



PONTIFICIA  
UNIVERSIDAD  
CATÓLICA DE  
VALPARAÍSO



**Flavio Andrés Torti Romero**

# Aplicación de estrategias de control sobre un sistema de doble rotor para propósitos docentes

Informe Proyecto de Título de Ingeniero Civil Electrónico



**Escuela de Ingeniería Eléctrica**



# Aplicación de estrategias de control sobre un sistema de doble rotor para propósitos docentes

Flavio Andrés Torti Romero

Informe Final para optar al título de Ingeniero Civil Electrónico,

aprobada por la comisión de la

Escuela de Ingeniería Eléctrica de la

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

conformada por

Sr. Héctor Vargar Oyarzún

Profesor Guía

Sr. Cristian Castro Lagos

Segundo Revisor

Sr. Sebastián Fingerhuth Massmann

Secretario Académico

Valparaíso, 16 de mayo de 2018

*Escriba aquí su dedicatoria si lo desea.*

# Agradecimientos

Me gustaría expresar mi gratitud a la Universidad Católica de Valparaíso la cual me dio la oportunidad de conocer a los profesores que me formaron como ingeniero. También quiero agradecer a todos los funcionarios, compañeros, familiares, amigos y a Javiera Fernandez, por ser parte importante en este proceso. Finalmente quisiera agradecer a mi profesor guía Hector Vargas y mi profesor referente Cristian Castro por ayudarme constantemente en mi camino.

*Valparaíso, 16 de mayo de 2018*

## Resumen

Para la formación de los ingenieros que egresan de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV) es importante desarrollar conocimientos teóricos y prácticos en el área de Control Automático. Estos conocimientos desarrollan habilidades tanto para la resolución de problemas como para la aplicación de la teoría en plantas de laboratorio. A pesar de que uno de los tópicos de gran presencia en la industria son los sistemas multivariantes (MIMO), la Escuela de Ingeniería Eléctrica (EIE) de la PUCV no ha implementado herramientas para el estudio de estos sistemas.

Debido a la necesidad de los futuros profesionales para conocer cómo controlar sistemas multivariantes dentro de su área de trabajo, es requerido implementar prácticas y guías de estudio que cumplan con una metodología basada en competencias sobre este tipo de sistemas. Para ello, el propósito de este trabajo es desarrollar una estrategia de control sobre la planta multivariable Twin Rotor, plasmando los pasos a seguir para el control de este sistema en guías de uso docente, permitiendo así el desarrollo de los conocimientos de sistemas MIMO en los estudiantes.

Para el desarrollo de las guías de estudio es necesario conocer el modelo fenomenológico que rige sobre la planta de trabajo, por ende es necesario modelar el sistema con todos sus parámetros físicos presentes. Luego estos parámetros son expresados de manera matemática en funciones de transferencias, para interpretación de los ingenieros de Control Automático. De esta manera se podrá proceder a estudiar el sistema y aplicar una estrategia de Control Automático adecuado para el sistema.

Por todo lo nombrado anteriormente, esta investigación tiene como objetivo modelar, diseñar y aplicar estrategias de control avanzado sobre el Twin Rotor MIMO System (TRMS) para propósitos educacionales. Específicamente, se busca implementar una estrategia de control avanzado para la recopilación de datos de interés y así generar guías de estudios para preparar de forma adecuada a los estudiantes de la Escuela de Ingeniería Eléctrica EIE de la PUCV.

Palabras Clave: Educación en control, Twin rotor, MIMO, estrategia de control, guías.

# Abstract

For the training of engineers who graduate from the Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV) it is important to develop the theoretical and practical knowledge in the area of Automatic Control. This knowledge evolves both for the resolution of problems and for the application of the theory in laboratory plants. Although the topics of great presence in the industry are multivariable systems (MIMO), the School of Electrical Engineering (EIE) of the PUCV has not implemented the tools for the study of these systems.

Due to the need of future professionals to know how to control multivariable systems within their area of work, it is required to implement practices and study guides that comply with a methodology based on competencies on this type of systems. For this, the purpose of this work is to develop a strategy of control over the Twin Rotor multivariable plant, setting out the steps to be followed for the control of this system in teaching use guides, thus allowing the development of the knowledge of MIMO systems in the students.

For the development of study guides it is necessary to know the phenomenological model that governs the work plant, therefore it is necessary to model the system with all its physical parameters present. Then these parameters are expressed in a mathematical way in transfer functions, for the interpretation of the Automatic Control engineers. In this way you can proceed to study the system and apply a strategy of Automatic Control suitable for the system.

For all the above, this research aims to model, design and apply advanced control strategies on the Twin Rotor MIMO System (TRMS) for educational purposes. Specifically, it seeks to implement an advanced control strategy for the collection of data of interest and thus generate study guides to prepare adequately the students of the School of Electrical Engineering EIE of the PUCV.

Keywords: Education in control, Twin rotor, MIMO, control strategy, guides.

# Índice general

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1 Contexto y Problemática</b>	<b>3</b>
1.1 Educación en Ingeniería de Control . . . . .	3
1.2 Antecedentes previos . . . . .	4
1.2.1 Competencias académicas . . . . .	4
1.2.2 Competencias de Desarrollo Personal e Interpersonal . . . . .	5
1.3 Problemática . . . . .	5
1.3.1 Sistemas MIMO . . . . .	5
1.3.2 Problemática general . . . . .	7
1.4 Objetivos . . . . .	8
1.4.1 Objetivo General . . . . .	8
1.4.2 Objetivos Específicos . . . . .	8
1.5 Solución General . . . . .	8
1.5.1 Solución Propuesta . . . . .	8
1.5.2 Twin Rotor MIMO System . . . . .	9
1.5.3 Estado del Arte . . . . .	13
<b>2 Modelo analítico del sistema TRMS</b>	<b>14</b>
2.1 Modelo no lineal . . . . .	14
2.1.1 Introducción al sistema . . . . .	14
2.1.2 Modelo vertical . . . . .	15
2.1.3 Modelo horizontal . . . . .	19
2.1.4 Modelo final . . . . .	21
2.2 Modelo experimental . . . . .	21
2.2.1 Parámetros físicos . . . . .	21
2.2.2 Modelo de entrada . . . . .	22
2.2.3 Característica estática del rotor principal . . . . .	23
2.2.4 Característica estática del rotor de cola . . . . .	24
2.3 Simulación del sistema en lazo abierto . . . . .	25
<b>3 Identificación del sistema</b>	<b>30</b>
3.1 Representación . . . . .	30
3.1.1 Simulación . . . . .	31

3.2	Experimentación . . . . .	33
3.2.1	Consideraciones . . . . .	33
3.2.2	Proceso de identificación . . . . .	34
3.2.3	Experimentos para la identificación . . . . .	36
3.2.4	Toolbox de Matlab Ident . . . . .	37
<b>4</b>	<b>Análisis de interacción</b>	<b>40</b>
4.0.1	Análisis RGA . . . . .	40
<b>5</b>	<b>Implementación de estrategia de control</b>	<b>44</b>
5.1	Simulación del modelo controlado por PID . . . . .	44
5.1.1	Resultado del sistema simulado controlado por PID . . . . .	46
5.2	Control PID en tiempo real . . . . .	48
5.2.1	Resultados de control PID en tiempo real . . . . .	49
5.2.2	Sistema bajo perturbaciones . . . . .	51
<b>6</b>	<b>Diseño de guías de estudio</b>	<b>54</b>
6.1	Guía marco teórico . . . . .	54
6.2	Primera guía práctica . . . . .	55
6.3	Segunda guía práctica . . . . .	56
	<b>Conclusiones</b>	<b>58</b>
	<b>Bibliografía</b>	<b>61</b>
<b>A</b>	<b>Guía marco teórico</b>	<b>A-1</b>
A.1	Contextualización . . . . .	A-1
A.2	Modelamiento fenomenológico . . . . .	A-2
A.3	Modelo del plano vertical . . . . .	A-4
A.4	Modelo del plano horizontal . . . . .	A-7
A.5	Modelo final . . . . .	A-8
A.6	Parámetros físicos . . . . .	A-9
<b>B</b>	<b>Primera guía práctica</b>	<b>B-1</b>
B.1	Introducción . . . . .	B-1
B.2	Objetivos . . . . .	B-2
B.3	Formato . . . . .	B-3
B.4	Consideraciones . . . . .	B-3
B.5	Entorno Twin Rotor MIMO System . . . . .	B-4
B.6	Proceso de identificación . . . . .	B-6
B.7	Actividad . . . . .	B-8
B.8	Rúbrica de evaluación . . . . .	B-10

<b>C Segunda guía práctica</b>	<b>C-1</b>
C.1 Introducción al control PID . . . . .	C-1
C.2 Objetivos . . . . .	C-2
C.3 Formato . . . . .	C-2
C.4 Consideraciones . . . . .	C-2
C.5 Proceso de diseño del controlador . . . . .	C-3
C.6 Entorno Twin Rotor MIMO System . . . . .	C-4
C.7 Actividad . . . . .	C-6
C.8 Rubrica de evaluación . . . . .	C-8

# Introducción

Este proyecto tiene sus bases en la educación en ingeniería, donde los estudiantes deben desarrollar sus conocimientos de manera teórica, aprendiendo a analizar y resolver diversos problemas en las ramas de la ingeniería; y de manera práctica, en instancias de laboratorio donde puedan aplicar los conocimientos teóricos.

Dentro del ámbito de la educación en ingeniería de control nos encontramos con varios tópicos vitales para el desarrollo de los ingenieros de control, siendo uno de estos el estudio de los sistemas multivariantes MIMO (multiple input multiple output). Estos sistemas requieren un análisis especializado para su control. El trabajo realizado sobre la planta Twin Rotor MIMO System, el cual se ha dividido en cuatro secciones: estudio teórico del sistema físico matemático, obtención de un modelo matemático identificable por ingenieros de control para análisis de acoplamiento, aplicación de control sobre el Twin Rotor en tiempo real y en modo simulado y creación de guías de laboratorio para fines docentes.

Para un análisis y control sobre un sistema MIMO, primero se debe determinar el comportamiento de la planta, llevándola a representaciones matemáticas conocidas por los estudiantes e ingenieros controlistas, llamadas funciones de transferencia. Esto nos ayudara a determinar la interacción de las variables y el acoplamiento, en variadas pruebas de lazo abierto y cerrado. Posteriormente se diseña una estrategia de control el cual sera aplicado a simulaciones y la planta en tiempo real para finalizar en un análisis comparativo de las respuestas del sistema.

Twin Rotor MIMO System ó TRMS, desarrollado por Feedback Ltd. [1] es una planta la cual será utilizada para el estudio de sistemas Multivariantes. Simula un helicóptero de dos grados de libertad, siendo este modelo un buen punto de referencia de control multivariable ya que permite ilustrar el control de la mecánica de helicópteros y a su vez profundizar en el estudio de los sistemas MIMO.

Un helicóptero es un vehículo que es levantado y propulsado por uno o más rotores, tiene la capacidad de despegar y aterrizar verticalmente y mantener un vuelo constante en el aire sobre un solo punto en el suelo. Esto permite que el helicóptero aterrice y despegue en casi cualquier lugar incluyendo helipuertos en medio de ciudades ocupadas ó terrenos accidentados en áreas remotas. El helicóptero se utiliza para el rescate, la evacuación médica y como una plataforma de observación. Otras operaciones que involucran el uso de helicópteros son la lucha contra incendios, como grúa aérea, transporte de personal, recopilación de noticias electrónicas, uso

militar y por placer. Los helicóptero pueden volar debido a la fuerza aerodinámica o fuerza Zhukovski. Producto de la diferencia de presión entre la superficie superior y la superficie inferior de las hélices, cuando los flujos de aire las cubren.

El aire fluye alrededor de las hélices que tienen elevación y simultáneamente aparece una fuerza de arrastre. La parte inferior de la hoja tiene una presión más alta que la parte superior, ejerciendo una fuerza desde el fondo a la parte superior y es perpendicular con la hoja. Este diferencial de presión depende del perfil de la cuchilla, del ángulo de ataque del aire que fluye y la rotación de las hélices. Por lo tanto, las hélices giran con la velocidad necesaria para el vuelo del helicóptero producto a la fuerza aerodinámica, esto quiere decir que esta fuerza es más alta que el peso del helicóptero. Después de que el helicóptero se levantó del suelo, el piloto puede inclinar las palas, haciendo que el helicóptero se incline hacia adelante, hacia atrás o hacia un lado.

Hay muchos tipos de helicópteros hoy en día. El tipo popular es el modelo del helicóptero que tiene una hélice de la elevación y una hélice de la cola. Cuando las hélices se elevan, el cuerpo del helicóptero también gira alrededor de ellas en dirección opuesta. Para evitar este fenómeno, se tiene una hélice de cola en dirección vertical, creando una corriente de aire en dirección horizontal. Además de eso, desempeña un papel en el cambio de dirección del helicóptero en el plano horizontal. Este tipo de vehículo es usado por su simpleza y alta estabilidad.

En este trabajo se trata de dar a conocer una estrategia de control sobre un sistema multivariable para la instrucción de estudiantes de ingeniería y su desarrollo académico, creando una metodología de análisis sobre el control automático de estos sistemas. A través de guías de estudio sobre el sistema Twin Rotor y los sistemas multivariables se pretende que los estudiantes desarrollen sus competencias académicas y multidisciplinarias para mejorar sus competencias de egreso en el ámbito del Control Automático y áreas afines.

# 1 Contexto y Problemática

En este capítulo, se mencionarán las bases del proyecto referentes a la educación en ingeniería, específicamente en ingeniería en Control Automático y cómo se aplica en la Escuela de Ingeniería Eléctrica de la PUCV. Bajo este contexto, se describirá la problemática existente y la solución que se busca implementar.

## 1.1 Educación en Ingeniería de Control

El control automático es la ciencia que estudia la teoría de los procedimientos y herramientas destinadas a la automatización de los procesos, con la finalidad de tener un mínimo de intervención humana, siendo esta intervención solamente un operador de los sistemas automáticos. La asignatura obligatoria “Control Automático”, implementada para la nueva malla de estudios en la Escuela de Ingeniería Eléctrica, PUCV, en el año 2014, está orientada a desarrollar competencias y habilidades necesarias para el manejo y operación de sistemas de control teniendo como una base la asignatura “Control Automático” para el desarrollo de las competencias de los estudiantes de esta disciplina en su plan de estudios.

Los conceptos relacionados en la teoría de control son aplicados en una gran variedad de aplicaciones en ingeniería. En la Escuela de Ingeniería Eléctrica se enseñan conceptos esenciales para la aplicación de Control Automático, como el estudio de sistemas, el análisis de la respuesta temporal y el diseño de compensadores (comúnmente utilizados en la implementación de sistemas Monovariables).

La forma de aprendizaje de Ingeniería de Control, debe estar complementada de forma indispensable, con conocimientos teóricos y prácticos, como los siguientes:

1. Conocimientos teóricos: Estos conocimientos necesarios son los que el estudiante debe tener previamente (matemáticas, ecuaciones diferenciales, física, sobre señales y sistemas) para poder adquirir nuevos conocimientos, con el fin de analizar, entender y aplicar control automático. En síntesis estos conocimientos recaen en la teoría de sistemas, estructura de un sistema controlado, el análisis de sistemas de control en el dominio del tiempo, análisis de sistemas de control en el dominio de la frecuencia, diseño de compensadores y controladores convencionales, análisis y diseño de sistemas de control en el espacio de estados, control industrial y controladores PID.

2. Conocimientos prácticos: Adquiridos en la etapa de aplicación de los conocimientos teóricos en prácticas de laboratorio, en la cual el estudiante debe ser capaz de aplicar, analizar y comprender sus conocimientos, para mejorar sus competencias y habilidades prácticas recogiendo datos en experiencias de laboratorios reales o en simulaciones virtuales y posterior análisis. De esa manera es posible llevar el conocimiento teórico a un nivel práctico e interactivo, que permita facilitar la adquisición de conocimientos en el área de control automático.

### 1.2 Antecedentes previos

Dentro del marco de actualización de las carreras de pregrado de la Escuela de Ingeniería Eléctrica producto de las nuevas mallas curriculares que desde el año 2014 se encuentran vigentes, en el cual se implementó un proceso de modernización de los programas de estudio de varias asignaturas, con el objetivo entregar habilidades y competencias de acuerdo al nuevo perfil de egreso de estas carreras. En particular, las nuevas mallas curriculares de las carreras de Ingeniería Civil Eléctrica e Ingeniería Civil Electrónica presentan nuevas asignaturas, una siendo “Laboratorio de Control Automático”.

Para lograr esta implementación del “Laboratorio de Control Automático” se generó un programa de estudios actualizado, desarrollado por la Unidad de Mejoramiento de la Docencia Universitaria (UMDU), considerando: estructura, contenido, rubricas de evaluación e implementación de diversas plantas de laboratorio (Heat-Flow, Maglev, Motor DC y Sistema de tanques), las cuales fueron validadas poniendo a prueba esta estructura.

Lo anterior, enmarcado en la evaluación de competencias del estudiante, poniendo énfasis en que los conocimientos teóricos adquiridos deben ser fortalecidos por medio de experiencias prácticas, mediante metodologías de aprendizaje activo. Las competencias descritas se dividen en Competencia académica y Competencia de desarrollo personal e interpersonal.

#### 1.2.1 Competencias académicas

Dentro de las competencias académicas, es importante que el estudiante adquiera habilidades que le permitan desenvolverse en cualquier situación que requiera el uso de conocimientos y habilidades propias de su disciplina.

Cuando se requiere resolver cualquier problema, se debe disponer del trabajo de múltiples personas, para así construir un conocimiento colectivo y facilitar las vías de su resolución. Es por este motivo que se debería fortalecer la generación de conocimiento colectivo (conocer reflexivamente) por medio de ABP (Aprendizaje basado en problemas).

Es importante que al promover instancias colaborativas de aprendizaje activo, donde los estudiantes adquieran la capacidad de resolver un problema, para desarrollar todas las herramientas cognitivas e intelectuales propias de la disciplina, para que sea efectiva la aplicación de la teoría en el futuro.

En la generación del conocimiento tanto en instancias de aprendizaje teórico como experimental (prácticas de laboratorio), es imprescindible promover en el estudiante la libertad para explorar con base en los conocimientos adquiridos, basándose en la premisa que no existe una vía única para la solución para un problema. Dado que esta disciplina está continuamente actualizándose en función a las nuevas tecnologías, es fundamental presentar al estudiante herramientas novedosas y actuales con las que puede desarrollarse en esta disciplina (aprender y actualizarse permanentemente).

### 1.2.2 Competencias de Desarrollo Personal e Interpersonal

Al generar instancias de trabajo grupal, el estudiante se está viendo envuelto en una atmósfera donde existen posturas, conocimientos, habilidades y formas de comunicación diversas, instaurando en él la habilidad para poder desenvolverse de forma expedita, fomentando las formas en las que el estudiante debe interactuar, proponer ideas y llegar a acuerdos de forma colectiva, es por esto que el estudiante acepta un rol.

Para el éxito de las tareas y trabajos que los estudiantes tengan dentro de las actividades propuestas, se propone de forma clara el cronograma de las actividades que deben realizar para así generar un orden y distribución eficiente del tiempo.

## 1.3 Problemática

A continuación, se planteará una problemática dentro del ámbito de la educación en Ingeniería de Control Automático, y como esta problemática tiene un efecto significativo dentro de la Escuela de Ingeniería Eléctrica de la PUCV. Tomando como base, la educación de sistemas Multivariados podremos descubrir como implementar una solución a nuestra problemática

### 1.3.1 Sistemas MIMO

Durante la asignatura de Control Automático se analizan problemas donde se desea controlar sólo una variable. Sin embargo, en muchos procesos industriales el objetivo es mantener más de una variable en su valor deseado, como se ilustra en la figura 1.1.

En estos casos se refiere a un sistema multivariable, en el cual el número de variables a controlar pueden ser 2 o superior a 2. Viendo un ejemplo de sistema multivariable se muestra el siguiente reactor de tanques agitados, donde se desea controlar el nivel, la temperatura y la composición del efluente del reactor. Como potenciales variables manipuladas podemos

emplear el flujo de la corriente del producto, la carga térmica del medio de calentamiento y el flujo de los reactivos, como se ilustra en la figura 1.2.

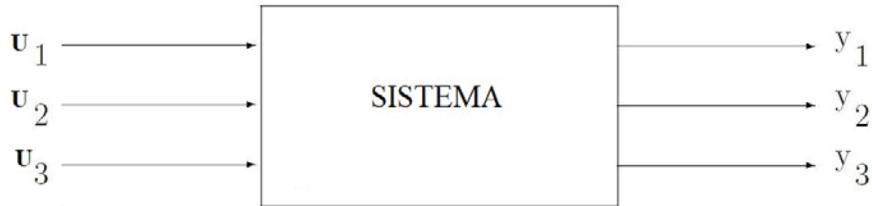


Figura 1.1: Sistema de múltiples salidas.

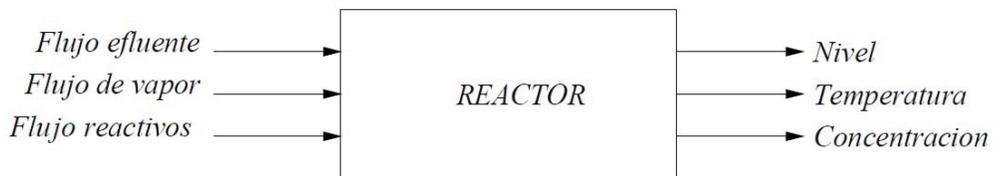


Figura 1.2: Ejemplo de sistema MIMO de un reactor de tanques agitados.

En este caso se propone el siguiente “emparejamiento” de lazo de control (emparejamiento es la siguiente decisión, de que variable manipulada controla a que variable controlada, mostrado en la figura 1.3):

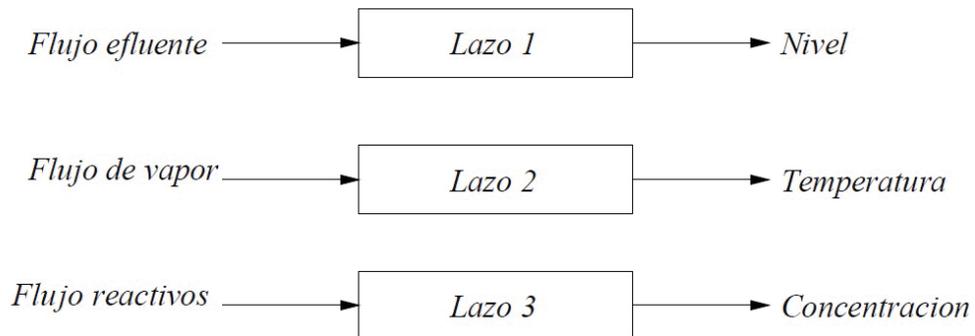


Figura 1.3: Ejemplo de “emparejamiento” de un reactor de tanques agitados.

A dicho esquema de control de sistemas multivariables se le llama esquema de control de lazos múltiples. La forma de resolver problemas de control de sistemas multivariables se reduce a diseñar cada lazo de control de manera independiente del resto, sin tomar en cuenta la presencia del resto de los lazos de control. Cada lazo se diseña usando métodos para el control en sistemas monovariables.

Sin embargo, la presencia del efecto de “interacción” hará que el desempeño de un lazo afecte a los otros y viceversa. Es decir, la interacción complica la sintonización de los lazos de manera independiente. Un método para solucionar este problema en control multivariable es diseñar

un solo controlador que manipula simultáneamente todas las variables manipuladas cuando una o algunas variables controladas se alejan de su valor deseado. De esta forma se consigue compensar por el efecto de interacción.

En sistemas multivariables la interacción entre variables es el efecto más importante en el diseño y sintonización de lazos de control y compensadores. Se dice que en un proceso hay interacción cuando una variable de entrada afecta a más de una variable de salida, alejando la variable controlada de su valor deseado según va cambiando la variable de entrada, ilustrado en la figura 1.4.

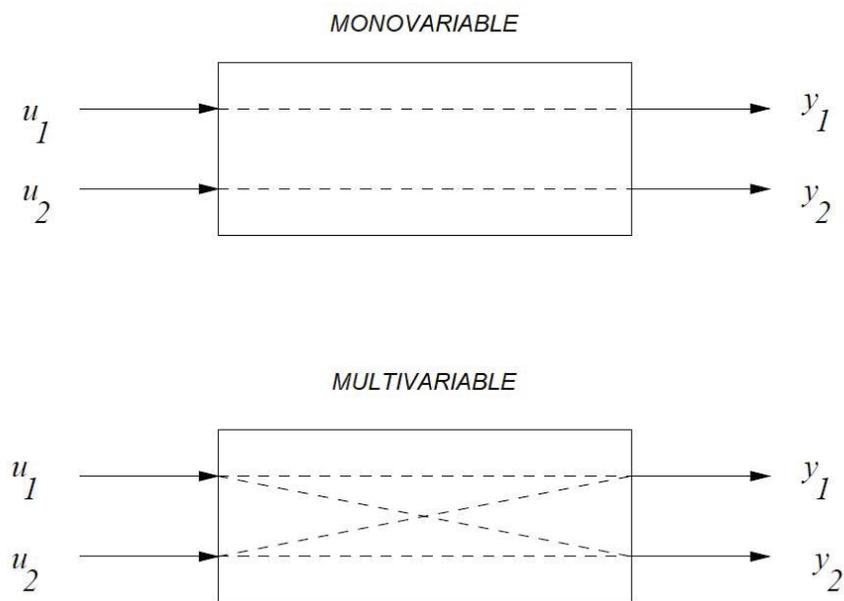


Figura 1.4: Comparación Sistemas Monovariante y Multivariables.

### 1.3.2 Problemática general

Con la implementación de “Laboratorio de Control Automático” se generó un programa de estudios actualizado considerando: estructura, contenido, rubricas de evaluación e implementación de diversas plantas de laboratorio (Heat-Flow, Maglev, Motor DC y Sistema de tanques), las cuales fueron validadas poniendo a prueba esta estructura. Sin embargo, no se puso énfasis en los sistemas multivariables. Todos estos trabajos o plantas corresponden a sistemas de una variable (Monovariante), por lo que actualmente no se utilizan herramientas de estudio en los procesos multivariables para la aplicación de control en la Escuela de Ingeniería Eléctrica de la PUCV. Los estudiantes al no poseer experiencia con Sistemas Multivariables no desarrollan las competencias y habilidades necesarias para enfrentarse al mercado laboral actual, ya que en la industria no solo se usan sistemas monovariante si no que existe la presencia de los sistemas multivariables MIMO.

### 1.4 Objetivos

De la solución propuesta para la problemática anteriormente especificada, se describen objetivos generales y específicos, como procedimientos a desarrollar.

#### 1.4.1 Objetivo General

Modelar, diseñar y aplicar estrategias de control avanzado sobre un sistema de doble rotor a escala de laboratorio para propósitos educacionales.

#### 1.4.2 Objetivos Específicos

- Estudio del estado del arte sobre Educación en Control Automático.
- Estudio y modelamiento del sistema de doble rotor.
- Diseño e implementación de estrategias de control para el sistema de doble rotor.
- Realizar pruebas de desempeño de las estrategias de control sobre la planta real.
- Generar guías de estudio para el sistema de doble rotor.
- Análisis de resultados y conclusiones finales.

### 1.5 Solución General

A continuación, se abordará una solución para la problemática definida, y se mostrará brevemente los pasos a seguir para su implantación. Por otro lado, se introducirá las herramientas que permitirán alcanzar los objetivos dispuestos.

#### 1.5.1 Solución Propuesta

Los trabajos que han sido desarrollados por la empresa Feedback Instruments Ltd [1] (la cual construyó el sistema), son un buen punto de partida, pues desarrollan metodologías de modelación del tipo fenomenológica y del tipo caja negra para el TRMS.

Diferentes tipos de control no lineal pueden ser aplicados a este tipo de plantas, tanto para la estabilización como para seguimiento de referencias. Sin embargo, se elegirá una línea de trabajo que sea familiar dentro de los estudiantes de la Escuela de Ingeniería Eléctrica y facilite los objetivos educacionales, implementando control PID, el cual es comúnmente usado en la industria por su simpleza y bajo costo. Para esto será requerido usar un algoritmo para linealizar el sistema a controlar, utilizando la plataforma de software MATLAB/SIMULINK para crear un entorno simulado. Así se deberán desarrollar guías de estudio para los estudiantes de la Escuela de Ingeniería Eléctrica, utilizando la información obtenida de los análisis pertinentes al TRMS. De esa forma se debería satisfacer el desarrollo de habilidades necesarias de los estudiantes en Sistemas MIMO.

### 1.5.2 Twin Rotor MIMO System

El Twin Rotor MIMO System (mostrado en la figura 1.5) es una planta a escala de laboratorio desarrollada por Feedback Instruments Ltd [1] que simula el comportamiento de un helicóptero, para realizar experimentos de forma segura, ya que el ángulo de ataque de los rotores es corregido y las fuerzas aerodinámicas son controladas al variar la velocidad de los motores. Las hélices están situadas perpendiculares una a la otra, permitiendo manejar el movimiento en el plano vertical y horizontal. Además, hay un contrapeso que está montado en medio de un punto de pivote principal en forma perpendicular. Aunque el modelo físico sea un tanto diferente a un helicóptero real, su comportamiento es suficientemente similar como para lograr un diseño de control satisfactorio. Las diferencias entre el TRMS y un helicóptero son mostrados en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1: Comparación del TRMS con un helicóptero real.

Diferencias Principales	TRMS	Helicóptero
Ubicación del Punto de pivote	Mitad de la barra porincipal	Cabeza del rotor principal
Rotores controlados por	Velocidad del rotor	Ángulo de ataque de sus hélices
Control cíclico	no	Si, para control direccional



Figura 1.5: Planta Twin Rotor MIMO System, empresa Feedback Ltda [2].

El Twin Rotor MIMO System es un sistema no-lineal compuesto de 2 entradas (valores de voltaje en los rotores), y 2 variables de salida como el ángulo de ataque vertical (que en adelante se le llamara Pitch) y el ángulo de ataque horizontal (que se mencionará como Yaw). El TRMS tiene un significativo acoplamiento cruzado entre rotores, siendo el rotor de cola y el rotor de cabecera, los cuales se disponen en forma perpendicular uno del otro, donde cada rotor ejerce un dominio sobre el ángulo y la posición. En esta estación de trabajo se pueden estudiar variadas ramas del control automático, como la estabilidad, la respuesta en el tiempo, o el tipo de controladores que gobernarán su comportamiento. El esquema de control de lazo múltiple es mostrado en la figura 1.6.

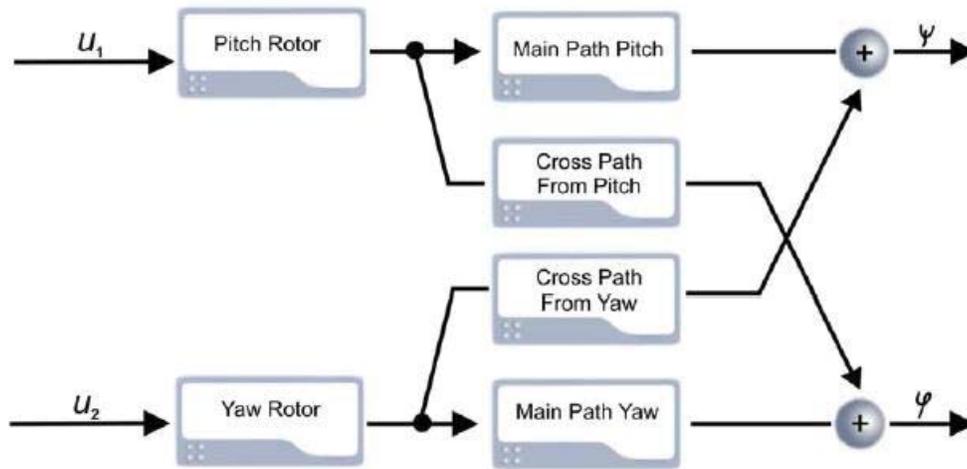


Figura 1.6: Lazo Multivariable del TRMS [2].

Usando MATLAB™ en conjunto con los manuales del sistema [2], otorgados por la empresa Feedback Instruments Ltd [1], el usuario es guiado a través del proceso de diseño usando modelos fenomenológicos, análisis de la dinámica, identificación de modelos discretos, diseño de compensadores, pruebas de compensadores sobre el modelo, implementación en tiempo real de compensadores, implementaciones de múltiples estrategias de control, y visualización de datos de gran importancia.

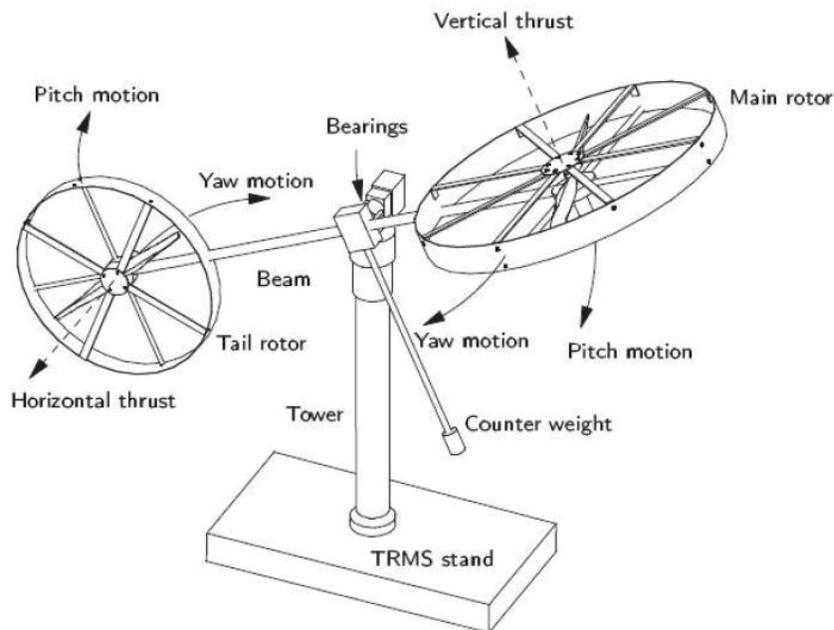


Figura 1.7: Estructura física del TRMS [5].

Los procesos fenomenológicos del modelo diseñados en SIMULINK™ están para proveer modelos iniciales para ser experimentados por el usuario. La linealización del modelo es posteriormente descrita por el uso de un simple análisis dinámico en un diagrama de bode y mapas de polos y ceros introducidos.

La estructura física señalada en la figura 1.7 muestra cada una de las partes del TRMS, donde las más importantes son: dos motores DC que gobiernan el movimiento de las hélices (acondicionados cada uno con un tacómetro para medir su velocidad), la barra principal (Beam) que conecta físicamente los rotores, el contrapeso (ubicado en medio de dicha barra) y decodificadores que miden la posición angular de la planta.

Para medir la posición angular vertical u horizontal se cuenta con un sensor codificador de cuadratura, el cual trabaja básicamente con un disco de muchas ranuras en su contorno, estas dejan o impiden el paso de un haz de luz para así dar paso a la creación de un código digital, tal como se muestra en la figura 1.8.

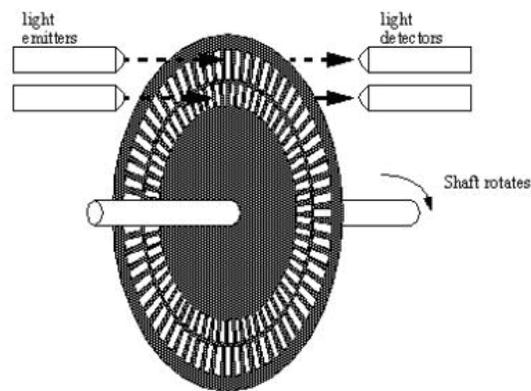


Figura 1.8: Codificador de cuadratura [8].

El sensor consiste en un rayo de luz que es interrumpido por la rueda, produciendo un tren de pulsos de ancho variable en función a la velocidad de giro. Luego, basta detectar cuando la señal sube o baja para determinar la posición. El sentido de giro se logra determinar mediante dos señales en cuadratura desfasadas en  $90^\circ$ . Así, dependiendo cuál canal adelante en fase se sabrá el sentido de giro, tal como se muestra en la siguiente figura 1.9.

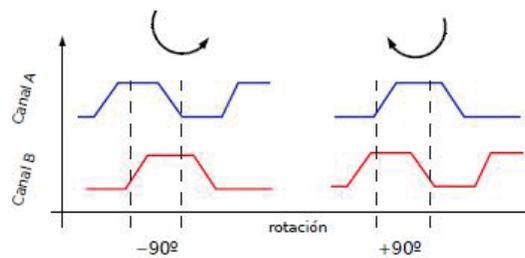


Figura 1.9: Sentido de giro según desfase entre canales [8].

La lectura de estos datos se realiza de la forma que muestra la figura 1.10 :

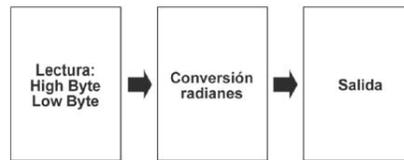


Figura 1.10: Etapas para lectura de posición[8].

En este sistema existen 2 velocidades medibles, velocidad de giro de los ejes y velocidad angular de los rotores, respectivamente. Para la primera no se considera sensores especiales, pero este parámetro puede ser calculado por una aproximación de la derivada de la posición. Para la velocidad angular de los rotores se tiene, para cada motor, un tacómetro acoplado al eje que convierte velocidad de giro en una señal de voltaje.

La conexión Planta - Computador del TRMS cuenta con dos módulos de interés: un módulo de Entradas/Salidas Análogas/Digitales y una tarjeta de adquisición de datos PCI-1711, las cuales permiten hacer las respectivas medidas y con esto efectuar el control deseado. (tal como se muestra en la figura 1.11)

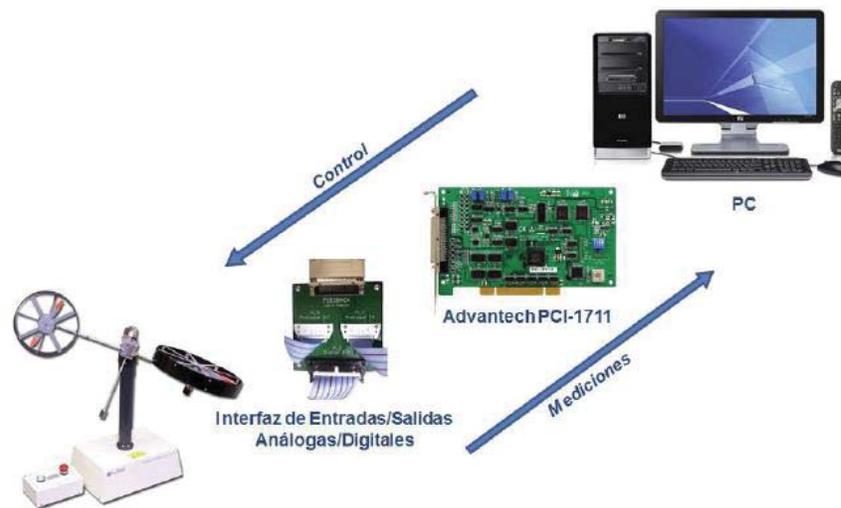


Figura 1.11: Conexión Planta-PC [2].

1. Módulo de entradas y salidas:

Este módulo permite la conexión de la planta hacia el computador, disponiendo de una línea de cable para cada una de las variables necesarias, ya sean estas digitales o análogas.

2. Tarjeta de adquisición Advantech PCI-1711:

Este modelo de Advantech proporciona mediciones múltiples y funciones de control. Ofrece 16 canales de entradas digitales y otros 16 de salidas digitales, un convertidor A/D de 12 bit a 100 KHz, 16 canales de entradas análogas y 2 de salida análogas de 12

bit de resolución, y un temporizador/contador programable de 16 bit a una frecuencia máxima de 10 MHz. Además se pueden almacenar 1024 muestras A/D en un buffer de memoria interno.

### 1.5.3 Estado del Arte

En la actualidad se han desarrollado variados estudios referente al Twin Rotor MIMO System, tanto en universidades de Chile como en universidades extranjeras, creando estrategias para el control del sistema de 2 rotores, tanto para fines docentes como para recopilación de datos de interés en estudios de sistemas multivariables enfocados en métodos avanzados de control automático. Estos estudios están relacionados solamente en el área del modelado y control de la planta Twin Rotor, y no tienen como propósito final la complementación de guías de estudio para usos educacionales en estudiantes de ingeniería. Este trabajo propone desarrollar una estrategia de control paso a paso, para estudiantes de ingeniería que requieran conocimientos de control sobre sistemas multivariables, destacando por sobre otros estudios que poseen solo un análisis cuantitativo de los sistemas MIMO.

Dentro de las universidades del mundo existen varios trabajos relacionados al TRMS, como por ejemplo en la Universidad de Londres, London, UK, por Sarvan Mushtaq Ahmad [3] y en la Universidad Politécnica de Catalonia, Barcelona, España, por Nguyen, Huu Nghia [4], para el modelado y el control del TRMS. En Universidades de Chile se encuentra la tesis de Javier Olguin Pizarro de la universidad de Chile [5] y de Jorge Ogalde de la Escuela de Ingeniería Eléctrica, PUCV. Estos estudios profundizan sobre el estudio de los sistemas MIMO utilizando el sistema TRMS para aplicaciones de control automático.

Algoritmos de control convencionales como PID, son la forma en cuales variados estudios y aplicaciones industriales utilizan para el control del TRMS, debido a su simplicidad [6]. Este método no garantiza una calibración ideal, para alcanzar los parámetros deseados, ya que el control PID esta apuntado a la reducción de costos y no alcanzar objetivos importantes en control como tiempo de asentamiento, tiempo de subida , sobreelongacion máxima y error en estado estacionario, para estos objetivos se han utilizado métodos de control como PSO (Particle Swarm Optimization), resultado una solución eficaz para alcanzar parámetros deseados [7].

Este trabajo realiza una síntesis de estas materias, para que estudiantes de ingeniera puedan adquirir conocimientos sobre el control de sistemas MIMO a través de guías de estudio para la obtención de los modelos matemáticos y el control automático sobre la planta Twin Rotor.

En el año 2013, el estudiante de la Escuela de Ingeniería Eléctrica (EIE), PUCV, Jorge Ogalde Cabrera, bajo la tutela del profesor Sr. Sebastián Fingerhuth Massman, realizo su proyecto sobre el sistema Twin Rotor MIMO System o TRMS, linealizando el sistema y creando un modelo con el software LABVIEW, en la cual se adquirieron datos relevantes para la aplicación de una estrategia de control y creación de guías para usos docentes [8].

## 2 Modelo analítico del sistema TRMS

En este capítulo, se profundizará sobre el sistema no lineal Twin Rotor, la cual será la herramienta Multivariable a controlar. La finalidad de este capítulo es comprender la dinámica de este sistema y crear un modelo fenomenológico del TRMS, que permitirá desarrollar la comprensión sobre los procesos iniciales antes de realizar control sobre los sistemas multivariables. De esta manera, se podrá crear un modelo simulado no lineal del TRMS que permitirá mostrar su funcionamiento y qué esperar de su respuesta en tiempo real.

### 2.1 Modelo no lineal

A continuación, se mostrara la secuencia de la construcción del modelo fenomenológico del sistema no lineal, cuales son las bases que permite su análisis y como se representa.

#### 2.1.1 Introducción al sistema

Para la descripción fenomenológica del sistema de dos rotores es necesario definir en primer lugar los componentes del sistema. En ambos extremos del rayo, con un contrapeso en el centro, se encuentran dos motores DC que rigen el movimiento del rotor principal y el de cola. La junta articulada le permite al rayo rotar con una circunferencia esférica. El contrapeso perpendicular al rayo, determina una posición de equilibrio de tal modo que al oprimir el botón de apagado, el rotor principal pueda bajar de forma mesurada.

El control del sistema es el voltaje aplicado en los motores y las señales de medición son: la posición del rayo en el espacio, siendo un ángulo de posición y un ángulo de velocidad de los rotores. La figura 2.1 es un esquema físico del sistema dinámico.

El modelo matemático es construido bajo una teoría simplificadora donde se plantean las siguientes hipótesis: La dinámica de las hélices se puede expresar como ecuaciones diferenciales de 1er orden, la fricción del sistema se considera del tipo viscosa y el sistema hélice-aire puede representarse según los postulados de la teoría de flujo.

Esto ayuda a construir el modelo de forma clara, considerando la rotación del rayo en el plano vertical al rededor del eje horizontal. Considerando que los torques de conducción son producidos por las hélices de los rotores, y la rotación del sistema puede ser descrito en

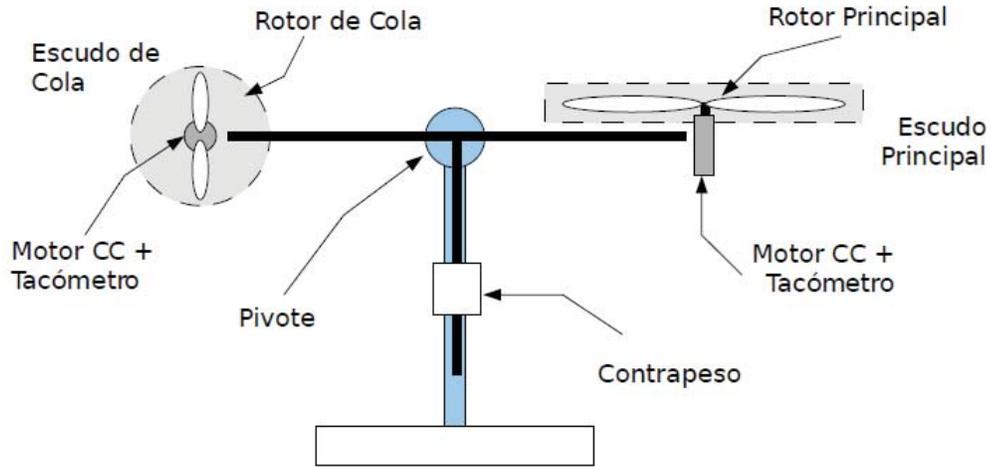


Figura 2.1: Modelo aerodinámico del TRMS [9].

principio como el movimiento de un péndulo. Entonces se ocupa la segunda ley de Newton para determinar el modelo, que resulta en la ecuación 2.1.

$$M_i = J_i \frac{\partial^2 \alpha_i}{\partial t^2}, i \in (h, v) \quad (2.1)$$

Donde (h,v) son subíndices para denotar el plano horizontal y vertical, respectivamente.

- $M_i$  : es la suma de las fuerzas en el plano i.
- $J_i$  : es la suma de los momentos de inercia relativos al plano i.
- $\alpha_i$  : ángulo con respecto al plano.

Después:

$$M_i = \sum_{n=1}^4 M_{in} \quad (2.2)$$

$$J_i = \sum_{n=1}^8 J_{in} \quad (2.3)$$

### 2.1.2 Modelo vertical

Para determinar las fuerzas que actúan sobre este eje es necesario recordar que si se tiene un sistema como el de la figura 2.2, para la descripción fenomenológica del sistema en el eje vertical, es necesario desarrollar la descripción de los momentos de fuerza que se aprecian en la figura 2.3 las cuales de desarrollar con la ecuación 2.2, donde el momento de la fuerzas de gravedad  $M_{v,1}$  aplicado al rayo en un movimiento al rededor del eje horizontal, es descrita en la ecuación 2.5. Las fuerzas que serán producto de la gravedad se expresan en la ecuación 2.4.

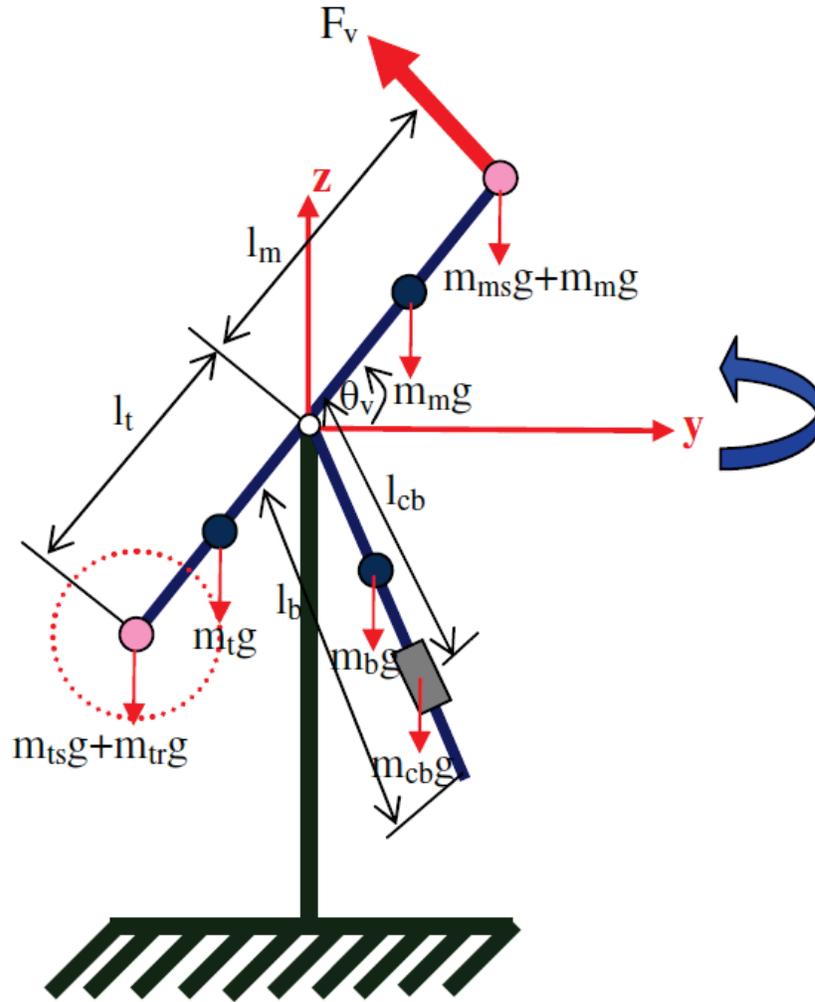


Figura 2.2: vista horizontal del TRMS [5].

$$F = g \left( \frac{l_1}{2} m + l_2 M \right) \cos(\alpha_v) \quad (2.4)$$

$$M_{v1} = g \left[ \left( \frac{m_t}{2} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_t - \left( \frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m \right] \cos(\alpha_v) - \left[ \frac{m_b}{2} l_b + m_{cb} l_{cb} \right] \sin(\alpha_v) \quad (2.5)$$

Lo anterior puede ser descrito de manera simplificada, considerando las constantes en las ecuaciones 2.6, 2.7 y 2.8.

$$A = \left( \frac{m_t}{2} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_t \quad (2.6)$$

$$B = \left(\frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms}\right)l_m \quad (2.7)$$

$$C = \frac{m_b}{2}l_b + m_{cb}l_{cb} \quad (2.8)$$

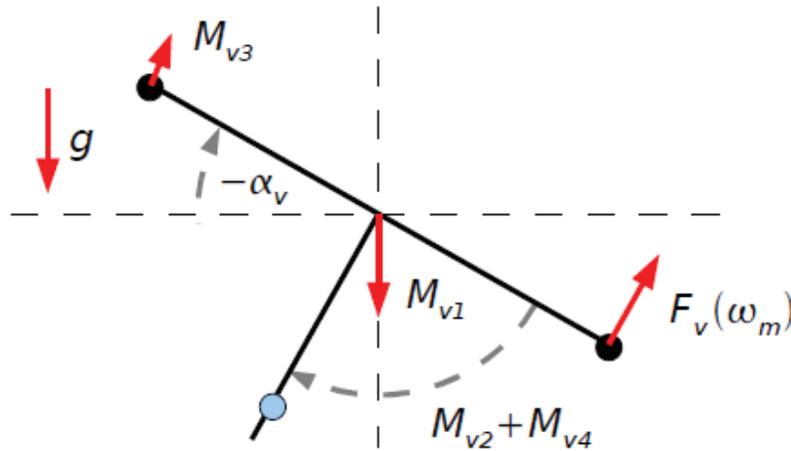


Figura 2.3: Momentos de fuerza en el modelo vertical.

Donde:

- $M_{v1}$  : Torque de retorno para las fuerzas de gravedad.
- $m_{mr}$  : Masa del motor DC con el rotor principal.
- $m_m$  : Masa del rayo del pivote-motor principal.
- $m_{tr}$  : Masa del motor DC con el rotor de cola.
- $m_t$  : Masa del rayo pivote-motor de cola.
- $m_{cb}$  : Masa del contrapeso.
- $m_b$  : Masa del rayo pivote-contrapeso.
- $m_{ms}$  : Masa del escudo principal.
- $m_{ts}$  : Masa del escudo de cola.
- $l_m$  : Largo del rayo pivote-motor principal.
- $l_t$  : Largo del rayo pivote-motor de cola.
- $l_b$  : Largo del rayo pivote-contrapeso.
- $l_{cb}$  : Distancia pivote-contrapeso.
- $g$  : Aceleración de gravedad.

Agrupando las constantes, se puede obtener la forma compacta en la ecuación 2.9.

$$M_{v1} = g [(A - B) \cos(\alpha_v) - C \sin(\alpha_v)] \quad (2.9)$$

Para determinar los momentos de fuerzas propulsoras aplicadas se deben considerar 3 fuerzas más: La fuerza de empuje producida por el rotor principal, el momento de fuerzas centrífugas correspondientes al movimiento del rayo alrededor del eje y la fuerza de roce asociada a la velocidad de giro. La primera y última de los momentos de fuerza son la ecuación 2.10, siendo el momento de de la fuerza propulsora producido por el rotor principal y la ecuación 2.11 siendo el momento de fricción dependiente de la velocidad angular del rayo al rededor del eje horizontal.

$$M_{v2} = l_m F_v(\omega_m) \quad (2.10)$$

$$M_{v4} = -\Omega_v K_v \quad (2.11)$$

Donde:

- $\omega_m$ : Velocidad angular del rotor principal.
- $F_v(\omega_m)$ : Fuerza propulsora del rotor principal.
- $\Omega_v$ : Velocidad angular alrededor del eje horizontal.
- $\Omega_h$ : Velocidad angular alrededor del eje vertical.
- $k_v$ : Constante.

La tercera de estas fuerzas resulta mas compleja, expresada en la ecuación 2.12, siendo el momento de la fuerza centrifuga correspondiente al movimiento del rayo al rededor del eje vertical.

$$M_{v3} = -\Omega_h^2 \left\{ \left( \frac{m_t}{2} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_t + \left( \frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m + \left( \frac{m_b}{2} l_b + m_{cb} l_{cb} \right) \right\} \sin(\alpha_v) \cos(\alpha_v) \quad (2.12)$$

Agrupando constantes se obtiene la ecuación 2.13.

$$M_{v3} = -\Omega_h^2 (A + B + C) \sin(\alpha_v) \cos(\alpha_v) \quad (2.13)$$

Para mejor explicación, se tienen las ecuaciones 2.14 y 2.15.

$$\Omega_h = \frac{\partial \alpha_h}{\partial t} \quad (2.14)$$

$$\Omega_v = \frac{\partial \alpha_v}{\partial t} \quad (2.15)$$

Las componentes de los momentos de inercia relativos al eje vertical se expresan a continuación. Nótese que los momentos de inercia no dependen de la posición del sistema.

- $J_{v1} = (m_{mr} l_m^2)$
- $J_{v2} = (m_m \frac{l_m^2}{3})$
- $J_{v3} = (m_{cb} l_{cb}^2)$
- $J_{v4} = (m_b \frac{l_b^2}{3})$
- $J_{v5} = (m_{tr} l_t^2)$
- $J_{v6} = (m_t \frac{l_t^2}{3})$
- $J_{v7} = \frac{m_{ms}}{2} r_{ms}^2 + m_{ms} l_m^2$
- $J_{v8} = m_{ts} r_{ts}^2 + m_{ts} l_t^2$

Donde:

- $r_{ms}$  : radio del escudo principal.
- $r_{ts}$  : radio del escudo de cola.

### 2.1.3 Modelo horizontal

El modelo horizontal para este sistema es muy parecido al vertical, excepto por la no existencia de la gravedad y los momentos de inercia depende del angulo producido por el pitch. Se describen los momentos de las fuerzas como se aprecian en la figura 2.4, siendo el momento de fuerza aplicado al rayo rotando en el eje vertical definida en la ecuación 2.16 y donde el momento de fricción dependiendo de la velocidad angular del rayo al rededor del eje vertical se describe en la ecuación 2.17.

$$M_{h1} = l_t F_h(\omega_t) \cos(\alpha_v) \quad (2.16)$$

$$M_{h2} = -\Omega_h K_h \quad (2.17)$$

Donde:

- $\omega_t$  : velocidad angular del rotor principal.
- $F_h(\omega_t)$  : Fuerza propulsora del rotor de cola.
- $H_h$  : fuerza propulsora del rotor principal.
- $K_h$  : constante.

Las componentes de los momentos de inercia relativos al eje horizontal se pueden escribir de la siguiente forma:

- $J_{h1} = \frac{m_m}{3} (l_m \cos(\alpha_v))^2$
- $J_{h2} = \frac{m_t}{3} (l_t \cos(\alpha_v))^2$
- $J_{h3} = \frac{m_b}{3} (l_b \sin(\alpha_v))^2$
- $J_{h4} = m_{tr} (l_t \cos(\alpha_v))^2$
- $J_{h5} = m_{mr} (l_m \cos(\alpha_v))^2$

- $J_{h6} = m_{cb} (l_{cb} \sin(\alpha_v))^2$
- $J_{h7} = \frac{m_{ts}}{2} r_{ts}^2 + m_{ts} (l_t \cos(\alpha_v))^2$
- $J_{h8} = m_{ms} r_{ms}^2 + m_{ms} (l_m \cos(\alpha_v))^2$

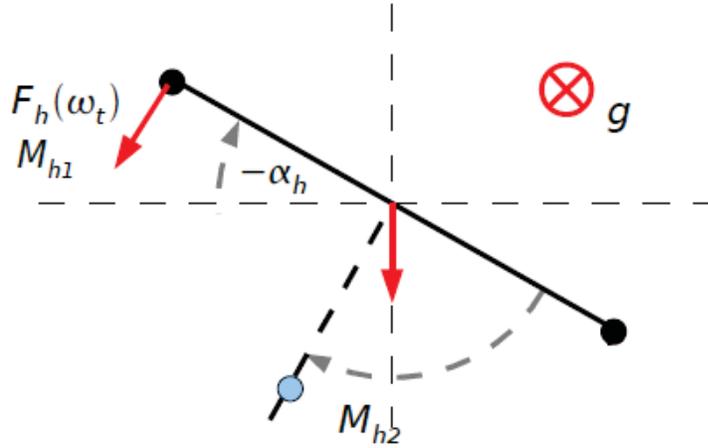


Figura 2.4: Momentos de fuerza para el modelo horizontal.

Si se consideran las constantes de las ecuaciones 2.18, 2.19 y 2.20 para usos simplificadorios.

$$D = \left( \frac{m_b}{3} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m^2 + \left( \frac{m_t}{3} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_t^2 \quad (2.18)$$

$$E = \frac{m_b}{3} l_b^2 + m_{cb} l_{cb}^2 \quad (2.19)$$

$$F = m_{mr} r_{ms}^2 + \frac{m_{ts}}{2} r_{ts}^2 \quad (2.20)$$

Se obtiene el modelo compacto para la suma de los momentos de inercia, expresado en la ecuación 2.21.

$$J_h = D \cos^2(\alpha_v) + E \sin^2(\alpha_v) + F \quad (2.21)$$

### 2.1.4 Modelo final

Con las ecuaciones antes descritas, se puede escribir el modelo dinámico completo del sistema con las ecuaciones 2.22 y 2.23 para el modelo en el plano vertical, y las ecuaciones 2.24 y 2.25 para el modelo dinámico en el plano horizontal.

$$\frac{\partial \alpha_v}{\partial t} = \Omega_v = S_v + \frac{J_{tr}\omega_t}{J_v} \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial S_v}{\partial t} = \frac{\partial^2 \alpha_v}{\partial t^2} = \frac{l_m F_v(\omega_m) - \Omega_v K_v + g((A-B)\cos(\alpha_v) - C\sin(\alpha_v)) - \frac{1}{2}\Omega_h^2(A+B+C)\sin(2\alpha_v)}{J_v} \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial \alpha_h}{\partial t} = \Omega_h = S_h + \frac{J_{mr}\omega_m \cos(\alpha_v)}{J_h} \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial S_h}{\partial t} = \frac{\partial^2 \alpha_h}{\partial t^2} = \frac{l_t F_h(\omega_t) \cos(\alpha_v) - \Omega_h K_h}{J_h} \quad (2.25)$$

Adicionalmente los términos en las ecuaciones 2.22 y 2.24 siguen los principios de la conservación de momento angular, donde:

- $J_{tr}$  : Momento de inercia en el subsistema motor – hélice (cola).
- $J_{mr}$  : Momento de inercia en el subsistema motor – hélice (principal).
- $S_v$  : Momento angular en el plano vertical para el sistema.
- $S_h$  : Momento angular en el plano horizontal para el sistema.

## 2.2 Modelo experimental

A continuación, se mostrarán los parámetros físicos del sistema los cuales han sido previamente medidos. Posteriormente estos parámetros serán utilizados en las ecuaciones descritas, con el fin de lograr valores reales en el funcionamiento de nuestra simulación.

### 2.2.1 Parámetros físicos

Los siguientes parámetros se calculan midiendo y masando los componentes correspondientes, obteniendo de esta manera lo siguiente:

- $l_t = 0,25[m]$
- $l_m = 0,24[m]$
- $l_b = 0,26[m]$
- $l_{cb} = 0,13[m]$

- $r_{ms} = 0,155[m]$
- $r_{ts} = 0,10[m]$
- $m_{tr} = 0,206[kg]$
- $m_{mr} = 0,228[kg]$
- $m_{cb} = 0,068[kg]$
- $m_t = 0,0155[kg]$
- $m_m = 0,0145[kg]$
- $m_b = 0,022[kg]$
- $m_{ts} = 0,165[kg]$
- $m_{ms} = 0,225[kg]$

Remplazando estos valores en las constantes mostradas con anterioridad, se llega a las nuevas constantes y funciones.

$$J_v = \sum_i^8 J_{iv} = 0,055846 [kg * m^2] \quad (2.26)$$

$$J_h = \sum_i^8 J_{hi} = 0,04901 \cos^2(\alpha_v) + 0,0016065 \sin^2(\alpha_v) + 0,0063306 [kg * m^2] \quad (2.27)$$

$$M_{v1} = 9,81 (-0,0139315 \cos(\alpha_v) + 0,0117076065 \sin(\alpha_v)) [Nm] \quad (2.28)$$

$$M_{v3} = -0,05038268 \Omega_h^2 \sin(\alpha_v) \cos(\alpha_v) [Nm] \quad (2.29)$$

### 2.2.2 Modelo de entrada

Para poder comenzar la modelación fenomenológica, se debe conocer la relación entre el voltaje de entrada aplicado a cada uno de los motores DC y la fuerza de empuje que se obtiene, como se ve en la figura 2.5. Esta relación se compone básicamente de dos etapas: la relación entre voltaje ( $u_v, u_h$ ) y velocidad angular ( $\omega_m, \omega_t$ ), y relación entre velocidad angular y la fuerza de empuje ( $F_v, F_h$ ), con esto se determinan dos nuevas ecuaciones 2.30 y 2.31.

La velocidad angular se obtiene, a su vez, en dos partes: Una dinámica de 1er orden y una estática polinomial, relacionadas a través de ( $u_{vv}, u_{hh}$ ) La relación entre velocidad y fuerza es un polinomio que depende exclusivamente del modelo y forma de la hélice que se ocupe.

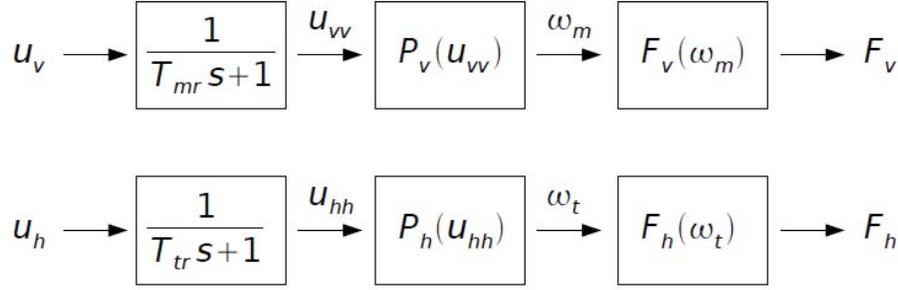


Figura 2.5: Diagrama para el modelo de entrada [5].

Se puede notar que no existe una dependencia explícita del voltaje de entrada en los motores con el modelo antes presentado. Esto se debe a que el modelo se calcula a partir de la segunda ecuación de Newton 2.1 que se basa en la suma de fuerzas. Luego, se debe determinar el modelo para la fuerza ejercida por las hélices dependiendo del voltaje de entrada. A estas fuerzas se les ha llamado  $F_v(\omega_m)$  y  $F_h(\omega_t)$  para el rotor principal y el de cola, respectivamente.

$$\frac{\partial u_{vv}}{\partial t} = \frac{1}{T_{mr}} (-u_{vv} + u_v), \quad \omega_m = P_v(u_{vv}) \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial u_{hh}}{\partial t} = \frac{1}{T_{tr}} (-u_{hh} + u_h), \quad \omega_t = P_h(u_{hh}) \quad (2.31)$$

Donde:

- $T_{mr}$ : Constante de tiempo rotor principal-motor DC.
- $T_{tr}$ : Constante de tiempo rotor de cola-motor DC.

### 2.2.3 Característica estática del rotor principal

Las siguientes mediciones realizadas previamente por Feedback Instruments Ltd [9] fueron desarrolladas para medir las características estáticas del rotor principal. En primer lugar es necesario tener un tacómetro para medir la velocidad en función del voltaje aplicado. Esto se puede realizar directamente sin necesidad de alterar el sistema salvo, para mayor seguridad, fijar los ejes tal que el motor pueda variar su velocidad sin que el sistema completo gire.

La constante de tiempo se obtiene a través de prueba y error al graficar el resultado del modelo con la velocidad actual del rotor. Para la segunda característica es necesario una balanza para medir la fuerza de propulsión en función de la velocidad de giro.

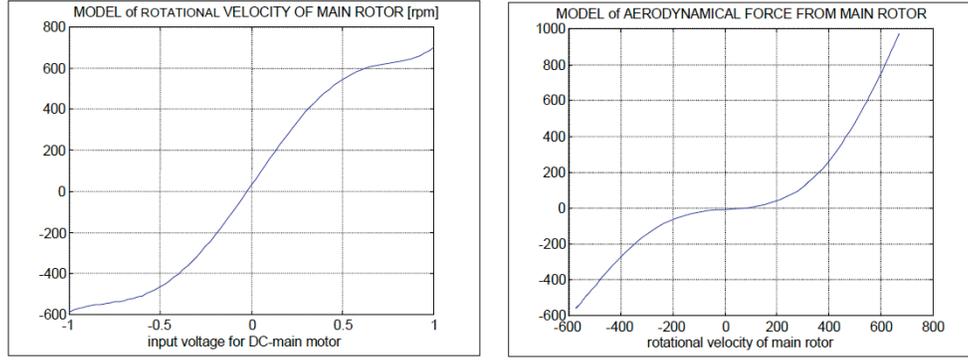


Figura 2.6: Características del rotor principal [9].

Primero se debe fijar el eje tal que el sistema no pueda rotar alrededor del eje horizontal. Luego se agrega un contrapeso para que el sistema quede completamente balanceado equivalentemente  $\alpha_v = 0$ , para todo  $t$ . Logrado esto, se debe unir mediante una cuerda el motor principal con la balanza electrónica para que al encenderse el motor, éste empuje la balanza hacia arriba y así obtener datos experimentales.

Feedback Instruments Ltd. ha realizado ambos experimentos y en la figura 2.6 se muestran sus resultados. Con los datos obtenidos y el toolbox de aproximación polinomial de MATLAB es posible determinar las funciones correspondientes en las ecuaciones 2.32 y 2.33.

$$\omega_m(u_{vv}) = 90,99u_{vv}^6 + 5,99,73u_{vv}^5 - 129,26u_{vv}^4 - 1238,64u_{vv}^3 + 63,45u_{vv}^2 + 1283,41u_{vv} \quad (2.32)$$

$$F_v(\omega_m) = -3,48 \cdot 10^{-12}\omega_m^5 + 1,09 \cdot 10^{-9}\omega_m^4 + 4,123 \cdot 10^{-6}\omega_m^3 - 1,632 \cdot 10^{-4}\omega_m^2 + 9,544 \cdot 10^{-2}\omega_m \quad (2.33)$$

#### 2.2.4 Característica estática del rotor de cola

Análogamente se obtienen las características para el rotor de cola, que muestran en la figura 2.7. Es importante mencionar que habrá de rotar el eje del sistema para que las hélices del rotor queden paralelas al suelo, en lugar de perpendiculares como lo es en funcionamiento normal, obteniendo las ecuaciones 2.34 y 2.35.

$$w_t(u_{hh}) = 2020u_{hh}^5 - 194,69U_{hh}^4 - 4283,15u_{hh}^3 + 262,27u_{hh}^2 + 3796,83u_{hh} \quad (2.34)$$

$$F_h(\omega_t) = -3 \cdot 10^{-14} \omega_t^5 - 1,595 \cdot 10^{-11} \omega_t^4 + 2,511 \cdot 10^{-7} \omega_t^3 - 1,808 \cdot 10^{-4} \omega_t^2 + 0,0801 \omega_t \quad (2.35)$$

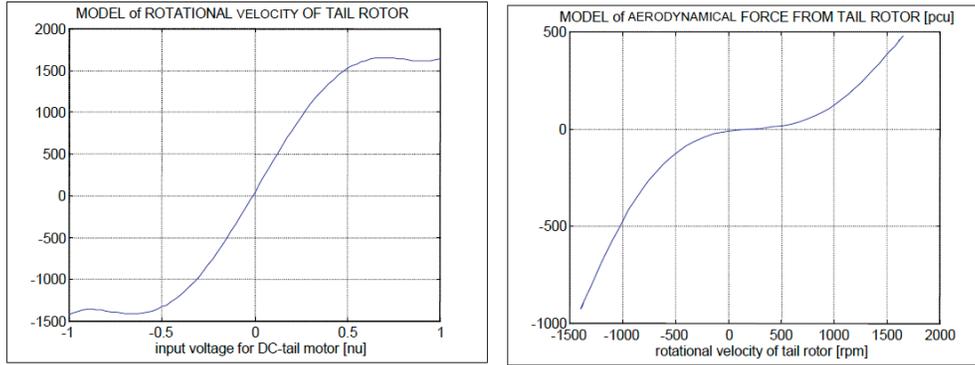


Figura 2.7: Características del rotor de cola [9].

### 2.3 Simulación del sistema en lazo abierto

Utilizando como base los bloques otorgados por Feedback se desarrolla una simulación del sistema no lineal que contempla los parámetros mencionados en la descripción del modelo fenomenológico, de esta forma se puede contemplar fácilmente el funcionamiento del sistema Twin Rotor en lazo abierto junto con la respuesta temporal de este asociada una entrada escalón, apreciada en la siguiente figura 2.8.

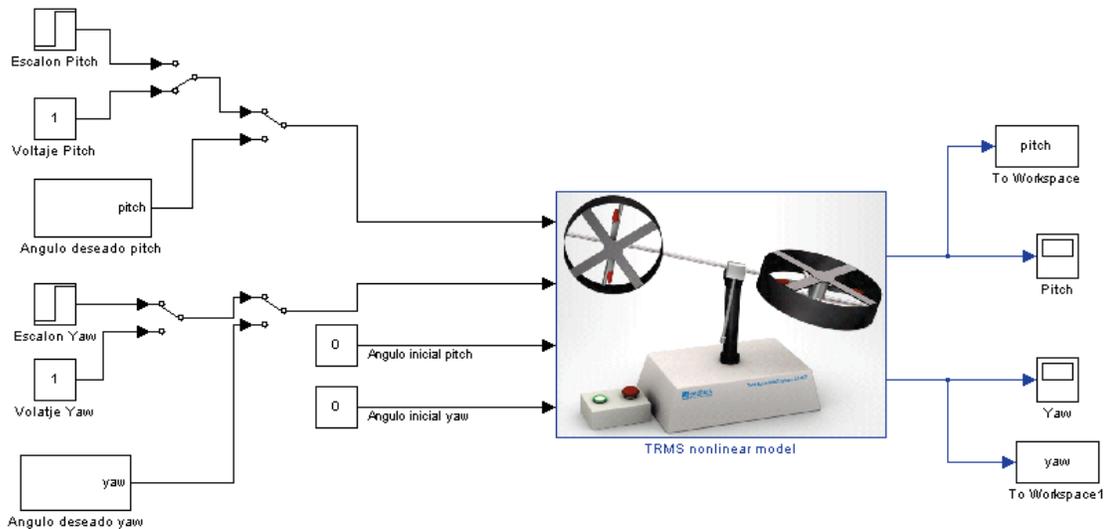


Figura 2.8: Vista de la simulación no lineal.



- Característica estática rotor de cola  $b2$
- Momento de gravedad  $Mfg$
- Ganancia  $kg y$

Los bloques determinados por experimentos de Feedback con los parámetros de la experimentación desarrollada, contempla una función de primer orden y la característica estática mas el desarrollo de la segunda ley de Newton como resultado de la descripción física del sistema. En las siguientes imagenes 2.10 y 2.11 se presentan los bloques de la característica estática resultado de los experimentos de Feedback, tanto para el rotor principal como para el rotor de cola.

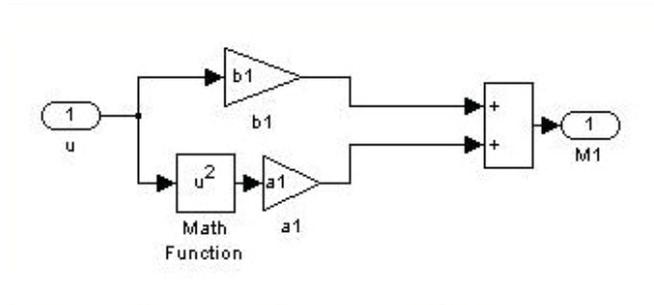


Figura 2.10: Característica estática del rotor principal.

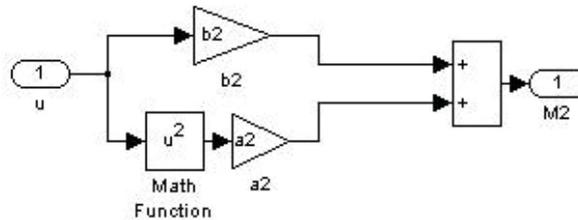


Figura 2.11: Característica estática del rotor de cola.

La respuesta de la simulación en lazo abierto se muestran en 2.12 y 2.13, ante una entrada escalón para cada rotor. Las figuras obtenidas son lo esperado, ya que para el caso del rotor principal la fuerza de gravedad se opone a la elevación, y para el caso del rotor de cola la fuerza de roce no es suficiente para impedir el continuo movimiento de la planta en el plano horizontal, por lo que la gráfica tiene un crecimiento indefinido. En la planta real esto no se cumple, ya que físicamente existe una limitación de 90 grados.

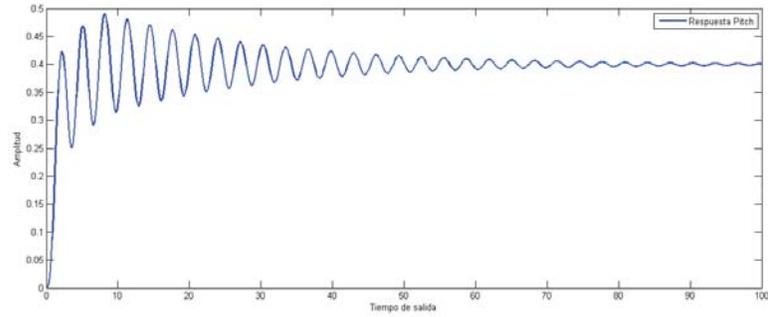


Figura 2.12: Variable de salida Pitch para una entrada escalón.

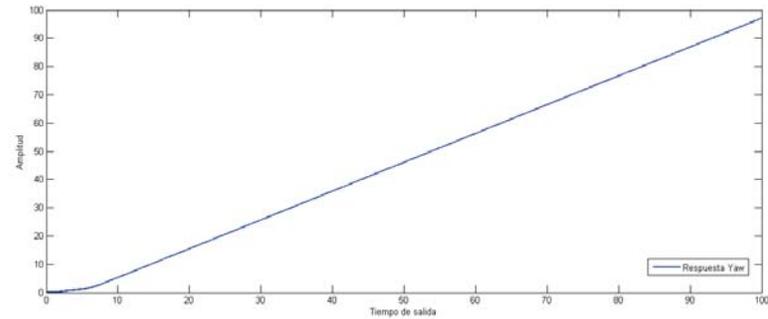


Figura 2.13: Variable de salida Yaw para una entrada escalón.

Para la entrada desarrollada por Feedback, siendo una suma de tres senoides con un desfase entre ellas, creadas mediante bloques de Simulink, se obtiene la respuesta mostrada en la figura 2.14 para el rotor principal y 2.15 para el rotor de cola, la respuesta se denomina por Feedback como Ángulo Deseado, el cual el sistema controlado deberá ser capaz de seguir esta referencia oscilante durante el periodo de tiempo correspondiente.

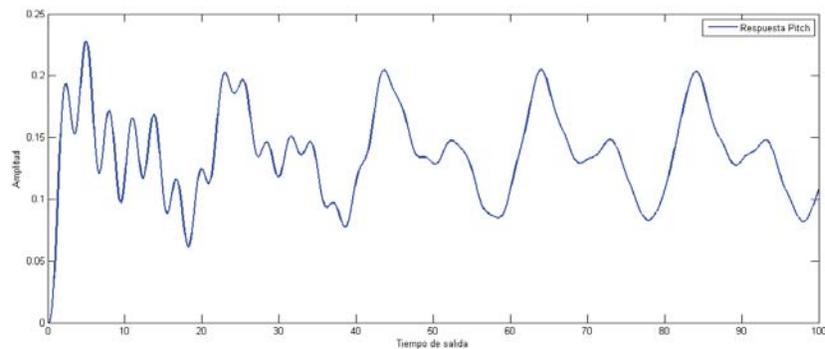


Figura 2.14: Variable de salida Pitch para una entrada de ángulo deseado.

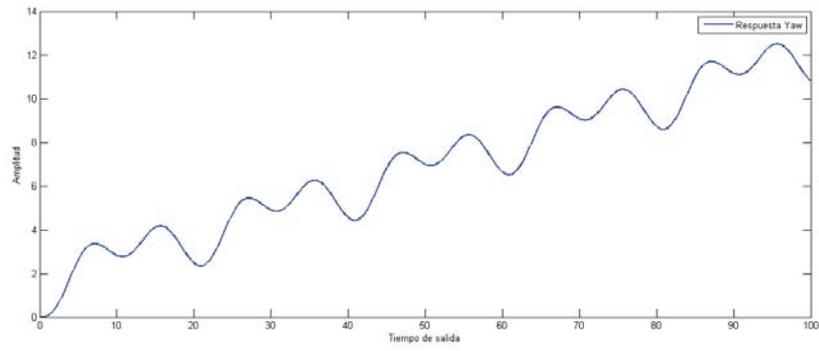


Figura 2.15: Variable de salida Yaw para una entrada de ángulo deseado.

## 3 Identificación del sistema

Se denomina identificación de un sistema al proceso que permite representar los parámetros físicos, en funciones de transferencia, de estos sistemas, relacionando las variables de entrada y de salida. Esta identificación se realiza con la finalidad de entender el comportamiento de los sistemas y obtener modelos matemáticos que los representen. Relacionar los modelos matemáticos con las entradas y las salidas es lo que nos interesa desde el punto de vista de control y simulación.

Estos métodos de identificación no pretenden ser generales sino dar soluciones concretas para aquellos modelos a los que están más habituados los ingenieros de control. Los métodos de identificación son variados, para este proyecto se utilizan métodos de identificación en lazo abierto, lo cual permite al estudiante observar e interactuar fácilmente con las variables de entrada y ver su efecto en las variables de salida en cada instante.

### 3.1 Representación

El modelo fenomenológico del sistema Twin Rotor se puede simplificar como un subsistema dentro de una caja negra con dos entradas y dos salidas, con interacción entre variables, tal como se ve en la figura 3.1. Se deberá determinar las interacciones que residen en el sistema, directas ó cruzadas. Como se mencionó anteriormente, las variables de entrada son los voltajes aplicados a los rotores de cola y rotor principal y la salida viene siendo la posición angular Pitch y Yaw. Para los siguientes estudios se referirá al voltaje de entrada al rotor principal como  $u_v$  y al voltaje en el rotor de cola como  $u_h$ . Donde cada rotor acepta un voltaje máximo de entre 0 a 2.5 [v], si se aplica un valor negativo de voltaje los rotores giraran en sentido inverso.

El experimento consiste en la identificación de las interacciones directas (main Pitch y main Yaw) y las interacciones cruzadas (cross Pitch y cross Yaw), esto a través de simulaciones y el uso del toolbox de Matlab con la experimentación en tiempo real, donde se determinará la dinámica del sistema completo gracias a la determinación de las funciones de transferencia que rigen en el sistema. Este proceso sera de utilidad a la hora de implementar un controlador.

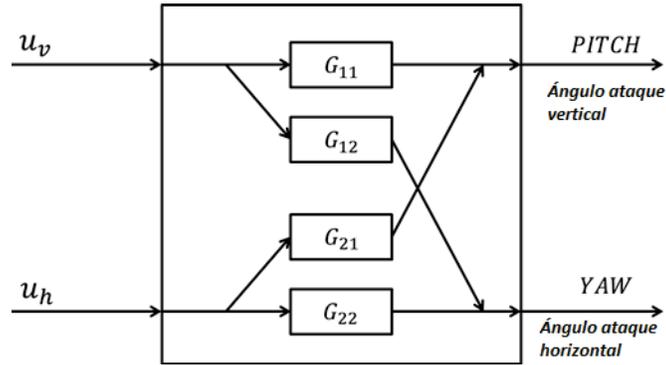


Figura 3.1: Modelo multivariable de la planta Twin Rotor.

### 3.1.1 Simulación

La empresa Feedback Ltd cuenta con un conjunto de prácticas y simulaciones realizadas en Simulink, con diversos propósitos. Para el interés de este estudio, se analiza en la aplicación entregada en TRMS Simulink Models, TRMS Simulation Model y luego en ModelIdent. Este conjunto de bloques mostrado en la figura 3.2, simula el comportamiento de la respuesta Pitch y Yaw en diversas entradas, ya sea un conjunto de senoides o una entrada escalón la cual es la mas propicia para las experimentaciones que se realizarán mas adelante.

Cabe mencionar que también es posible manipular esta simulación para tener una respuesta acoplada o desacoplada, estas respuestas son registradas por un arreglo y graficados para el análisis.

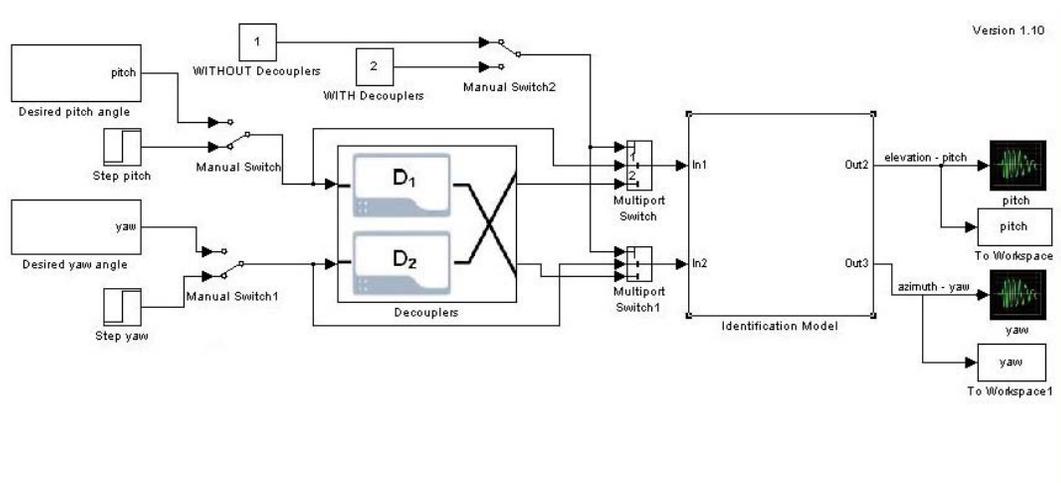


Figura 3.2: Simulación de la identificación del sistema

La experimentación realizada por Feedback ha llegado a las siguientes funciones de transferencia, que se muestran en la figura 3.3. Como se menciono anteriormente el modelo encontrado por Feedback se puede expresar como una caja con dos entradas y dos salidas las cuales poseen una interacción entre si.

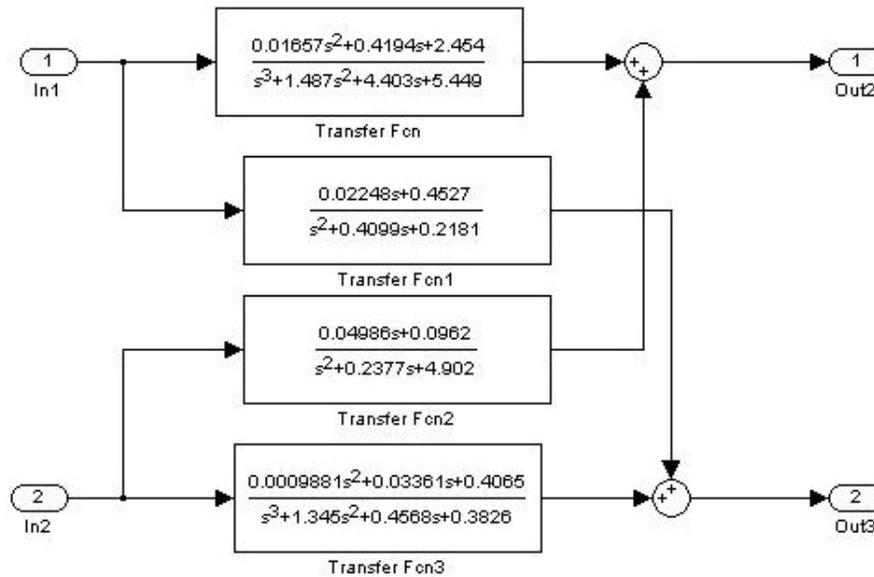


Figura 3.3: Funciones de transferencia identificadas por Feedback Ltd.

La respuesta para el sistema desacoplado con una entrada escalón puede ser apreciada en las siguientes imágenes, donde la respuesta Pitch se muestra en la figura 3.9 y la respuesta Yaw en la figura 3.5. Estas respuestas luego serán determinada de manera experimental.

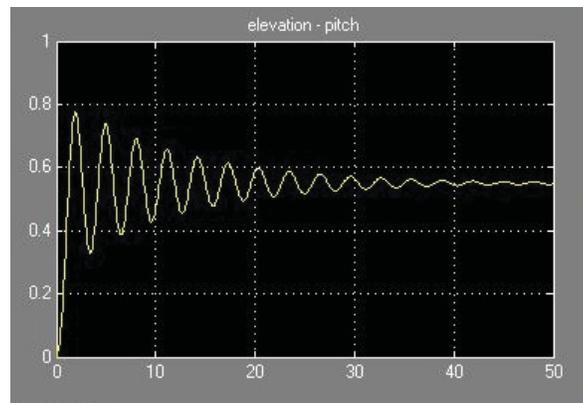


Figura 3.4: Respuesta variable de salida Pitch

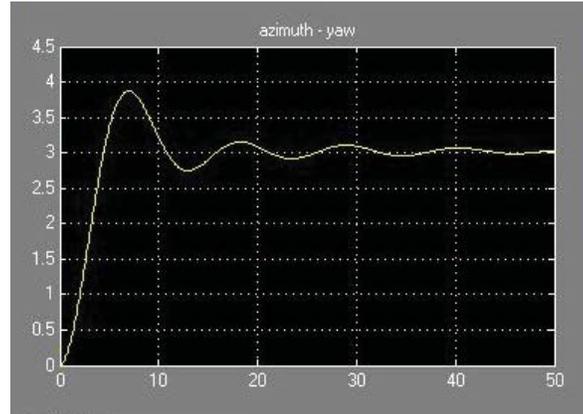


Figura 3.5: Respuesta variante de salida Yaw

## 3.2 Experimentación

A continuación, se mostrará el proceso de identificación que permitirá expresar la dinámica del sistema en funciones de transferencia, tomando en cuenta los pasos a seguir que permitirá realizar la experimentación de manera óptima y alcanzar buenos resultados.

### 3.2.1 Consideraciones

Para iniciar la identificación, en primer lugar es necesario tener en cuenta los siguientes conceptos.

- **Tiempo de muestreo:** La elección de tiempo de muestreo es importante para la identificación, no puede ser muy corto ni muy largo. Si es muy corto afectará en la calidad de la identificación, si es muy largo se requerirá más memoria en el proceso del trabajo del software. Para los efectos de esta práctica el tiempo de muestro será de 0.1 segundos.
- **Perturbaciones:** Hay que entender que el efecto de elevación de los rotores es posible ya que se encuentran en el aire, siendo el fluido en el cual se encuentran los rotores. Por lo mismo hay que tener en cuenta que cualquier perturbación como cambios en la presión de aire y ráfagas de viento del más mínimo nivel van a afectar en la experimentación. Se recomienda realizar la actividad de identificación en un entorno ideal sin corrientes de aire.
- **Modelo fenomenológico del sistema:** Para una mejor comprensión del modelo fenomenológico y la física detrás del sistema, es necesario tener en cuenta las variables físicas que competen a la hora de realizar pruebas y trabajar con la planta e tiempo real. La guía de Marco Teórico junto con los bloques de la simulación otorgados por Feedback Ltd. son un buen punto de partida para el estudio físico del sistema.

- Problemas de estabilidad: El Twin Rotor es un sistema inherentemente estable. En caso de cualquier problema de estabilidad la planta cuenta con un control con los botones de emergencia de encendido y apagado. Estos deben estar al alcance del usuario en todo momento y serán usados para iniciar y terminar con las experiencias prácticas en tiempo real.

### 3.2.2 Proceso de identificación

Para el proceso de identificación en tiempo real del sistema Twin Rotor con dos grados de libertad, se creó un sistema de bloques en Simulink como se ve en la figura 3.6. Con este modelo es posible enviar una señal digital y transformarla en un voltaje aplicado a los rotores, esta señal puede variar según el valor constante aplicado para cada uno de los rotores. Estos valores son guardados en un arreglo para uso posterior en Matlab. A su vez la posición angular del Pitch y Yaw, en el tiempo, también es registrado en un arreglo y es graficada para el análisis de su comportamiento.

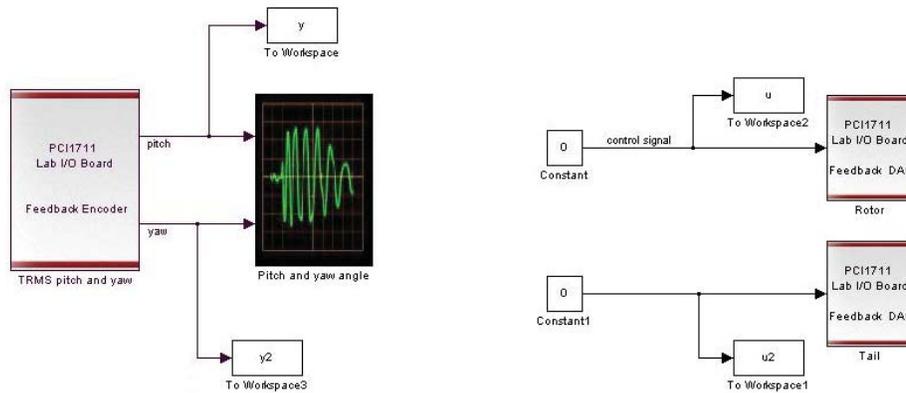


Figura 3.6: Bloques Simulink para el proceso de identificación

El Encoder considera dos salidas dentro de la tarjeta de adquisición de datos la asignación del canal 1 como el rotor principal y el canal 2 como el rotor de cola. Esto relaciona la posición de los rotores en radianes en el plano vertical y horizontal, como se muestra en la siguiente figura 3.7.

La aplicación de voltaje en los rotores sigue la siguiente relación 3.1, y como se mencionó anteriormente cada motor acoplado acepta un valor desde  $0[V]$  hasta  $2.5[V]$ . Al ser asignado un valor constante dentro de estos parámetros aceptados este valor es enviado hacia la tarjeta de adquisición de datos, luego hacia el motor de cada rotor como una señal de voltaje como se muestra en la figura 3.8.

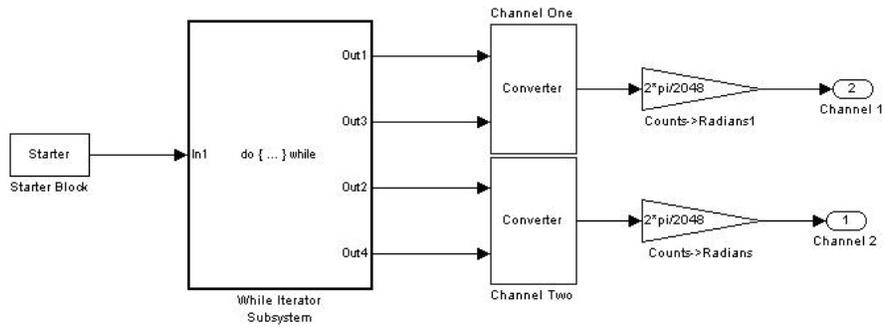


Figura 3.7: Submodelo conversión señal digital a voltaje aplicado.

$$V = 0,52[v] \cdot 1000[rpm] \tag{3.1}$$

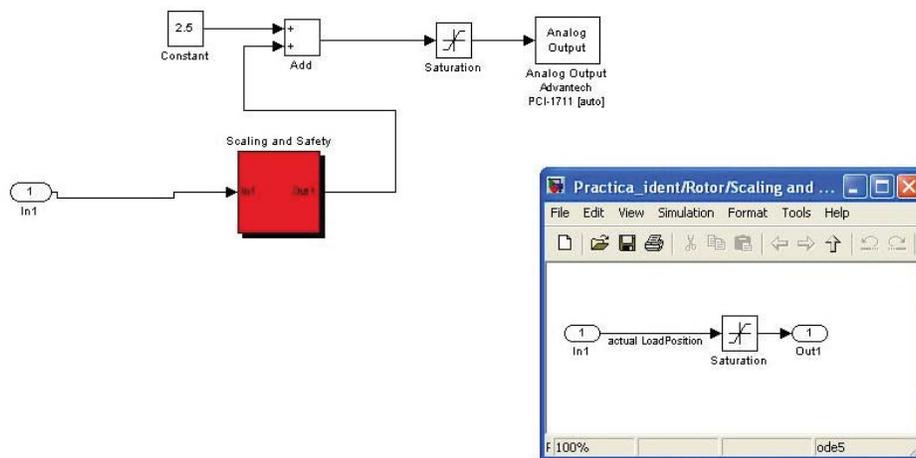


Figura 3.8: Submodelo salida analógica de los rotores.

### 3.2.3 Experimentos para la identificación

Uno de los métodos del proceso de identificación consiste mantener una de las entradas con un valor de voltaje cero, mientras que la otra entrada se mantiene con un valor constante de voltaje. Luego, cuando se alcanza se llega a un valor estacionario en la respuesta del sistema se aplica un escalón, cambiando el valor de voltaje. Considerando un sistema sin acoplamiento y con dos grados de libertad que permite a los rotores moverse libremente. La primera prueba se realiza haciendo cero el voltaje en el rotor de cola y dejando un valor constante de voltaje en el rotor principal de  $1.2 [v]$ , con este valor la barra principal queda completamente horizontal. Luego, cuando la respuesta alcanza un valor estacionario se aplica un escalón en la entrada, variando el voltaje hasta  $1.5 [v]$ . Finalmente, se ve la respuesta para el Main Pitch tal como se puede apreciar en la figura 3.9.

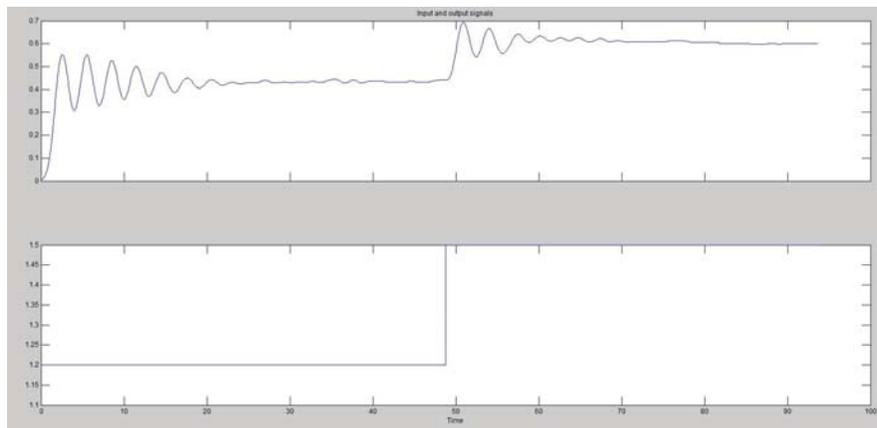


Figura 3.9: Experimentación Main Pitch.

De manera análoga se hace el mismo procedimiento, esta vez haciendo cero la entrada de voltaje al rotor principal y dejando en  $-0.5 [v]$  el rotor de cola, (el valor negativo para este caso ayuda a mantener la barra principal centrado). Luego se varia el valor de la entrada hasta  $-0.8 [v]$ , tal como se ve en la figura 3.10.

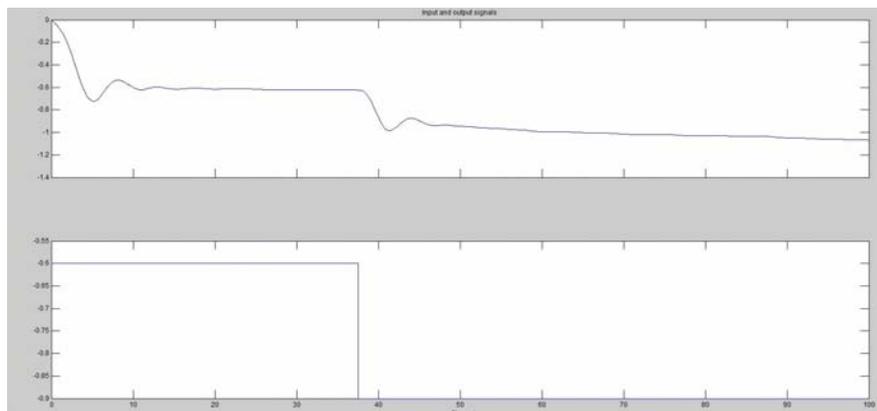


Figura 3.10: Experimentación Main Yaw.

Por ultimo se determinan los caminos cruzados de los lazos de control, esto nos ayudará a determinar cualquier interacción que posea el sistema Twin Rotor entre sus variables de entrada con cada una de sus salidas. De la experimentación realizada solo se encontró una respuesta para el camino cross pitch mostrada en la figura 3.11.

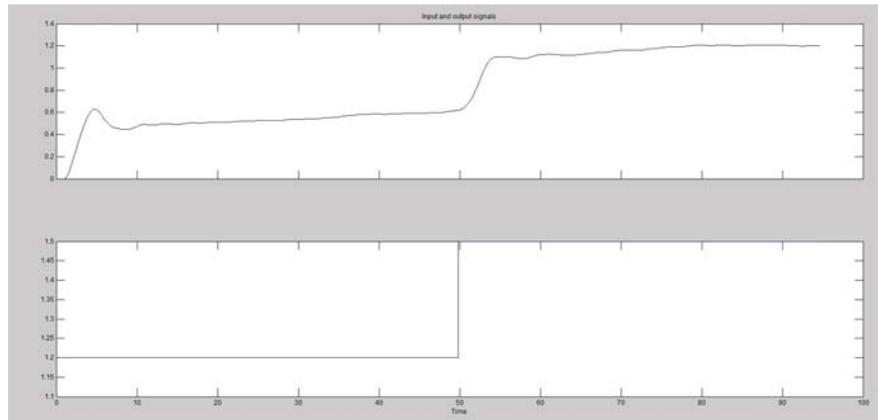


Figura 3.11: Experimentación cross pitch.

#### 3.2.4 Toolbox de Matlab Ident

Los datos obtenidos anteriormente son registrados en un Array en Matlab. Con esto ya es posible utilizar el toolbox que Matlab otorga para la identificación de procesos. Para una correcta identificación se seleccionara el rango adecuado de la respuesta, esto se considera desde que la salida a analizar llega a un estado estable luego de partir el funcionamiento del rotor, hasta que vuelva a un segundo estado estable después de aplicar una entrada escalón.

Para la identificación del Main Pitch se consiguió un modelo con un 84.75% de ajuste, como se puede apreciar en la figura 3.12.

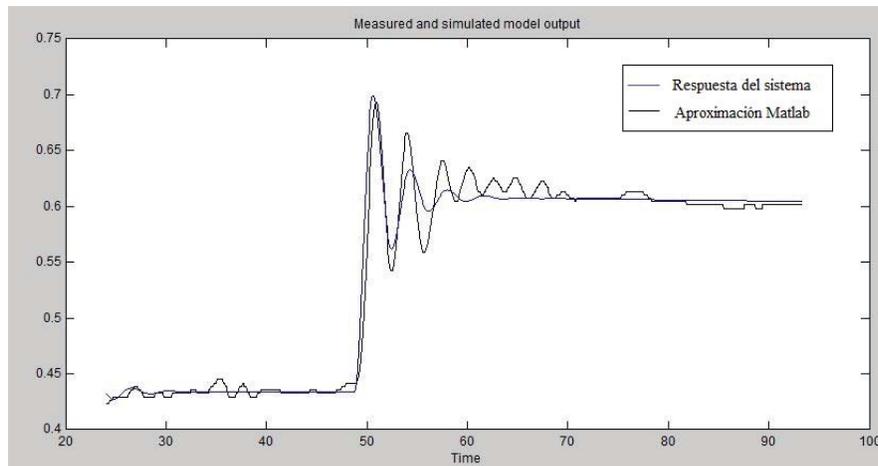


Figura 3.12: Identificación Main Pitch.

$$G(s) = G_{11}(s) = \frac{0,35825 (1 + 1079,6s)}{(1 + 0,23589s + 0,32925s^2)(1 + 661,65s)} \quad (3.2)$$

Para la identificación del Main Yaw se consiguió un modelo con un 92.12% de ajuste, como se puede apreciar en la figura 3.13.

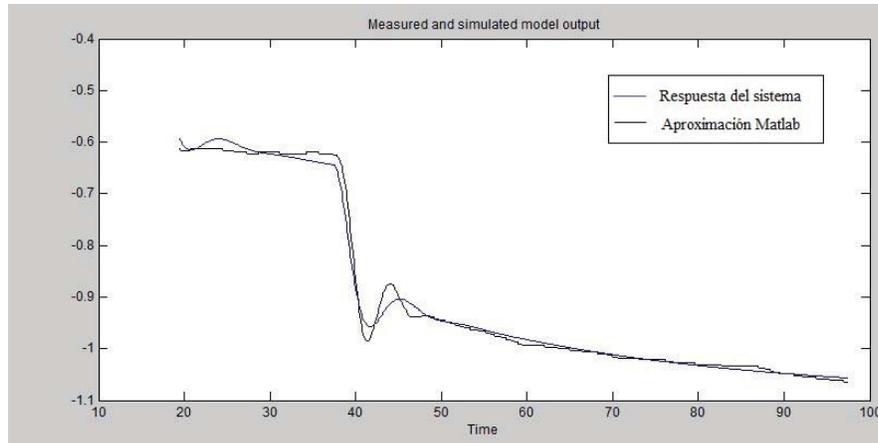


Figura 3.13: Identificación Main Yaw.

$$G(s) = G_{22}(s) = \frac{1,2101 (1 + 20,01s)}{(1 + 0,92406s + 1,3938s^2)(1 + 31,469s)} \quad (3.3)$$

En el proceso de identificación para el interacción de Cross Yaw y Cross Pitch se determino que existe una interacción en el lazo de control Cross Pitch 3.14 pero no existe una interacción Cross Yaw por lo que no se tiene una funcion de transferencia de ganancia nula.

$$G(s) = G_{12}(s) = \frac{1,4035 (1 + 444,89s)}{1 + 372,9315s + (32,66s)^2} \quad (3.4)$$

Los resultados del proceso de identificación pueden ser expresados como funciones de transferencia en la cual se encuentran en las siguientes ecuaciones para el Main Pitch 3.2, Main Yaw 3.3 y Cross Pitch 3.4. Estas funciones transferencias determinadas nos ayudara a realizar un análisis de interacción RGA lo cual permitirá determinar una estrategia de control factible para este sistema que permita llevar la respuesta del sistema completo a su valor deseado en todas sus variables.

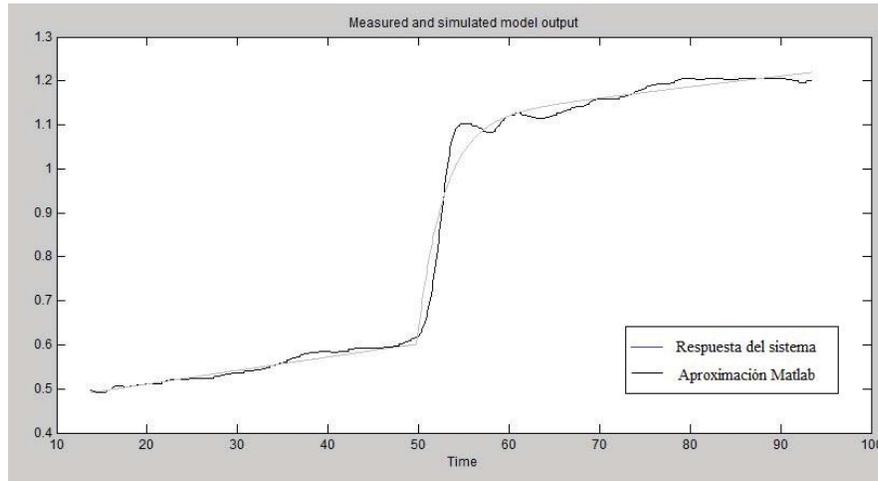


Figura 3.14: Identificación Cross Pitch.

## 4 Análisis de interacción

En este capítulo, se hablara de los métodos de análisis para la comprobación de interacción de los distintos lasos de control que se encuentran en nuestro sistema MIMO, con el fin de conseguir el mejor emparejamiento de estos lasos para ser controlados.

### 4.0.1 Análisis RGA

Los esquemas de control en sistemas monovariantes o SISO Single variable Input or Single variable Output, son un tipo sistemas utilizados en la industria en el control de procesos. También pueden usar sistemas de control MIMO Multi Input Multi Output 4.1 y 4.2. En los sistemas MIMO mas de una variable manipulada puede afectar a cada variable controlada dentro de cualquier lazo de control o todos los lazos de control del sistema, afectando a la respuesta deseada por el usuario.

Por lo tanto, comprender las dependencia de diferentes variables manipuladas y controladas en un esquema de control MIMO podría ser extremadamente útil para diseñar e implementar un esquema de control. Un método para diseñar y analizar un esquema de control MIMO para un proceso en estado estable es con una matriz de ganancia relativa RGA. La matriz RGA es útil para sistemas MIMO que se pueden desacoplar. Un buen esquema de control MIMO para un sistema que puede desacoplarse es uno que puede controlar una variable de proceso sin afectar en gran medida las otras variables. También, debe ser estable con respecto a situaciones dinámicas, cambios de carga y perturbaciones aleatorias. El RGA proporciona un enfoque cuantitativo para el análisis de las interacciones entre los controles y la salida, y así proporciona un método de emparejamiento manipulado y variables controladas para generar un esquema de control.

$$Y_1(s) = G_{p11}(s)U_1(s) + G_{p12}(s)U_2(s) \quad (4.1)$$

$$Y_2(s) = G_{p21}(s)U_1(s) + G_{p22}(s)U_2(s) \quad (4.2)$$

Para los estudios de sistemas MIMO, existen diversos métodos de estudio de interacción de las variables presentes en estos sistemas, Para este proyecto se utiliza el análisis RGA o Relative Gain Array, siendo este la metodología clásica y fundamental para el estudio de interacción y

acoplamiento entre variables de los sistemas MIMO, con el fin de entregar una herramienta primordial para las aplicaciones docentes de estudio de sistemas MIMO.

Relative Gain Array es una herramienta analítica utilizada para determinar los emparejamientos variables de entrada y salida óptimos para un sistema MIMO. En otras palabras, el RGA es una forma normalizada de la matriz de ganancia que describe el impacto de cada variable de control en el producto, en relación con el impacto de cada variable de control en otras variables, donde las variables de entradas y salidas en conjunto con sus ganancias pueden ser descritas en la siguiente ecuación 4.3 .

$$\Delta y_i = \Delta K_{ij} \Delta u_j \quad (4.3)$$

Las interacciones del proceso de los sistemas de control en lazo abierto y en lazo cerrado se miden para todas las entradas y salidas en sus posibles emparejamientos de lazos de control. Se determina una relación de ganancia en lazo abierto 4.5 y ganancia de lazo cerrado 4.6, donde los resultados se muestran en una matriz 4.4.

$$K = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

$$K_{ij} = \frac{\partial y_i}{\partial u_j} / u_k, \forall k \neq j \quad (4.5)$$

$$K'_{ij} = \frac{\partial y_i}{\partial u_j} / y_l, \forall l \neq i \quad (4.6)$$

El arreglo RGA 4.7 será una matriz que considera una columna para cada variable de entrada y una fila para cada variable de salida en el sistema MIMO. Este formato permite a los ingenieros de Control Automático comparar de fácil manera la ganancia relativa de cara par de variables de entrada-salida, logrando por finalidad agrupar las variables de entrada y salida que tienen la mayor interacción entre sí, logrando minimizar efectos secundarios e indeseados.

$$\Lambda_{ij} = \frac{K_{ij}}{K'_{ij}} \quad (4.7)$$

La matriz de ganancia relativa puede ser determinada desde la matriz de ganancias estacionarias 4.9, en la cual se calcula como la matriz de ganancia por su matriz inversa transpuesta 4.10. Para Matlab la matriz RGA se calcula ingresando el código 4.8 en la ventana de comando.

$$\gg rga = K \cdot (inv(K))' \quad (4.8)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} \\ \Lambda_{21} & \Lambda_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{K_{11}K_{22}}{K_{11}K_{22}-K_{12}K_{21}} & \frac{-K_{12}K_{21}}{K_{11}K_{22}-K_{12}K_{21}} \\ \frac{-K_{12}K_{21}}{K_{11}K_{22}-K_{12}K_{21}} & \frac{K_{11}K_{22}}{K_{11}K_{22}-K_{12}K_{21}} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$\Lambda = K \cdot (K^{-1})^T \quad (4.10)$$

De los resultados obtenidos en el apartado anterior 3.2, 3.3 y 3.4 se construye la siguiente matriz de ganancia en estado estable 4.11 de cada una de las funciones de transferencia identificadas. Luego se procede a determinar la matriz RGA bajo el proceso mostrado anteriormente, donde el resultado de este análisis se muestra en la ecuación 4.12.

$$K = \begin{bmatrix} 0,35825 & 1,4035 \\ 0 & 1,2010 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Para concluir sobre este proceso de interacción y buscar el mejor esquema de control para el Twin Rotor MIMO System, es necesario explicar el significado de los posibles valores que pueden resultar de la matriz RGA.

1. ( $\lambda = 1,0$ ) Es el valor mas deseado de  $\lambda$ , el cual indica que el numerador y el denominador de la ecuación 4.7 son iguales. Eso quiere decir que el cierre de los lazos de control no tienen ningún efecto sobre el comportamiento del lazo de control a examinar. Por lo tanto se debe preferir conectar los lazos con un valor de ganancia relativa mas cercano a 1. Esto no asegura el mejor comportamiento del sistema, pero garantiza la estabilidad del sistema en estado estacionario. En si no se tendrán lazos ocultos y la estabilidad del lazo a analizar no se vera afectado por el cierre de los otros lazos de control.
2. ( $\lambda = 0$ ) Esto sucede cuando el numerador de la ecuacion 4.7 es cero, pero no el denominador. Para este caso el lazo de control no puede cerrarse por si solo, pero puede ser controlado bastante bien cuando los otros lazos de control están cerrados. En el caso de que  $K_{ij} = 0$  la entrada  $u_j$  no afecta directamente a la salida  $y_i$ , en el caso contrario si  $K'_{ij}$  es un valor muy grande la entrada  $u_j$  afecta mucho a la salida  $y_i$  cuando los demás lazos están cerrados.
3. ( $\lambda = \infty$ ) El denominador de la ecuación 4.7 se aproxima a cero. El lazo examinado no puede ser controlado de forma independiente ya que las variables tienen el mismo efecto entre si, las variables se consideraran esencialmente dependientes y no deben cerrarse sus lazos. Es decir para  $K'_{ij} = 0$  la entrada  $u_j$  no tiene efecto sobre la salida  $y_i$ .
4. ( $\lambda < 0$ ) Para un caso negativo significa que el numerador y el denominador de la ecuacion 4.7 tiene signos opuestos, encontrándonos con un caso de estabilidad relativa producto de un cambio de signo en la ganancia cuando los demás lazos se cierran. Los lazos de control con signos negativos deben ser evitados.

5. ( $0 < \lambda < 1,0$ ) La ganancia relativa dentro de este rango indica la parencia de un lazo de control negativa formada por la interacción de las variables de entrada. si el valor de  $\lambda = 0,5$  indica que el lazo de estudio posee una gran fuerza sobre los demás lazos, mientras menor es el valor mas fuerza posee el lazo. Si se requiere operar por si solo la ganancia del controlador debe ser multiplicado por su valor de  $\lambda$ . Diseñar desacopladores es requerido.
6. ( $\lambda > 1,0$ ) Indica la existencia de un lazo positivo adicional formado por interacción de las variables a medida que el valor de  $\lambda$  crece también crece la fuerza de este lazo. si mas de un lazo realimentando posee la misma dinámica estos pueden ser controlados de forma separada.

Tomando en cuenta los resultados de nuestra matriz RGA, resultante de los valores de ganancia de las funciones de transferencia obtenidas mediante experimentación sobre el twin rotor en tiempo real, es 4.12 (los valores de las filas y columnas de la matriz RGA, son interpretados mediante los items explicados anteriormente). A travez de lo anterior se puede concluir que la forma de controlar el Twin Rotor MIMO System sera con dos compensadores para los lazos expresando en 4.1 y otro en 4.2, ya que estos lazos presentar los valores de  $\lambda = 1,0$  siendo este el mejor resultado posible para la aplicacion de control.

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

# 5 Implementación de estrategia de control

Dentro de los conceptos fundamentales de control automático se encuentra con el concepto de modos de control, describiendo dos tipos existentes, el control en lazo abierto y en lazo cerrado. Control en lazo abierto es el modo en el cual se conocen las variables a controlar, en este caso, la entrada se elige con base a la experiencia de dichos sistemas para buscar la salida requerida. El control en lazo abierto se puede comparar como un control manual ya que el usuario influye directamente sobre las variables de entrada.

Por otro lado se define el modo de control en lazo cerrado, como el medio fundamental en control automático, por este medio se relaciona las variables de entrada y de salida a través de una realimentación la cual compara estas variables en cada instante mediante una señal de referencia, de esta forma encontrando las discrepancias entre estados para alcanzar un valor deseado.

## 5.1 Simulación del modelo controlado por PID

Para la simulación del sistema descrita anteriormente, se cerrará el lazo de control implementando un bloque PID tanto para el rotor principal y el rotor de cola, tal como se aprecia en la figura 5.1. Se define control PID como un conjunto de acciones relacionadas entre sí, las cuales son la acción proporcional, integral y derivativa; como se aprecia en la ecuación 5.1.

$$u(t) = Ke(t) + \frac{K}{T_i} \int e(t) dt + KT_d \frac{\partial e(t)}{\partial t} \quad (5.1)$$

La acción proporcional consiste simplemente en amplificar la señal de error antes de aplicarla a la planta o proceso. La función de transferencia de este tipo de control se reduce a una variable real, denominada  $K_p$  que determinará el nivel de amplificación del elemento de control.

## 5 CAPÍTULO 5. IMPLEMENTACIÓN DE ESTRATEGIA DE CONTROL

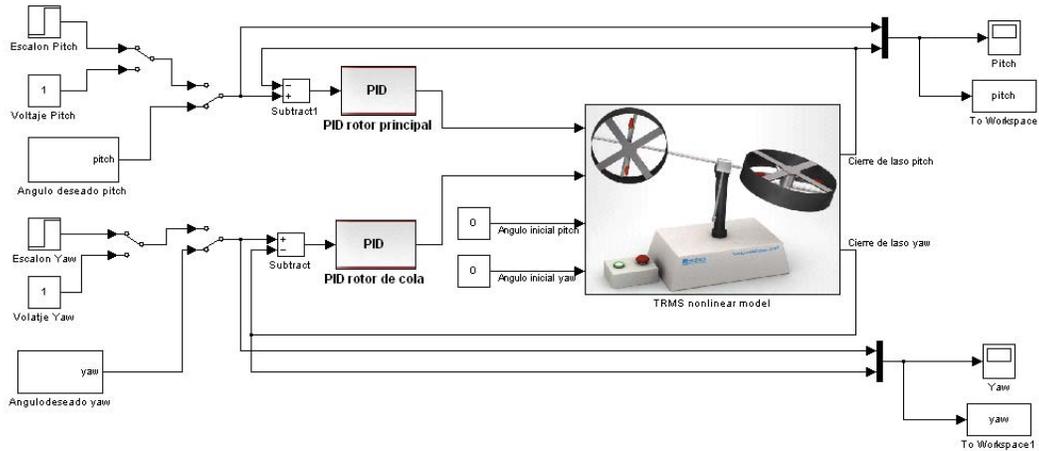


Figura 5.1: Bloques Simulink del sistema controlado por PID.

La acción integral se asegura de que la salida del proceso coincide con el estado estacionario. Con control proporcional, hay normalmente un error de control en estado estacionario. Con acción integral, un pequeño error positivo conducirá siempre a una señal de control creciente, y un error negativo dará una señal de control decreciente sin tener en cuenta lo pequeño que sea el error, donde  $T_i$  es el tiempo integral de esta acción.

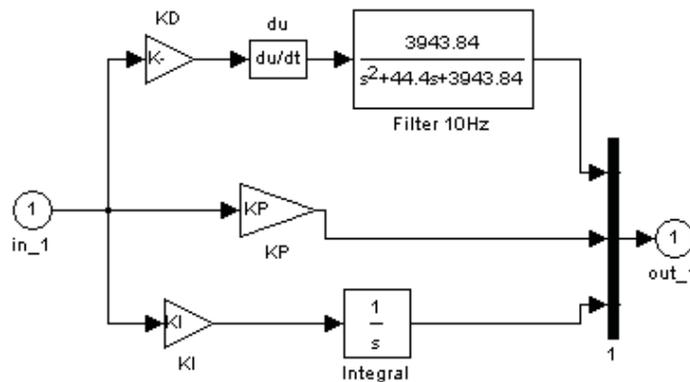


Figura 5.2: Bloques Simulink del controlador PID.

La acción derivativa logra mejorar la estabilidad en lazo cerrado. Es la acción que produce una señal de control proporcional a la velocidad con que la salida del proceso está cambiando respecto al punto de consigna. Así, el sistema de control tardará en corregir un error, estabilizando la variable controlada ante una perturbación, donde  $T_d$  es el tiempo derivativo de esta acción.

## 5 CAPÍTULO 5. IMPLEMENTACIÓN DE ESTRATEGIA DE CONTROL

Es necesario mencionar que el control PID no es el único método de control de sistemas, existen variadas formas de lograr una salida deseada, como por ejemplo controladores robustos, LQ, etc. Para esta investigación se utiliza el control PID por ser ampliamente utilizada en la industria actual y por ser el método impartido por la Escuela de Ingeniería Eléctrica.

El controlador como se muestra en la figura 5.2, se conforma por la ecuación de PID, con bloques de la acción proporcional, la acción integral y la acción derivativa con un filtro para eliminar el ruido que produce esta misma. El controlador se diseña de la misma manera para ambos rotores, utilizando la sintonización por LGR se trata de determinar las experimentaciones de Feedback, mostradas en la tabla 5.1, en la cual se trata de alcanzar una sobreelongación del 50% y un tiempo de asentamiento de aproximados 20 segundos. Donde la forma del controlador se expresa en la ecuación 5.2.

$$PID(s) = K_p \left( T_d s + \frac{1}{T_i s} + 1 \right) = \left( P + \frac{I}{s} + D \cdot s \right) \quad (5.2)$$

Tabla 5.1: Sintonización de los controladores PID.

Controlador Vertical	controlador horizontal
P = 3	P = 2
I = 8	I = 0.5
D = 10	D = 5

### 5.1.1 Resultado del sistema simulado controlado por PID

Los resultados obtenidos son satisfactorios, ya que la señal logra seguir a la referencia logrando el resultado deseado. Mostrando una respuesta es subamortiguada, lo que implica una sobreoscilación en la respuesta. En las siguientes figuras 5.3 y 5.4 se ven las respuestas para el rotor principal y de cola respectivamente (azul: referencia, verde: respuesta del sistema).

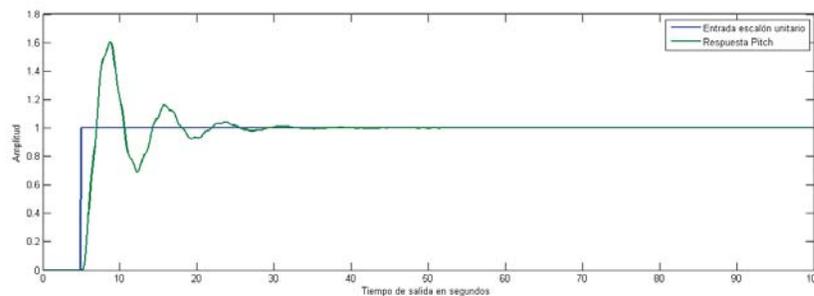


Figura 5.3: Respuesta Pitch a una entrada escalón del sistema simulado.

## 5 CAPÍTULO 5. IMPLEMENTACIÓN DE ESTRATEGIA DE CONTROL

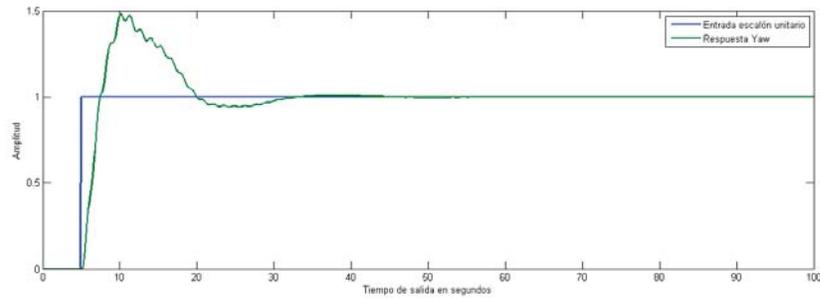


Figura 5.4: Respuesta Yaw a una entrada escalón del sistema simulado.

A su vez se puede apreciar que el sistema es capaz de seguir la referencia integrada por Feedback, 5.5 y 5.6 para el rotor principal y de cola respectivamente. Esta experimentación debe ser comparada posteriormente con el sistema en tiempo real, en el cual es requerido obtener resultados similares al modelo simulado.

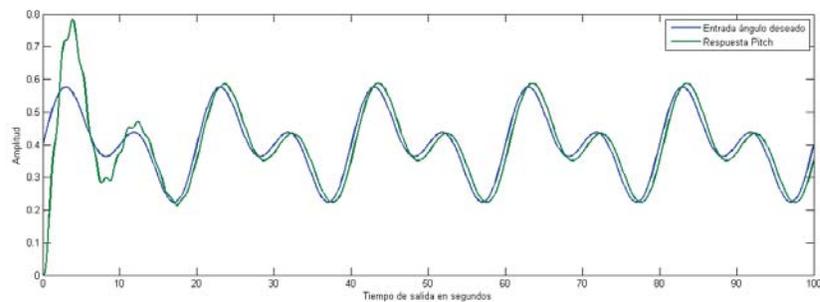


Figura 5.5: Respuesta Pitch a una entrada de ángulo deseado del sistema simulado.

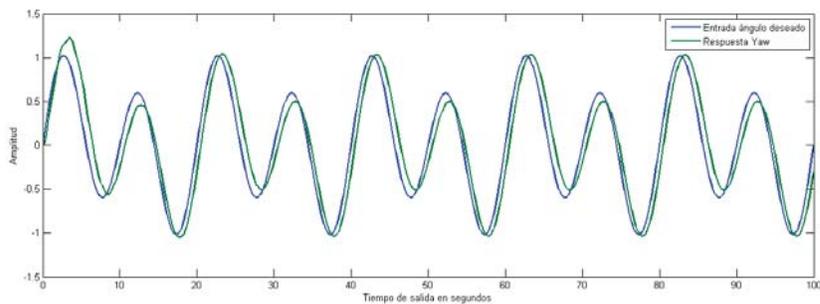


Figura 5.6: Respuesta Yaw a una entrada de ángulo deseado del sistema simulado.

## 5.2 Control PID en tiempo real

Para el estudio de control PID en tiempo real sobre el sistema Twin Rotor se tiene un modulo simulink, mostrado en la figura 5.7, que cuenta con el mismo tipo de entradas que el sistema simulado para ambos rotores, estas son una entrada escalón unitario, un valor constante y una suma de senoides llamadas angulo deseado el cual el sistema deberá ser capaz de seguir la referencia. Además, el sistema cuenta con dos Conversor Análogo Digital (DAC) que consideran dos salidas dentro de la tarjeta de adquisición de datos la asignación del canal 1 como el rotor principal y el canal 2 como el rotor de cola. A su vez, también se tiene un Encoder que permite recibir la información en tiempo real del sistema.

Todo esto dentro de un lazo cerrado con un bloque PID para cada variable de salida similar al modelo obtenido en Simulink mencionado en la sección anterior 5.2. Las respuestas del sistema quedan guardadas en un Array para posterior análisis.

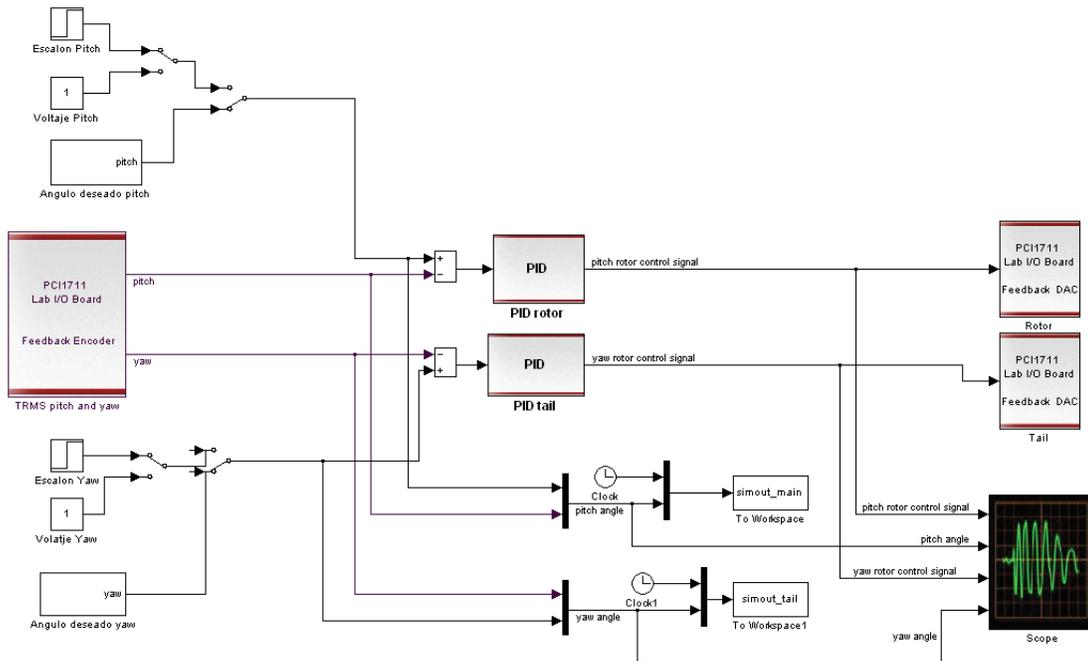


Figura 5.7: Aplicación de control PID en tiempo real para el TRMS.

Con los resultados del sistema controlado en tiempo real se podrá realizar un análisis comparativo de las respuestas del sistema con el modelo de control PID simulado del sistema, un resultado idéntico o muy similar podrá validar los procedimientos realizados sobre el Twin Rotor MIMO System. Como resultado, se obtendrá un método de control descriptivo válido para realizar guías de estudio sobre un sistema multivariable.

### 5.2.1 Resultados de control PID en tiempo real

Utilizando los mismos valores de las acciones de los controladores PID en la simulación de control del Twin Rotor 5.1, se determinan las respuestas tanto del Pitch como para el Yaw en tiempo real. Para una entrada escalón unitario se tienen las siguientes respuestas del sistema, para el Pitch 5.8 y el Yaw 5.10, como se puede apreciar ambas respuestas en tiempo real cumplen con los resultados obtenidos en la simulación, sus diferencias son mínimas ya que en el tiempo real se obtuvo una menor sobreelongación y la oscilación no es tan pareja ya que el sistema en tiempo real es muy susceptible y perturbable por el medio ambiente.

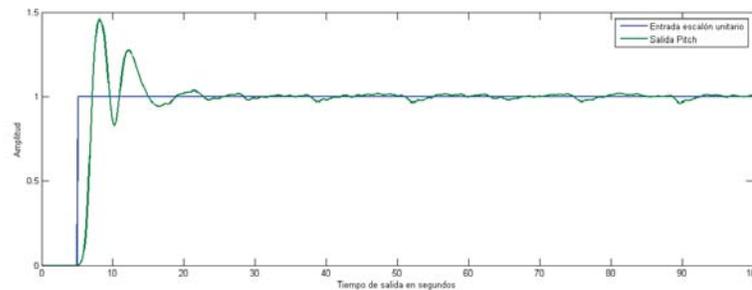


Figura 5.8: Respuesta Pitch controlada con una entrada escalón unitario.

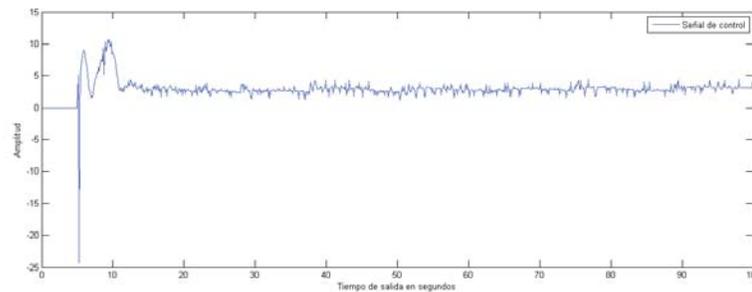


Figura 5.9: Señal de control Pitch para una entrada escalón unitario.

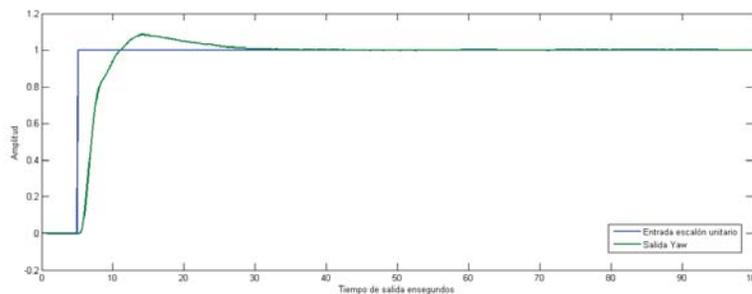


Figura 5.10: Respuesta Yaw controlada con una entrada escalón unitario.

## 5 CAPÍTULO 5. IMPLEMENTACIÓN DE ESTRATEGIA DE CONTROL

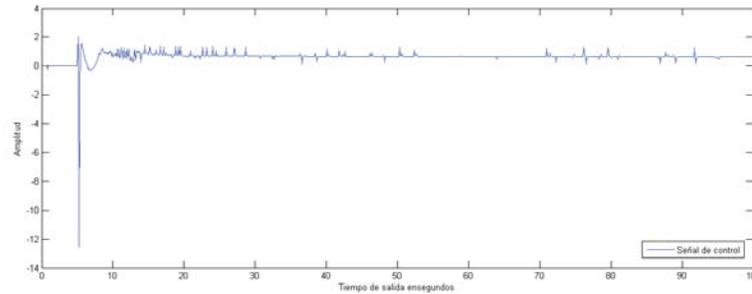


Figura 5.11: Señal de control Yaw para una entrada escalón unitario.

A la vez, los resultados del ángulo deseado, siendo la referencia que la planta Twin Rotor debe seguir, también presentan una respuesta similar a lo obtenido en la simulación, como se puede apreciar para el Pitch en la figura 5.12 y el Yaw en la figura 5.14. En si, los datos obtenidos son satisfactorios y nos permiten asegurar que la simulación de la planta Twin Rotor es una herramienta de alta fidelidad para realizar diseños y pruebas de control automático antes de realizar pruebas en tiempo real, permitiendo a los usuarios profundizar sus conocimientos en control multivariable.

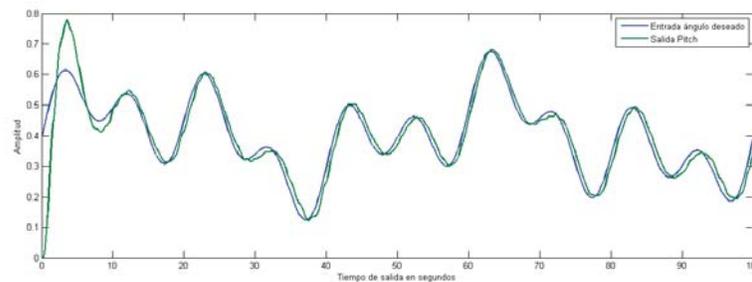


Figura 5.12: Respuesta Pitch controlada con una entrada de ángulo deseado.

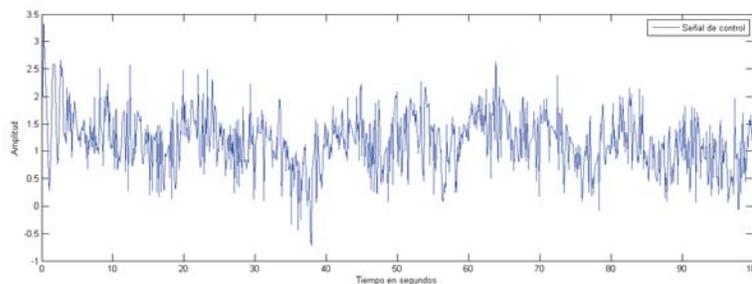


Figura 5.13: Señal de control Pitch para una entrada escalón ángulo deseado.

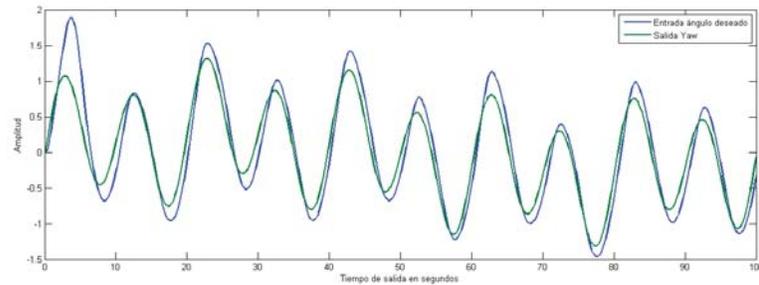


Figura 5.14: Respuesta Yaw controlada con una entrada de ángulo deseado.

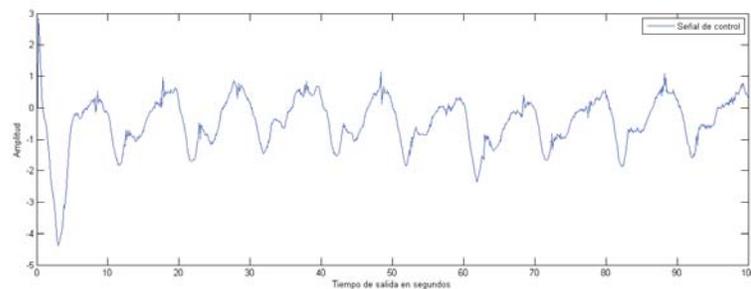


Figura 5.15: Señal de control Yaw para una entrada escalón ángulo deseado.

### 5.2.2 Sistema bajo perturbaciones

Una de los experimentos que permite verificar si los controladores PID están bien diseñados, es producir una perturbación sobre el sistema a medida que este está funcionando. Las acciones proporcional y derivativa permitirán recuperar la respuesta al valor deseado rápidamente. La acción integral permitirá eliminar el error en estado estacionario y permitirá al sistema seguir la referencia.

Para la experimentación, cuando el Twin Rotor se encuentra en un estado estable se le introduce una perturbación manual, apreciado en la figura 5.16, sobre uno de los rotores y se le deja el tiempo que sea necesario para que regrese a su valor deseado.

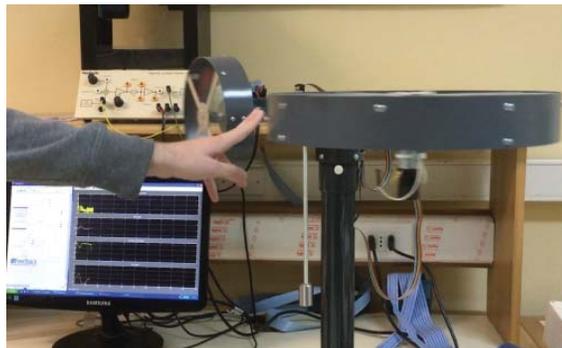


Figura 5.16: Perturbación manual.

## 5 CAPÍTULO 5. IMPLEMENTACIÓN DE ESTRATEGIA DE CONTROL

Para la respuesta Pitch, el resultado del sistema bajo perturbación se puede apreciar en la figura 5.17 junto con su señal de control. Acá se puede apreciar en la respuesta de ángulo deseado, como después de alcanzar el estado estable se aplica la perturbación al sistema controlado le toma alrededor de 10 segundos estabilizarse nuevamente.

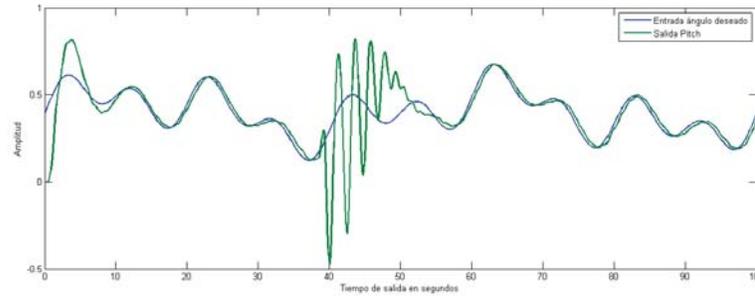


Figura 5.17: Respuesta de variable Pitch bajo perturbación.

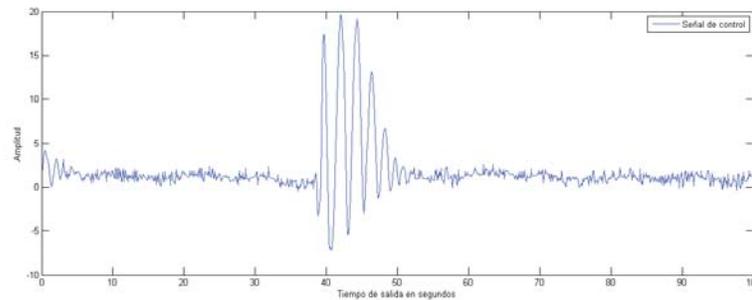


Figura 5.18: Señal de Control de variable Pitch bajo perturbación.

De manera equivalente, para la respuesta de ángulo deseado del Yaw, luego de alcanzar su estado estacionario, esta respuesta es perturbada y se demora al rededor de 10 segundos volver a alcanzar su valor deseado, como se ve en la figura 5.19 con su señal de control. De esta manera se puede reiterar el funcionamiento de los controladores PID.

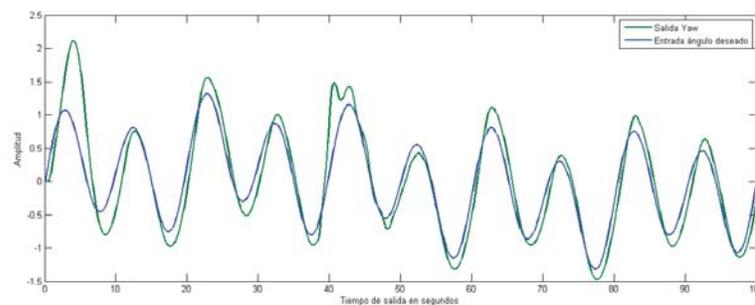


Figura 5.19: Respuesta de variable Yaw bajo perturbación.

## 5 CAPÍTULO 5. IMPLEMENTACIÓN DE ESTRATEGIA DE CONTROL

---

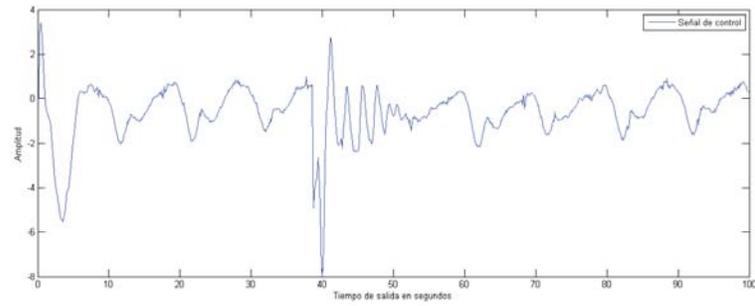


Figura 5.20: Señal de Control de variable Yaw bajo perturbación.

## 6 Diseño de guías de estudio

Para la realización de este proyecto se requiere crear guías de estudio para uso docente sobre una estrategia de control acerca de un sistema multivariable MIMO, que muestren el paso a paso de las aplicaciones de herramientas necesarias para realizar control sobre el sistema Twin Rotor.

Se inicia el proceso identificando las distintas secciones que corresponden a este proyecto, luego, se dividen en 3 guías las cuales tienen relación directa con los tópicos tratados para el desarrollo de control sobre el sistema multivariable. Estas 3 guías son parte de un proceso completo y se llama guía marco teórico, Primera guía práctica y Segunda guía práctica. Estas guías serán descritas a continuación. Las guías se encuentran en la página A-1.

### 6.1 Guía marco teórico

La primera guía denominada marco teórico, pretende ser una introducción a los sistemas multivariables sobretodo al sistema Twin Rotor MIMO System. Este documento contiene una breve contextualización, explicando como simula al Twin Rotor y como se compara con un helicóptero al poseer 2 rotores y una dinámica similar al helicóptero. Se mencionan los diversos usos de estos y como el twin rotor logra estudiar el comportamiento de estos.

Consiguiente a esto, es requerido seguir con una mayor profundidad sobre la planta a trabajar, por lo que los siguientes puntos de esta guía describe el modelo fenomenológico que rigen sobre el sistema, su dinámica y la física implicada sobre este sistema. Para esto se utiliza la segunda ley de Newton para la visualización de la dinámica del Twin rotor, logrando una descripción física detallada del sistema.

Por ultimo, se describen los parámetros físicos del sistema, donde cada pieza del sistema Twin Rotor es medida y masada para lograr una descripción con parámetros reales sobre la dinámica del sistema.



Figura 6.1: Portada Guía marco teórico.

### 6.2 Primera guía práctica

La primera guía práctica corresponde a las primeras experimentaciones que se deben realizar para lograr el cometido de controlar el sistema. Esta guía se relaciona con la identificación del sistema, sus funciones de transferencias y como utilizar las herramientas otorgadas para el cumplimiento de los objetivos.

La guía cuenta con una introducción sobre el sistema MIMO de dos variables de entrada y de salida y su relación dentro de un subsistema. Luego, se dan a conocer los objetivos que los estudiantes deben lograr a través de esta guía, un formato de entrega de informe, las consideraciones y precauciones que deben ser conocidas antes de operar con la planta multivariable. Luego, se cuenta la descripción de los entornos virtuales para el uso de las simulaciones y la aplicación en tiempo real utilizando Matlab Simulink (esto considera como encontrar los archivos necesarios y como utilizarlos de manera debida).

Finalmente, se describe la actividad que deberá realizar el estudiante para llevar la experimentación a cabo y una serie de preguntas para realizar mediante un informe de laboratorio. Esto también cuenta con una rubrica de evaluación que se proporcionará a los estudiantes y les permitirá tener en cuenta como se le es evaluado.



Figura 6.2: Portada Primera guía práctica.

### 6.3 Segunda guía práctica

La segunda guía práctica comprende una introducción al control PID, como funciona y su aplicación en sistemas multivariables. Luego, se dan a conocer los objetivos que debe lograr el estudiante, un formato de entrega de informe, las consideraciones que se deben tener en cuenta al aplicar control sobre el sistema real y el proceso de diseño de un compensador PID. También se describe como encontrar y utilizar el entorno Twin Rotor para la aplicación de control automático tanto en tiempo real como simulado, de manera detallada.

Luego, se describe la actividad a realizar sobre la aplicación de control automático, junto con las preguntas para la entrega de informe y la rubrica de evaluación

Con esta última guía se cierra el proceso y se detalla el paso a paso, para la aplicación de una estrategia de Control Automático para un sistema multivariable, específicamente el sistema Twin Rotor MIMO System. Con estas guías los usuarios podrán lograr analizar, comprender y aplicar la teoría de control sobre sistemas MIMO en una planta real bajo instancias de laboratorio, conociendo los fundamentos necesarios para su realización.



Figura 6.3: Portada Segunda guía práctica.

## Conclusiones

Para los alumnos de la Escuela de Ingeniería Eléctrica de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso uno de los tópicos de estudio es analizar y comprender problemas de control automático donde se desea controlar sólo una variable de un cierto sistema. Sin embargo, en muchos procesos industriales el objetivo es mantener más de una variable en su valor deseado; estos procesos son llamados Sistemas Multivariables (MIMO) y se caracterizan por poseer usualmente una interacción entre sus variables, es decir, que cada variable de entrada tiene un efecto sobre más de una variable de salida.

En una primera instancia, se identificó la dinámica del TRMS mediante un análisis fenomenológico expresando la física que rige este sistema. Esta dinámica se logró expresar mediante la segunda ley de Newton. Esta ley relaciona la sumatoria de los momentos de fuerza y la de los momentos de inercia con la segunda derivada de la posición angular de los rotores en un plano vertical-horizontal. Gracias a este análisis fue posible profundizar el entendimiento de la planta Twin Rotor, para así lograr un mejor análisis al realizar una simulación del sistema no lineal.

En segundo lugar fue requerido identificar los lazos de control y la dinámica de cada uno de ellos, representados en funciones de transferencia que permitió a los ingenieros de control un análisis matemático del sistema multivariable. El proceso de identificación entregó la información necesaria para determinar si el sistema posee interacción entre sus variables, posteriormente esta información permitió desarrollar una estrategia de control. Para el análisis de interacción se utilizó el método de la matriz de ganancia relativa, el cual utiliza el valor de a ganancia de las funciones de transferencia identificadas tanto en lazo abierto como en lazo cerrado, y entregó un valor que nos permite deliberar una opción sobre la estrategia de control a utilizar.

Una vez determinado lo anterior se prosiguió a crear una estrategia de control, en este caso se utilizó control PID ya que es un método muy utilizado en la industria hoy en día y a su vez conocido por los alumnos de la Escuela de Ingeniería Eléctrica para determinar el valor de las acciones de los controladores PID, mediante el método de sintonización por el lugar geométrico de las raíces, se prosigue a ingresar los valores a una simulación del sistema Twin Rotor en lazo cerrado y se captura la respuesta del sistema controlado. Si la respuesta era satisfactoria se prosiguió a controlar la planta en tiempo real, la cual deberá arrojar una respuesta muy similar a obtenida en simulación, para las variables de salida Pitch y Yaw.

Los resultados obtenidos en este trabajo fueron satisfactorios, dando resultados importantes que fueron utilizados en la realización de guías de estudio de sistemas MIMO para uso docente. De los resultados se crearon 3 guías que representan el paso a paso del control del sistema Twin Rotor, una guía de Marco Teórico la cual muestra en análisis fenomenológico del sistema, una guía práctica que permite realizar el proceso de identificación de las funciones de transferencia y una última guía que permite realizar control sobre el sistema.

Se puede concluir que para un óptimo desarrollo de las competencias y habilidades de los estudiantes de la Escuela de Ingeniería Eléctrica de la PUCV en tópicos de Control Automático se requiere implementar herramientas con fines educacionales sobre los Sistemas Multivariables, con el fin de ayudarlos a comprender, analizar e implementar estrategias de control comúnmente usadas en la industria.

Las proyecciones de este trabajo viene siendo la puesta en marcha del estudio de sistemas MIMO, en asignaturas optativos referente a la realización del control sobre estos sistemas utilizando las guías realizadas, las cuales permitirán medir las competencias de los estudiantes y profundizar sus conocimientos en temas de control. A su vez se pueden realizar estudios más complejos sobre el sistema Twin Rotor, utilizando métodos de análisis interactivos más completos. Y aplicar métodos de sintonización de control PID más robustos o determinar otras estrategias de control más avanzadas.

## Bibliografía

- [1] F. I. Ltd, "Sitio web," 2013. [En línea]. Disponible en: <http://www.feedback-instruments.com>
- [2] F. I. Ltd., *Control Experiments - 33-949S*, Crowborough, Inglaterra., November 1999.
- [3] S. M. Ahmad, "Modelling and control of a twin rotor mimo system by," *University of London*, 2001.
- [4] N. H. Nghia, "Modelling,, siimulatiion,, and caliibratiion of twiin rotor miimo system," *Universidad Politécnica de Catalonia*, Junio 2007.
- [5] J. O. Pizarro, "Estrategias avanzadas para el control de un sistema mimo de 2 rotores," *Universidad de Chile*, Octubre 2007.
- [6] R. Cajo y W. Agila, "Evaluation of algorithms for linear and nonlinear pid control for twin rotor mimo system," en *2015 Asia-Pacific Conference on Computer Aided System Engineering*, July 2015, pp. 214–219.
- [7] G. D. Prasad, P. S. Manoharan, y A. P. S. Ramalakshmi, "Pid control scheme for twin rotor mimo system using a real valued genetic algorithm with a predetermined search range," en *2013 International Conference on Power, Energy and Control (ICPEC)*, Feb 2013, pp. 443–448.
- [8] J. A. O. Cabrera, "Control de la planta twin rotor mimo system y creación de un entorno de aprendizaje," *Escuela de Ingeniería Eléctrica, PUCV*, Abril 2013.
- [9] F. I. Ltd., *advanced teaching manual 1; 33-007- 4M5*, Crowborough, Inglaterra., November 1999.
- [10] F. S. B. D. Campbell, P. G. Friedmann, "Process control and optimization, volumen ii," *Relative Gain Calculation*, 2005.
- [11] J. I. Y. Mario E. Salgano, "Una medida de interacción multivariable en el dominio del tiempo y de la frecuencia," *Departamento de Electrónica, Universidad Técnica Federico Santa Mararía*, Abril 2009.

- [12] G. D.Sankaranarayanan, "Implementing the concept of relative gain array for the control of mimo system: Applied to distillation column," *International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering*, Mayo 2015.
- [13] W.-K. L. Jih-Gau Juang, Ren-Wei Lin, *Applied Mathematics and Computation*, Keelung, Taiwan., 2008.
- [14] F. I. Ltd., *MATLAB GUIDE for Feedback Control Instrumentation*, Crowborough, Inglaterra.
- [15] A. Megretski, "Multivariable control systems," *Massachusetts Institute of Technology: MIT OpenCourseWare*, 2004. [En línea]. Disponible en: <https://ocw.mit.edu>

# A Guía marco teórico

A continuación, se presenta la guía Marco Teórico la cual tiene como finalidad dar a conocer en profundidad el funcionamiento del sistema Twin Rotor como una planta de laboratorio Multivariable que servirá para futuras aplicaciones de Control Automático.

## A.1 Contextualización

Un helicóptero es un avión que es levantado y propulsado por uno o más rotores, tiene la capacidad de despegar y aterrizar verticalmente y mantener un vuelo constante en el aire sobre un solo punto en el suelo. Esto permite que el helicóptero aterrice y despegue en casi cualquier lugar incluyendo helipuertos en medio de ciudades ocupadas o terrenos accidentados en áreas remotas. El helicóptero se utiliza para el rescate, la evacuación médica y como una plataforma de observación. Otras operaciones que involucran el uso de helicópteros son la lucha contra incendios, como grúa aérea, transporte de personal, recopilación de noticias electrónicas, uso militar y por placer. Los Helicóptero pueden volar debido a la fuerza aerodinámica o fuerza Zhukovski. Producto de la diferencia de presión entre la superficie superior y la superficie inferior de las hélices, cuando los flujos de aire las cubren.



Figura A.1: Helicóptero de con un rotor principal y un rotor de cola.

El aire fluye alrededor de las hélices que tienen elevación y simultáneamente aparece una fuerza de arrastre. La parte inferior de la hoja tiene una presión más alta que la parte superior, ejerciendo una fuerza desde el fondo a la parte superior y es perpendicular con la hoja. Este diferencial de presión depende del perfil de la cuchilla, del ángulo de ataque del aire que fluye y la rotación de las hélices. Por lo tanto, las hélices giran con la velocidad necesaria para el vuelo del helicóptero producto a la fuerza aerodinámica, esto quiere decir que esta fuerza es

más alta que el peso del helicóptero. Después de que el helicóptero se levantó del suelo, el piloto puede inclinar las palas, haciendo que el helicóptero se incline hacia adelante, hacia atrás o hacia un lado.



Figura A.2: Planta de control, Twin Rotor MIMO System, fabricado por Feedback Ltd.

Hay muchos tipos de helicópteros, hoy en día; El tipo popular es el modelo del helicóptero que tiene una hélice de la elevación y una hélice de la cola. Cuando las hélices se elevan, el cuerpo del helicóptero también gira alrededor de ellas en dirección opuesta. Para evitar este fenómeno, se tiene una hélice de cola en dirección vertical, creando una corriente de aire en dirección horizontal. Además de eso, desempeña un papel en el cambio de dirección del helicóptero en el plano horizontal. Este tipo de avión es usado por su simpleza y alta estabilidad.

Twin Rotor MIMO System desarrollado por Feedback Ltd. es un equipo que simula un helicóptero de dos grados de libertad. Este modelo es un buen punto de referencia de control multivariable. Permite ilustrar el control de la mecánica de helicópteros con dos grados de libertad que gira alrededor de dos direcciones.

### A.2 Modelamiento fenomenológico

Para la descripción fenomenológica del sistema de dos rotores es necesario definir en primer lugar los componentes del sistema. En ambos extremos del rayo, con un contrapeso en el centro, se encuentran dos motores DC que rigen el movimiento del rotor principal y el de cola. La junta articulada le permite al rayo rotar con una circunferencia esférica. El contrapeso perpendicular al rayo, determina una posición de equilibrio de tal modo que al oprimir el botón de apagado, el rotor principal pueda bajar de forma mesurada.

El control del sistema es el voltaje aplicado en los motores y las señales de medición son: la posición del rayo en el espacio, siendo un ángulo de posición y un ángulo de velocidad de los rotores. La figura 3 es un esquema físico del sistema dinámico.

Para el análisis fenomenológico se plantean las siguientes hipótesis:

- La dinámica de las hélices se puede expresar como ecuaciones diferenciales de 1er orden.
- La fricción del sistema se considera del tipo viscosa.
- El sistema hélice-aire puede representarse según los postulados de la teoría de flujo.

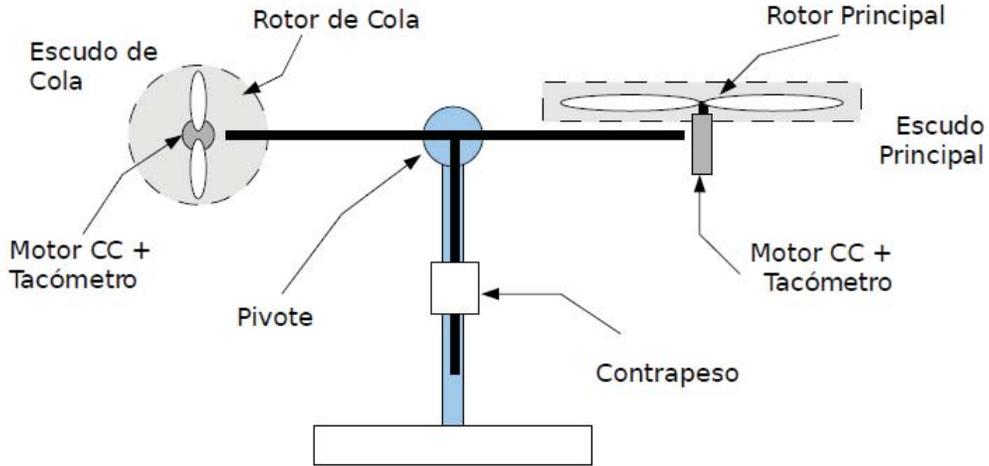


Figura A.3: Modelo aerodinámico del TRMS.

Entonces se ocupa la segunda ley de Newton para determinar el modelo, Donde  $(h, v)$  son subíndices para denotar el plano horizontal y vertical, respectivamente.

$$M_i = J_i \frac{\partial^2 \alpha_i}{\partial t^2}, i \in (h, v) \quad (A.1)$$

Dónde:

- $M_i$ : Es la suma de las fuerzas en el plano  $i$ .
- $J_i$ : Es la suma de los momentos de inercia relativos al plano  $i$ .
- $\alpha_i$ : Ángulo con respecto al plano.

Después:

$$M_i = \sum_{n=1}^4 M_{in} \quad (A.2)$$

$$J_i = \sum_{n=1}^8 J_{in} \quad (A.3)$$

### A.3 Modelo del plano vertical

Para obtener la descripción del sistema es necesario modelar en un plano horizontal y vertical. En la figura 4 se puede apreciar el médelo del TRMS en la cuales se pueden definir las siguientes constantes para la descripción simplificada de la dinámica del sistema:

$$A = \left(\frac{m_t}{2} + m_{tr} + m_{ts}\right)l_t \quad (\text{A.4})$$

$$B = \left(\frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms}\right)l_m \quad (\text{A.5})$$

$$C = \frac{m_b}{2}l_b + m_{cb}l_{cb} \quad (\text{A.6})$$

Dónde:

- $m_{mr}$  : Masa del motor DC con el rotor principal.
- $m_m$  : Masa del rayo del pivote-motor principal.
- $m_{tr}$  : Masa del motor DC con el rotor de cola.
- $m_t$  : Masa del rayo pivote-motor de cola.
- $m_{cb}$  : Masa del contrapeso.
- $m_b$  : Masa del rayo pivote-contrapeso.
- $m_{ms}$  : Masa del escudo principal.
- $m_{ts}$  : Masa del escudo de cola.
- $l_m$  : Largo del rayo pivote-motor principal.
- $l_t$  : Largo del rayo pivote-motor de cola.
- $l_b$  : Largo del rayo pivote-contrapeso.
- $l_{cb}$  : Distancia pivote-contrapeso.

En primer lugar de deberán describir los momentos de fuerza asociados al plano vertical del sistema como se puede apreciar en la figura 5, utilizando las contantes definidas anteriormente.

Torque de retorno para las fuerzas de gravedad:

$$M_{v1} = g [(A - B) \cos(\alpha_v) - C \sin(\alpha_v)] \quad (\text{A.7})$$

Momento de la fuerza propulsora producido por el rotor principal:

$$M_{v2} = l_m F_v(\omega_m) \quad (\text{A.8})$$

Momento de la fuerza centrífuga del rayo en el eje vertical:

$$M_{v3} = -\Omega_h^2 (A + B + C) \sin(\alpha_v) \cos(\alpha_v) \quad (\text{A.9})$$

Momento de fricción dependiente de la velocidad angular:

$$M_{v4} = -\Omega_v K_v \quad (\text{A.10})$$

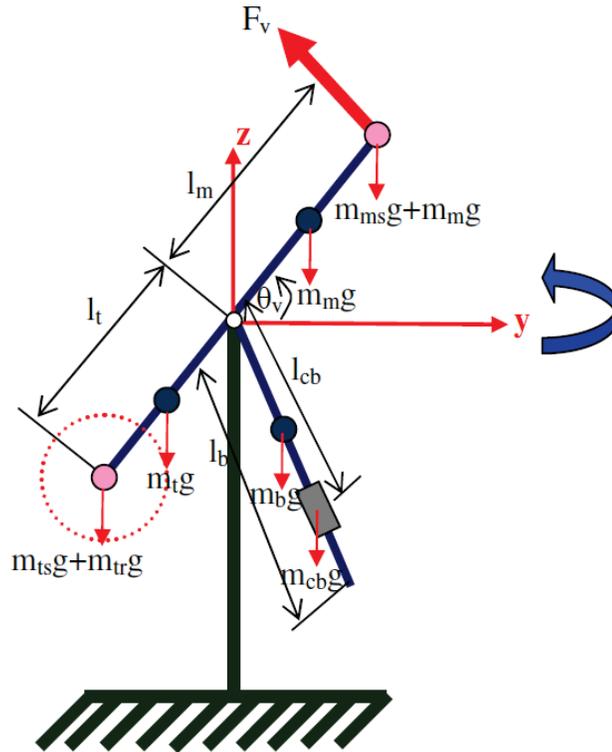


Figura A.4: vista horizontal del TRMS.

Donde:

- $\omega_m$ : Velocidad angular del rotor principal.
- $F_v(\omega_m)$ : Fuerza propulsora del rotor principal.
- $\Omega_v$ : Velocidad angular alrededor del eje horizontal.
- $\Omega_h$ : Velocidad angular alrededor del eje vertical.
- $k_v$ : Constante.
- $g$ : Aceleración de gravedad.

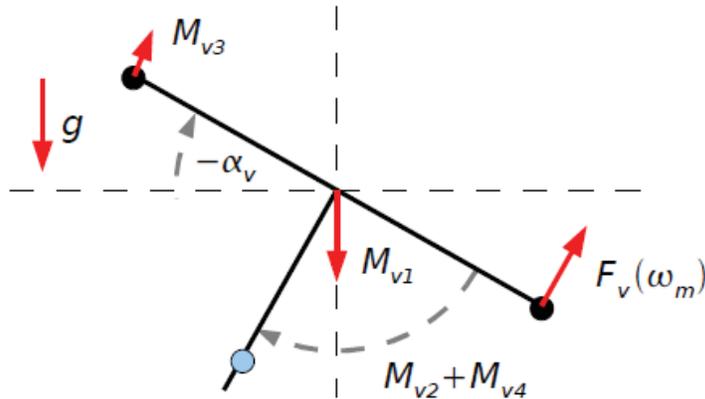


Figura A.5: Momentos de fuerza en el modelo vertical.

Para un mejor entendimiento se define las siguientes ecuaciones:

$$\Omega_h = \frac{\partial \alpha_h}{\partial t} \quad (\text{A.11})$$

$$\Omega_v = \frac{\partial \alpha_v}{\partial t} \quad (\text{A.12})$$

Por último se definen los momentos de inercia del sistema alrededor del plano vertical, Nótese que los momentos de inercia no dependen de la posición del sistema.

- $J_{v1} = (m_{mr} l_m^2)$
- $J_{v2} = (m_m \frac{l_m^2}{3})$
- $J_{v3} = (m_{cb} l_{cb}^2)$
- $J_{v4} = (m_b \frac{l_b^2}{3})$
- $J_{v5} = (m_{tr} l_t^2)$
- $J_{v6} = (m_t \frac{l_t^2}{3})$
- $J_{v7} = \frac{m_{ms}}{2} r_{ms}^2 + m_{ms} l_m^2$
- $J_{v8} = m_{ts} r_{ts}^2 + m_{ts} l_t^2$

Dónde:

- $r_{ms}$  : radio del escudo principal.
- $r_{ts}$  : radio del escudo de cola.

#### A.4 Modelo del plano horizontal

El modelo horizontal para este sistema es muy parecido al vertical, excepto por la no existencia de la gravedad. Donde el momento de las fuerzas aplicadas al rayo rotando en el eje vertical, como se ven en la figura 5, se tiene definida como:

$$M_{h1} = l_t F_h(\omega_t) \cos(\alpha_v) \quad (\text{A.13})$$

Donde el momento de fricción dependiendo de la velocidad angular del rayo al rededor del eje vertical es:

$$M_{h2} = -\Omega_h K_h \quad (\text{A.14})$$

Dónde:

- $\omega_t$  : velocidad angular del rotor principal.
- $F_h(\omega_t)$  : Fuerza propulsora del rotor de cola.
- $H_h$  : fuerza propulsora del rotor principal.
- $K_h$  : constante.

Las componentes de los momentos de inercia relativos al eje horizontal se pueden escribir como:

- $J_{h1} = \frac{m_m}{3} (l_m \cos(\alpha_v))^2$
- $J_{h2} = \frac{m_t}{3} (l_t \cos(\alpha_v))^2$
- $J_{h3} = \frac{m_b}{3} (l_b \sin(\alpha_v))^2$
- $J_{h4} = m_{tr} (l_t \cos(\alpha_v))^2$
- $J_{h5} = m_{mr} (l_m \cos(\alpha_v))^2$
- $J_{h6} = m_{cb} (l_{cb} \sin(\alpha_v))^2$
- $J_{h7} = \frac{m_{ts}}{2} r_{ts}^2 + m_{ts} (l_t \cos(\alpha_v))^2$
- $J_{h8} = m_{ms} r_{ms}^2 + m_{ms} (l_m \cos(\alpha_v))^2$

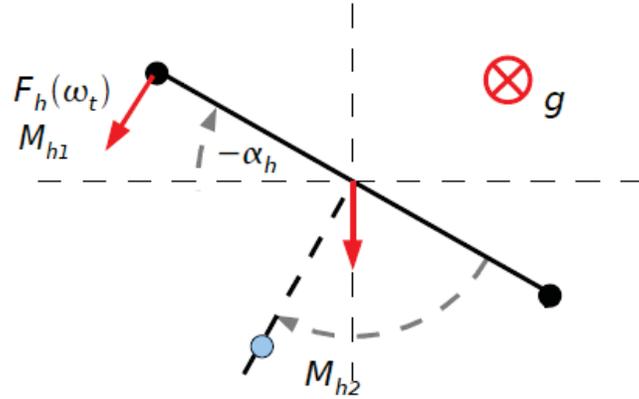


Figura A.6: Momentos de fuerza para el modelo horizontal.

Donde se definen las siguientes constantes:

$$D = \left( \frac{m_b}{3} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m^2 + \left( \frac{m_t}{3} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_t^2 \quad (\text{A.15})$$

$$E = \frac{m_b}{3} l_b^2 + m_{cb} l_{cb}^2 \quad (\text{A.16})$$

$$F = m_{mr} r_{ms}^2 + \frac{m_{ts}}{2} r_{ts}^2 \quad (\text{A.17})$$

Se obtiene el modelo compacto para la suma de los momentos de inercia, dado como:

$$J_h = D \cos^2(\alpha_v) + E \sin^2(\alpha_v) + F \quad (\text{A.18})$$

## A.5 Modelo final

Con las ecuaciones antes descritas, se puede escribir el modelo entero como:

$$\frac{\partial \alpha_v}{\partial t} = \Omega_v = S_v + \frac{J_{tr} \omega_t}{J_v} \quad (\text{A.19})$$

$$\frac{\partial S_v}{\partial t} = \frac{\partial^2 \alpha_v}{\partial t^2} = \frac{l_m F_v(\omega_m) - \Omega_v K_v + g((A-B)\cos(\alpha_v) - C\sin(\alpha_v)) - \frac{1}{2}\Omega_h^2(A+B+C)\sin(2\alpha_v)}{J_v} \quad (\text{A.20})$$

$$\frac{\partial \alpha_h}{\partial t} = \Omega_h = S_h + \frac{J_{mr}\omega_m \cos(\alpha_v)}{J_h} \quad (\text{A.21})$$

$$\frac{\partial S_h}{\partial t} = \frac{\partial^2 \alpha_h}{\partial t^2} = \frac{l_t F_h(\omega_t) \cos(\alpha_v) - \Omega_h K_h}{J_h} \quad (\text{A.22})$$

Dónde:

- $J_{tr}$  : Momento de inercia en el subsistema motor – hélice (cola).
- $J_{mr}$  : Momento de inercia en el subsistema motor – hélice (principal).
- $S_v$  : Momento angular en el plano vertical para el sistema.
- $S_h$  : Momento angular en el plano horizontal para el sistema.

## A.6 Parámetros físicos

Los siguientes parámetros se calculan midiendo y masando los componentes correspondientes, obteniendo de esta manera lo siguiente:

- $l_t = 0,25[m]$
- $l_m = 0,24[m]$
- $l_b = 0,26[m]$
- $l_{cb} = 0,13[m]$
- $r_{ms} = 0,155[m]$
- $r_{ts} = 0,10[m]$
- $m_{tr} = 0,206[kg]$
- $m_{mr} = 0,228[kg]$
- $m_{cb} = 0,068[kg]$
- $m_t = 0,0155[kg]$
- $m_m = 0,0145[kg]$
- $m_b = 0,022[kg]$
- $m_{ts} = 0,165[kg]$
- $m_{ms} = 0,225[kg]$

Remplazando estos valores en las constantes mostradas con anterioridad, se llega a las nuevas constantes y funciones para los momentos de inercia equivalentes para el plano vertical y horizontal. También para el momento de fuerza de la gravedad y el momento de fuerza centrífuga.

$$J_v = \sum_i^8 J_{iv} = 0,055846 [kg * m^2] \quad (A.23)$$

$$J_h = \sum_i^8 J_{hi} = 0,04901 \cos^2(\alpha_v) + 0,0016065 \sin^2(\alpha_v) + 0,0063306 [kg * m^2] \quad (A.24)$$

$$M_{v1} = 9,81 (-0,0139315 \cos(\alpha_v) + 0,0117076065 \sin(\alpha_v)) [Nm] \quad (A.25)$$

$$M_{v3} = -0,05038268 \Omega_h^2 \sin(\alpha_v) \cos(\alpha_v) [Nm] \quad (A.26)$$

Dónde:

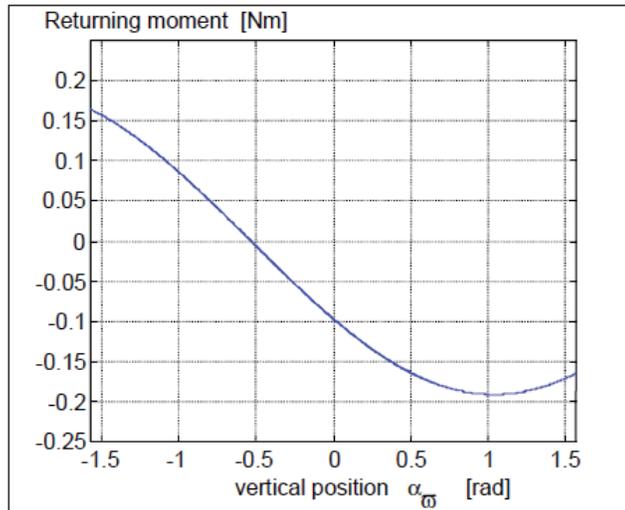


Figura A.7: Momento de fuerza de gravedad.

Dónde:

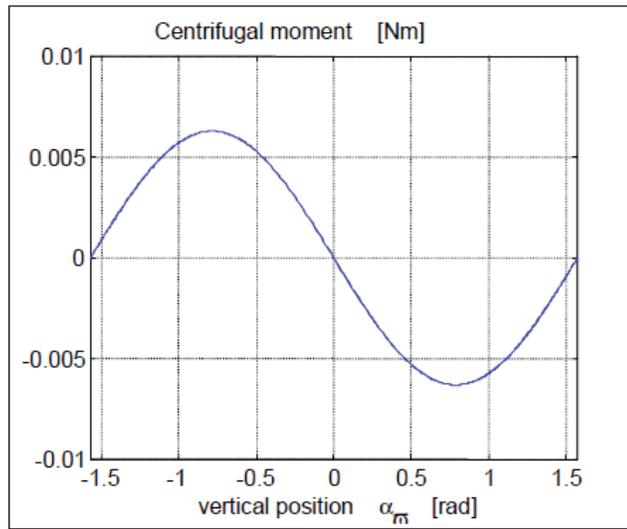


Figura A.8: Momento de fuerza centrífuga.

# B Primera guía práctica

El siguiente documento, llamado Primera Guía Práctica, pretende dar a conocer los pasos a seguir para la identificación del sistema Twin Rotor, expresando en funciones de transferencia.

## B.1 Introducción

Para poder comenzar la modelación fenomenológica, se debe conocer la relación entre el voltaje de entrada aplicado a cada uno de los motores DC y la fuerza de empuje que se obtiene, como se ve en la figura 1. Esta relación se compone básicamente de dos etapas: la relación entre voltaje ( $u_v, u_h$ ) y velocidad angular ( $\omega_m, \omega_t$ ), y relación entre velocidad angular y la fuerza de empuje ( $F_v, F_h$ ), con esto se determinan dos nuevas ecuaciones.

La velocidad angular se obtiene, a su vez, en dos partes: Una dinámica de 1er orden y una estática polinomial, relacionadas a través de ( $u_{vv}, u_{hh}$ ). La relación entre velocidad y fuerza es un polinomio que depende exclusivamente del modelo y forma de la hélice que se ocupe.

Se puede notar que no existe una dependencia explícita del voltaje de entrada en los motores con el modelo antes presentado. Esto se debe a que el modelo se calcula a partir de la segunda ecuación de Newton, vista en el marco teórico, que se basa en la suma de fuerzas. Luego se debe determinar el modelo para la fuerza ejercida por las hélices dependiendo del voltaje de entrada. A estas fuerzas se les ha llamado  $F_v(\omega_m)$  y  $F_h(\omega_t)$  para el rotor principal y el de cola, respectivamente.

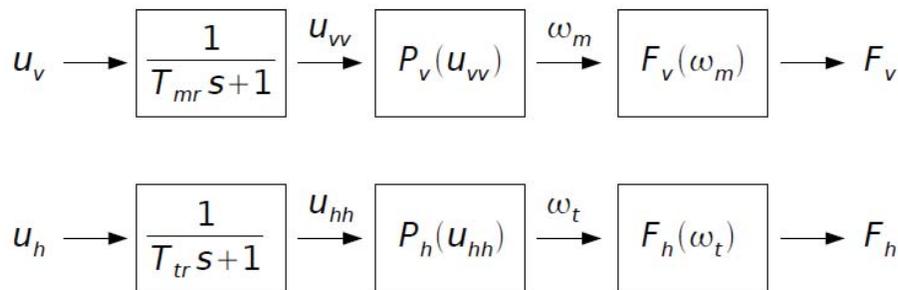


Figura B.1: Diagrama para el modelo de entrada.

$$\frac{\partial u_{vv}}{\partial t} = \frac{1}{T_{mr}} (-u_{vv} + u_v), \quad \omega_m = P_v(u_{vv}) \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\partial u_{hh}}{\partial t} = \frac{1}{T_{tr}} (-u_{hh} + u_h), \quad \omega_t = P_h(u_{hh}) \quad (\text{B.2})$$

Donde:

- $T_{mr}$ : Constante de tiempo rotor principal-motor DC.
- $T_{tr}$ : Constante de tiempo rotor de cola-motor DC.

El modelo fenomenológico del sistema Twin Rotor y el modelo de entrada del sistema se puede simplificar como una caja negra con dos entradas y dos salidas, con una interacción entre sí. Para resumir toda esta información se puede determinar el sistema como una matriz de funciones de transferencia que representa la influencia de las variables de entrada con las variables de salida, como se puede ver en la figura B.2. Donde las interacciones directas vienen

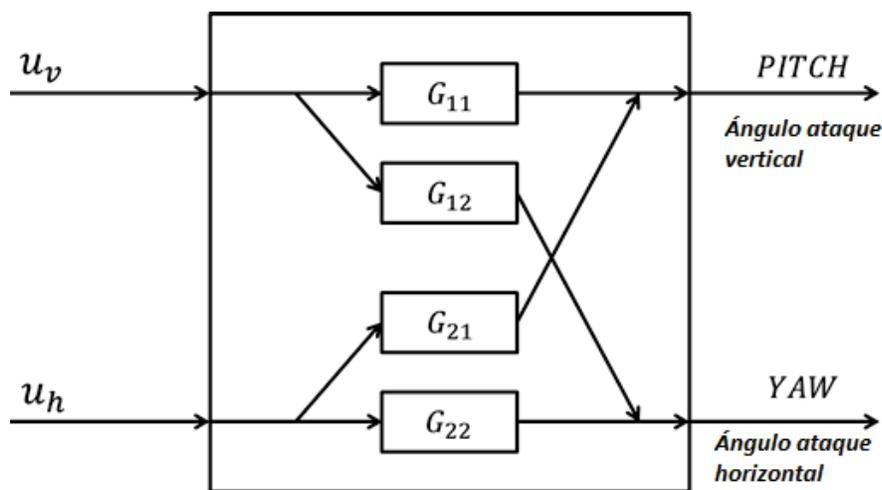


Figura B.2: Modelo multivariable de la planta Twin Rotor.

siendo el voltaje de entrada en el motor DC asociado al rotor principal  $u_v$  con la salida Pitch y el voltaje de entrada en el motor DC asociado al rotor de cola  $u_h$  con la salida Yaw. También existen trayectorias cruzadas para el voltaje  $u_v$  con la salida Yaw y el voltaje  $u_h$  con la salida Pitch. En si estos modelos pueden ser representados en una matriz RGA, con sus ganancias y funciones de transferencia correspondiente.

## B.2 Objetivos

1. Familiarización con la planta Twin Rotor MIMO System y su entorno.
2. Aprender a utilizar las herramientas otorgadas por Feedback ltd. (tanto la planta como,

los bloques de simulaciones y en tiempo real).

3. Analizar, comprender y justificar la información y datos resultantes de las actividades.
4. Identificar el modelo del Twin Rotor utilizando el toolbox de Matlab.
5. Desarrollar un informe técnico de las actividades y la experiencia didáctica.

### B.3 Formato

Todos los datos obtenidos debes ser justificados, los gráficos deben estar rotulados indicando sus ejes y tanto imágenes como tablas deben estar nombradas y enumeradas. (No utilizar fotografías de ningún tipo).

- Portada
- Autor(es)
- Resumen
- Introducción
- Experiencia didáctica
- Desarrollo de actividades
- Resultados finales
- Conclusión
- Referencias

### B.4 Consideraciones

Como se mencionó anteriormente, la planta de Twin Rotor tiene la característica de ser un sistema no lineal multivariable, con dos variables de entrada, siendo los voltajes en los motores DC en cada rotor, y la salida la posición angular de la barra principal siendo el Pitch y el Yaw. Para la identificación, como se explicará a continuación, se deberá obtener las funciones de transferencia de la entrada  $u_1$  con la salida  $y_1$ ,  $u_1$  con  $y_2$ ,  $u_2$  con  $y_1$  por último  $u_2$  con  $y_2$ . Donde cada rotor acepta un voltaje máximo de entre 0 a 2.5 [V]. Para esto es necesario considerar lo siguiente.

- Tiempo de muestreo: La elección de tiempo de muestro es importante para la identificación, no puede ser muy corto ni muy largo. Si es muy corto afectara en la calidad de la identificación, si es muy largo se requerirá más memoria en el proceso del trabajo del software. Para los efectos de esta práctica el tiempo de muestro será de 0.1 segundos.
- Perturbaciones: Hay que entender que el efecto de elevación de los rotores, es posible por el medio en el cual se encuentra, siendo el aire el fluido correspondiente. Por lo mismo hay que tener en cuenta que cualquier perturbación como cambios en la presión de aire y ráfagas de viento del más mínimo nivel van a afectar en la experimentación. Se recomienda realizar la actividad de identificación en un entorno ideal sin corrientes de aire.

- Modelo fenomenológico del sistema: Para una mejor comprensión del modelo fenomenológico y la física detrás del sistema, es necesario tener en cuenta las variables físicas que competen a la hora de realizar pruebas y trabajar con la planta e tiempo real. La guía de Marco Teórico junto con los bloques de la simulación otorgados por Feedback Ltd. son un buen punto de partida para el estudio físico del sistema.
- Problemas de estabilidad: El Twin Rotor es un sistema inherentemente estable. En caso de cualquier problema de estabilidad la planta cuenta con un control con los botones de emergencia de encendido y apagado. Estos deben estar al alcance del usuario en todo momento y serán usados para iniciar y terminar con las experiencias prácticas en tiempo real.

### B.5 Entorno Twin Rotor MIMO System

El sistema cuenta con un conjunto de bloques en simulink para distintos procesos relacionados con el TRMS. Para ingresar a los bloques de simulink, en el escritorio hacer doble click a “TRMS Simulink Models” y se abrirá la siguiente pantalla mostrada en la figura B.3.

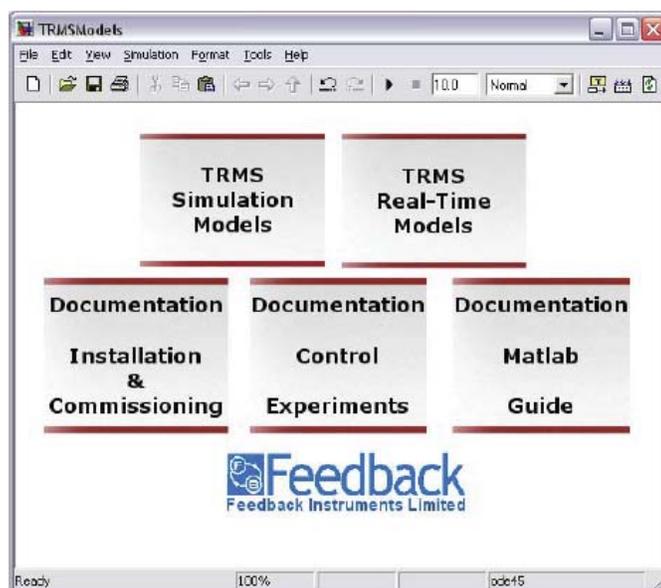


Figura B.3: Menú del modelo Simulink.

Para el interés de esta actividad se utilizara el bloque de “TRMS Simulation Model”. Al hacer doble click se ingresa a la siguiente página, mostrada en la figura B.4.

Donde se puede encontrar una simulación del modelo no lineal visto en el marco teórico haciendo doble click en “TRMSnonlinear” y para para propósitos de esta guía la identificación del modelo está en “ModelIdent”.

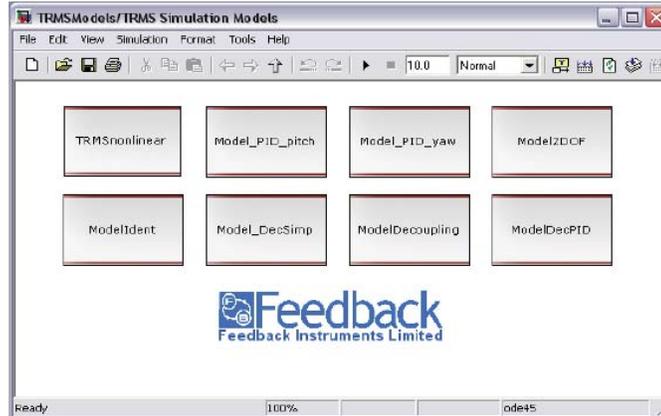


Figura B.4: Menú de simulaciones de los sistemas.

Para el proceso de identificación en tiempo real del sistema Twin Rotor, es requerido tener el sistema de bloques "TRMSSimulinkModels" abierto, luego en escritorio se encuentra la carpeta "PracticasTRMS", dentro de la carpeta se encuentra el archivo "Practica<sub>i</sub>dent" y se abrirá la siguiente ventana B.5.

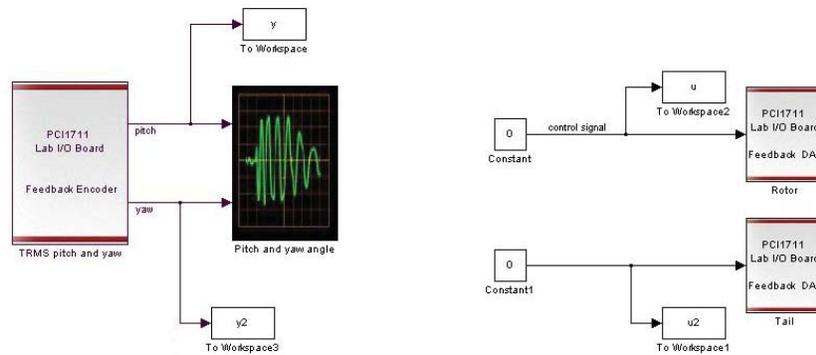


Figura B.5: Modelo Simulink *Practica<sub>i</sub>dent*

En esta ventana se encuentran los bloques requeridos para la identificación del sistema. Para iniciar el experimento se debe:

1. Compilar el archivo en Matlab haciendo click en el icono "*BuildModel*".
2. Luego encienda la planta Twin Rotor.
3. Vincule la planta con el modelo simulink haciendo click en el siguiente icono "*Connect*".
4. La planta también debe ser iniciada por el mando que se encuentra conectado con los bonotes de start y stop. Por último, parta la simulación haciendo click en el icono "*Run*".

5. Corra la simulación hasta alcanzar unos 90 segundos o 100 segundos.
6. Para finalizar la experimentación recuerde presionar el botón de stop. (tanto en la simulación como en el control manual).
7. Los datos quedan registrados en un Array, los cuales serán registrados en Matlab.

## B.6 Proceso de identificación

Una vez obtenido los registros en el espacio de trabajo de Matlab, se prosigue a escribir `>> ident`. Luego se abrirá la ventana que aparece en la figura B.6. En esta ventana seleccionaremos “*Import data*”, luego “*timedomaindata...*”.

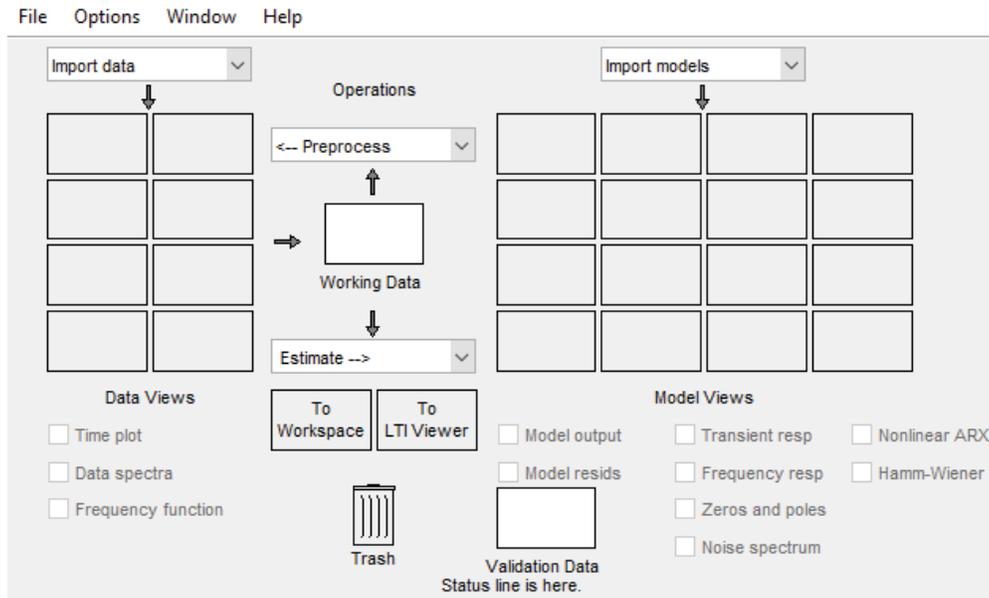


Figura B.6: herramienta de identificación de sistemas.

En la siguiente ventana, mostrada en la figura B.7, seleccionaremos la variable de entrada, variables de salida el tiempo de muestreo utilizado y el tiempo en el que parte la simulación. Luego se selecciona “Import”.

Si se considera necesario en la ventada de ident, figura B.6, podemos seleccionar el rango de la simulación en “Operations”, “Preprocess” y “Select range...”. El rango seleccionado deberá ser desplazado hacia el cuadro de Working Data y en Validation Data.

Para finalizar el proceso de identificación, en la ventana Ident se deberá seleccionar “Estimate”, luego “Process models...” donde se abrirá la siguiente ventana, mostrada en la figura B.8. Acá se estima la función de transferencia del sistema, ya sea un sistema de uno, dos o tres polos reales o complejos conjugados. A su vez la adición de un cero, un retardo o un integrador. Luego se selecciona “Estimate” y encontraremos un modelo resultante con un porcentaje de fidelidad del modelo. Mientras mayor sea el porcentaje mejor es la identificación.

**Data Format for Signals**

Time-Domain Signals ▼

---

**Workspace Variable**

Input:

Output:

---

**Data Information**

Data name:

Starting time:

Sampling interval:

---

Figura B.7: Import Data.

Model Transfer Function

$$\frac{K(1 + Tz s)}{(1 + (2 \text{ Zeta } Tw) s + (Tw s)^2)}$$

Poles

2 ▼ Underdamped ▼

Zero

Delay

Integrator

Parameter	Known	Value	Initial Guess	Bounds
K	<input type="checkbox"/>	<input style="width: 50px;" type="text"/>	Auto	[-Inf Inf]
Tw	<input type="checkbox"/>	<input style="width: 50px;" type="text"/>	Auto	[0.001 Inf]
Zeta	<input type="checkbox"/>	<input style="width: 50px;" type="text"/>	Auto	[0.001 Inf]
tp3	<input type="checkbox"/>	0	0	[0.001 Inf]
Tz	<input type="checkbox"/>	<input style="width: 50px;" type="text"/>	Auto	[-Inf Inf]
Td	<input type="checkbox"/>	0	0	[0 3]

Initial Guess

Auto-selected

From existing model:

User-defined:

---

Disturbance Model:  ▼

Focus:  ▼

Initial state:  ▼

Covariance:  ▼

---

Iteration:  Fit:  Improvement:   Display

---

Name:

Figura B.8: Estimate Data.

## B.7 Actividad

Ejercicio 1: Simulación del proceso de identificación.

- Ejecute la simulación de “*ModelIdent*” como se señaló anteriormente. Corra la simulación para el sistema sin acoplar con una entrada escalón para el Pitch y el Yaw, luego observe las gráficas de salida del sistema simulado.
- Ejecute el modelo Simulink *Practica;dent*. Busque un punto de operación para que el sistema se mantenga horizontal y centrado, (variando las constantes del rotor de cola y rotor principal).
- Corra la simulación para el punto de operación dado, y observe las gráficas de Pitch y Yaw. (repita este proceso por lo menos 3 veces).

Ejercicio 2: Identificación Pitch.

- Utilice el punto de operación usado en el Ejercicio 1 (mantenga el voltaje en el rotor de cola en cero). Ejecute el modelo Simulink *Practica;dent* y espere a que el Pitch llegue a su estado estacionario, luego cambie el valor del voltaje del rotor principal. (realice este proceso por lo menos 3 veces).
- Guarde los datos registrados por los Arrays en Matlab.
- Utilice el Toolbox de Matlab `>> ident` para conseguir la función de transferencia. Primero ingrese el input  $u$  y el output  $y$ . Repita el proceso para el input  $u$  y el output  $y_2$ . (Considere como datos relevantes desde el punto que el sistema llega por primera vez al estado transitorio hasta el final del experimento).

Ejercicio 3: Identificación Yaw.

- Utilice el punto de operación usado en el Ejercicio 1 (mantenga el voltaje en el rotor principal en cero). Ejecute el modelo Simulink *Practica;dent* y espere a que el Yaw llegue a su estado estacionario, luego cambie el valor del voltaje del rotor de cola. (realice este proceso por lo menos 3 veces).
- Guarde los datos registrados por los Arrays en Matlab.
- Utilice el Toolbox de Matlab `>> ident` para conseguir la función de transferencia. Primero ingrese el input  $u_2$  y el output  $y_2$ . Repita el proceso para el input  $u_2$  y el output  $y$ . (Considere como datos relevantes desde el punto que el sistema llega por primera vez al estado transitorio hasta el final del experimento).

Informe: Explique y muestre los procesos realizados en las actividades 1, 2 y 3. (Muestre todos los gráficos y datos que considere necesarios). Todos los datos obtenidos deben ser mostrados y justificados.

1. Compare los resultados obtenidos en la simulación y en el modelo Simulink *Practica;dent* y explique ¿Qué diferencias se pueden apreciar? Y ¿Por qué?
2. Muestre las gráficas obtenidas por experimentación del ejercicio 2. Compárelos con los gráficos obtenidos en el toolbox de Matlab y muestre las funciones de transferencia.

3. Repita el proceso anterior para el ejercicio 3.
4. Indique el orden y el tipo de las funciones de transferencia obtenidas.
5. Realice un esquema del sistema multivariable con los datos obtenidos, indique variable controlada, variable manipulada y perturbaciones.
6. Concluya sobre los resultados obtenidos en los procesos de experimentación.

**B.8 Rúbrica de evaluación**

Concepto	Ponderación	Muy logrado (7.0)	Logrado (6.9-5.5)	Medianamente logrado (5.4-4.0)	No logrado (3.9-1.0)
<b>Formato y consideraciones</b>	20%	El estudiante cumple con el formato estipulado para el desarrollo del informe. Muestra conocimientos teóricos, gráficos apropiados y datos prácticos requeridos en la actividad.	El estudiante cumple con el formato estipulado para el desarrollo del informe en la mayoría de sus partes. Muestra conocimientos teóricos, gráficos apropiados y datos prácticos requeridos en la actividad.	El estudiante no cumple por completo con el formato estipulado para el desarrollo del informe. Explica medianamente: el análisis teórico, gráficos apropiados y datos prácticos requeridos en la actividad.	El estudiante no cumple con el formato estipulado para el desarrollo del informe. No logra explicar el trasfondo teórico, no muestra gráficos ni resultados esperados requeridos en la actividad.
<b>Uso de las herramientas de estudio</b>	35%	El estudiante es capaz de seguir indicaciones para la utilización de los bloques de Simulink con el fin de análisis de simulaciones del sistema Twin Rotor, para el proceso de identificación del modelo y la adquisición de datos.	El estudiante es capaz de seguir indicaciones para la utilización de los bloques de Simulink con el fin de análisis de simulaciones del sistema Twin Rotor, para el proceso de identificación del modelo y la adquisición de datos.	El estudiante es capaz de seguir algunas indicaciones y requiere asistencia para la utilización de los bloques de Simulink. Logra un análisis incompleto de simulaciones del sistema Twin Rotor, del proceso de identificación del modelo y la adquisición de datos.	El estudiante no es capaz de seguir indicaciones y requiere asistencia reiterada para la utilización de los bloques de Simulink. No logra un análisis de la simulación del sistema Twin Rotor, del proceso de identificación del modelo ni la adquisición de datos.
<b>Identificación del modelo del Twin Rotor</b>	45%	El estudiante es capaz de seguir indicaciones en los procesos de identificación del modelo usando el toolbox de Matlab. Además consigue todos los modelos en un alto porcentaje de fidelidad.	El estudiante es capaz de seguir indicaciones en los procesos de identificación del modelo usando el toolbox de Matlab. Además consigue todos los modelos con un porcentaje de fidelidad medio alto.	El estudiante no es capaz de seguir indicaciones en los procesos de identificación del modelo, requiere asistencia para el desarrollo de la actividad. Además consigue todos los modelos con un porcentaje de fidelidad medio.	El estudiante no es capaz de seguir indicaciones en los procesos de identificación del modelo, requiere asistencia para el desarrollo de la actividad. Además consigue alguno o ninguno de los modelos con un porcentaje de fidelidad bajo o nulo.

# C Segunda guía práctica

La última guía, llamada Segunda Guía Práctica, muestra cómo implementar el control PID al sistema Multivariable Twin Rotor, con el fin de obtener una respuesta deseada.

## C.1 Introducción al control PID

Se define control PID como un conjunto de acciones relacionadas entre sí, las cuales son la acción Proporcional, Integral y Derivativa. Muy utilizado en la industria y procesos de control automático moderno por su simple sintonización y bajo costo.

$$u(t) = Ke(t) + \frac{K}{T_i} \int e(t) \partial t + KT_d \frac{\partial e(t)}{\partial t} \quad (\text{C.1})$$

La acción Proporcional consiste simplemente en amplificar la señal de error antes de aplicarla a la planta o proceso. La función de transferencia de este tipo de control se reduce a una variable real, denominada  $K_p$  que determinará el nivel de amplificación del elemento de control.

La acción integral se asegura de que la salida del proceso coincide con el estado estacionario. Con control proporcional, hay normalmente un error de control en estado estacionario. Con acción integral, un pequeño error positivo conducirá siempre a una señal de control creciente, y un error negativo dará una señal de control decreciente sin tener en cuenta lo pequeño que sea el error. Donde  $T_i$  es el tiempo integral de esta acción.

La acción derivativa logra mejorar la estabilidad en lazo cerrado. Es la acción que produce una señal de control proporcional a la velocidad con que la salida del proceso está cambiando respecto al punto de consigna. Así, el sistema de control tardará en corregir un error, estabilizando la variable controlada ante una perturbación Donde  $T_d$  es el tiempo derivativo de esta acción.

$$PID(s) = K_p \left( T_d s + \frac{1}{T_i s} + 1 \right) = \left( P + \frac{I}{s} + D \cdot s \right) \quad (\text{C.2})$$

Es necesario mencionar que el control PID no es el único método de control de sistemas, existen variadas formas de lograr una respuesta deseada, como controladores robustos, LQ, etc. Los módulos PID son de simple aplicación y sintonía y son muy usados en la industria hoy en día.

### C.2 Objetivos

1. Aplicar métodos de diseño de un controlador PID para un sistema multivariable en tiempo real y simulado, mediante el toolbox de Matlab.
2. Analizar mediante un entorno simulado la respuesta del sistema multivariable controlado.
3. Analizar en tiempo real el sistema multivariable a controlar.
4. Comparar y concluir sobre las respuestas de los sistemas controlados tanto en el entorno simulado y en tiempo real.
5. Desarrollar un informe técnico de las actividades y la experiencia didáctica.

### C.3 Formato

Todos los datos obtenidos debes ser justificados, los gráficos deben estar rotulados indicando sus ejes y tanto imágenes como tablas deben estar nombradas y enumeradas. (No utilizar fotografías de ningún tipo).

- Portada
- Autor(es)
- Resumen
- Introducción
- Experiencia didáctica
- Desarrollo de actividades
- Resultados finales
- Conclusión
- Referencias

### C.4 Consideraciones

Como se mencionó anteriormente, la planta de Twin Rotor tiene la característica de ser un sistema no lineal multivariable, con dos variables de entrada, siendo los voltajes en los motores DC en cada rotor, y la salida la posición angular de la barra principal siendo el Pitch y el Yaw. Para la identificación, como se explicará a continuación, se deberá obtener las funciones de transferencia de la entrada  $u_1$  con la salida  $y_1$ ,  $u_1$  con  $y_2$ ,  $u_2$  con  $y_1$  por último  $u_2$  con  $y_2$ . Donde cada rotor acepta un voltaje máximo de entre 0 a 2.5 [v]. Para esto es necesario considerar lo siguiente.

- **Tiempo de muestreo:** La elección de tiempo de muestro es importante para la identificación, no puede ser muy corto ni muy largo. Si es muy corto afectara en la calidad de la identificación, si es muy largo se requerirá más memoria en el proceso del trabajo del software. