



PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA DE
VALPARAÍSO



Jesús Humberto Martínez San Martín

Medición de ley en minería del hierro mediante propiedades magnéticas

Informe Proyecto de Título de Ingeniero Civil Electrónico



**Escuela de Ingeniería Eléctrica
Facultad de Ingeniería**

Valparaíso, 12 de marzo de 2018



Medición de ley en minería del hierro mediante propiedades magnéticas

Jesús Humberto Martínez San Martín

Informe Final para optar al título de Ingeniero Civil Electrónico,
aprobada por la comisión de la
Escuela de Ingeniería Eléctrica de la
Facultad de Ingeniería de la
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
conformada por

Sr. Gonzálo Farías Castro

Profesor Guía

Sr. Héctor Vargas Oyarzún

Segundo Revisor

Sr. Sebastián Fingerhuth Massmann

Secretario Académico

Valparaíso, 12 de marzo de 2018

A mi madre María, si bien no estás en este mundo, aún siguen tus recuerdos, enseñanzas y tu inmenso amor. Un beso al cielo, y todo mi esfuerzo lo dedico a ti.

A mi padre Luis, por su gran esfuerzo y dedicación, y por confiar hasta el final que podría llegar hasta aquí.

A mis hermanos Viviana, Luis y Yusara, por su apoyo y cariño que pude sentir a pesar de la distancia entre nosotros.

A mis sobrinos, Gabriel, Sofía, Valentina, Luciano, Emilia y Catalina. Son todo para mí.

A mi novia Nataly, por tu apoyo incondicional y por estar conmigo en los momentos más difíciles.

Agradecimientos

Gracias a mi madre, por enseñarme a luchar hasta el final. La energía que dediqué para llegar hasta aquí, fue semejante a la energía que otorgaste luchando contra esa enfermedad, enfermedad que arrebató lo más amado que he tenido en mi vida. Eres mi ángel, mi luz y mi razón de ser, te amaré y recordaré por siempre.

Agradezco a mi padre, por su esfuerzo y dedicación, por ser el pilar fundamental en el hogar, enseñándonos que el trabajo y el esfuerzo es fundamental para el éxito. Agradezco cada viaje que hicimos, cada anécdota que vivimos y todos los consejos que me entregaste. El estudiar lejos de casa me ayudó a comprender el sacrificio de ser un camionero, conducir por largas rutas, día y noche, con sol, lluvia o nieve. Sin lugar a dudas, eres un maestro al volante.

Agradezco a mis hermanos Luis, Viviana y Yusara. Si bien la lejanía es un sacrificio que vivimos continuamente, sabemos que siempre contaremos el uno con el otro. A Luis por enseñarme que el esfuerzo y sacrificio es por el amor a tu familia. A Viviana, por ser la hermana mayor, que cumplió con el rol importante que te dejó nuestra madre. Finalmente, pero de forma muy especial a Yusara por estar siempre unidos, desde que llegaste a mi vida supe que eras la mejor amiga que podría tener. Los quiero a todos.

A Nataly, por apoyarme en cada momento, por ser la mujer más linda que he conocido, por amarme y quererme en todo momento. Desde que te vi por primera vez, supe que eras la indicada para formar parte de mi vida. Este trabajo lo dedico a ti, por estar conmigo tanto en los momentos buenos, como en los momentos difíciles. Tu apoyo fue fundamental para continuar por este largo proceso, ya que sin ti no habría tenido la fortaleza para llegar hasta aquí.

A quienes fueron parte de este proyecto, en especial a mis profesores que fueron mis guías en los aprendizajes adquiridos. También, quiero dar las gracias al personal de la planta Magnetita, por recibirme de la mejor forma en la visita que efectué. Finalmente, a mis compañeros, por estar siempre unidos y por todas las alegrías que vivimos durante estos años.

Valparaíso, 12 de marzo de 2018

Jesús Martínez San Martín

Resumen

En la minería del hierro, como también en otras áreas mineras, se requiere monitorear constantemente los parámetros y estado de los diferentes equipos, productos y sub productos que forman parte del proceso productivo. Estas medidas sirven para identificar posibles fallas en algún punto del proceso, de forma tal que se puedan ejecutar las medidas correctivas correspondientes. El parámetro que será parte de esta investigación corresponde a la medición de ley de fierro magnético, la cual corresponde a la cantidad de Magnetita que componen un flujo de pulpa en una determinada línea del proceso.

La investigación se centra en la planta Magnetita, correspondiente a una de las faenas mineras de la empresa CAP Minería. En esta planta se requiere una medición constante de la ley de fierro magnético, ya que su producto final debe tener una concentración por sobre el 66% de ley para ser comercializada a los clientes. Para ello, se precisa medir en diversos lugares del proceso el porcentaje de ley, ya que, si se verifica un flujo de pulpa de baja ley, se deben ejecutar las medidas correctivas adecuadas para aumentar la concentración a un rango ideal.

Actualmente, la medición de ley de hierro está a cargo de un laboratorio químico metalúrgico, quienes entregan los resultados del análisis con un tiempo de retardo de 4 a 6 horas. El análisis químico comienza con la extracción de una muestra de pulpa provenientes de alguna línea del proceso, y finaliza con la entrega de los resultados del análisis químico, donde es posible dilucidar el porcentaje de ley. Esta demora conlleva a que no se puedan tomar las medidas correctivas en caso de ser necesario, ya que, considerando el tiempo de demora desde que se extrae la muestra, hasta que se conocen los resultados, por la tubería ha circulado una gran cantidad de pulpa.

Para disminuir la incertidumbre sobre la calidad de la pulpa que se está produciendo, se realiza un estudio sobre la factibilidad técnica y diseño de un sistema de medición en línea del porcentaje de ley de fierro magnético a escala de laboratorio, para posteriormente ser implementado a escala real en algún punto del proceso productivo. Dicho sistema se apoya en las propiedades magnéticas que posee la pulpa, ya que los elementos que la componen, influyen considerablemente en los efectos sobre una bobina eléctrica, el cual será el componente principal del sistema de medición.

Palabras claves: minería, ley, hierro, magnetita, sistema de medición, bobina, magnetismo.

Abstract

In mining of iron, as in other mining areas, it is necessary to constantly monitor the parameters and status of the different equipment, products and sub-products that are part of the production process. These measures serve to identify possible failures at some point in the process, so that the corresponding corrective actions can be carried out. The parameter that will be part of this investigation corresponds to the measurement of magnetic iron law, which corresponds to the amount of Magnetite that compose a flow of pulp in a certain line of the process.

The research focuses on the Magnetite plant, corresponding to one of the mining operations of the company CAP Mining. This plant requires a constant measurement of the magnetic iron law because its final product must have a concentration above 66% of law to be marketed to customers. To do this, it is necessary to measure the percentage of law in various places of the process, if a low-grade pulp flow is verified, adequate corrective actions must be taken to increase the concentration to an optimum range.

Currently, the measurement of iron law is in charge of a metallurgical chemical laboratory, who delivers the results of the analysis with a delay time of 4 to 6 hours. The chemical analysis begins with the extraction of a sample of pulp from some line of the process, and ends with the delivery of the results of the chemical analysis, where it is possible to elucidate the percentage of law. This delay means that corrective actions cannot be taken if it was necessary, considering the time of delay from the time the sample is extracted, until the results are known, a large quantity of pulp has circulated through the pipeline.

To reduce uncertainty about the quality of the pulp is being produced, a study on the technical feasibility and design of an online measurement system of the percentage of Magnetic Iron law is carried out at laboratory scale, to be subsequently implemented at a real scale at some point in the production process. This system is based on the magnetic properties of the pulp because the elements that compose it have a considerable influence on the effects of a coil, which will be the main component of the measurement system.

Key words: mining, law, iron, magnetite, measuring system, coil, magnetism.

Índice general

Introducción.....	1
Objetivo general.....	3
Objetivos específicos	3
1 Descripción del problema	4
1.1 Producción de Pellet Feed y marco teórico	4
1.2 Conceptos básicos de electromagnetismo	6
1.2.1 Inducción magnética	6
1.2.2 Ley de Ampere	7
1.2.3 Ley de inducción de Faraday.....	8
1.3 Magnetización de los materiales	8
1.4 Análisis teórico del problema	9
1.5 Determinación de la ley de hierro magnético	13
2 Diseño y construcción de prototipo a escala de laboratorio	14
2.1 Desfloculadores magnéticos.....	14
2.2 Mediciones previas	16
2.2.1 Medición de inductancia con núcleo de mineral seco	16
2.2.2 Modelamiento mediante regresión lineal	18
2.2.3 Propuesta de prototipo con condiciones reales	19
2.2.4 Utilización de Magnetómetro en planta Magnetita	20
2.3 Concentrado en forma de pulpa.....	23
2.3.1 Condiciones de operación en planta	23
2.3.2 Cálculo del porcentaje de sólido	23
2.4 Diseño y construcción de un sistema de medición de ley	24
2.4.1 Componentes principales de prototipo a implementar	25
2.5 Primeras pruebas experimentales en pulpa con 35% de sólido	26
2.6 Rediseño de bobina eléctrica con nuevas especificaciones técnicas.....	29
3 Sistema de medición de ley de hierro magnético	33
3.1 Preparación de muestras y procedimiento experimental	33
3.2 Obtención de resultados experimentales	35

3.2.1 Datos en blanco	35
3.2.2 Resultados para pulpa con 20% de sólido	36
3.2.3 Resultados para pulpa con 25% de sólido	38
3.2.4 Resultados para pulpa con 35% de sólido	40
3.3 Error porcentual absoluto medio (MAPE)	42
4 Validación del ajuste lineal	46
4.1 Estadística inferencial aplicado a un ajuste lineal	46
4.1.1 Media	48
4.1.2 Desviación estándar	48
4.1.3 Intervalo de confianza y distribución t de student	48
4.1.4 Coeficiente de variación	49
4.1.5 Límite de confianza	49
4.2 Resultados de análisis estadístico	50
4.2.1 Análisis para pulpa con 20% de sólido	50
4.2.2 Pulpa con 25% de sólido	53
4.2.3 Pulpa con 35% de sólido	56
Discusión y conclusiones.....	60
Bibliografía	63
A Monitoreo de pulpa en planta Magnetita.....	65
A.1 Señal proveniente del Magnetómetro	65
A.2 Análisis químico de la pulpa que circula por el Magnetómetro	67
B Procedimientos.....	70
B.1 Software computacional para determinar características de una bobina	70
B.2 Coeficiente T de Student.....	71

Introducción

En Chile existe una variedad de yacimientos mineros que han proporcionado las bases del desarrollo económico e industrial del país. Operando dentro de las principales áreas económicas, se encuentra CAP Minería, uno de los holdings empresariales más importantes del país, con participación en actividades minera, siderúrgica y de procesamiento de acero. Las faenas productivas de CAP Minería se localizan en una gran extensión del norte de Chile, con una capacidad de producción anual sobre 10 millones de toneladas de hierro. Las operaciones se concentran en las regiones de Atacama y Coquimbo; cercanas a las ciudades de Caldera, Copiapó, Huasco, La Serena y Coquimbo. [1]

En la ciudad de Copiapó, colindante a la comuna de Tierra Amarilla, se encuentra ubicada la Planta Magnetita¹, actualmente una de las faenas productivas de la compañía. Esta planta realiza un proceso alternativo de producción de mineral de hierro, procesando relaves frescos provenientes de la producción de cobre de la Compañía Contractual Minera Candelaria (CCMC), con el objetivo de recuperar el Fierro magnético contenido en este relave, y obtener un concentrado de hierro denominado Pellet Feed.

La producción comienza con el procesamiento de relaves frescos provenientes desde CCMC, el cual en primera instancia pasa por tambores de concentración magnética, atrapando el mineral con contenido magnético. Luego, la pulpa es conducida al área de clasificación primaria, donde se realiza la separación del mineral recuperado según el tamaño de las partículas. El mineral que cumple con las especificaciones de tamaño continúa por el proceso aguas abajo, mientras que las partículas de mayor tamaño pasan a una etapa doble de molienda y clasificación secundaria, reduciendo su tamaño. Finalmente, obtenido el tamaño de partícula deseado, se deriva a los procesos de deslame, limpieza magnética y flotación inversa para así obtener un concentrado de hierro sobre 66% de ley. El producto final es enviado en forma de pulpa a través de un ducto de 120 Km de longitud, que nace en la planta Magnetita y finaliza en el Puerto Punta Totalillo, en la comuna de Caldera. Una vez en puerto, la pulpa recibida es filtrada, y el concentrado de Hierro es transportado por correas transportadoras hasta el área de almacenamiento, donde se realiza el acopio final previo al embarque. [2]

¹ Planta Magnetita inició sus operaciones en el año 2007, en la región de Atacama.

Dentro del proceso productivo se encuentra la medición de una gran variedad de parámetros. Uno de ellos corresponde a la medición de ley de fierro magnético, la cual corresponde a la proporción en volumen o masa de la cantidad de fierro presente en una cantidad de pulpa determinada. Los estándares de calidad de la empresa establecen que el producto final debe tener sobre 66% de ley para ser comercializado. Dicha ley se relaciona con la cantidad de Magnetita (Fe_3O_4) que posee la pulpa.

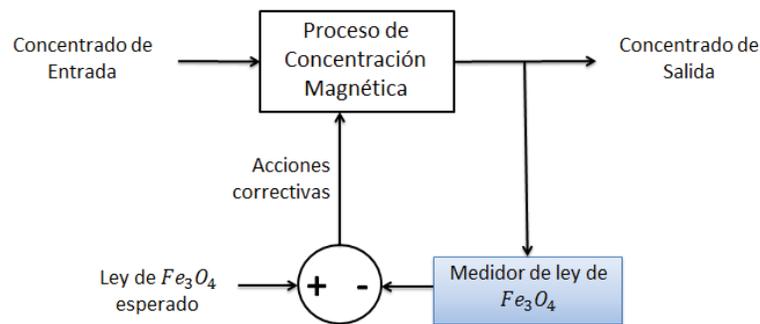
La medición del porcentaje de ley de fierro magnético se lleva a cabo a través de un laboratorio químico-metalúrgico, el cual después de realizar el procedimiento de rigor, entrega los resultados con un tiempo de retardo por sobre 4 horas. Esta demora provoca que no se logren tomar medidas correctivas de forma oportuna en la línea por donde circula la pulpa, ya que, si el personal de planta se percató que los niveles de ley están por debajo del establecido para aquella línea, por el ducto ha pasado una gran cantidad de pulpa en el tiempo que demora el laboratorio en entregar los resultados de análisis. Una de las medidas correctivas, es el repulpeo del mineral a una etapa previa para aumentar la ley a través de un mecanismo establecido (concentración, concentración magnética, etc.).

Para optimizar la medición de la ley de fierro magnético, considerado importante dentro del proceso, se lleva a cabo una investigación para implementar un mecanismo electrónico capaz de correlacionar una variable eléctrica con las características de la pulpa (específicamente el porcentaje de ley). Como pilar de estudio, se encuentran los equipos desfloculadores que se encuentran instalados en la planta. Estos equipos tienen su aplicación en el acondicionamiento de la pulpa antes de ser tratada en ciertos subprocesos, y se observa que la corriente de alimentación presenta fluctuaciones aun cuando la tensión se mantiene constante, lo que sugiere que existe una correlación entre dicha corriente con las características de la pulpa.

Al aprovechar las propiedades magnéticas de la pulpa, se centra el estudio en los efectos que genera sobre una bobina eléctrica. Dentro de los resultados, que serán detallados en los próximos capítulos, se observan variaciones en cuanto a la inductancia que presenta la bobina para diferentes núcleos, los cuales se componen por diferentes grados de ley, según la pulpa que circule por el núcleo. Las pruebas se efectúan utilizando núcleo de mineral seco y núcleo con pulpa de fierro (mezcla de mineral y agua), que es la manera que trabajan en la planta para transportar el mineral desde un punto a otro.

La bobina, como instrumento de medición, es un recurso que se utilizará para registrar la medida necesaria (inductancia) y relacionarlo con el grado de riqueza que presenta el núcleo. Como todo instrumento, necesariamente se debe validar para que las conclusiones sean auténticas. Es por esto que las mediciones que entregue esta herramienta debe cumplir tres requisitos principales: validez, confiabilidad y objetividad. El término confiabilidad se entenderá como el grado en que un instrumento produce resultados consistentes y coherentes, es decir que su aplicación repetida al mismo objeto (núcleo) produce resultados iguales. La validez, es el grado en el que un instrumento realmente mide la variable que pretende medir. Finalmente, la objetividad es el grado en que el instrumento es permeable a la influencia de los sesgos y tendencias de los investigadores que lo administran, califican e interpretan.

Si el análisis estadístico establece que las mediciones son confiables, la ecuación que se obtenga servirá para calcular de forma rápida el porcentaje de ley, a partir de la inductancia que presente la bobina. Con la variación de la inductancia será posible diseñar un circuito electrónico que logre captar las diferencias del núcleo, y enviar a través de una señal a la sala de control la estimación del porcentaje de ley de la pulpa circulante, permitiendo ejecutar las medidas correctivas en caso de ser requerido. A continuación, se muestra un diagrama de bloques sobre la solución propuesta para obtener la ley y así poder tomar decisiones respecto a las medidas correctivas. El concentrado de salida debe tener mayor porcentaje de ley que la concentración de entrada, por tanto, se requiere monitorear la ley del concentrado de salida para determinar si es necesario enviar la pulpa nuevamente a la etapa de concentración magnética o si debe seguir el proceso aguas abajo.



Objetivo general

- Analizar, estudiar e implementar un sistema de medición del porcentaje de fierro magnético en un flujo de pulpa mediante el uso de sus propiedades magnéticas.

Objetivos específicos

- Diseñar y construir un prototipo a escala de laboratorio capaz de detectar los cambios en el núcleo de una bobina, y reflejarlo en un instrumento de medida.
- Establecer las características, tanto del mineral como de la pulpa con la cual se trabajará, como el porcentaje de sólido, volumen y masa total a utilizar, entre otros.
- Llevar a cabo un análisis estadístico, con el fin de validar el equipo que será parte esencial del sistema de medición de ley.
- Concluir a partir de resultados, con posibles mejoras para lograr objetivo general.

1 Descripción del problema

El objetivo de CAP Minería, principalmente, es la obtención de un producto final denominado Pellet Feed con una alta ley, el cual debe contener una concentración por sobre el 66% para ser comercializado. Para ello, se requiere monitorear constantemente el porcentaje de ley, además de otros parámetros importantes como la densidad de pulpa, flujo, concentración de sólidos, etc. El porcentaje de ley, actualmente, se obtiene a través de un laboratorio químico metalúrgico a cargo de una empresa externa, quienes hacen entrega los resultados del análisis con un tiempo de retardo entre 4 a 6 horas. Este retardo se asocia al proceso de preparación y respectivo análisis químico de la pulpa, el cual debe seguir un protocolo establecido para tener medidas confiables para ser analizados por el personal especializado.

La investigación se centra en la medición del porcentaje de ley, donde se aprovecha las propiedades magnéticas que posee la pulpa. Para ello, se explicarán algunos conceptos generales de electromagnetismo, que son de gran utilidad para comprender el problema y soluciones a estudiar. Además, se describirá a continuación el proceso y forma de operación de la empresa siderúrgica para obtener Pellet Feed.

1.1 Producción de Pellet Feed y marco teórico

El Pellet Feed se produce tanto en las instalaciones de minas El Romeral, Planta de Pellets y Planta Magnetita. Dicho producto es un mineral de hierro de bajo tamaño, que debe ser aglomerado en forma de pellets para utilizarlo como insumo en altos hornos. La ley con la cual se trabaja para comercializar este producto fluctúa entre 66%, 67% y 68%; mientras que sus dimensiones son menores a 44 Micrones². [1]

Además de Pellet Feed, CAP Minería produce otros productos, tales como: Pellet Básico, Pellet de Reducción Directa, Pellet Chip, Granzas y Finos. La producción se distribuye en las diferentes operaciones de la compañía, dentro de las cuales se encuentra la Planta Magnetita, Mina Cerro Negro Norte y Puerto Punta Totoralillo con ubicación en el Valle de Copiapó. Mientras que en el Valle de Huasco se encuentra Mina Los Colorados, Planta de Pellets, Mina El Algarrobo y Puerto Guacolda II. Finalmente, En el Valle del Elqui se sitúan Minas El Romeral y Puerto Guayacán. Todas pertenecientes a CAP Minería.

² 1.000,00 Micrones =1 milímetro

La investigación se centra en la Planta Magnetita, ubicada en la comuna de Tierra Amarilla, cercano a la ciudad de Copiapó. En dicha planta se recupera el contenido de hierro en los relaves provenientes principalmente de la Compañía Contractual Minera Candelaria (CCMC), además de mina Los Colorados y de otros proveedores de la región de Atacama.

En el año 2016, Planta Magnetita procesó 28 millones 672 mil toneladas métricas de relaves de CCMC, con una ley promedio de Fe magnético alimentado de 6.59% y Fe dtt de 62.07%. Además, se abasteció la planta con finos de hierro de terceros, procesando 501 mil toneladas métricas provenientes de mina Los Colorados y 41 mil toneladas métricas de diferentes proveedores de la región de Atacama. [1]

La Figura 1-1 muestra el proceso productivo de concentración de mineral de hierro a nivel industrial, correspondiente a la faena minera Planta Pellets. El mineral pre-concentrado llega a la planta concentradora para ser tratado a través de una secuencia de subprocesos, tales como molienda (molino de bolas), clasificación (Hidroseparator y separador magnético) y concentración magnética (concentración primaria y secundaria) cuyo propósito es incrementar la ley del mineral de acuerdo a los estándares establecidos por la propia empresa, y de esta forma conseguir un producto final comercializable.

Bajo este contexto, surge como necesidad monitorear la ley de fierro magnético de manera instantánea, reduciendo el tiempo que se requiere para el análisis químico. La investigación se centra en el estudio, desarrollo y puesta en marcha de un dispositivo electrónico capaz de medir el porcentaje de ley, utilizando principalmente una bobina eléctrica. Esta bobina sufrirá variaciones en alguna de sus propiedades, las cuales dependerán de la concentración de los elementos magnéticos que componen el núcleo.

Una bobina eléctrica puede variar su inductancia según las características del núcleo. Dichos cambios o variaciones en inductancia se pueden explicar según la concentración de aquellos elementos que afectan el campo magnético, es decir, si el núcleo aumenta la concentración de elementos magnéticos, la inductancia aumentará proporcionalmente. Para corroborar esta información, se construye una bobina con ciertas características (diámetro de núcleo, número de vueltas, número de capas, diámetro del alambre, etc.), mientras que por el núcleo se hace circular la pulpa con las diferentes leyes. A medida que la concentración o ley aumente, la inductancia medida entre los extremos del enrollamiento también varía crecientemente.

A continuación, se explicarán algunos conceptos básicos de electromagnetismo que servirán para correlacionar el fenómeno antes mencionado. Para ello, se aplicarán los conceptos de ley de ampere, densidad de flujo magnético, intensidad de campo magnético, permeabilidad magnética e impedancia de un circuito eléctrico.

