayuda del profesor.

Análisis a priori

Conceptos involucrados y matemática en juego

Los **conceptos matemáticos** que involucra la Situación Aplicada, tanto para su formulación y/o estrategias a utilizar para su desarrollo, corresponden a:

1.- Elementos de una fracción
2.- Ubicar una fracción en la recta numérica natural
3.- Representación parte-todo de una fracción
4.- Comparación de dos fracciones de igual denominador
5.- Amplificar e simplificar una fracción

Por lo anterior, la **matemática** que los estudiantes de 5º año básico deben poner en juego, corresponde a la *representaciones pictóricas y simbólicas de las fracciones*. Ante esto, y considerando las habilidades propuestas para el nivel de 5º año básico por MINEDUC, la situación se relaciona con los **Objetivos de Aprendizaje** basado en las siguientes **habilidades**:

Resolver Problemas	
OA – a	Reconocer e identificar los datos esenciales de un problema matemático.
OA – b	Resolver problemas aplicando una variedad de estrategias, como la estrategia de los 4 pasos: entender, planificar, hacer y comprobar.
Argumentar y Comunicar	
OA – d	Formular preguntas y posibles res- puestas frente a suposiciones y reglas matemáticas.
OA – f	Comunicar de manera escrita y verbal razonamientos matemáticos: - Describiendo los procedimientos utilizados - Usando los términos matemáticos pertinente
Modelar	
OA – j	Traducir expresiones en lenguaje cotidiano a lenguaje matemático y viceversa.
OA – k	Modelar matemáticamente situaciones cotidianas: - Organizando datos - Identificando patrones o regularidades - Usando simbología matemática para expresarlas
Representar	
OA – m	Usar representaciones y estrategias para comprender mejor problemas e información matemática
OA – n	Imaginar una situación y expresarla por medio de modelos matemáticos

(MINEDUC, 2013)

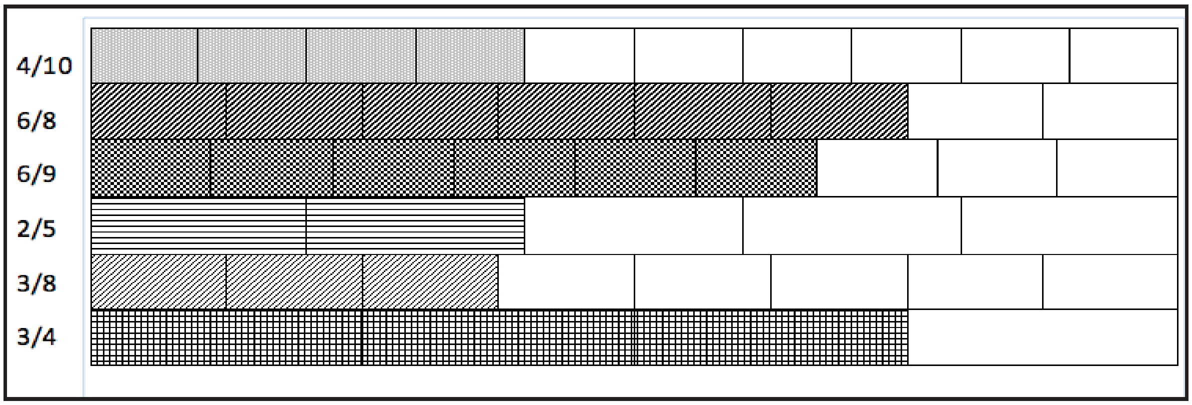
Estrategias a utilizar

Para el desarrollo de la situación, se espera que los estudiantes puedan utilizar alguna de las siguientes estrategias, ya sea de forma gradual o complementarias, con el fin de poner en juego distintas habilidades que les permita poder dar respuesta a la situación planteada.

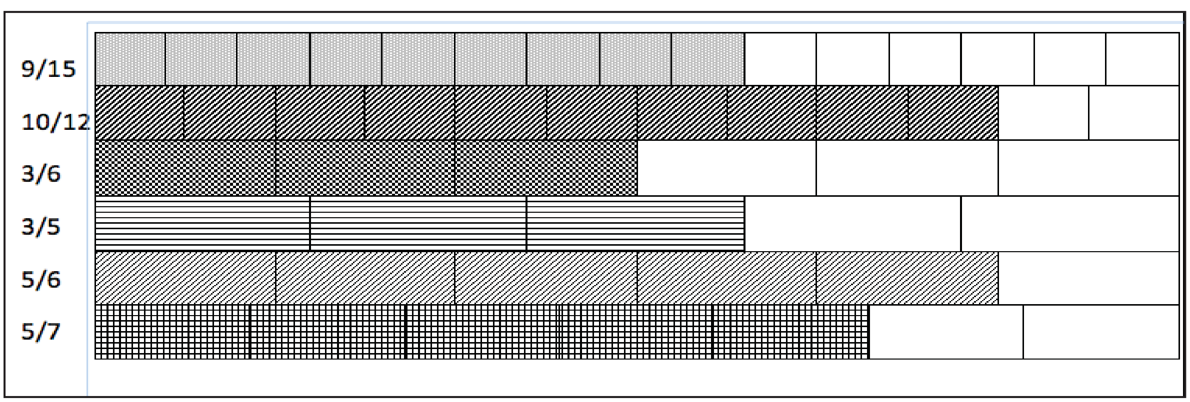
Estrategia 1. "Representación parte todo"

Los estudiantes representan las fracciones tanto del dado 1 y 2. Pictóricamente y así determinar ¿quién avanza más?

Dado 1.



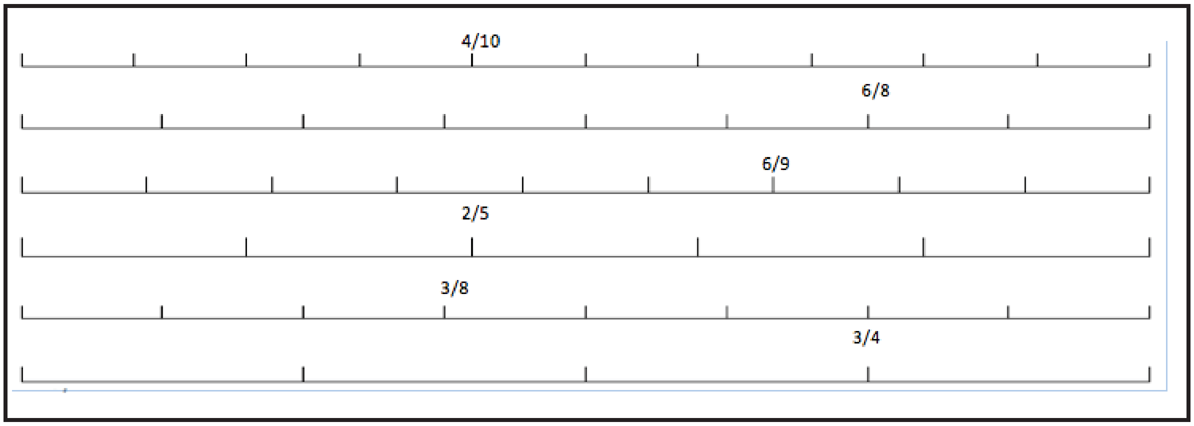
Dado 2.



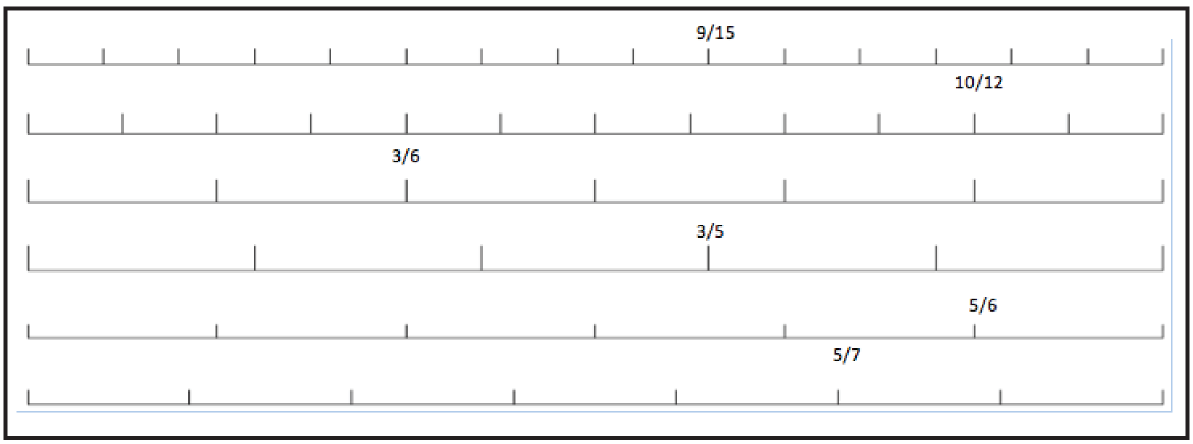
Estrategia 2. ”Ubicación en la recta numérica ”

Los estudiantes ubican las fracciones tanto del dado 1 y 2. Pictóricamente

Dado 1



Dado 2



Estrategia 3. "Amplificación"

En esta estrategia cada fracción es amplificada para encontrar un denominador común y luego comparar los numeradores.
Posibles casos:

Dado 1 ($\frac{8}{10}, \frac{6}{8}, \frac{6}{9}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{3}{4}$)

1.- $\frac{8}{10}$ y $\frac{6}{8}$ Amplificar $\frac{8\,(4)}{10\,(4)}$ y $\frac{6\,(5)}{8\,(5)}$ resultado $\frac{24}{40}$ y $\frac{30}{40}$ $\therefore \frac{6}{8} > \frac{8}{10}$ "$\frac{6}{8}$ avanza más que $\frac{8}{10}$"

2.- $\frac{8}{10}$ y $\frac{6}{9}$ Amplificar $\frac{8\,(9)}{10\,(9)}$ y $\frac{6\,(10)}{8\,(10)}$ resultado $\frac{72}{90}$ y $\frac{60}{90}$ $\therefore \frac{6}{9} > \frac{8}{10}$ "$\frac{6}{9}$ avanza más que $\frac{8}{10}$"

3.- $\frac{8}{10}$ y $\frac{2}{5}$ Amplificar $\frac{8\,(1)}{10\,(1)}$ y $\frac{2\,(2)}{5\,(2)}$ resultado $\frac{8}{10}$ y $\frac{4}{10}$ $\therefore \frac{8}{10} > \frac{2}{5}$ "$\frac{8}{10}$ avanza más que $\frac{2}{5}$"

4.- $\frac{8}{10}$ y $\frac{3}{8}$ Amplificar $\frac{8\,(4)}{10\,(4)}$ y $\frac{3\,(5)}{8\,(5)}$ resultado $\frac{24}{40}$ y $\frac{15}{40}$ $\therefore \frac{8}{10} > \frac{3}{8}$ "$\frac{8}{10}$ avanza más que $\frac{3}{8}$"

5.- $\frac{8}{10}$ y $\frac{3}{4}$ Amplificar $\frac{8\,(2)}{10\,(2)}$ y $\frac{3\,(5)}{4\,(5)}$ resultado $\frac{16}{20}$ y $\frac{15}{20}$ $\therefore \frac{8}{10} > \frac{3}{4}$ "$\frac{8}{10}$ avanza más que $\frac{3}{4}$"

6.- $\frac{6}{8}$ y $\frac{6}{9}$ Amplificar $\frac{6\,(9)}{8\,(9)}$ y $\frac{6\,(8)}{9\,(8)}$ resultado $\frac{54}{72}$ y $\frac{48}{72}$ $\therefore \frac{6}{8} > \frac{6}{9}$ "$\frac{6}{8}$ avanza más que $\frac{6}{9}$"

7.- $\frac{6}{8}$ y $\frac{2}{5}$ Amplificar $\frac{6\,(5)}{8\,(5)}$ y $\frac{2\,(8)}{5\,(8)}$ resultado $\frac{30}{40}$ y $\frac{16}{40}$ $\therefore \frac{6}{8} > \frac{2}{5}$ "$\frac{6}{8}$ avanza más que $\frac{2}{5}$"

8.- $\frac{6}{8}$ y $\frac{3}{8}$ Fracciones con igual denominador $\therefore \frac{6}{8} > \frac{3}{8}$ "$\frac{6}{8}$ avanza más que $\frac{3}{8}$"

9.- $\frac{6}{8}$ y $\frac{3}{4}$ Amplificar $\frac{6\,(1)}{8\,(1)}$ y $\frac{3\,(2)}{4\,(2)}$ resultado $\frac{6}{8}$ y $\frac{6}{8}$ $\therefore \frac{6}{8} = \frac{6}{8}$ "$\frac{6}{8}$ avanza igual que $\frac{3}{4}$"

10.- $\frac{6}{9}$ y $\frac{2}{5}$ Amplificar $\frac{6\,(5)}{9\,(5)}$ y $\frac{2\,(9)}{5\,(9)}$ resultado $\frac{30}{45}$ y $\frac{18}{45}$ $\therefore \frac{6}{9} > \frac{2}{5}$ "$\frac{6}{9}$ avanza más que $\frac{2}{5}$"

11.- $\frac{6}{9}$ y $\frac{3}{8}$ Amplificar $\frac{6\,(8)}{9\,(8)}$ y $\frac{3\,(9)}{8\,(9)}$ resultado $\frac{48}{72}$ y $\frac{27}{72}$ $\therefore \frac{6}{9} > \frac{3}{8}$ "$\frac{6}{9}$ avanza más que $\frac{3}{8}$"

12.- $\frac{6}{9}$ y $\frac{3}{4}$ Amplificar $\frac{6\,(4)}{9\,(4)}$ y $\frac{3\,(9)}{4\,(9)}$ resultado $\frac{24}{36}$ y $\frac{27}{36}$ $\therefore \frac{3}{4} > \frac{6}{9}$ "$\frac{3}{4}$ avanza más que $\frac{6}{9}$"

13.- $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{8}$ Amplificar $\frac{2\,(8)}{5\,(8)}$ y $\frac{3\,(5)}{8\,(5)}$ resultado $\frac{16}{40}$ y $\frac{15}{40}$ $\therefore \frac{2}{5} > \frac{3}{8}$ "$\frac{2}{5}$ avanza más que $\frac{3}{8}$"

14.- $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{4}$ Amplificar $\frac{2\,(4)}{5\,(4)}$ y $\frac{3\,(5)}{4\,(5)}$ resultado $\frac{8}{20}$ y $\frac{15}{20}$ $\therefore \frac{3}{4} > \frac{2}{5}$ "$\frac{3}{4}$ avanza más que $\frac{2}{5}$"

15.- $\frac{3}{8}$ y $\frac{3}{4}$ Amplificar $\frac{3\,(1)}{8\,(1)}$ y $\frac{3\,(2)}{4\,(2)}$ resultado $\frac{3}{8}$ y $\frac{6}{8}$ $\therefore \frac{3}{4} > \frac{3}{8}$ "$\frac{3}{4}$ avanza más que $\frac{3}{8}$"

Dado 2 ($\frac{9}{15}, \frac{10}{12}, \frac{3}{6}, \frac{3}{5}, \frac{5}{6}, \frac{5}{7}$)

1.- $\frac{9}{15}$ y $\frac{10}{12}$ Amplificar $\frac{9\,(4)}{15\,(4)}$ y $\frac{10\,(5)}{12\,(5)}$ resultado $\frac{36}{60}$ y $\frac{50}{60}$ $\therefore \frac{10}{12} > \frac{9}{15}$ "$\frac{10}{12}$ avanza más que $\frac{9}{15}$"

2.- $\frac{9}{15}$ y $\frac{3}{6}$ Amplificar $\frac{9\,(2)}{15\,(2)}$ y $\frac{3\,(5)}{6\,(5)}$ resultado $\frac{18}{30}$ y $\frac{15}{30}$ $\therefore \frac{9}{15} > \frac{3}{6}$ "$\frac{9}{15}$ avanza más que $\frac{3}{6}$"

3.- $\frac{9}{15}$ y $\frac{3}{5}$ Amplificar $\frac{9\,(1)}{15\,(1)}$ y $\frac{3\,(3)}{5\,(3)}$ resultado $\frac{9}{15}$ y $\frac{9}{15}$ $\therefore \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ "$\frac{9}{15}$ avanza igual que $\frac{3}{5}$"

4.- $\frac{9}{15}$ y $\frac{5}{6}$ Amplificar $\frac{9\,(2)}{15\,(2)}$ y $\frac{5\,(5)}{6\,(5)}$ resultado $\frac{18}{30}$ y $\frac{25}{30}$ $\therefore \frac{5}{6} > \frac{9}{15}$ "$\frac{5}{6}$ avanza más que $\frac{9}{15}$"

5.- $\frac{9}{15}$ y $\frac{5}{7}$ Amplificar $\frac{9\,(7)}{15\,(7)}$ y $\frac{5\,(15)}{7\,(15)}$ resultado $\frac{63}{105}$ y $\frac{75}{105}$ $\therefore \frac{5}{7} > \frac{9}{15}$ "$\frac{5}{7}$ avanza más que $\frac{9}{15}$"

6.- $\frac{10}{12}$ y $\frac{3}{6}$ Amplificar $\frac{10(1)}{12\,(1)}$ y $\frac{3\,(2)}{6\,(2)}$ resultado $\frac{10}{12}$ y $\frac{6}{12}$ $\therefore \frac{10}{12} > \frac{3}{6}$ "$\frac{10}{12}$ avanza más que $\frac{3}{6}$"

6.- $\frac{10}{12}$ y $\frac{3}{5}$ Amplificar $\frac{10(5)}{12\,(5)}$ y $\frac{3\,(12)}{5\,(12)}$ resultado $\frac{50}{60}$ y $\frac{36}{60}$ $\therefore \frac{10}{12} > \frac{3}{5}$ "$\frac{10}{12}$ avanza más que $\frac{3}{5}$"

7.- $\frac{10}{12}$ y $\frac{5}{6}$ Amplificar $\frac{10(1)}{12\,(1)}$ y $\frac{5\,(2)}{6\,(2)}$ resultado $\frac{10}{12}$ y $\frac{10}{12}$ $\therefore \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ "$\frac{10}{12}$ avanza igual que $\frac{5}{6}$"

8.- $\frac{10}{12}$ y $\frac{5}{7}$ Amplificar $\frac{10(7)}{12\,(7)}$ y $\frac{5\,(12)}{7\,(12)}$ resultado $\frac{70}{84}$ y $\frac{60}{84}$ $\therefore \frac{10}{12} > \frac{5}{7}$ "$\frac{10}{12}$ avanza mas que $\frac{5}{7}$"

9.- $\frac{3}{6}$ y $\frac{3}{5}$ Amplificar $\frac{3(5)}{6\,(5)}$ y $\frac{3\,(6)}{5\,(6)}$ resultado $\frac{15}{30}$ y $\frac{18}{30}$ $\therefore \frac{3}{5} > \frac{3}{6}$ "$\frac{3}{5}$ avanza mas que $\frac{3}{6}$"

10.- $\frac{3}{6}$ y $\frac{5}{6}$ fracciones de igual denominador $\therefore \frac{5}{6} > \frac{3}{6}$ "$\frac{5}{6}$ avanza mas que $\frac{3}{6}$"

11.- $\frac{3}{6}$ y $\frac{5}{7}$ Amplificar $\frac{3(7)}{6\,(7)}$ y $\frac{5\,(6)}{7\,(6)}$ resultado $\frac{21}{42}$ y $\frac{30}{42}$ $\therefore \frac{5}{7} > \frac{3}{6}$ "$\frac{5}{7}$ avanza mas que $\frac{3}{6}$"

12.- $\frac{3}{5}$ y $\frac{5}{6}$ Amplificar $\frac{3(6)}{5\,(6)}$ y $\frac{5\,(5)}{6\,(5)}$ resultado $\frac{18}{30}$ y $\frac{25}{30}$ $\therefore \frac{5}{6} > \frac{3}{5}$ "$\frac{5}{6}$ avanza mas que $\frac{3}{5}$"

13.- $\frac{3}{5}$ y $\frac{5}{7}$ Amplificar $\frac{3(7)}{5\,(7)}$ y $\frac{5\,(5)}{7\,(5)}$ resultado $\frac{21}{35}$ y $\frac{25}{35}$ $\therefore \frac{5}{7} > \frac{3}{5}$ "$\frac{5}{7}$ avanza mas que $\frac{3}{5}$"

14.- $\frac{5}{6}$ y $\frac{5}{7}$ Amplificar $\frac{5(7)}{6\,(7)}$ y $\frac{5\,(6)}{7\,(6)}$ resultado $\frac{35}{42}$ y $\frac{30}{42}$ $\therefore \frac{5}{6} > \frac{5}{7}$ "$\frac{5}{7}$ avanza mas que $\frac{5}{6}$"

Estrategia 4. "Multiplicación cruzada"

‘Sea $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ $donde\ a,c \in N\ y\ b,d \in N^*$

Relación de menor o mayor.

Dado dos números racionales $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ diremos que:

i. el primero es menor que el segundo cuando se verifica:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} < 0 \Leftrightarrow \frac{ad - bc}{bd} < 0$$

Obs.

En el caso que $\frac{a}{b}\, y\, \frac{c}{d}$ sean fracciones, $\frac{9}{15}\, avanza\ lo\ mismo\ que\, \frac{3}{5}$ puesto que $a,b,c,d \in \mathbb{N} - \{0\}$

ii. el primer número es igual que el segundo cuando:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{N}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c \cdot k}{d \cdot k}$$

$$akd = bkc$$

$$ad = bc$$

Obs.

En el caso que $\frac{a}{b}\, y\, \frac{c}{d}$ sean fracciones, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$ puesto que

Algunos ejemplo al lanzar del dado 1 se obtiene

1. $\frac{6}{8}\, y\, \frac{3}{4}$ $\quad 6 \times 4 = 8 \times 3 \quad 24 = 24$, entonces $\frac{6}{8}\, avanza\ lo\ mismo\ que\, \frac{3}{4}$
2. $\frac{6}{8}\, y\, \frac{6}{9}$ $\quad 6 \times 9 > 8 \times 6 \quad 54 > 72$, entonces $\frac{6}{8}\, avanza\ mas\ que\, \frac{6}{9}$

Algunos ejemplo al lanzar del dado 2 se obtiene

1. $\frac{9}{15}\, y\, \frac{10}{12}$ $\quad 9 \times 12 < 15 \times 10 \quad 108 < 150$, entonces $\frac{9}{15}\, avanza\ menos\ que\, \frac{10}{12}$
2. $\frac{9}{15}\, y\, \frac{3}{5}$ $\quad 9 \times 5 = 15 \times 3 \quad 45 = 45$, entonces $\frac{9}{15}\, avanza\ lo\ mismo\ que\, \frac{3}{5}$

DIFICULTADES, ERRORES Y DEVOLUCIONES

En la actividad esta considerado que los estudiantes presenten dificultades y errores como las que se presentan a continuación:
Al comparar las fracciones utilizando parto–todo, la partición de los enteros se hace imprecisa obteniendo dificultades al comparar y cometer errores en las conclusiones.

- Problemas con los operadores de mayor, menor o igual por tener confusión al momento de interpretarlo. Ejemplo $\frac{6}{10} < \frac{6}{8}$ seis decimos es mayor que seis octavos.

- Realizar una diferencia entre el numerador y denominador de cada fracción, para luego el resultado de cada fracción se compara cometiendo un error.

  Ejemplo $\frac{6}{10} > \frac{6}{8}$ porque $10-6 > 8-6$
  $4 > 2$

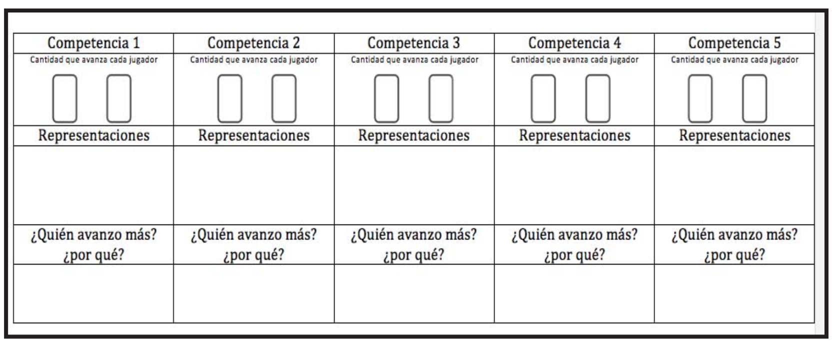
- Realizar una adición entre el numerador y denominador de cada fracción, a partir de ello comparar. Ejemplo $\frac{6}{10} > \frac{6}{8}$ porque

- Tomar la fracción como números naturales y comparar de manera independiente cada parte de las fracciones. Ejemplo $\frac{6}{10} > \frac{6}{8}$ porque $10 > 8$

Para cada una de las dificultades y errores que se puedan presentar el profesor tendrá el rol de tener una devolución para que el estudiante pueda darse cuenta por sus propias experiencias con sus compañeros o sus interacción pueda generar un cambio, para ello se plantea algunas preguntas o frases como:
- ¿Qué representa cada parte? / Represente en la pista, la fracción $\frac{1}{2}$ ¿qué significa el numerador y el denominador?
- ¿Cuál es la pregunta del juego?, ¿Se necesitan los símbolos?
- Vuelva a representar y a verbalizar la fracción.
- Demuéstrelo por medio de representación.
- si el denominador son los pasos totales y el numerador los que avanzas ¿debo realizar una operación entre ellas?

INSTRUMENTOS

Los instrumentos utilizados para recoger datos son: registros audiovisuales (videos), registros fotográficos y registros escritos de guías en cada actividad que pasan a ser detallados continuación:
El video con plano general de la sala de clase graba las instrucciones impartidas por el docente[2] para tener registro si fueron realizadas acorde a lo planificado, además da evidencia de las intervenciones de los estudiante en el plenario.
Registro fotográficos de los estudiantes cuando juegan con los materiales según el desafío planteado, además se puede identificar dificultades de esta fase.
Guías de trabajo de competencias de los estudiantes y conclusiones de cada fase del trabajo en la segunda fase de situación a-didáctica los estudiantes comienzan las competencias donde deben registrar sus fracciones obtenidas por los dados, generar una estrategia con una representación y luego argumentar ¿quien avanza más? ¿por qué?. Al finalizar esta etapa utilizan otro registro para las conclusiones de las estrategias. En esta fase con las guías se puede identificar dificultades en las representaciones de las fracciones para la comparación y también los argumentos.



Competencia 1	Competencia 2	Competencia 3	Competencia 4	Competencia 5
Cantidad que avanza cada jugador	Cantidad que avanza cada jugador	Cantidad que avanza cada jugador	Cantidad que avanza cada jugador	Cantidad que avanza cada jugador
Representaciones	Representaciones	Representaciones	Representaciones	Representaciones
¿Quién avanzo más? ¿por qué?	¿Quién avanzo más? ¿por qué?	¿Quién avanzo más? ¿por qué?	¿Quién avanzo más? ¿por qué?	¿Quién avanzo más? ¿por qué?

Figura 4.1 guía de las etapas en parejas de la situación a didáctica

Conclusiones

Nombre jugador 1__________

Nombre jugador 2__________

Conclusiones de estrategias ¿quién avanza más?

Figura 4.2 guía de conclusiones de las estrategias utilizadas de la situación a didáctica

Para la validación se utilizan dos instancias un registro en una guía con los mismos elementos a la anterior pero con menos competencias y en el plenario e institucionalización un registro audiovisual (video) para tener todas las intervenciones.

CATEGORÍAS DE ANÁLISIS

Para la categoría de análisis del Estudio de Clases se presentará elementos del a posteriori con el contraste del a priori, para luego identificar las dificultades presentadas en cada fase de la situación a-didáctica, las que son presentadas en la siguiente tabla.

Categorías de análisis		
Código de categoría	Categoría	Descripción
C_1	Acción	$C_{1.1}$ Dificultades en la puesta en acto de conocimientos implícitos
		$C_{1.2}$ Dificultad en la utilización de la pista y dado con fracciones.
		$C_{1.3}$ Dificultad en la interacción con el juego planteado.
		$C_{1.4}$ Dificultades en el intercambio de informaciones no codificadas o sin lenguaje.
		$C_{1.5}$ Dificultades por la cantidad de competencias.
C_2	Formulación	$C_{2.1}$ Dificultad en la representación de la fracción parte- todo
		$C_{2.2}$ Dificultad en la representación de fracción en la recta numérica
		$C_{2.3}$ Dificultad en la noción de Fracción
		$C_{2.4}$ Dificultad en el cambio de información codificada en un lenguaje.
		$C_{2.5}$ Dificultades al argumentar la respuesta obtenida.
C_3	Validación	$C_{3.1}$ Dificultad en la noción de Fracción.
		$C_{3.2}$ Dificultades en la eficacia de la respuesta.
		$C_{3.3}$ Dificultades en el intercambio de juicio de estrategia.
		$C_{3.4}$ Dificultades en la la puesta en acto de conocimientos implícitos.

RESULTADOS

En este capitulo, se presentan los resultados de la aplicación de la situación a-didáctica identificando las estrategias utilizadas, el contraste del análisis a priori con el posteriori para luego identificar las dificultades presentadas en las distintas categorías finalizando con las reformulaciones a las actividades de las fases.

Análisis a posteriori

Estrategias	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4
Representaciones parte todo	Representan en rectángulos de distinto tamaño. Representan en el material pero se confunden en la hoja de trabajo.	Representan en rectángulos de la misma medida,	Representan algunos de la misma medida pero la repartición en imprecisa Representan 2 competencias por conjunto.	Representan en partes iguales las pistas y ocupan una bajo de la otra. Algunas son de diferente tamaño
Ubicación en la recta	Lo mencionan pero no lo utilizan.	No lo utilizan.	- No lo utilizan.	Lo utilizan correctamente
Amplificación	No lo utilizan	No lo utilizan	No lo utilizan	No lo utilizan
Multiplicación cruzada	No lo utilizan	No lo utilizan	No lo utilizan	No lo utilizan
Comparaciones y argumentos	Argumentan utilizando el concepto de partes iguales en la pista	Argumenta según el numerador, y especifica cuando el denominador es igual.	Argumentan según el denominador mayor. Cuando el denominador es igual ven el mayor numerador.	Argumentan según el numerador.
Conclusiones	-Mitades del denominador	- Solo se focalizan en el numerador.	- Solo se focalizan en el numerador.	- el denominador que tenga el número más alto no necesariamente es el mayor.
En el plenario se dieron 3 ejemplos de igual denominador, igual numerador y distintos denominadores. 1. argumentaron que si son igual denominador avanza más según el numerador 2. el que tenga menor denominador será el que avanza más 3. hay que realizar una gráfica de un entero en la recta o parte todo y luego ver quien avanza más.				

CONTRASTE ENTRE A PRIORI Y POSTERIORI

Fase de acción		
A priori	A posteriori	Análisis / contraste
Representar las fracciones como: parte todo. recta numérica. simbólica. Utilizar la pista (material concreto) como entero. Crear interés con el juego.	Se logra representar fracciones como: parte todo recta numérica simbólica La pista es utilizada en algunos casos como una pizarra. Los dados fueron la gran novedad que causo distracción en algunos estudiantes.	Las representaciones son evidenciadas en la fase de acción. El material concreto pista y dado cumplen una función en la parte de accionar en los estudiantes una representación, sin embargo, hubo algunas dificultades
Fase de formulación.		
A priori	A posteriori	Análisis / contraste
Representar las fracciones como parte todo y argumentar.	Las representaciones parte todo en la pista y en la guía (dificultades en la noción de entero)	Se evidencias representaciones en las pistas, además son comparadas un bajo de la otra, sin embargo, la mayor dificultad es cuando la representación debe pasar a la guía y realizan los enteros de diferentes tamaños.
Representar las fracciones en la recta numérica y argumentar.	Las representaciones en la guía (dificultades en la noción de fracción)	Se observa dificultad al realizar la comparación en la recta numérica porque no realizaba los enteros del mismo tamaño.
Representar mediante fracciones iguales (utilizar amplificar)	No hay evidencia en los registros.	Se fijó mayor la atención en lo gráfico.
Multiplicación cruzada	No hay evidencia en los registros.	Puede ser que las representaciones gráficas eran más sencillas para los estudiantes

En la fase de Validación se repite lo mismo de la formulación, sin embargo, algunas parejas comenzaron a discutir sobre el tamaño de los enteros y como lograr dar respuesta a ¿quién avanza más? ¿porque?, como devolución no planificada surgió la idea de utilizar por obligación las pistas en el plenario para obligar a utilizar la representación parte todo y verificar o mejor dicho afianzar la noción de entero al comparar. Así también surge el sesgo de los números naturales plateado por al fijar su atención en solo los numeradores o los denominadores al momento de comparar.

Los resultados obtenidos en la institucionalización fueron positivos en el aspecto que fueron capaces de verbalizar y representar gráficamente que:

a) Cinco sextos avanzan más que tres sextos, porque tiene igual denominador.
b) Dos quintos avanzan más que dos séptimos, porque el denominador menor avanza más
c) Las representaciones en parte-todo y en la recta numérica, el entero debe ser igual para poder comparar.

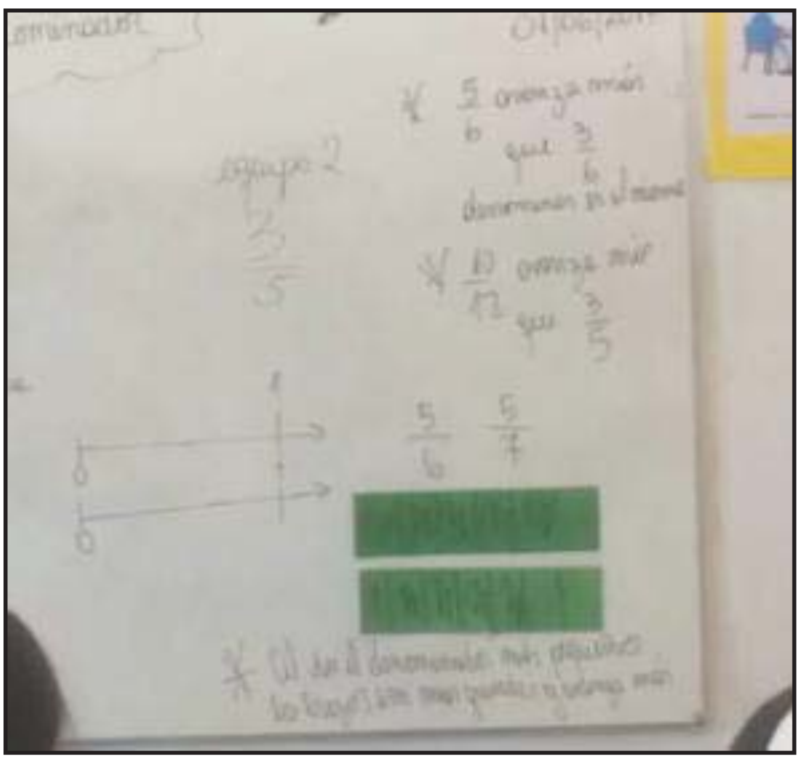


Figura 5.1 imagen de las representaciones y conclusiones de la clase.

Dificultades presentadas en las fases de la situación a didáctica

Fase de acción (C_1)

En la siguiente tabla se muestra la cantidad de veces observada las dificultades en la fase de acción, en la cuál los estudiantes utilizan conocimientos previos para dar respuesta al juego.

Descripción	Cantidad de veces observado				
	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	total
$C_{1.1}$ Dificultades en la puesta en acto de conocimientos implícitos	0	0	0	0	0
$C_{1.2}$ Dificultad en la utilización de la pista y dado con fracciones.	0	2	1	2	5
$C_{1.3}$ Dificultad en la interacción con el juego planteado.	0	0	2	1	3
$C_{1.4}$ Dificultades en el intercambio de informaciones no codificadas o sin lenguaje.	0	0	1	1	2
$C_{1.5}$ Dificultades por la cantidad de competencias	3	2	1	2	8

A continuación se presentan algunas imágenes de las dificultades observadas en la fase de acción.

Imagen 6.1 $C_{1.2}$ dificultad en la utilización de la pista y dado con fracciones. Utilizan la pista como una pizarra.

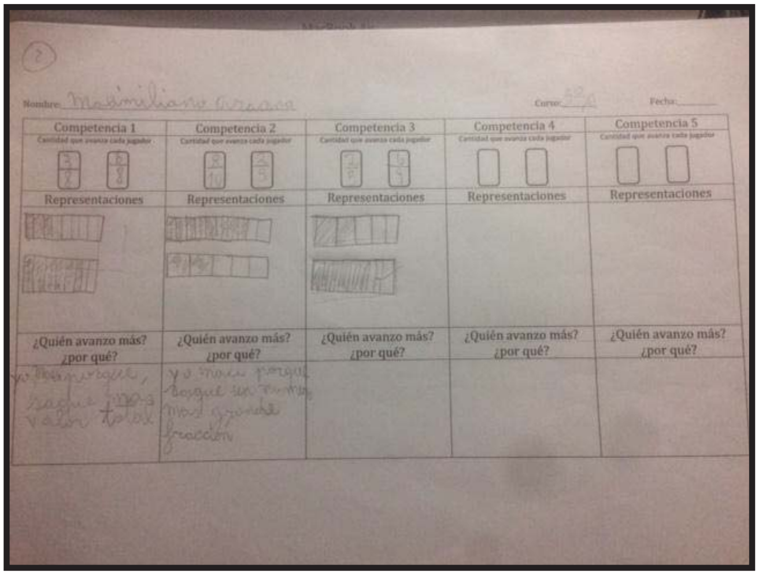


Imagen 6.2 $C_{1.5}$ dificultades por la cantidad de competencias
Sólo se desarrollan dos competencias con argumentos y una incompleta.

Fase de formulación (C_2)

En la siguiente tabla se muestra la cantidad de veces que se evidencia una dificultad de un total de 26 posibilidades con argumentos y dos conclusiones.

Descripción	Cantidad de veces observado				
	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	%
$C_{2.1}$ Dificultad en la representación de la fracción parte- todo	6/13	9/22	13/18	2/16	43,5%
$C_{2.2}$ Dificultad en la representación de fracción en la recta numérica	N/O	N/O	N/O	2/3	66,7%
$C_{2.3}$ Dificultad en la noción de Fracción	7/13	5/22	9/20	2/16	32,4%
$C_{2.4}$ Dificultad en el cambio de información codificada en un lenguaje.	7/13	5/22	9/20	2/16	32,4%
$C_{2.5}$ Dificultades al argumentar la respuesta obtenida.	9/15	7/24	9/24	2/18	33,3%

A continuación se presentan algunas imágenes de las dificultades observadas en la fase de formulación.

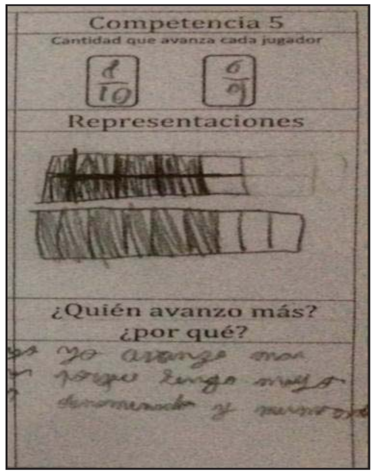


Imagen 6.3 $C_{2.1}$ dificultad en la representación de la fracción parte- todo
Los tamaños del entero no son iguales presentando una dificultad al momento de comparar

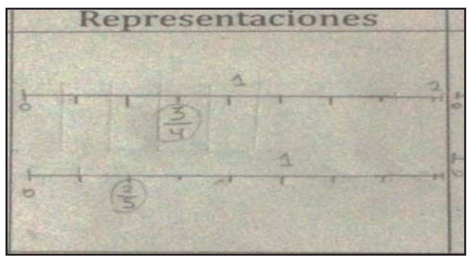


Imagen 6.4. $C_{2.2}$ dificultad en la representación de fracción en la recta numérica
Los tamaños del entero no son iguales y produce dificultad al momento de argumentar.

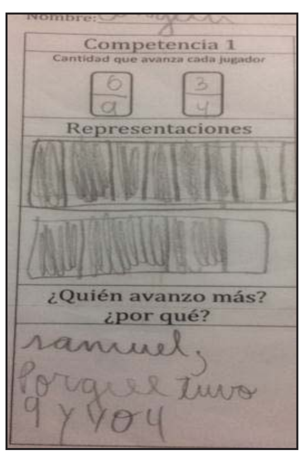


Imagen 6.5. $C_{2.3}$ dificultad en la noción de Fracción
La argumentación de la competencia solo se basa en el denominador sin considerar el numerador.

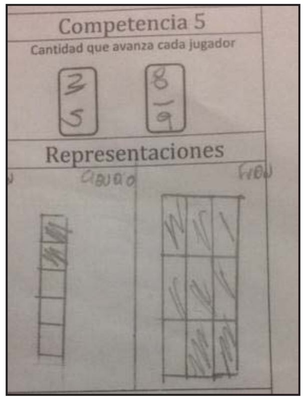


Imagen 6.6 $C_{2.4}$ dificultad en el cambio de información codificada en un lenguaje. La información de la competencia tiene dificultad al ser representada por los distintos enteros.

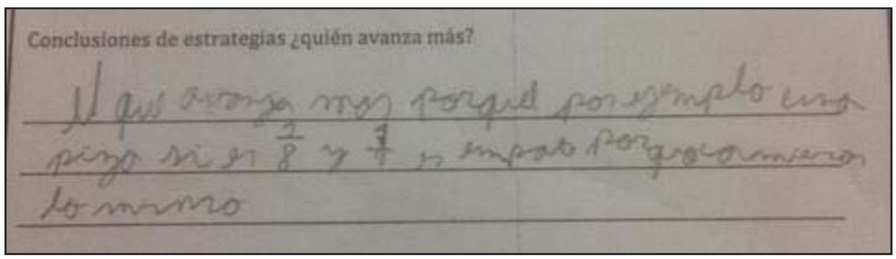


Imagen 6.7 $C_{2.5}$ dificultades al argumentar la respuesta obtenida. Utiliza un ejemplo de una pizza para argumentar y no tiene coherencia con lo expuesto.

Fase de validación (C_3)

En esta fase se efectúa en la etapa de competencias en equipos y plenario, obteniendo los siguientes resultados en las dificultades.

Descripción	Cantidad de veces observado				
	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	%
$C_{3.1}$ Dificultad en la noción de Fracción.	3/3	1/3	3/3	2/3	75%
$C_{3.2}$ Dificultades en la eficacia de la respuesta.	3/3	1/3	N/O	2/3	66,7%
$C_{3.3}$ Dificultades en el intercambio de juicio de estrategia.	3/3	1/3	N/O	2/3	66.7%
$C_{3.4}$ Dificultades en la la puesta en acto de conocimientos implícitos.	3/4	2/4	4/4	2/4	68,8%

A continuación se muestran dificultades presentadas en las producciones de los estudiantes en las guías.

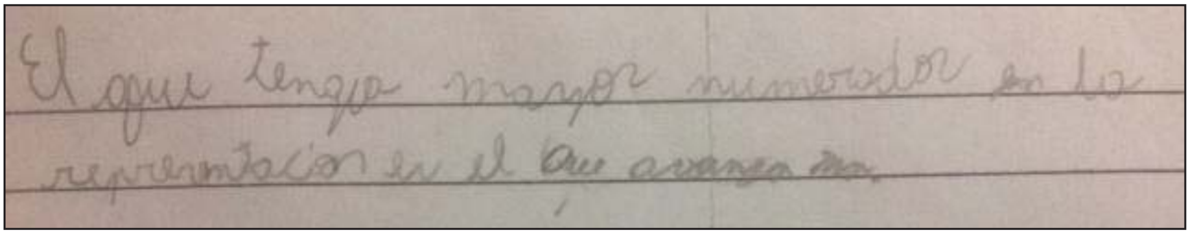
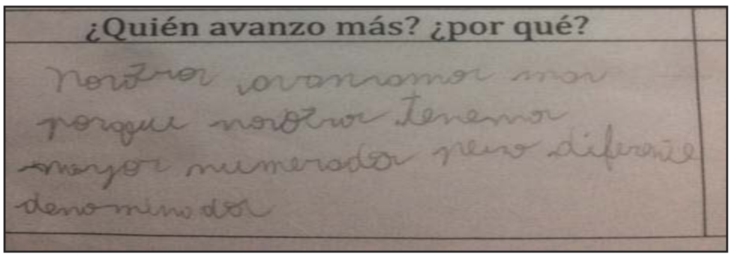


Imagen 6.8 $C_{3.1}$ dificultad en la noción de Fracción.
Solo se concentran en el denominador al momento de argumentar.



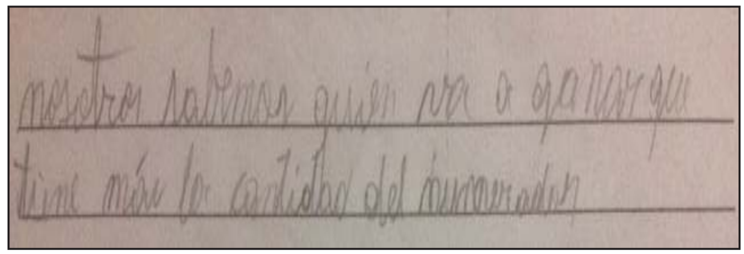


Imagen 6.9 y 6.10. $C_{3.2}$ dificultades en la eficacia de la respuesta.
Presentan dificultades en la noción de fracción argumentando con solo el numerador.

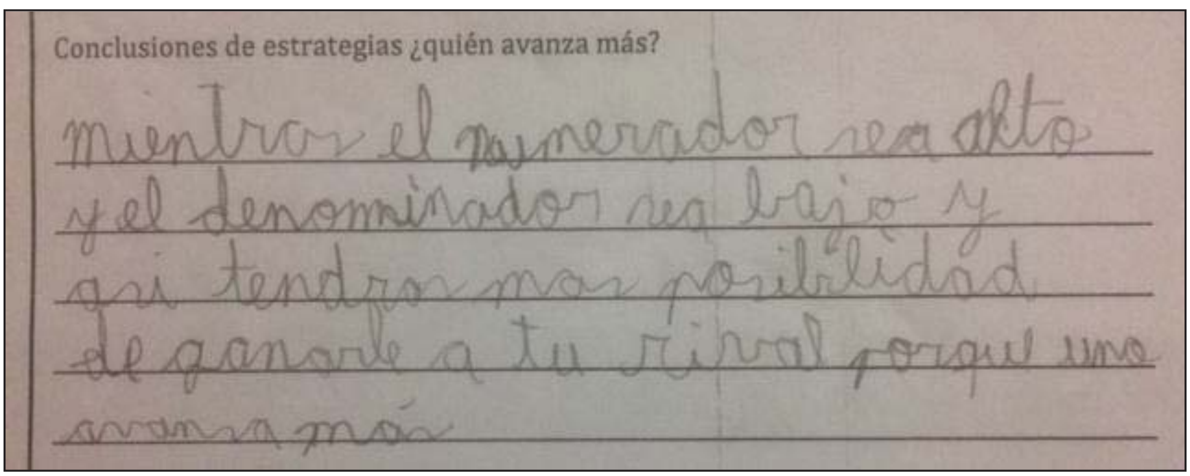


Imagen 6.11 $C_{3.3}$ dificultades en el intercambio de juicio de estrategia.

Una dificultad que no fue descrita en el a priori fue la representación de la fracción por conjunto donde una estudiante utilizo al momento de jugar. Otro fue el tiempo para realizar la actividad y las múltiples guías a desarrollar.
En general los estudiantes solo trabajan en parte todo, dejando de lado las otras representaciones, generado un obstáculo al momento de las argumentaciones por no ser realizadas de manera correcta.

Reformulaciones.

En la fase de acción las dificultades que más se evidenciaron son:

1. $C_{1.2}$ Dificultad en la utilización de la pista y dado con fracciones.
2. $C_{1.5}$ Dificultades por la cantidad de competencias

En esta fase del plan de clases se reformulará la utilización de los recursos y cantidad de competencias en la etapa de parejas de 5 a 3.
En la fase de formulación las dificultades que más se evidenciaron son:

1. $C_{2.1}$ Dificultad en la representación de la fracción parte- todo
2. $C_{2.2}$ Dificultad en la representación de fracción en la recta numérica

En esta fase se utilizará un programa de texto (word) para que la noción de entero no sea una dificultad.
En la fase de validación las dificultades que más se evidenciaron son:

1. $C_{3.1}$ Dificultad en la noción de Fracción.
2. $C_{3.2}$ Dificultades en la eficacia de la respuesta.
3. $C_{3.3}$ Dificultades en el intercambio de juicio de estrategia.
4. $C_{3.4}$ Dificultades en la la puesta en acto de conocimientos implícitos.

Al utilizar un programa para la representación de las fracciones, se espera que los estudiantes puedan relacionar los argumentos a ella y obtener argumentos válidos.

CONCLUSIONES DEL ESTUDIO DE CLASES

A continuación, presentamos las conclusiones obtenidas en este trabajo en relación a los objetivos específicos planteados.

Primer objetivo específico

- *Diseñar e implementar un plan de clases para la comparación de fracciones propias desde la Tsd.*

1. Este objetivo se cumplió, porque se diseño una situación adidáctica para la comparación de fracciones propias y luego se implemento en un quinto básico, identificando elementos de la Tsd.

2. En el diseño se planteo un juego para realizar los elementos de Tsd logrando motivar la participación y generar desafíos a los a estudiantes por lograr dar solución a lo planteado.

3. En la implementación se tuvieron algunos inconvenientes por las autorizaciones para grabar, obteniendo solo 16 de ellos, generando 4 grupos iguales.

4. Las tareas matemáticas que favorecen la comparación son las que utilizan las diferentes representaciones de las fracciones, como parte-todo o recta numérica, que se evidenciaron en la implementación logrando dar respuesta al juego.

Segundo objetivo especifico

- *Identificar las dificultades observadas en los estudiantes en las fases de la Tsd.*

1. La situación adidáctica si bien logro el objetivo de construir el conocimiento de comparar fracciones propias, también presento dificultades en las fases de Tsd respecto de las representaciones y los argumentos de las respuestas al juego.

2. Las dificultades de la fase de acción se focalizan en la utilización de la pista, donde el se evidencia que no hay conexión al juego, utilizando el elemento como una pizarra. Otra dificultad es el alto número de competencias sin completar de algunos grupos de trabajo, dejando en evidencia que el tiempo empleado para cada etapa del juego no fue suficiente.

3. En la fase de formulación se logro evidenciar que las representaciones parte todo, tiene dificultades en un porcentaje de 43,5 %, se evidencia no tener afianzado en concepto de entero, al momento de utilizar una representación pictórica, generando errores en los argumentos y conclusiones del juego.
4. En la representación de la recta numérica se presenta en solo 3 competencias, donde un 66,7% tiene dificultades al utilizarla, también se evidencia que es por no tener claro la noción de entero, al momento de utilizar una representación pictórica, generando errores en los argumentos.
5. Las otras estrategias de amplificar y multiplicación cruzada no se evidencia en las guías y tampoco en el plenario del juego, se plantea que los estudiantes privilegiaron las representaciones pictóricas para dar respuesta a la situación.
6. En la fase de validación donde los estudiantes organizados en equipos generaron conclusiones de las competencias y las llevaron a cabo logrando dar respuesta al juego. Se observan dificultades ‘ en el 75% de los casos, las que utilizan solo los numeradores para obtener una conclusión, así también otros realizan lo mismo pero con el denominador.

7. Las respuestas presentadas a la pregunta ¿quién avanza más? ¿por qué? los estudiantes presentan dificultades en 66,7% de los casos, dejando en evidencia que las representaciones utilizadas generan dificultades en las respuestas al juego. Así también las discusiones o juicios observado en el plenario son correcciones por las representaciones que utilizaron no eran exactas y eso produce errores.

Tercer objetivo especifico

- *Reformular plan de clases para mitigar las dificultades identificadas en las fases de la Tsd.*

Las reformulaciones planteadas para la fase de acción y formulación es la forma de utilizar principalmente la pista para el juego, ya que algunos estudiantes lograron generar conclusiones con ellos, sin embargo, después de un tiempo dejaron de lado por completar la guía de trabajo. Así también algunos lo utilizaron como una pizarra y no haciendo referencia a un entero como se había diseñado. Por lo anterior, se aislará la variable entero en la representación parte todo y una forma es utilizar el programa de texto Word, donde al generar tablas los enteros son todos del mismo tamaño, logrando generar respuestas y argumentos que muestren la construcción del conocimiento de comparación de fracciones.

Otra dificultad fue la cantidad de competencias en el juego, en la segunda etapa, de las 5 competencias la gran mayoría solo terminaba 3, además, se evidenció que la representación tomaban mucho tiempo, aspecto que será mitigado con la reformulación anterior.

Secuencia didáctica

Objetivos

Los objetivos de aprendizaje de la secuencia didáctica están enmarcados en nivel de quinto básico en el eje de números, en la unidad de fracciones, donde se trabaja con fracciones de distinto denominador y las distintas representaciones.
Acorde a lo anterior los objetivos de las clases se van trabajando desde la construcción del conocimiento e identificación, para luego avanzar en la aplicación y modelación en un problema.
Los objetivos de aprendizajes son los siguientes en la secuencia didáctica:

Clase 1. (estudio de clases)

Identificar estrategias de comparación de fracciones propias de distinto denominador.

Clase 2.

Aplicar las estrategias de comparación de fracciones propias de distinto denominador.

Clase 3.

Aplicar las estrategias de comparación fracciones de en resolución de problemas

DESCRIPCIÓN Y EXPLICACIÓN DE LA ACTIVIDAD

Clase 2

En la segunda clase se plantea que los estudiantes sean capaces de aplicar las estrategias de comparación de fracciones a través de una situación de reparto equitativo de un chocolate mediante un problema, la situación es la siguiente:

Un grupo de amigos eligen en un juego la cantidad de un chocolate que le corresponde a cada uno. ¿Quién obtiene más chocolate? ¿Por qué?

En la situación planteada como juego utilizan material concreto, ruletas (azul y verde), así también se emplea como un recurso el programa Word para representar una estrategia las fracciones, si desean pueden utilizar otra.

La organización está plateada en las siguientes etapas: individual, en parejas , en equipos y el plenario. En cada una los estudiantes tienen actividades relacionadas con el juego planteado.

En la primera etapa los estudiantes se relacionan con los materiales a utilizar, la ruleta (azul o verde) y programa Word, los que manipulan y utilizan según estimen conveniente, luego comienza la etapa de competir con un compañero, en la cual cada uno hace girar su ruleta y escribe la fracción obtenida en guía 1, además deben representar las fracciones y luego argumentar quien obtiene más. Al terminar las 3 competencias de la etapa, generan una conclusión para aplicar en los juegos siguientes según las comparaciones surgidas en la etapa.

En la tercera etapa se juntan en equipos 4 estudiantes, donde cada pareja serán aliados para competir en contra de otra. Además se cambian una de las ruletas a utilizar para comenzar con el juego donde utilizan la conclusión planteada en la etapa anterior. Se presentan 4 competencias con sus respectivas representaciones, además los argumentos, para finalizar con la conclusión de las estrategias utilizadas como equipo.

En la cuarta etapa cada equipo presenta un representante para jugar en contra de otro equipo en la pizarra utilizando los materiales para representar la competencias, en cada juego, además argumentan por qué fueron utilizadas al momento de competir.

Clase 3

En la tercera clase se plantea que los estudiantes sean capaces de aplicar las estrategias de comparación de fracciones a partir de una problemática planteada de un programa de televisión, donde se dan frases con avances del desafío.
La situación es:
Un programa de televisión plantea un desafío de construir un edificio con bloques de madera a niños de 12 años. Si hay un descanso a la mitad del programa.
¿Cuál de los niños tiene mayor construcción del edificio a la mitad del programa? ¿Por qué?
Luego de leer la situación los estudiantes se reúnen en parejas para sacar de una caja la frase de uno de los 6 participantes del concurso. La organización esta plateada en las siguientes etapas: en parejas , en equipos y el plenario. En cada una los estudiantes tienen que ir validando mediante representaciones el que tiene mayor construcción.
En la primera etapa los estudiantes leen, seleccionan y analizan la frase del concursante, también reflexionan de cómo poder realizar la representación. Luego se juntan con otra pareja y comparan las construcciones para seleccionar quién logró el mayor avance, argumentando su respuesta apoyados en una de las estrategia utilizadas.
En la segunda etapa se juntan en equipos 4 estudiantes y representan al concursante que lleva más avance en la construcción y la comparan con la frase de otro equipo utilizando una representación junto con alguna estrategia, argumentando su decisión.
En la tercera etapa cada equipo elige un representante para mencionar y argumentar, el concursante que explique y argumente de manera correcta es quién irá avanzando hasta lograr ganar el concurso.
Para validar su elección el profesor presenta una frase de un concursante y analizan si supera al que ya habían elegido utilizando una estrategia de comparación.
La situación finaliza con la síntesis de los procesos realizados para argumentar sus respuestas y estrategias utilizadas.

MATEMÁTICA EN JUEGO, CONOCIMIENTOS PREVIOS Y LOS A DESARROLLAR

En la situación plateada los estudiantes deben utilizar conocimientos previos sobre elementos de la fracción, las representaciones (parte-todo, ubicación en la recta numérica y simbólica), amplificar, simplificar una fracción, estrategias de comparación. Las habilidades a desarrollar en el juego es aplicar las estrategias de la clase 1 mediante una situación didáctica, donde realizan representaciones pictóricas y simbólicas, además seguir trabajando los objetivos de aprendizaje de quinto básico en las siguientes habilidades:

Resolver Problemas	
OA – a	Reconocer e identificar los datos esenciales de un problema matemático.
OA – b	Resolver problemas aplicando una variedad de estrategias, como la estrategia de los 4 pasos: entender, planificar, hacer y comprobar.
Argumentar y Comunicar	
OA – d	Formular preguntas y posibles res- puestas frente a suposiciones y reglas matemáticas.
OA – f	Comunicar de manera escrita y verbal razonamientos matemáticos: - Describiendo los procedimientos utilizados - Usando los términos matemáticos pertinente
Modelar	
OA – k	Modelar matemáticamente situaciones cotidianas: - Organizando datos - Identificando patrones o regularidades - Usando simbología matemática para expresarlas
Representar	
OA – m	Usar representaciones y estrategias para comprender mejor problemas e información matemática
OA – n	Imaginar una situación y expresarla por medio de modelos matemáticos

(MINEDUC, 2013)

Marco teórico en la secuencia didáctica

La secuencia didáctica diseñada para la comparación de fracciones propias de distinto denominador apunta a que los estudiantes den evidencia de representaciones de fracciones propias y estrategias de comparación, además, puedan interactuar con sus compañeros para lograr demostrar que sus estrategias dan solución a la situación planteada. Lo anterior se puede ver en actividades donde el estudiante sea capaz de tener más de una opción de respuesta y la finalidad de cada situación puede ser identificada independiente del conocimiento a producir. En este caso el marco teórico a utilizar es la teoría de situaciones didácticas Brousseau.

Para Brousseau (2007) una situación es “un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina un conocimiento dado, como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable”(p.16).

Así, al plantear una situación en donde los estudiantes se ven enfrentados a realizar una comparación de fracciones, usando los recursos matemáticos que poseen, sin una intervención directa del docente para la TSD, se considera una situación adidáctica, además, se debe transitar por las fases de acción, formulación, validación e institucionalización.

En el diseño de la secuencia se presentan 3 clases, en cada una se presenta un situación problema donde la interacción con sus pares hace alusión al trabajo respecto a las fases (individual) donde trabajan con los materiales para familiarizarse con ellos y poder tener alguna formulación al comenzar a jugar con su compañero (parejas). Luego, obtiene una conclusión a utilizar para lograr jugar en parejas con otros (equipos), para proseguir en plenario mostrando la estrategia de resolución y por último la institucionalización.

En las Clase 1, 2 y 3 se intesiona trabajar por las fases de la TSD, que acontinuación se pasan detallar:

En las dos primeras en un juego y en la tercera un problema, se presenta la fase de acción cuando los estudiantes se relacionan con los materiales y los utilizan para dar respuesta a lo pedido sin crear ninguna estrategia solo accionar los conocimientos que tienen, así se involucre con la situaciòn para dar respuesta.

En la fase de formulación en cada clase se trabaja en parejas en actvidades en guías donde buscan estrategias que den respuesta a la situación planteada, utilizando una forma para demostrar que avanzan, comen o contruyen más, además, al terminar esta etapa se les pide que las parejas escriban conclusiones, posibles estrategias formuladas, que obtuvieron en las actividades realizadas.

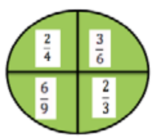
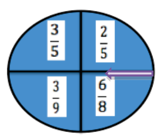
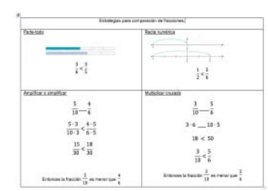
En la fase de validación los estudiantes aplican las conclusiones (estrategias) que deliberaron para dar respuesta a la situación, el medio y la interacción con sus compañeros aprobaran o rechazaran las propuestas mediante el trabajo en grupo.

En la fase de intitucionalización los estudiantes presentan las respuestas a la situación o juego, mostrando las estrategias utilizadas, donde el profesor debe ellegir el orden de exposición mediante la observación en el proceso y formalizar las estrategias.

Plan de clase 2

Unidad: Fracciones. Nivel: Quinto básico.

Objetivo de la clase 2 : Aplicar las estrategias de comparación de fracciones propias de distinto denominador.

Tiempo	Momento de la clase	Actividades planteadas	Rol del profesor	Respuestas esperadas del estudiante. Dificultades.	Evaluación de la marcha de la clase
15	Inicio	-Cada estudiante se ordena en la sala de computación -Escuchan y escriben el objetivo de la clase. -Escuchan contextualizar el problema. Reciben los materiales: Cada estudiante trabaja con un computador y una ruleta dividida en cuatro partes y en cada parte una fracción. Ruleta Verde  Ruleta Azul 	Profesor pide a los estudiantes que se ordenen en la sala de computación. El profesor contextualiza la situación de repartir mediante un cumpleaños, cuando se reparte la torta y le entregan un trozo menor a otro niño. Materiales son 2 ruletas (roja y verde) **NOTA** Al reunirse en parejas más adelante se deben reunir una ruleta de cada color. (cuidado con eso) Profesor proyecta un ppt con la actividad de inicio. PPT: Gira la ruleta y representa la fracción obtenida en Word.	Posibles dificultades: Que los estudiantes se preocupen de jugar con la ruleta antes de poner atención a la contextualización. Una respuesta o dialogo a la contextualización es que debo repartir las cosas con mi hermano y siempre me da menos. (asociar a situación cotidiana)	Los estudiantes deben estar participando de las preguntas para contextualizar.
50	Desarrollo	Trabajo pareja: 20 min Se reúnen en parejas, reciben guía 1 (anexo clase 2) Observan instrucciones de PPT realiza 3 competencias de ¿Quién obtiene más chocolate? ¿Por qué? Registran conclusiones de estrategias en guía 1.	Presenta instrucciones PPT: Clase 2. JUEGO A) Un grupo de amigos eligen en un juego la cantidad de un chocolate que le corresponde a cada uno. ¿Quién obtiene más chocolate? ¿Por qué? Se reúnen en parejas y se retirar ruletas Antes de comenzar el profesor debe retirar una de las ruletas y cambiar por otra que esta repartida con dos parte y en cada una fracción ([illegible], [illegible]). Instrucciones del juego en grupos.	Posibles respuestas y dificultades: Posibles representaciones a utilizar  Posibles dificultades: 3. [illegible] > [illegible] dificultad en la noción de fracción y aplicar propiedades de los números naturales. 4.Fracciones con distinto numerador o denominador. Obtiene más chocolate , quien obtenga el **denominador**	¿Comprenden las instrucciones? ¿Trabajan adecuadamente con word? ¿Existe otra representación? ¿Responden con argumentos matemáticos las preguntas del docente? ¿Ocupan la guía para escribir y

		Trabajo en grupo de 4: 20 min. Se reúnen 2 parejas para competir en 4 juegos de ¿Quién obtiene más chocolate? ¿Por qué? Entregan las ruletas y reciben una por cada pareja. Al finalizar las competencias deben juntarse los 4 jugadores y nuevamente confirmar o generar nuevas conclusiones de sus juegos en guía de registro 2. Preparan presentación en plenario de estrategia.	Profesor indaga en la representación de los estudiantes, mediante la siguiente pregunta, ¿De qué manera consideraron PPT: Clase 2. JUEGO En grupos (dos parejas) cada pareja representa un niño/a. Gira la ruleta. Representa la fracción obtenida en la guía 2 (anexo clase 2) Representa en Word u otra forma. Argumenta ¿quién obtuvo más chocolate?¿por qué? Repetir en 4 juegos. Escribir conclusiones de las estrategias de los cuatro juegos. las conclusiones del juego anterior, en estas nuevas representaciones? Los profesores al terminar cada grupo de 4 personas deben generar nuevas o mantener conclusiones antes mencionadas para presentación en plenario.	mayor. (Representación Parte-todo y simbólica) 5.Fracciones con distinto numerador o denominador. Obtiene más chocolate, es quien obtenga el **numerador** mayor. (Representación Parte-todo, recta numérica, simbólica)	argumentar quién obtuvo más chocolate? ¿Ocupan conclusiones planteadas? ¿Desarrollan conclusiones nuevas? ¿Se cumple el tiempo planificado?
25	Cierre	Plenario: 15 min. Presentación de estrategias para argumentar ¿Quién obtiene más chocolate? ¿Por qué? Sintetizar las ideas. 10 min: Cada estrategia construida se deja en la pizarra y es institucionalizada por el profesor.	En el plenario debe elegir el orden de los equipos de 4 personas debe presentar sus estrategias en la pizarra y argumentar. Mediante un ejemplo. Cada grupo puede desafiar exponiendo sus argumentos matemáticos que tiene una mejor estrategia. El profesor explica las estrategias para comparar fracciones con distintas representaciones y los diferentes casos planteados en los juegos	Posibles dificultades: Las representaciones de Word donde el todo fue aislado para no tener problemas puede causar confusión por no darle mucha importancia y argumentando solo con los números. Quedar solo en la representación en Word. Estrategias extraídas de la actividad mediante alguna representación Cuando los numeradores son iguales, el denominador con el número menor determinara la fracción mayor. Cuando los numeradores y denominadores son distintos, se utiliza la amplificación o simplificación.	¿La estrategia es acorde con el ejemplo? ¿Hay otras estrategias para argumentar? ¿Se cumple el tiempo planificado?

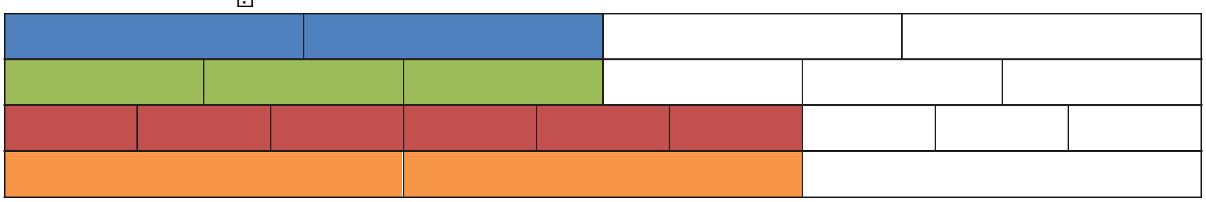
Análisis a priori clase 2

Para el desarrollo de la situación, se espera que los estudiantes puedan utilizar alguna de las siguientes estrategias, ya sea de forma gradual o complementarias, con el fin de poner en juego distintas habilidades que les permita poder dar respuesta a la situación planteada.

Estrategia 1. "Representación parte todo en Word"

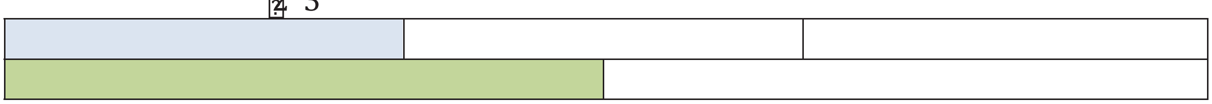
Los estudiantes representan las fracciones tanto de la ruleta verde, azul y la última en las etapas 2, 3 y 4. Es por esto que se presenta las representaciones juntas donde se puede visualizar todos entre sí así determinar ¿quién obtiene más chocolate?

Ruleta verde $\frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{6}{9}, \frac{2}{3}$



Ruleta azul $\frac{3}{5}, \frac{6}{8}, \frac{3}{9}, \frac{2}{5}$

Ruleta etapa 3 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$



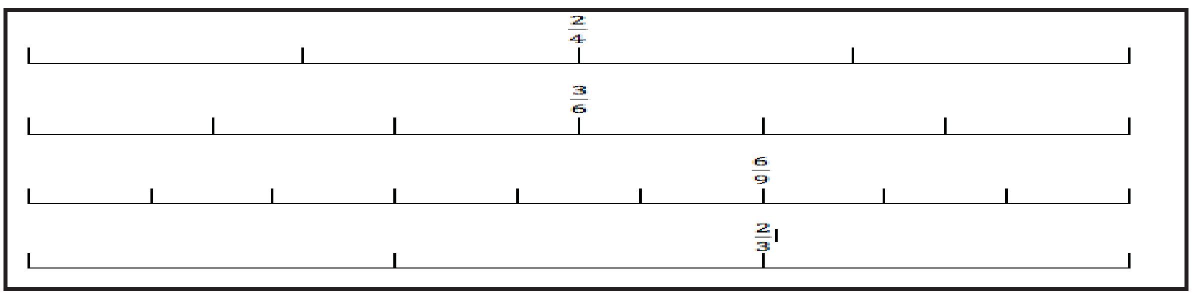
Al realizar las comparaciones los estudiantes deben argumentar sus respuestas por ejemplo:

Fracción ruleta verde	Fracción ruleta azul	Aplicar parte todo	Comparación	Conclusión
$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{5}$		$\frac{2}{4} > \frac{2}{5}$	Obtiene más chocolate $\frac{2}{4}$ porque se reparte en menos partes que $\frac{2}{5}$

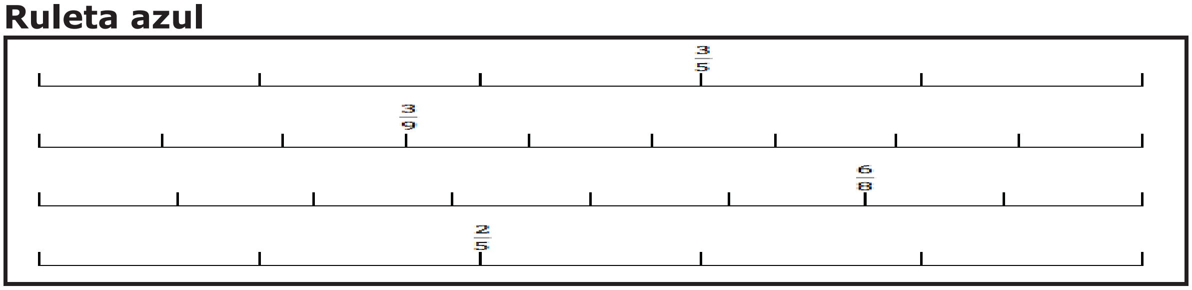
Estrategia 2. ”Ubicación en la recta numérica ”

Los estudiantes ubican las fracciones tanto de la ruleta verde, azul y la última Pictóricamente.

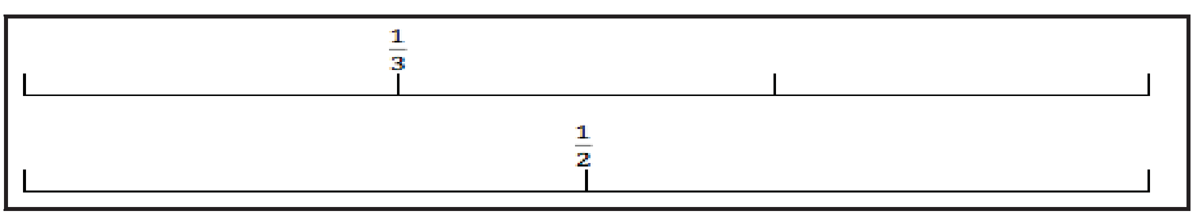
Ruleta verde



Ruleta azul



Ruleta etapa 3



Al realizar esta representación para la comparación de las fracción luego deben realizar el argumento de su respuesta de quién obtuvo más chocolate obteniendo la conclusión.
Una combinación es:

Fracción ruleta verde	Fracción ruleta azul	Aplicar parte todo	Comparación	Conclusión
$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{5}$		$\frac{2}{4} > \frac{2}{5}$	Obtiene más chocolate $\frac{2}{4}$ porque se reparte en menos partes que $\frac{2}{5}$

Estrategia 3. "Amplificación"

En esta estrategia cada fracción es amplificada para encontrar un denominador común y luego comparar los numeradores.

Al girar la ruleta verde se pude obtener las fracciones $\frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{6}{9}, \frac{2}{3}$ en la azul $\frac{3}{5}, \frac{6}{8}, \frac{3}{9}, \frac{2}{5}$ y en la otra utilizada en la etapa 3 y 4 se encuentra $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$

A continuación se representan tres competencias de la etapa 2 utilizando la amplificación.

Competencia	Fracción ruleta verde	Fracción ruleta azul	Aplicar Amplificación.	Comparación	Conclusión
1	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2\times5}{4\times5} - \frac{2\times4}{5\times4}$ $\frac{10}{20} > \frac{8}{20}$	$\frac{2}{4} > \frac{2}{5}$	Obtiene más chocolate $\frac{2}{4}$ porque se reparte en menos partes que $\frac{2}{5}$
2	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2\times5}{3\times5} - \frac{3\times3}{5\times3}$ $\frac{10}{15} > \frac{9}{15}$	$\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$	Obtiene más chocolate $\frac{2}{3}$ que $\frac{3}{5}$
3	$\frac{6}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{6\times9}{9\times9} - \frac{3\times9}{9\times9}$ $\frac{54}{81} > \frac{27}{81}$	$\frac{6}{9} > \frac{3}{9}$	Obtiene más chocolate $\frac{6}{9}$ porque se reparte en las mismas partes y recibe más que $\frac{3}{9}$

En las competencias de la etapa 3 y 4 se presentan dos posibles combinaciones.

Combinación	Fracción ruleta verde	Fracción ruleta	Aplicar Amplificación	Comparación	Conclusión
1	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2\times 2}{4\times 2} - \frac{1\times 4}{2\times 4}$ $\frac{4}{8} = \frac{4}{8}$	$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$	Obtiene la misma cantidad de chocolate, porque $\frac{2}{4}$ es igual $\frac{1}{2}$
2	$\frac{6}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{6\times 3}{9\times 3} - \frac{1\times 9}{3\times 9}$ $\frac{18}{27} > \frac{9}{27}$	$\frac{6}{9} > \frac{1}{3}$	Obtiene más chocolate $\frac{6}{9}$ que $\frac{1}{3}$

"Multiplicación cruzada"

Sea $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ $donde\ a, c \in N\ y\ b, d \in N^*$

Relación de menor o mayor.

Dado dos números racionales $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ diremos que:

i. el primero es menor que el segundo cuando se verifica:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} < 0 \Leftrightarrow \frac{ad - bc}{bd} < 0$$

Obs.

En el caso que $\frac{a}{b}\, y\, \frac{c}{d}$ sean fracciones, $a,b,c,d \in \mathbb{N} - \{0\}$

ii. el primer número es igual que el segundo cuando:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{N}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c \cdot k}{d \cdot k}$$

$$akd = bkc$$

$$ad = bc$$

Obs.

En el caso que $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ sean fracciones, $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow ad=bc$ puesto que $a,b,c,d \in \mathbb{Z}-\{0\}$

Al girar la ruleta verde se pude obtener las fracciones $\frac{2}{4},\frac{3}{6},\frac{6}{9},\frac{2}{3}$ en la ruleta azul $\frac{3}{5},\frac{6}{8},\frac{3}{9},\frac{2}{5}$ y en la otra utilizada en la etapa 3 y 4 se encuentra $\frac{1}{2},\frac{1}{3}$

Competencia	Fracción ruleta verde	Fracción ruleta azul	Aplicar multiplicación cruzada	Comparación	Conclusión
1	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{5}$	$2\times5>4\times2$ $10>8$	$\frac{2}{4}>\frac{2}{5}$	Obtiene más chocolate $\frac{2}{4}$ porque se reparte en menos partes que $\frac{2}{5}$
2	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$	$2\times5>3\times3$ $10>9$	$\frac{2}{3}>\frac{3}{5}$	Obtiene más chocolate $\frac{2}{3}$ que $\frac{3}{5}$
3	$\frac{6}{9}$	$\frac{3}{9}$	$6\times9>9\times3$ $54>27$	$\frac{6}{9}>\frac{3}{9}$	Obtiene más chocolate $\frac{6}{9}$ porque se reparte en las mismas partes y recibe más que $\frac{3}{9}$

Competencia	Fracción ruleta verde	Fracción ruleta	Aplicar multiplicación cruzada	Comparación	Conclusión
1	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{2}$	$2\times2>4\times1$ $4=4$	$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$	Obtiene la misma cantidad de chocolate, porque $\frac{2}{4}$ es igual $\frac{1}{2}$
2	$\frac{6}{9}$	$\frac{1}{3}$	$6\times3>9\times1$ $18>9$	$\frac{6}{9}>\frac{1}{3}$	Obtiene más chocolate $\frac{6}{9}$ que $\frac{1}{3}$

DIFICULTADES, ERRORES Y DEVOLUCIONES

Una dificultad se presenta al utilizar el programa Word en los estudiantes, si solo ocupan esta estrategia para realizar el trabajo sin realizar la argumentación, además que las combinaciones que ocurran no generen un análisis del juego.
Otra dificultad es que efectúen otras representaciones y la noción de fracción no se evidencie aplicando propiedades de los números enteros (error)
Un error es que al representar en la guías los argumentos sean que se realizan operaciones entre el numerador y denominador.

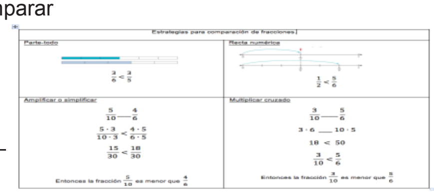
Para cada una de las dificultades y errores que se puedan presentar el profesor tendrá el rol facilitar nuevamente los registros para que el estudiante si lo desea pueda realizar los cambios que estime conveniente basándose en las experiencias personales y de las interacciones con sus compañeros, para ello se plantea algunas preguntas o frases como:

- En las representaciones que realizaste en Word ¿qué sucede?
-¿Qué representa cada parte? /¿qué significa el numerador y el denominador?
- ¿Cuál es la pregunta del juego?,
- Demuéstrelo por medio de representación.
- Si tuvieras el chocolate ¿cómo serían los trozos si se reparte entre más personas?

Plan de clases 3

Unidad: Fracciones. Nivel: Quinto básico.

Objetivo de la clase 3 : Aplicar las estrategias de comparación fracciones de en resolución de problemas

Tiempo	Momento de la clase	Actividades planteadas	Rol del profesor	Respuestas esperadas del estudiante. Dificultades.	Evaluación de la marcha de la clase
15	Inicio	Escuchan y escriben el objetivo de la clase. Escuchan preguntas como: ¿Quién conoce algún programa de televisión de desafíos? ¿Utilizan tiempo para realizarlo? Leen situación problema del ppt Situación problema.	Profesor contextualiza la situación de programas de televisión como: -Un minuto para ganar -Si se la puede gana Realiza preguntas sobre ello. Platear la situación problema. PPT: Clase 3. Un programa de televisión plantea un desafío de construir un edificio con bloques de madera a niños de 12 años. Si hay un descanso a la mitad del programa. ¿Cual de los niños tiene mayor construcción del edificio a la mitad del programa? ¿Por qué?	Dificultades: Comprensión de los enunciados de cada participante . Respuesta esperadas: Vamos a tener que comparar entre las empresas y elegir la que avanzo más. Quién construyo más en el mismo tiempo. Frases de los participantes: **Frases de los participantes a la mitad del programa** Alonso de un total de dos partes ha avanzado una en la construcción del edificio. / Cristián ha avanzado dos de las tres partes en la construcción del edificio. José ha construido cuatro de los seis partes del edificio. / Juan ha avanzado tres de un total de diez partes en la construcción del edificio. Marcelo de un total de diez partes ha avanzado cinco en la construcción del edificio. / Rodrigo de un total de seis partes en la construcción del edificio ha avanzado en cinco.	Mediante preguntas:
60	Desarrollo	Trabajo pareja: 20 min Se reúnen en parejas y cada uno saca de la caja una frase. Completan actividad análisis 1 y 2 (anexo clase 3). Escriben sus argumentos y eligen al participante	Entrega a los participantes la frase que representa el avance de la construcción de cada participante. PPT: Clase 3. Instrucción. 1.Cada estudiante saca de una caja una frase que representa el avance a la mitad del programa de cada participante. 2. Cada pareja deberá utilizar alguna estrategia para responder pregunta del desafío. 3. Argumentar cuál de los dos participantes tiene mayor construcción del edificio. Monitorear las estrategias utilizadas para comparar las construcciones mediante preguntas como: ¿Qué es mayor construcción? ¿cómo la representarías? ¿por qué? **Devoluciones:** 1.- ¿Qué representa el edificio? 2.- ¿Qué representa cada parte construida? 3.- Vuelva a representar y a verbalizar la fracción. 4.- Demuéstrelo por medio de representación.	1. Alonso de un total de dos partes ha avanzado una en la construcción del edificio = $\frac{1}{2}$. 2. José ha construido cuatro de los seis partes del edificio = $\frac{4}{6}$ 3. Marcelo de un total de diez partes ha avanzado cinco en la construcción del edificio = $\frac{5}{10}$ 4. Cristián ha avanzado dos de las tres partes en la construcción del edificio = $\frac{2}{3}$ Posibles representaciones de las fracciones anteriores al comparar 	Los estudiantes leen cada frase y realizan una representación con fracciones. Desarrollan una estrategia para elegir al participante Argumentan desde la representación elegida.

<table>
<tr><td></td><td></td><td><u>Trabajo en grupo : 20 min.</u>

Cada pareja se reúne con otra para elegir el participante que tiene mayor construcción del edificio.
Leen instrucciones ppt

Representan sus estrategias para elegir y la registran en análisis 3 (anexo clase 3).

Preparación para plenario y exposición del participante elegido.</td><td>PPT:
Clase 3.
Instrucción.

1.Las parejas deberán elegir con argumentos cuál de los participantes ya seleccionados en la etapa anterior tiene mayor construcción.
2. La estrategia deberá tener una representación.
3. Argumentar cuál de los dos participantes tiene mayor construcción del edificio.

Verificar las estrategias para ver el orden de salida de los grupos.
<u>Plenario</u>
El profesor deberá entregar una frase de un participante a cada grupo y ellos argumentar si se mantiene el participante o la nueva frase tiene mayor avance.</td><td>se realiza la representación gráfica o simbólica para utilizar alguna estrategia de comparación.

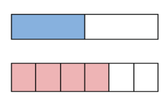
Posibles dificultades:
Son representar los numeradores y denominadores al contrario.</td><td></td></tr>
<tr><td>15</td><td>Cierre</td><td><u>Plenario: 15 min.</u>
Exposiciones de los grupos de que participante tiene mayor avance en la construcción del edificio.
<u>Sintetizar las ideas.</u>
Cada estrategia construida se deja en la pizarra y es institucionalizada por el profesor.</td><td>Hacer preguntas tales como:
¿Por qué usar esa estrategia para elegir al participante?
¿Podrían utilizar otra representación?
Dar una nueva propuesta para utilizar otra estrategia.
Complementar y cerrar idea de la situación problema.</td><td>Verificar las conclusiones:
Cada participante representa la construcción en total (denominador) y la parte avanzada es el numerador.</td><td>Presentación de estrategias utilizadas en la elección de propuesta.
Las conclusiones son pertinentes a la situación planteada.</td></tr>
</table>

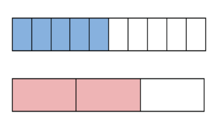
Análisis a priori clase 3

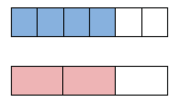
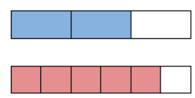
Para el desarrollo de la situación, se espera que los estudiantes en la etapa 1, lean la frase del concursante y puedan extraer la información relevante para luego representar con alguna estrategia de comparación para dar solución a la pregunta planteada.

Las combinaciones que se pueden presentar son 15, es por esto que se presenta una de ellas en las tres estrategias.

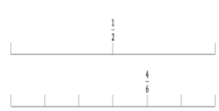
Estrategia 1. "Representación parte todo"

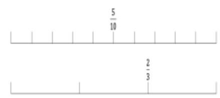
En parejas				
Pareja 1 Frase con su representación simbólica	Pareja 2 Frase con su representación simbólica	Estrategia Parte todo	Comparación	Conclusión
Alonso de un total de dos partes ha avanzado una en la construcción del edificio. 1/2	José ha construido cuatro de los seis partes del edificio 4/6		$\frac{1}{2} < \frac{4}{6}$	José tiene mayor construcción del edificio

Pareja 3 Frase con su representación simbólica	Pareja 4 Frase con su representación simbólica	Estrategia Parte todo	Comparación	Conclusión
Marcelo de un total de diez partes ha avanzado cinco en la construcción del edificio 5/10	Cristián ha avanzado dos de las tres partes en la construcción del edificio 2/3		$\frac{5}{10} < \frac{2}{3}$	Cristián tiene mayor construcción del edificio

Equipos				
Equipo 1 Frase con su representación simbólica	Equipo 2 Frase con su representación simbólica	Estrategia Parte todo	Comparación	Conclusión
José ha construido cuatro de los seis partes del edificio 4/6	Cristián ha avanzado dos de las tres partes en la construcción del edificio 2/3		$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$	José y Cristián han construido la misma cantidad.
Plenario				
Cristián ha avanzado dos de las tres partes en la construcción del edificio 2/3	Rodrigo de un total de seis partes en la construcción del edificio ha avanzado cinco 5/6		$\frac{2}{3} < \frac{5}{6}$	Rodrigo tiene mayor construcción del edificio en el concurso.

Estrategia 2. "Ubicación en la recta"

En parejas				
Pareja 1 Frase con su representación simbólica	Pareja 2 Frase con su representación simbólica	Estrategia Ubicación en la recta	Comparación	Conclusión
Alonso de un total de dos partes ha avanzado una en la construcción del edificio. 1/2	José ha construido cuatro de los seis partes del edificio 4/6		$\frac{1}{2} < \frac{4}{6}$	José tiene mayor construcción del edificio

Pareja 3 Frase con su representación simbólica	Pareja 4 Frase con su representación simbólica	Estrategia Ubicación en la recta	Comparación	Conclusión
Marcelo de un total de diez partes ha avanzado cinco en la construcción del edificio 5/10	Cristián ha avanzado dos de las tres partes en la construcción del edificio 2/3		$\frac{5}{10} < \frac{2}{3}$	Cristián tiene mayor construcción del edificio

Equipos				
Equipo 1 Frase con su representación simbólica	Equipo 2 Frase con su representación simbólica	Estrategia Ubicación en la recta	Comparación	Conclusión
José ha construido cuatro de los seis partes del edificio 4/6	Cristián ha avanzado dos de las tres partes en la construcción del edificio 2/3		$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$	José y Cristián han construido la misma cantidad.
Plenario				
Cristián ha avanzado dos de las tres partes en la construcción del edificio 2/3	Rodrigo de un total de seis partes en la construcción del edificio ha avanzado cinco 5/6		$\frac{2}{3} < \frac{5}{6}$	Rodrigo tiene mayor construcción del edificio en el concurso.

Estrategia 3. “Amplificar”

En parejas				
Pareja 1 Frase con su representación simbólica	Pareja 2 Frase con su representación simbólica	Estrategia amplificar	Comparación	Conclusión
Alonso de un total de dos partes ha avanzado una en la construcción del edificio. 1/2	José ha construido cuatro de los seis partes del edificio 4/6	$\frac{1}{2}-\frac{4}{6}$ $\frac{1\times 6}{2\times 6}-\frac{4\times 2}{6\times 2}$ $\frac{6}{12}<\frac{8}{12}$	$\frac{1}{2}<\frac{4}{6}$	José tiene mayor construcción del edificio

Pareja 3 Frase con su representación simbólica	Pareja 4 Frase con su representación simbólica	Estrategia amplificar	Comparación	Conclusión
Marcelo de un total de diez partes ha avanzado cinco en la construcción del edificio 5/10	Cristián ha avanzado dos de las tres partes en la construcción del edificio 2/3	$\frac{5}{10}-\frac{2}{3}$ $\frac{5\times 3}{10\times 3}-\frac{2\times 10}{3\times 10}$ $\frac{15}{30}<\frac{20}{30}$	$\frac{5}{10}<\frac{2}{3}$	Cristián tiene mayor construcción del edificio

Equipos				
Equipo 1 Frase con su representación simbólica	Equipo 2 Frase con su representación simbólica	Estrategia amplificar	Comparación	Conclusión
José ha construido cuatro de los seis partes del edificio 4/6	Cristián ha avanzado dos de las tres partes en la construcción del edificio 2/3	$\frac{4}{6}-\frac{2}{3}$ $\frac{4\times 3}{6\times 3}-\frac{2\times 6}{3\times 6}$ $\frac{12}{18}=\frac{12}{18}$	$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$	José y Cristián han construido la misma cantidad.

Plenario				
Cristián ha avanzado dos de las tres partes en la construcción del edificio 2/3	Rodrigo de un total de seis partes en la construcción del edificio ha avanzado cinco 5/6	$\frac{2}{3} - \frac{5}{6}$ $\frac{2\times 6}{3\times 6} - \frac{5\times 3}{6\times 3}$ $\frac{12}{18} < \frac{15}{18}$	$\frac{2}{3} < \frac{5}{6}$	Rodrigo tiene mayor construcción del edificio en el concurso.

Estrategia 4. "Multiplicación cruzada"

A continuación se presenta una combinación que se puede presentar.

En parejas				
Pareja 1 Frase con su representación simbólica	Pareja 2 Frase con su representación simbólica	Estrategia Multiplicación cruzada	Comparación	Conclusión
Alonso de un total de dos partes ha avanzado una en la construcción del edificio. 1/2	José ha construido cuatro de los seis partes del edificio 4/6	$\frac{1}{2} - \frac{4}{6}$ $1\times 6 < 2\times 4$ $6 < 8$	$\frac{1}{2} < \frac{4}{6}$	José tiene mayor construcción del edificio

Pareja 3 Frase con su representación simbólica	Pareja 4 Frase con su representación simbólica	Estrategia Multiplicación cruzada	Comparación	Conclusión
Marcelo de un total de diez partes ha avanzado cinco en la construcción del edificio 5/10	Cristián ha avanzado dos de las tres partes en la construcción del edificio 2/3	$\frac{5}{10} - \frac{2}{3}$ $5\times 3 < 10\times 2$ $15 < 20$	$\frac{5}{10} < \frac{2}{3}$	Cristián tiene mayor construcción del edificio

Equipos				
Equipo 1 Frase con su representación simbólica	Equipo 2 Frase con su representación simbólica	Estrategia Multiplicación cruzada	Comparación	Conclusión
José ha construido cuatro de los seis partes del edificio 4/6	Cristián ha avanzado dos de las tres partes en la construcción del edificio 2/3	$\frac{4}{6}\_\frac{2}{3}$ $4\times3\_6\times2$ $12=12$	$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$	José y Cristián han construido la misma cantidad.
Plenario				
Cristián ha avanzado dos de las tres partes en la construcción del edificio 2/3	Rodrigo de un total de seis partes en la construcción del edificio ha avanzado cinco 5/6	$\frac{2}{3}\_\frac{5}{6}$ $2\times6<3\times5$ $12<15$	$\frac{2}{3}<\frac{5}{6}$	Rodrigo tiene mayor construcción del edificio en el concurso.

DIFICULTADES, ERRORES Y DEVOLUCIONES

En la situación problema de la clase 3, como se comienza en un problema con frases que se deben interpretar, para luego representar y encontrar una estrategia, se considera mencionar los errores, dificultades y devoluciones en la siguiente tabla.

Dificultad	Devolución
Representación de la fracción a partir de la frase de cada concursante	¿qué significa lo que representaste en la fracción? ¿existe otra?
La representación parte todo de cada fracción	¿cómo son las partes de un entero en la fracción?
Usar los números naturales de las frases y comparar solo utilizando propiedades de ellos.	¿Qué crees tú que significa la frase? ¿terminó de hacer el edificio?
Solo realizar cálculos o comparaciones y no argumentar	¿Por qué crees que es correcto el resultado?
Solo utilizar una estrategia	¿Existe otra forma de llegar a la respuesta?

Error	Devolución
Comparar numeradores y realizar conclusiones	Utilizar como primer representante de equipo en el plenario
Al momento de comparar fracciones realice operaciones entre las partes. Ej 2/3 3-2 =1 4/6 6-4 =2 entonces 2/3 es menor que 4/6	Intencionar que las represente. ¿cómo se representa cada fracción?

Conclusiones

Las clases diseñadas utilizando la Tsd me permitió evidenciar que las fracciones en los estudiantes es un tema complejo cuando la noción de fracción no está consolidada, además, poder analizar las dificultades presentadas en las fases y como el profesor puede apoyar el trabajo si tiene las devoluciones correctas.

Las tres clases son un aporte desde la didáctica a la enseñanza por tener en cuenta todos los aspectos en juego como: las posibles respuestas, dificultades, tareas matemáticas y sobre todo las reflexiones que se pueden generar en torno a una situación.

La innovación presente en esta propuesta es que los estudiantes pueden aprender de sus propias experiencias; jugando, conversando, reflexionando y convenciendo al otro a través de los argumentos que presentaban para sustentar sus conclusiones.

Al enfrentarse a una situación o tarea, se fue generando interés por seguir adelante sin perjuicios por la asignatura dejan atrás las escusas, por ejemplo, que no les gusta o que no tienen las habilidades que se requieren para dicha asignatura. Se ha generado un cambio en el pensamiento de los estudiantes, esto es lo que se necesita en la actualidad en la asignatura de matemática.

La contribución del trabajo es mostrar que las actividades diseñadas son llamativas y motivantes para los estudiantes, no obstante tengo claro que al analizar desde la teoría evidencia puntos a mejorar, que en este caso es la noción de fracción, que sigue siendo un factor clave a la hora de trabajar con las fracciones, además, se han generado secuencias que pueden ser llevadas a cabo por otros colegas que desean mejorar sus practicas pedagógicas.

Referencias

Abrate, R.; Pochulu, M. y Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en Matemática: análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María.

Ávila, A. y Mancera, E. (1989). La fracción: una expresión difícil de interpretar. *Revista de la Universidad Pedagógica Nacional,* 6(17), 21–26.

Brousseau G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires, Argentina: Libros de zorzal.

Cantoral, R. y Reséndiz, E. (2003). El papel de la variación de las explicaciones de los profesores: un estudio en situación escolar*. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa,* 6*(2),* 133-15.

Carrillo, M. (2012). *Análisis de la organización matemática relacionada a las concepciones de fracción que se presenta en el texto escolar matemática quinto grado de educación primaria.* (Tesis para optar al grado de magister en enseñanza de l as matemáticas). Pontificia Universidad Católica del Perú.

Chamorro C. (2003). *Didáctica de las Matemática para Primaria*. Madrid, España: Pearson Educación.

Cubillo, C. & Ortega, T. (2003). Análisis de un modelo didáctico para la enseñanza/aprendizaje del orden de fracciones. *Educación matemática.* 15 (2), 55-75 Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40515203

D'amore, B. (2005). Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la didáctica de la matemática. México: Reverté.

Duval, R. (1999). Semiosis y Pensamiento Humano. Cali: Universidad del Valle.

Fandiño, M.(2009). *Las Fracciones. Aspectos conceptuales y didácticos*. Bogotá: Editorial Magisterio.

Figueras, O. (1988). *Dificultades de aprendizaje en dos modelos de enseñanza de los racionale*s. Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y Estudios Avanzado del IPN (Instituto Politécnico Nacional). México.

Fong H. At et, (2017). *Texto del estudiante 5° Básico*, Providencia, Chile. Santillana del Pacífico S.A. 176-188.

Isoda, M. Arcavi, A. y Mena, A. (2007). *Estudio de Clases Japonés en Matemáticas*. Su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes en el escenario global. Valparaíso : Ediciones Universitarias de Valparaíso. 27.

Gómez, D.M., Dartnell, P. (2014) *Sesgos y estrategias para la comparación de fracciones reveladas por análisis de grupos en segundo ciclo básico (2015),* Recuperado de http://www.sochiem.cl/documentos/xix-jnem-libro-actas.pdf, González, D. (2015). *Errores comunes en el aprendizaje de las fracciones: Un estudio con alumnos de 12/13 años en Cantabria.* Universidad de Cantabria, España.

Llinares, S., & Sanchez, M. V. (1997). *Fracciones la relación parte todo*. Madrid, España: Síntesis.

Maza, C. (1999). Equivalencia y orden: la enseñanza de la comparación de fracciones. *Suma, 31, 87-95 recuperado de http://revistasuma.es/spip.php?page=recherche&recherche=comparación+de+fraccione.*

MINEDUC, (2004). Crecer en calidad y equidad: análisis de resultados TIMSS 2003 y 2011. Recuperado de http://www.agenciaeducacion.cl/wpcontent/uploads/2013/02/TIMSS 2003-2002-de-8-Básico.pdf.

MINEDUC. (2013). *Programa de estudio, Matemática 3º básico*. Unidad de Currículum y Evaluación. Ministerio de Educación, Gobierno de Chile.

MINEDUC. (2013). *Programa de estudio, Matemática 4º básico*. Unidad de Currículum y Evaluación. Ministerio de Educación, Gobierno de Chile.

MINEDUC. (2013). *Programa de estudio, Matemática 5º básico*. Unidad de Currículum y Evaluación. Ministerio de Educación, Gobierno de Chile.

MINEDUC. (2013). *Programa de estudio, Matemática 6º básico*. Unidad de Currículum y Evaluación. Ministerio de Educación, Gobierno de Chile.

MINEDUC. (2016). *Programa de estudio, Matemática 7º básico*. Unidad de Currículum y Evaluación. Ministerio de Educación, Gobierno de Chile.

MINEDUC. (2016). *Programa de estudio, Matemática 8º básico*. Unidad de Currículum y Evaluación. Ministerio de Educación, Gobierno de Chile.

MINEDUC. (2017). *Texto del estudiante, Matemática 5º básico*. RR Donnelley. Gobierno de Chile.

Morales, F et al. (2012). *Matemática 5 proyecto Sé, aprendizaje de la vida*. Ediciones SM. Chile

Moreno, A., & Flores, P. (2000). Conocimiento profesional del profesor de matemáticas. Un acercamiento desde los números racionales. SAEM THALES

Perera y Valdemoros, M. (2007). Propuesta didáctico para la enseñanza de las fracciones en Educación primaria. *Investigación en educación matemática, XI*, 209– 218.

Ríos, Y. (2007). Una ingeniería didáctica aplicada sobre fracciones. *Omnia.* 13, 120- 157. Recuperado de http://www.redalyc.org/pdf/737/73713207.pdf

Ruiz, A. (2003). *Historia y filosofia de las matemáticas*. Recuperado de https://books.google.cl/books?id=Q7gc9S63WDYC&printsec=frontcover&dq=inauthor:%22Ángel+Ruiz+Zúñiga%22&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwicifL3oebXAhUDfpAKHQApC_kQ6AEIJTAA#v=onepage&q&f=false

Ruiz, C. (2013). *La fracción como relación parte-todo y como cociente: Propuesta Didáctica para el Colegio Los Alpes IED*. Tesis para optar grado de magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Colombia. Bógota, Colombia.32-41

Valdemoros, M. (2004). Lenguaje, fracciones y reparto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa,* 7(3) 235-256. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33570303

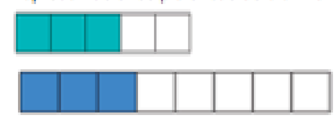
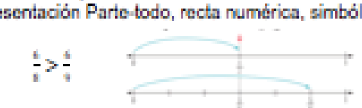
Anexos

Anexo 1. Plan de clases reformulado.

Unidad: Fracciones.
Curso: 5 básico
Tema: Comparación de fracciones propias de distinto denominador
Encargado de implementación: Profesor Eduardo Prieto Fuentes
Unidad Educativa: Colegio, particular pagado, La Serena.

En la clase, se busca que los estudiantes activen sus conocimientos a través de una situación problemática en donde se analiza según una fracción dada, cuanto avanza en una competencia. (Estas fracciones son de igual denominador) Se espera que los estudiantes en base a sus aprendizajes previos, logren comparar y determinar cuál de las fracciones es mayor.
Luego a través del juego “¿Quién avanza más?”, se pretende que los estudiantes se motiven a jugar y descubrir que estrategias y representaciones dan respuesta a una comparación de fracciones y lograr conclusiones que logren dar respuesta al juego.
El juego consta de dados que en sus caras tienen fracciones y una pista de avance que representa un entero. Se espera que inicialmente el estudiante explore las opciones del dado y su representación. En segunda instancia 2 estudiantes, disputaran ¿Quién avanza más? Al lanzar el dado, fundamentando el por qué avanza más. Luego determinar conclusiones y estrategias de comparación de fracciones.
En tercera instancia en equipos de 4, y con un cambio de dados, se espera que las estrategias y representaciones sean adecuadas para cualquier tipo de fracciones y no solo a las presentadas en el primer dado. Estableciendo conclusiones generales, las cuales serán expuestas al curso. Se espera que los estudiantes transiten entre diversas representaciones y estrategias cuando se presentan numeradores iguales y denominador distinto y numeradores y denominadores distintos.

Aprendizajes previos:
1.- Elementos de una fracción
2.- Ubicar una fracción en la recta numérica natural
3.- Representación parte-todo de una fracción
4.- Comparación de dos fracciones de igual denominador
5.- Amplificar e implicar una fracción

Tiempo	Momento de la clase	Actividades planteadas	Rol del profesor	Respuestas esperadas del estudiante. Dificultades.	Evaluación de la marcha de la clase
15	Inicio	Escuchan preguntas del profesor para contextualizar los materiales. Reciben los materiales: Pista  y primer dado con las siguientes fracciones en cada cara $\frac{8}{10}, \frac{6}{8}, \frac{6}{9}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{3}{4}$. Observan Ppt con instrucciones.	Profesor realizará la contextualización de la actividad en tono de desafío con preguntas tales como: 1. ¿Qué es una pista? 2. ¿Qué significa avanzar más? Entregar los materiales a cada estudiante. ¿Para que servirán? Instrucciones: PPT: Lanza el dado y representa lo que avanza en la pista.	**Posibles respuestas :** 1 A. Pista de una adivinanza 1B. Una pista de una carrera. 2A. El que camina más. Dificultad: asociar a otros conceptos distintos a una carrera.	Los estudiantes deben estar participando de las preguntas para contextualizar.
50	Desarrollo	Trabajo pareja: 20 min Realizan 5 competencias con las representaciones y lo escriben en la guía 1 (anexos clase 1). Además, justifican sus respuestas. Al finalizar las competencias deben observan los juegos y registrar conclusiones de sus estrategias en guía 2 (anexo). Trabajo en grupo de 4: 20 min. Cada pareja se reúne con otra para competir en 4 juegos de ¿Quién avanza más? ¿Por qué? Representan cada una de las competencias tomando en cuenta las conclusiones anteriores, se registra en la guía y argumentan quien ganó. Al finalizar las competencias	Profesor monitorea que los estudiantes reflexionen en torno a la situación problema. 1. ¿Cómo enfrentarías ambas preguntas? 2. ¿Cómo representarías ambos lanzamientos? 3. ¿Existirán otras representaciones? **Profesor muestra instrucciones** PPT: Guía 1: Cada estudiante lanza el dado y lo escriben en guía. Representan cada fracción Argumentan ¿quién avanza más? ¿Por qué? El profesor debe cerrar el trabajo en parejas mediante el registro de conclusiones en parejas encontrando alguna estrategia para descubrir quién avanza más. *Antes de comenzar la actividad en grupo el profesor debe retirar los dados y cambiar por otro. Entregar guía de registro 2 para los juegos. Instrucciones PPT: Guía 3: Cada pareja lanza el dado y lo escriben en guía. Representan cada fracción Argumentan ¿quién avanza más? ¿Por qué? Profesor indaga en la representación de los estudiantes, mediante la siguiente pregunta, ¿De qué manera consideraron las conclusiones del juego anterior, en estas nuevas representaciones? Los profesores al terminar cada grupo de 4 personas deben generar nuevas o mantener conclusiones antes mencionadas para presentación	Posibles respuestas y dificultades: 1. Lanza más lejos, el niño que tiene más fuerza. (Respuesta sin relación matemática), docente interviene enfocando esta respuesta al número que se asocia a cada cara. Representaciones pictóricas de distinto tamaño en el entero  2. Fracciones con igual numerador. El que avanza más lejos, es quien obtiene mayor denominador. (Sin considerar representaciones pictóricas) $\frac{6}{8} < \frac{6}{9}$ 3. Fracciones con igual numerador. El que avanza más lejos, es quien obtiene menor denominador. (Representación Parte-todo, recta numérica, simbólica)  4.Fracciones con distinto numerador o denominador. El que avance más lejos, es quien obtenga el **denominador** mayor.	¿Comprenden las instrucciones? ¿Trabajan adecuadamente con el material? ¿Representan sus avances según los dados en la pista? ¿Existe otra representación? ¿Responden con argumentos matemáticos las preguntas del docente? ¿Ocupan la guía para escribir y argumentar quién ganó? ¿Ocupan conclusiones planteadas? ¿Desarrollan conclusiones nuevas? ¿Se cumple el tiempo planificado?

		deben juntarse los 4 jugadores y nuevamente confirmar o generar nuevas conclusiones de sus juegos en guía de registro 2.	en plenario.	(Representación Parte-todo, recta numérica, simbólica)  5.Fracciones con distinto numerador o denominador. El que avance más lejos, es quien obtenga el **numerador** mayor. (Representación Parte-todo, recta numérica, simbólica)	
25	Cierre	Plenario: 15 min. Presentación de estrategias con sus argumentos ¿Quién avanza más? ¿Por qué? Sintetizar las ideas. 10 min: Cada estrategia construida se deja en la pizarra y es institucionalizada por el profesor.	En el plenario debe elegir el orden de los equipos de 4 personas debe presentar sus estrategias en la pizarra y argumentar. Mediante un ejemplo. Los criterios son de las representaciones pictóricas hasta las simbólicas Las estrategias quedan expuestas en la pizarra para la síntesis del profesor junto con los estudiantes.	Posibles dificultades: Las representaciones del todo no sean iguales y por ende no se pueda concluir Correctamente. Estrategias de comparación Cuando los numeradores son iguales, el denominador con el número menor determinara la fracción mayor. Cuando los numeradores y denominadores son distintos, se utiliza la representación o utilizar un denominador común.	¿La estrategia es demostrada con ejemplos? ¿Hay otras estrategias para argumentar? ¿Se cumple el tiempo planificado?

Fecha

Objetivo:
Identificar estrategias de Comparación de fracciones propias de distinto denominador

PPT

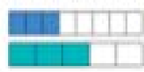
Preguntas de la clase:
¿Quién avanzo más? ¿Por qué?
Instrucciones del juego

Trabajo:
- Individual
- Parejas
- Grupo
- Plenario

Síntesis.

Representaciones de los alumnos para comparar.

Representaciones gráficas (pictóricas).



Representaciones usando la recta numérica

Representaciones numéricas. (simbólica)

$\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$

Conclusiones o Estrategias de comparación

Igual numerador

$\frac{6}{8} > \frac{6}{9}$

Igual denominador

$\frac{6}{8} > \frac{3}{8}$

distinto denominador y numerador

$\frac{2}{5} < \frac{3}{4}$

Conclusiones de la Clase

1.- Cuando los numeradores son iguales, el denominador con el número menor determinara la fracción mayor.

2.- Cuando los numeradores y denominadores son distintos, se utiliza la representación. O utilizar un denominador común.

Instrumentos

clase 1

Competencia 1	Competencia 2	Competencia 3	Competencia 4	Competencia 5
Cantidad que avanza cada jugador	Cantidad que avanza cada jugador	Cantidad que avanza cada jugador	Cantidad que avanza cada jugador	Cantidad que avanza cada jugador
Representaciones	Representaciones	Representaciones	Representaciones	Representaciones
¿Quién avanzo más? ¿por qué?	¿Quién avanzo más? ¿por qué?	¿Quién avanzo más? ¿por qué?	¿Quién avanzo más? ¿por qué?	¿Quién avanzo más? ¿por qué?

Conclusiones

Nombre jugador 1____

Nombre jugador 2____

Conclusiones de estrategias ¿quién avanza más?

Competencia 1	Competencia 2	Competencia 3
Cantidad que avanza cada jugador	Cantidad que avanza cada jugador	Cantidad que avanza cada jugador
Representaciones/estrategia	Representaciones/estrategia	Representaciones/estrategia
¿Quién avanzo más? ¿por qué?	¿Quién avanzo más? ¿por qué?	¿Quién avanzo más? ¿por qué?