

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE VALPARAÍSO  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
ESCUELA DE INGENIERÍA INFORMÁTICA

**Compensación de distorsión no lineal usando redes  
neuronales para WLAN**

**Matías Sebastián Toro Omar**

INFORME FINAL DEL PROYECTO  
PARA OPTAR AL TÍTULO PROFESIONAL DE  
INGENIERO CIVIL EN INFORMÁTICA

NOVIEMBRE 2017

## **Dedicatoria**

A mi familia, por el apoyo para lograr estudiar y especialmente a los soles que iluminan mi vida, los que con su amor incondicional me dieron el empujón para cerrar el ciclo, Danae, Catalina, Renato y Matías.

# Índice

<b>DEDICATORIA .....</b>	<b>II</b>
<b>ÍNDICE.....</b>	<b>III</b>
<b>GLOSARIO DE TÉRMINOS .....</b>	<b>V</b>
<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>VI</b>
<b>RESUMEN .....</b>	<b>VII</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>VII</b>
<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
<b>OBJETIVO GENERAL .....</b>	<b>3</b>
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....</b>	<b>3</b>
<b>ORGANIZACIÓN DEL TEXTO.....</b>	<b>3</b>
<b>CAPÍTULO 1 MODULACIÓN MULTICARRIER .....</b>	<b>4</b>
1.1.    INTRODUCCIÓN .....	4
1.2.    BREVE RESEÑA HISTÓRICA DE OFDM.....	4
1.3.    FUNCIONAMIENTO DE OFDM .....	5
1.4.    DESCRIPCIÓN MATEMÁTICA DE OFDM .....	7
1.5.    TRANSMISIÓN Y RECEPCIÓN EN OFDM .....	9
1.6.    EL INTERVALO DE GUARDA .....	12
1.7.    MODULACIÓN DIGITAL M-QAM.....	13
<b>CAPÍTULO 2 DISTORSIÓN NO LINEAL.....</b>	<b>16</b>
2.1    INTRODUCCIÓN .....	16
2.2    TIPOS DE AMPLIFICADORES .....	16
2.3    AMPLIFICADOR DE TUBO (TWT) .....	17
2.4    AMPLIFICADOR DE ESTADO SÓLIDO (SSPA) .....	17
2.5    TIPOS DE DISTORSIÓN .....	18
2.5.1    Intermodulación .....	18
2.5.2    Distorsión No Lineal de Amplitud y Fase.....	20
<b>CAPÍTULO 3 REDES NEURONALES.....</b>	<b>23</b>
3.1    INTRODUCCIÓN .....	23
3.2    REDES NEURONALES ARTIFICIALES.....	25
3.2.1    Redes FeedForward Multicapa .....	25
3.3    APRENDIZAJE EN LAS REDES NEURONALES .....	27
3.4    LA REGLA DELTA .....	28
3.5    BACKPROPAGATION .....	29
3.5.1    Descripción matemática de BackPropagation.....	29
<b>CAPÍTULO 4 LINEALIZACIÓN PROPUESTA .....</b>	<b>34</b>
4.1    INTRODUCCIÓN .....	34
4.2    DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA .....	34
4.3    LINEALIZADOR NEURONAL.....	35
4.3.1    Fase de Entrenamiento.....	35
4.3.2    Fase de Producción .....	36

<b>CAPÍTULO 5 RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN .....</b>	<b>37</b>
5.1 INTRODUCCIÓN .....	37
5.2 SIMULACIÓN 1: 16-QAM + PD + HPA + AWGN .....	38
5.3 SIMULACIÓN 2: 16-QAM + OFDM + PD + HPA + AWGN .....	43
<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>48</b>
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>49</b>

## Glosario de Términos

- ✓ ADSL : Asymmetric Digital Subscriber Line  
Línea de Abonado Asimétrica Digital
- ✓ BER : Bit Error Rate  
Razón de error de bit
- ✓ CP : Cyclic Prefix  
Prefijo Cíclico
- ✓ DFT : Discrete Fourier Transform  
Transformada Discreta de Fourier
- ✓ DMT : Discrete Multi-Tone  
Modulación por Multi-Tonos Discretos
- ✓ ECM : Error Cuadrático Medio
- ✓ FDM : Frequency Division Multiplexing  
Multiplexación por División de Frecuencia
- ✓ FFT : Fast Fourier Transform  
Transformada Rápida de Fourier
- ✓ HDSL : High bit rate Digital Subscriber Line  
Línea de Abonado Digital de Alta Velocidad
- ✓ IBO : Input Back-Off  
Back-Off de Entrada
- ✓ ICI : Inter-Carrier Interference  
Interferencia entre Subcarriers
- ✓ IFFT : Inverse Fast Fourier Transform  
Transformada Rápida Inversa de Fourier
- ✓ ISI : Inter-Symbol Interference  
Interferencia entre símbolos
- ✓ MCM : Multi-Carrier Modulation  
Modulación Multi-Carrier
- ✓ OBO : Output Back-Off  
Back-Off de Salida
- ✓ OFDM: Orthogonal Frequency Division Multiplexation  
Multiplexación por División de Frecuencias Ortogonales
- ✓ PAPR : High Peak-to-Average Power Ratio  
Razón de Potencia Peak Versus Potencia Promedio
- ✓ QAM : Quadrature Amplitude Modulation  
Modulación en Amplitud y Cuadratura
- ✓ RF : Radio Frecuencia
- ✓ RNR : Redes Neuronales Recurrentes
- ✓ SNR : Signal-to-Noise Rate  
Razón Señal a Ruido
- ✓ SSPA : Solid State Power Amplifier  
Amplificador de Estado Sólido
- ✓ TWT : Traveling Wave Tube  
Amplificador de Tubo de Onda

## Lista de Figuras

Figura 1.1 Diferentes tipos de ondas .....	5
Figura 1.2 a) Técnica multiportadora convencional, b) Modulación con portadoras ortogonales. .....	6
Figura 1.3 Esquema del Transmisor en Modulación Multicarrier OFDM. ....	9
Figura 1.4 Señal OFDM en el dominio de la frecuencia. ....	11
Figura 1.5 Esquema del Receptor en Modulación Multicarrier OFDM. ....	11
Figura 1.6 Ejemplo del intervalo de guarda. ....	13
Figura 1.7 Modulador en Cuadratura. ....	14
Figura 2.1 Productos de Intermodulación de segundo y tercer orden. ....	19
Figura 2.2 Esquema de un amplificador de potencia.....	20
Figura 3.1 Neurona Biológica. ....	23
Figura 3.2 Esquema de un Perceptron Multicapa. ....	26
Figura 4.1 Esquema del sistema de transmisión linealizado. ....	34
Figura 4.2 Fase de Entrenamiento. ....	35
Figura 4.3 Fase de Producción. ....	36
Figura 5.1 Esquema de la Simulación 1 con modulación monocarrier (16 QAM-PD-HPA-AWGN). ....	37
Figura 5.2 Esquema de la Simulación 2 con modulación multicarrier (16 QAM-OFDM-PD-HPA-AWGN). ....	38
Figura 5.3 Constelación 16-QAM ideal. ....	39
Figura 5.4 Constelación 16-QAM transmitida con IBO = -8 dB. ....	39
Figura 5.5 Constelación 16-QAM transmitida con IBO = -2 dB. ....	40
Figura 5.6 Constelación 16-QAM transmitida con IBO = 0 dB.....	40
Figura 5.7 Constelación 16-QAM transmitida con IBO = 4 dB.....	41
Figura 5.8 Constelación 16-QAM transmitida con IBO = 8 dB.....	41
Figura 5.9 Constelación con Predistorsión sin AWGN.....	42
Figura 5.10 Constelación 16-QAM transmitida con IBO = 0 dB.....	42
Figura 5.11 Gráfico de BER v/s SNR. ....	43
Figura 5.12 Constelación 16-QAM transmitida con IBO = 0 dB.....	44
Figura 5.13 Constelación 16-QAM transmitida con IBO = 1 dB.....	44
Figura 5.14 Constelación 16-QAM transmitida con IBO = 3 dB.....	45
Figura 5.15 Constelación 16-QAM transmitida con IBO = 5 dB.....	45
Figura 5.16 Gráfico de BER v/s SNR. ....	46
Figura 5.17 Constelación con Predistorsión sin AWGN.....	46
Figura 5.18 Gráfico de BER v/s SNR. ....	47

## **Resumen**

Debido al actual auge en las comunicaciones satelitales e inalámbricas, se requiere cada vez más eficiencia espectral y eficiencia de potencia. Sin embargo, estos objetivos resultan ser una tarea compleja debido a los efectos de distorsión no lineal introducidos por el amplificador de potencia durante la fase de transmisión. Por lo tanto, este proyecto de título presenta un algoritmo de reducción de distorsión no lineal usando una red neuronal artificial (RNA) para mejorar la eficiencia de potencia de un sistema de comunicación multi-carrier inalámbrico. Los resultados experimentales fueron realizados usando un modelo de simulación de un canal de comunicación multi-carrier. Los mejores resultados fueron obtenidos usando RNA con 1 nodo de entrada, 8 nodos ocultos y 1 nodo de salida, cuya topología logró una reducción de distorsión no-lineal de 6 dB.

## **Abstract**

Due to the current boom in satellite and wireless communications, more and more spectral efficiency and power efficiency are required. However, these objectives turn out to be a complex task due to the effects of non-linear distortion introduced by the power amplifier during the transmission phase. Therefore, this draft title presents a non-linear distortion reduction algorithm using an artificial neural network (ANN) to improve the power efficiency of a wireless multi-carrier communication system. The experimental results were made using a simulation model of a multi-carrier communication channel. The best results were obtained using ANN with 1 input node, 8 hidden nodes and 1 output node, whose topology achieved a non-linear distortion reduction of 6 dB.

# Introducción

El desarrollo de las comunicaciones satelitales y terrestre actuales está demandando la necesidad de implementar nuevos algoritmos que permitan tasas de transmisión de datos cada vez mayores y un bajo consumo de potencia. Además, nuevas aplicaciones están apareciendo, no solo en el ambiente cableado, sino que también en el ambiente inalámbrico.

En la actualidad, solo existen servicios con bajo ancho de banda para los usuarios de dispositivos móviles (entre 64 Kbps y 2 Mbps), lo cual presenta un reto importante para investigadores en cuanto al desarrollo de técnicas de modulación efectivas que sean capaces de brindar anchos de banda aceptables que ofrezcan calidad de servicio garantizada a las aplicaciones multimedia para usuarios móviles.

Para satisfacer estos requerimientos una técnica de modulación multicarrier MQAM-OFDM (Modulación Multiplexada por División de Frecuencias Ortogonales) ha sido seleccionada, debido a su alta eficiencia para operar en ambientes de comunicaciones móviles. Esta tecnología lleva más de quince años de desarrollo y es el concepto detrás de varios estándares como el 802.11a, de la familia Wi-Fi y que funciona en los 5 GHz, y es el concepto detrás del estándar 802.16, más conocido en la actualidad como WiMAX o redes de cuarta generación (4G). Sin embargo, la gran desventaja de esta técnica es su sensibilidad a la distorsión no lineal introducida por el amplificador de potencia desde el lado del transmisor. La no linealidad de los amplificadores de potencia introduce pérdida de ortogonalidad de las portadoras, lo cual implica que la señal recibida sea con un alto grado de interferencia entre símbolos e interferencia entre subcarriers.

Por lo tanto, en este proyecto de título se propone desarrollar e implementar un nuevo compensador de distorsión no lineal de amplitud y fase para un enlace de comunicación multicarrier inalámbrico. El objetivo del compensador es hallar la función inversa del amplificador de potencia, para encontrar la función inversa se utilizarán redes neuronales.

Continuando con la búsqueda dicho compensador neuronal, se desarrolló este informe que pretende mostrar las simulaciones realizadas en computador con y sin técnica de compensación. Dichas simulaciones comprenden la creación del modulador M-QAM en conjunto con el modulador multicarrier OFDM, además de la incorporación de la distorsión no lineal introducida por los amplificadores de potencia de estado sólido o SSPA y del ruido blanco aditivo Gaussian (AWGN), el cual está presente en todos los medios de transmisión, especialmente en el ambiente inalámbrico. Además se introduce la técnica de compensación mediante el uso de Redes Neuronales.

Las simulaciones antes mencionadas muestran el nivel de distorsión que pueden llegar a producir los amplificadores de potencia en conjunto con el ruido Gaussian, y su directa implicancia en la degradación de la calidad de la señal transmitida, reflejada directamente en el aumento de la razón de error de bits o BER. Asimismo se muestran las mejoras que pueden ser obtenidas utilizando una técnica de compensación de distorsión no lineal. Pero, además de

mostrar los resultados de las simulaciones computacionales, se presentan los tópicos estudiados para la construcción del sistema de transmisión utilizado.

## Objetivo General

El principal objetivo de este proyecto de título es desarrollar y evaluar el rendimiento de un algoritmo de reducción de distorsión no lineal de un enlace de comunicación multi-carrier usando redes neuronales artificiales.

## Objetivos Específicos

- Explicar la funcionalidad de un modulador multicarrier y de un amplificador de alta potencia.
- Diseñar e implementar un compensador de distorsión no lineal usando redes neuronales.
- Evaluar el rendimiento de la red neuronal usando la tasa de error de bit y la potencia back-off.

## Organización del texto

Finalmente, la organización del presente informe es como sigue: Capítulo 1 “Modulación Multicarrier”, en éste capítulo se muestran los fundamentos teóricos y matemáticos de este tipo de modulación, así como también sus ventajas y desventajas; Capítulo 2 “Distorsión No Lineal”, en el cual se presenta una investigación de los principales tipos de distorsión que inciden en la comunicación; Capítulo 3 “Redes Neuronales”, donde se presentan los fundamentos teóricos de ésta técnica, junto al algoritmo de aprendizaje más conocido, el cual es utilizado para el desarrollo del compensador: Backpropagation; Capítulo 4 “Linealización Propuesta”, en el cual se presentan los linealizadores propuestos en este proyecto; Capítulo 5 “Resultados de la Simulación”, en el cual se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones computacionales para canales de transmisión no lineales, con las respectivas constelaciones de símbolos y tasas de errores de bits (BER).

# Capítulo 1 Modulación Multicarrier

## 1.1. Introducción

Un sistema de modulación multicarrier o multiportadora es simplemente un sistema que utiliza más de un carrier (o portadora) para la transmisión. Si la transmisión individual de cada uno de los subcarriers es coordinada apropiadamente se pueden diseñar sistemas con algún beneficio extra por sobre los sistemas que utilizan solo un carrier [1].

La modulación multicarrier, MCM por sus siglas en inglés, no es una técnica reciente. La idea de transmitir datos en paralelo en múltiples portadoras está presente, al menos, desde hace cuarenta años [2]. En la actualidad la modulación multicarrier es ampliamente utilizada en sistemas ADSL (Asymmetric Digital Subscriber Line) y HDSL (High bit rate Digital Subscriber Line), muchas veces bajo el nombre de Modulación por Multi-Tonos Discretos (DMT). En sistemas como los anteriores, las soluciones multicarrier dan la posibilidad de asignar diferentes cantidades de bits y diferente potencia a los subcarriers. Es por esto que a los subcarriers con grandes valores de SNR (Razón Señal a Ruido) se les asigna mayor cantidad de bits además de mayor poder y a los subcarriers con menor valor de SNR se les asigna menos.

El principal sistema de modulación multicarrier es OFDM (Orthogonal Frequency División Multiplexing), el cual se detalla a continuación.

## 1.2. Breve reseña histórica de OFDM

Las primeras publicaciones que describían un sistema multicarrier con subcarriers solapadas en frecuencia de manera ortogonal fueron hechas por R. W. Chang en 1966 y por B. R. Saltzberg en 1967. La idea de estos autores era utilizar flujos de datos en paralelo y FDM (Frequency Division Multiplexing) con subcarriers solapados en frecuencia para combatir el ruido impulsivo y la distorsión multipath o multicamino, así como también aprovechar todo el ancho de banda disponible.

En 1971, Winstein y Ebert [3] aplicaron la Transformada Discreta de Fourier (DFT) a sistemas de transmisión de datos en paralelo como parte del proceso de modulación y demodulación. Con el transcurso del tiempo se comenzó a utilizar la Transformada Rápida de Fourier (FFT), ya que ésta última hace posible diseñar sistemas OFDM con un mayor número de subcarriers y con un menor nivel de complejidad. Los símbolos de datos son procesados en el transmisor por la Transformada Rápida Inversa de Fourier (IFFT) y por FFT en el lado del receptor. Solo recientemente el avance de las tecnologías de circuitos integrados ha hecho posible que la implementación de OFDM sea costo-efectiva.

### 1.3. Funcionamiento de OFDM

Este método de modulación consiste en dividir una señal de información de alta velocidad en múltiples sub-señales de información para luego transmitir las en paralelo utilizando frecuencias portadoras ortogonales, en otras palabras, divide el ancho de banda disponible en varios subcarriers para la transmisión de los datos. Todos los subcarriers obtenidos de esta división del ancho de banda son sincronizados en tiempo y frecuencia para controlar la interferencia entre subcarriers (ICI) y mantener la ortogonalidad de la modulación. Además, cada uno de los subcarriers se modula con un esquema de modulación arbitrario.