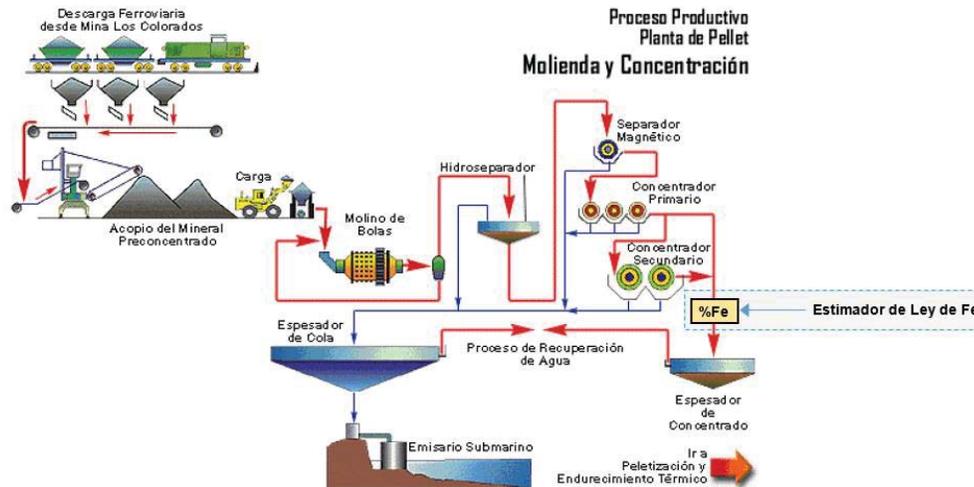


Figura 1-1 Esquema de proceso productivo en Planta de Pellets (fuente: <http://www.infoacero.cl>)

1.2 Conceptos básicos de electromagnetismo

Para continuar con la investigación, es necesario recordar algunos conceptos generales de electromagnetismo. Estos conceptos servirán de pilar para comprender los fenómenos que ocasionan la implementación de una bobina para estimar el porcentaje de ley, a medida que por el núcleo circule el concentrado de hierro.

1.2.1 Inducción magnética

La inducción magnética es el proceso mediante el cual campos magnéticos generan campos eléctricos. Al generarse un campo eléctrico en un material conductor, los portadores de carga se verán sometidos a una fuerza, induciendo una corriente eléctrica en el conductor. Las magnitudes físicas que representan al campo magnético son los vectores inducción magnética y excitación magnética, cuyos símbolos corresponden a B y H , respectivamente.

Desde el punto de vista físico, tanto H como B son equivalentes en el vacío, salvo en el valor de la permeabilidad. La inducción magnética (B) depende de la intensidad de campo magnético (H) a través de la ecuación (1-1), donde μ corresponde a la permeabilidad magnética del material.

$$B = \mu \cdot H \quad (1-1)$$

La permeabilidad magnética se define como la capacidad de una sustancia o medio para atraer y hacer pasar a través de ella los campos magnéticos. Se puede expresar como una relación entre la inducción magnética y la intensidad de campo magnético, según se muestra en la ecuación (1-2).

$$\mu = \frac{B}{H} \quad (1-2)$$

La permeabilidad magnética absoluta se precisa como el producto entre la permeabilidad magnética relativa (μ_r) y la permeabilidad del vacío (μ_0), según la ecuación (1-3). La permeabilidad magnética del vacío, conocida también como constante magnética, adquiere el valor de $4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ [N/A²]. Mientras que la permeabilidad relativa depende de cada material, clasificándose como ferromagnéticos, paramagnéticos y diamagnéticos. Esta clasificación se explicará con más detalle en 1.3.

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0 \quad (1-3)$$

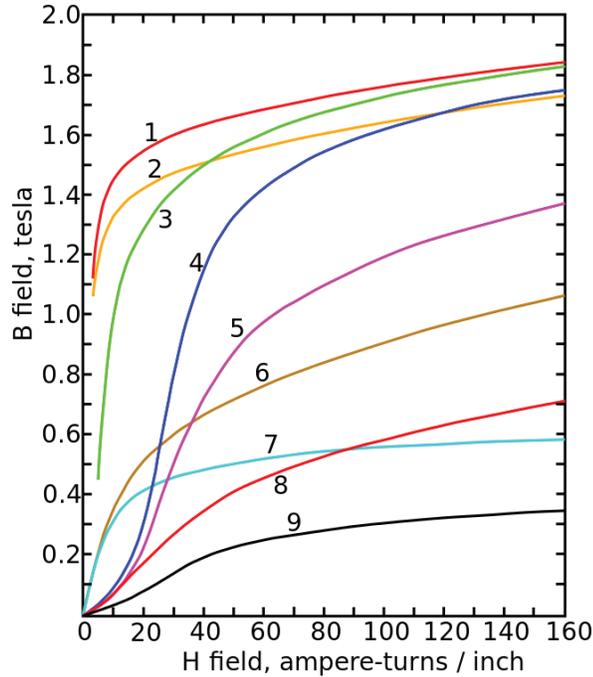


Figura 1-2 Curvas de magnetización de materiales ferromagnéticos y sus saturaciones. (1) Hoja de acero; (2) Acero Silicio; (3) Acero de Crisol; (4) Acero al Tungsteno; (5) Hierro de Crisol; (6) Níquel; (8) Cobalto y (9) Magnetita [3]

1.2.2 Ley de Ampere

André-Marie Ampere, en 1826, descubrió la relación entre el campo magnético y la corriente encerrada. Esta relación se denomina Ley de Ampere y establece que la inducción de un campo magnético a lo largo de una línea cerrada es igual al producto entre la permeabilidad del vacío μ_0 y la intensidad de corriente neta I_{neta} que circula por el conductor, tal como se muestra en la Figura 1-3; es decir,

$$\oint B \cdot dl = \mu_0 \cdot I_{neta} \quad (1-4)$$

Si el manto envolvente, compuesto por el alambre de cobre esmaltado, está construido por varias espiras, entonces la ley de Ampere se modifica, quedando como la ecuación (1-5), donde N corresponde al número de espiras. [4]

$$\oint B \cdot dl = N \cdot \mu_0 \cdot I_{\text{neta}} \quad (1-5)$$

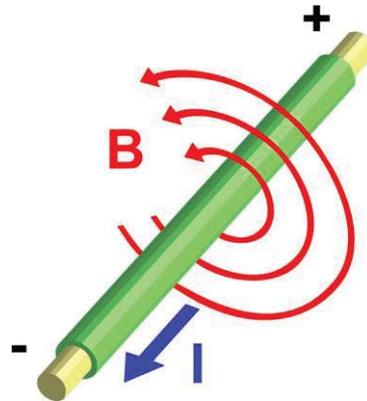


Figura 1-3 Esquema de campo magnético (B) inducido por la circulación de una corriente (I)

1.2.3 Ley de inducción de Faraday

La ley de inducción de Faraday se describe como la variación de la corriente en el tiempo en un conductor, la cual produce una caída de tensión en el mismo. En la Figura 1-4 se muestra la inducción entre dos espiras de cable; La batería (derecha) aporta la corriente eléctrica que fluye a través de una pequeña espira (A), creando un campo magnético. Cuando las espiras son estacionarias no aparece ninguna corriente inducida, pero cuando la pequeña espira se mueve dentro o fuera de la espira grande (B), el flujo magnético a través de la espira mayor cambia, induciéndose una corriente que es detectada por el galvanómetro (G). [4]

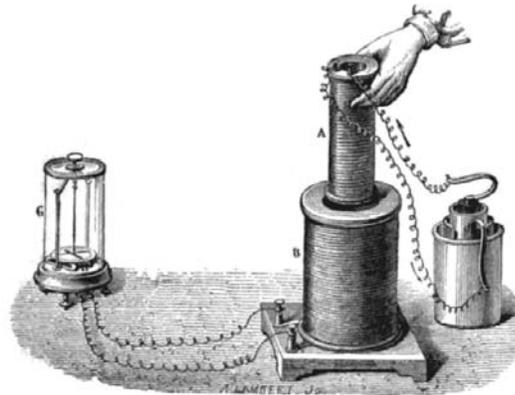


Figura 1-4 Experimento basado en la ley de Faraday (fuente: <https://espaciociencia.com>)

1.3 Magnetización de los materiales

La magnetización de los materiales debe ser analizada a escala atómica y sub-atómica, originándose cuando existe un flujo de carga. Este flujo de carga induce un campo magnético alrededor, como se puede observar en la Figura 1-3, donde debido a la circulación de una

corriente eléctrica a través del conductor, se inducirá un campo magnético alrededor de este. Desde el punto de vista físico, este fenómeno se puede verificar en la ecuación (1-5).

Los materiales pueden ser clasificados como diamagnéticos, paramagnéticos y ferromagnéticos, dependiendo de su respuesta a los campos magnéticos aplicados externamente. Los materiales diamagnéticos tienen la propiedad de oponerse al campo magnético aplicado. Este efecto se origina por el movimiento orbital de los electrones, los cuales crean diminutos bucles de corrientes atómicas que producen campos magnéticos. Cuando se aplica un campo magnético externo a un material, estos bucles se oponen al campo aplicado.

Para el caso de los materiales paramagnéticos, cuando se le aplica un campo magnético externo se produce una magnetización que es proporcional al campo magnético aplicado. En cuanto a los materiales Ferromagnéticos, como el Níquel, Cobalto y el Hierro, tienen una propiedad especial donde al aplicarse un campo magnético, aun cuando este es pequeño, puede originar que los dominios magnéticos se alineen entre sí, magnetizando el material. El campo magnético generado en el material puede aumentar según la permeabilidad relativa del material.

El ordenamiento microscópico de los espines de los electrones conduce a la formación de las regiones de alineamiento magnético, denominado como dominio magnético. La Figura 1-5 ejemplifica un esquema del comportamiento de un material ferromagnético al aplicarse un campo magnético externo, en cuanto a la orientación de los dominios.

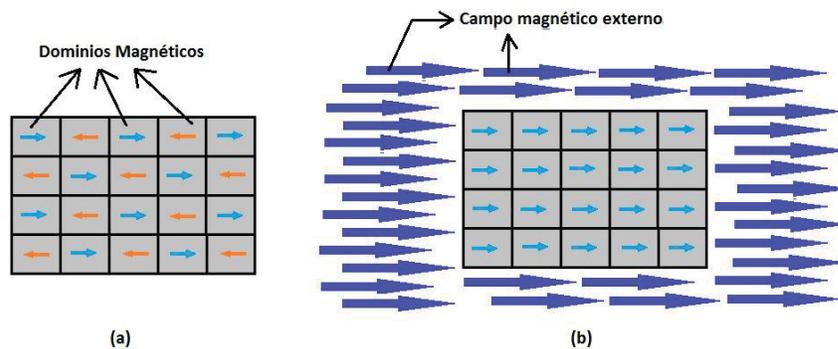


Figura 1-5 Comportamiento de un material ferromagnético sin un campo magnético externo (a) y con un campo magnético externo (b).

1.4 Análisis teórico del problema

Debido a que la pulpa que se utilizará para la investigación es un material susceptible a un campo magnético externo, es posible realizar un estudio del comportamiento de una bobina, la cual aplicará un campo sobre el núcleo compuesto por la pulpa circulante, en el tramo cuyo largo corresponde al largo medio del enrollamiento.

El campo magnético “B” producido por la bobina dependerá de las características constructivas del solenoide, sin embargo, el núcleo varará sus características de magnetización a medida que se desplaza la pulpa por el interior. Esta variación se debe a que, en cada intervalo, los

elementos que componen la pulpa tienen distintos niveles de concentración, por tanto, presentarán diferentes reacciones al ser sometidas al campo magnético intenso.

En cuanto al flujo magnético (Φ_B), será canalizado completamente por dicho núcleo. Por tanto, cumple con la siguiente relación:

$$\Phi_B = \frac{N \cdot I}{\frac{l_m}{\mu \cdot S}} \quad (1-6)$$

Donde,

Φ_B : Flujo magnético inducido por el núcleo

N : Número de vueltas

I : Corriente que circula por el devanado

l_m : Largo de la bobina

μ : Permeabilidad magnética del núcleo.

S : Superficie perpendicular al flujo de la pulpa

La ecuación (1-6), podría reducirse a la relación de Hopkinson, reemplazándola por la ecuación (1-7), donde F_{mm} corresponde a la Fuerza Magneto-motriz y R a la Reluctancia. Pero esta ecuación es válida únicamente cuando la Reluctancia es constante, por tanto, considerando que las características constructivas del solenoide no son constantes ya que dependerá del grado de concentración que tengan los elementos que componen el núcleo, la reluctancia tampoco será constante, y por tanto se debe continuar trabajando el flujo magnético como la ecuación (1-6).

$$\Phi_B = \frac{F_{mm}}{R} \quad (1-7)$$

A partir de la ecuación (1-6), es posible apreciar que ante un cambio en la corriente que circula por el devanado de la bobina, esta debería reflejarse en la magnitud del flujo magnético. Sin embargo, el flujo magnético tiene una relación de mutua dependencia con la tensión inducida, la cual se rige por la ley de Faraday y señala que la magnitud de la fuerza magneto motriz (FEM) inducida en un circuito es igual a la razón de cambio en el tiempo del flujo magnético a través del circuito. La ecuación (1-8) muestra esta dependencia.

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (1-8)$$

En este caso, el flujo circula a través de un devanado de N espiras, por tanto, el flujo total corresponderá a la suma de los flujos producidos por cada espira. Es decir, la tensión inducida en los extremos del solenoide se describe como:

$$e_{ind} = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} \quad (1-9)$$

Se observa que la magnitud del flujo magnético es constante, ya que depende directamente de la tensión inducida (FEM). Se sabe que la tensión inducida es la diferencia entre la tensión de alimentación (V_{in}) y la caída de tensión en el devanado de la bobina, siendo esta última muy pequeña, por lo que la tensión del devanado podría despreciarse. Finalmente, la tensión inducida es prácticamente la tensión de alimentación, por lo que el flujo magnético también será constante.

La tensión inducida en los extremos de la bobina quedará como la ecuación (1-10), en cuanto se observa que el flujo magnético, canalizado completamente por el núcleo compuesto por la pulpa circulante, se mantendrá constante ya que depende íntegramente del número de vueltas y de la tensión de entrada, las cuales no se modifican.

$$V_{in} = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} \quad (1-10)$$

Para que la relación descrita en la ecuación (1-6) sean ambos términos constantes, el denominador debe variar proporcionalmente a las variaciones de la corriente. Pero, los términos N y l_m no es posible de modificar ya que corresponde al número de vueltas y el largo del solenoide, respectivamente. De este modo, hay dos parámetros que necesariamente se deben modificar para que la corriente que circula por el inductor cambie a medida que circula la pulpa. Los parámetros son la permeabilidad magnética del núcleo (μ) y la superficie (S), que corresponde al área de la sección perpendicular a la dirección del flujo magnético.

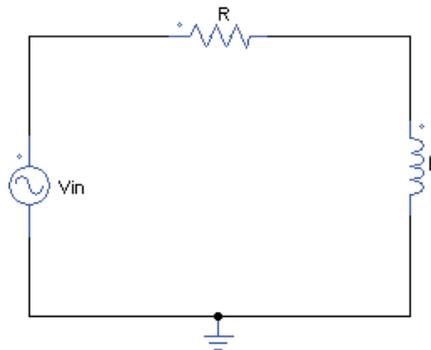


Figura 1-6 Circuito resistivo-inductivo para analizar problemática

La impedancia equivalente del circuito resistivo-inductivo de la Figura 1-6, viene dada por la ecuación (1-11).

$$Z = R + j \cdot \omega \cdot L \quad (1-11)$$

Luego, la inductancia de un solenoide dependerá del número de espiras (N), el flujo magnético que se induce (ϕ_B) y la corriente que circula por el devanado, quedando de la siguiente forma.

$$L = \frac{N \cdot \Phi_B}{I} \quad (1-12)$$

Finalmente, la magnitud de la impedancia queda según la ecuación (1-13).

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(2 \cdot \pi \cdot f \cdot \frac{N^2 \cdot \mu \cdot S}{l_m}\right)^2} \quad (1-13)$$

La ecuación (1-13) permite afirmar la hipótesis donde señala que la impedancia del circuito dependerá del tipo de material que circule por el núcleo de la bobina. En dicha ecuación, los parámetros que permanecen constante son aquellos que componen las características constructivas de la bobina, es decir la resistencia, la frecuencia, el número de vueltas y el largo de la bobina permanecerán invariantes, independiente de las características del núcleo. Sin embargo, para que el flujo magnético se mantenga constante, frente a los cambios de la corriente, los parámetros de superficie y permeabilidad magnética irán cambiando.

A partir de análisis realizados sobre la pulpa, estos indican que se compone por elementos con características diamagnéticas, ferromagnéticas y ferrimagnéticas, siendo estos dos últimos los que tienen mayor influencia en la magnitud del campo magnético total y, por tanto, provocarían los cambios en la superficie magnética. Es posible definir entonces la superficie como la suma entre un área magnética (A_M) y un área no magnética (A_{NM}). [2]

$$S = A_M + A_{NM} \quad (1-14)$$

Al modificarse la sección magnética y la sección no magnética, cambiará necesariamente la permeabilidad relativa del mineral. Por tanto, el flujo magnético se puede modelar en función a la superficie magnética, como se muestra la ecuación (1-15).

$$\Phi_B = \frac{N \cdot I}{l_m} \cdot [\mu_0 \cdot A_{NM} + \mu \cdot A_M] \quad (1-15)$$

Por tanto, la magnitud de la impedancia quedará de la siguiente forma.

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(2\pi f \cdot \frac{N^2 \cdot \mu_0 [A_{NM} + \mu_r \cdot A_M]}{l_m}\right)^2} \quad (1-16)$$

A partir de la ecuación (1-16), se logra verificar que la impedancia del circuito de la Figura 1-6 variará, a medida que la concentración de los elementos magnéticos que componen el núcleo se modifiquen en el tiempo.

La temperatura de Curie es otra propiedad del núcleo, descubierta por Pierre Curie (1859-1906), donde manifiesta que los materiales magnéticos sufren una desmagnetización a medida que la temperatura aumenta, llegando a un punto crítico denominado como temperatura de Curie (T_c). Una vez llegado a este punto, la magnetización se hace cero, por lo que un aumento de la temperatura por sobre la T_c , el material pierde sus propiedades magnéticas.

1.5 Determinación de la ley de fierro magnético

La función del laboratorio químico-metalúrgico de la planta, a cargo de una empresa externa, es tomar muestras en las diferentes etapas del proceso para conocer, entre otros parámetros, los valores de concentración de material magnético (DTT), porcentaje de recuperación de fierro magnético (Ley de FeDtt), porcentaje de recuperación de fierro magnético real (Ley de Femg) y porcentaje de fierro en la pulpa (Ley de FeT). [2]

Con estos parámetros es posible tomar las decisiones operacionales que conllevan a mejorar la concentración del mineral, de acuerdo a la fase en que se extrae la muestra. El nivel de concentración de material magnético (DTT) en la pulpa se obtiene mediante una relación de pesos, donde se relaciona la masa de material recuperado en el ensayo del Tubo Davis (Davis Test tube, en inglés) y la masa total de la muestra. Con la ecuación (1-17) se logra obtener el DTT. Mientras que la ley de un mineral se obtiene a través de la ecuación (1-18).

$$DTT = \frac{Masa_{material\ recuperado}}{Masa_{muestra\ total}} \cdot 100\% \quad (1-17)$$

$$\%Fe_{soluble} = \frac{\%Fe_{STD} \cdot P_{MSTD} \cdot Vol_{PRBM}}{P_{PRBM} \cdot Vol_{MSTD}} \quad (1-18)$$

Donde,

$\%Fe_{soluble}$: Ley del Hierro a obtener, puede ser FeDtt o FeT

$\%Fe_{STD}$: Ley de mineral de una muestra estándar

P_{MSTD} : Peso de la muestra estándar

P_{PRBM} : Peso de la muestra problema

Vol_{MSTD} : Volumen gastado de la muestra estándar en la titulación por dicromato

Vol_{PRBM} : Volumen gastado de la muestra problema en la titulación por dicromato

Finalmente, la ley de Fierro magnético se calcula a partir de una operación matemática, ya que este valor no es una medición o una prueba, sino que es el producto entre la concentración de material magnético total en la pulpa (DTT), y el valor máximo de recuperación de Fierro magnético (FeDtt). La ecuación (1-19) muestra el método de obtención de este parámetro.

$$Ley\ de\ Femg = \frac{DTT \cdot (Ley\ de\ FeDtt)}{100\%} \quad (1-19)$$

2 Diseño y construcción de prototipo a escala de laboratorio

El prototipo a construir debe contemplar la solución a la problemática descrita en el capítulo anterior. Dicho prototipo aplicará las propiedades magnéticas de la pulpa, de tal forma de provocar variaciones en una bobina eléctrica. Una bobina eléctrica corresponde a un componente capaz de almacenar energía en forma de campo magnético, construido normalmente por un alambre o hilo de cobre esmaltado enrollado alrededor de un núcleo de aire o material ferroso. La variación en el contenido magnético del núcleo, cambia su capacidad de magnetismo.

Dependiendo del comportamiento de la bobina, para los diferentes núcleos de pulpa (leyes distintas), se podrá determinar de forma empírica el valor de ley que posea, según las variaciones de las propiedades de la bobina. Este prototipo se basa en el funcionamiento de unos equipos instalados en la planta, conocidos como desfloculadores magnéticos, los cuales son dispositivos usados para acondicionar la pulpa y prepararla para las siguientes etapas del proceso productivo.

2.1 Desfloculadores magnéticos

Los desfloculadores magnéticos son equipos destinados, en primera instancia, para acondicionar la pulpa antes de ser tratada en ciertos subprocesos, y que fueron de ayuda para comenzar un estudio sobre la factibilidad técnica de medir la ley del mineral. El funcionamiento de los desfloculadores se puede describir como un solenoide, cuyo núcleo está compuesto por la pulpa circulante en el tramo cuyo largo es igual al largo medio del cilindro formado por el manto de conductor envolvente, tal como se representa en la Figura 2-1. Estos equipos desfloculadores inducen un campo magnético variable e intenso sobre la pulpa, provocando una aglomeración de las partículas presentes en el mismo. [2]

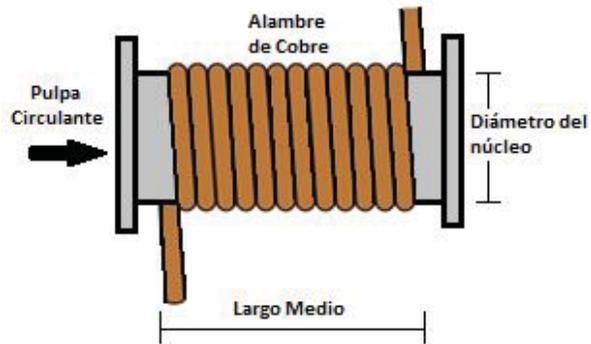


Figura 2-1 Esquema constructivo de un desfloculador magnético

El desfloculador instalado dentro del proceso (ver Figura 2-2) consiste en una bobina de 495 vueltas, conectado en paralelo con un banco de condensadores de forma tal que las reactancias inductivas y capacitivas se resten entre sí. Sin embargo, con este fenómeno de resonancia que se produce al conectar en paralelo el inductor y el banco de condensadores, causa que la corriente que circula en la rama del inductor alcance valores muy elevados que inducen un campo magnético muy intenso. Este campo magnético intenso elimina continuamente, a medida que circula por el núcleo la pulpa, el magnetismo remanente que es adquirido de forma indeseada durante ciertas etapas del proceso, donde la pulpa es sometida a campos magnéticos. [2]

Durante la operación del equipo se observó una fluctuación en la corriente de alimentación, aun cuando la tensión se mantuvo constante, lo que sugiere la existencia de una correlación entre la variación de la corriente y las características de la pulpa que circula por el núcleo del equipo.



Figura 2-2 Equipo desfloculador instalado en planta Magnetita (fuente: David Valdés, Instrumentista II en planta Magnetita)

En la cadena productiva de planta Magnetita existen 6 desfloculadores instalados en diferentes etapas del proceso. El equipo, mostrado en la Figura 2-2, se encuentra instalado en la línea que une las estepas de deslamado (Hidroseparator) y la de acondicionamiento (Finisher). Esta fase

se encuentra cercana al término del proceso, por lo que las características del mineral que circulan por el núcleo del equipo posee un buen nivel de concentración de hierro.

La diversificación del núcleo del desfloculador se debe a la variabilidad en la composición de la pulpa que circula por el interior de la bobina, ya que la concentración de los elementos que la componen se modifica en cada instante, y estos a la vez presentan distintas características magnéticas. Por tanto, la respuesta de la bobina ante el campo magnético intenso que se le aplica a la pulpa, dependerá de las concentraciones de los elementos presentes. Por ejemplo, el análisis químico de la pulpa en la fase del proceso entre el Hidroseparator y la etapa de concentración magnética, Finisher, indica que se compone por elementos con características diamagnéticas (H_2O , H, Cu, etc), Ferromagnéticos (Fe) y Ferrimagnéticos (Fe_3O_4), siendo estos dos últimos los que tienen una mayor influencia en la magnitud del campo magnético total, y por tanto, provocan cambios en la corriente que circula por la bobina, de acuerdo a la concentración de los elementos magnéticos que tenga la pulpa.

El campo Magnético (B) producido por el solenoide dependerá de las características constructivas del mismo. Sin embargo, el núcleo varía sus características de magnetización a medida que la pulpa se desplaza, ya que en cada intervalo de tiempo los elementos que la componen tienen diferentes niveles de concentración, por lo que el campo magnético total variará conforme a las variaciones del medio por el cual se transmite.

2.2 Mediciones previas

Para comenzar con el diseño y construcción de un sistema de medición, se construye una bobina con determinadas características, con el fin de observar su comportamiento al introducir en el núcleo diferentes concentraciones de mineral de hierro en seco (sin de agua).

En primera instancia, se procede con la construcción de un circuito eléctrico como el de la Figura 1-6. En la bobina, representado por la inductancia en el circuito, se varía el núcleo con diferentes concentraciones de mineral, las cuales corresponden a 45%, 55% y 65% de ley. Se mide la caída de tensión en los extremos de la inductancia, la corriente que circula por el devanado y la inductancia de la bobina. Luego, se verifica qué variables (tensión, corriente o inductancia) presenta variaciones, según el concentrado que esté presente en el núcleo.

Los resultados para corriente y caída de tensión no fueron favorables, ya que las variaciones no eran representativas y no podrían ser utilizadas para determinar la ley empíricamente, puesto que no existía una relación de dependencia. En cuanto a la inductancia, presentó buenos resultados, permitiendo correlacionar la ley del mineral y la inductancia que presenta la bobina.

2.2.1 Medición de inductancia con núcleo de mineral seco

A continuación, se mostrará la variación de la inductancia de la bobina a medida que varía la concentración del núcleo. La inductancia es un elemento pasivo de dos terminales que almacena energía en un campo magnético. De acuerdo a la ley de Faraday, la variación de una corriente en el tiempo en un conductor produce una caída de voltaje en el mismo. Además, a

partir de las ecuaciones de Maxwell, una variación de la corriente en el conductor produce un campo magnético variable, que a su vez produce un campo eléctrico variable y por tanto se genera una caída de voltaje variable en el tiempo.

El núcleo del solenoide se rellena con cada muestra del mineral, observando la inductancia que presenta el enrollamiento, a través de un instrumento denominado puente de inductancia³, como se muestra en la Figura 2-3. Los resultados obtenidos se resumen en la siguiente Tabla 2-1, representados en gráfica de la Figura 2-4.



Figura 2-3 Medición de inductancia utilizando una bobina de 600 espiras, con núcleo de mineral seco cuya ley es del 45%

Tabla 2-1 Mediciones de inductancia, con núcleo de mineral seco (600 espiras)

Porcentaje de Magnetita	Valor de Inductancia [mH]
0%	6,85
10%	7,183
20%	7,6167
30%	8,2667
40%	9,1767
45%	9,52
55%	11,483
65%	12,967

³ Marca HEWLETT-PACKARD, modelo 42650^a, UNIVERSAL BRIDGE

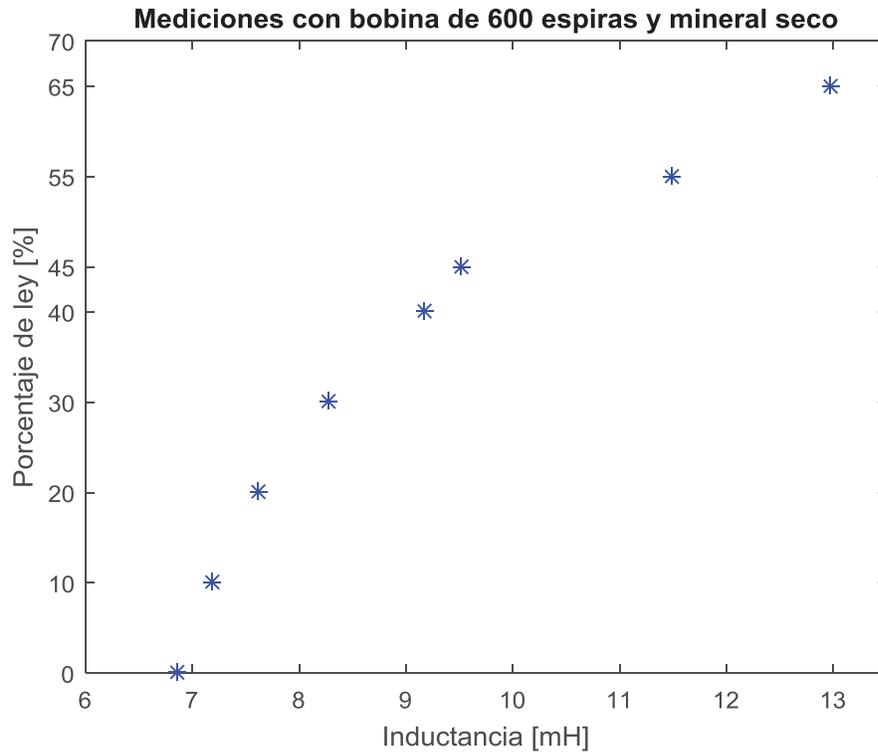


Figura 2-4 Representación gráfica del porcentaje de ley en función de la inductancia, utilizando bobina de 600 espiras y núcleo de mineral seco

A partir de la Figura 2-4, se observa un aumento en la inductancia de la bobina a medida que crece la concentración de Magnetita (Fe_3O_4). Es decir, la inductancia dependerá directamente de las características y propiedades del núcleo. Considerando los resultados que se obtuvieron, es factible mencionar que el valor de la inductancia que presenta la bobina comienza a aumentar conforme aumenta el porcentaje de ley, manteniendo como punto de inicio la inductancia de la bobina en vacío. Es decir, cualquier cambio en el núcleo, se verá reflejado en los cambios de la inductancia.

2.2.2 Modelamiento mediante regresión lineal

Para realizar un modelamiento empírico de la ley en función de la inductancia, se utiliza una herramienta de Matlab que permite obtener un modelo que se ajuste mejor a los datos de la Figura 2-4, permitiendo encontrar los coeficientes de un polinomio de grado N que se ajuste mejor a los datos. Este ajuste por curvas se fundamenta en la aproximación por mínimos cuadrados.

El ajuste por polinomio de grado 1 (recta) corresponde a la expresión descrita en ecuación (2-1) y su respectiva gráfica corresponde a la Figura 2-5, donde el parámetro L corresponde a la inductancia en [mH] y la ley se expresa en [%].

$$\text{Ley} [\%] = 9,22 \cdot L [\text{mH}] - 57,49 \quad (2-1)$$

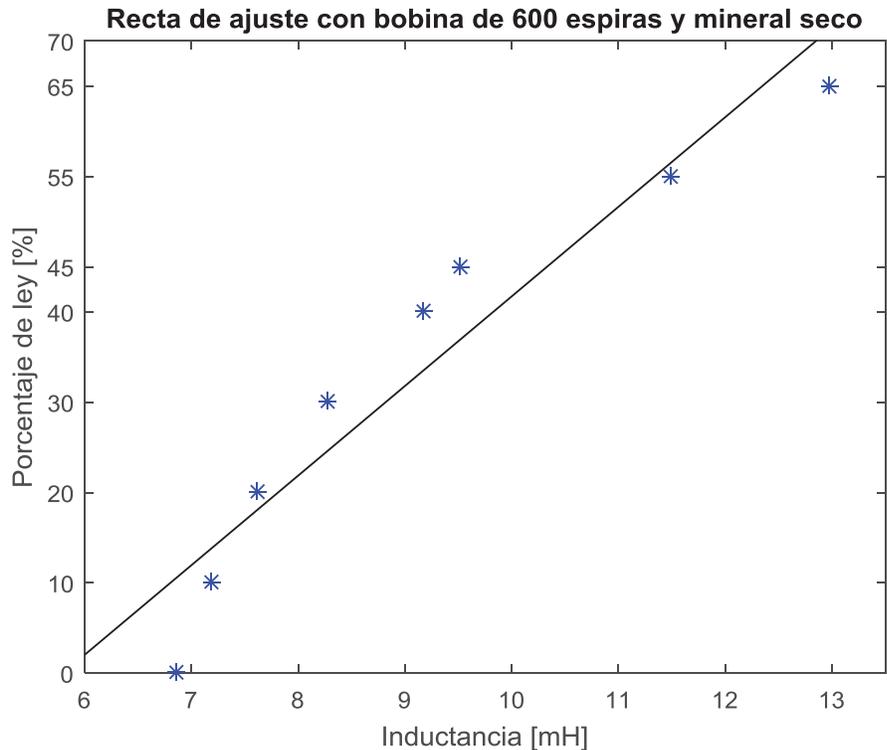


Figura 2-5 Recta de ajuste del porcentaje de ley en función de la inductancia utilizando bobina de 600 espiras y núcleo de mineral seco

2.2.3 Propuesta de prototipo con condiciones reales

Luego de los resultados obtenidos, en cuanto a la medición de inductancia a partir del grado de ley que presenta el mineral seco, se propone un diseño de prototipo que permita utilizar el mineral en forma de pulpa, ya que en la planta se trabaja con mezclas de mineral y agua para poder transportar desde un punto a otro. De forma particular, en la planta magnetita, se trabaja con un porcentaje de sólido con un rango entre 25% y 40%, aproximadamente. Por tanto, las pruebas se ejecutaron con pulpa cuyos porcentajes de sólido fueron de 20%, 25% y 35% de sólido. [5]

En la Figura 2-6 se muestra el prototipo a construir, diseñado en el programa computacional SketchUp. En él se puede observar la utilización de algunos componentes importantes, que serán incluidos en el prototipo a escala de laboratorio, como el recipiente cerrado con capacidad para soportar la pulpa con diferentes concentraciones de sólido, un agitador para mantener la mezcla homogénea, una bobina que corresponde al elemento principal del sistema de medición y una bomba peristáltica que permite la circulación de la pulpa a través del núcleo de la bobina.

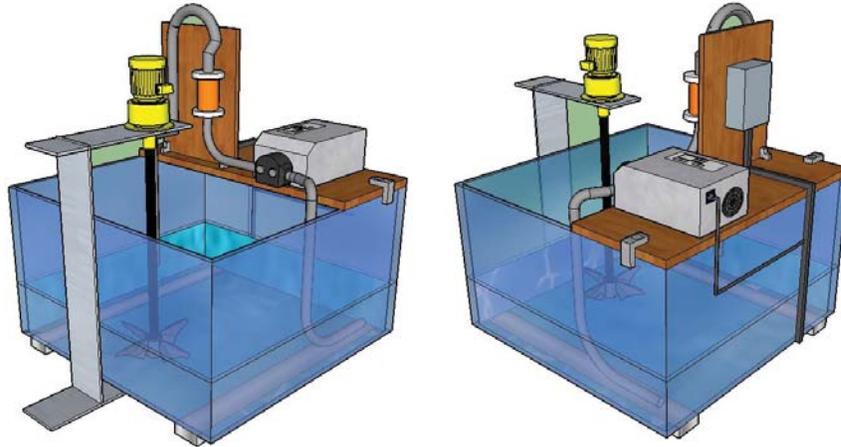


Figura 2-6 Propuesta de prototipo a escala de laboratorio (diseño creado en “SketchUp Pro 2016”)

2.2.4 Utilización de Magnetómetro en planta Magnetita

Para cubrir la necesidad de la empresa de conocer en línea el porcentaje de ley de fierro magnético, y aprovechando las propiedades magnéticas y características especiales que posee la pulpa que circula a través de las cañerías de transporte, se adquiere e instala un equipo de medición llamado Magnetómetro. Este dispositivo consiste en una bobina que recopila información relevante sobre la pulpa que circula por la tubería. [6]

La información que se recopila es transmitida a través de un protocolo de comunicación hacia un controlador lógico programable (PLC), el cual procesa la información proveniente desde el Magnetómetro y otros dispositivos, como flujómetros y densímetros, y envía la estimación de la ley que posee la pulpa a la sala de control, manteniendo un monitoreo constante de este parámetro.

La implementación de este dispositivo en el proceso es de gran utilidad para medir el porcentaje de ley que tenga la pulpa que circula por las líneas, reflejándose en la detección oportuna de niveles bajos de ley. Sin embargo, dicho dispositivo presenta ciertos inconvenientes, como la inestabilidad de la señal que llega a la sala de control, ya que en ciertos instantes la ley que muestra en la sala de control está por debajo de 0% o por sobre el 100%. En el apéndice A se puede corroborar las señales que envía el equipo a la sala de control.

Además, el Magnetómetro presenta un inconveniente con respecto a la circuitería. Esto se explica debido a que utiliza potenciómetros que deben ser calibrados para que el equipo mida correctamente las variables de interés. Una vez calibrado, el instrumento puede utilizarse para medir el porcentaje de ley; sin embargo, el lugar donde está instalado el gabinete electrónico está en presencia constante de vibraciones, provocando que los potenciómetros se muevan del punto de calibración. Esto conlleva a que el técnico a cargo del instrumento deba viajar desde Planta de Pellets (ubicada en Huasco) para volver a calibrar el instrumento.

El costo del Magnetómetro bordea los 9 millones de pesos, considerándose como un costo muy elevado al implementarse en más etapas del proceso. Por ello, es necesario implementar un dispositivo electrónico que sea económico de fabricar e instalar, y que no se vea afectado por las vibraciones y efectos del entorno donde sea instalado. Además, se espera que las mediciones que entregue sean confiables para los operarios y permita tomar buenas decisiones en torno al comportamiento que tenga la pulpa.



Figura 2-7 Magnetómetro utilizado en la planta (fuente: David Valdés, Instrumentista II en planta Magnetita)

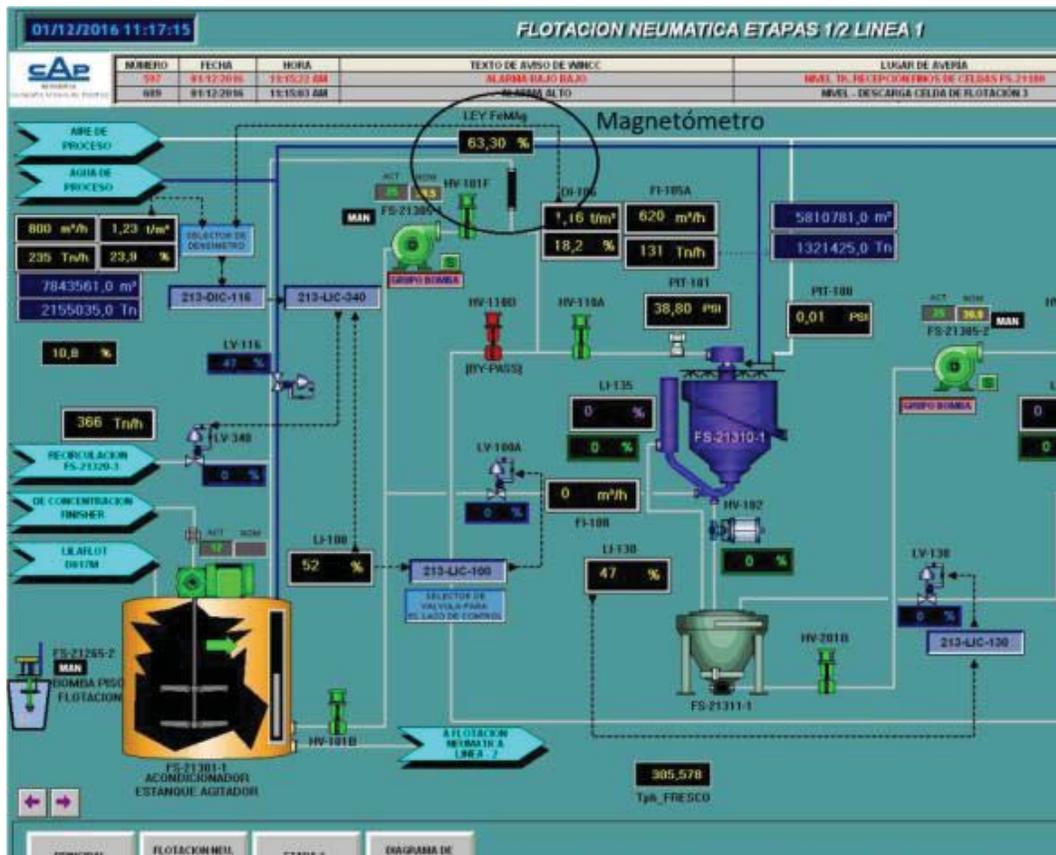


Figura 2-8 Interfaz de usuario (HMI) donde se encuentra implementado el Magnetómetro (fuente: Angel Diaz, Especialista de control en Planta Magnetita)

Tabla 2-2 Características del Magnetómetro (Model 30-20 Pipe Coil) [5]

Característica	Rango de Operación
Requerimientos de energía	115 VAC 50 o 60 Hz \pm10% Opcional 230 VAC 50 o 60 Hz \pm 10% (requiere cambiar el transformador en La placa base)
Carga	40 VA máximo
Entradas requeridas (desde la bobina)	Bobina de detección: 95-105 mH, 20-25 Ohmios Bobina de calibración: 1-10 mH, .2-2 Ohmios
Salidas provistas	Voltaje 0-5 VDC, en un mínimo de 100 K Ohms Corriente 1-5 mA en carga máxima de 5K Ohm 4-20 mA en carga máxima de 1K Ohmio 10-50 mA en carga máxima de 500 ohmios
Rangos de temperatura	Normal \pm20° C
Exactitud	Estabilidad de 1 gramo de óxido de hierro magnético por litro de sensor cerrado Volumen sobre el rango de temperatura normal.

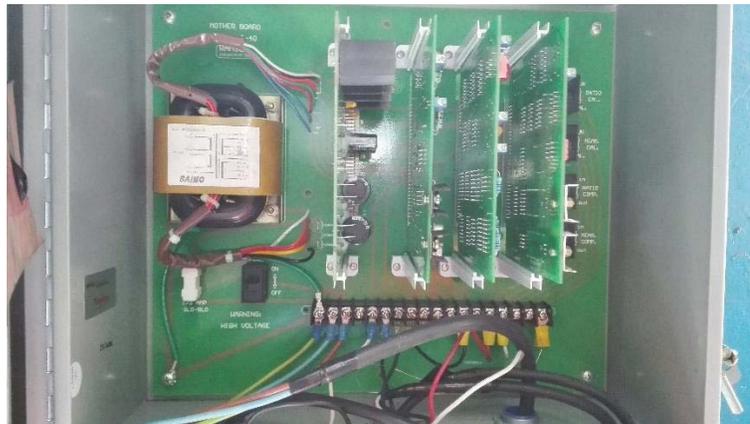


Figura 2-9 Fotografía del panel electrónico del Magnetómetro

2.3 Concentrado en forma de pulpa

Si bien las pruebas efectuadas con el mineral seco tuvieron los resultados favorables de la Figura 2-5, esta fue realizada en condiciones cuyo núcleo de la bobina estaba compuesto por mineral seco. Dicho mineral fue enviado para fines de estudio desde la planta Magnetita a la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, en tres variedades: 45%, 55% y 65% de Ley. Las pruebas realizadas sobre este mineral, y descritas en la sección 2.2, corresponden a pruebas realizadas sobre este material con ausencia de agua; Sin embargo, durante todo el proceso productivo de la planta, desde que se extrae el relave desde Minera Candelaria hasta que el concentrado es recibido en Puerto Punta Totoralillo, se trabaja con el mineral en forma de pulpa (Mezcla de hierro, agua y otras impurezas).

2.3.1 Condiciones de operación en planta

Entre los días 1 de diciembre y 8 de diciembre, como parte de en una visita técnica a la planta, se solicita al personal a cargo que se realicen pruebas químicas a la pulpa que circula por la línea donde está instalado el Magnetómetro. Este procedimiento fue realizado por el laboratorio químico administrado por una empresa externa, entregando los resultados que se muestran en Tabla A-1 y Tabla A-2.

Se logra apreciar, a partir de la información mostrada en el apéndice A.2 que el porcentaje de sólido fluctúa entre 5.3% y 25.9%, esto considerando que por cada día se tomaron de 6 a 9 muestras desde la línea, mientras que el porcentaje de Hierro magnético fluctúa entre 56.6% y 67.2%. Esto muestra la variación constante que tiene la pulpa en la línea de producción, y la inestabilidad que presenta el magnetómetro en la lectura del porcentaje de ley, como se puede observar en las figuras del apéndice A.

Para el prototipo a diseñar a escala de laboratorio, se mantiene constante el porcentaje de sólido para cada porcentaje de ley. Es decir, para todas las leyes (45%, 55% y 65%) se debe crear una solución con proporciones de sólido constante para que el resultado de medición en la bobina pueda ser analizado desde el punto de vista estadístico (mismas condiciones para todas las leyes). En consultas realizadas a personal de planta, el porcentaje de sólido de la pulpa que circula por el magnetómetro varía entre 26% y 28%, ya que se le agrega agua para diluir previo al proceso de flotación. [5]

2.3.2 Cálculo del porcentaje de sólido

El porcentaje de sólido es uno de los parámetros importantes que se debe tener presente para crear la pulpa con la cual se trabajará. Este parámetro, también denominado como porcentaje de masa del sólido, viene dado de forma implícita por la expresión descrita en la ecuación (2-2).

$$\rho_{PULPA} = \frac{\rho_{SOLIDO} \cdot \rho_{LIQUIDO}}{\rho_{SOLIDO} \cdot (1 - \%Sólido) + \rho_{LIQUIDO} \cdot \%Sólido} \quad (2-2)$$

Con la ecuación (2-2) se calcula la densidad de la pulpa (ρ_{PULPA}) con la cual se trabajará, en función de la densidad del mineral, la densidad del líquido (agua) y el porcentaje de sólido que

queda a criterio del operador. La densidad del sólido ($\rho_{\text{SÓLIDO}}$) equivale a la densidad del mineral seco, mientras que la densidad del líquido equivale a la densidad del agua y se asume un valor de 1[gr/ml].

