Pontificia Universidad Católica de Valparaíso Facultad de Ciencias Instituto de Matemáticas



Estudio de Clases: Una propuesta didáctica para la enseñanza del área de superficies planas rectangulares, basado en la teoría Modos de pensamiento

TRABAJO FINAL PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

De: Valentina Ponce Arce

Profesores Guía:
Manuel Goizueta
Arturo Mena Lorca
Raimundo OlfosAyarza
Elisabeth Ramos Rodríguez
Patricia Vásquez Saldías

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	3
OBJETO MATEMÁTICO	4
Saber Sabio	6
Saber Escolar	8
Distancia entre saberes	10
Epistemología	11
ANÁLISIS CURRICULAR	16
Análisis desde los textos	17
ESTUDIO DE CLASES	21
Análisis a priori	23
Plan de clases	27
Análisis a posteriori	37
SECUENCIA DIDÁCTICA	45
Análisis a priori	45
Plan de clases	46
Análisis a priori	54
Plan de clases	55
CONCLUSIONES	63
REFERENCIAS	64
ANEXOS	67

INTRODUCCIÓN

A lo largo de la escolarización, diferentes contenidos, competencias y habilidades son enseñados por profesores y desarrollados por los alumnos, dependiendo de la formación profesional sus creencias y aptitudes es como se traspasa esta barrera del aprendizaje en ellos. Así, la medida de magnitudes ha constituido tradicionalmente, uno de los núcleos más importantes de la matemática que se enseña en la escuela primaria en la mayoría de los países. Esta amplia experiencia debería haber proporcionado, al menos, una progresión de actividades bien establecida que garantizase una buena enseñanza por parte de los profesores y que diese como resultado altos índices de éxito por parte de los alumnos (Chamorro, 2001). Existen contenidos que no logran ser aprendidos en su totalidad por los alumnos, o se aprenden de manera errónea, ya que se le dio énfasis a la definición, al algoritmo o al cálculo, sin considerar la exploración del alumno o la variabilidad de actividades para su comprensión.

En el caso específico del objeto matemático "área", existe un uso erróneo o de confusión en las unidades de medida, su concepto, procedimiento e inclusive en ocasiones su cálculo, es una situación que se observa en el aula al enseñar este contenido. Así es como se, realizó un estudio para averiguar el nivel de conocimientos básicos sobre medición en niños de 12 a 15 años, al hacer el análisis de las respuestas dadas por los niños encontró que 70% de los alumnos que no conservaban la longitud, podían responder a los problemas de conservación de área correctamente. Similarmente, 70% de los que no conservaban área podían conservar longitud (Hart, 1984).

Es por todo lo mencionado que se realiza una secuencia didáctica como propuesta de aprendizaje a través del Estudio de Clases, basado en la teoría "modos de pensamiento", para así apoyar al alumnado en quinto año básico y mejorar el aprendizaje del objeto matemático "área".

OBJETO MATEMÁTICO

La medición de superficies ha sido funcional desde años remotos, los babilónicos por ejemplo la utilizaban para dividir sus terrenos, los egipcios lo hacían para establecer los límites de los campos después de las inundaciones del río Nilo y así otros múltiples usos de ésta, he ahí la importancia de la enseñanza en las aulas, por sus múltiples usos y ventajas. Uno de los grandes beneficios que implica el aprender geometría, se debe a que ésta fue la primera rama de la matemática organizada a partir de elementos primitivos, axiomas, definiciones, teoremas, propiedades y corolarios. Ante esto, es importante considerar que la geometría ayuda a estimular y ejercitar habilidades de pensamiento y estrategias de resolución de problemas (Bressan, 2000). Es por esto la importancia de su estudio, enseñanza y por supuesto aprendizaje a través de problemáticas desafiantes, colaborativas y comprensivas.

Desde el MINEDUC se plantea que la geometría entrega conceptos para entender la estructura del espacio y describir con un lenguaje más preciso lo que ya conocen en su entorno. El estudio del movimiento de los objetos [...] busca desarrollar tempranamente el pensamiento espacial de los alumnos (2013, p. 91). De ahí la necesidad de aportar estrategias y lineamientos comprensibles para su enseñanza y significación, utilizando tareas matemáticas que vayan de lo más simple a lo más complejo sin saltarse procesos personales de aprendizaje.

Reyes (2013) destaca que a cada figura que se encuentra en un plano seasocia a una magnitud llamada área, que corresponde intuitivamente a la "medida de la superficie de la figura". De aquí la importancia de su medición, su cálculo y entendimiento, asociando una unidad de medida y comparandolo con la superficie, nos preguntamos entonces, ¿cuántas veces está contenido la unidad de área en la superficie del objeto medido?.

Rouche (1992) por su parte hace referencia a que el rectángulo es la figura con la cual se debe comenzar el estudio del área, y con el cual se adquiere el concepto de superficie, planteando además que el dominar los elementos del rectángulo no es condición necesaria para comprender el concepto de área en el resto de las figuras trabajadas.

Si bien esta investigación no pretende derrocar los avances realizados por las fórmulas y sus cálculos, se desea poder realizar una "significación" del objeto mamtemático, llevandolo por distintos caminos en el modo de pensamiento pero a un solo punto, para lograrlo se direcciona un trabajo

de descubrimeinto ante la expresión de área de figuras rectangulares planas. Así, Martínez y Varas (2013) señalan que el uso de expresiones numéricas para describir situaciones cotidianas es un paso previo al trabajo con expresiones algebraicas. Considérese que éstas nos acompañan toda la vida y muchas veces surgen al expresar las relaciones entre los datos de un problema.

De esta forma, es importante considerar que: el uso del lenguaje algebraico nos facilita describir situaciones sin las ambigüedades del lenguaje natural; evaluar una expresión es dar valor a sus variables, por lo tanto, nos ayuda a entender la validez de las propiedades y de manipulaciones algebraicas; y que el uso de expresiones algebraicas para describir situaciones provenientes de diversos contextos ayuda a dar sentido al estudio de éstas (Martínez y Varas, 2013).

Bajo la experiencia profesional, generalmente se observa una confusión de magnitudes, fórmulas y resoluciones de situaciones matemáticas, sin un entendimiento acabado de lo que se solicita y su posterior ejecución. Así, Chamorro (2003) tras plantear que es posible agrupar en un mismo campo conceptual las magnitudes espaciales, longitud, superficie y volumen, argumenta que requieren conceptualizaciones de orden geométrico, estructuras aditivas y multiplicativas, lo que no ocurre en el resto de las magnitudes; y justamente este aspecto geométrico y el carácter multilineal, los que están en el origen de muchos de los obstáculos y conflictos a los que se enfrenta el alumno en el aprendizaje de estas magnitudes (p. 246).

De esta forma, entonces, se pretende direccionar la enseñanza de este objeto para así evitar y/o subsanar posibles obstaculos en el aula de clases y dificultades como las que menciona

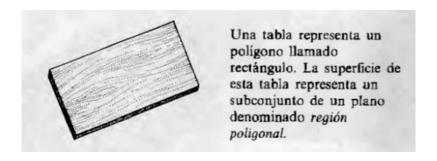
Según, Reyes, Dissett y Gormaz (2013) las dificultades y obstáculos que se pueden observar en la enseñanza de las áreas y perímetros son de dos tipos: unos tienen que ver con un deficiente manejo algebraico y numérico, y confusión en el uso de fórmulas; y otros tienen que ver con concepciones erradas de los conceptos geométricos.

Es debido a estas respuestas en los estudiantes, que emerge este Estudio de Clase en pro de la resolución de problemas con solución en el objeto matemático área a través de construcciones geométricas y posteriores utilizaciones del álgebra dependiendo del ritmo de trabajo y entendimiento de los alumnos.

Saber Sabio

Se analizará el objeto matemático área de superficies planas rectangulares, desde dos textos utilizados en la educación superior, uno dedicado a la geometría desde una mirada Euclidiana, y el otro con una mirada al cálculo.

Clemens, O'Daffer y Cooney (1998) basados en la Geometría de Euclides, mencionan que "una región poligonal es un subconjunto de un plano acotado por un polígono (o polígonos). De esta forma, es que consideran que a cada región poligonal se le puede asignar un número positivo único denominado área. El área de la región R, se representa por A(R)" (p. 393). Este texto hace referencias a la vida cotidiana y a objetos empleados diariamente para ayudar en la comprensión del objeto aludido.



Es importante mencionar, la definición de los autores al concepto de polígono como "la unión de segmentos que se juntan sólo en sus extremos, de tal manera que: (1) como máximo, dos segmentos se encuentran en un punto, y (2) cada segmento toca exactamente a otros dos" (Clemens et al., 1998, pp. 32). Posteriormente, presentan una serie de postulados del área donde se hace mención al cálculo de área de una figura compuesta por medio de la suma de las áreas de cada subunidad, como también al cálculo del área de un rectángulo, especificando que es largo por ancho.

En relación al cálculo infinitesimal, realiza una distinción entre el área de regiones con lados rectos y regiones curvas. Para los primeros, plantea que se puede calcular mediante la multiplicación del largo por el ancho, o para polígonos, dividiendo estos en múltiples triángulos y sumando el área de todos ellos.

Para las regiones con lados curvos, se trazan sucesivos rectángulos que se van acercando cada vez más a la región dada, los cuales se

suman y van otorgando una aproximación cada vez más cercana al área de la región.

En palabras del autor, define el área de la región S que se encuentra debajo de la gráfica de la función continua f como el límite de la suma de las áreas de los rectángulos de aproximación.

(Stewart, 2007, p.373)

$$A = \lim_{n \to \infty} R_n =$$

$$\lim_{n \to \infty} [f(x_1)\Delta x + f(x_2)\Delta x + \dots + f(x_n)\Delta x] =$$

$$\lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$$

Con esta definición podemos obtener una situación que posibilita generalizar su resolución sin acotarlo simplemente al producto de dos dimensiones para el cálculo del área.

Se observa a la luz del análisis, que ambos textos tienen similitudes en la presentación del objeto matemático área, mencionando definiciones y proponiendo el cálculo a través de unidades cuadradas, mientras, en el otro texto se propone el cálculo a través de la aproximación de suma sucesiva de rectángulos para la región dada.

Saber Escolar

El objeto de estudio se instruye en la escolarización desde 4to año básico, avanzando en los niveles educacionales.

En el texto de 5to año básico de Casa del Saber presenta el área de la siguiente manera:

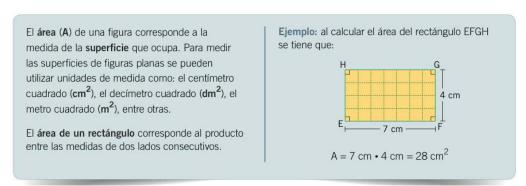


Fig. 2: Definición de área en texto escolar

El objeto matemático de estudio, se utiliza en este texto asociado a una definición de medida de superficie y a unidades de medición. Luego se asocia a figuras geométricas sin realizar relación entre ellas, cabe mencionar que este texto se utiliza en instituciones de índole privada.

Por otra parte, el texto facilitado por el ministerio de educación a entidades de educación pública y particulares subvencionadas, presenta el objeto de estudio en 4to año básico relacionándolo con figuras geométricas tales como el triángulo, rectángulo, cuadrado, paralelogramo, cuadriláteros, entre otras, para luego solo realizar tareas matemáticas asociadas a la aritmética y álgebra asumiendo comprensiones geométricas anteriores.

El texto del ministerio de 4to año básico, por su parte, al inicio de la lección de Área de figuras 2D, define el área como la cantidad de unidades cuadradas que cubren una superficie plana, utilizando la representación gráfica para ejemplificar.



Desde ambos textos analizados, se puede afirmar que el saber escolar relaciona al área con el concepto de superficie y lo vincula a la utilización de unidades cuadradas, definiéndolo como la cantidad de unidades cuadradas que se necesitan para cubrir una superficie determinada.

Distancia entre saberes

El saber sabio tiene estructuras matemáticas definidas para habilidades superiores con recorrido, estudio e investigación en el área, no así el saber escolar que proporciona métodos de estudio y entendimientos en habilidades de menor complejidad, y para dar inicio a la comprensión y aplicación de la matemática. Gracias a la transposición didáctica podemos acercar estos dos mundos y darles coherencias.

Si bien el saber sabio define al objeto desde una mirada mucho más compleja, es posible encausarla y acercarla al nivel educacional de los alumnos, presentando actividades de iniciación a través de la geometría para su posterior aplicación aritmética algebraica, así entregando el docente un discurso adecuado por los didactas y así facilitar su comprensión.

Es posible entonces, apreciar como la educación escolar mantiene una enseñanza desde lo básico hacia lo más complejo pensando siempre en adecuaciones correctas y concretas del saber sabio, comenzando en cuarto año básico con la superposición de unidades cuadradas en una superficie plana rectangular, para así avanzar a su fórmula y aplicación.

Según Schneider-Gilot (1988), el área ya no es definida como un objeto geométrico, sino como el resultado de un cálculo según un procedimiento dado. ¿Por qué no pensamos en la dificultad que puede suponer para el alumno el relacionar el área con el proceso de sumación que permite sumar infinitas cantidades «infinitamente pequeñas»?

Así, entonces pensando en las dificultades y facilidades para el aprendizaje del alumno es que se piensa en un trabajo matemático favorable.

Epistemología

Anacona (2003) afirma que: (...) un estudio histórico-epistemológico que dé cuenta de la génesis, evolución y consolidación de un objeto matemático en el marco de unas condiciones socioculturales, contribuye a un conocimiento del concepto matemático que trasciende los meros procesos algorítmicos (p. 42).

El estudio del área de superficies planas rectangulares aporta a la comprensión del conocimiento, el algoritmo es el procedimiento más utilizado para el cálculo del área, sin embargo, se apunta a que no se utilice como un mero proceso de reemplazo de datos en una formula, sino más bien de un entendimiento del proceso matemático que ocurre. Se encuentrael uso de este objeto matemático en la antigüedad, Duque y Maca (2012) en su estudio sobre los libros de Euclides afirman que (...) "Se puede encontrar que la medida pasa por tres etapas : la primera etapa es considerada por los pitagóricos, quienes tenían la firme convicción que para la actividad de medir solo se necesitaban los números usados para el conteo, afirmación que se fue desvaneciendo, al encontrar magnitudes que ya no se podían medir haciendo uso los números naturales. Fue necesario entonces, ampliar la actividad de medir a la segunda etapa o de la medida relativa; es en los Elementos de Euclides donde se consignan las teorías de medición sin el uso de la métrica o al menos donde no hay una definición formal de medida. Aquí realmente nos interesa el hecho de que Euclides pudiera construir en sus dos primeros libros de los Elementos, un cuadrado igual a cualquier figura poligonal dada, con el fin de resolver el problema de la cuadratura de figuras"

Hoy por hoy, en los textos escolares de apoyo a los docentes y alumnos comienzan la enseñanza del área de rectángulos con una cuadricula, manifestando que el cuadrado es la comparación de superficie realizable en la figura anteriormente mencionada, y de esta forma es posible realizar el cálculo de área de manera geométrica.

El concepto de área tiene sus inicios con Euclides (325 A. C.), el cual establece definiciones, postulados y axiomas para la geometría plana, a través de los elementos dividido en 13 libros, Euclides de Alejandría, debe ser por lejos uno de los matemáticos más importante de nuestra historia, se dice que estudió en la academia de Platón en Atenas, aprendiendo geometría de Eudoxo y Teeteto.

Los libros uno a seis tratan con geometría plana. En particular libros uno y dos establecen propiedades básicas de triángulos, paralelas, paralelogramos, rectángulos y cuadrados.

BL Van Der Waerden manifiesta que los libros (...) "Era la fuente primaria de razonamiento geométrico, teoremas y métodos al menos hasta el advenimiento de la geometría no euclidiana en el 19 ° siglo. A veces se dice que, después de la Biblia, los "Elementos" puede ser el más traducido, publicado y estudiado de todos los libros producidos en el mundo occidental"

Herón (Siglo I d. C.) Fue un geómetra importante, ofreció fórmulas y resultados para el cálculo de superficie y volúmenes de muchas figuras.

Demostrando también su famosa fórmula del área de un triángulo

si A es el área de un triángulo con lados a, b y c y s=(a+b+c)/2 entonces

$$A^{2} = s(s-a)(s-b)(s-c)$$
.

Pappus (Siglo III – IV D.C.)

Éste aporta a la geometría con su colección matemática o Sinagoga, colección escrita en ocho libros. El libro III se divide por Pappus en cuatro partes. La primera parte se centra en el problema de encontrar dos medias proporcionales entre dos rectas dadas. La segunda parte da una construcción de la aritmética, geométrica y medios armónicas. La tercera parte describe un conjunto de paradojas geométricas que Pappus dice son tomadas de una obra de Erycino.

Pappus presenta algunas de las ideas del libro V, describiendo cómo las abejas construyen panales.

... Abejas, entonces, saben exactamente este hecho que es útil para ellas, que el hexágono es mayor que el cuadrado y el triángulo y sostendrá más miel para el mismo gasto de material en la construcción de cada uno. Pero se demanda una mayor participación en la sabiduría de las abejas, investigaremos un problema algo más amplio, a saber, que, de todas las figuras planas equiláteros y equiángulos tener un perímetro igual, lo que tiene el mayor número de ángulos es siempre el mayor, y la mayor de entonces todo es el círculo que tiene su perímetro igual a ellos.

Los Babilonios y Egipcios consideraban al área como elemento completo y totalmente geométrico, no es sino al siglo XVI y XVII cuando René Descartes propone métodos de resolver problemas geométricos, introduciendo el álgebra a la geometría de la que ahora tenemos la geometría cartesiana.

Felix Klein (1845 - 1925) Geometría euclidiana y no euclidiana puede considerarse como casos particulares de la geometría de una superficie proyectiva con una sección cónica adjunta.

Los primeros descubrimientos matemáticos importantes de Klein se hicieron en 1870 en colaboración con la mentira. Ellos descubrieron las propiedades fundamentales de las líneas asintóticas en el Kummer superficie. Una mayor colaboración con la mentira que siguió y en una investigación de trabajó curvas invariantes transformaciones proyectivas. De hecho Lie juega un papel importante en el desarrollo de Klein, presentándole al concepto de grupo que jugó un papel importante en su obra posterior. Es justo añadir que Camille Jordan también jugó un papel en la enseñanza de Klein acerca de los grupos.

W Burau y B Schoenberg escriben (...) Klein considera su trabajo en la teoría de funciones a ser la cumbre de su trabajo en matemáticas. Le debía a algunos de sus más grandes éxitos a su desarrollo de Riemann las ideas, ya la íntima alianza se forjó entre la tarde y la concepción de la teoría de invariantes de la teoría de números y álgebra, de la teoría de grupos, y de la geometría multidimensional y la teoría de la ecuaciones diferenciales, especialmente en sus propios campos, funciones modulares elípticas y funciones automorfas.

Klein se interesó en la enseñanza a nivel escolar. A partir de 1900 comenzó a tomar un vivo interés en la instrucción matemática por debajo del nivel universitario sin dejar de ejercer sus funciones académicas. Un defensor de la modernización de la enseñanza de las matemáticas en Alemania, en 1905 jugó un papel decisivo en la formulación del "Meraner Lehrplanestwürfe" . El cambio esencial recomendada fue la introducción en las escuelas secundarias de los rudimentos del cálculo diferencial e integral y el concepto de función.

Hoy por hoy el inicio del concepto de función se entrega en el nivel básico número 8. La "equivalencia de polígonos" implica una igualdad en superficie y por tanto, igualdad en área. Pressiat (2002) define la función medida como una aplicación que asocia a cada figura cuadrable (F) del plano un número real (F) llamado "área de F", que tiene las siguientes propiedades:

- i. La función s es positiva.
- ii. Es aditiva: si F y F´ son dos figuras cuadrables, que no tienen puntos interiores en común, s $(F \cup F') = s(F) + s(F')$.
- iii. Es invariante a la traslación.
- iv. Es normalizado: s(Q)=1, Q designa un cuadrado del plano inicial R.

De lo anterior, se resalta que la asignación numérica de la medida de cualquiersuperficie siempre va ser un número real mayor que cero. Se define la que el área de un polígono es igual a la suma de los triángulos que lo componen, siempre y cuando éstos no estén superpuestos el uno sobre el otro. Y se destaca el patrón del cuadrado como unidad de medida del área, así como se realiza en los textos escolares gubernamentales nacionales 2017.

Podemos comprender entonces que el objeto matemático aquí presentado, tiene una larga trayectoria de uso e investigación, partiendo por los Babilónicos que es la civilización que le entrega significado al concepto de área, a través de la división de sus territorios, luego los Egipcios que calculaban y recalculaban sus límites tensando cuerdas debido a las inundaciones anuales del río Nilo, continuando con mediciones más precisas y la utilización de la aritmética y álgebra con Newton y el cálculo del área bajo la curva, éste físico, filósofo, teólogo, inventor, alquimista y matemático inglés, el que por su parte, contribuye al trabajo del cálculo de áreas por medio de la creación del *cálculo diferencial* y el *cálculo integral* en la mitad el siglo XVII (Barrantes, 2013). Así, actualmente es que se conoce el teorema fundamental del cálculo, el cual hace que el cálculo diferencial e integral sea una herramienta poderosa en las aplicaciones que permiten realizar cálculos de áreas (Barrantes, 2013).

Por su parte Riemannes el matemático alemán que realizó contribuciones muy importantes en análisis y geometría diferencial, Una de sus aportaciones más importantes (García y Rotger, 2011), se publica en 1854 en su obra *Ueber die Darstellbarkeit einer Function durch eine trigonometrische Reihe*, en la cual se define por primera vez el concepto de integral de Riemann y así, se da inicio a la teoría de funciones de una variable real.

Stieltjesfue un matemático holandés del siglo XIX, que toma el trabajo realizado por Riemann, publicando en 1894 la llamada integral de Riemann – Stieltjes, la cual, hace posible el manejo simultáneo de superficies continuas, discretas y mixtas.

Lebesgue, matemático francés que hace referencia a las nociones de integral y primitiva, donde logra demostrar que, si f es integrable en [a,b], $f(x) = \int_a^x f(t)dt$ tiene en casi todo punto una derivada igual a f(x).

Se puede leer entonces, que el objeto matemático área se ha trabajado y estudiadodesde diferentes aristas. Con sus aplicaciones en la antigüedad por situaciones naturales como las crecidas de los ríos y las divisiones de los terrenos, avanzando a los tiempos después de Cristo con estudios sobre sus aplicaciones y usos atravesando por las funciones, derivadas e integrales.

He allí la importancia del estudio del objeto matemático aquí presente.

ANÁLISIS CURRICULAR

En la educación escolar pública y particular subvencionada, el ministerio de educación dispone de contenidos de enseñanza, considerando el objeto matemático en cuestión desde cuarto básico hasta 8vo básico, avanzando paulatinamente entre los niveles.

En cuarto básico se define el área en el texto ministerial como el número de unidades cuadradas que se necesitan para cubrir una superficie plana.

En quinto año básico se presentan al contenido con una idea de él, enfrentándose a la fórmula general y trabajándola en diferentes polígonos tales como triángulos, cuadriláteros, etc. El texto ministerial define el área como cantidad de superficie cubierta, por lo general se mide en unidades cuadradas,.

En sexto año básico pasan del cálculo de área en figuras bidimensionales, a figuras tridimensionales como el cubo y el paralelepípedo, lo desarrollan a través de las redes de construcción, sumando todas las áreas parciales para así completar la total y así presentar la fórmula general del cálculo de área del cubo y paralelepípedo con solo considerar las longitudes de sus aristas.

En séptimo básico se define al objeto como la medida de la región o superficie de una figura en 2D. Se expresa en unidades cuadradas. Acá se retoman las fórmulas de cálculo de área de triángulos, paralelogramos y trapecios, para así trabajar en las de un círculo.

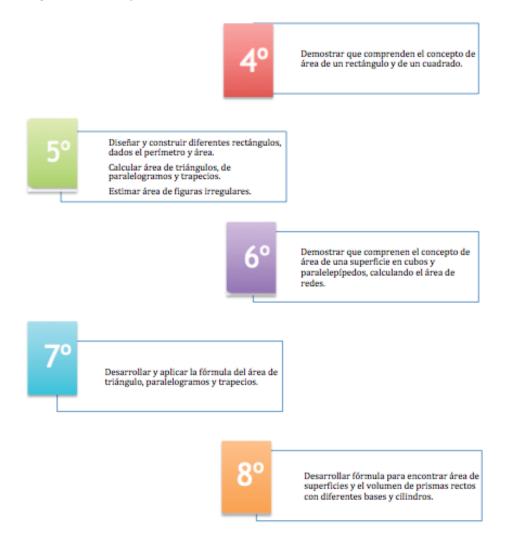
En el último año de la enseñanza básica, el área se define como la medida de la superficie que ocupa una figura, en donde el alumno estima áreas de prismas, cilindros, conos y pirámides, calcula el área con material concreto (redes geométricas), finalmente concluye con las fórmulas respectivas.

Luego de observar los objetivos propuestos por el ministerio de educación, su progresión y propuestas de resolución, se da cuenta de la intención de aprendizaje . La secuencia que generan los métodos de enseñanza para finalizar en el calculo del área a través de la aritmética.

Análisis desde los textos

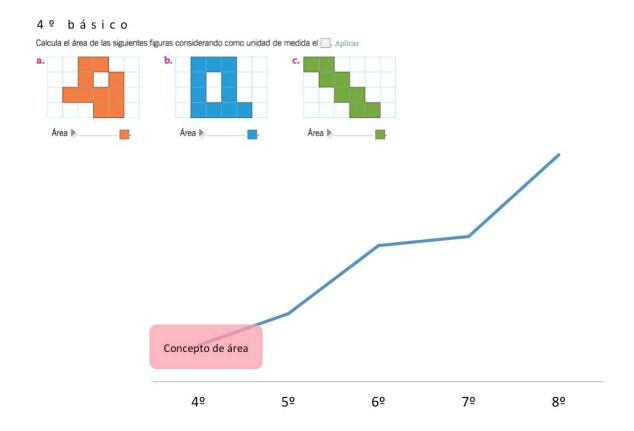
Los textos escolares utilizados en colegios municipales y particulares subvencionados son facilitados por el ministerio de educación. En ellos se pretende que los alumnos aprendan paulatinamente los contenidos geométricos necesarios para desarrollar habilidades útiles en la sociedad y en su formación personal. Que transiten de la dimensión de las líneas a las dimensiones posteriores incluyendo el trabajo matemático en el perímetro, área y volumen, logrando una diferenciación y significación de los conceptos.

El objeto matemático área se encuentra en la enseñanza básica desde 4to año hasta 8vo, siendo presentado para su desarrollo y aprendizaje con los siguientes objetivos:



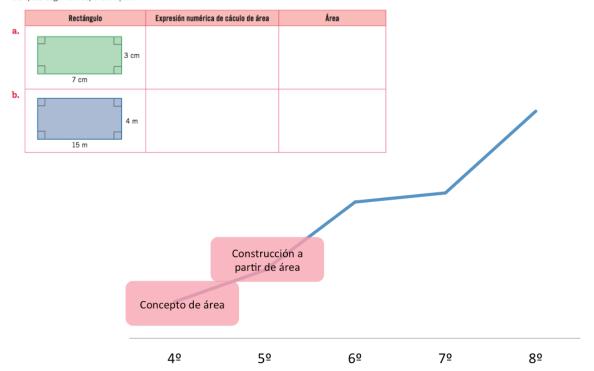
Se puede dar cuenta que las actividades propuestas por el ministerio de educación para los objetivos anteriores contemplan inicialmente cuadrículas para el desarrollo geométrico del área, desarrollando construcciones de pensamiento para asociar fórmulas en la aplicación del objeto matemático en cuestión.

Algunas actividades propuestas en los textos ministeriales son:



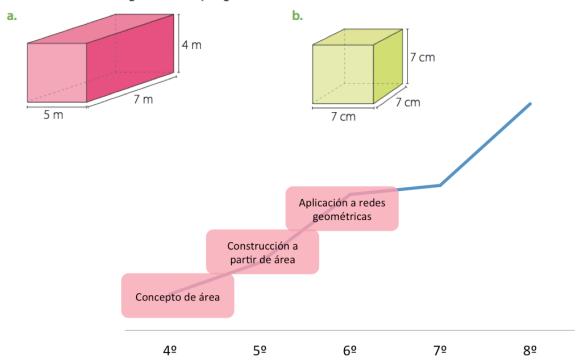
5º básico

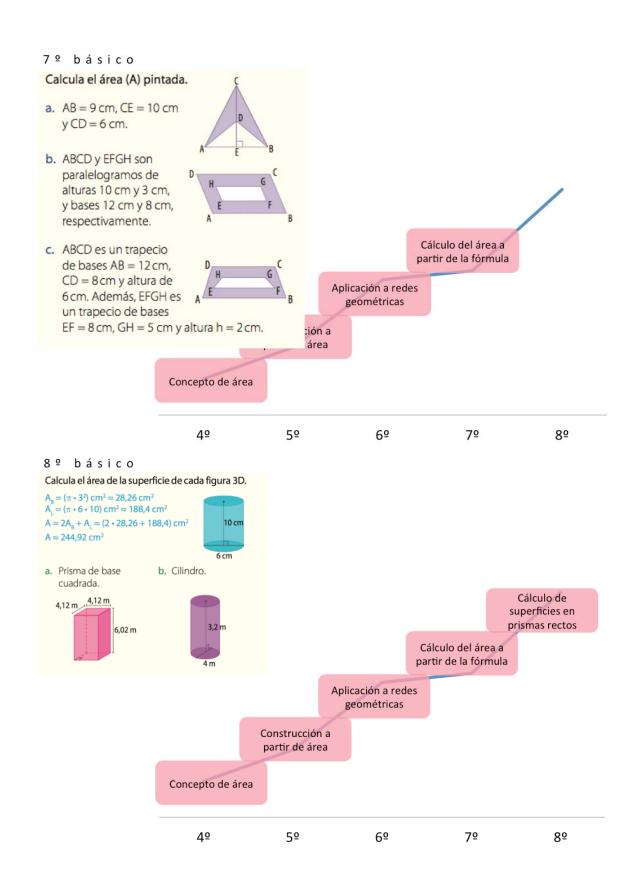
Completa según corresponda. Aplicar



6º básico

Calcula el área de los siguientes cuerpos geométricos.





ESTUDIO DE CLASES

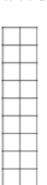
Esta innovación, es una investigación basada en un paradigma cualitativo descriptivo, desarrollado en un Estudio de Clase con una propuesta didáctica para la enseñanza del área de superficies planas rectangulares donde los y las alumnos de quinto año básico construirán su significado a partir de sus modos de pensamiento en la interacción de situaciones de aprendizajes.

Éste plan de clases correspondiente a la primera clase dentro de la secuencia, se centra en el modelo presentado por el Ministerio de Educación y la unidad técnica pedagógia de la escuela intervenida, contando con tres momentos inicio, desarrollo y cierre. En el inicio se toman 10 min se presenta el objetivo de la clase "Identificar estrategias de medición en superficies rectangulares". Se invita a los alumnos a realizar una lluvia de ideas con respecto a ¿Qué es un embaldosado? ¿Qué es una superficie? ¿Qué características presenta un embaldosado? recibiendo un ábanico de respuestas, unificando las respuestas a un embaldosado es una superficie con baldosas. Para dar paso a los alumnos al desarrollo de la actividad que se tomará en 25 min planteando el problema

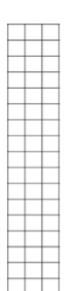
La señora María es dueña de una residencia y desea embaldosar todas las habitaciones. Considerando que todas las baldosas son cuadradas (3cm x 3 cm) y de igual tamaño, ¿cuántas baldosas se necesitan para cubrir toda la superficie? ¿Qué expresión matemática permite calcular la cantidad de baldosas se utilizarán?.

Cartulinas (sin cuadriculado):

2 x 11 u



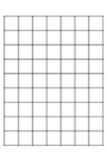
3 x 18 u



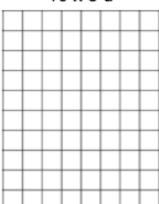
5 x 5 u



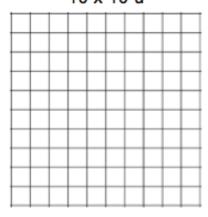
9 x 7 u



10 x 8 u



10 x 10 u



15 x 3 u



Análisis a priori

Respuesta experta

- Cuentan cuántas unidades cuadradas hay por fila y por columnas y multiplican ambas cantidades.

Posibles estrategias:

- Ubican la unidad cuadrada, y comienzan a marcarla en la cartulina, una al lado de otra, sin sobreponerla. Realizan este procedimiento hasta completar la cartulina. Cuentan las unidades cuadradas marcadas.
- Ubican la unidad cuadrada y marcan, sin sobreponer, una fila y una columna. Cuentan cuántas unidades cuadradas hay por fila y la suman según la cantidad que hay por columnas, y viceversa.
- Ubican la unidad cuadrada y marcan, sin sobreponer, una fila y una columna. Cuentan cuántas unidades cuadradas hay por fila y por columnas y multiplican ambas cantidades.

Devoluciones

- La estrategia encontrada, ¿cumple con las características de un embaldosado?
- ¿Se logra embaldosar toda la superficie?
- El resultado te parece lógico y coherente

Posibles errores:

- Dibujan en la cartulina las unidades cuadradas sobre poniéndolas unas con otras.
- Dibujan en la cartulinas las unidades cuadradas sin yuxtaponer.
- Consideran los valores de los cuatro lados del cuadrado para realizar la multiplicación.
- Cuentan las unidades de la primera fila y cuentan un elemento menos de la columna por ya haberlo considerado.

Los alumnos entregarán registros de trabajo los cuales categorizaremos según el modo de pensamiento utilizado en:

- Modo sintético-geométrico (SG) Los y las alumnos dibujan las baldosas en la superficie para su contabilidad, utilizando la visualización y el lenguaje de la figura como mediadora de la solución.
- Modo analítico-aritmético (AA)
 Los y las alumnos encuentran patrones de formación en el dibujo de las baldosas, obteniendo así rápidamente la cantidad total utilizando razonamientos aritméticos para su solución.
- Modo analítico-estructural (AE)
 Este modo de pensamiento hace referencia al saber sabio, relacionándose con las propiedades de las figuras geométricas y sus fórmulas, obteniendo registro de este pensamiento mayormente en la tarea matemática "desafío".

CONTEXTUALIZACIÓN

El establecimiento que se utiliza para realizar la investigación, corresponde a una escuela particular subvencionada clasificada dentro del grupo socioeconómico medio bajo, ubicada en la comuna de San Bernardo en la región metropolitana. La escuela Teresiana de San José perteneciente al instituto de hermanas Carmelitas Santa Teresa de Jesús comprende una matrícula aproximada de 1.086 alumnos siendo el promedio de ellos por curso aprox de 33 estudiantes. El pago de los apoderados es nulo ya que tiene un índice de vulnerabilidad aproximado del 85% sustentado con el convenio de subvención escolar preferencial y otros. Mantiene puntajes del SIMCE aproximadamente entre los 220 puntos y los 240.

INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN

Para el Estudio de Clases propuesto se consideró como imstrumento de recolección de datos la observación, una guía de trabajo, fotografías y un video para registrar los momentos y desenvolvimiento de la clase, los registros audiovisuales y fotograficos contemplan tanto el desarrollo genereal de ésta como así también el desarrollo de los equipos de trabajos.

Además al revisar los documentos completados por los alumnos se realiza una técnica indirecta bajo sus registros para poder realizar las categorizaciones de sus modos de pensamiento.

Actividad

Los alumnos se reúnen en equipos de trabajo de no más 6 integrantes, formando 7 grupos en total. Cada grupo recibe una cartulina rectangular (distinta para cada equipo según la habitación), un cuadrado de 3 x 3 cm, que representará a la baldosa con la que deberá embaldosar (unidad cuadrada) y una hoja de registro.

Equipo 1 recibe una superficie de 2 u x 11 u; Equipo 2 recibe una superficie de 3 u x 18 u; Equipo 3 recibe una superficie 5 u x 5 u; Equipo 4 recibe una superficie 9 u x 7 u; Equipo 5 recibe una superficie 10 u x 8 u; Equipo 6 recibe una superficie 10 u x 10 u; Y el equipo 7 recibe una superficie 15 u x 3 u.

Se comenta al curso que la superficie entregada representa la habitación que deben cubrir con baldosas y el cuadrado de 3u x 3u representa la baldosa, y que deben ser libres de utilizar el material para poder obtener la cantidad de baldosas que necesitan.



Hoja de registro resumida

- a) ¿Cuál fue la primera estrategia que pensaron? Expliquen
- b) ¿Todos estuvieron de acuerdo con la primera estrategia planteada? ¿Por qué?
- c) ¿Creen que existen otras estrategias para llegar a la respuesta? ¿Por qué?
- d) Si tuvieran que embaldosar el patio central del colegio, que tiene forma rectangular, ¿creen que la estrategia que encontraron facilita el cálculo de las baldosas que se deben utilizar? Justifica
- e) ¿Qué expresión permite fácilmente calcular la cantidad de baldosas que se utilizarán?

Al observar el desarrollo de los grupos se organizarán para exponer sus estrategias en un plenario de 25 min aproximadamente desde la contabilidad de cuadriculas (baldosas) en la superficie entregada, hasta los equipos de trabajo que utilizan la estrategia de la multiplicación del ancho y largo para su rápido cálculo.



Luego del plenario, se hace entrega de un desafío que no durará más de 20 min, el cual corresponde a una superficie "patio" en L que la señora María también debe embaldosar, y los alumnos deben calcular la cantidad de baldosas necesarias para ello. En este caso la superficie entregada a los equipos es igual para todos.



Para el cierre de la clase se toman 10 min aprox y se enfatiza en la resolución de las tareas matemáticas propuestas y descritas anteriormente, respondiendo los estudiantes a partir de sus producciones

¿Logran los estudiantes determinar que al utilizar la multiplicación, para saber la cantidad total de baldosas, encuentran el área?

¿Logran los estudiantes determinar que al descomponer la figura en dos rectángulos y utilizar la multiplicación, pueden saber la cantidad total de baldosas?

¿Logran los estudiantes asociar el cálculo de área a su significado?

Plan de clases

Actividad de aprendizaje	Intervención docente	Evaluación de la marcha de la clase	Tareas matemáticas
Inicio de la clase			
0. Escuchan las indicaciones generales de la clase.	O. Da a conocer las indicaciones generales de la clase.	0. ¿Reconocen las normas de conducta a respetar?	
1. Presentación del objetivo de la clase: "Identificar	1. Da a conocer el objetivo de la clase.	1.Comprenden el objetivo a trabajar	

estrategias de medición en			
superficiesre ctangulares"			
2. Identifican la imagen de un embaldosado y responden a la pregunta: ¿Qué es un embaldosado ? ¿Qué característica s tiene?	2. Contextualiza con la proyección de una superficie embaldosada de una sala de clases. Realiza preguntas orientadoras respecto al concepto de embaldosado.	2. ¿Los estudiantes se interesan en observar la imagen presentada? ¿Los estudiantes buscan reconocen las características de un embaldosado?	
	Posibles respuestas	10 minutos	
	de los estudiantes:		
	Una superficie plana formada con baldosas. Las baldosas se ubican una al lado de otra, sin sobreponerse y sin dejar espacio entre una y otra.		
	Se registran las respuestas en la pizarra.		

Desarrollo de la tarea 3. Planteamient o del problema "Ayudemos a la señora María a embaldosar su residencia"	3. Da a conocer la tarea a los estudiantes.	3. ¿Muestran interés por el problema? ¿Comprenden el problema a resolver? ¿Comunican posibles estrategias para enfrentar el problema?	La señora María es dueña de una residencia y desea embaldosar todas las habitaciones. Considerando que todas las baldosas son cuadradas y de igual tamaño, ¿cuántas baldosas se necesitan para cubrir toda la superficie? ¿Qué expresiónpermite calcular la cantidad de baldosasse utilizarán?
4. Los estudiantes se reúnen en grupos de 4. Cada grupo recibe una cartulina rectangular (distinta para cada grupo según la habitación), un cuadrado de 3 x 3 cm, que representará a la baldosa con la que deberá embaldosar (unidad cuadrada) y una hoja de registro.	4. Entrega los siguientes materiales a cada grupo: 1 cartulina rectangular que representa la superficie de una habitación. 1 unidad cuadrada (u) (cuadrado de 3 x 3 cm) 1 hoja de registro Se consideran las siguientes dimensiones de cartulina: 2 x 11 u; 3 x 18 u; 5 x 5 u; 9 x 7 u; 10 x 8 u; 10 x 10 u; 15 x 3 u. (anexo 1).		c) ¿Creen que existem otras estrategias para llegar a la respuesa? ¿Por que? d) Si travieran que embaldosar el pasio central del colegio, que tiene forma rectangular. ¿creen que la estrategia que encontraron facilita el calculo de las baldosas que se deben utilizar? Justifica e) ¿Qué expresión matemática permite calcular la cantidad de baldosas que se utilizaria? e) ¿Quál fue la primera estrategia que pensaron? Expliquen b) ¿Cuál fue la primera estrategia que pensaron? Expliquen b) ¿Todos estravieron de acuerdo con la primera estrategia planteada? ¿por que?

La hoja de registro que deberán completar las y los estudiantes.	Comenta al curso que la cartulina es la superficie que deben cubrir, y el cuadrado, que representa al tipo de baldosa a utilizar, es de libre manipulación, es decir, que ellos deben encontrar la mejor forma de utilizarla para ayudarles a resolver el problema planteado. Entrega hoja de registro para sondear las respuestas de los estudiantes (anexo 2).		
5. En grupos resuelven la tarea, determinand o una estrategias de resolución. Posibles estrategias: Correctas: 1) Ubican la unidad	5. Observa las estrategias de los estudiantes a medida que trabajan. Basado en la observación, selecciona a los estudiantes que presentarán sus estrategias en la pizarra.	5. ¿Son capaces los estudiantes de comunicar sus propias ideas? ¿Los miembros de los grupos participan activamente? ¿Cuáles son las principales estrategias de resolución de los estudiantes? ¿Se utiliza alguna	

cuadrada, y comienzan a marcarla en la cartulina, una al lado de otra, sin sobreponerla . Realizan este procedimient o hasta completar la cartulina. Cuentan las unidades cuadradas marcadas. 2) Ubican la unidad cuadrada y marcan, sin sobreponer, una fila y una columna. Cuentan cuántas unidades cuadradas hay por fila y la suman según la cantidad que hay por columnas, y viceversa. 3) Ubican la unidad cuadrada y marcan, sin	estrategia que no haya estado contemplada? ¿Cuál es el andamiaje que necesitan para poder resolver el problema? ¿Se identifican errores comunes en las estrategias empleadas por los grupos? ¿Cuáles son estos errores?	

	T	
columna. Cuentan cuántas unidades cuadradas hay por fila y por columnas y multiplican ambas cantidades (respuesta experta).		
Incorrectas: 4) Dibujan en la cartulina las unidades cuadradas sobre poniéndolas unas con otras. 5) Dibujan en la cartulinas las unidades cuadradas sin yuxtaponer. Consideran los valores de los lados del cuadrado para realizar la multiplicació n.	En caso de que las estrategias utilizadas sean incorrectas, realiza las siguientes devoluciones: La estrategia encontrada, ¿cumple con las características de un embaldosado? ¿Se logra embaldosar toda la superficie? El resultado te parece lógico y coherente	

Trabajo en la pizarra 6. Cada	6. Inicia una	6. ¿Logran los	Unidet controls (3 x 3 ws)
grupo expone la estrategia utilizada para el cálculo de las baldosas en la superficie entregada. Identifican que existe más de una estrategia de resolución. Responden a la pregunta:	puesta en común de las estrategias elaboradas, en el siguiente orden: 1) los que consideran estrategias de sumas: conteo uno a uno. 2) los que consideran estrategias de sumas: conteo en agrupaciones. 3) los que consideran como estrategia la	estudiantes determinar que al utilizar la multiplicación, para saber la cantidad total de baldosas, encuentran el área? ¿Logran los estudiantes asociar el cálculo de área a su significado?	10 x 8 u 10 x 10 u
Si tuvieran que embaldosar el patio central del colegio, que tiene forma rectangular, ¿creen que su estrategia facilita el cálculo de las baldosas que se deben utilizar? ¿Por qué? Responden a la pregunta: ¿Cuál es la expresión	multiplicación. Responden a la pregunta nº4 de la ficha de trabajo. Se debe mediar la discusión con el fin de reconocer que el uso de la multiplicación de filas por columnas es la estrategia más pertinente para la resolución a la pregunta planteada. Guia la discusión para formular la	15 minutos	

matemática que permite calcular la cantidad de baldosas que se utilizarán?	expresión matemática.		
Formulan la expresión matemática: largo x ancho.			
7.Planteamie nto del nuevo problema: La señora María, además quiere embaldosar el patio de su residencia con las mismas baldosas anteriores. ¿Cuántas baldosas utilizará?	7. Da a conocer la nueva tarea a los estudiantes. Entrega la superficie que representa el patio de la señora María, la cual corresponde la misma superficie para todos los grupos.	7. ¿Son capaces los estudiantes de comunicar sus propias ideas? ¿Los miembros de los grupos participan activamente? ¿Cuáles son las principales estrategias de resolución de los estudiantes? ¿Se utiliza alguna estrategia que no haya estado contemplada?	La señora María, además quiere embaldosar el patio de su residencia con las mismas baldosas anteriores. ¿Cuántas baldosas utilizará?
8. Dan a conocer estrategias elaboradas, reconociendo la importancia de la descomposici	8. Guía la puesta en común respecto a la estrategia para obtener la cantidad de baldosas que se necesita. Recalca la necesidad de	8. ¿Logran los estudiantes determinar que al descomponer la figura en dos rectángulos y utilizar la multiplicación, pueden saber la	

ón de la figura en dos rectángulos y la utilidad de la expresión que permite calcular el área en rectángulos elaborada anteriorment e.	descomponer la figura en dos rectángulos y la utilidad de la expresión expresión que permite calcular el área en rectángulos elaborada para encontrar la nueva cantidad de baldosas.	cantidad total de baldosas? ¿Logran los estudiantes asociar el cálculo de área a su significado? 25 minutos	
Cierre de la clase 9. Reconocen la conexión de la multiplicació n (filas por columnas) con el cálculo de la medida de superficies rectangulare s. Identifican que para calcular el área de rectángulos deben multiplicar el largo por el ancho de la figura.	9. Enfatiza que para resolver la tarea, debieron buscar una estrategia que permita calcular el área de la figura rectangular, donde pese a que todos los grupos trabajaron con distintos rectángulos, existe una única expresión matemática que permite encontrar la cantidad e baldosas utilizadas. Por lo tanto, esta expresión	9. ¿Respetan las normas de comportamiento? ¿Se cumple el objetivo de la clase? ¿Se cumple el tiempo planificado?	

permite encontrar el área de un rectángulo.	

PIZARRA		
		Fecha:
Objetivo: "Identificar estrategias de medición en superficies	Estrategias de los alumnos: Unidad cuadrada:	Conclusiones de la clase
rectangulares" Pregunta de la clase:		Si multiplicamos la cantidad de unidades cuadradas dispuestas
¿Cuántas baldosas se necesitan para cubrir toda la superficie?	2 x 11 u	por filas y columnas, obtendremos la cantidad total de baldosas que cubren una superficie.
¿Cuál es la expresión matemática que permite calcular la cantidad de baldosas que se emplearán?		2 u x 11 u = 22 u ² Área = base x altura

Análisis a posteriori

Tarea 1

Antes de presentar la primera tarea se realiza una lluvia de ideas guiada respondiendo a las preguntas ¿Qué es un embaldosado? ¿Qué características tiene?, respondiendo los estudiantes con limpiar, una maceta, un piso con baldosas, la decoración. Para lo que la docente aúna criterios diciendo que un embaldosado es una superficie que tiene baldosas, y luego pregunta que es una superficie una mesa, algo hondo, algo que está afuera, algo plano, algo que está arriba, por lo que resolvemos con "un tipo de superficie plano" para así poder resolver al problema inicial.

Antes de la primera tarea del plan de clases, los alumnos se organizan en equipos de trabajo con un máximo de 6 alumnos, para entregar la "habitación" y "baldosa" con el material concreto en mano.



La primera estrategia observada es que los y las alumnos ponen la baldosa en la superficie y las dibujan para sacar la cuenta de la totalidad.

La segunda estrategia observada es que los y las alumnos calculan la cantidad de baldosas que se necesitan en el largo de la superficie rectangular para luego marcar el ancho e ir realizando una suma iterada para saber el total.

La tercera estrategia utilizada es dibujar las baldosas del largo y las baldosas del ancho para posteriormente multiplicarlas (respuesta experta).

Estrategia 1:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40

4 de los 7 grupos de estudiantes dibujan y contabilizan baldosa por baldosa para así calcular el total, en este registro se utiliza el modo de pensamiento sintético geométrico.

Estrategia 2:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2									
3									
4									

2 de los 7 grupos de estudiantes dibujan solo el ancho de la superficies con baldosas y esa cantidad la van sumando dependiendo del largo, ejemplo en este caso

10 + 10 + 10 + 10 lo que le entrega la totalidad de baldosas, en este registro utilizan el modo de pensamiento analítico aritmético para resolver.

Estrategia 3:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2									
3									
4									

1 de los 7 grupos de estudiantes dibujan las baldosas correspondientes al ancho y largo para realizar inmediatamente la multiplicación, este registromanifiesta el modo de pensamiento aritmético.

Se realiza un plenario con las estrategias de trabajo, con un orden predeterminado desde la estrategia más simple como el conteo, hasta la más compleja que sería la respuesta experta con la multiplicación de la cantidad de filas por columna.

Tarea 2

La segunda tarea corresponde al desafío, se entrega una cartulina que simula el patio del lugar y deben responder las mismas preguntas anteriores, la primera estrategia observada en algunos grupos es la misma utilizada anteriormente, marcar todas las baldosas en la superficie, la segunda estrategia utilizada es dividir "el patio" en dos figuras conocidas para calcular a través de la multiplicación del largo por el ancho la cantidad total de baldosas, una tercera estrategia fue superponer "la habitación" en el patio para así ahorrar la cantidad de baldosas a contar y una cuarta estrategia que se observó en los alumnos fue completar el patio en forma de L realizando un cuadrado y restando las baldosas sobrantes.

Estrategia 1:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55					
56	57	58	59	60	61	62					
63	64	65	66	67	68	69]				
70	71	72	73	74	75	76	1				

Dibujar y contabilizar baldosa por baldosa para así calcular el total, en este registro se utiliza el modo de pensamiento sintético geométrico.

Estrategia 2:

1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5
2							2				
3							3				
4							4				
5											
6							(7 x	(8) +	(5 x 4	4) =	
7							56	+ 20	= 76		
8											

O También

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2											
3											
4											
1	2	3	4	5	6	7					
2									(7 x	4) =	
3							48 +	28 =	76		

Descomponen las figuras en rectángulos, dibujan las baldosas correspondientes al ancho y largo de cada una para realizar inmediatamente la multiplicación, este registro, si bien manifiesta el modo de pensamiento aritmético es el mas cercano al saber sabio relacionándose con las propiedades de la figura.

Estrategia 3:

Si bien esta estrategia no pudo ser utilizada por todos, un grupo lo hizo, mostrando un registro de modo de pensamiento analítico aritmético, realizando procedimientos de las propiedades en la congruencia de figuras geométricas.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2											
3											
					1	2	1	2	3	4	5
					2			•			
		25 ba	aldosa	as	3		25+	(12 x	3)+(2 x 5)	+5
				·	4		= 25	+ 36	+ 10	+ 5	
				·	5		= 76	•			

¿Logran los estudiantes asociar el cálculo de área a su significado?

Estrategia 4:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2											
3											
4											
5							1	2	3	4	5
6							2				
7							3				
8						·	4				

41

Entonces $(12 \times 8) - (5 \times 4) = 96 - 20 = 76$

El registro de esta tarea matemática muestra claramente un entendimiento de las propiedades de las figuras rectangulares planas y su superficie, poniendo en juego el modo de pensamiento analítico aritmético.

Se realiza un plenario final de la actividad felicitando primero que todo la actitud favorable de aprendizaje, sus estrategias y resoluciones planteadas y propuestas, cada grupo pasa a la pizarra a mostrar sus estrategias de desarrollo luego se lee el objetivo "Identificar estrategias de medición en superficies rectangulares" y se consulta por su aprendizaje a lo que se recibe una respuesta favorable y satisfecha.

Los alumnos realizan distintas estrategias, correspondientes a las posibles respuestas, las cuales podríamos agrupar en:

Modo Sintético - Analítico

SG (sintético-geométrico) - AA (analítico-aritmético) - AE analítico-estructural

Por lo general los alumnos(as), posterior a la entrega de material, comenzaron a dibujar las baldosas en la superficie, encontrando en ocasiones patrones de formación para obtener la respuesta de la cantidad rápidamente: realizando así un proceso sintético geométrico del pensamiento.

El objeto matemático en cuestión, está mayoritariamente definido en el sistema educacional a través del algoritmo, y su cálculo, omitiendo razonamientos analíticos – aritméticos. De los cuales podemos facilitar su comprensión y posterior sistematización.

La respuesta que se dio por los estudiantes y que no fue analizada en el a priori es la siguiente:

Debían determinar el área de una superficie de 10 u x 8 u, a la cual indican que es 164, se pide el desarrollo de la misma que sería 10 x 10 \pm 8 x 8, encuentran el patrón de la multiplicación pero primero suman dos veces la base y lo mismo hacen con la altura, se pide volver a realizar el calculo pero no a través del proceso AA sino más bien del SG, luego de varios intentos logran entender que la respuesta era 80 u 2 y que la forma de realizar la multiplicación es base por altura.

Finalmente, se propone mejorar la utilización de la pizarra, evitar la descontextualización del problema con una imagen "sucia" de una habitación ornamenteada y además embaldosada, cambiandose está por una imagen "limpia" de solo baldosas, para así poner enfásis al inicio de la clase con la lluvia de ideas para afianzar conceptos y así permitir una mejor resolución de la tarea matemática. Al inicio de la actividad se realiza la pregunta ¿qué es un embaldosado?, los alumnos contestan lo que ven en la imagen de apoyo llegando a la conclusión que es una superficie que tiene baldosas, luego se les pregunta ¿qué es una superficie?, pregunta que no estaba en el plan de clases y se agrega a la mejora de la tercera clase. Mencionan características de las baldosas y sus formas, luego de ello se les pide ayudar a la Sra María, para embaldosar una superficie con una baldosa ejemplificadora que se entregará.

Todos los alumnos del grupo curso logran desarrollar la actividad con diferentes estrategias, por lo cual se van observando para designar número de exposición para el primer plenario, de tal forma que sean expuestas de manera progresiva, desde el conteo hasta la utilización de la respuesta experta.

Luego de la exposición de los grupos, se realiza la nueva actividad "El patio de la señora María" como un "desafío", cuya actividad es de mayor complejidad, donde se ponen en juego los conocimientos recién adquiridos por las y los alumnos. Esta actividad, consiste en calcular la cantidad de baldosas que tiene una figura compuesta, la cual fue desarrollada por los alumnos, con estrategias parecidas a su resolución anterior, sin mancomunar la respuesta experta, pero llegando a la solución. Cabe destacar, que en la primera clase realizada, todos los alumnos logran determinar que para calcular la cantidad de baldosas a utilizar, deben descomponer la figura en dos rectángulos, donde tras calcular sus áreas, las suman para obtener la cantidad de baldosas totales de la superficie

Dentro de las mejoras que se realizaron en la clase fue incorporar una pregunta al inicio de la clase ¿qué es una superficie?, luego de leer el objetivo. Frente a esta pregunta los alumnos comienzan a divagar, respondiendo: la base, arriba de abajo, debajo de la figura, algo que no tiene fondo, lo que sostiene una figura, lo de arriba y lo de abajo a la vez. Al no lograr la asertividad de los alumnos, la clase se extiende más de lo presupuestado, y se debe dirigir las conclusiones de los alumnos, comprendiendo que la superficie es lo que cubre una región, para continuar con la tarea matemática.

La necesidad de parafrasear las respuestas de los alumnos, surge a partir de la puesta en común de la clase frente al grupo de Magíster de DDM, con el fin de que los alumnos conozcan lo que dicen sus compañeros y así logren mantener la atención del grupo en la clase.

Por último, se incorpora registrar en la pizarra, las conclusiones de los distintos grupos en el plenario, con un orden predeterminado (desde la estrategia más simple: conteo, hasta la más compleja: la multiplicación de la cantidad de filas por columnas). Al registrar las conclusiones en la pizarra, los alumnos visualizan las distintas estrategias, tomando una postura en su elección, logrando institucionalizar a partir de sus propias respuestas.

Las tareas matemáticas y ejercicios propuestos fueron pensados y mejorados para poder realizar un desarrollo libre de pensamiento por cada alumno y así poder lograr una significación al concepto de área. Por lo general los alumnos, posterior a la entrega de material, comenzaron a dibujar las baldosas en la superficie, encontrando en ocasiones patrones de formación para obtener la respuesta de la cantidad rápidamente: realizando así un proceso sintético del pensamiento.

Se observan mayoritariamente una similitud entre las estrategias abordadas por las y los alumnos y las analizadas por las docentes, realizando algunas modificaciones en las devoluciones para obtener un mayor trabajo por parte del estudiantado, por otra parte alegremente apareció una estrategia no pensada por las docentes y realizada por los alumnos, como lo es la estrategia número 4 de la tarea matemática número 2, por lo que se realiza una mejora del plan de clases con esta nueva estrategia para la implementación número 3, dejando de manifiesto el favorable manejo de la significación del área a través del tránsito entre los modos de pensamiento de los alumnos.

SECUENCIA DIDÁCTICA

Clase 2 : Estimar y calcular áreas de figuras 2D.

Análisis a priori

Respuesta experta

 Consideran las instrucciones, calculan y/o estiman áreas según 4 caracteristicas dadas. Área del triángulo 16 unidades y del círculo 14 unidades.

Posibles estrategias:

- Realizan traslaciones de regiones de las figuras para formar cuadrados.
- Agrupan áreas desconocidas para formar cuadrados.

Devoluciones

- ¿Utilizaron correctamente las mediciones de áreas entregadas al inicio?
 - o 1 unidad cuadrada
 - o 1/2 unidad cuadrada
 - o Mayor que ½ unidad cuadrada y menor a la unidad cuadrada
 - Menor que ½ unidad cuadrada
- ¿Decidieron correctamente las mayores y menores a la mitad de las áreas?

Posibles errores:

- No consideran las áreas iniciales, y agrupan de manera incorrecta.

Plan de clases

Actividad de aprendizaje	Intervención docente	Evaluación de la marcha de la clase	Tareas matemáticas
Inicio de la clase			
0. Escuchan las indicaciones generales de la clase.	O. Da a conocer las indicaciones generales de la clase.	0. ¿Reconocen las normas de conducta a respetar?	
1. Presentación del objetivo de la clase: "Estimar y calcular áreas de figuras"	1. Da a conocer el objetivo de la clase.	1.Comprenden el objetivo a trabajar	
2. Comprenden la estimación como un proceso de aproximación en la medición de áreas.	2. Contextualiza la estimación con la aproximación. Realiza preguntas orientadoras respecto al concepto de estimación de área, como ¿cómo calcularíamos el área de una figura no rectangular? ¿Cómo calcularían el área de un triángulo?	2. ¿Los estudiantes se interesan en observar la imagen presentada? ¿Los estudiantes buscan solución a la pregunta? 15 minutos	

	¿Se podrá calcular el área de un círculo?		
	Posibles respuestas de los estudiantes:		
	- Reconocer el área - Calcular el área - Aproximar la medida del área		
Desarrollo de la tarea			
3. Planteamient o del problema número 1	3. Da a conocer la tarea número 1	3. ¿Muestran interés por el problema?	Considerando que
4. Los estudiantes reciben las figuras en la primera guía de trabajo y la resuelven en parejas de mesa.	4. Entrega guía 1	4. ¿Comprenden el problema a resolver?	Puesta en común Audos contar los jour forman el rollegulo y el cludo. 1 5 0 5 0 1 2 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
5. En grupos resuelven la tarea, determinand o una estrategias de	5. Observación de grupos. Resolución guía 1	5. ¿Debaten la resolución? ¿Comunican posibles estrategias para enfrentar el problema?	

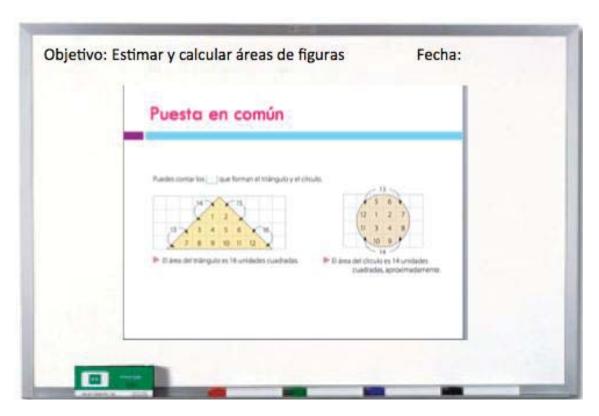
Posibles estrategias: (Correctas: 1) Consideran las instrucciones y calculan áreas según 4 caracterstica s dadas. Årea del triángulo 16 unidades y del circulo 14 unidades (respuesta experta). Incorrectas: 2) Los estudiantes considerande manera erronea las areas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 En caso de que las estrategias utilizadas sean incorrectas, realiza las siquientes devoluciones: ¿Utilizaron las areas entregadas al inicio? ¿Decidieron correctamente las áreas mayores y menores a la mitad? ¿están todas las regiones contabilizadas? 15 minutos 15 minutos 15 minutos 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema. Phoro la coyudardal laterea número ayudar en la resolución del problema. Figure 1 Pigure 1				
Posibles estrategias: Correctas: 1)	resolución.	-		
estrategias: Correctas: 1) consideran las instrucciones y calculan areas entregadas al inicio? Areas según 4 caracterstica s dadas. Area del triángulo 16 unidades y checificrolo 14 unidades (respuesta experta). Incorrectas: 2) Los estudiantes considerande manera erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 incorrectas: 2, Utilizaron las áreas entregadas al inicio? 2, Decidieron correctamente las áreas mayores y menores a la mitad? 2, Están todas las regiones contabilizadas? 15 minutos 15 minutos 15 minutos 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.				
Correctas: 1)				
Siguientes devoluciones: ¿Utilizaron las instrucciones y calculan áreas según 4 Caracterstica s dadas. Área del triángulo 16 unidades y del círculo 14 unidades (respuesta experta). Incorrectas : 2) Los estudiantes considerande manera erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 siguientes devoluciones: ¿Utilizaron las áreas entregadas al inicio? ¿Decidieron correctamente las áreas mayores y menores a la mitad? ¿están todas las regiones contabilizadas? 15 minutos 15 minutos 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema Figure 1	_			
Consideran las instrucciones y calculan áreas según 4				
las instrucciones y calculan áreas según 4		_		
instrucciones y calculan áreas según 4 Correctamente las áreas mayores y menores a la mitad? ¿están todas las regiones (respuesta experta). Incorrectas: 2) Los estudiantes considerande manera erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Da a conocer la tarea número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.	Consideran	devoluciones:		
al inicio? ¿Decidieron correctamente las áreas s dadas. Area del triángulo 16 unidades y del círculo 14 unidades (respuesta experta). Incorrectas : 2) Los estudiantes considerande manera erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 al inicio? ¿Decidieron correctamente las áreas mayores y menores a la mitad? ¿están todas las regiones contabilizadas? 15 minutos 15 minutos 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.				
åreas según 4 caracterstica s dadas. Årea del triángulo 16 unidades y del circulo 14 unidades (respuesta experta). Incorrectas: 2) Los estudiantes considerande manera erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Da a conocer la tarea número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.				
dadas. Area del triángulo 16 unidades y del círculo 14 unidades (respuesta experta). Incorrectas: 2) Los estudiantes considerande manera erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Da a conocer la tarea número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.	_			
caracterstica s dadas. Área del triángulo 16 unidades y del círculo 14 unidades (respuesta experta). Incorrectas: 2) Los estudiantes considerande manera erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Da a conocer la tarea número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.	_	_		
s dadas. Área del triángulo 16 unidades y del círculo 14 unidades (respuesta experta). Incorrectas: 2) Los estudiantes considerande manera erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 mayores y menores a la mitad? ¿están todas las regiones contabilizadas? 15 minutos 15 minutos 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema. Figura 1				
Area del triángulo 16 unidades y del círculo 14 unidades (respuesta experta). Incorrectas: 2) Los estudiantes considerande manera erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Da a conocer la tarea número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.				
triángulo 16 unidades y del círculo 14 unidades (respuesta experta). Incorrectas : 2) Los estudiantes considerande manera erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 mitad? ¿están todas las regiones contabilizadas? 15 minutos 15 minutos 15 minutos 15 minutos 15 minutos 15 minutos				
unidades y del círculo 14 unidades (respuesta experta). Incorrectas: 2) Los estudiantes considerande manera erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Da a conocer la tarea número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.				
del círculo 14 unidades (respuesta experta). Incorrectas : 2) Los estudiantes considerande manera erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 figura 13 minutos 13 minutos 14 unidades (respuesta contabilizadas? 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.	_			
unidades (respuesta experta). Incorrectas: 2) Los estudiantes considerande manera erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.		_	15 minutos	
(respuesta experta). Incorrectas: 2) Los estudiantes considerande manera erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.		_		
Incorrectas: 2) Los estudiantes considerande manera erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Da a conocer la tarea número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.		contabilizadas?		
Incorrectas: 2) Los estudiantes considerande manera erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Da a conocer la tarea número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.	· ·			
2) Los estudiantes considerande manera erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Da a conocer la tarea número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.	experta).			
2) Los estudiantes considerande manera erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Da a conocer la tarea número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.	Theorem			
estudiantes considerande manera erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Da a conocer la tarea número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.	incorrectas			
estudiantes considerande manera erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Da a conocer la tarea número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.	2) 00			
considerande manera erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Da a conocer la tarea número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.	· '			
manera erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.				
erronea las áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Da a conocer la tarea número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.				
 áreas iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Da a conocer la tarea número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema. interés por ayudar en la resolución del problema. 				
iniciales agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Da a conocer la tarea número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.				
agrupan de manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Da a conocer la tarea número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.				
manera incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Da a conocer la tarea número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema. Figura 1 Figura 1				
incorrecta las regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Da a conocer la tarea número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema. Figura 1 Figura 1	•			
regiones de la figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Da a conocer la tarea número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.				
Ia figura. 6. Planteamie nto del problema número 2 6. Da a conocer la tarea número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.				
6. Planteamie nto del problema número 2 6. Da a conocer la tarea número 2 6. Muestran interés por ayudar en la resolución del problema.	_			
nto del problema número 2 la tarea número 2 interés por ayudar en la resolución del problema.	Tid riguid.			
nto del problema número 2 la tarea número ayudar en la resolución del problema.	1	1	6 Muestran	
problema número 2 ayudar en la resolución del problema. Figura 1	6.Planteamie	L6. Da a conocer	o. Muestran	àAhora la ayudarás2
número 2 resolución del problema.				_
problema.	nto del	la tarea número	interés por	_
	nto del problema	la tarea número	interés por ayudar en la	Estima y/o calcula el área de las figuras
	nto del problema	la tarea número	interés por ayudar en la resolución del	Estima y/o calcula el área de las figuras
	nto del problema	la tarea número	interés por ayudar en la resolución del	Estima y/o calcula el área de las figuras

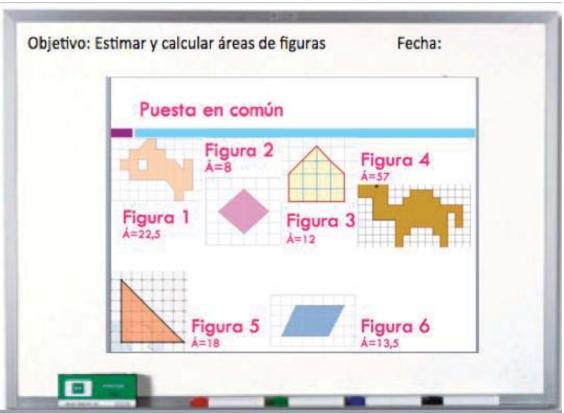
7. Los estudiantes reciben las 6 figuras para resolver en parejas de mesa.	7. Entrega guía 2	¿Muestran interés por el problema?	Figura 3
8. En grupos resuelven la tarea, determinand o una estrategias de resolución.	8. Observación de grupos. Para organizar la salida a la pizarra	8. ¿Comprenden el problema a resolver? ¿Debaten la resolución?	Figura 4
Posibles estrategias: Correctas: 1) Consideran las instrucciones y estiman las áreas según las caracterstica s dadas.		¿Comunican posibles estrategias para enfrentar el problema?	Figura 5
Incorrectas: 2) No consideran las áreas iniciales, y agrupan de manera incorrecta.	En caso de que las estrategias utilizadas sean incorrectas, realiza las siguientes devoluciones: ¿Utilizaron las áreas entregadas al inicio? ¿Decidieron correctamente	20 minutos	

	las áreas mayores y menores a la mitad? ¿están todas las regiones contabilizadas?		
Trabajo en la pizarra			
9. Cada grupo expone la estrategia utilizada para el cálculo o estimación de las áreas.	9. Inicia una puesta en común de las estrategias elaboradas	9. ¿Logran los estudiantes determinar que al utilizar la traslación, favorece el calculo o estimación de área? ¿Logran los estudiantes asociar el cálculo de área a su significado? 10. ¿Son capaces los estudiantes de comunicar sus propias ideas? ¿Los miembros de los grupos participan activamente? ¿Cuáles son las principales estrategias de resolución de los estudiantes? ¿Se utiliza alguna estrategia que no	

		haya estado contemplada? 20 minutos	
Cierre de la clase 10. Reconocen el significado de área y sus posibles usos.	10. Enfatiza que para resolver la tarea, debieron pensar y tomar decisiones con respecto a las áreas dadas al inicio y asi les permitiera estimar las áreas de las figuras.	10. ¿Respetan las normas de comportamiento? ¿Se cumple el objetivo de la clase? ¿Se cumple el tiempo planificado?	Cierre ¿Cómo explicarías con tus palabras el significado de área? ÉPara que es posible utilizar el área en la vida cotidiana?
		10 minutos	

Plan de clases: Pizarra





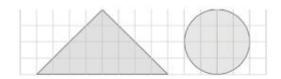
Guías de trabajo

1)

Considerando que



¿Cuál es el área estimada?



2)

Guia 2 (clase 2) Estimación y/o calculo de área

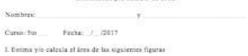


FIGURA	ÁREA
-thy	
*	

Clase 3: Estimar la superficie que ocupan las figuras bidimensionales.

Análisis a priori

Respuesta experta

- Desarman el cuadro y forman el cuadrado para calcular su área.

Posibles estrategias:

- Cuadriculan la imagen y logran obtener el área del cuadro.
- Calculan el área de cada figura y luego la suman para obtener el área total.
- Desarman el cuadro y forman el rectangulo para calcular su área.

Devoluciones

- Cuadriculaste la imagen de forma adecuada, todos los cuadrados iguales.
- Podrías formar alguna figura conocida con las figuras geometricas del cuadro.
- En caso de no encontrar solución se entregará otro cuadro al grupo para poder observar similitudes y llegar a la respuesta experta.

Posibles errores:

- Cuadriculan la imagen sin poder obtener la respuesta.
- No logran cuadricular.

Plan de clases

Actividad de aprendizaje	Intervención docente	Evaluación de la marcha de la clase	Tareas matemáticas
Inicio de la clase			
0. Escuchan las indicaciones generales de la clase.	O. Da a conocer las indicaciones generales de la clase.	O. ¿Reconocen las normas de conducta a respetar?	
1. Presentación del objetivo de la clase: "obtener la medida de las superficies"	1. Da a conocer el objetivo de la clase.	1.¿comprenden el objetivo a trabajar?	
2. Comprenden que calcular la pintura necesaria para utilizar en una región corresponde al área de las figuras.	2. Contextualiza sobre superficie. Realiza preguntas orientadoras respecto al concepto de pintar una superficie. Posibles	2. ¿Los estudiantes se interesan en observar las imagenes presentadas? ¿Los estudiantes se interesan en dar respuesta a la problematica?	
	respuestas de los estudiantes: Un tarro. Una bolsa. Una caja de	15 minutos	

	I		I
	Se conversa y orientan las respuestas, con respecto al total de pintura y no a sus colores.		
Desarrollo de la tarea			
3. Planteamient o del problema 4. Los estudiantes se reúnen en grupos de 4. Cada grupo recibe una imagen de la clase anterior para caclular el área correspondie nte, y luego reciben una imagen correspondie nte al cuadro.	3. Da a conocer la tarea a los estudiantes. 4. Entrega las imágenes a los grupos. Comenta al curso sobre la importancia de resolver y recordar la clase anterior, sobre su libertad de desarrollo para encontrar la respuesta al problema.	3. ¿Muestran interés por el problema? ¿Resuelven correctamente el ejercicio de la clase anterior? ¿Comprenden el problema a resolver? ¿Comunican posibles estrategias para enfrentar el problema?	4. Calculan y/o estiman el área de una figura trabajada en la clase anterior por otro grupo. Se entrega un cuadro para calcular su área, en caso de tener dificultades el grupo se entregará una segunda imagen para i relacionando las figuras geométricas.
5. En grupos resuelven la tarea,	5. Observa las estrategias de los estudiantes a	5. ¿Son capaces los estudiantes de comunicar sus	

determinand o una estrategias de resolución.

Posibles estrategias: Correctas:

1) Cuadriculan la imagen y logran obtener el área del cuadro. 2) Calculan el área de cada figura y luego la suman para obtener el área total. 3) Desarman el cuadro y forman el cuadrado para calcular su área. (respuesta experta).

Incorrectas

:

4)
Cuadriculan
la imagen sin
poder
obtener la
respuesta.
5) Calculan
el área de

medida que trabajan.

Basado en la observación de desarrollo, selecciona a los estudiantes que presentarán sus estrategias en la pizarra.

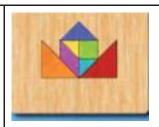
En caso de que las estrategias utilizadas sean incorrectas, realiza las siguientes devoluciones: Cuadriculaste la imagen de forma adecuada, todos los cuadrados iquales. Podrías formar alguna figura conocida con las figuras geometricas del cuadro. En caso de no encontrar solución se entregará otro cuadro al grupo para poder observar similitudes y llegar a la

respuesta

propias ideas? ¿Los miembros de los grupos participan activamente? ¿Cuáles son las principales estrategias de resolución de los estudiantes? ¿Se utiliza alguna estrategia que no haya estado contemplada? ¿Cuál es el andamiaje que necesitan para poder resolver el problema? ¿Se identifican errores comunes en las estrategias empleadas por los grupos? ¿Cuáles



son estos errores?

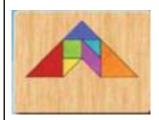














algunas figuras y no todas.	experta.		1
Trabajo en la pizarra			
6. Cada grupo expone la estrategia utilizada para el cálculo de la superficie del dibujo. Identifican que existe más de una estrategia de resolución. Responden a la pregunta: La composición y descomposición y descomposición de figuras ayuda al cálculo de área? ¿Por qué?	6. Inicia una puesta en común de las estrategias elaboradas, en el siguiente orden: 1) Cálculo de área por estimación. 2) Calculo de área por formación de cuadrados. 3) Cálculo de área por figuras separadas. 4) Cálculo de área por formación de cuadrado.	6. ¿Logran los estudiantes determinar que que el cálculo de área lo pueden realizar componiendo figuras? ¿Logran los estudiantes asociar el cálculo de área a su significado?	6 Presentan la estimación de áreas Cálculo de áreas a través de la composición y descomposició n de figuras.

Cierre de la clase			
9. Reconocen que la superficie utilizada con pintura, y el cuadro es una forma de trabajar el área. Demuestran que el cálculo de áreas se facilita con la composición y descomposici ón de figuras.	para resolver la tarea, debieron buscar una estrategia que permita calcular el área de la figura, donde pese a que todos los grupos trabajaron con distintas estrategias,	9. ¿Respetan las normas de comportamiento? ¿Se cumple el objetivo de la clase? ¿Se cumple el tiempo planificado?	

Plan de clases: Pizarra



Observaciones

Se visualiza entonces, que los objetivos de la secuencia de clases corresponden a:

Clase 1 : Identificar estrategias de medición en superficies rectangulares.

Clase 2 : Estimar y calcular el área de figuras.

Clase 3: Estimar la superficie que ocupan las figuras bidimensionales.

Estos objetivos pretenden tener una concordancia entre ellos para realizar un consolidado aprendizaje del objeto matemático área a través de la teoría Modos de Pensamiento. Ya que, Uno de los grandes beneficios que implica el aprender geometría, se debe a que ésta fue la primera rama de la matemática organizada a partir de elementos primitivos, axiomas, definiciones, teoremas, propiedades y corolarios. Ante esto, es importante considerar que la geometría ayuda a estimular y ejercitar habilidades de pensamiento y estrategias de resolución de problemas (Bressan, 2000).

Al proponer una actividad en la cual su enunciado diga "calcule el área de", por lo general los alumnos responden "hay que multiplicar" sin tener un entendimiento de la actividad o concepto, por otra parte cuando el enunciado dice "cuál es la superficie abarcada por...", generalmente los alumnos no logran asociar el enunciado al desarrollo del área, se encuentran casi domesticadas las actividades que dicen calcule el área de... y ellos lo realizan. Es por esta situación y queriendo ahondar en el desarrollo del conocimiento, que la actividad propuesta en el plan de clases procura realizar un *tránsito* entre los modos de pensamiento, por lo que se manifestará a continuación la adaptación realizada y su descripción.

Una primera forma de resolver el problema matemático propuesto, se asociaría al modo sintético geométrico, donde los alumnos pueden trabajar con la figura geométrica en sí y dibujar la unidad cuadrada sobre la superficie para luego proceder al conteo de cuadrículas totales para obtener la cantidad final de baldosas necesarias. En caso de que resuelvan así la situación planteada, los alumnos solo harían uso de la figura presente, no considerando sus características ni propiedades, lo que se encontraría bajo el modo de pensamiento sintético-geométrico. En este modo juega un rol importante observar las figuras.

Por supuesto que la forma en la cual se presente la situación matemática, influye en la resolución por parte del alumnado, así podríamos categorizar sus producciones gracias a los modos de pensamiento y obtener un esbozo de su pensamiento y por ende aprendizaje.

Esta secuencia didáctica desarrollada a través del Estudio de Clases pretende obtener beneficios tanto en la enseñanza del profesor como en el aprendizaje de los alumnos. Ya que, el Estudio de Clases es un asunto en el que se está poniendoatención en todo el mundo, hoy en día. Es un proceso mediante el cual los profesores se empeñan en mejorar progresivamente sus métodosde enseñanza, trabajando con otros profesores para examinarse y criticarsemutuamente las técnicas de enseñanza.

(Fernández y Yoshida, 2004, en Olfos, Estrella y Morales, 2015)

Dentro de los beneficios que proporciona un Estudio de Clases se encuentra, mejorar el desarrollo profesional y propone un trabajo colaborativo entre los docentes para

- formular objetivos en colaboración para el aprendizaje y el desarrollo a largo plazo de la población estudiantil.
- planear una lección a investigar, diseñada para llevar a la práctica tales objetivos.
- implementar la lección gestionada por un miembro del equipo, reuniendo evidencia sobre el aprendizaje y desarrollo del estudiantado
- reflexionar y discutir sobre las evidencias reunidas durante la clase, utilizándolas para mejorar la lección, la unidad de aprendizaje y de enseñanza.

(Olfos, Estrella y Morales, 2015).

CONCLUSIONES

El objeto matemático área ha sido utilizado desde años antes de cristo por los babilónicos y teniendo una evolución y uso hasta nuestros días, se hace esencial entonces, tener un entendimiento significativo del concepto, por lo cual se diseña esta secuencia de clases con el propósito de mejorar la enseñanza y aprendizaje del mismo.

El desarrollo de los alumnos arrojó que 5 de 7 equipos hicieron una relación lógica de embaldosar la superficie, observando así producciones de modo de pensamiento sintético geométrico en la tarea 1. Los dos grupos restantes tuvieron visualizaciones de trabajo del modo analítico aritmético, siendo uno de ellos de resolución errónea, debido a la omisión del modo de pensamiento sintético geométrico y causando dificultad en su resolución, luego de solicitar su devolución al modo SG comprendieron que la resolución aritmética es errónea y la corrigieron, mostrando así un tránsito entre los modos de pensamiento y logrando una mejora en su aprendizaje.

Las estrategias de resolución, suma por columnas o multiplicación de filas por columnas, son las que realizaron la gran mayoría de los alumnos diversificando las estrategias de manera sintética y/o analítica, desarrollando trabajos con resultados, casi en su mayoría con respuestas correctas, logrando así realizar una experiencia formativa de aprendizaje a través de su propia experiencia y cognición, favorecido por el tránsito entre los modos de pensamiento.

Finalmente los alumnos lograron analizar, cuestionar, reflexionar y asociar el área a su significado más que a una mera fórmula algebraica, debido al tránsito entre los modos de pensamiento propuesto por las actividades del Estudio de Clase.

REFERENCIAS

- Alfaro, S., Espinoza Y. y Cano, S., (2014). *Matemática Cuarto básico*. Ediciones Galileo. p. 216.
- Anacona, M. (2003). La historia de las matemáticas en la educación matemática. Revista Ema, 8(1), 30-46.
- Anders, V. et al. (2011-2017). *Etimología de región*. Recuperado de http://etimologias.dechile.net/?regio.n (25 de marzo de 2017)
- Anders, V. et al. (2011-2017). *Etimología de región*. Recuperado de http://etimologias.dechile.net/?superficie (25 de marzo de 2017)
- Barrantes Páez, N. (2013). Uso de algoritmos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales: una propuesta didáctica para estudiantes de ingeniería (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia).
- Batarce Y., Cáceres B., Kükenshöner C., (2013). *Matemática Quinto básico*. La Casa del Saber, tomo II. Ediciones Santillana. p. 155.
- Bressan, A. M., Bogisic, B., y Crego, K. (2000). Razones para enseñar geometría en la educación básica: mirar, construir, decir y pensar. Ediciones novedades educativas. Buenos Aires, Argentina.
- Burau, W., &Schoeneberg, B. (1973). Klein, Christian Felix. *Biographicaldictionary of mathematicians*, 1256-1259.
- Catalán D., Pérez B., Prieto C., Rupin P., (2016). *Matemática Octavo básico*. Ediciones SM. p. 207.
- Chamorro, M. (2001). Didáctica de las matemáticas. Pearson Educación. Madrid, España.
- Clemens, S. R., O'Daffer, P. G., y Cooney, T. J. (1998). *Geometría*. Pearson Educación.

- Dr Ho F., Kee G., Ramakrishnan Ch. (2017). *Matemática Quinto básico*. Ediciones Marshall Cavendish Education. p 135.
- Duque Navarro, J. H., & Maca Cortés, O. E. (2012). Análisis histórico y epistemológico de la noción de cuadratura en los libros I y II de los elementos de Euclides y su incidencia en el concepto de área en la educación básica.
- Hilbert, D., &Ackermann, W. (1950). *Principles of mathematicallogic* (Vol. 69). American Mathematical Soc.
- J JO'Connor and E F Robertson (1999). Euclides, Recuperado de http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Euclid.html el 01/07/2017
- J JO'Connor and E F Robertson (1999). Heron, Recuperado de http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Heron.html el 01/07/2017
- J JO'Connor and E F Robertson (1999). Pappus, Recuperado de http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Pappus.html el 01/07/2017
- J JO'Connor and E F Robertson (2014). René Descartes, Recuperado de http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Descartes.html el 01/07/2017
- Lebesgue, H. (1995). *La medida de las magnitudes*. Editorial Limusa S.A. de C.V. Impreso en México, D.F.
- Loyola P., (2013). *Matemática Quinto básico*. La Casa del Saber, tomo II. Ediciones Santillana. p. 232.
- Loyola P., (2013). *Matemática Sexto básico*. La Casa del Saber, tomo II. Ediciones Santillana. p. 258.
- Maldonado L., Castro C., (2017). *Matemática Sexto básico*. Ediciones Santillana. p. 198

- Martínez, S., Varas, M., (2013). Álgebra. Colección ReFIP: Recursos para la formación de profesores de Educación Básica. Editorial Ediciones SM Chile. Santiago. Chile.
- Merino, R., Muñoz, V., Pérez, B. y Rupin, P., (2015). *Matemática Séptimo básico*. Ediciones SM. p. 188.
- Pressiat. Α. évolution des (2002).Grandeurs et mesures: organisationsmathématiques de référence problèmes de et transposition. Dorier J.-L., Artaud M., Artigue M., Berthelot R., Floris R., Actes de la 11e Ecoled'Eté de Didactique des Mathématiques, Corps-21-30 Août, 2001, 283-297.
- Sánchez Pastor, A., &SigarretaAlmira, J. M. (2011). Estudio epistemológico de las geometrías no-euclidianas. Matemáticas: Enseñanza Universitaria, 19(2).
- Schneider-Gilot, M. (1988). Des objetsmentaux «aire» et «volume» aucalcul des primitives. Tesis doctoral. UniversitéCatholique de Louvain. Faculté des Sciences. Louvain La Neuve.
- Stewart, J (2007). *Calculo de una variable: Transcendentes* tempranas. 6^a. Edicion Cengage Learning.
- Reyes, C., Dissett L. y Gormaz R. (2013). Geometría. Colección ReFIP: Recursos para la formación de profesores de Educación Básica. Editorial Ediciones SM Chile. Santiago. Chile.
- Waerden. B.L. van der. (1983). Geometry and Algebra in Ancient Civilizations. Berlín. Alemania.

ANEXOS

Anexo 1. Objeto matemático en los Planes y Programas del Ministerio de Educación.

Curso	Objetivo de Aprendizaje / Aprendizaje Esperado	
Cuarto básico	OA: 23 Demostrar que comprende el concepto de área de un rectángulo y de un cuadrado: > reconociendo que el área de una superficie se mide en unidades cuadradas > seleccionando y justificando la elección de la unidad estandarizada (cm2 y m2) > determinando y registrando el área en cm2 y m2 en contextos cercanos > construyendo diferentes rectángulos para un área dada (cm2 y m2), para mostrar que distintos rectángulos pueden tener la misma área > usando software geométrico.	
Quinto Básico	OA 21: Diseñar y construir diferentes rectángulos, dados el perímetro, el área o ambos, y sacar conclusiones. OA 22: Calcular áreas de triángulos, de paralelogramos y de trapecios, y estimar áreas de figuras irregulares aplicando las siguientes estrategias: > conteo de cuadrículas > comparación con el área de un rectángulo > completar figuras por traslación.	

Sexto básico	OA 13: Demostrar que comprenden el concepto de área de una superficie en cubos y paralelepípedos, calculando el área de sus redes (plantillas) asociadas. OA 18: Calcular la superficie de cubos y paralelepípedos expresando el resultado en cm2 y m2.
Séptimo básico	OA 13: Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios.
Octavo básico	OA 11: Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de superficies y el volumen de prismas rectos con diferentes bases y cilindros: > Estimando de manera intuitiva área de superficie y volumen > Desplegando la red de prismas rectos para encontrar la fórmula del área de superficie > Transfiriendo la fórmula del volumen de un cubo (base por altura) en prismas diversos y cilindros > Aplicando las fórmulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria

Tabla 1: Progresión del objeto matemático en el currículum chileno.

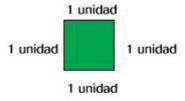
Anexo 2. Concepto del objeto matemático en los textos ministeriales.

Curso	Presentación en texto escolar
Cuarto Básico	Área: "El número de unidades cuadradas que se necesitan para cubrir una superficie plana" Ejemplo: årea = 15 unidades cuadradas Página 236
Quinto Básico	Describen el área del rectángulo como "el producto de la medida de su largo por la medida de su ancho" 2017, p.135
Sexto Básico	Los alumnos en sexto básico, ya manejan el concepto de área en figuras 2D, con excepción del círculo, por lo tanto, la definición trabajada en el texto se enfoca en área de cuerpos geométricos. "El área de un cuerpo geométrico corresponde a la suma de las áreas de todas sus caras" 2017,p.201 En el glosario del texto del alumno definen el área como la "medida de una superficie" 2017, p.306

	1
Séptimo básico	En la unidad de geometría, lo alumnos deben calcular el área de distintas figuras 2D. Comienzan con el calculo del área del triangulo, paralelogramos, trapecio y finalmente concluye con el área de cualquier polígono.
	"Para calcular el área de un triángulo (A), se multiplica la longitud de un lado (b) por la altura correspondiente (h) y el resultado se divide en 2" (p.186) "Para calcular el área de un paralelogramo (A) se multiplica la medida de un lado (b) por la altura correspondiente (h)" (p.187) "Para calcular el área de un trapecio (A), se suman las medidas de sus bases (B y b) y este resultado se multiplica por la altura del trapecio (h), luego se divide por 2" (p.188) "Para calcular el área (A) de un polígono este se puede descomponer en otras figuras, o bien utilizar la fórmula respectiva" (p.188). Posteriormente presentan el área del círculo con la fórmula: A = r • π
Octavo básico	Comienzan los alumnos en descubrir a través de la estimación el área de prismas y cilindros. "Para estimar el área de un prisma o un cilindro se pueden elaborar sus redes en el plano y estimar el área de las figuras 2D que la forman" (p. 204) "Para calcular el área A de la superficie de un prisma se deben sumar las áreas de sus caras laterales y basales" (p. 207)

Tabla 2: Progresión del objeto matemático en los textos ministeriales.

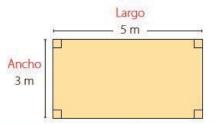
El área es el número de unidades cuadradas que se necesitan para cubrir una superficie plana.



Una unidad cuadrada es un cuadrado con una longitud de lado de 1 unidad.

Fig. 3: Definición de área (XXXXX; XXXX; XXXX)

En un rectángulo el lado de mayor longitud se llama largo y el de menor longitud se llama ancho.



El **área** (A) de un **rectángulo** es igual al producto de la medida de su largo por la medida de su ancho. Por ejemplo:

 $A = a \cdot b \rightarrow \text{ancho}$

 $A = (5 \cdot 3) \text{ m}^2 = 15 \text{ m}^2$