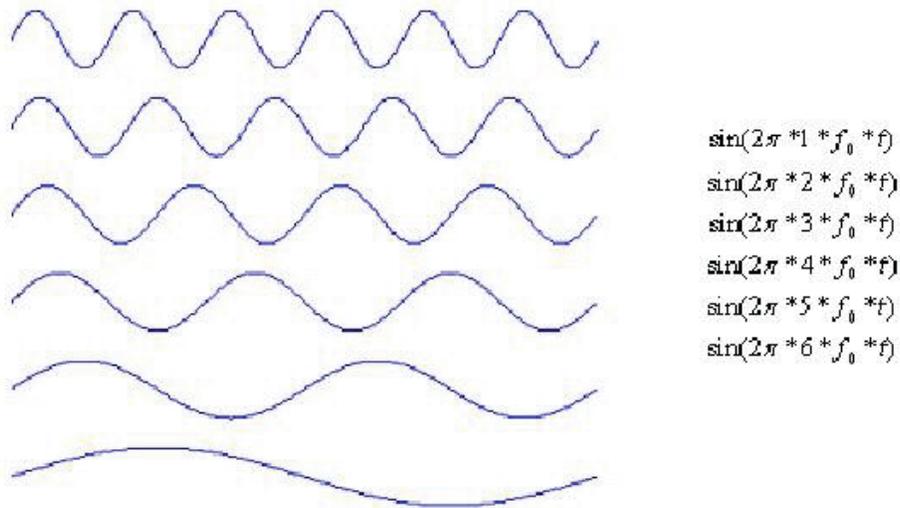


Figura 1.1 Diferentes tipos de ondas

La parte “ortogonal” de OFDM indica que existe una relación matemática precisa entre las frecuencias de las portadoras en el sistema (Figura 1.1). En un sistema FDM normal, los distintos subcarriers son espaciados en el canal de tal manera que las señales se pueden recibir utilizando demoduladores y filtros convencionales (Figura 1.2a). En dichos receptores, se deben introducir bandas de guarda entre los diferentes subcarriers, y la introducción de dichas bandas en el dominio de la frecuencia resulta en una disminución de la eficiencia espectral [4]. Sin embargo, es posible, ordenar los subcarriers en una señal OFDM para que así las bandas adyacentes de los diferentes subcarriers se solapen y puedan ser recibidos sin interferencia entre ellos (Figura 1.2b). Para poder lograr esto, los subcarriers deben ser matemáticamente ortogonales.

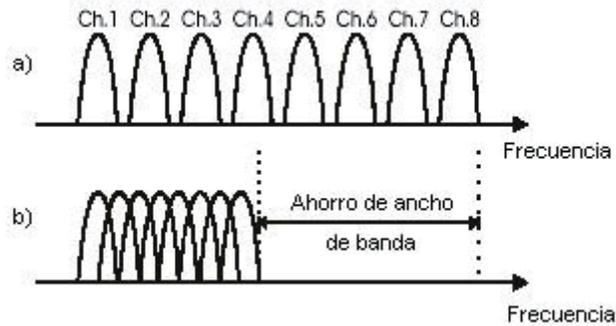


Figura 1.2 a) Técnica multiportadora convencional, b) Modulación con portadoras ortogonales.

La frecuencia base de cada subcarrier es un múltiplo entero del inverso del tiempo del símbolo, dando origen a que todos los subcarriers tiene un número entero de ciclos por símbolo. Otra forma de ver la ortogonalidad en OFDM es a través de su espectro. En el dominio de la frecuencia OFDM cada subcarrier tiene una respuesta de frecuencia, esto es un resultado del tiempo del símbolo correspondiente al inverso del espacio del subcarrier. El espacio del subcarrier está determinado por la tasa de muestreo y por el tamaño de FFT usado para analizar la señal.

Las señales digitales en OFDM son convertidas por el transmisor antes de ser enviadas, el cual mapea la amplitud y fase de la señal. Posteriormente, la señal mapeada se transforma al dominio del tiempo usando IFFT. Para transmitir la señal, el dominio de tiempo de la señal calculado se mezcla para la frecuencia requerida. Una vez que la señal ha sido transformada, se le inserta el periodo de guarda, también conocido como prefijo cíclico (CP), y el frame de sincronización. El periodo de guarda está formado por una copia de la última parte del símbolo OFDM activo anterior y se inserta como prefijo del símbolo activo actual.

Los sistemas de comunicación que usan intervalo o periodo de guarda generan una pérdida de eficiencia espectral proporcional a la longitud de dicho periodo. El tamaño de dicho intervalo se recomienda que sea mayor a la longitud de la respuesta del impulso del canal de transmisión para mantener la ortogonalidad de las portadoras y eliminar el efecto de interferencia entre símbolos (ISI) e interferencia entre subcarriers (ICI). El efecto de la interferencia entre símbolos se elimina debido a la incorporación del intervalo de guarda entre los símbolos OFDM y la interferencia entre subcarriers se elimina ya que el prefijo cíclico mantiene la ortogonalidad de las portadoras.

Finalmente la señal se modula y se envía. El receptor debe realizar la operación inversa, demodulando la señal recibida y extrayendo el frame de sincronización junto al periodo de guarda. Posteriormente, y con el uso de FFT se analiza la señal en el dominio de la frecuencia. Una vez obtenida la fase y la amplitud del subcarrier la señal se convierte en un dato digital.

La cantidad de bits a transmitir en OFDM varía entre 40 y 4000 bits, dichos bits son convertidos a una señal paralela para poder ser transmitidos. Los datos de cada símbolo dependen del esquema de modulación usado y del número de subcarriers. Por ejemplo, para el esquema de modulación de subcarriers 16-QAM, cada uno de los subcarriers contiene 4 bits de

datos por símbolo, por lo que si se usan 50 subcarriers el número de bits por símbolo OFDM será de 400.

Las ventajas de OFDM son [7]:

- Alta eficiencia espectral.
- Rechazo a interferencia de radio frecuencia.
- Menor distorsión por propagación multitrayectoria.
- Eficiencia para compensar la distorsión de interferencia entre símbolos (ISI) y la interferencia entre subcarriers (ICI).

Desafortunadamente, también hay algunas dificultades a la hora de implementar OFDM [8]:

- Cualquier posible diferencia en la frecuencia de un subcarrier entre el transmisor y el receptor causa interferencia entre subcarriers (ICI), y por ende, una degradación en el rendimiento de la técnica.
- La existencia de la relación “potencia peak versus potencia promedio (PAPR)”. Debido a que las señales OFDM tienen un gran PAPR, se requiere que los amplificadores utilizados para su transmisión tengan un comportamiento lo más lineal posible para lograr un aprovechamiento de la ganancia de potencia que éstos puedan ofrecer.

## 1.4. Descripción Matemática de OFDM

Para ver cómo se generan las señales y cómo debe operar el receptor es necesario dar una descripción matemática de todo el proceso, además se entrega una herramienta para entender los efectos de posibles imperfecciones en el canal de transmisión. Como se dijo anteriormente, OFDM transmite un gran número de subcarriers, espaciados estrechamente en el dominio de la frecuencia. Para evitar el uso de un gran número de filtros y moduladores en el transmisor, así como también, una gran número de filtros complementarios y demoduladores en el receptor, es deseable usar modernas técnicas de procesamiento de señales digitales, tal como la FFT [4].

Matemáticamente, cada subcarrier puede ser descrito mediante una onda compleja:

$$S_c(t) = A_c(t) \exp(j[w_c(t) + \Phi_c(t)]) \quad (1.1)$$

La señal real es la parte real de  $S_c(t)$ . La amplitud  $A_c(t)$  y la fase  $\Phi_c(t)$  pueden variar en un símbolo por símbolo base. Los valores de los parámetros son constantes en el periodo de duración de un símbolo:  $\tau$ .

Pero, como se ha dicho antes, OFDM está compuesto por varios subcarriers, por lo tanto la señal compleja  $S_c(t)$  (1.1) para N subcarriers queda representada por [4]:

$$S_c(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} A_n(t) \exp(j[w_N(t) + \Phi_N(t)]) \quad (1.2)$$

Donde [10],

$$w_n = w_0 + n\Delta w$$

Esta es por supuesto una señal continua. Ahora, si consideramos la forma de la onda de cada componente de la señal sobre un periodo del símbolo, entonces las variables  $A_c(t)$  y  $\Phi_c(t)$  toman valores fijos que dependen de la frecuencia del subcarrier por el cual están siendo transmitidos, por lo tanto se pueden describir de la siguiente manera:

$$A_N(t) \Rightarrow A_N$$

$$\Phi_N(t) \Rightarrow \Phi_N$$

Si la señal es muestreada usando una frecuencia de muestreo de  $1/T$ , entonces la señal resultante es representada por [4]:

$$S_c(kT) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} A_n \exp\{j[(w_0 + n\Delta w)kT + \Phi_n]\} \quad (1.3)$$

En este punto, se ha restringido el tiempo sobre el cual se analizará la señal a  $N$  muestras. Es conveniente muestrear sobre el periodo de un símbolo de datos [4]. Así se tiene la siguiente relación:

$$\tau = NT$$

Si se simplifica (1.3), sin tener una pérdida de generalidad haciendo  $w_0 = 0$ , entonces la señal se convierte en [4]:

$$S_c(kT) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} A_n \exp(j\Phi_n) \exp(j[n\Delta w]kT) \quad (1.4)$$

Ahora, (1.4) puede ser comparada con la forma general de la Transformada Inversa de Fourier:

$$g(kT) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} G\left(\frac{n}{NT}\right) \exp\left(\frac{j2\pi nk}{N}\right) \quad (1.5)$$

En (1.4), la función  $A_n \exp(j\Phi_n)$  no es más que la definición de la señal muestreada en el dominio de la frecuencia, y  $S_c(kT)$  es la representación en el dominio del tiempo. Por lo tanto (1.4) y (1.5) son equivalentes si [4]:

$$\Delta f = \frac{\Delta w}{2\pi} = \frac{1}{NT} = \frac{1}{\tau} \quad (1.6)$$

Esta es la misma condición que fue requerida para la ortogonalidad, ya que los subcarriers son linealmente independientes (ortogonales) si el espacio entre subcarriers es un múltiplo de  $1/\tau$ . De este modo, una consecuencia de mantener la ortogonalidad es que una señal OFDM puede ser definida los procedimientos de la Transformada de Fourier [4].

## 1.5. Transmisión y Recepción en OFDM

En OFDM la información es modulada en un tono, ajustando la fase, la amplitud o ambos en conjunto. En la modulación más básica un tono puede estar o no presente indicado con un 1 o 0 en el bit de información, sin embargo, esto no resulta eficiente ya que se desea transmitir la mayor cantidad de datos posibles en un tono. Para la modulación banda base típicamente se emplea la modulación de amplitud y cuadratura (QAM). Como se dijo anteriormente, OFDM toma una corriente de datos y la divide en  $N$  corrientes de datos paralelos o subcarriers, cada uno con un tamaño de  $1/N$  del tamaño original y con una duración del símbolo de  $\tau$ . La Figura 1.3 muestra un esquema de transmisión OFDM.

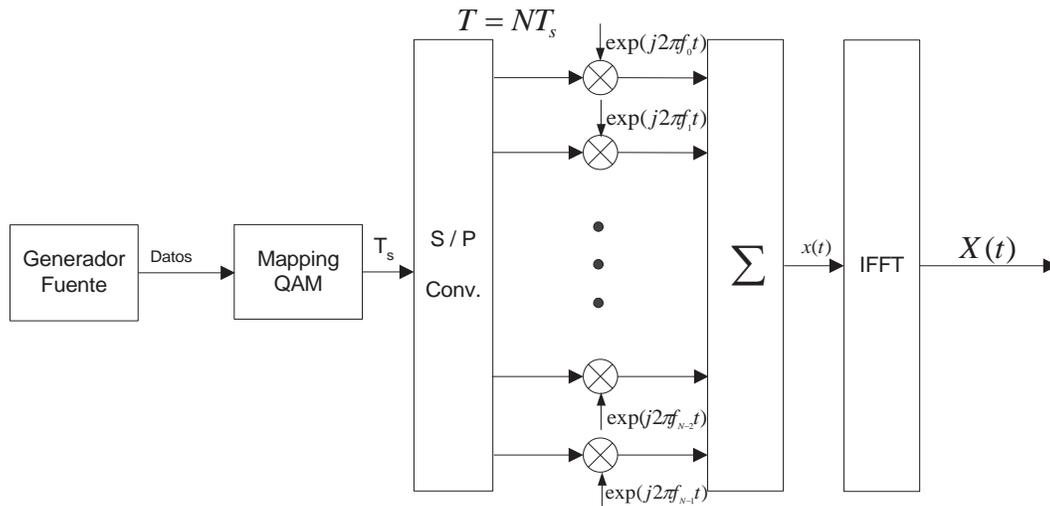


Figura 1.3 Esquema del Transmisor en Modulación Multicarrier OFDM.

La representación equivalente de la señal paso bajo está dada por [5]:

$$x(t) = \sum_{m=0}^{N-1} S_{m,k} p_m(t - kT) \exp(j2\pi f_m t), \quad kT \leq t \leq (k+1)T \quad (1.7)$$

Donde,  $S_k = [S_{0,k}, S_{1,k}, \dots, S_{N-1,k}]^T$  es el vector de los símbolos complejos modulados con el esquema de modulación seleccionado;  $T$  es la duración del bloque OFDM y  $f_m = m/T$  con  $m = 0, 1, \dots, N-1$  es la frecuencia del subcarrier  $m$ .

Luego, la capacidad de transmisión de cada subcarrier está dada por [6]:

$$R = \frac{1}{N} \frac{1}{T_s} = \frac{R_s}{N} \quad (1.8)$$

Posteriormente se deben seleccionar las formas de onda de manera tal que sean ortogonales sobre la duración del intervalo del bloque OFDM. Por ejemplo [6]:

$$\frac{1}{T} \int_0^T \exp[j2\pi(f_j - f_k)t] dt = \begin{cases} 1, & j = k \\ 0, & j \neq k \end{cases} \quad (1.9)$$

En el caso de (1.9) los subcarriers están separados por [6]:

$$\Delta f = f_{i+1} - f_i = \frac{1}{T} \quad (1.10)$$

Se puede apreciar que la separación entre subcarriers es igual al inverso de la duración del símbolo. Luego la señal equivalente paso bajo se convierte en:

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{k=0}^{N-1} S_k(n) \exp\left(j2\pi k \frac{t}{T}\right), \quad nT \leq t \leq (n+1)T \quad (1.11)$$

Ahora, aplicando la Transformada de Fourier a (1.11) se tiene [6]:

$$\begin{aligned} X(f, nT) &= \frac{1}{\sqrt{T}} \int_{nT}^{(n+1)T} x(t) \exp(-j2\pi ft) dt \\ &= \exp(-j\theta_n) \sum_{k=0}^{N-1} S_k(n) \text{sinc}(fT - k) \end{aligned} \quad (1.12)$$

De (1.12) se tiene que el símbolo  $S_k(n)$  solamente muestreando  $X(f, nT)$  en el instante  $f = k/T$ , es decir [6]:

$$X\left(\frac{k}{T}, nT\right) = S_k(n), \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1.13)$$

Por ejemplo, en la Figura 1.4 se muestra una señal OFDM con cuatro subcarriers, en la cual se observa que muestreando en el instante  $f = k/T$  la amplitud del subcarrier  $k$  alcanza su máximo valor y las amplitudes de todos los demás subcarriers son cero, de esta forma, no existe ningún inconveniente para que los subcarriers puedan ser separados en el receptor. También se puede notar que cualquier desplazamiento en la frecuencia de los subcarriers (offset de frecuencia) causará pérdida de ortogonalidad y por consiguiente producirá ICI e ISI.

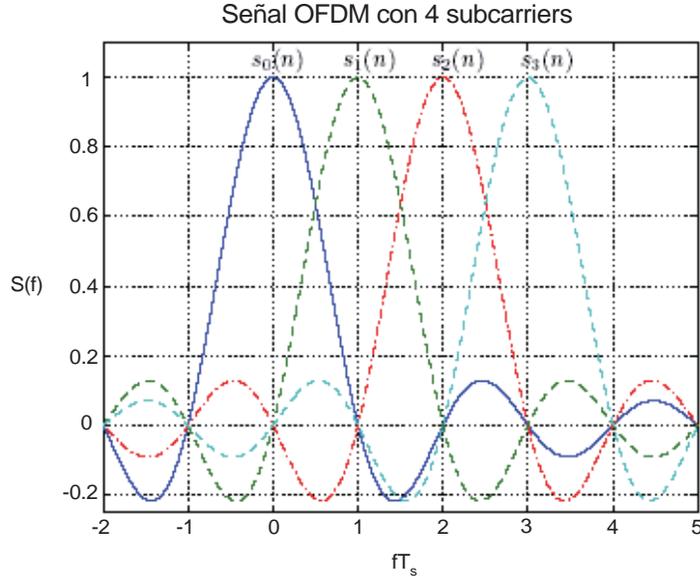


Figura 1.4 Señal OFDM en el dominio de la frecuencia.

Para la recepción de una señal OFDM el receptor debe demodular la señal y obtener los datos de los diferentes subcarriers, este proceso se ilustra en la Figura 1.5. En este proceso se utilizan N correladores, cada uno de ellos centrado en la frecuencia de cada subcarrier.

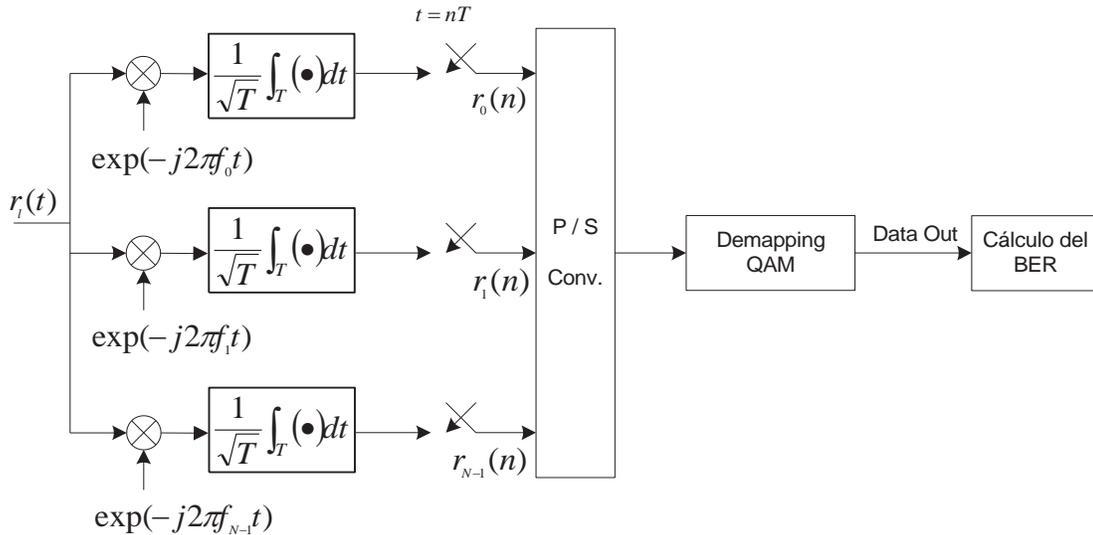


Figura 1.5 Esquema del Receptor en Modulación Multicarrier OFDM.

La muestra del k-ésimo subcarrier se denota por [6]:

$$r_k(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \int_{nT}^{(n+1)T} r(t) \exp\left(-j2\pi \frac{k}{T} t\right) dt \quad (1.14)$$

En lo que se refiere a ambientes multipath fading, las señales OFDM sufren de interferencia entre subcarriers e interferencia entre símbolos, pero una manera de reducir esta

interferencia es aumentar el número de subcarriers con el consiguiente aumento de la duración de los símbolos OFDM de manera que éste tiempo sea mucho más largo que el máximo retardo que pueda experimentar el canal, visto de otra forma se tiene [10]:

$$T = NT_s \gg T_m = \frac{1}{B_m} \quad (1.15)$$

Donde  $B_m$  es el ancho de banda coherente,  $N$  es el número de subcarriers,  $T_g$  es el tiempo de guarda total y  $T_m$  es el tiempo del símbolo efectivo. Con la duración del símbolo OFDM dada por (1.15) se podrá reducir esta interferencia, sin embargo no se reducirá completamente, ya que el posible error en las señales OFDM siempre dependerá de la longitud del símbolo comparado con el retraso máximo ocasionado por el canal multipath fading.

## 1.6. El Intervalo de Guarda

La ortogonalidad de los subcarriers en OFDM puede ser mantenida, y los subcarriers individuales pueden ser completamente separados mediante FFT en el receptor cuando no existe interferencia entre símbolos (ISI) e interferencia entre subcarriers (ICI) introducida por el canal de transmisión, pero en la práctica estas condiciones no pueden ser obtenidas. La distorsión lineal multipath causa que cada subcarrier disipe su energía a los subcarriers adyacentes y consecuentemente provocar ISI. Una simple solución es aumentar la duración de los símbolos o la cantidad de subcarriers para que la distorsión se haga insignificante, sin embargo, este método es difícil de implementar debido a la inestabilidad de los subcarriers.

Para mantener la ortogonalidad de los tonos o señales, es necesario asegurar que el tiempo del símbolo contiene uno o múltiples ciclos de cada forma de onda de tono sinusoidal. Esto es normalmente el caso, porque el sistema numerológicamente es construido tal que las frecuencias de tono son múltiplos de números enteros del periodo del símbolo, donde el espaciado de tono es  $1/T$ , ya que, supongamos que  $N$  es el número total de portadoras del sistema,  $f_0$  es la frecuencia de la primera portadora y  $T$  es el periodo de símbolo de cada corriente de datos. Entonces, las frecuencias de las  $N-1$  portadoras restantes vienen dadas por la relación  $f_k = f_0 + k/T$ , con  $k = 1, 2, \dots, N-1$ . Es decir, que la separación entre las portadoras adyacentes es de  $1/T$ , el inverso del período del símbolo, tal como se mostró en el apartado anterior. La señal recibida en la cabecera es la suma de las  $N$  señales individuales y la separación de  $1/T$  Hz garantiza la ortogonalidad, con lo cual la señal recibida puede ser demultiplexada usando una Transformada de Fourier.

Una forma para prevenir ISI es crear un intervalo de guarda extendido cíclicamente, más conocido como prefijo cíclico, como se muestra en la Figura 1.6, donde cada símbolo OFDM es precedido por una señal periódica de la misma señal. La duración total del símbolo es  $T_{total} = T_g + T$ , donde  $T_g$  es el intervalo de guarda y  $T$  es la duración del símbolo útil. El prefijo cíclico es en realidad una copia de la última parte del símbolo de datos añadido al frente del símbolo durante el intervalo de guarda (Figura 1.6). El efecto multipath causa tonos y réplicas retardadas de los tonos que llegan al receptor con alguna extensión de retardo, esto conduce una

desalineación entre sinusoides, que tienen que ser alineadas para ser ortogonales. El prefijo cíclico permite a los tonos ser realineados en el receptor, recuperando así la ortogonalidad [4].

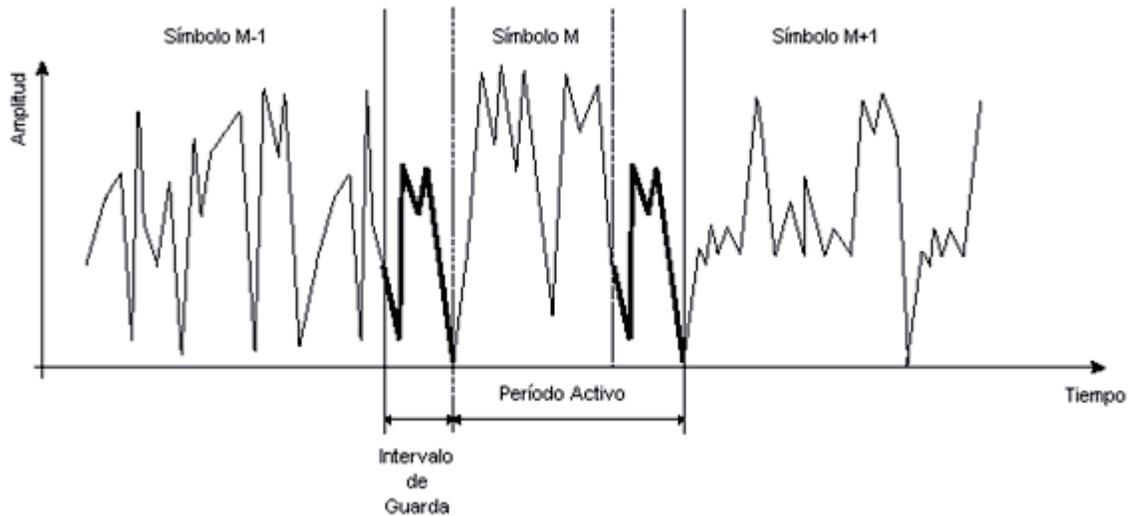


Figura 1.6 Ejemplo del intervalo de guarda.

Cuando el intervalo de guarda es más largo que la respuesta del canal, o que el retraso multipath, la interferencia entre símbolos puede ser eliminada, además ICI se elimina porque el prefijo cíclico mantiene la ortogonalidad de los subcarriers. Una compensación fundamental es que el prefijo cíclico debe ser bastante largo para representar la extensión esperada de retraso multipath experimentada por el sistema. Además, los sistemas de comunicación que utilizan intervalo de guarda generan una pérdida de eficiencia espectral proporcional al tamaño de la longitud del periodo de guarda. Dicha pérdida de potencia  $P$  se puede expresar por [10]:

$$P = 10 \log_{10} \left( 1 + \frac{T_{cp}}{T} \right) dB \quad (1.16)$$

Donde  $T_{cp}$  es la duración del prefijo cíclico y  $T$  es la duración de un símbolo.

## 1.7. Modulación digital M-QAM

Los sistemas de comunicación que son implementados usando técnicas de codificación de canal combinada con esquema de modulación, permiten mantener un buen equilibrio entre la eficiencia de ancho de banda y la eficiencia en el consumo de potencia. Un transmisor convierte una señal banda base digital o analógica en una señal de radio frecuencia (RF) y transmite esta señal con un cierto nivel de potencia usando una antena.

Una señal RF paso banda se define por:

$$s(t) = a(t) \cos(2\pi f_c t + \theta(t)) \quad (1.17)$$

Donde  $f_c$  es la frecuencia portadora,  $a(t)$  es la función de amplitud y  $\theta(t)$  es la fase, es decir, la señal tiene la capacidad de transportar información en amplitud y fase. La señal  $s(t)$  también se representa como:

$$s(t) = m_p(t)\cos(2\pi f_c t) + m_c(t)\text{sen}(2\pi f_c t) \quad (1.18)$$

Donde,

$$\begin{aligned} m_p(t) &= a(t)\cos[\theta(t)] \\ m_c(t) &= -a(t)\text{sen}[\theta(t)] \end{aligned} \quad (1.19)$$

Donde  $m_p(t)$  y  $m_c(t)$  representan la componente real e imaginaria de una señal banda base compleja  $\tilde{m}(t)$ . Esto es:

$$\tilde{m}(t) = m_p(t) + j \cdot m_c(t), \quad j = \sqrt{-1} \quad (1.20)$$

La señal paso banda compleja se define como:

$$\tilde{s}(t) = \tilde{m}(t) \cdot \exp(j2\pi f_c t) \quad (1.21)$$

Donde la parte real de la señal representa la señal paso banda transmitida:

$$s(t) = \text{Re}[\tilde{s}(t)] = \text{Re}[\tilde{m}(t) \cdot \exp(j2\pi f_c t)] \quad (1.22)$$

La Figura 1.7 presenta el diagrama de bloque de un modulador en cuadratura digital para señales bidimensionales. Los filtros banda base  $p(t)$ , son introducidos para limitar el ancho de banda de la señal paso banda transmitida  $s(t)$ .

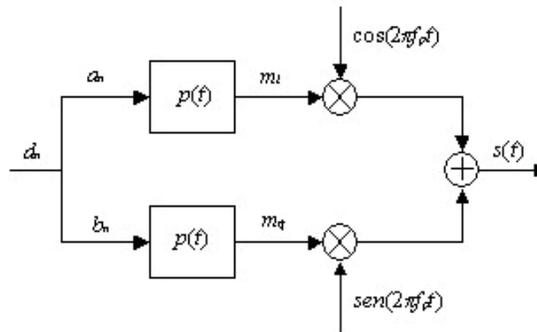


Figura 1.7 Modulador en Cuadratura.

Las componentes  $a_n$  y  $b_n$  representan la parte real e imaginaria del símbolo fuente transmitido  $d_n = a_n + jb_n$ . Por lo tanto, la señal banda base compleja  $\tilde{m}(t)$ , se obtiene como:

$$\tilde{m}(t) = \sum_n d(n) p(t - nT_s) \quad (1.23)$$

Y la señal paso banda compleja es dada por:

$$\tilde{m}(t) = \sum_n d(n) p(t - nT_s) \exp(j2\pi f_c t) \quad (1.24)$$

Los símbolos  $d_n$  son emitidos por una fuente con una razón de símbolo  $f_s = 1/T_s$ , donde  $T_s$  representa la duración del símbolo. Cada símbolo se selecciona desde un alfabeto formado por  $M$  símbolos. En la práctica un símbolo está compuesto de  $k$  bits, donde  $k = \log_2(M)$ . Generalmente los símbolos  $d_n$  son graficados en un plano bidimensional llamado constelación. La eficiencia espectral de la señal M-QAM se define como [9]:

$$\frac{R}{W} = \log_2(M) \text{ (bit/s/Hz)} \quad (1.25)$$

Donde  $R$  representa el número de bits por segundo que pueden ser transmitidos por unidad de ancho de banda  $W$  Hz (Hertz),  $M = 2^k$  denota el tamaño de la constelación de la señal QAM y  $k$  es el número de bits por símbolo.

# Capítulo 2 Distorsión No Lineal

## 2.1 Introducción

Los amplificadores de potencia están generalmente preparados para trabajar en un régimen de funcionamiento lineal, el cual se caracteriza por un aumento de la potencia de salida proporcional al incremento de la potencia de entrada. La diferencia en dB entre ambos niveles de potencia constituye la ganancia del amplificador. Sin embargo, conforme aumenta la potencia de señal de entrada, llega un momento en que el amplificador comienza a saturarse y la potencia a la salida ya no aumenta proporcionalmente, dicho comportamiento provoca una respuesta no lineal por parte del amplificador la que causa una distorsión (no lineal) en la señal de salida del dispositivo.

El estudio de la distorsión no lineal y su compensación ha sido un objeto de atención para investigadores de diversas áreas [11][12][13][17]. Hoy, en particular, este estudio sigue siendo fundamental ya que se encuentra directamente implicado en el desarrollo de tecnologías de última generación en el área de las comunicaciones. Los nuevos sistemas de transmisión digital, en especial aquellos basados en OFDM, el cual fue presentado en el capítulo anterior, son capaces de ofrecer altos niveles de eficiencia espectral utilizando modulaciones lineales multinivel sobre un gran número de subcarriers que, al ser (idealmente) ortogonales en frecuencia, pueden ser ubicadas en un ancho de banda muy reducido permitiendo así transmitir elevadas tasas de información por segundo y por ancho de banda. Sin embargo, y a consecuencia de esto, problemas como las interferencias entre subcarrier o la presencia de una distorsión no lineal en la cadena de transmisión, especialmente en el lado del transmisor, afectan de manera crítica las prestaciones de estos sistemas imponiendo severos límites a su viabilidad.

De hecho, en el campo de las comunicaciones móviles y satelitales, existen actualmente diversas aplicaciones donde estos esquemas de modulación están ya operativos. En estos casos, la eficiencia de potencia en la transmisión resulta primordial para lograr una máxima autonomía del equipamiento. En este contexto, el comportamiento no lineal de los amplificadores de alta potencia utilizados en la transmisión de radio frecuencias (RF), constituye el principal obstáculo (desde el punto de vista de la distorsión no lineal) para el buen funcionamiento de los sistemas de comunicación digitales basados en OFDM. Dicho comportamiento no lineal será estudiado en el presente capítulo, junto con la descripción de los principales tipos de amplificadores de potencia que existen hoy en día. Además se presentará el modelamiento para los amplificadores que serán utilizados en el desarrollo de éste trabajo junto a los principales tipos de distorsión que sufren las señales: la intermodulación y la distorsión de amplitud y fase.

### 2.1.1 Tipos de Amplificadores

Los amplificadores más utilizados en sistemas de transmisión son los amplificadores de tubo de onda progresiva (TWT) y los amplificadores de potencia de estado sólido, los cuales serán presentados a continuación.

## 2.1.2 Amplificador de Tubo (TWT)

El amplificador de tubo de onda progresiva TWT (Traveling Wave Tube) es utilizado en las estaciones para comunicaciones satelitales. El TWT es un amplificador de gran ancho de banda que ofrece una ganancia de potencia que varía entre 25 y 50 dB, y su eficiencia, la cual es función del ancho de banda va del 20 al 40% [14]. Este tipo de amplificador consiste en un generador de haz electrónico junto a una estructura de enfoque magnético. Una estructura con forma de hélice facilita la interacción entre el campo de microondas y el haz electrónico. La velocidad de los electrones se ajusta para que sea igual a la velocidad de las microondas. El principal componente de éste tipo de amplificador es el cañón electrónico, el cual está formado por [14]:

- ✓ Calefactor y cátodo, cuya superficie de emisión de electrones es mucho mayor que el área del haz, lo cual permite trabajar con menor densidad de electrones en un orden de 15 a 50 veces.
- ✓ Electrodo de enfoque que rodea al cátodo y regula el campo eléctrico.
- ✓ Ánodo para acelerar y concentrar el haz de electrones lo cual actúa sobre la ganancia del amplificador.
- ✓ Colector de electrones, es una estructura que desacelera el haz en varias etapas de tensión positiva para restar energía cinética y disminuir la disipación de calor.

Los TWT típicos funcionan generalmente con una tensión de colector inferior al ánodo y cátodo. La amplificación propiamente tal se produce en la estructura de enfoque e interacción. En la medida que la onda a amplificar viaja en la estructura de hélice el campo electromagnético modula la velocidad de los electrones en ondas periódicas aproximadamente en fase con el campo. La mayoría de los electrones desaceleran y entregan energía al campo produciendo la amplificación. La ganancia producida por este proceso es proporcional a la longitud de la zona de interacción. La estructura de onda lenta es una hélice de alambre de tungsteno o molibdeno sujeta a una varilla de cerámica que la aísla de la estructura metálica envolvente. La selección de materiales influye en la capacidad de potencia de salida y la eficiencia del amplificador.

En las estaciones de comunicaciones satelitales se recurre al TWT debido a las exigencias de potencia de emisión. En cambio, en los enlaces terrestres se recurre exclusivamente a amplificadores de potencia de estado sólido transistorizados. En los amplificadores TWT se trabaja con un back-off de 7 dB para reducir los productos de intermodulación (un tipo de distorsión no lineal) y muchas veces con linealizadores o predistorsionadores [14].

## 2.2 Amplificador de Estado Sólido (SSPA)

Los amplificadores más interesantes por la relación entre el costo, consumo, tamaño, reproductividad y distorsiones son los realizados mediante transistores SSPA (Solid State Power Amplifier) [14]. El semiconductor silicio es útil en transistores bipolares hasta los 3000 MHz, mientras que el Arseniuro de Galio (As Ga) se utiliza por encima de dicha frecuencia en la configuración de transistor de efecto de campo (FET) [14].

En estos amplificadores el nivel de potencia de salida es de 10 watts en las bandas de 4/6 GHz y de 2.5 watts en las bandas 11/14 GHz. Tienen por ello una potencia de salida limitada frente a los amplificadores tradicionales usados en estaciones terrestres. En los amplificadores de bajo ruido se selecciona la configuración FET con barrera Schottky que permite una figura de ruido muy reducida. Por ejemplo, en estaciones terrestres con 4 etapas donde la primera se enfría termoeléctricamente mediante celdas a  $-40^{\circ}$  C se logran valores de 0.6 dB a 4 GHz con ganancia de 14 dB.

## 2.3 Tipos de Distorsión

Los principales tipos de distorsión que serán presentados son la *intermodulación* y la distorsión no lineal de *amplitud* y *fase*.

### 2.3.1 Intermodulación

La distorsión de intermodulación es el resultado de la interacción entre dos o más señales en el interior de un dispositivo no lineal (en nuestro caso el amplificador de potencia), produciendo a su salida otras señales no deseadas. Estas señales adicionales que aparecen en la salida del dispositivo se conocen con el nombre de productos de intermodulación. Considerando que a la entrada del dispositivo no lineal se tienen dos tonos de radiofrecuencia  $f_1$  y  $f_2$ , a su salida se producirán productos de intermodulación a frecuencias suma y diferencia de múltiplos de las frecuencias originales, en otras palabras, se tiene que [15]:

$$f_{salida} = mf_1 \pm nf_2 \quad (2.1)$$

Donde  $m$  y  $n$  son números enteros mayores o iguales que la unidad. El orden de la distorsión no lineal queda determinado por la suma de  $m$  y  $n$ .

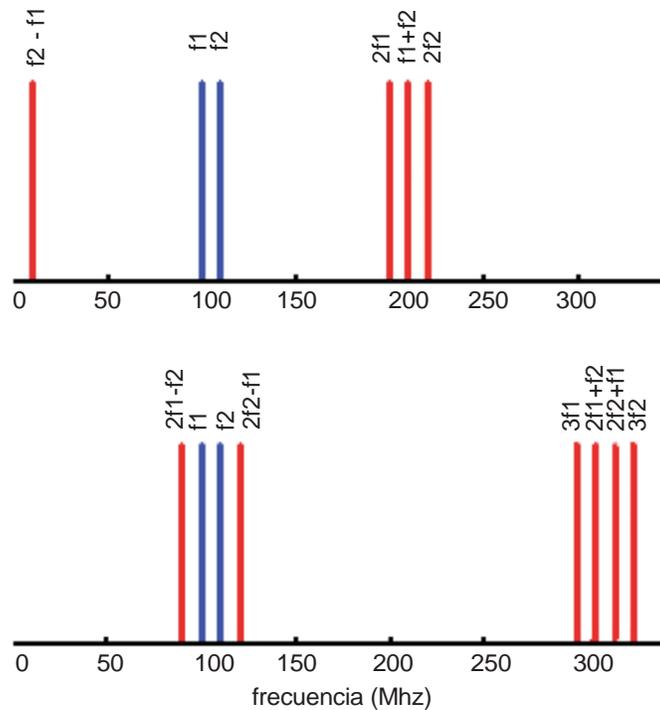


Figura 2.1. Productos de Intermodulación de segundo y tercer orden.

En la Figura 2.1 se presentan las diferentes frecuencias de los productos de intermodulación de segundo y tercer orden que se generan a la salida de un dispositivo no lineal en el caso particular de que a su entrada se introduzcan dos tonos a frecuencias  $f_1 = 100$  MHz y  $f_2 = 110$  MHz. Como puede verse en la figura, tanto las distorsiones de segundo y tercer orden caen muy alejadas de la banda de interés, representadas por las líneas azules, y por lo tanto generalmente no suelen causar problemas. En cambio, los productos de intermodulación de tercer orden del tipo  $2f_1 - f_2 = 90$  MHz y  $2f_2 - f_1 = 120$  MHz son las más perjudiciales, ya que se generan muy cerca de las señales de interés y son difíciles de filtrar. Resulta más importante aún el caso de una señal multicarrier formada por diversas portadoras de radiofrecuencia, ya que la mayoría de los productos de intermodulación de este tipo caerán encima de los canales y serán imposibles de filtrar.

En general, conforme aumenta el orden de la distorsión, el nivel de los productos de intermodulación disminuye [15]. Sin embargo, los productos de intermodulación de tercer orden tienen una amplitud proporcional al cubo de la señal de entrada, mientras que los productos de segundo orden son proporcionales al cuadrado de la señal de entrada. Así, si se aumenta en 1 dB la potencia de cada una de las señales de entrada, los productos de intermodulación de segundo y tercer orden a la salida del dispositivo no lineal aumentarán en 2 y 3 dB respectivamente. Por lo tanto, para potencias elevadas puede ser que la distorsión de tercer orden supere a la de segundo orden [15].

Una desventaja importante del método de modulación utilizado en este proyecto de título (OFDM) es la sensibilidad a la distorsión no lineal, la cual causa interferencia entre los distintos

subcarriers que conforman la señal. En el receptor, al demodular la señal, dicha interferencia puede ocasionar un aumento dramático del error de bit (BER). Como todos los sistemas de comunicaciones que existen hoy en día se tendrán no linealidades las cuales son importantes de determinar para calcular el deterioro resultante de la señal recibida.

La señal de salida  $y(t) = f[x(t)]$  de un sistema no lineal a un cierto momento de tiempo sólo depende de la señal de entrada a ese mismo momento de tiempo. Luego, como  $f(x)$  es suavemente no lineal, puede representarse con precisión por unos pocos términos del polinomio de Taylor (k) [13] como:

$$f(x) \approx \sum_{k=0}^{K-1} a_k x^k \quad (2.2)$$

Donde,

$$a_k = \frac{1}{k!} \cdot \left. \frac{\partial^k f(x)}{\partial x^k} \right|_{x=0} \quad (2.3)$$

De acuerdo a [16] los puntos de intercepción y los parámetros del modelo están relacionados por:

$$IP2 = \frac{2a_1}{a_2} \quad y \quad IP3 = \sqrt{\frac{4a_1}{a_3}} \quad (2.4)$$

Donde  $IP2$  e  $IP3$  representan los puntos de intercepción de segundo y tercer orden respectivamente.

### 2.3.2 Distorsión No Lineal de Amplitud y Fase

El comportamiento no lineal de un amplificador de potencia altera la forma original de la señal de entrada produciendo una señal de salida distorsionada. La respuesta no lineal de un amplificador de potencia se suele caracterizar mediante las funciones de conversión AM/AM (*Amplitude Modulation / Amplitude Modulation*) y AM/PM (*Amplitude Modulation / Phase Modulation*) según las cuales, la modulación de amplitud de la señal de entrada produce, a su vez, una modulación modificada (no lineal) de amplitud y una modulación no lineal de la fase, respectivamente, en la señal de salida. El efecto conjunto de ambas funciones produce distorsión dentro y fuera de la banda de frecuencias de la señal original [6]. Mientras la distorsión dentro de la banda puede corromper la señal haciendo imposible la extracción de la información, la distorsión fuera de la banda puede hacer lo propio en otras señales ubicadas en las bandas adyacentes lo cual es particularmente crucial en los sistemas multicarrier. En la siguiente figura se puede apreciar el amplificador de potencia:



Figura 2.2 Esquema de un amplificador de potencia.

La señal de entrada al amplificador se define por [11]:

$$x(t) = r(t)\exp(-j\phi(t)) \quad (2.5)$$

Donde  $x(t)$  es la señal compleja de entrada con una amplitud  $r(t)$  y fase  $\phi(t)$ , luego la correspondiente señal de salida el amplificador está dada por [10]:

$$y(t) = R(t)\exp(-j\Phi(t)) \quad (2.6)$$

Donde  $R(t) = f(r(t))$  describe la conversión AM/AM representando la función no lineal entre las amplitudes de entrada y salida. La distorsión AM/PM  $\Phi(t) = g(r(t))$  produce una modulación de fase adicional (distorsión no lineal de fase). A continuación se construirán los modelos para los amplificadores que serán utilizados en este proyecto (TWT y SSPA).

#### Amplificador de Tubo (TWT)

Para este tipo de amplificadores las funciones que representan a la amplitud y fase amplificadas son [11]:

$$R(t) = \frac{2r_x(t)}{1+r_x^2(t)} \quad y \quad \Phi(t) = \phi(t) + \frac{\pi}{3} \cdot \frac{r_x^2(t)}{1+r_x^2(t)} \quad (2.7)$$

Donde  $R(t)$  es la amplitud de salida,  $r_x(t)$  es la amplitud de entrada,  $\Phi(t)$  es la fase de salida y  $\phi(t)$  es la fase de entrada al amplificador. Además, las amplitudes de entrada y salida están normalizadas por la amplitud de saturación  $A_{sat}$  del amplificador. Este tipo de amplificador produce ambos tipos de distorsión no lineal (de amplitud y de fase).

#### 2.3.2.1 Amplificador de Estado Sólido (SSPA)

Para este tipo de amplificadores las funciones son [11]:

$$R(t) = \frac{1}{(1+(r_x(t))^{10})^{1/10}} \quad y \quad \Phi(t) = \phi(t) \quad (2.8)$$

Donde  $R(t)$  es la amplitud de salida,  $r_x(t)$  es la amplitud de entrada,  $\Phi(t)$  es la fase de salida y  $\phi(t)$  es la fase de entrada al amplificador. De las ecuaciones anteriores se puede notar que no existe distorsión de fase.

#### 2.3.2.2 Back-Off de Entrada y Salida

Los amplificadores de potencia están generalmente preparados para trabajar en un régimen de funcionamiento lineal, el cual se caracteriza por un aumento de la potencia de salida proporcional al incremento de la potencia de entrada. La diferencia en dB entre ambos niveles

de potencia constituye la ganancia del amplificador. Sin embargo, conforme aumenta la potencia de señal a la entrada, llega un momento en que el amplificador comienza a saturarse y la potencia a la salida ya no aumenta proporcionalmente [15] (comportamiento no lineal). La distorsión no lineal de los amplificadores de potencia depende fuertemente del back-off de entrada (IBO) y back-off de salida (OBO), los cuales se definen por [11]:

$$IBO = \frac{P_{in}}{P_{sat}} \quad \text{y} \quad OBO = \frac{P_{sat}}{P_{out}} \quad (2.9)$$

Donde  $P_{sat} = A_{sat}^2$  representa el punto o poder de saturación,  $P_{in} = E(|x(t)|^2)$  es la potencia promedio de la señal de entrada  $x(t)$  y  $P_{out} = E(|y(t)|^2)$  es la potencia promedio de la señal de salida  $y(t)$  del amplificador. Pequeños valores de OBO causan que el punto de operación del amplificador esté cerca del punto de saturación. En este caso se consigue una alta eficiencia en el amplificador, pero se tiene como consecuencia una señal de salida muy distorsionada.

# Capítulo 3 Redes Neuronales

## 3.1 Introducción

Una neurona biológica es una célula especializada en procesar información. Está compuesta por el cuerpo de la célula (soma) y dos tipos de ramificaciones, el *axón* y las *dendritas*. La neurona recibe señales (sinapsis) de otras neuronas a través de sus dendritas y transmite señales generadas por el cuerpo de la célula a través del axón. Dicha neurona puede ser apreciada en la Figura 3.1.

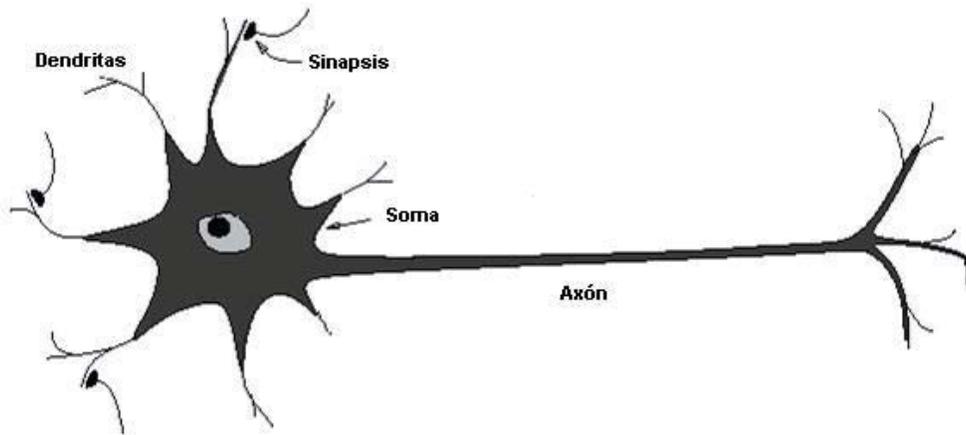


Figura 3.1 Neurona Biológica.

La corteza cerebral humana contiene alrededor de  $10^{11}$  neuronas, aproximadamente el mismo número de estrellas que hay en la Vía Láctea. Cada neurona está conectada de forma masiva a un número variable entre 1.000 y 10.000 neuronas. Por lo tanto, el cerebro contiene de  $10^{14}$  a  $10^{15}$  interconexiones. Las neuronas se comunican entre sí mediante pulsos de corta duración (del orden de milisegundos). Debido a ello, el ser humano es capaz de realizar tareas complejas en un tiempo inferior y con un porcentaje de aciertos superior al conseguido actualmente mediante ordenadores. Ello debido a la paralelización masiva que realiza el cerebro, que está muy lejos de poder ser implementada en un circuito electrónico.

Walter Pitts y Warren McCulloch intentaron explicar en 1943 el funcionamiento del cerebro humano, por medio de una red de células que conectadas entre sí podían ejecutar operaciones lógicas [18]. Ellos modelaron una red neuronal simple mediante circuitos eléctricos. Posteriormente, en 1949 Donald Hebb fue el primero en explicar los procesos de aprendizaje, elemento básico de la inteligencia humana, desde un punto de vista psicológico, desarrollando una regla sobre cómo ocurría el aprendizaje. Aún hoy, este es el fundamento de la mayoría de las funciones de aprendizaje que pueden encontrarse en una red neuronal. Su idea fue que el aprendizaje ocurría cuando ciertos cambios eran activados en una neurona. También intentó encontrar semejanzas entre el aprendizaje y la actividad nerviosa. Los trabajos de Hebb formaron las bases de la teoría de las redes neuronales. Luego, en la década de los 50', Kart Lashley encontró que la información no era almacenada en forma centralizada sino que era distribuida encima de él.

Durante el verano de 1951, Minsky y Edmons montaron la primera máquina de redes neuronales, compuesta básicamente de 300 tubos de vacío y un piloto automático de un avión bombardero. Llamaron a su creación “Sharc”, se trataba nada menos que de una red de 40 neuronas artificiales que imitaban el cerebro de una rata. Cada neurona hacía el papel de una posición dentro de un laberinto, cuando se activaba daba a entender que la rata sabía en qué punto del laberinto se encontraba. Las neuronas que estaban conectadas alrededor de la activada, hacían la función de alternativas a seguir por el cerebro, la activación de la siguiente neurona, es decir, la elección entre *derecha* o *izquierda* en este caso estaría dada por la fuerza de sus conexiones con la neurona activada. Por ejemplo, la rata completaba bien el recorrido eligiendo a partir de la quinta neurona la opción *izquierda* (que correspondería a la sexta), es entonces cuando las conexiones entre la quinta y sexta se hacen más fuertes, haciendo desde ese momento más propensa esa decisión en un futuro.

Después de su red neuronal, Minsky escribió su tesis doctoral acerca de ésta, en ella describía *cerebros mucho mayores*, exponiendo que si se realizaba este proyecto a gran escala, con miles o millones de neuronas más y con diferentes sensores y tipos de realimentación la máquina podría ser capaz de razonar, pero él sabía que la realización de esta red era imposible.

En 1957, Frank Rosenblatt presentó el Perceptron, una red neuronal con aprendizaje supervisado cuya regla de aprendizaje era una modificación de la propuesta por Hebb. La verdad es que el Perceptron fue una buena idea, y es posible que los problemas que obtuvo fuesen provocados más que nada por el exagerado entusiasmo de su creador. En 1960 Bernard Widroff y Marcian Hoff desarrollaron el modelo Adaline (Adaptive Linear Elements). Esta fue la primera red neuronal aplicada a un problema de la realidad (filtros adaptivos para eliminar ecos en las líneas telefónicas) que se ha utilizado comercialmente durante varias décadas. En 1969 casi se produce la muerte de las redes neuronales, ya que Marvin Minsky y Seymour Paper probaron matemáticamente que el Perceptron no era capaz de resolver problemas relativamente fáciles, tales como el aprendizaje de una función no lineal. Lo anterior demostró que el Perceptron era muy débil, dado que las funciones no lineales son extensamente empleadas en computación y en los problemas del mundo real.

La era moderna de las redes neuronales artificiales surge con la técnica de aprendizaje de propagación hacia atrás o *Backpropagation*. En 1977, James Anderson desarrolló un modelo lineal, llamado Asociador Lineal, que consistía en unos elementos integradores lineales (neuronas) que sumaban sus entradas. En 1982 John Hopfield presentó un trabajo sobre redes neuronales, en el cual describe con claridad y rigor matemático una red a la que ha dado su nombre, que viene a ser una variación del Asociador Lineal.

En la actualidad las redes neuronales tienen una amplia gama de aplicaciones, que van desde la clasificación de patrones, comprensión de la voz [18], reconocimiento de huellas para la identificación de individuos [19], reconocimiento de rostros [20], hasta su aplicación en el campo militar para la evaluación del desempeño de los comandantes [21]. También se encuentran aplicaciones en áreas como las finanzas con la predicción de diferentes índices o predicción de rentabilidad de acciones, energía con la predicción del consumo eléctrico o consumo de gas de una ciudad, tratamiento de textos y procesado de formas, reconocimiento de caracteres impresos mecánicamente, industria manufacturera, etc. Una aplicación más

relacionada con éste proyecto de título es la aproximación de funciones, donde a partir de un conjunto de patrones (pares entrada-salida) se encuentra una función interpolativa que permite calcular la salida a entradas nuevas. Es una alternativa a los métodos de interpolación clásicos, con la ventaja de obtener fácilmente una función de interpolación no lineal. La aproximación es ideal para una aplicación de comprensión de datos [18], y en especial será usada para encontrar la función inversa del amplificador de potencia en los enlaces inalámbricos y satelitales.

## 3.2 Redes Neuronales Artificiales

Una red neuronal es un modelo computacional que consiste en un número de elementos conectados entre sí, llamados neuronas. Una neurona es una unidad de procesamiento que recibe una entrada desde fuera de la red y/o desde otras neuronas, aplica una transformación local a esa entrada, y entrega una señal de salida que es derivada a otra neurona y/o fuera de la red. Cada una de las entradas es modificada de acuerdo a un valor asociado en la conexión entre las neuronas, este valor es conocido como el peso de la conexión, el cual representa la importancia que la neurona le asocia a dicha entrada. La transformación local se refiere a la función de activación de cada neurona [22]. Dicho proceso puede ser descrito por la siguiente ecuación [23]:

$$y_i = F_i\left(\sum_{j=1}^n w_{ij}x_j - t_i\right) \quad (3.1)$$

Donde  $y_i$  es la salida de la neurona  $i$ ,  $x_j$  es la  $j$ -ésima entrada a la neurona,  $w_{ij}$  es el peso de la conexión entre la neurona y la entrada  $x_j$ ,  $t_i$  es el umbral de la neurona, y  $F_i$  es la función de activación de la neurona. La estructura de los nodos (neuronas) y sus conexiones constituyen la topología o arquitectura de una red neuronal.

Una red neuronal típica es capaz de representar muchas funciones, pero encontrar la mejor red para resolver un problema específico es un problema muy complejo. Si se conoce el método de solución exacta, entonces se puede programar la estructura de la red explícitamente. Sin embargo, si el problema es muy complejo o no tiene solución conocida, como es el caso del problema que ataca este proyecto, no se sabe que estructura hay que dar a la red neuronal. Para este fin, la mayoría de los modelos de redes neuronales incluyen una regla de aprendizaje la cual puede cambiar la estructura de la red a lo largo del curso de entrenamiento para llegar a una buena solución final. La regla de aprendizaje más popular es el algoritmo Backpropagation [22], el cual será explicado más adelante en este mismo capítulo. Basadas en el flujo de las señales, las redes neuronales pueden ser clasificadas en dos tipos: redes *FeedForward* y las redes recurrentes, pero para el desarrollo de éste proyecto sólo se estudiarán las redes *FeedForward* multicapa.

### 3.2.1 Redes FeedForward Multicapa

Una red FeedForward tiene una estructura de capas, en la cual cada capa está formada por un conjunto de unidades, llamadas neuronas, las cuales reciben una entrada de las unidades ubicadas en la capa directamente anterior y envían su salida a las unidades ubicadas en la capa

siguiente. En estas redes no existen conexiones hacia capas anteriores o entre unidades de la misma capa.

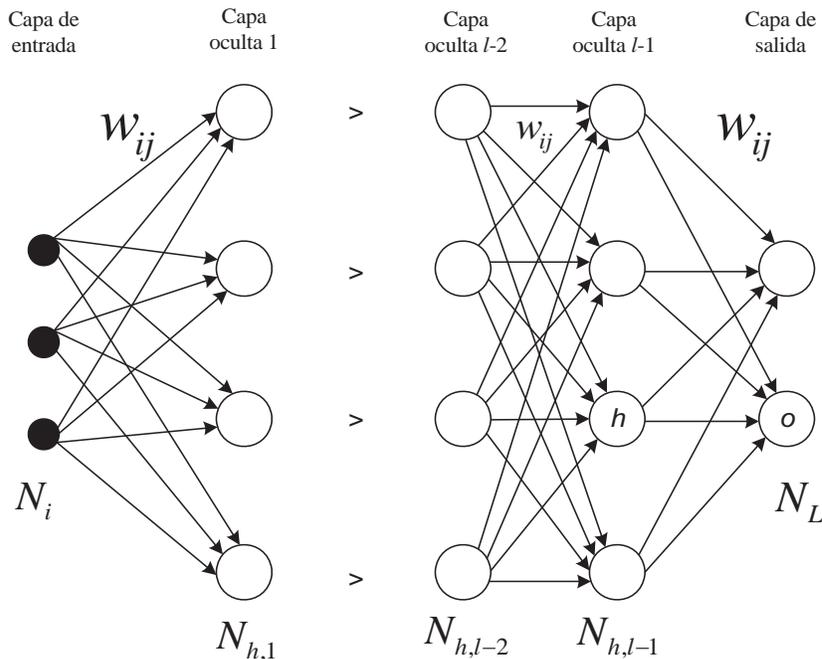


Figura 3.2 Esquema de un Perceptrón Multicapa.

Las  $N_i$  entradas alimentan a la primera capa de  $N_{h,1}$  unidades ocultas, donde el subíndice  $h$  se refiere a unidades ocultas. La activación de una unidad oculta es una función  $F_i$  de las entradas provenientes de la capa anterior multiplicadas por el peso de la conexión entre ambas neuronas (la neurona de la capa anterior que envía el estímulo con la neurona de la capa siguiente que recibe dicho estímulo) más el umbral, tal como se muestra en la ecuación (3.1). La salida de las unidades ocultas es distribuida sobre la próxima capa de  $N_{h,2}$  unidades ocultas, dicho proceso se repite hasta la última capa de unidades ocultas, en la cual sus salidas alimentan a la capa de unidades de salida de la red.

En la figura anterior (Figura 3.2) se puede apreciar un Perceptrón Multicapa, en el cual se tienen un total de  $L$  capas, con  $l$  capas ocultas, donde  $N_{h,l}$  representa la cantidad de neuronas ocultas que tiene la capa  $l$  donde  $1 \leq l < L$ . Además se puede apreciar el peso de las conexiones entre una capa y la siguiente, dicho valor está representado por  $w_{ij}$  donde  $i$  representa el índice de la neurona que envía el estímulo y  $j$  representa la neurona que recibe el estímulo con  $1 \leq i, j \leq N_{h,l}$  para las capas ocultas, con  $1 \leq i, j \leq N_i$  para la capa de entrada y con  $1 \leq i, j \leq N_L$  para la capa de salida.

### 3.3 Aprendizaje en las Redes Neuronales

Al igual que el funcionamiento de una red depende del número de neuronas de las que disponga y de cómo estén conectadas entre sí, cada modelo de red dispone de sus propias técnicas de aprendizaje. En el caso de las redes neuronales artificiales, se puede considerar que el conocimiento se encuentra en los pesos de las conexiones entre neuronas. Todo proceso de aprendizaje implica ciertos cambios en estas conexiones. En pocas palabras, puede decirse que se aprende modificando los valores de los pesos de la red. Usualmente, la red debe aprender los pesos de las conexiones a partir de un conjunto de patrones de entrenamiento, por lo tanto, no se calculan los pesos de forma analítica sino que es necesario un proceso de aprendizaje automático a partir de una serie de ejemplos [18].

En vez de fijar una serie de reglas explícitas, es la red neuronal la que aprende las reglas implícitas que relacionan la salida con la entrada [18], a partir de una colección de ejemplos representativos. Esta es una de las mayores ventajas de las redes neuronales. Para diseñar un proceso de aprendizaje será necesario disponer de:

- Un conjunto de información disponible para el aprendizaje.
- Un proceso para actualizar los pesos.

Existen tres métodos básicos de aprendizaje [24]:

- ✓ *Aprendizaje Supervisado*: con este tipo de aprendizaje, se entrega a la red un patrón de entrada y la salida correcta para dicho patrón. Los datos de entrada son propagados hacia delante por la red hasta que la señal llega a las neuronas de salida. Entonces se puede comparar la salida obtenida con la salida que se esperaba obtener (salida correcta). Si la salida obtenida es igual a la salida esperada, entonces no se hace ningún cambio a los pesos de la red; por el contrario, si la salida obtenida difiere de la salida esperada, entonces los pesos se ajustan de manera de que en un futuro, si se presentara el mismo patrón de entrada la respuesta de la red sea la correcta. El algoritmo de aprendizaje supervisado más popular en Backpropagation.
- ✓ *Aprendizaje No Supervisado*: en este tipo de aprendizaje, sólo se entregan los datos de entrada a la red. Una clase de modelos de entrenamiento *no supervisados* son las *redes de pesos fijos*. Un ejemplo son las redes de Memoria Asociativa, que se usan para obtener patrones originales libres de ruido a partir de señales incompletas o distorsionadas. La principal característica de las *redes asociativas de pesos fijos* es que sus pesos son preestablecidos y pre calculados. Los modelos de pesos fijos tienen aplicaciones limitadas ya que no se pueden adaptar a ambientes cambiantes.
- ✓ *Aprendizaje Reforzado*: es una variante del aprendizaje supervisado, en el cual la red únicamente conoce solo parte de la información correcta de las salidas, pero no la respuesta correcta. Utiliza un mecanismo de penalización y recompensa, mediante el cual la red resulta recompensada por una decisión correcta y castigada por una equivocada [18]. La recompensa y el castigo se relacionan con los pesos de la red, los cuales serán modificados

de acuerdo a la respuesta de ésta. De esta forma, el sistema tiende a actuar de la forma favorecida y debilita la tendencia a proporcionar la respuesta penalizada.

También son posibles aprendizajes híbridos, combinando aprendizaje supervisado y no supervisado. En este caso, parte de los pesos se calculan mediante un método y la otra parte mediante otro método [18].

### 3.4 La Regla Delta

Para una red neuronal de una sola capa, con una unidad de salida y una función de activación lineal, la salida estará dada por la ecuación (3.1), dicha red es capaz de representar una relación lineal entre el valor de la unidad de salida y el valor de la unidad de entrada [25]. Suponiendo que se desea entrenar una red con un conjunto de patrones de ejemplo formados por valores de entrada  $x^p$ , además se tienen los valores de salida deseados  $d^p$ . Para cada patrón de entrada, la salida de la red difiere del valor deseado  $d^p$  en  $(d^p - y^p)$ , donde  $y^p$  es la salida obtenida. La Regla Delta usa una función basada en el error de esas diferencias para ajustar los pesos de la red. Dicha función de error total  $E$  se define por [25]:

$$E = \sum_p E^p = \frac{1}{2} \sum_p (d^p - y^p)^2 \quad (3.2)$$

Donde el índice  $p$  se mueve sobre el conjunto de patrones de entrada  $A = \{1, 2, \dots, p\}$  y  $E^p$  representa el error del patrón  $p$ . El método anterior encuentra los valores de todos los pesos que minimizan la función de error mediante la aplicación de otro método llamado *Descenso por Gradiente*. La idea del *Descenso por Gradiente* es hacer un cambio en los pesos proporcional a la derivada negativa del error medido en el patrón actual con respecto a cada peso [25]:

$$\Delta_p w_j = -\gamma \cdot \frac{\partial E^p}{\partial w_j} \quad (3.3)$$

Donde  $1 \leq j \leq N_i$  y  $N_i$  indica la cantidad de neuronas de la única capa, además  $\gamma$  es una constante de proporcionalidad o *razón o velocidad de aprendizaje*, este parámetro es positivo y suele ser menor que la unidad [18]. Luego, la derivada es:

$$\frac{\partial E^p}{\partial w_j} = \frac{\partial E^p}{\partial y^p} \cdot \frac{\partial y^p}{\partial w_j} \quad (3.4)$$

De (3.1) se tiene que:

$$\frac{\partial y^p}{\partial w_j} = x_j \quad (3.5)$$

Además:

$$\frac{\partial E^p}{\partial y^p} = -(d^p - y^p) \quad (3.6)$$

De esta forma, se obtiene que:

$$\Delta_p w_j = \gamma \cdot \delta^p \cdot x_j \quad (3.7)$$

Donde  $\delta^p = d^p - y^p$  es la diferencia entre la salida deseada y la salida actual para el patrón  $p$ .

## 3.5 BackPropagation

La idea central detrás de esta solución es que los errores de las unidades de las capas ocultas sean determinados mediante la propagación hacia atrás de los errores de las unidades de la capa de salida. Por esta razón se le denomina BackPropagation. Este algoritmo puede considerarse como una generalización de la *regla delta* para funciones de activación no lineales y redes neuronales multicapa.

Aunque BackPropagation puede ser aplicado a redes con cualquier número de capas, para redes con unidades binarias se ha demostrado que solo una capa con unidades ocultas es suficiente para aproximar cualquier función.

El algoritmo BackPropagation es un tipo de regla de aprendizaje supervisado. Como se dijo anteriormente, los errores se propagan hacia atrás, partiendo de la capa de salida hacia todas las neuronas de la capa oculta que contribuyen directamente a la salida. Sin embargo, las neuronas de la capa oculta solo reciben una fracción de la señal de error total, dicha cantidad se calcula de acuerdo a la contribución relativa de cada neurona a la salida original. Todo este proceso se repite capa por capa hasta que todas las neuronas de la red hayan recibido una señal de error. Luego cada neurona actualiza los pesos de cada una de las conexiones basándose en la señal de error recibida, de esta manera, se busca converger hacia un estado que minimice la cantidad de errores en el sistema.

### 3.5.1 Descripción matemática de BackPropagation

Debido a la utilización de funciones de activación no lineales en las neuronas, se debe generalizar la *regla delta* presentada en el capítulo anterior, la cual utilizaba funciones de activación lineales y era utilizada para redes de una sola capa, ya que el compensador utilizará una red neuronal de varias capas y funciones de activación no lineales. La activación es una función diferenciable de la entrada total dada por [25]:

$$y_k^p = F(s_k^p) \quad (3.8)$$

Donde el índice  $p$  se mueve sobre el conjunto de patrones de entrada  $A = \{1, 2, \dots, p\}$  y  $y_k^p$  representa la salida de la neurona  $k$ . En la cual:

$$s_k^p = \sum_j w_{jk} y_j^p + \theta_k \quad (3.9)$$

Donde  $w_{jk}$  representa el peso de la conexión entre la neurona  $j$  y la neurona  $k$  e  $y_j^p$  representa el valor de la salida de la neurona  $j$  (perteneciente a la capa anterior de la neurona  $k$ ) para el patrón  $p$ . Ahora, para obtener una correcta generalización de la *regla delta* se debe definir lo siguiente [25]:

$$\Delta_p w_{jk} = -\gamma \cdot \frac{\partial E^p}{\partial w_{jk}} \quad (3.10)$$

La medida de error  $E^p$  es definida como el error cuadrático total para el patrón de muestra  $p$  en las unidades de salida, tal como en la ecuación (3.2), luego:

$$E^p = \frac{1}{2} \sum_{o=1}^{N_o} (d_o^p - y_o^p)^2 \quad (3.11)$$

Donde  $d_o^p$  es la salida deseada de la neurona  $o$  para el patrón muestreado  $p$  (el subíndice  $o$  es usado para representar neuronas de salida). Luego, el error total de la red es denominado Error Cuadrático Medio, el cual es determinado por:

$$ECM = E = \frac{1}{N_p} \cdot \sum_p E^p = \sum_p \sum_o (d_o^p - y_o^p)^2 \quad (3.12)$$

Donde  $N_p$  es el número de patrones.

Ahora, el principal objetivo de este algoritmo es hacer converger la red hacia un estado en el cual el Error Cuadrático Medio sea mínimo. Para ello los pesos se deben ajustar según la ecuación (3.10). Resolviendo dicha ecuación se tiene que:

$$\frac{\partial E^p}{\partial w_{jk}} = \frac{\partial E^p}{\partial s_k^p} \cdot \frac{\partial s_k^p}{\partial w_{jk}} \quad (3.13)$$

De la ecuación (3.9) se deduce que el segundo factor es:

$$\frac{\partial s_k^p}{\partial w_{jk}} = y_j^p \quad (3.14)$$

Luego definiendo  $\delta_k^p$  como [25]:

$$\delta_k^p = -\frac{\partial E^p}{\partial s_k^p} \quad (3.15)$$

Se obtiene una regla de actualización que es equivalente a la regla delta, resultando en un descenso por gradiente en la superficie del error si los pesos de las neuronas se actualizan de acuerdo a [24]:

$$\Delta_p w_{jk} = \gamma \cdot \delta_k^p \cdot y_j^p \quad (3.16)$$

Para calcular  $\delta_k^p$  se aplica la regla de la cadena a la derivada parcial de la ecuación (3.15) para escribirla como un producto de dos factores, uno de ellos para representar el cambio en el error en función de la salida de la neurona y el otro factor para reflejar el cambio en la salida de la neurona en función de los cambios en la entrada, así se obtiene que:

$$\delta_k^p = -\frac{\partial E^p}{\partial s_k^p} = -\frac{\partial E^p}{\partial y_k^p} \cdot \frac{\partial y_k^p}{\partial s_k^p} \quad (3.17)$$

El segundo factor de la ecuación anterior se obtiene a partir de la ecuación (3.8):

$$\frac{\partial y_k^p}{\partial s_k^p} = F'(s_k^p) \quad (3.18)$$

La cual es simplemente la derivada de la función de activación de la neurona  $k$  evaluada para la entrada  $s_k^p$  de esa neurona. Ahora, para el cálculo del primer factor de la ecuación (3.17) se deben considerar dos casos. El primero es asumir que la unidad  $k$  es una neurona de salida de la red, en otras palabras  $k = o$ , en este caso, se puede apreciar de la definición de  $E^p$  en la ecuación (3.11) que:

$$\frac{\partial E^p}{\partial y_o^p} = -(d_o^p - y_o^p) \quad (3.19)$$

El cual es el mismo resultado obtenido en la *regla delta* estándar del Capítulo 3.4. Luego, sustituyendo la ecuación (3.18) y (3.19) en la ecuación (3.17) se obtiene:

$$\delta_o^p = (d_o^p - y_o^p) \cdot F'_o(s_o^p) \quad (3.20)$$

En el segundo caso, si  $k$  es una unidad oculta, es decir  $k = h$ , no se conoce con certeza la contribución de esa unidad al error de salida de la red. Sin embargo, la medida del error puede ser escrita en función de las entradas de la red que van desde las capas ocultas hacia la capa de salida, con lo cual se tiene que  $E^p = E^p(s_1^p, s_2^p, \dots, s_j^p, \dots)$  y mediante el uso de la regla de la cadena se tiene que:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E^p}{\partial y_h^p} &= -\sum_{o=1}^{N_o} \frac{\partial E^p}{\partial s_o^p} \cdot \frac{\partial s_o^p}{\partial y_h^p} \\
\frac{\partial E^p}{\partial y_h^p} &= -\sum_{o=1}^{N_o} \frac{\partial E^p}{\partial s_o^p} \cdot \frac{\partial}{\partial y_h^p} \sum_{j=1}^{N_h} w_{ho} y_j^p \\
\frac{\partial E^p}{\partial y_h^p} &= -\sum_{o=1}^{N_o} \frac{\partial E^p}{\partial s_o^p} \cdot w_{ho} \\
\frac{\partial E^p}{\partial y_h^p} &= -\sum_{o=1}^{N_o} \delta_o^p \cdot w_{ho}
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Sustituyendo la ecuación (3.21) en (3.17) se tiene:

$$\delta_h^p = F'(s_h^p) \cdot \sum_{o=1}^{N_o} \delta_o^p w_{ho} \tag{3.22}$$

Donde el subíndice  $h$  es usado para representar a neuronas de capas ocultas. Las ecuaciones (3.20) y (3.22) entregan un procedimiento recursivo para el cálculo de los valores de  $\delta$  para todas las unidades de la red, los cuales son usados para calcular los cambios en los pesos de acuerdo a la ecuación (3.16) [25].

Para entender mejor el procedimiento anterior considérese cuando un patrón de aprendizaje es muestreado, los valores de las activaciones son propagados hacia las unidades de salida, luego la salida obtenida es comparada con la salida deseada, usualmente se obtiene cierto error  $e_o$  en cada una de las unidades de salida  $o$ , el objetivo de BackPropagation es llevar ese error a cero.

Se sabe mediante la *regla delta* que para reducir el error se deben ajustar los pesos de acuerdo a:

$$\Delta w_{ho} = (d_o - y_o) \cdot y_h \tag{3.23}$$

Pero esto no es suficiente, ya que los pesos desde las entradas a las capas ocultas nunca son cambiados [25]. Para adaptar los pesos de las entradas a las capas ocultas, se debe aplicar nuevamente la *regla delta*. En este caso, sin embargo, no se conocen los valores de  $\delta$  para las unidades ocultas. Lo anterior es resuelto mediante la regla de la cadena, la cual hace lo siguiente: distribuye el error de una unidad de salida  $o$  a todas las unidades ocultas con las cuales está conectada. Luego cada unidad oculta  $h$  recibe un delta de esa unidad de salida multiplicada por el peso de la conexión entre ambas. Esto es:

$$\delta_h = \sum_o \delta_o w_{ho} \tag{3.24}$$

Pero además se debe aplicar la función de activación al delta de la unidad oculta.

En resumen, se tiene que:

- ✓ El peso de una conexión es ajustado en una cantidad proporcional al producto de una señal de error  $\delta$ , en la  $k$ -ésima unidad receptora de la entrada y en la  $j$ -ésima unidad que envía esta señal a lo largo de la conexión :

$$\Delta_p w_{jk} = \gamma \cdot \delta_k^p \cdot y_j^p \quad (3.25)$$

- ✓ Si la neurona es de salida, la señal de error está dada por :

$$\delta_o^p = (d_o^p - y_o^p) F'(s_o^p) \quad (3.26)$$

- ✓ La señal de error de una unidad oculta es determinada recursivamente en términos de las señales de error de las unidades con las cuales está directamente conectada y los pesos de dichas conexiones :

$$\delta_h^p = F'(s_h^p) \cdot \sum_{o=1}^{N_o} \delta_o^p w_{ho} \quad (3.27)$$

# Capítulo 4 Linealización Propuesta

## 4.1 Introducción

En este capítulo se presenta la estructura del sistema de compensación neuronal desarrollado para compensar la distorsión no lineal introducida por un amplificador de potencia en el lado del transmisor.

## 4.2 Descripción Del Sistema

En la Figura 4.1 se puede apreciar el diagrama de bloques que componen el sistema de transmisión completo que se propone.

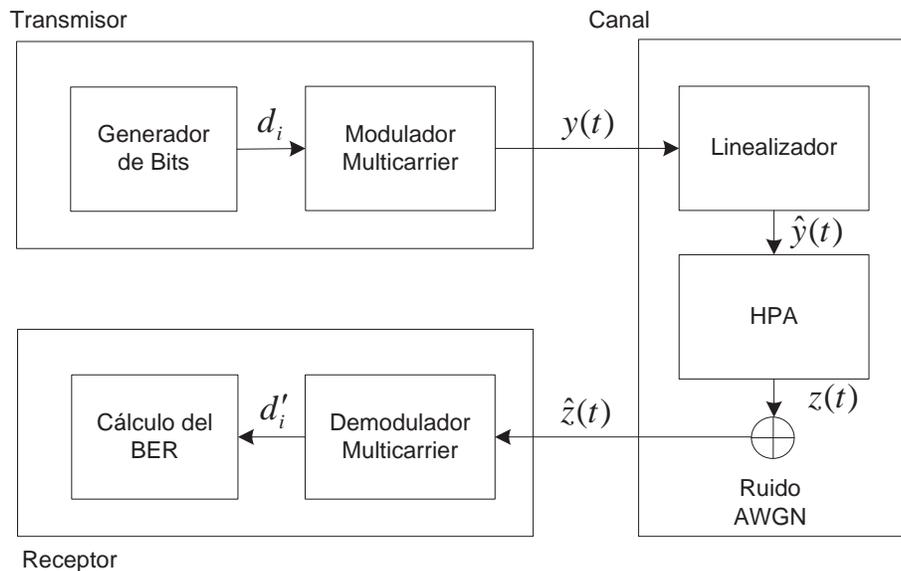


Figura 4.1 Esquema del sistema de transmisión linealizado.

Primero se genera un conjunto de bits aleatorios  $d_i$ , los cuales pasan por el Modulador Multicarrier (M-QAM + OFDM), luego la señal compleja  $y(t)$  pasa al Linealizador Neuronal, el cual predistorsiona la señal con la función de transferencia inversa del amplificador de potencia. Luego, la señal predistorsionada  $\hat{y}(t)$  se introduce al amplificador de potencia el cual amplifica la señal pero a su vez introduce la distorsión no lineal. Una vez obtenida la señal de salida  $z(t)$  del amplificador, ésta se transmite por un canal inalámbrico siendo afectada por el ruido blanco aditivo Gaussiano (AWGN) produciendo una señal  $\hat{z}(t) = z(t) + n(t)$  donde  $n(t)$  corresponde al ruido blanco aditivo Gaussiano. Finalmente, la señal  $\hat{z}(t)$  es demodulada para calcular el BER obtenido en la transmisión. Antes de continuar, es bueno recordar que la función de distorsión no lineal de amplitud introducida por el amplificador de potencia para esta fase de la investigación está dada por:

$$R(t) = \frac{2r_x(t)}{1+r_x^2(t)} \quad (4.1)$$

Donde  $R(t)$  es la amplitud de salida,  $r_x(t)$  es la amplitud de entrada.

### 4.3 Linealizador Neuronal

Para la construcción del Linealizador Neuronal se deben tener en cuenta dos fases: *Fase de Entrenamiento* y *Fase de Producción*.

#### 4.3.1 Fase de Entrenamiento

En la Figura 4.2 se puede apreciar el diagrama de bloques de la fase de entrenamiento:

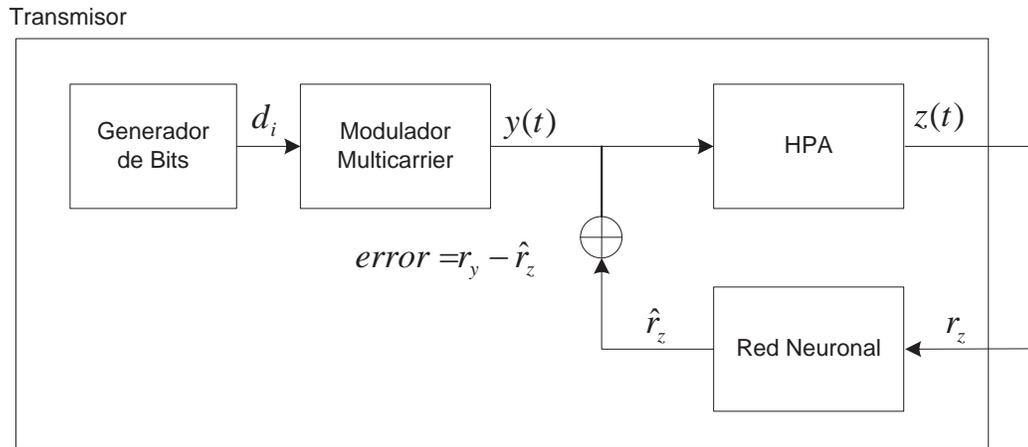


Figura 4.2 Fase de Entrenamiento.

En la fase de entrenamiento se define la topología de la red neuronal, en el caso de este proyecto, se utilizó una red de tipo Multilayer Perceptron completamente conectada, la cual está formada por una capa de entrada, un conjunto de capas ocultas y una capa de salida (Figura 3.2). El número de capas y unidades ocultas se obtuvo mediante la técnica del *ensayo y error*, en la cual se probaron diversas combinaciones entre número de capas ocultas y cantidad de unidades en cada capa oculta. El algoritmo de aprendizaje utilizado es Backpropagation, el cual fue descrito en el Capítulo 3.5.

Para realizar el entrenamiento de la Red Neuronal, tal como se muestra en la Figura 4.2, el primer paso es generar una secuencia aleatoria de bits  $d_i$  los cuales son modulados en la señal  $y(t)$ , ésta señal se pasa a través del amplificador produciendo la señal  $z(t)$ , luego la entrada a la red neuronal para el proceso de entrenamiento está formada por la amplitud de la señal  $z(t)$  denotada por  $r_z$ . Una vez calculada la amplitud de salida  $\hat{r}_z$  de la red, esta es comparada con la salida deseada, la cual está formada por la amplitud  $r_y$  de la señal de entrada al amplificador

$y(t)$ , el error obtenido en dicha comparación es utilizado para ajustar los pesos de la red de acuerdo al algoritmo Backpropagation.

Para realizar el proceso de entrenamiento se tomaron los siguientes parámetros:

- Razón de Aprendizaje : 0.01
- Momento : 0.001
- Error Objetivo :  $1e-6$
- Número de Muestras : 200

Una vez realizado el proceso de entrenamiento y obtenido el número de unidades y capas ocultas, le red que entregó mejores resultados para el esquema de modulación monocarrier está formada por : una capa de entrada con una unidad de entrada, una capa oculta con seis unidades ocultas y una capa de salida con una sola unidad de salida; y para el esquema de modulación multicarrier está formada por : una capa de entrada con una unidad de entrada, una capa oculta con ocho unidades ocultas y una capa de salida con una sola unidad de salida. En cuanto a la cantidad de épocas que transcurrieron para la convergencia de la red, los resultados variaron de acuerdo al esquema de modulación utilizado, dichos valores serán mostrados más adelante en el Capítulo 5: “Resultados de la Simulación”.

### 4.3.2 Fase de Producción

Una vez finalizada la *Fase de Entrenamiento*, viene la fase de producción. En la siguiente figura (Figura 4.3) se puede apreciar el diagrama de bloques resumido de la *Fase de Producción*:

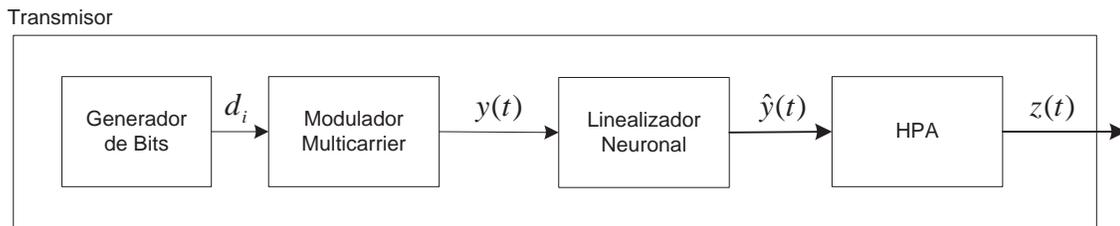


Figura 4.3 Fase de Producción.

Al finalizar la *Fase de Entrenamiento*, la red ya tiene los pesos ajustados para poder aproximar la función inversa del amplificador de potencia, por lo tanto, antes de pasar la señal  $y(t)$  directamente al amplificador de potencia se pasa por el Linealizador Neuronal, el cual predistorsiona la señal  $y(t)$  con la función de transferencia inversa del amplificador de potencia, dando por resultado una señal  $\hat{y}(t)$ , la cual se transforma en la nueva entrada al amplificador. Luego, al pasar la señal  $\hat{y}(t)$  por el amplificador de potencia, la distorsión no lineal introducida por éste se reduce drásticamente.

# Capítulo 5 Resultados de la Simulación

## 5.1 Introducción

Las simulaciones computacionales efectuadas fueron principalmente de dos tipos, la primera consistió en construir un canal monocarrier AWGN, además de la distorsión no lineal introducida por el amplificador de potencia sobre el cual fueron transmitidos los símbolos modulados con 16-QAM con y sin técnica de compensación (Simulación 1); el segundo tipo de simulación incluyó la modulación multicarrier OFDM en el mismo esquema que el primer tipo de simulación (Simulación 2). A grandes rasgos, dichos sistemas pueden ser representados por las siguientes figuras (Figura 5.1 y Figura 5.2):

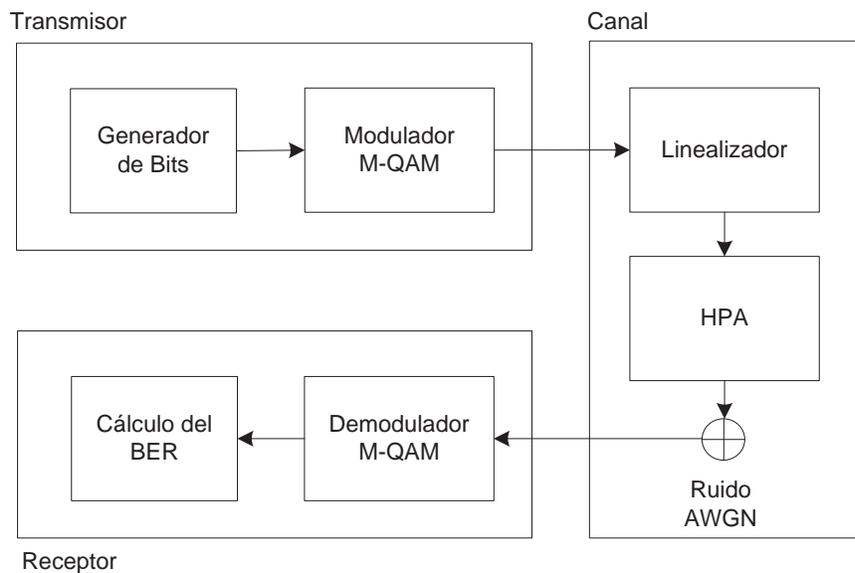


Figura 5.1 Esquema de la Simulación 1 con modulación monocarrier (16 QAM-PD-HPA-AWGN).

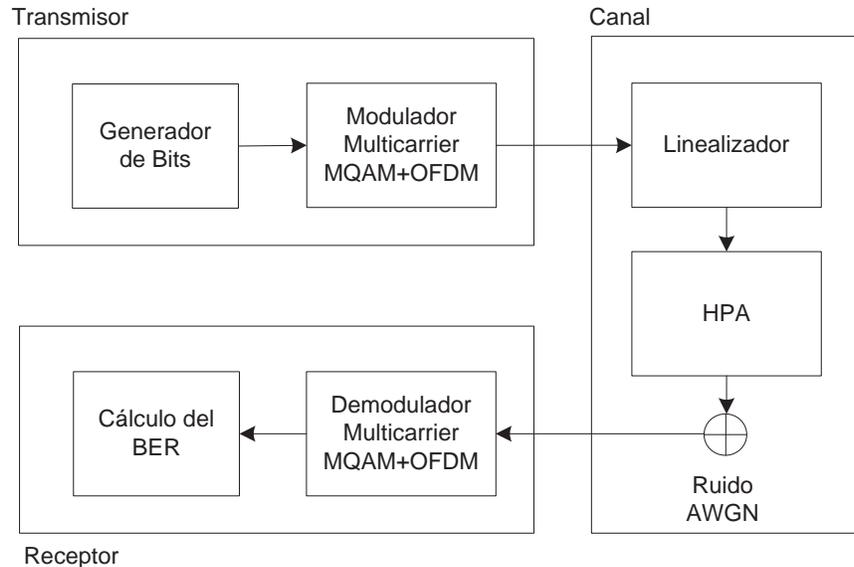


Figura 5.2 Esquema de la Simulación 2 con modulación multicarrier (16 QAM-OFDM-PD-HPA-AWGN).

## 5.2 Simulación 1: 16-QAM + PD + HPA + AWGN

Como se dijo anteriormente, la primera simulación se realizó sobre un canal con ruido blanco aditivo Gaussian (AWGN), utilizando el esquema de modulación 16-QAM así como también el amplificador de potencia y la técnica de linealización. Además, se utilizaron los siguientes parámetros:

- N° de Bits a transmitir:  $1e5$ , generados aleatoriamente.
- N° de muestras para entrenamiento neuronal : 200
- Razón señal a ruido (SNR): 25 dB.
- Back-Off de Entrada (IBO): 1 y 10 dB.

Antes de mostrar los gráficos de las constelaciones obtenidas, es bueno mostrar cómo sería el caso ideal de una constelación 16-QAM sin ningún tipo de distorsión, algo muy difícil de lograr, dicha constelación tendría el siguiente aspecto:

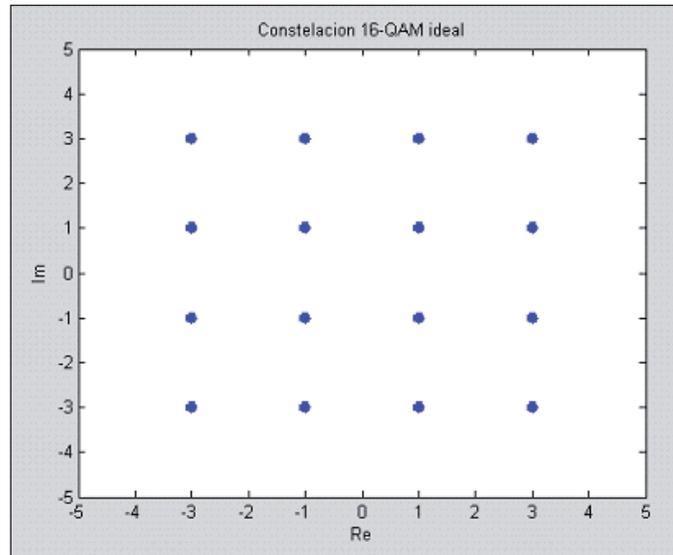


Figura 5.3 Constelación 16-QAM ideal.

En la Figura 5.3 se muestran los símbolos ideales, cada uno de los cuales está formado por cuatro bits. Una vez presentada la constelación 16-QAM ideal, se muestran los resultados obtenidos con la Simulación 1, comenzando con el efecto del amplificador de potencia (HPA):

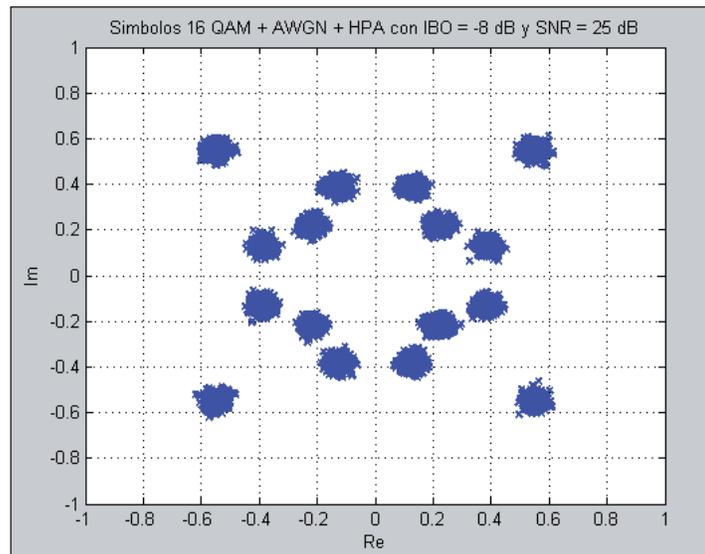


Figura 5.4 Constelación 16-QAM transmitida con IBO = -8 dB.

En la Figura 5.4 se puede apreciar la constelación de la señal transmitida con un IBO de -8 dB, como puede apreciarse la señal es totalmente distorsionada por el efecto del amplificador y del ruido AWGN, los símbolos transmitidos (puntos azules) se concentran en los 16 puntos originales de una constelación 16-QAM como la de la Figura 5.3, pero completamente distorsionados en amplitud por el efecto del HPA, produciendo un gran aumento del BER. En

las siguientes figuras (Figura 5.5 y Figura 5.6) se irá aumentando el IBO para mostrar las constelaciones con un menor grado de distorsión no lineal.

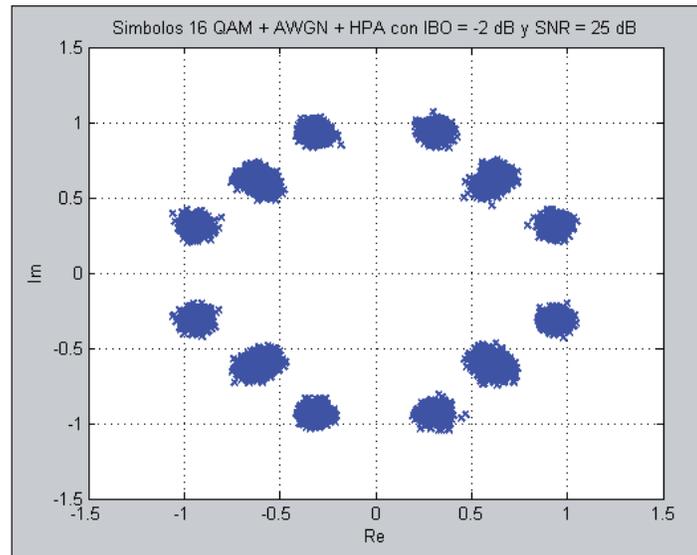


Figura 5.5 Constelación 16-QAM transmitida con IBO = -2 dB.

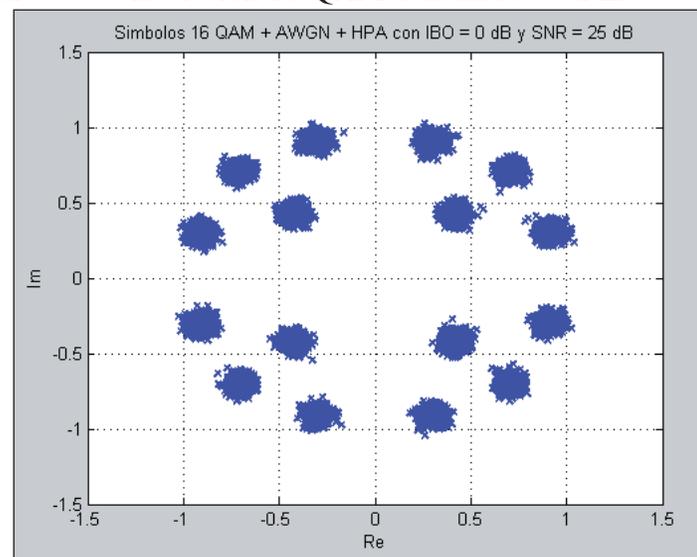


Figura 5.6 Constelación 16-QAM transmitida con IBO = 0 dB.

En la Figura 5.5 y Figura 5.6 se puede apreciar claramente que a medida que se aumenta el Back-Off de entrada la constelación obtenida comienza a parecerse mucho más a la constelación ideal de la Figura 5.3, esto debido a que el punto de operación del amplificador se aleja de su punto de saturación con lo cual la distorsión no lineal introducida por el mismo comienza a disminuir, sin embargo, la idea no es aumentar el IBO, ya que al aumentar dicho valor la eficiencia de potencia del amplificador se ve drásticamente reducida, provocando que la señal de salida del amplificador tenga una ganancia muy pobre de potencia en relación a la potencia de la señal de entrada.

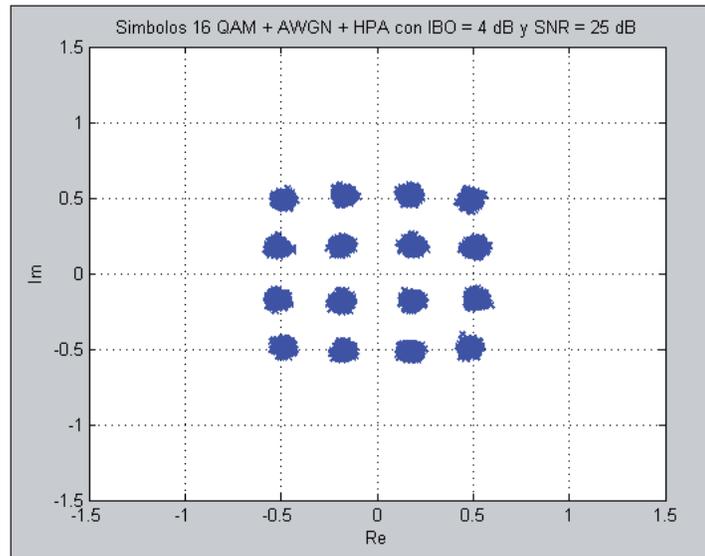


Figura 5.7 Constelación 16-QAM transmitida con IBO = 4 dB.

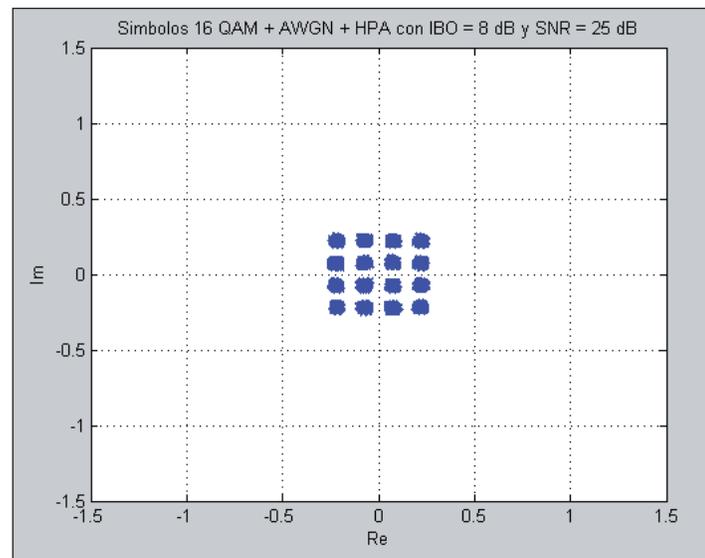


Figura 5.8 Constelación 16-QAM transmitida con IBO = 8 dB.

En la Figura 5.8, al aumentar el Back-Off de entrada en 8 dB con respecto a la Figura 5.6 se puede ver en la constelación obtenida claramente los 16 puntos de la constelación ideal de la Figura 5.3, pero dichos puntos se encuentran claramente comprimidos en amplitud con respecto a la constelación ideal. A modo de ejemplo se muestran a continuación los resultados obtenidos con el Linealizador Neuronal:

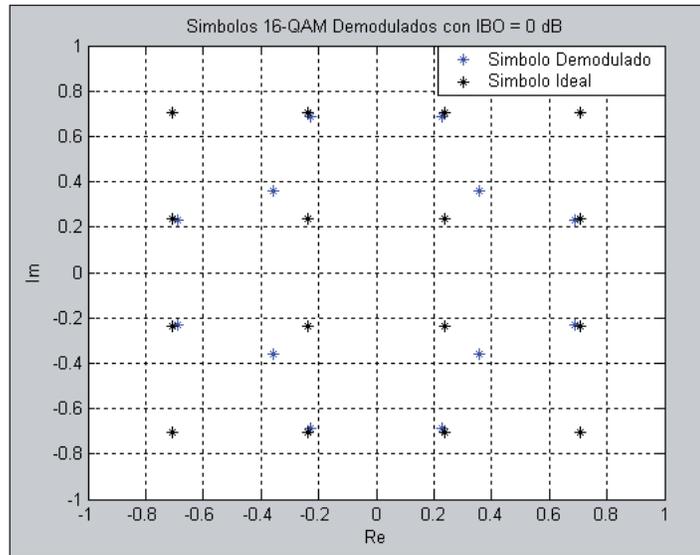


Figura 5.9 Constelación con Predistorsión sin AWGN.

En la Figura 5.9 se puede ver una constelación de una transmisión efectuada sólo con el efecto del amplificador de potencia con un IBO = 0 dB. Puede apreciarse el efecto positivo que tiene el Linealizador neuronal ya que los puntos azules corresponden a los símbolos transmitidos con predistorsión caen muy cerca de los puntos negros que corresponden a los símbolos ideales de una constelación 16-QAM como la que se muestra en la Figura 5.3. Cabe mencionar que la Red Neuronal convergió en la época número 5 al error deseado de  $1 \times 10^{-6}$ . En cuanto a la transmisión con AWGN las constelaciones con técnica de predistorsión que se obtuvieron fueron las siguientes:

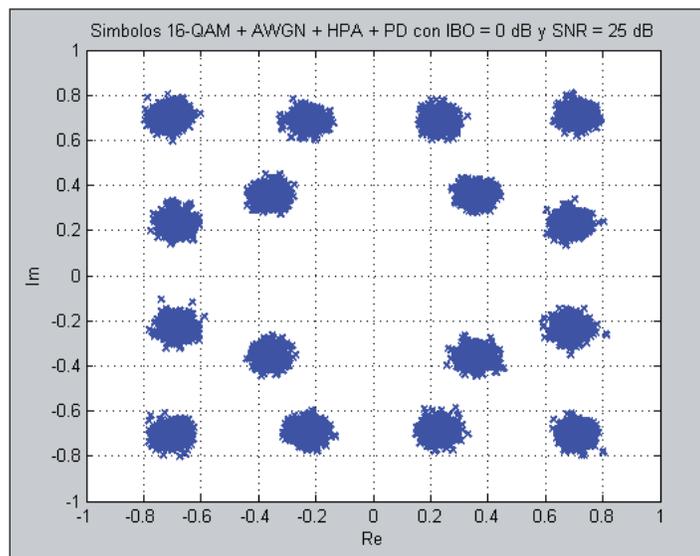


Figura 5.10 Constelación 16-QAM transmitida con IBO = 0 dB.

En la Figura 5.10 se puede apreciar la notoria mejoría en la calidad de la constelación obtenida con la técnica de predistorsión neuronal con respecto a la constelación de la Figura 5.6. En la constelación de la Figura 5.10 las nubes de puntos se ordenan de manera muy similar a los puntos de una constelación ideal.

En las pruebas realizadas se observó que el efecto del IBO fue compensado muy bien por el linealizador neuronal con lo que a distintos valores de IBO, la constelación obtenida se asemeja mucho a la constelación de la Figura 5.10.

En el siguiente gráfico se puede apreciar el BER de la transmisión:

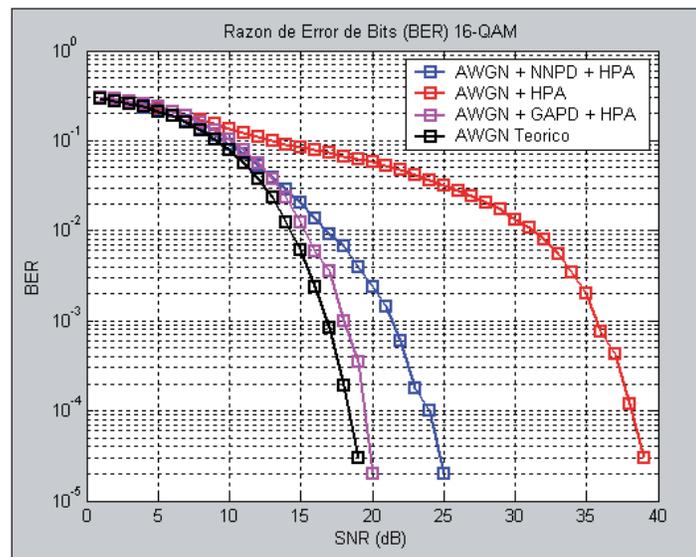


Figura 5.11 Gráfico de BER v/s SNR.

En el gráfico de la Figura 5.11 se pueden apreciar las curvas del BER para una transmisión 16-QAM. Se nota claramente la mejora del sistema de transmisión con técnica de linealización neuronal (línea azul) versus la transmisión sin técnica de linealización (línea roja) ya que para un BER de  $3 \times 10^{-5}$  se obtiene una ganancia de 15 dB, llegando a estar a 6 dB del BER teórico (línea negra).

### 5.3 Simulación 2: 16-QAM + OFDM + PD + HPA + AWGN

En esta simulación, al igual que la primera, se realizó sobre un canal con ruido blanco aditivo Gaussian (AWGN), pero además se incluyó el modulador multicarrier OFDM. Además se utilizaron los siguientes parámetros:

- N° de Bits a transmitir: 80.000, generados aleatoriamente.
- N° de subcarriers : 1024
- Razón señal a ruido (SNR): 25 dB.
- Back-off de entrada (IBO): 0, 1,3 y 5 dB.

Las constelaciones obtenidas en la transmisión por el canal 16 QAM + OFDM + HPA + AWGN son las siguientes:

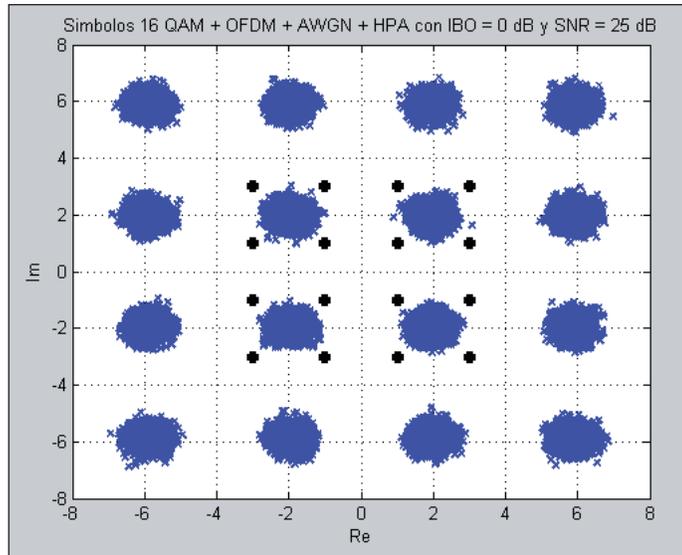


Figura 5.12 Constelación 16-QAM transmitida con IBO = 0 dB.

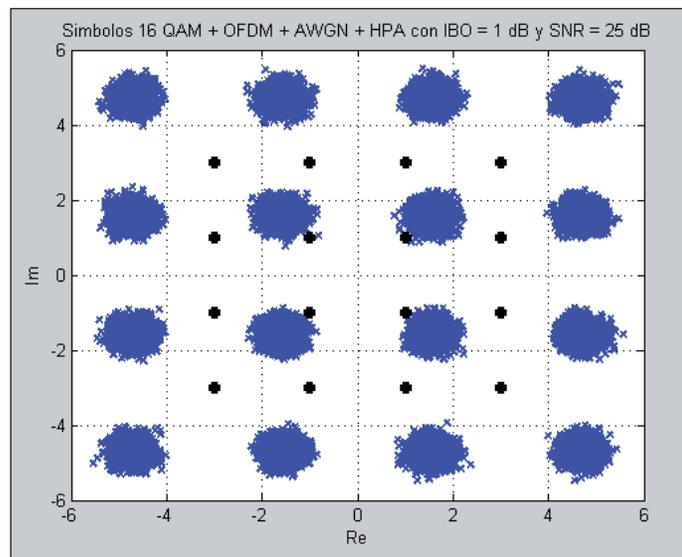


Figura 5.13 Constelación 16-QAM transmitida con IBO = 1 dB.

En la Figura 5.12 y Figura 5.13 se pueden apreciar las constelaciones 16-QAM transmitidas con IBO = 0 dB e IBO = 1 dB. En ambos casos, se puede apreciar una distorsión en la amplitud de los símbolos transmitidos (azules) con respecto a la constelación ideal representada por los puntos negros. Sin embargo a medida que se aumenta el Back-Off de entrada (IBO) la amplitud de la señal se acerca cada vez más a la de una constelación ideal.

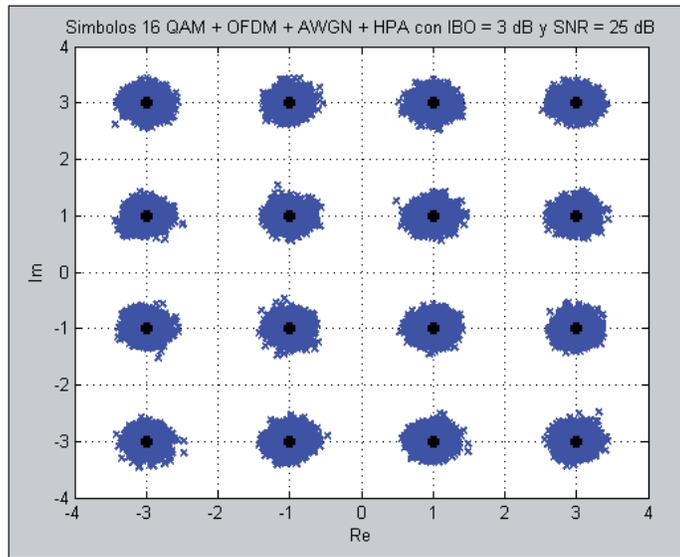


Figura 5.14 Constelación 16-QAM transmitida con IBO = 3 dB.

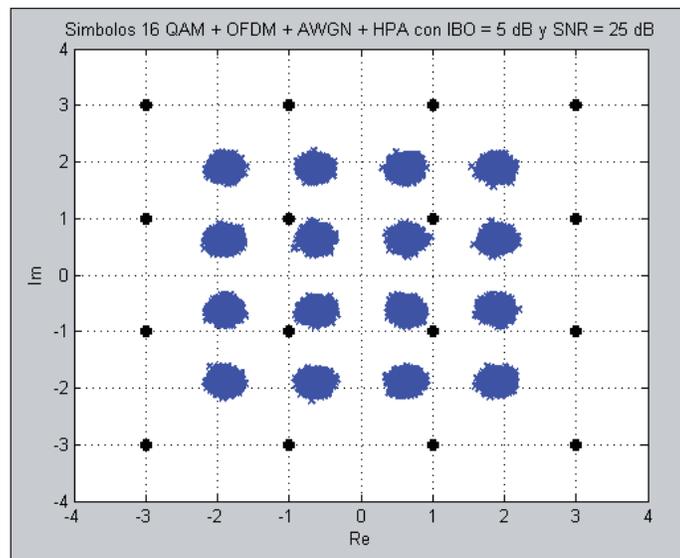


Figura 5.15 Constelación 16-QAM transmitida con IBO = 5 dB.

En la Figura 5.14 puede apreciarse la constelación obtenida con un IBO = 3 dB, los símbolos OFDM transmitidos caen muy cerca de los puntos de una constelación ideales produciendo una disminución de la razón de error de bits (BER), pero cuando se aumenta el IBO a 5 dB (Figura 5.15) la constelación de los símbolos transmitidos se contraen en amplitud debido al efecto del HPA.

En la siguiente figura (Figura 5.16) se pueden ver las curvas del BER teórico del canal versus el BER calculado con el esquema de modulación 16 QAM + OFDM + HPA + AWGN con un Back-Off de entrada de 1 dB:

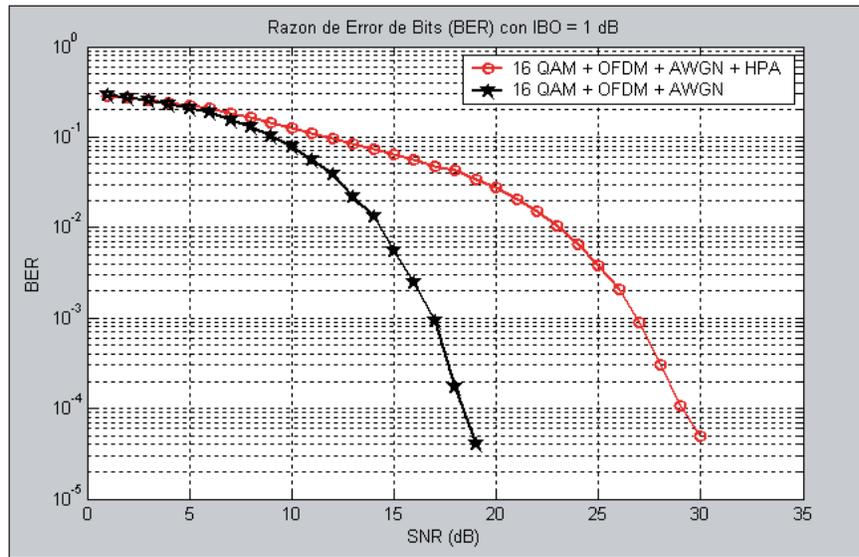


Figura 5.16 Gráfico de BER v/s SNR.

En el gráfico de la Figura 5.16 se puede ver el efecto del amplificador de potencia con un Back-Off de entrada de 1 dB, la cual provoca una pérdida en la eficiencia de potencia de 11 dB aproximadamente para un BER de  $4 \times 10^{-5}$ . A modo de ejemplo se muestran los resultados obtenidos con el compensador neuronal:

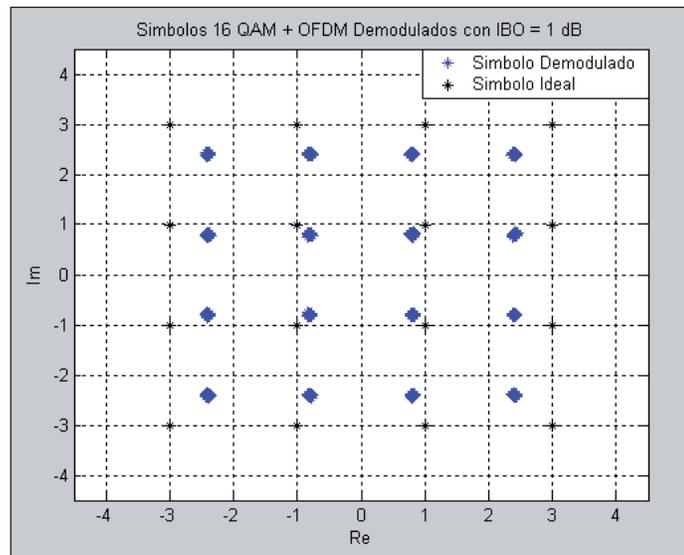


Figura 5.17 Constelación con Predistorsión sin AWGN.

En la Figura 5.17 se puede ver una constelación de una transmisión efectuada sólo con el efecto del amplificador de potencia con un IBO = 1 dB. Puede apreciarse el efecto positivo que tiene el Linealizador neuronal ya que los puntos azules corresponden a los símbolos transmitidos con predistorsión caen muy cerca de los puntos negros que corresponden a los

símbolos ideales de una constelación 16-QAM (nótese la diferencia de la constelación de la Figura 5.17 con la constelación de la Figura 5.13, ambas transmitidas con un IBO = 1 dB). En cuanto a la red neuronal utilizada para predistorcionar la señal se logró una convergencia para una transmisión con un IBO = 1 dB en 6 épocas, alcanzándose un error de  $1 \times 10^{-6}$ . Tomando en cuenta lo anterior, se muestran los resultados del compensador para una transmisión realizada con un Back-Off de entrada de 1 dB:

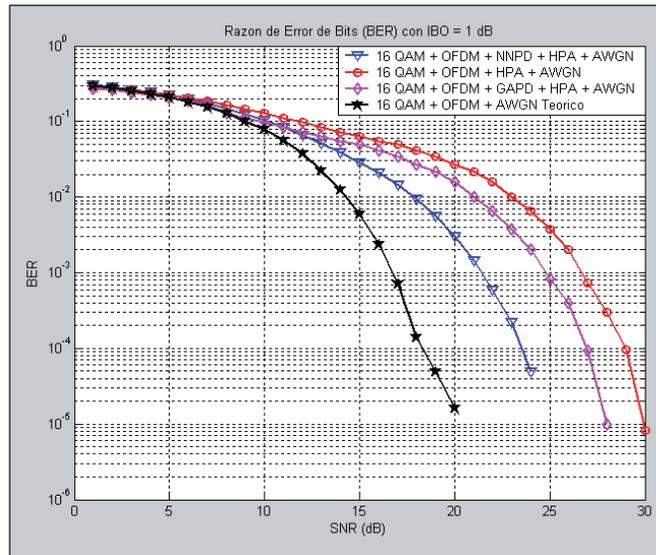


Figura 5.18 Gráfico de BER v/s SNR.

En el gráfico de la Figura 5.18 se pueden apreciar las curvas del BER para una transmisión 16-QAM + OFDM. Se nota claramente la mejora del sistema de transmisión con técnica de linealización neuronal (línea azul) versus la transmisión sin técnica de linealización (línea roja) ya que para un BER de  $4 \times 10^{-5}$  se obtiene una ganancia de 6 dB, llegando a estar a 4 dB del BER teórico (línea negra). En el caso del esquema de modulación multicarrier 16 QAM + OFDM, se obtuvieron resultados favorables con el linealizador neuronal a diferencia del esquema de modulación monocarrier presentado en el Capítulo 5.2.

## Conclusiones

La gran problemática que existe en la actualidad es el encontrar nuevas técnicas que sean capaces de mejorar la calidad de las transmisiones de datos. Más aún en las comunicaciones móviles, donde cada día aparecen nuevas aplicaciones, que van desde el simple entretenimiento hasta poderosos sitios comerciales en línea. Además, aunque la tecnología ha tenido avances significativos en cuanto a los dispositivos móviles, siempre se hace necesario un ancho de banda que permita obtener calidad de servicio (QoS) acompañado de un consumo de potencia aceptable.

Es así que en la búsqueda de un nuevo algoritmo que permita mejorar las transmisiones inalámbricas mediante la compensación de la distorsión no lineal introducida por los amplificadores de potencia se desarrolló este informe, en el cual se investigaron los fundamentos teóricos de la modulación multicarrier, en particular OFDM, el cual ofrece un mejor aprovechamiento del ancho de banda de un canal de comunicaciones. Además se estudiaron los principales tipos de distorsión no lineal que afectarán al canal de comunicaciones junto con los modelos matemáticos de los amplificadores de potencia. También se llevó a cabo un estudio de las redes neuronales, técnica que ocupará un papel principal en la búsqueda del nuevo compensador, además de la regla de aprendizaje supervisado *Backpropagation*.

Además de los estudios teóricos realizados, se construyó un esquema de compensación de distorsión no lineal, basado en Redes Neuronales, con el cual se logró reducir la distorsión no lineal en esquemas de transmisión monocarrier y multicarrier. Es en este último tipo de esquema donde se centrarán los esfuerzos por diseñar un compensador que permita mejorar las tasas de error de bits a valores mucho más cercanos de los teóricos, ya que en este estudio sólo se pudo disminuir la potencia SNR en 6 dB de su valor sin predistorsión, resultado que si bien es aceptable todavía se puede seguir mejorando.

## Referencias

- [1]: Pal Frenger, “*Multicarrier Modulation and Coding for Multichannel Systems*”, *Technical Report N° 258L*, pag. 2-4, Febrero 1997.
- [2]: J. A. C. Bingham, “*Multicarrier modulation for data transmission: An idea whose time has come*”, *IEEE Communications Magazine*, Vol. 28, No. 5, Mayo 1990.
- [3]: S. B. Weinstein and P. M. Ebert, “*Data transmission by frequency division multiplexing using the discrete fourier transform*”, *IEEE Transactions on Communication Technology*, Vol. COM-19, No. 5, Octubre 1971.
- [4]: Dusan Matiaè, “*OFDM as a possible modulation technique for multimedia applications in the range of mm waves*”, 1998.
- [5]: Al-Ansare Mo’hd Al-Mashaqba, “*Performance of OFDM Signals with Low Peak to Average Power Ratio in Fading Multipath Channels*”, Diciembre 2001.
- [6]: R. E. Ziemer y R. L. Peterson, “*Introduction to Digital Communications*”, Segunda Edición, Prentice Hall, 2002.
- [7]: Jaime Sánchez C., “*Comunicaciones inalámbricas de 4G*”, Instituto Tecnológico de Chihuahua, 2001.
- [8]: T. Aaron Gulliver, “*ICI and PAPR Control for OFDM Systems*”, 2000
- [9]: Sklar B., “*Defining, Designing, and Evaluating digital Communication Systems*”, *IEEE Comm. Magazine*, Noviembre 1993.
- [10]: Alejandra Rojas, “*Análisis de Distorsión No Lineal*”, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Junio 2004.
- [11]: K Fazel & S. Kaiser, “*Análisis of Non-Linear Distortions on MC-CDMA*”, German Aerospace Center, Institute for Communications Technology, Germany.
- [12]: Jesús Ibáñez Díaz, Carlos Pantaleón, Ignacio Santamaría, Tomás Fernández y David Martínez, “*Nonlinearity Estimation in Power Amplifiers Based on Undersampled Temporal Data*”, DICOM, ETSII y Telecom, Universidad de Cantabria, España, 2000.
- [13]: Chris van den Bos, Michael H.L. Kouwenhoven & C.J.M. Verhoeven, “*Non-Linear Distortion and OFDM Bit Error Rate*”, Electronics Research Laboratory, Faculty of Information Technology and Systems, Delf University of Technology, 1999.
- [14]: “*Amplificadores de Microondas*”, <http://www.rares.com.ar>.

- [15]: Francisco Ramos Pascual, "*Medidas de Distorsión No Lineal en Dispositivos de Radiofrecuencia*", Universidad Politécnica de Valencia, España.
- [16]: Alfonso J. Zozaya S., "*Aportación a la Linealización de Amplificadores de Potencia Mediante la Teoría de la Hiperestabilidad*", Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones, Universidad Politécnica de Cataluña.
- [17]: Nibaldo Rodríguez, Ricardo Soto & Wenceslao Palma, "*A Combined Turbo Code with Adaptive Predistortion Scheme for a Non-Linear Channel*", Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Diciembre 2003.
- [18]: Claudio Martínez Carrasco, "*Estudio y Aplicación de Redes Neuronales a la Comprensión de Voz*", Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Noviembre de 1999.
- [19]: Víctor Hugo García, "*Sistema de Reconocimiento de Huellas Dactilares para el Control de Acceso a Recintos*", Instituto Politécnico Nacional, México, 2001.
- [20]: "*Redes Neuronales en el Reconocimiento de Rostros*", Universidad de Chile, <http://cabierta.uchile.cl/revista/17/articulos/paper4>.
- [21]: Tte. Cnel. Sergio Quijada Figueroa, "*Empleo de Programación Lineal y Redes Neuronales para Evaluar Conductas de Comandantes en Sistemas de Simulación Constructivos*", Academia Politécnica Militar, Chile, 2001.
- [22]: Talib S. Hussain, "*Methods of Combining Neural Networks and Genetic Algorithms*", Queen's University.
- [23]: Tania Binos, "*Evolving Neural Network Architecture and Weights Using An Evolutionary Algorithm*", Department of Computer Science, RMIT, 2003.
- [24]: Colin Fye, "*Artificial Neural Networks*", Department of Computer and Information Systems, The University of Paisley, Edition 1.1, 1996.
- [25]: ..... Freeman, "*Redes Neuronales: Algoritmos y Aplicaciones*".