Para tener mejores resultados, se debe tener un porcentaje que permita la circulación de la pulpa por la manguera sin que se estanque el mineral. Como el objetivo de la investigación consiste en observar los efectos del material magnético sobre la bobina e inferir una forma de determinar la ley a partir de estos efectos, se debe hacer circular la mayor cantidad de sólido por el núcleo del solenoide. Además, se debe considerar la capacidad que tenga la bomba para que permita el flujo de la mayor cantidad de sólido posible (mayor porcentaje de sólido) a través de la manguera. Para ello, se efectuaron diversas pruebas para determinar el porcentaje máximo de sólido que logra el equipo succionar, o bien que circule en mayor medida el mineral y menores cantidades de agua. Se determinó que por sobre el 45% de sólido la bomba sólo succiona agua, no transportando mineral a través de la manguera. Por tanto, se trabaja con porcentajes de sólido de 20%, 25% y 35%.

Para determinar las proporciones de agua y mineral a mezclar para conseguir un porcentaje de sólido determinado, se sigue la siguiente metodología. La densidad de la pulpa, obtenida de la ecuación (2-2), se reemplaza en la ecuación (2-3). Esta igualdad entrega la masa total de pulpa a producir, a partir del volumen final que se desea obtener. Finalmente, se calcula la masa de mineral que se requiere de acuerdo al porcentaje de previamente establecido.

$$Masa_{\text{Total}} [g] = \rho_{\text{Pulpa}} [g/ml] \cdot Volumen_{\text{Total}} [ml] \quad (2-3)$$

Finalmente, se calcula la masa total de mineral que se debe mezclar. Para ello, se debe multiplicar la masa total de la pulpa (obtenido desde la ecuación (2-3)) por el porcentaje de sólido que se estableció por conveniencia (20%, 25%, 30%, 35%, 40%, etc.). La ecuación (2-4) entrega la masa del mineral a utilizar para generar un porcentaje de sólido específico, sobre un volumen de agua.

$$Masa_{\text{Sólido}} [g] = Masa_{\text{Total}} [g] \cdot \% \text{Sólido} \quad (2-4)$$

2.4 Diseño y construcción de un sistema de medición de ley

El sistema diseñado para medir el porcentaje de ley se asemeja al mecanismo aplicado en terreno, a través de los desfloculadores magnéticos que sirven para desmagnetizar la pulpa circulante por la línea de producción. Paralelamente, el equipo a construir consta principalmente de una bobina, en cuyo núcleo circula continuamente la pulpa, que en teoría debería provocar variaciones en las propiedades del solenoide, permitiendo asociar dichos cambios con la riqueza del mineral.

Como se puede observar en la sección 2.2, la mutua dependencia entre el grado de concentración y la inductancia que presenta la bobina, se logra establecer que el porcentaje de ley se puede obtener en base a la inductancia que presenta la bobina, en función de la pulpa que circula por el núcleo. Los componentes requeridos en el prototipo serán descritos en 2.4.1.

2.4.1 Componentes principales de prototipo a implementar

El prototipo diseñado debe adaptarse a una escala de laboratorio, para lo cual se deben tener presentes los materiales que se utilizarán, como también el presupuesto que se maneja. Los materiales utilizados para la construcción del proyecto se detallan a continuación.

El sistema requiere de una bomba peristáltica para la circulación de la pulpa en sus diferentes porcentajes de sólido. Se utilizó la bomba peristáltica de precisión BT100-2J (Figura 2-10). Esta bomba viene provista con el cabezal YZII15 y proporciona caudales desde 0.0002 a 380 [ml/min]. La velocidad se puede controlar a través del panel de control o mediante la interfaz RS485⁴. [7]



Figura 2-10 Bomba peristáltica “Longerpump, modelo BT100-2J” (fuente: <http://www.longerpump.com>)

El recipiente que contendrá la pulpa es de acrílico con un espesor de 5 [mm], cuya capacidad total es de 75 litros; sin embargo, para efectos prácticos sólo debe contener un volumen de pulpa mínimo, de tal forma que favorezca la circulación de pulpa por todo el circuito de la manguera, sin que exista riesgo de que la bomba succione aire.

Para aprovechar al máximo la potencia de la bomba peristáltica, por la manguera debe circular el mínimo volumen de aire, para evitar que la pulpa reduzca su velocidad. Además, para medir correctamente la inductancia que presenta la bobina, y que la medición sea confiable, en el tramo del núcleo debe circular solamente la pulpa con sus respectivos porcentajes de sólido, para que las variaciones de la inductancia no sean causadas por la presencia de aire en el núcleo.

El sistema también cuenta con un agitador para que el mineral se mantenga mezclado de forma homogénea en el líquido (agua). Al ser un mineral cuya densidad es menor que la densidad del agua, tenderá de forma natural a decantar al fondo del recipiente, lo cual debe evitarse usando

⁴ Sistema digital para la transferencia de datos desde un computador a la bomba

el agitador. La Figura 2-11 muestra el prototipo ya construido. Para la medición de la inductancia en la bobina se utiliza un multímetro digital UNI-T UT70A.

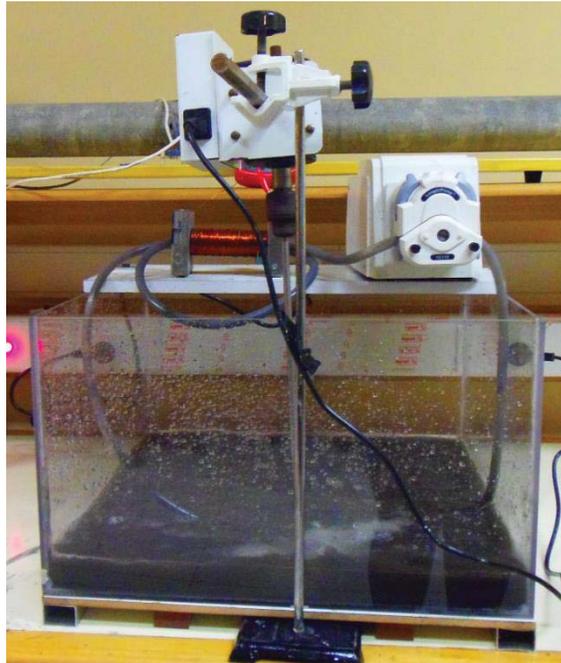


Figura 2-11 Sistema para medir la ley en un flujo de pulpa

En primera instancia, se construye una bobina de 805 vueltas aproximadamente, cuyo enrollamiento se compone por alambre de cobre esmaltado de 1 [mm] de espesor. El diámetro total del núcleo es de 1.1 [cm]. Del cual el diámetro por donde circula la pulpa es de 7.9 [mm] que corresponde al diámetro interno de la manguera de silicona.

Luego, debido a los resultados que se obtienen con la bobina de 805 espiras, se crea una segunda bobina con mayor diámetro del núcleo, de tal forma que por este circule mayor cantidad de pulpa. Esto se debe a que no se tienen buenos resultados con la primera bobina, siendo necesario aumentar el radio del núcleo por donde circula la pulpa.

2.5 Primeras pruebas experimentales en pulpa con 35% de sólido

La Figura 2-12 muestra los resultados de medición de inductancia para cada pulpa, cuyo porcentaje de sólido se mantiene constante en 35% para cada concentrado. En la gráfica se puede observar que la inductancia que presenta la bobina, cuando por el núcleo circula una pulpa con un determinado porcentaje de ley, presenta valores cambiantes para cada ley. Sin embargo, estas variaciones son muy pequeñas, manteniéndose casi iguales, por lo que no es factible relacionar la ley de fierro magnético con el valor de la inductancia (u otra variable eléctrica).

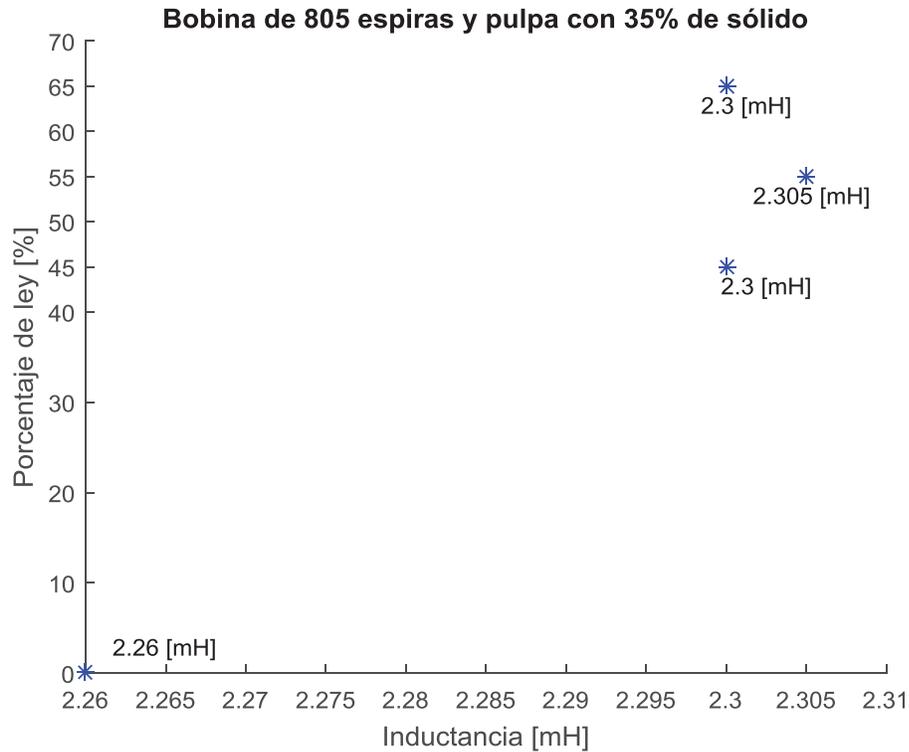


Figura 2-12 Representación gráfica del porcentaje de ley en función de la inductancia, utilizando bobina de 805 espiras y pulpa con 35% de sólido

Para verificar el correcto funcionamiento de la bobina, se procede a rellenar la totalidad del núcleo con el mineral seco (con ausencia de agua), y medir la inductancia que presenta el enrollamiento. Este procedimiento permitirá estimar las posibles causas que conllevaron a la obtención de los resultados de la Figura 2-12. Los datos de la Tabla 2-3, y representados en la Figura 2-13, muestran los resultados de medición de inductancia con mineral seco aplicados para misma bobina.

A partir de los resultados de la Figura 2-13, se observa que la ley presenta un patrón ascendente a medida que la inductancia aumenta. Es necesario señalar que para estas pruebas se considera el 100% de sólido (ausencia total de agua). Si bien las variaciones de inductancia que presenta la bobina con mineral seco son pequeñas, es posible encontrar una tendencia del grado de ley que presente la pulpa, en función a la inductancia que tenga el enrollamiento. Estos resultados sugieren que el prototipo debe tener mejoras, ya que el sistema con pulpa debiese tener resultados similares que el mineral seco.

Tabla 2-3 Mediciones de inductancia para cada ley en bobina de 805 espiras, con núcleo de pulpa con 35% de sólido

Porcentaje de Ley	Inductancia [mH]
0%	2,25
10%	2,33
20%	2,44
30%	2,52
40%	2,74
45%	2,87
55%	3,36
65%	3,49

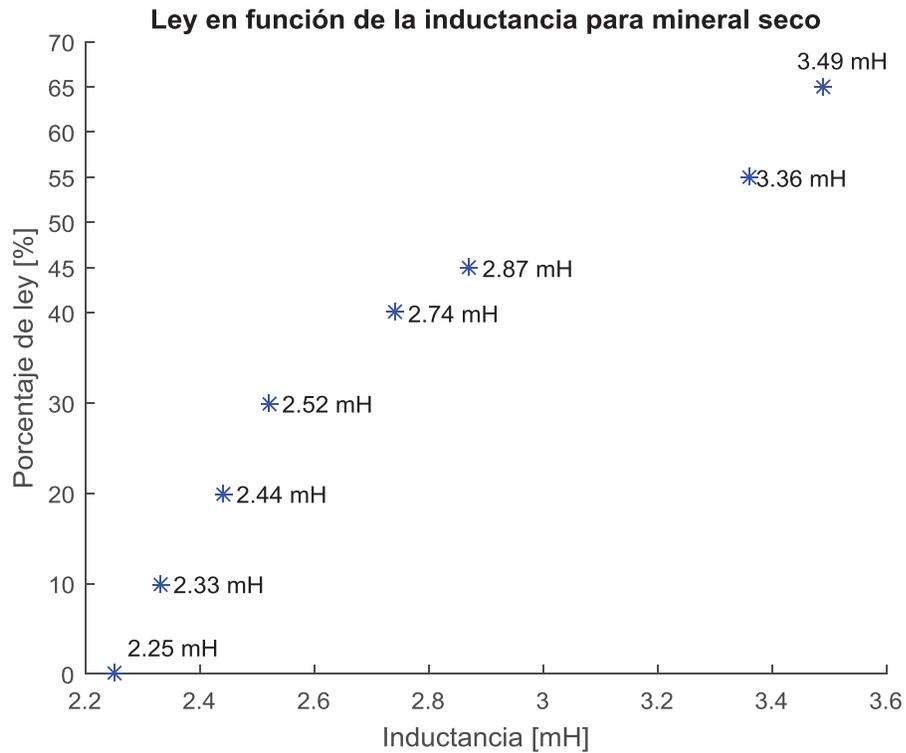


Figura 2-13 Representación gráfica del porcentaje de ley en función de la inductancia, utilizando bobina de 805 espiras y núcleo de mineral seco

2.6 Rediseño de bobina eléctrica con nuevas especificaciones técnicas

La bobina a utilizar en el prototipo final, respecto a las mejoras que se requieren, debe estar construida de tal forma que se logre detectar los cambios que existan en el núcleo. Para ello, previa a la fabricación de la nueva bobina, se debe hacer un análisis sobre las mejoras que debe tener en cuanto a dimensiones (diámetro del núcleo, largo medio y número de vueltas). La bobina fabricada anteriormente (ver Figura 2-14) tiene las características que se muestran en la Tabla 2-4.



Figura 2-14 Bobina de 805 espiras con diámetro de circulación de pulpa de 7.9 [mm]

Tabla 2-4 Característica de bobina (primer diseño)

Característica	Valor
Número de vueltas (aproximadamente)	805
Largo de la bobina	161 [mm]
Número de Capas	5
Diámetro total del núcleo	22 [mm]
Diámetro de circulación de la pulpa	11 [mm]
Diámetro pulpa	7,9 [mm]
Inductancia en vacío	2,26 [mH]

Según la información de la Tabla 2-4, el diámetro por donde circula la pulpa (7.9 mm) es considerablemente pequeño, causando que la cantidad de masa de mineral que circula por el núcleo no es suficiente para que la bobina logre captar la variación que tenga en cuanto al material magnético.

Es viable calcular la cantidad de mineral que está presente en el núcleo de la bobina, teniendo presente las dimensiones del cilindro por donde circula bobina. Con la ecuación (2-5) es posible calcular la cantidad de mineral, en términos de masa, que está circulando por el núcleo de la bobina.

$$masa_{Total} = \rho_{Pulpa} \cdot A_{Núcleo} \cdot l_{Bobina} \cdot \%Sólido \quad (2-5)$$

Donde,

- masa_{Total} : Masa total de mineral (sin agua) que circula por el núcleo del embobinado en un instante determinado [gr]
- ρ_{Pulpa} : Densidad de la pulpa (varía para cada pulpa) [gr/mm³]
- A_{Núcleo} : Superficie de la sección transversal del núcleo por donde circula la pulpa (manguera) [mm²]
- l_{Bobina} : Largo medio de la bobina [mm]
- %Sólido : Porcentaje de sólido con el que se trabajará

Tabla 2-5 Masa de mineral presente en núcleo (bobina de 805 espiras y pulpa con 35% de sólido)

Porcentaje de ley de la pulpa	Densidad de la pulpa [g/ mm ³]	Masa de mineral presente en el núcleo Para 35% de sólido
10%	1,212 · 10 ⁻³	3,348 [g]
20%	1,236 · 10 ⁻³	3,414 [g]
30%	1,323 · 10 ⁻³	3,653 [g]
40%	1,341 · 10 ⁻³	3,704 [g]
45%	1,36 · 10 ⁻³	3,756 [g]
55%	1,362 · 10 ⁻³	3,761 [g]
65%	1,373 · 10 ⁻³	3,793 [g]

La Tabla 2-5 muestra la densidad de la pulpa para cada porcentaje de ley en [gr/mm³], además de la masa de mineral que circula por el núcleo. Luego, a partir de los resultados de la gráfica de la Figura 2-12, se sugiere aumentar el diámetro del núcleo de tal forma que circule más cantidad de mineral, para que la bobina logre captar el contenido magnético presente en la pulpa.

Para el diseño de la bobina nueva se debe considerar las mejoras que se requieren. Una de ellas es aumentar el diámetro del núcleo para que la bobina logre detectar las diferentes

concentraciones del material magnético, reflejando estas variaciones en función a la inductancia que presenta. Además, se debe aumentar la inductancia de la bobina a un rango que sea medible por el instrumento, con el fin de que esa medición sea confiable y no se encuentre en los extremos del rango de operación del instrumento.

Para el diseño de una nueva bobina, se utiliza un software computacional llamado “Cálculo de bobinas”, cuya licencia es libre. El software permite calcular la inductancia “L” a partir de las dimensiones de la bobina, o bien calcular las dimensiones de la bobina a partir de la inductancia. En este caso, se elige un valor de 3,4 [mH] de inductancia en vacío, La Tabla 2-6, muestra las dimensiones de la bobina que será usada para las siguientes experiencias.

El algoritmo que aplica el programa para calcular las dimensiones de la bobina, a partir de datos de entrada, se explica en el anexo B.1.

Tabla 2-6 Características de nuevo diseño de bobina

Característica	Valor
Número de vueltas (aproximadamente)	663
Largo de la bobina	100 [mm]
Número de Capas	6
Diámetro total del núcleo	25 [mm]
Diámetro de circulación de la pulpa	22 [mm]
Diámetro pulpa en el núcleo	15,8 [mm]
Inductancia en vacío	3,42 mH

Para determinar la cantidad de masa que circula por el nuevo núcleo, se aplica el mismo procedimiento descrito con la ecuación (2-5). Esta vez, la manguera pasa dos veces por el núcleo, por lo que el área de la sección transversal por donde circula la pulpa es mayor que la bobina de 805 espiras. La Figura 2-15 muestra la bobina en cuyo núcleo circula dos veces la pulpa a través de la manguera, manteniendo la misma dirección de flujo, mientras que en la Tabla 2-7 se detalla la cantidad de mineral que circula por el núcleo en base al porcentaje de sólido que tenga la mezcla.



Figura 2-15 Mecanismo de flujo de pulpa a través del núcleo del solenoide

Tabla 2-7 Masa de mineral presente en núcleo (bobina de 663 espiras y pulpa con 35% de sólido)

Porcentaje de ley de la pulpa	Densidad de la pulpa [g/ mm ³]	Masa de mineral [g] Para 20% de sólido	Masa de mineral [g] Para 25% de sólido	Masa de mineral [g] Para 35% de sólido
10%	$1,212 \cdot 10^{-3}$	2,377	2,971	4,159
20%	$1,236 \cdot 10^{-3}$	2,423	3,029	4,241
30%	$1,323 \cdot 10^{-3}$	2,593	3,242	4,538
40%	$1,341 \cdot 10^{-3}$	2,63	3,287	4,602
45%	$1,36 \cdot 10^{-3}$	2,666	3,333	4,666
55%	$1,362 \cdot 10^{-3}$	2,67	3,337	4,672
65%	$1,373 \cdot 10^{-3}$	2,69	3,365	4,711

3 Sistema de medición de ley de fierro magnético

Una vez construida la nueva bobina, se procede con la realización de diversas pruebas experimentales. Estas pruebas consisten en hacer circular a través del núcleo de la bobina las diferentes concentraciones de pulpa, las cuales poseen una concentración de 10%, 20%, 30%, 40%, 45%, 55% y 65% de ley.

Se diferencian, además, tres tipos de pulpa para cada ley, las cuales varían según el porcentaje de sólido que tenga cada muestra. Para la experimentación se trabaja con porcentajes de sólido de 20%, 25% y 35%, ya que por sobre el 40% de sólido, por la manguera sólo circula agua.

3.1 Preparación de muestras y procedimiento experimental

El procedimiento a realizar consiste en medir la inductancia, ya que, al ser el parámetro que tiene mejor respuesta debido a los cambios que posea la pulpa, es posible detectar las variaciones en el núcleo de la bobina según el grado de concentración de los elementos magnéticos que existan, permitiendo reflejar estas variaciones en términos de la inductancia que se mide en el solenoide.

El procedimiento que se muestra en la Figura 3-1 detalla las diferentes etapas del proceso de medición, comenzando con la preparación de los concentrados que conformarán la pulpa, el cual consta de 3 muestras de mineral enviados desde la planta Magnetita y cuyas leyes corresponden a 45%, 55% y 65%. En cuanto a las otras leyes, estas se obtuvieron a partir de la ley de 45% al cual se le agrega Sílice para disminuir la riqueza a valores inferiores (10%, 20%, 30% y 40%). Se dice, entonces, que las leyes creadas en la escuela de ingeniería química corresponden a muestras creadas artificialmente, mientras que las enviadas desde la planta serán las muestras obtenidas en condiciones reales.

Para cada porcentaje de ley se crean 3 tipos de pulpa, diferenciándose cada una según el porcentaje de sólido (20%, 25% y 35%). La pulpa debe ser capaz de circular a lo largo de la manguera de silicona, de tal forma que fluya a través del núcleo sin estancarse en el trayecto, y manteniendo la mezcla homogénea.

Finalmente, el proceso de medición comprende la obtención de la inductancia que presenta la bobina. En la Figura 3-2 se puede observar la metodología de medición, donde por el núcleo de la bobina circula las diferentes pulpas, midiendo la inductancia que presenta la bobina una vez que se estabiliza en un valor constante. Luego de esto, se procede con el análisis estadístico de los resultados obtenidos, para posteriormente inferir sobre la factibilidad técnica de construir un sistema de medición de ley en una escala de laboratorio.

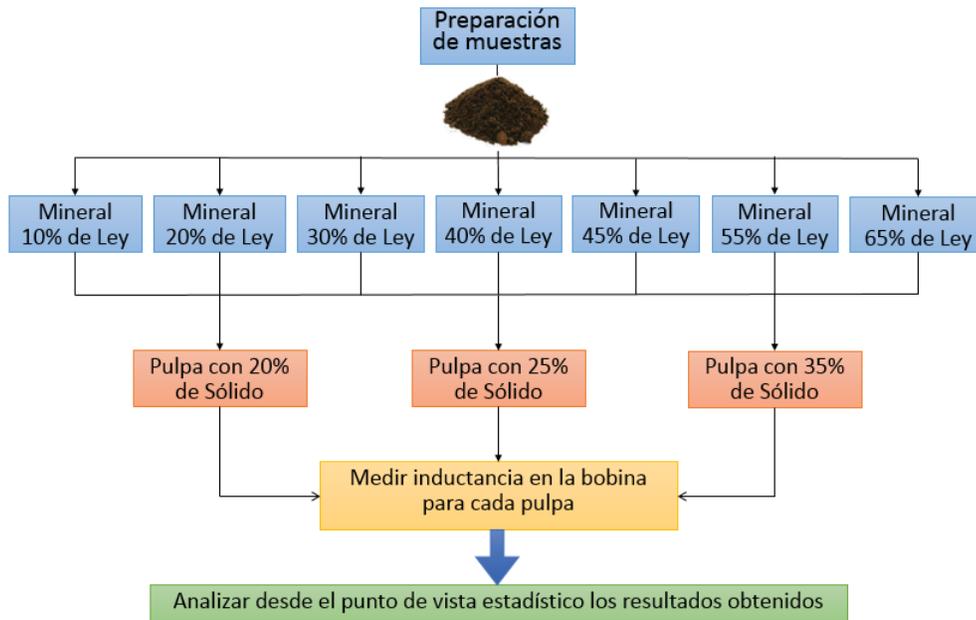


Figura 3-1 Diagrama del procedimiento realizado para obtener las pulpas. En total se crearon 21 muestras con 20%, 25% y 35% de sólido



Figura 3-2 Medición de la inductancia, parámetro que se relacionará con la ley de fierro magnético

3.2 Obtención de resultados experimentales

Las mediciones experimentales se consiguen registrando la inductancia que presenta la bobina para cada núcleo. Los resultados que se obtienen, considera el instante que el instrumento muestra un valor estable en la medida de inductancia, y controlando que por el núcleo circule bajas cantidades de aire (burbujas). Este protocolo se debe a que las burbujas de aire influyen de forma negativa, disminuyendo la inductancia en la bobina, puesto que decrece el área magnética en el interior del núcleo. Notar que la inductancia aumenta paulatinamente, en la medida que en el núcleo aumenta el contenido magnético.

Por tanto, para comparar todos los resultados desde el punto de vista estadístico y experimental, se debe mantener las mismas condiciones de trabajo. Dentro de este contexto, se utiliza un agitador para mantener las pulpas mezcladas de forma homogénea. A continuación, se detallan los resultados con los diferentes porcentajes de sólido, aplicados a cada porcentaje de ley. Para las mediciones en blanco, se registran 10 valores, mientras que para las concentraciones de sólido (20%, 25% y 35%) se registran 3 valores para cada porcentaje de ley.

3.2.1 Datos en blanco

La obtención de mediciones en blanco se emplea en el campo de la química analítica, donde se realizan las mediciones sobre una muestra de composición igual al problema pero que no posee el analito a estudiar. En este caso, la pulpa se compone por agua y el mineral, por lo que se requiere la medición del parámetro de interés, correspondiente a la inductancia de la bobina, sin el mineral. Es decir, se mide la inductancia de la bobina manteniendo el núcleo con agua.

El objetivo de obtener mediciones en blanco es comparar y estudiar el aporte que hace el analito (mineral) sobre la inductancia de la bobina. Este procedimiento permite analizar, desde el punto de vista estadístico, la efectividad de la bobina como instrumento de medición de ley de fierro.

La obtención del blanco se consigue midiendo la magnitud de interés (inductancia) 10 o más veces sobre la muestra sin el mineral (núcleo de agua), manteniendo las mismas condiciones en cada medición. Por ello, es necesario establecer las condiciones de respetabilidad, es decir, el mismo procedimiento de medida, el mismo observador, instrumento usado en las mismas condiciones y en el mismo lugar. Los resultados que se obtendrán será parte fundamental para efectuar el análisis estadístico, para posteriormente validar la bobina como instrumento de medición. [8]

Tabla 3-1 Datos en blanco

N° Dato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Inductancia [mH]	3,42	3,42	3,41	3,41	3,42	3,41	3,42	3,42	3,42	3,42

Posterior a la obtención de las mediciones en blanco, se procede con las siguientes pruebas experimentales. Se registran los valores de inductancia para cada concentración, diferenciándose cada experiencia según el porcentaje de sólido que tenga la pulpa.

3.2.2 Resultados para pulpa con 20% de sólido

Una vez creadas las pulpas con 20% de sólido, se hace circular por el núcleo las diferentes leyes, registrando la inductancia que adquiere la bobina en cada caso. Se toman 3 muestras para cada ley, bajo las mismas condiciones operacionales y manteniendo constante el porcentaje de sólido en cada oportunidad.

Las mediciones obtenidas para esta experiencia se registran en la Tabla 3-2, en el cual se logra apreciar la existencia de tres muestras diferentes para cada ley. El procedimiento de tomar 3 muestras para cada experiencia, así como las 10 muestras del blanco, servirán para analizar estadísticamente los resultados, logrando concluir sobre el comportamiento que se espera para otros porcentajes de ley.

Tabla 3-2 Mediciones de inductancia para pulpa con 20% de sólido

Porcentaje de ley	Inductancia [mH]	Inductancia [mH]	Inductancia [mH]
	Lectura 1	Lectura 2	Lectura 3
0%	3,41	3,41	3,41
10%	3,47	3,48	3,47
20%	3,58	3,59	3,59
30%	3,65	3,64	3,65
40%	3,71	3,72	3,72
45%	3,74	3,73	3,72
55%	3,78	3,79	3,78
65%	3,89	3,9	3,9

Los datos de la Tabla 3-2, resumidos en la gráfica de la Figura 3-3, se observa una relación de mutua dependencia entre cada porcentaje de ley con una inductancia específica. Estos resultados se pueden modelar mediante una aproximación por mínimos cuadrados, mostrando una curva de orden 1 (recta), tal como se muestra en la Figura 3-4.

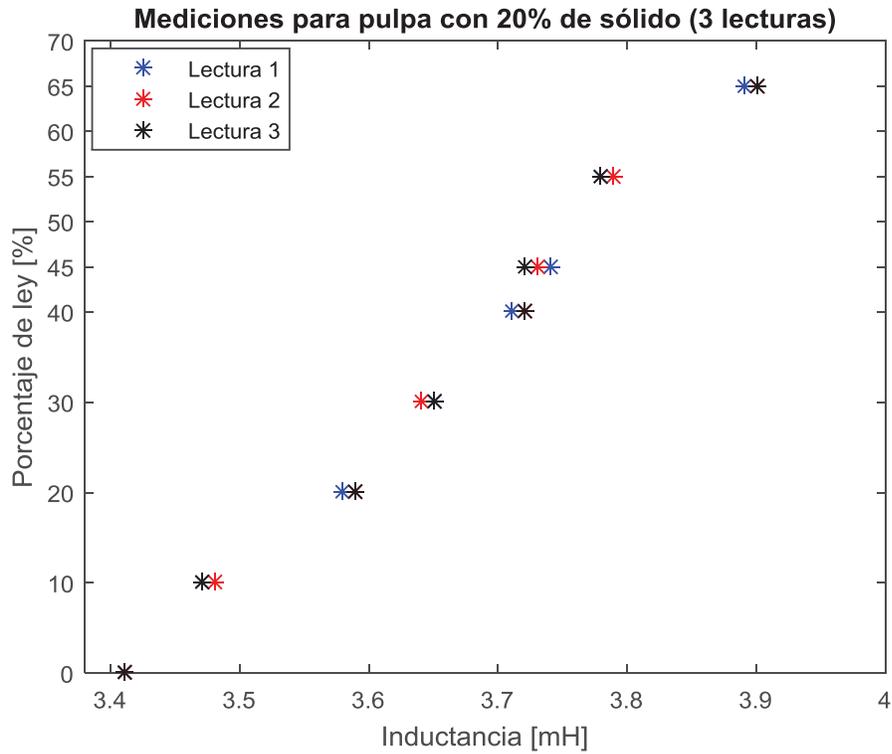


Figura 3-3 Mediciones para pulpa con 20% de sólido

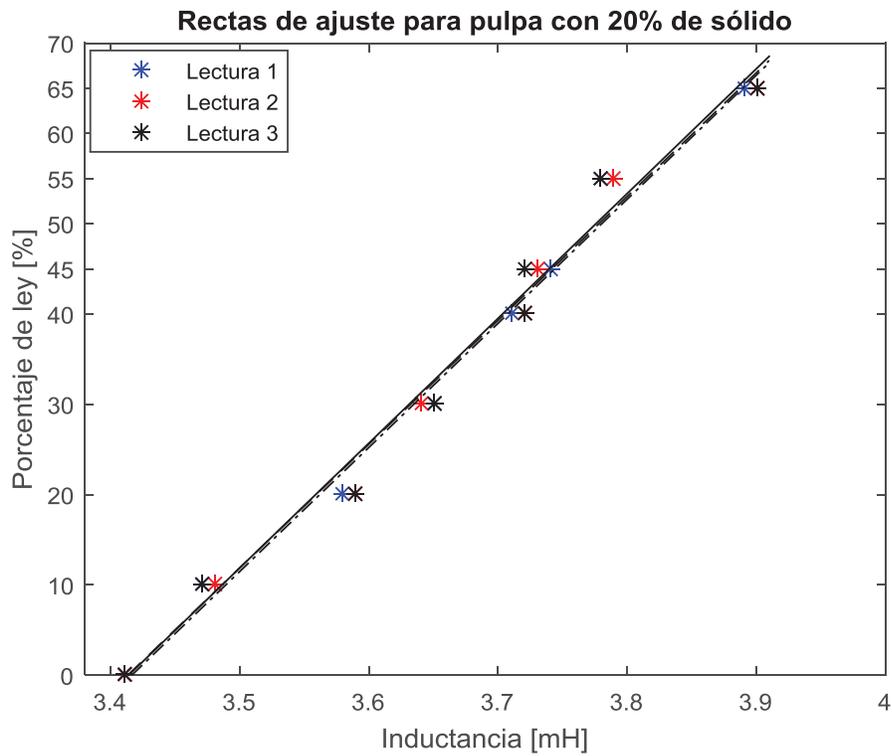


Figura 3-4 Rectas de ajuste para pulpa con 20% de sólido

Las rectas de ajuste para cada lectura, asociado con cada ley, presenta las ecuaciones de ajuste que se describen en (3-1), (3-2) y (3-3), para las lecturas 1, 2 y 3, respectivamente. Estas ecuaciones entregan el porcentaje de ley en escala de 0 a 100, mientras que la inductancia debe estar en unidades de [mH].

$$Ley [\%] = 138,17 \cdot L [mH] - 471,70 \quad (3-1)$$

$$Ley [\%] = 137,39 \cdot L [mH] - 469,37 \quad (3-2)$$

$$Ley [\%] = 137,05 \cdot L [mH] - 467,79 \quad (3-3)$$

3.2.3 Resultados para pulpa con 25% de sólido

Similar a la metodología descrita en 3.2.2, se registra la inductancia que adquiere la bobina para cada porcentaje de ley. Se toma registro de los resultados, generando la Tabla 2-1, y su respectiva gráfica mostrado en la Figura 3-5.

Tabla 3-3 Mediciones de inductancia para pulpa con 25% de sólido

Porcentaje de ley	Inductancia [mH]	Inductancia [mH]	Inductancia [mH]
	Lectura 1	Lectura 2	Lectura 3
0%	3,41	3,41	3,41
10%	3,46	3,46	3,47
20%	3,55	3,54	3,54
30%	3,62	3,61	3,63
40%	3,71	3,71	3,72
45%	3,72	3,73	3,74
55%	3,85	3,86	3,87
65%	3,9	3,91	3,9

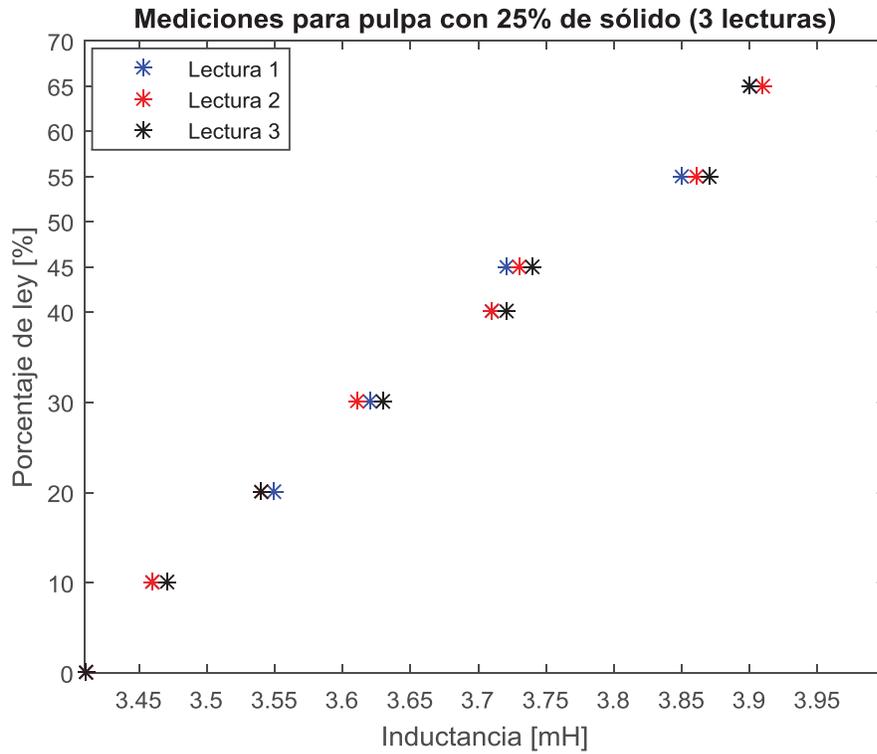


Figura 3-5 Mediciones para pulpa con 25% de sólido

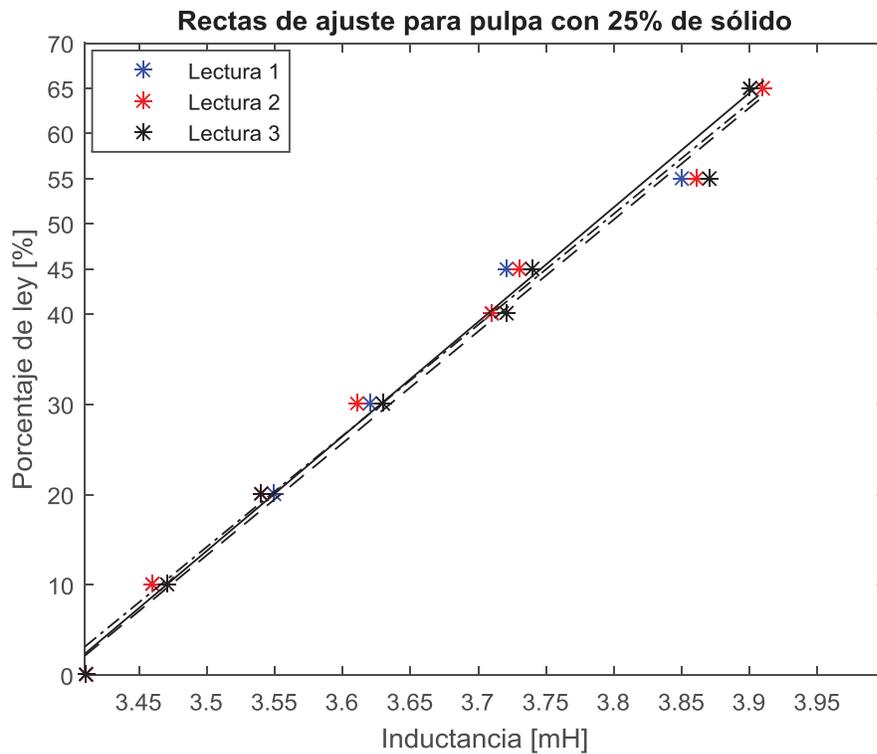


Figura 3-6 Rectas de ajuste para pulpa con 25% de sólido

Al observar los resultados de la Figura 3-5, se logra verificar que los datos siguen una tendencia ascendente, por lo que es posible aproximar estas mediciones a través de un ajuste por mínimos cuadrados.

Los ajustes por rectas mostradas para las tres lecturas en la Figura 3-6, se representan por las siguientes ecuaciones de orden 1, donde las ecuaciones (3-4), (3-5) y (3-6) corresponden a las lecturas 1, 2 y 3, respectivamente.

$$Ley [\%] = 126,83 \cdot L [mH] - 430,11 \quad (3-4)$$

$$Ley [\%] = 122,96 \cdot L [mH] - 416,14 \quad (3-5)$$

$$Ley [\%] = 123,89 \cdot L [mH] - 420,32 \quad (3-6)$$

3.2.4 Resultados para pulpa con 35% de sólido

Para las muestras de pulpa con 35% de sólido se registra la inductancia que adquiere la bobina cuando circulan las diferentes leyes. Los resultados se muestran en la Tabla 3-4, y graficados en la Figura 3-7. Luego, utilizando la herramienta computacional, se obtiene un ajuste por mínimos cuadrados de orden 1, logrando las rectas de ajuste que se muestran en la Figura 3-8.

Tabla 3-4 Mediciones de inductancia para pulpa con 35% de sólido

Porcentaje de ley	Inductancia [mH]	Inductancia [mH]	Inductancia [mH]
	Lectura 1	Lectura 2	Lectura 3
0%	3,42	3,42	3,42
10%	3,49	3,48	3,48
20%	3,49	3,5	3,5
30%	3,6	3,6	3,59
40%	3,61	3,6	3,62
45%	3,64	3,63	3,64
55%	3,66	3,68	3,67
65%	3,73	3,73	3,74

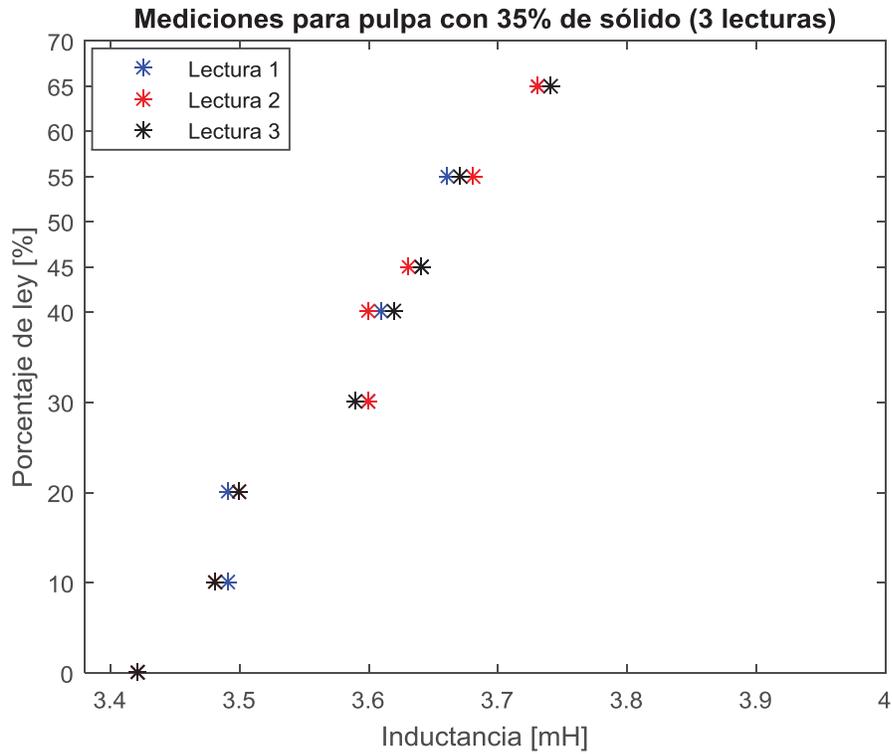


Figura 3-7 Mediciones para pulpa con 35% de sólido

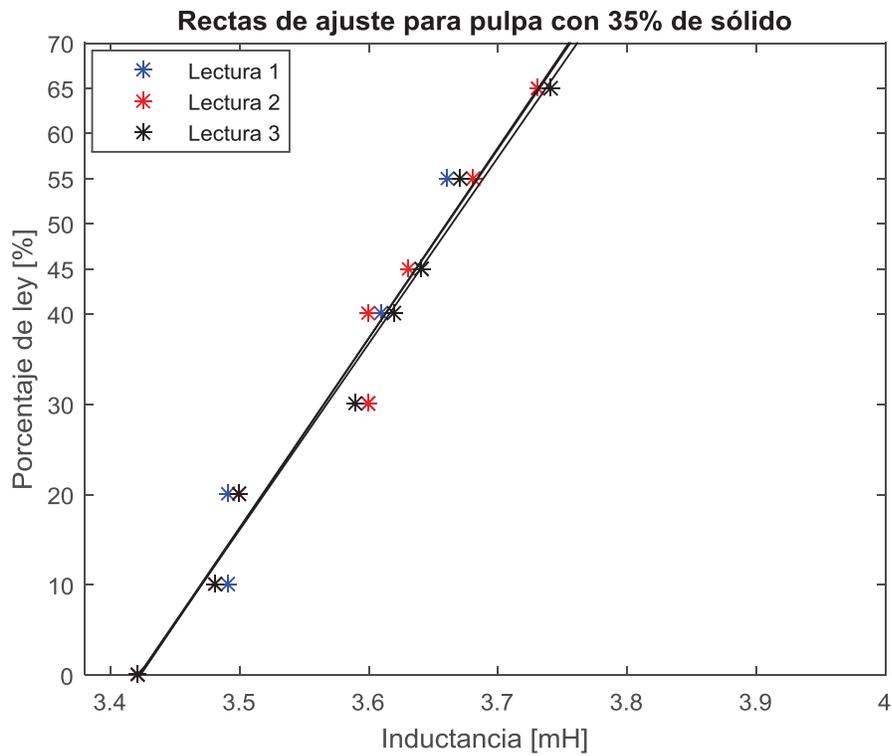


Figura 3-8 Rectas de ajuste para pulpa con 35% de sólido

Finalmente, las rectas de ajuste para cada aproximación se expresan en (3-7), (3-8) y (3-9), correspondiente a las lecturas 1, 2 y 3, respectivamente. El valor de ley aproximado está en la escala de 0 a 100, mientras que la inductancia “L” en mH.

$$Ley [\%] = 210,98 \cdot L [mH] - 722,18 \quad (3-7)$$

$$Ley [\%] = 209,51 \cdot L [mH] - 716,93 \quad (3-8)$$

$$Ley [\%] = 206,15 \cdot L [mH] - 705,39 \quad (3-9)$$

3.3 Error porcentual absoluto medio (MAPE)

Para determinar si las rectas de ajuste son buenas aproximaciones, se considerarán los coeficientes de polinomio de las lecturas 1 y 2, para cada concentración, para posteriormente validar el ajuste con los datos de la lectura 3 de cada experiencia. Es decir, se encontrará el promedio de los coeficientes de las dos primeras ecuaciones, para luego encontrar una ecuación de ajuste general y calcular el error de aplicar dicha recta de ajuste, con las mediciones de la lectura 3 de cada porcentaje de sólido para cada una de las concentraciones de ley. El objetivo será calcular el error porcentual absoluto medio, entre el resultado real (lectura 3) con lo teórico, aplicando la recta de ajuste general, la cual se obtiene como el promedio de los coeficientes de las rectas de ajuste 1 y 2 (lectura 1 y 2, respectivamente, para cada experiencia descrita en las secciones 3.2.2, 3.2.3 y 3.2.4).

La ecuación que permite estimar el error porcentual absoluto medio (MAPE) viene dado por la siguiente igualdad.

$$MAPE = \frac{100\%}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{Real_i - Pronóstico_i}{Real_i} \right| \quad (3-10)$$

Donde,

Real_i : Resultado real, obtenido en experiencia

Pronóstico_i : Resultado esperado, obtenido de forma teórica a partir de la ecuación general de ajuste

n : Número total de datos

Las ecuaciones (3-11), (3-12) y (3-13), corresponden a las rectas de ajuste general de cada experiencia, con porcentajes de sólido de 20%, 25% y 35%, respectivamente. Estas ecuaciones se obtienen calculando el promedio de los coeficientes de las rectas de ajuste de las lecturas 1 y 2, de cada experiencia. Posteriormente, se utiliza estas ecuaciones para calcular la ley de forma teórica, a partir de la inductancia que presente la bobina en cada caso. El valor de inductancia que será procesada a través de las ecuaciones generales, se obtendrá de la última columna (lectura 3) de las Tabla 3-2, Tabla 3-3 y Tabla 3-4, las cuales corresponden, en el mismo orden, a los resultados con 20%, 25% y 35% de sólido.

Recta de ajuste general, para 20% de sólido:

$$Ley [\%] = 137,780 \cdot L [mH] - 470,535 \quad (3-11)$$

Recta de ajuste general, para 25% de sólido:

$$Ley [\%] = 124,895 \cdot L [mH] - 423,125 \quad (3-12)$$

Recta de ajuste general, para 35% de sólido:

$$Ley [\%] = 210,245 \cdot L [mH] - 719,555 \quad (3-13)$$

Tabla 3-5 Error absoluto porcentual medio (MAPE), usando flujo de pulpa con 20% de sólido

Inductancia [H]	Porcentaje de Ley (Pronóstico)	Porcentaje de Ley (Real)	Error porcentual absoluto [%]
$3,41 \cdot 10^{-3}$	0%	-1,11%	100%
$3,47 \cdot 10^{-3}$	10%	7,25%	32,25%
$3,59 \cdot 10^{-3}$	20%	23,98%	17,0%
$3,65 \cdot 10^{-3}$	30%	32,35%	7,30%
$3,72 \cdot 10^{-3}$	40%	42,10%	4,78%
$3,72 \cdot 10^{-3}$	45%	42,10%	7,13%
$3,78 \cdot 10^{-3}$	55%	50,47%	9,40%
$3,90 \cdot 10^{-3}$	65%	67,2%	2,70%

Tabla 3-6 Error absoluto porcentual medio (MAPE), usando flujo de pulpa con 25% de sólido

Inductancia [H]	Porcentaje de Ley (Pronóstico)	Porcentaje de Ley (Real)	Error porcentual absoluto [%]
$3,41 \cdot 10^{-3}$	0%	2,76%	100%
$3,47 \cdot 10^{-3}$	10%	10.26%	2.54%
$3,54 \cdot 10^{-3}$	20%	19.00%	5.24%
$3,63 \cdot 10^{-3}$	30%	30.24%	0.81%
$3,72 \cdot 10^{-3}$	40%	41.48%	3.58%
$3,74 \cdot 10^{-3}$	45%	43.98%	2.31%
$3,87 \cdot 10^{-3}$	55%	60.22%	8.67%
$3,9 \cdot 10^{-3}$	65%	63.97%	1.62%

Tabla 3-7 Error absoluto porcentual medio (MAPE), usando flujo de pulpa con 35% de sólido

Inductancia [Hy]	Porcentaje de Ley (Pronóstico)	Porcentaje de Ley (Real)	Error porcentual absoluto [%]
$3,42 \cdot 10^{-3}$	0%	-0.52	100%
$3,48 \cdot 10^{-3}$	10%	12.1%	17,34%
$3,5 \cdot 10^{-3}$	20%	16.30%	22,68%
$3,59 \cdot 10^{-3}$	30%	35.22%	14,83%
$3,62 \cdot 10^{-3}$	40%	41.53%	3,69%
$3,64 \cdot 10^{-3}$	45%	45.74%	1,61%
$3,67 \cdot 10^{-3}$	55%	52.04%	5,68%
$3,74 \cdot 10^{-3}$	65%	66.76%	2,64%

A continuación, se muestra el porcentaje de error absoluto medio (MAPE) para cada experiencia. Estos valores se calculan utilizando la ecuación (3-10), excluyendo el dato de 0% de

ley (medición de inductancia en vacío), ya que el error aumenta considerablemente con este valor. Por tanto, para calcular el MAPE de las respectivas rectas de ajuste general, (3-11), (3-12) y (3-13), sólo se consideran los errores absolutos de las leyes 10%, 20%, 30%, 40%, 45%, 55% y 65%. Este procedimiento se aplica para cada porcentaje de sólido, resumiendo los resultados en la Tabla 3-8.

Tabla 3-8 Error absoluto medio (MAPE) para las experiencias con 20%, 25% y 35% de sólido

Concentración	Error Porcentual Absoluto Medio (MAPE)
20% de sólido	11,51%
25% de sólido	3,54%
35% de sólido	9,78%

En cada gráfica mostrada en las secciones 3.2.2, 3.2.3 y 3.2.4 se logra apreciar una mutua dependencia entre los resultados, aumentando la ley en la medida que la inductancia crece, manteniendo como punto de inicio la inductancia de la bobina en vacío (o con núcleo de agua). Esto admite afirmar que la inductancia se ve directamente afectada por la concentración de los componentes magnéticos que posee la pulpa, siendo factible el desarrollo de un prototipo para medir la ley, a partir de las características del mineral.

Se deduce, a partir de la Tabla 3-8, que es posible inferir sobre la ley del mineral a través de las rectas de ajuste, utilizando la inductancia que presenta la bobina. Dicha deducción se fundamenta en los bajos porcentajes de error absoluto medio para cada caso, ya que los rangos se encuentran por debajo del 12% de error.

4 Validación del ajuste lineal

En el capítulo anterior se obtuvieron las respuestas de la bobina para las diferentes concentraciones, donde se realizó un ajuste mediante aproximación por mínimos cuadrados para cada caso. La bobina será el principal componente del sistema de medición de ley, el cual tendrá la función de recopilar la información desde la bobina según la inductancia que presenta el instrumento para cada ley.

Es necesario validar los datos que se adquieren desde la bobina, para conocer si los resultados cumplen con ciertas características, como la confiabilidad, validez y objetividad que ostenta el equipo. En caso que cumpla con estos requisitos, la bobina podrá ser utilizada como un instrumento para medir, de forma confiable, la ley de la pulpa que circula por el núcleo.

Los resultados obtenidos en el capítulo 3 serán utilizados para analizar, desde el punto de vista estadístico, si la bobina se puede utilizar como un instrumento confiable para medir la ley. Este procedimiento es necesario para determinar si el sistema posee la capacidad de resolver el problema en cuestión. Para ello, se hará un análisis estadístico sobre el sistema con ausencia del blanco, el cual se describe como la inductancia que presenta la bobina cuando circula agua por el núcleo.

Para continuar con el análisis estadístico, se trabajará con las gráficas en términos de la inductancia en función de la ley. Es decir, en el eje "Y" del plano cartesiano se ubica la inductancia. Mientras que en el eje "X" la ley del mineral. Este procedimiento se debe a que en una curva de calibración, la representación gráfica de una señal se debe medir en función de la concentración del analito.

4.1 Estadística inferencial aplicado a un ajuste lineal

Para tener una buena exactitud y confiabilidad estadística, se aplica el método de mínimos cuadrados para calcular los coeficientes lineales de las respectivas rectas de ajuste. Este método busca la recta de calibrado que permita que la suma de los cuadrados de las distancias verticales entre cada punto experimental y la recta de calibrado sea mínima o tienda a cero.

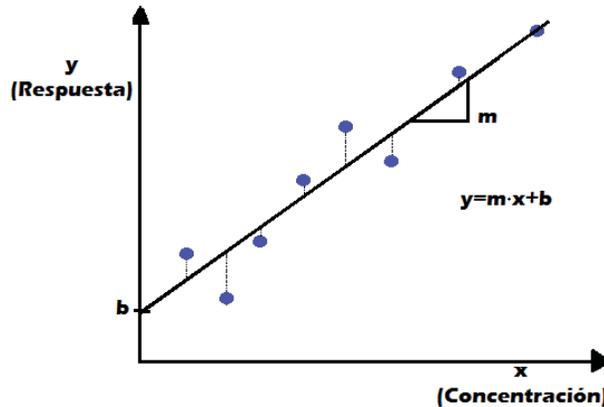


Figura 4-1 Aproximación por mínimos cuadrados

En una relación lineal, como la mostrada en la Figura 4-1, la ecuación de regresión tiene la forma como se muestra en la ecuación (4-1). Donde, “y” corresponde a la lectura del instrumento, “x” representa la concentración del analito de interés, mientras que “m” y “b” equivale a la pendiente de la recta y el intercepto, respectivamente. La pendiente es una medida de la sensibilidad del procedimiento, es decir, mientras mayor sea la respuesta del instrumento a un cambio en la concentración del analito, mayor será la sensibilidad del procedimiento.

$$y = m \cdot x + b \quad (4-1)$$

En la sección 3.2, se muestran las aproximaciones por rectas de ajuste con la forma descrita en (4-2). Sin embargo, dichas rectas de ajuste poseen el intercepto distinto de cero. Idealmente, el intercepto debe tender a cero; sin embargo, debido a interacciones, interferencias, ruido, contaminación, etc., no se cumple para este caso.

El intercepto tiene directa relación con la señal del blanco (inductancia con núcleo de agua). Por tanto, para llevar a cabo el estudio estadístico, a cada recta de ajuste de cada porcentaje de sólido y ley, se le descuenta la señal del blanco. Esto permitirá realizar un estudio sobre el aporte que genera el mineral, sin considerar el aporte de la señal en blanco (agua).

La estadística inferencial estudia cómo obtener conclusiones generales para todos los datos, comenzando con el estudio de una muestra obtenida de manera aleatoria. A la vez, sirve para determinar el grado de confiabilidad de los resultados que se logran en las diferentes pruebas experimentales

Las pruebas experimentales, llevadas a cabo durante esta investigación, contempla la obtención de 3 lecturas para cada experiencia. Estas lecturas (ver Figura 3-1) se consiguieron registrando en 3 oportunidades la inductancia en la bobina, según el porcentaje de ley y sólido que circula por el núcleo.

A continuación, se explican algunos conceptos estadísticos, los cuales serán usados para continuar con el análisis. El análisis se efectúa sobre las pendientes de las rectas de ajuste de las inductancias en función de las leyes, sin incluir la inductancia en vacío.

4.1.1 Media

También conocida como media aritmética o promedio, es la cantidad total de la variable (muestra o medida) distribuida en partes iguales entre cada observación. Desde el punto de vista conceptual, la media aritmética es el centro de los datos en el sentido numérico, ya que intenta equilibrarlos por exceso y por defecto. En términos matemáticos, es igual a la suma de todos sus valores dividida entre el número total de datos. La expresión que permite obtener el promedio se muestra en la ecuación (4-2). [8]

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \quad (4-2)$$

Donde,

\bar{x} : Valor promedio o media

x_i : Valor de la lectura i

n : Número total de lecturas

4.1.2 Desviación estándar

La desviación estándar (σ , S) es el promedio de lejanía de los valores obtenidos (lecturas) respecto del promedio. Es decir, es una medida de grado de dispersión de los datos con respecto al valor promedio, y demuestra la desviación esperada con respecto a la media aritmética.

La ecuación que se utiliza para obtener la desviación estándar se describe como sigue.

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n - 1}} \quad (4-3)$$

Donde, x_i corresponde al valor de la lectura i , \bar{X} es el promedio de las lecturas, n es el total de lecturas y S la desviación estándar.

Dentro de las propiedades de la desviación estándar se encuentra que esta será siempre un valor positivo o cero, en el caso de que las puntuaciones sean iguales. Además, cuanto más pequeña sea la desviación estándar, mayor será la concentración de los datos alrededor de la media.

4.1.3 Intervalo de confianza y distribución t de student

El intervalo de confianza mide la incertidumbre en la estimación de la media, lo que permite tener un rango dentro del cual se puede decir que se encuentra el parámetro (pendiente) con un nivel de confianza determinado, que normalmente puede ser de 90%, 95% o 99%.

La distribución T de Student es una distribución de probabilidad que surge del problema de estimar la media, el cual puede ser representado entre un rango o límites de confianza. El procedimiento para calcular el intervalo de confianza, aplicando el método T de Student,

consiste en estimar la desviación estándar de los datos y calcular el error estándar de la media, siendo de esta forma el intervalo de confianza para la media \bar{X} como se muestra a continuación

$$\bar{X} = \pm t_{\alpha/2, (n-1)} \cdot \frac{S}{\sqrt{n-1}} \quad (4-4)$$

Para calcular el límite de confianza, es necesario conocer el coeficiente T de Student ($t_{\alpha/2, (n-1)}$), el cual se obtiene de la tabla descrita en el apéndice de tablas B.2.

4.1.4 Coeficiente de variación

El coeficiente de variación (CV) es una medida de la dispersión relativa de un conjunto de datos, el cual se logra dividiendo la desviación estándar del conjunto entre su media aritmética, y su expresión se muestra en la ecuación (4-5). Notar que la mayor dispersión de los datos corresponderá al valor del coeficiente de variación (CV) mayor

$$CV = \frac{S}{\bar{X}} \cdot 100\% \quad (4-5)$$

Siendo, S la desviación estándar y \bar{X} el promedio de las lecturas. Puesto que tanto la desviación estándar como la media se miden en las unidades originales, el CV es una medida independiente de las unidades de medición, por lo que el coeficiente de variación es la medida más adecuada para comparar la variabilidad de dos conjuntos de datos, al no tener unidad de medida.

4.1.5 Límite de confianza

Existen distintas maneras de definir los límites de detección de acuerdo a criterios estadísticos, los cuales están basados en el cociente entre la magnitud de la señal de medida y el ruido de fondo producido por el instrumento, o por el blanco analítico. En esta oportunidad, la inductancia que produce el núcleo relleno de agua corresponde al blanco analítico y el analito corresponde al mineral a analizar. El ruido de fondo, que adquiere el instrumento, ocasiona que este predomine sobre la señal que entrega el analito (mineral), causando que la señal mostrada no sea confiable.

La Figura 4-2 muestra un diagrama para ejemplificar el uso del límite de detección. El ruido, como se muestra en la figura, corresponde a la señal que ocasiona el blanco analítico. En esta región, la medición no es confiable porque se ve influenciada por la señal de ruido causado por el blanco. El punto A corresponde al límite de detección, es decir, el mínimo valor que se considera como confiable sin que se vea afectado por la señal de ruido.

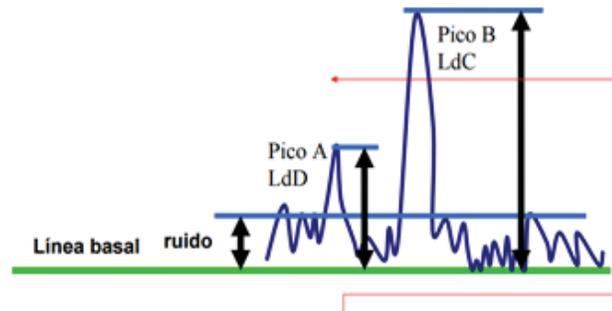


Figura 4-2 Diagrama de señal de ruido provocado por blanco analítico

El cálculo para encontrar el límite de detección se realiza a través de la ecuación (4-6), donde el coeficiente constante corresponde al número de mediciones de la muestra en blanco (10 muestras), El término S_{blanco} pertenece a la desviación estándar del blanco y \bar{X} es el promedio de las pendientes a analizar.

$$LD = 10 \cdot \frac{S_{\text{blanco}}}{\bar{X}} \quad (4-6)$$

4.2 Resultados de análisis estadístico

Para llevar a cabo el análisis estadístico, es necesario quitar la señal de ruido provocado por la señal del blanco, que en este caso corresponde a la inductancia de la bobina en vacío, o bien con núcleo de agua. Para ello, a los gráficos de resultados del capítulo 3 se debe restar la señal del blanco, es decir, a cada punto de la gráfica se debe descontar la inductancia que presenta en vacío. Esta inductancia en vacío se considera como el promedio de los datos de la Tabla 3-1. Paralelamente, se trabaja manteniendo en el eje de las abscisas el porcentaje de ley, y en el eje de las ordenadas la inductancia de la bobina.

El análisis estadístico debe hacerse con respecto al aporte que hace el mineral en sus diferentes concentraciones. Recordar que las diferentes pulpas se diferencian entre sí por el porcentaje de ley, que varía entre 10% y 65%. A continuación se describe el análisis estadístico para cada experimento, los cuales difieren según el porcentaje de sólido que se trabajó en cada caso.

4.2.1 Análisis para pulpa con 20% de sólido

La Tabla 4-1 muestra el valor de inductancia que posee la bobina, descontando la inductancia en vacío. Esta experiencia se lleva a cabo a partir de las mediciones de la sección 3.2.2, asignando como Δ Inductancia al valor de la inductancia que contribuye cada mineral, sin considerar el agua.

Los datos corresponden a las pruebas experimentales, donde se hace circular, a través de la bobina, la pulpa con 20% de sólido.

Tabla 4-1 Mediciones para flujo de pulpa con 20% de sólido excluyendo la inductancia en vacío

Porcentaje de Ley	Δ Inductancia [mH] Lectura 1	Δ Inductancia [mH] Lectura 2	Δ Inductancia [mH] Lectura 3
0%	0	0	0
10%	$6,0 \cdot 10^{-2}$	$7,0 \cdot 10^{-2}$	$6,0 \cdot 10^{-2}$
20%	$1,7 \cdot 10^{-1}$	$1,8 \cdot 10^{-1}$	$1,8 \cdot 10^{-1}$
30%	$2,4 \cdot 10^{-1}$	$2,3 \cdot 10^{-1}$	$2,4 \cdot 10^{-1}$
40%	$3,0 \cdot 10^{-1}$	$3,1 \cdot 10^{-1}$	$3,1 \cdot 10^{-1}$
45%	$3,3 \cdot 10^{-1}$	$3,2 \cdot 10^{-1}$	$3,1 \cdot 10^{-1}$
55%	$3,7 \cdot 10^{-1}$	$3,8 \cdot 10^{-1}$	$3,7 \cdot 10^{-1}$
65%	$4,8 \cdot 10^{-1}$	$4,9 \cdot 10^{-1}$	$4,9 \cdot 10^{-1}$

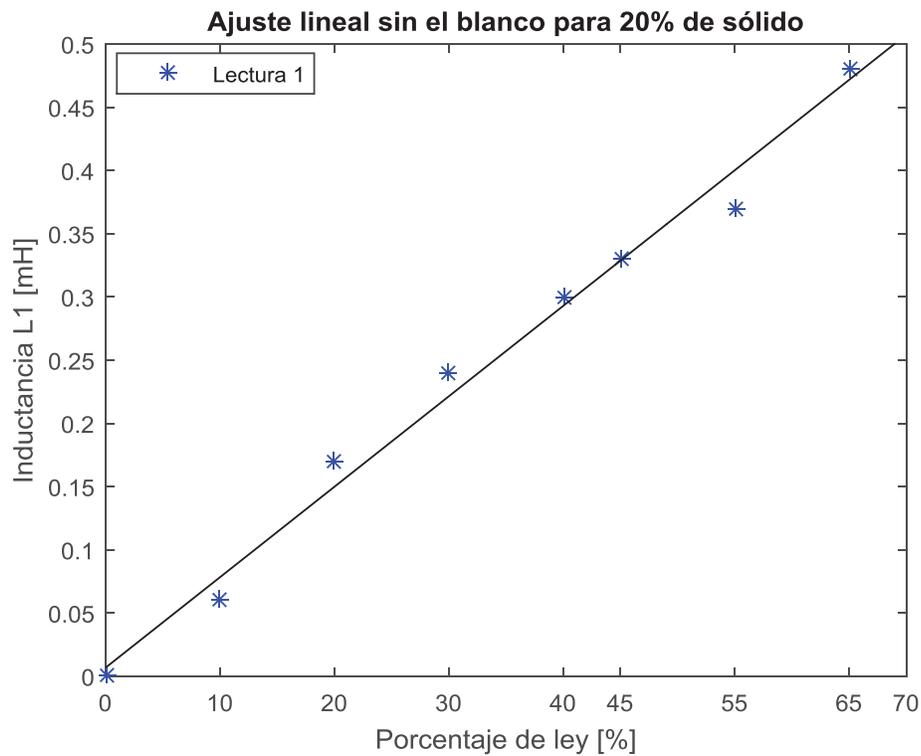


Figura 4-3 Ajuste lineal sin el blanco para lectura 1 y pulpa con 20% de sólido

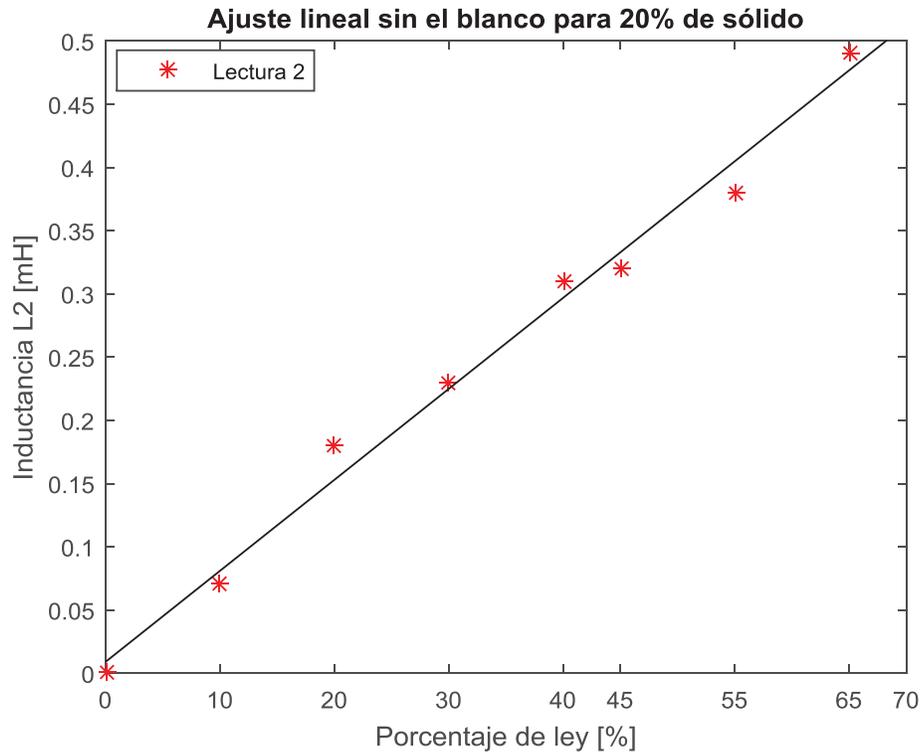


Figura 4-4 Ajuste lineal sin el blanco para lectura 2 y pulpa con 20% de sólido

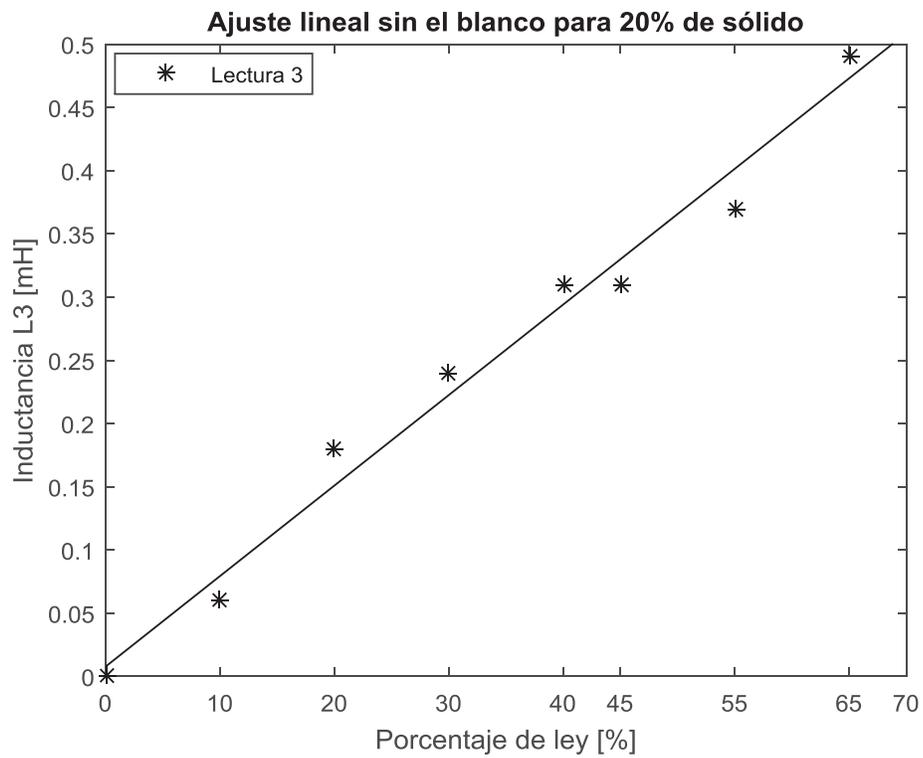


Figura 4-5 Ajuste lineal sin el blanco para lectura 3 y pulpa con 20% de sólido

Las rectas de ajuste para las lecturas 1, 2 y 3, correspondiente a las mediciones sin el blanco con 20% de sólido se muestran a continuación.

$$L1 [mH] = 7,1510 \cdot 10^{-3} \cdot Ley [\%] + 6,8722 \cdot 10^{-3} \quad (4-7)$$

$$L2 [mH] = 7,1957 \cdot 10^{-3} \cdot Ley [\%] + 9,1421 \cdot 10^{-3} \quad (4-8)$$

$$L3 [mH] = 7,1564 \cdot 10^{-3} \cdot Ley [\%] + 7,9446 \cdot 10^{-3} \quad (4-9)$$

Los resultados del análisis estadístico, aplicándose a las lecturas sin el blanco y cuyo porcentaje de sólido es de 20%, se detallan en la Tabla 4-2. Estos valores se obtienen realizando el análisis estadístico en torno a las pendientes de los ajustes mostrados en las ecuaciones (4-7), (4-8) y (4-9).

Tabla 4-2 Resultados estadístico para validación de instrumento sin incluir el blanco (Concentración de pulpa: 20% de sólido)

Medida	Símbolo	Valor o rango
Pendiente promedio	\bar{X}	$7,1677 \cdot 10^{-6} \pm 7,4234 \cdot 10^{-8}$
Desviación estándar de las pendientes	S	$2,4397 \cdot 10^{-8}$
Intervalo de confianza	LC	$[7,093 \cdot 10^{-6}, 7,242 \cdot 10^{-6}]$
Límite de detección	LD	5,8825%
Coefficiente de variación	CV	$3,4038 \cdot 10^{-1}$

4.2.2 Pulpa con 25% de sólido

La Tabla 4-3 muestra el valor de inductancia que posee la bobina, descontando la inductancia en vacío. Esta experiencia se lleva a cabo a partir de los resultados de la sección 3.2.3, asignando como Δ Inductancia al valor de la inductancia que contribuye cada mineral, sin considerar el agua. Los datos corresponden a las pruebas experimentales, utilizando pulpa con 25% de sólido.

Tabla 4-3 Mediciones para flujo de pulpa con 25% de sólido excluyendo la inductancia en vacío

Porcentaje de Ley	Δ Inductancia [mH]	Δ Inductancia [mH]	Δ Inductancia [mH]
	Lectura 1	Lectura 2	Lectura 3
0%	0	0	0
10%	$4,0 \cdot 10^{-2}$	$4,0 \cdot 10^{-2}$	$5,0 \cdot 10^{-2}$
20%	$1,3 \cdot 10^{-1}$	$1,2 \cdot 10^{-1}$	$1,2 \cdot 10^{-1}$
30%	$2,0 \cdot 10^{-1}$	$1,9 \cdot 10^{-1}$	$2,1 \cdot 10^{-1}$
40%	$2,9 \cdot 10^{-1}$	$2,9 \cdot 10^{-1}$	$3,0 \cdot 10^{-1}$
45%	$3,0 \cdot 10^{-1}$	$3,1 \cdot 10^{-1}$	$3,2 \cdot 10^{-1}$
55%	$4,3 \cdot 10^{-1}$	$4,4 \cdot 10^{-1}$	$4,5 \cdot 10^{-1}$
65%	$4,8 \cdot 10^{-1}$	$4,9 \cdot 10^{-1}$	$4,8 \cdot 10^{-1}$

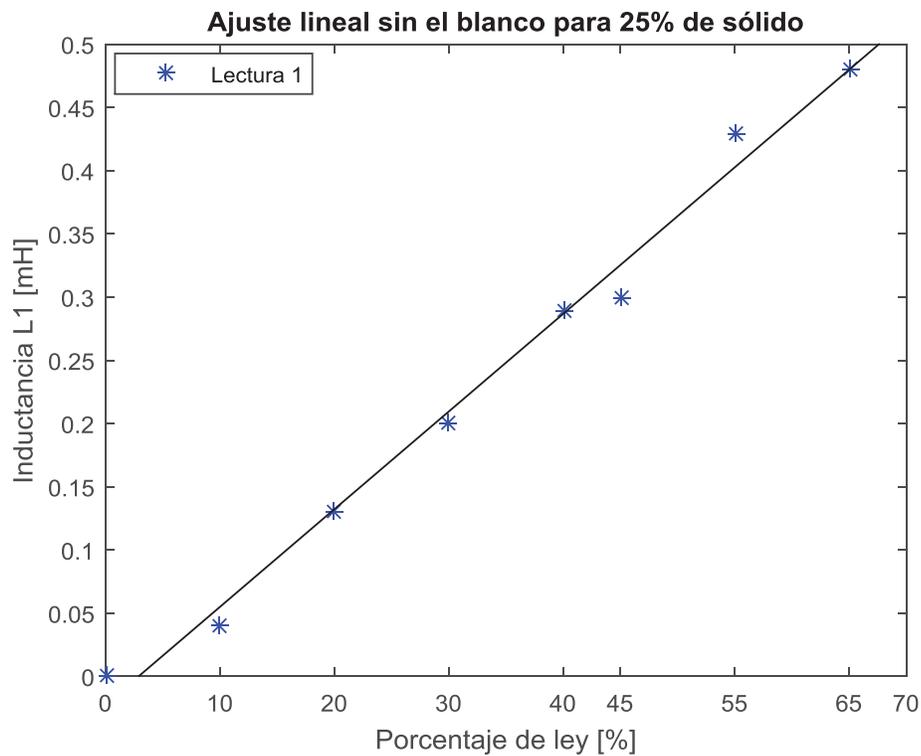


Figura 4-6 Ajuste lineal sin el blanco para lectura 1 y pulpa con 25% de sólido

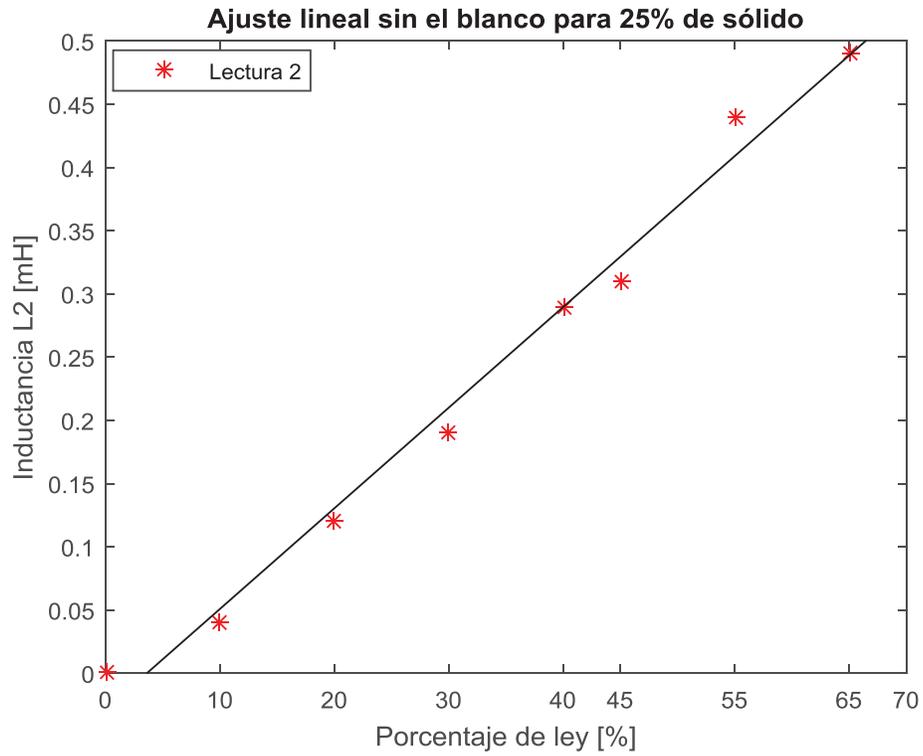


Figura 4-7 Ajuste lineal sin el blanco para lectura 2 y pulpa con 25% de sólido

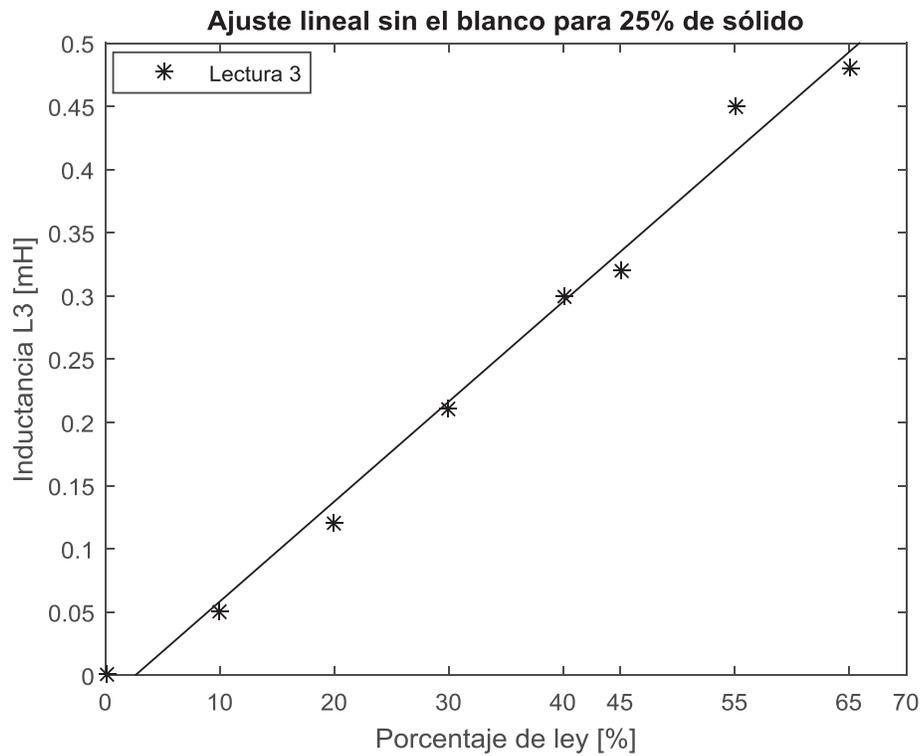


Figura 4-8 Ajuste lineal sin el blanco para lectura 3 y pulpa con 25% de sólido

Las rectas de ajuste para las lecturas 1, 2 y 3, correspondiente a las mediciones sin el blanco con 25% de sólido se muestran a continuación.

$$L1 [mH] = 7,7230 \cdot 10^{-3} \cdot Ley [\%] - 2,2073 \cdot 10^{-2} \quad (4-10)$$

$$L2 [mH] = 7,9571 \cdot 10^{-3} \cdot Ley [\%] - 2,8579 \cdot 10^{-2} \quad (4-11)$$

$$L3 [mH] = 7,8981 \cdot 10^{-3} \cdot Ley [\%] - 2,0357 \cdot 10^{-2} \quad (4-12)$$

Los resultados del análisis estadístico, aplicándose a las lecturas sin el blanco y cuyo porcentaje de sólido es de 25%, se detallan en la Tabla 4-4. Estos valores se obtienen realizando el análisis estadístico en torno a las pendientes de las rectas de ajuste mostradas en las ecuaciones (4-10), (4-11) y (4-12).

Tabla 4-4 Resultados estadístico para validación de instrumento sin incluir el blanco (Concentración de pulpa: 25% de sólido)

Medida	Símbolo	Valor o rango
Pendiente promedio	\bar{X}	$7,859 \cdot 10^{-6} \pm 3,7053 \cdot 10^{-7}$
Desviación estándar de las pendientes	S	$1,2178 \cdot 10^{-7}$
Intervalo de confianza	LC	$[7,48847 \cdot 10^{-6}, 8,2295 \cdot 10^{-6}]$
Límite de detección	LD	5,365 %
Coefficiente de variación	CV	1,5495 %

4.2.3 Pulpa con 35% de sólido

La Tabla 4-5 muestra el valor de inductancia que posee la bobina, descontando la inductancia en vacío. Esta experiencia se lleva a cabo a partir de los resultados de la sección 3.2.4, asignando como Δ Inductancia al valor de la inductancia que contribuye cada mineral, sin considerar el agua. Los datos corresponden a las pruebas experimentales, donde se hace circular, a través de la bobina, utilizando la pulpa con 35% de sólido.

Tabla 4-5 Mediciones para flujo de pulpa con 35% de sólido excluyendo la inductancia en vacío

Porcentaje de Ley	Δ Inductancia [mH] Lectura 1	Δ Inductancia [mH] Lectura 2	Δ Inductancia [mH] Lectura 3
0	0	0	0
10	$7,0 \cdot 10^{-2}$	$6,0 \cdot 10^{-2}$	$6,0 \cdot 10^{-2}$
20	$7,0 \cdot 10^{-2}$	$8,0 \cdot 10^{-2}$	$8,0 \cdot 10^{-2}$
30	$1,8 \cdot 10^{-1}$	$1,8 \cdot 10^{-1}$	$1,7 \cdot 10^{-1}$
40	$1,9 \cdot 10^{-1}$	$1,8 \cdot 10^{-1}$	$2,0 \cdot 10^{-1}$
45	$2,2 \cdot 10^{-1}$	$2,1 \cdot 10^{-1}$	$2,2 \cdot 10^{-1}$
55	$2,4 \cdot 10^{-1}$	$2,6 \cdot 10^{-1}$	$2,5 \cdot 10^{-1}$
65	$3,1 \cdot 10^{-1}$	$3,1 \cdot 10^{-1}$	$3,2 \cdot 10^{-1}$

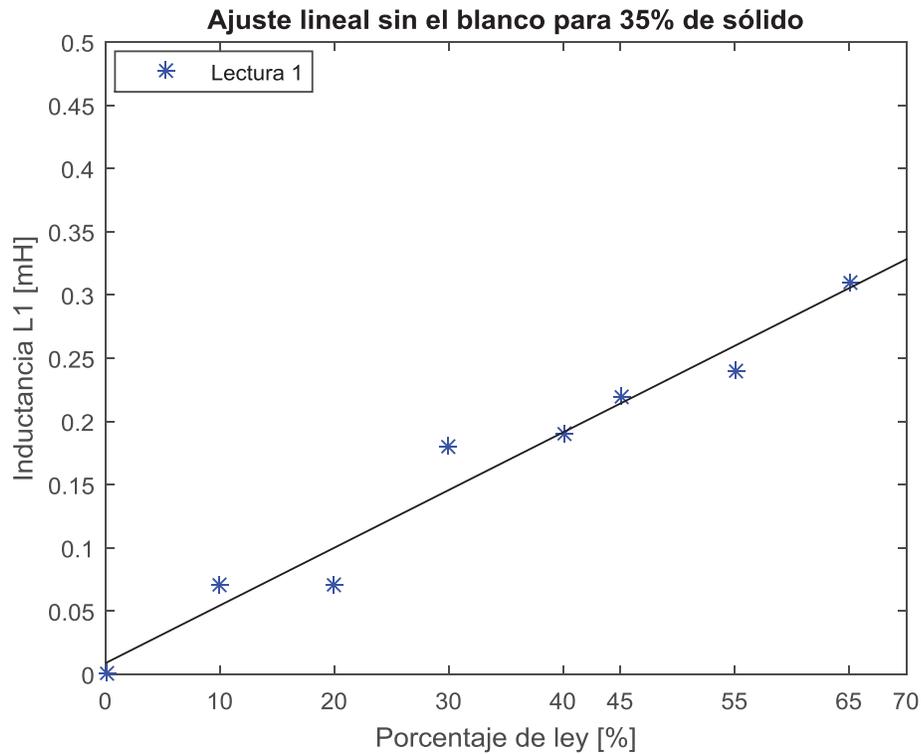


Figura 4-9 Ajuste lineal sin el blanco para lectura 1 y pulpa con 35% de sólido

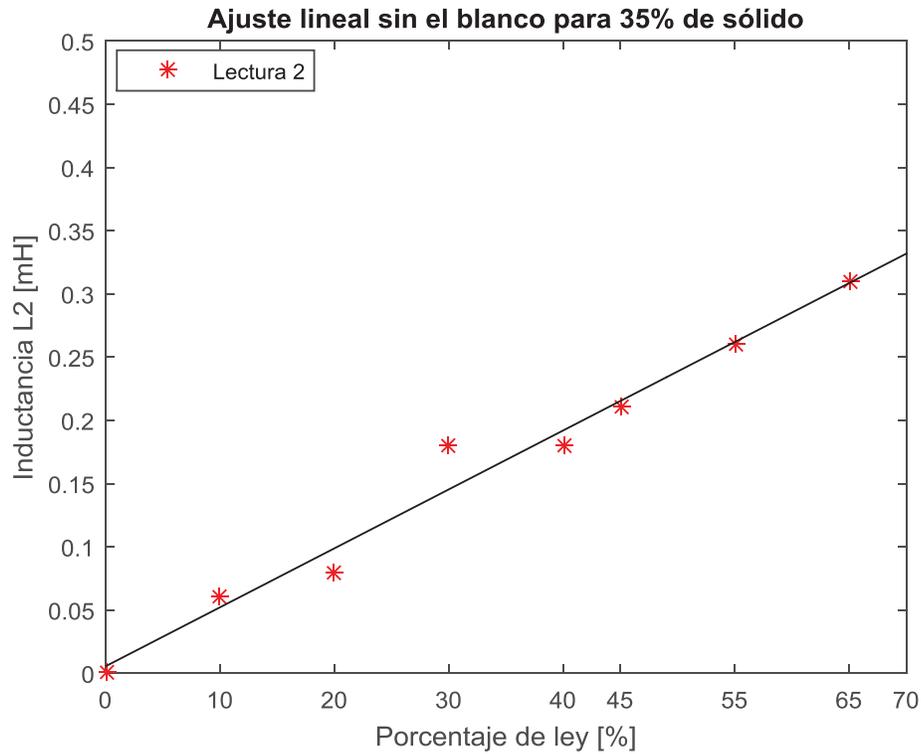


Figura 4-10 Ajuste lineal sin el blanco para lectura 2 y pulpa con 35% de sólido

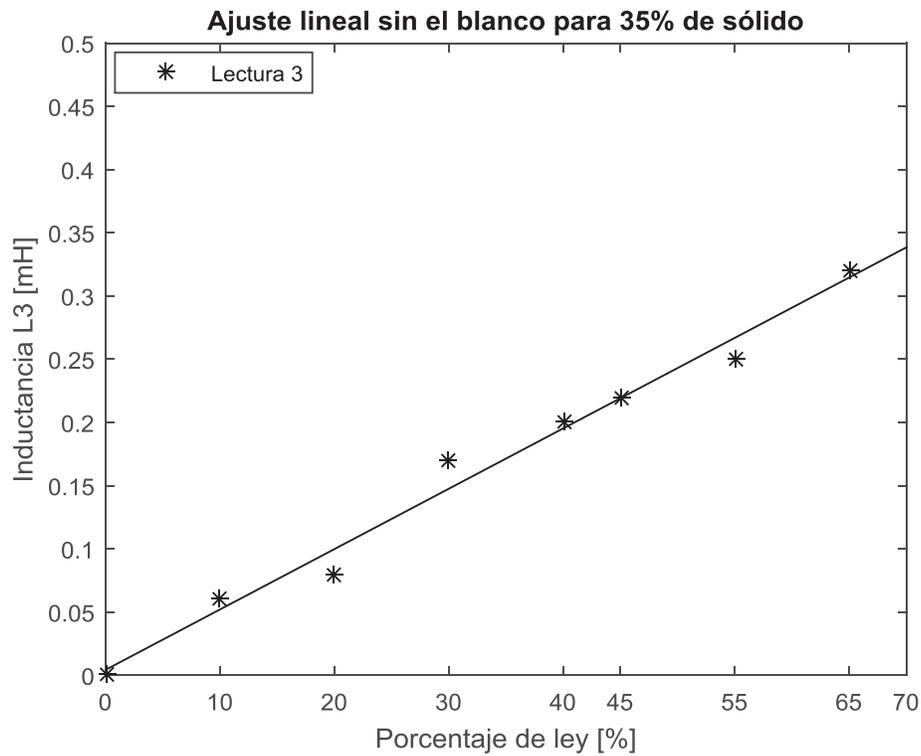


Figura 4-11 Ajuste lineal sin el blanco para lectura 3 y pulpa con 35% de sólido

Las rectas de ajuste para las lecturas 1, 2 y 3, correspondiente a las mediciones sin el blanco con 25% de sólido se muestran a continuación.

$$L [mH] = 4,5612 \cdot 10^{-3} \cdot Ley [\%] + 8,9097 \cdot 10^{-3} \quad (4-13)$$

$$L [mH] = 4,6613 \cdot 10^{-3} \cdot Ley [\%] + 5,5943 \cdot 10^{-3} \quad (4-14)$$

$$L [mH] = 4,7721 \cdot 10^{-3} \cdot Ley [\%] + 4,4236 \cdot 10^{-3} \quad (4-15)$$

Los resultados del análisis estadístico, aplicándose a las lecturas sin el blanco y cuyo porcentaje de sólido es de 35%, se detallan en la Tabla 4-6. Estos valores se obtienen realizando el análisis estadístico en torno a las pendientes de las rectas de ajuste mostradas en las ecuaciones (4-13), (4-14) y (4-15).

Tabla 4-6 Resultados estadístico para validación de instrumento sin incluir el blanco (Concentración de pulpa: 35% de sólido)

Medida	Símbolo	Valor o rango
Pendiente promedio	\bar{X}	$4,6649 \cdot 10^{-6} \pm 3,2099 \cdot 10^{-7}$
Desviación estándar de las pendientes	S	$1,0550 \cdot 10^{-7}$
Intervalo de confianza	LC	$[4,3439 \cdot 10^{-6}, 4,9859 \cdot 10^{-6}]$
Límite de detección	LD	9,0355 %
Coefficiente de variación	CV	2,2615%

Discusión y conclusiones

CAP Minería es una de las empresas más importantes en cuanto a participación en actividades minera, siderúrgica y de procesamiento de acero, manteniendo una producción anual sobre 10 millones de toneladas de hierro. Una de las faenas productivas de CAP Minería, denominada como Planta Magnetita, se encuentra ubicada en la región de Atacama, cuyo proceso productivo se centra en la extracción del relave proveniente de minera Candelaria, donde se recupera el mineral que queda de la producción de Cobre. Además, en la planta se procesan minerales de otras empresas de la región, con el objetivo de recuperar el hierro remanente. Por tanto, se puede considerar a la planta Magnetita como una planta recicladora de productos de hierro.

La medición de ley es un parámetro importante dentro del proceso productivo, ya que permite mantener los estándares de calidad establecido por la empresa, el cual indica que el contenido de hierro magnético debe estar por sobre 66% de ley. Actualmente, esta medición se obtiene a través de un laboratorio químico-metalúrgico, entregando los resultados del análisis con un retardo superior a 4 horas, impidiendo ejecutar las medidas correctivas en caso que la ley esté por debajo del establecido para el proceso donde se extraen las muestras.

Las propiedades magnéticas de la pulpa, cuyo contenido es alto en elementos ferromagnéticos, permite que se efectúen diversos procedimientos para aumentar la concentración de hierro. En algunas etapas el mineral adquiere un cierto magnetismo que debe ser eliminado para continuar con el proceso. Para eliminar este magnetismo remanente, se utiliza un desfloculador magnético, que consiste en una bobina que aplica un campo magnético intenso sobre el núcleo por donde circula continuamente la pulpa.

En el funcionamiento del equipo se observan cambios en la corriente de alimentación, aun cuando la tensión de entrada se mantuvo constante. Este fenómeno se explica debido a la variabilidad constante de la pulpa, donde las concentraciones de los elementos que componen el mineral cambian permanentemente. Mientras mayor sea el porcentaje de ley, mayor será el contenido magnético y, por tanto, la inductancia que adquiera la bobina se verá directamente afectada por los cambios en el núcleo.

Durante la investigación se crea un sistema cuyo componente principal es una bobina, en cuyo núcleo circula la pulpa con diferentes proporciones de sólido. Esta pulpa varía según la concentración de los elementos magnéticos, provocando que la inductancia de la bobina se vea

afectada continuamente. Las variaciones del núcleo se relacionan con la ley o riqueza del mineral, provocando que la inductancia de la bobina aumente o disminuya conforme aumente la concentración de Magnetita.

A partir de los resultados que se obtuvieron, es posible asociar la inductancia con la ley que tenga el mineral. Es importante conocer en línea el porcentaje de ley, ya que permite reducir tiempos de reacción y costos de producción. Si bien en la planta se encuentra instalado un equipo para medir la ley (Magnetómetro), además del laboratorio químico, estos presentan inconvenientes en cuanto a las mediciones que entrega cada uno. Para el caso del Magnetómetro, esta incertidumbre se debe a las vibraciones que desajustan los componentes electrónicos, por lo que debe calibrarse nuevamente el instrumento. En cuanto al laboratorio químico, el tiempo de entrega de los resultados es alto por el protocolo que se debe realizar.

Dentro de las desventajas en el uso del Magnetómetro, se encuentra la dependencia de Densímetros para calcular y estimar la ley del mineral. Estos equipos se consideran como peligrosos dentro de la planta, ya que trabajan con radiación que a largo plazo puede ser perjudicial para la salud. En cuanto a costos, el magnetómetro bordea los 9 millones de pesos, por lo que no es muy viable instalarlo en varias etapas del proceso.

El sistema implementado para hacer las pruebas se asemeja al dispositivo electrónico implementado en la industria (Magnetómetro), ya que ambos trabajan de acuerdo a la inductancia que presenta el embobinado. Dicha inductancia depende íntegramente del contenido de elementos magnéticos que contenga la pulpa, puesto que las características constructivas de las bobinas no cambian (largo del enrollamiento, número de vueltas, área del núcleo, etc.).

El efecto de la pulpa que circula por el núcleo de la bobina eléctrica se ve reflejada en la inductancia que esta adquiere, según la variación de los elementos magnéticos que posea cada pulpa. Las concentraciones de los elementos aumentan a medida que el porcentaje de ley aumenta. Por ejemplo, el porcentaje de ley de 65% tiene más contenido magnético que la ley de 10%, por lo que la inductancia de la bobina aumenta según crece el grado de concentración del contenido magnético.

La validación de un método analítico es importante, ya que establece, por medios estadísticos, si el método aplicado tiene características de desempeño adecuadas para cumplir con los requerimientos mínimos. Una vez validada la metodología, se deben establecer los intervalos de aceptabilidad, como también establecer las condiciones en las que se debe llevar a cabo el procedimiento. En el caso de las mediciones de inductancia, se realizaron con pulpa cuyo porcentaje de sólido fue de 20%, 25% y 35%.

Tanto para 20% de sólido, como para 35%, se obtuvieron buenos resultados. Esto indica que la bobina es capaz de detectar elementos magnéticos en bajas concentraciones de mineral, permitiendo establecer una ecuación para calcular el porcentaje de ley, de acuerdo a la inductancia que adquiere la bobina. Las mediciones que se consigan tendrán bajo porcentaje de error, permitiendo obtener una tendencia real del porcentaje de ley de fierro magnético.

Para tener una lectura de inductancia en línea, se sugiere la implementación de un circuito capaz de detectar los cambios en una bobina, en la medida que fluye el mineral por su núcleo. Uno de los circuitos que podría ser aplicado para este propósito es el Puente de Maxwell, el cual corresponde a un circuito electrónico utilizado para medir inductancias desconocidas, a partir de resistencias conocidas, mediante un equilibrio de las ramas del circuito.

El puente de Maxwell, si bien utiliza una fuente alterna con frecuencia y amplitud determinada, no se requiere de estos parámetros para calcular la inductancia, siendo irrelevante si varía en el tiempo. Como trabajo futuro, se sugiere la implementación de este circuito, pero agregando un circuito programable que sea capaz de mantener el puente en equilibrio y adquiera la información para guardarlo en una base de datos.

Una vez que se construya el dispositivo electrónico, se debe tener algunas consideraciones para realizar las pruebas experimentales. Una de ellas es disminuir el flujo de burbujas a través del núcleo, puesto que provoca que la inductancia en la bobina disminuya al reducir el contenido magnético. Además, las burbujas disminuyen la velocidad del flujo de la bomba, causando que circule menos mineral por el núcleo.

Bibliografía

- [1] CAP Minería, «CAP Minería,» CAP Minería, [En línea]. Available: <http://www.capmineria.cl/>. [Último acceso: Octubre 2016].
- [2] V. Fuentealba Aravena, «Estudio de factibilidad técnica del desarrollo de un medidor de Ley de Hierro Magnético, en tuberías de transporte de mineral de hierro, através de campos magnéticos,» Universidad de la Frontera, Facultad de Ingeniería Eléctrica, Temuco, Chile., 2014.
- [3] C. Steinmetz, «Saturación Magnética (Fig. 42),» de *Theory and calculation of electric circuits*, Londres, McGraw-Hill, 1917, pp. 83, 84, 85.
- [4] Matthew N. O. Sadiku, *Elementos de Electromagnetismo*, Mexico: Oxford University Press, 2003.
- [5] J. Godoy Contreras, Interviewee, *Operador de Procesos planta Magnetita en CAP Minería*. [Entrevista]. 23 Junio 2017.
- [6] Thermo Fisher Scientific, «User Manual Magnetic Content Measurement Systems,» Thermo Fisher Scientific, 2004.
- [7] Longer Precision Pump Co., Ltd., «LONGER,» HALMA, 1997. [En línea]. Available: www.longerpump.com. [Último acceso: 27 Marzo 2017].
- [8] James N. Miller & Jane C. Miller, *Estadística y quimiometría para química analítica*, Madrid: Prentice Hall, 2002.
- [9] Murray R. Spiegel, Larry J. Stephens, *Estadística*, 4ta ed., Mexico: McGraw-Hill, 2009.
- [10] MathWorks, «The Language of Technical Computing,» The MathWorks, Inc, 2017. [En línea]. Available: <https://www.mathworks.com>. [Último acceso: 20 Julio 2017].

- [11] Arthur William Poyser, «Magnetism and Eletricity: A Manual for Students in Advanced Classes,» de *Magnetism and Eletricity: A Manual for Students in Advanced Classes*, London and New York, Longmans, 1889, p. 247.

A Monitoreo de pulpa en planta Magnetita

A.1 Señal proveniente del Magnetómetro

En la sala de control de la planta se monitorea y controlan los diferentes parámetros y dispositivos instalados, desde que comienza el proceso hasta que se envía el producto final al puerto para ser embarcado. El porcentaje de ley es uno de los parámetros a monitorear, y que es el centro de esta investigación. Actualmente, se utiliza un equipo llamado magnetómetro para registrar y mostrar continuamente el comportamiento de la ley de la pulpa que circula a través de la bobina del equipo.

Los gráficos siguientes muestran los registros obtenidos por el magnetómetro, midiendo las 24 horas el comportamiento de la pulpa, y registrando las mediciones en una base de datos.

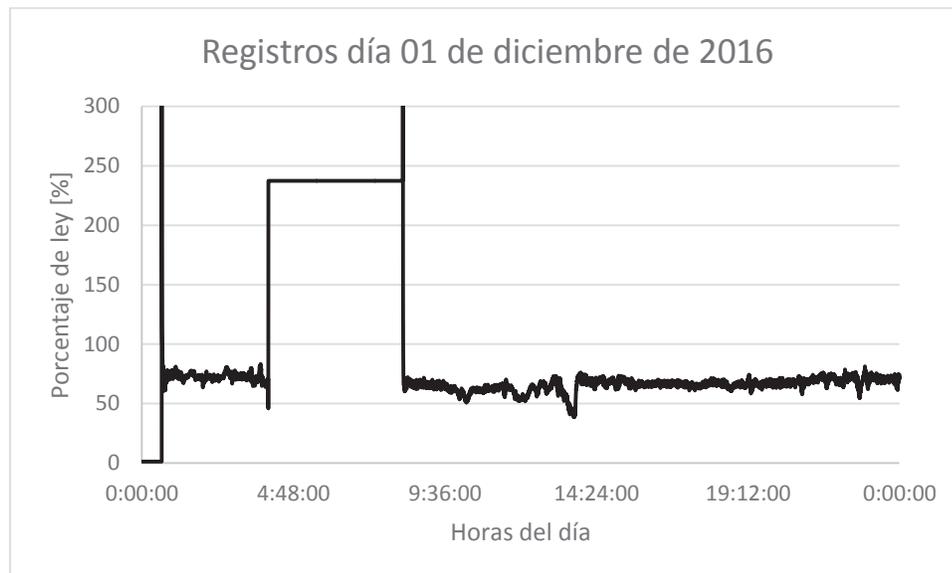


Figura A-1 Registros del magnetómetro desde las 00:00:03 hasta las 23:59:53 horas del día 01 de diciembre de 2016

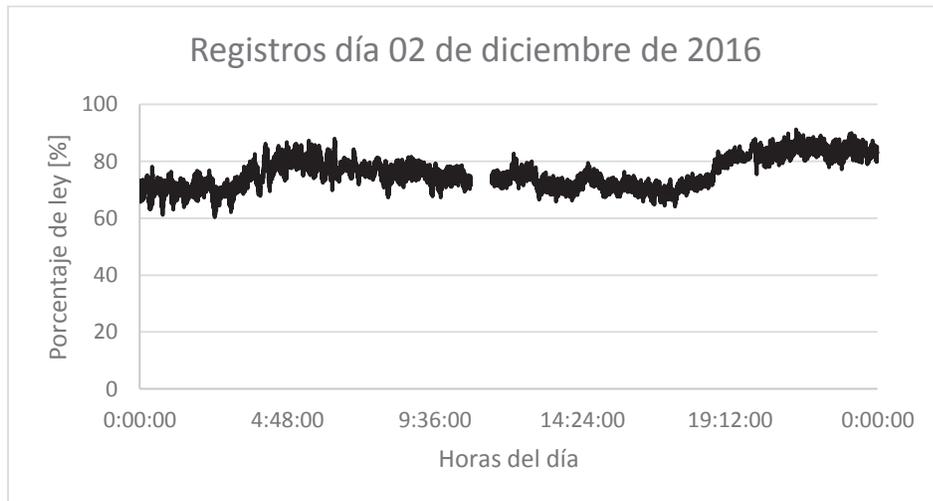


Figura A-2 Registros del magnetómetro desde las 00:00:03 hasta las 23:59:53 horas del día 02 de diciembre de 2016

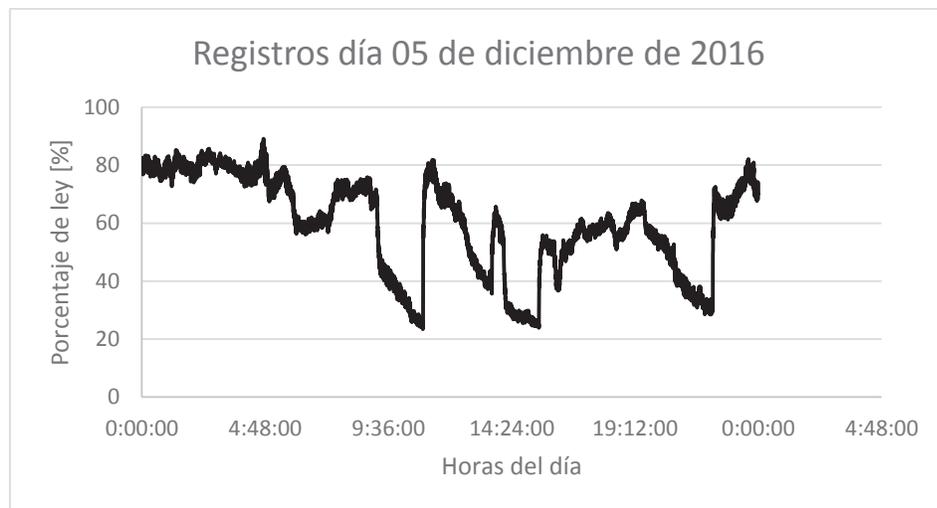


Figura A-3 Registros del magnetómetro desde las 00:00:03 hasta las 23:59:53 horas del día 05 de diciembre de 2016



Figura A-4 Registros del magnetómetro desde las 00:00:03 hasta las 23:59:53 horas del día 07 de diciembre de 2016



Figura A-5 Registros del magnetómetro desde las 00:00:03 hasta las 23:59:53 horas del día 08 de diciembre de 2016

A.2 Análisis químico de la pulpa que circula por el Magnetómetro

Las pruebas efectuadas por el laboratorio químico de la planta, fueron realizadas sobre diferentes muestras extraídas desde la línea donde está instalado el magnetómetro. Las muestras se obtienen durante 5 días, con un mínimo de 6 veces por día, con el objetivo de monitorear el comportamiento de la pulpa. Los resultados del análisis químico permite comparar el funcionamiento del magnetómetro, con los resultados que se esperan según lo que entrega el análisis.

FECHA	HORA	Densidad (kg/l)	% Solidos	%Fe	%Fe mag.	%Fe DTT	% DTT	%S DTT	%S mag.	%SiO ₂ DTT	%SiO ₂ mag
01-12-2016	12:00	1,200	21,6	62,21	60,11	67,09	89,6	1,366	1,22	3,9	3,49
	13:00	1,210	22,5	63,2	59,29	65,88	90	1,524	1,37	3,54	3,19
	14:00	1,250	25,9	61,17	59,23	65,02	91,1	1,616	1,47	5,54	5,05
	15:00	1,250	25,9	61,9	58,73	65,11	90,2	1,556	1,40	4,96	4,47
	16:00	1,240	25,0	63,8	62,09	66,98	92,7	1,306	1,21	4,02	3,73
	17:00	1,180	19,7	63,38	61,37	66,49	92,3	1,072	0,99	3,64	3,36
02-12-2016	9:00	1,190	20,7	63,12	58,54	64,97	90,1	0,517	0,47	4,9	4,41
	10:00	1,200	21,6	60,67	59,39	64,91	91,5	0,439	0,40	5,6	5,12
	11:00	1,190	20,7	62,09	61,21	67,04	91,3	0,446	0,41	4,54	4,15
	12:00	1,170	18,8	63,26	62,32	67,37	92,5	0,358	0,33	3,6	3,33
	13:00	1,240	25,0	63,72	61,87	67,46	91,7	0,331	0,30	2,98	2,73
	14:00	1,200	21,6	62,39	60,11	66,94	89,8	0,423	0,38	3,64	3,27
	15:00	1,170	18,8	60,43	59,26	64,07	92,5	0,578	0,53	5,6	5,18
16:00	1,190	20,7	59,4	57,52	63,77	90,2	0,642	0,58	5,42	4,89	
05-12-2016	9:00	1,170	20,1	64,01	60,44	66,86	90,4	0,668	0,60	4,02	3,63
	10:00	1,050	6,6	63,36	62,73	66,81	93,9	0,664	0,62	4,04	3,79
	11:00	1,130	15,9	63,96	62,53	66,17	94,5	0,814	0,77	4,2	3,97
	12:00	1,110	13,7	61,6	60,92	65,37	93,2	1,412	1,32	5,39	5,02
	13:00	1,090	11,4	58,52	57,79	64,71	89,3	1,56	1,39	6,04	5,39
	14:00	1,130	15,9	59,72	59,16	63,96	92,5	1,341	1,24	6,47	5,98
	15:00	1,050	6,6	60,91	58,32	65,24	89,4	0,805	0,72	5,42	4,85
	16:00	1,090	11,4	62,98	61,09	66,19	92,3	0,551	0,51	4,68	4,32

Tabla A-1 Análisis químico realizado los días 1, 2 y 5 de diciembre de 2016. (fuente: laboratorio químico planta Magnetita)

FECHA	HORA	Densidad (kg/l)	% Solidos	%Fe	%Fe mag.	%Fe DTT	% DTT	%S DTT	%S mag.	%SiO ₂ DTT	%SiO ₂ mag
07-12-2016	9:00	1,110	13,7	63,79	61,67	66,53	92,7	0,567	0,53	4,2	3,89
	10:00	1,100	12,6	63,87	61,85	64,97	95,2	0,625	0,60	5,58	5,31
	11:00	1,220	25,0	66	64,10	67,54	94,9	0,39	0,37	3,74	3,55
	12:00	1,220	25,0	64,71	63,18	66,37	95,2	0,408	0,39	4,29	4,08
	13:00	1,140	17,0	64,5	62,05	66,51	93,3	0,39	0,36	5,05	4,71
	14:00	1,090	11,4	63,44	62,90	66,99	93,9	0,895	0,84	3,71	3,48
	15:00	1,060	7,8	62,96	61,48	65,82	93,4	0,438	0,41	4,39	4,10
	16:00	1,040	5,3	64,52	62,38	65,8	94,8	0,523	0,50	4,47	4,24
	17:00	1,050	6,6	65,16	64,64	67,76	95,4	0,503	0,48	2,65	2,53
08-12-2016	11:00	1,080	10,3	58,44	57,45	63,34	90,7	1,356	1,23	7,06	6,40
	12:00	1,210	24,0	57,87	56,56	62,91	89,9	1,375	1,24	7,68	6,90
	13:00	1,080	10,3	60,63	59,90	64,2	93,3	1,473	1,37	6,40	5,97
	14:00	1,100	12,6	59,99	58,68	64,63	90,8	1,488	1,35	6,00	5,45
	15:00	1,090	11,4	60,18	59,85	62,67	95,5	1,63	1,56	7,90	7,54
	16:00	1,070	9,1	60,98	59,91	64,91	92,3	1,632	1,51	5,66	5,22

Tabla A-2 Análisis químico realizado los días 07 y 08 de diciembre de 2016. (fuente: laboratorio químico planta Magnetita)

B Procedimientos

B.1 Software computacional para determinar características de una bobina

Para determinar las dimensiones de la bobina, se utiliza software computacional llamado “Calculo de bobinas”, cuya licencia es libre.

El algoritmo que utiliza el programa, para bobinas de varias capas, aplica la ecuación siguiente.

$$L = X \cdot N^2 \cdot (D + A) \quad (\text{B-1})$$

Siendo “D” el diámetro del núcleo, “C” el largo del enrollamiento, “A” la altura del enrollamiento y “L” la inductancia de la bobina. Los parámetros “D”, “C” y “A” deben estar en [cm], mientras que “L” debe estar en [μH].

Luego, se tiene la siguiente igualdad.

$$X = \frac{\pi^2(\alpha + 1.3r + 0.1)}{(20\alpha + 30r + 10)(100\alpha + 107r + 7)} \cdot \text{Log}_{10}100 + \frac{7(1+r)}{2\alpha + 3r} \quad (\text{B-2})$$

Los valores de “ α ” y “r” se obtienen con las siguientes relaciones.

$$\alpha = \frac{C}{D + A} \quad r = \frac{A}{D + A} \quad (\text{B-3})$$

Como parte de las indicaciones del programa, para mejorar la precisión el factor “r” debe ser inferior a 0,4. Además considera que las capas de espiras están enrolladas unas sobre otras sin material aislante entre ellas.

B.2 Coeficiente T de Student

Para determinar el límite de confianza, se requiere el coeficiente “t” de student, el cual se obtiene de la Tabla B-1.

Grados de libertad	Nivel de Confianza (%)						
	50	90	95	98	99	99,5	99,9
1	1,000	6,314	12,706	31,821	63,657	127,32	636,619
2	0,816	2,920	4,303	6,965	9,925	14,089	31,598
3	0,765	2,353	3,182	4,541	5,841	7,453	12,924
4	0,741	2,132	2,776	3,747	4,604	5,598	8,61
5	0,727	2,015	2,571	3,365	4,032	4,773	6,869
6	0,718	1,943	2,447	3,143	3,707	4,317	5,959
7	0,711	1,895	2,365	2,998	3,5	4,029	5,498
8	0,706	1,860	2,306	2,896	3,355	3,832	5,041
9	0,703	1,833	2,262	2,821	3,25	3,69	4,781
10	0,700	1,812	2,228	2,764	3,169	3,581	4,587
15	0,691	1,753	2,131	2,602	2,947	3,252	4,073
20	0,687	1,725	2,086	2,528	2,845	3,153	3,85

Tabla B-1 Coeficiente "t" de Student [9]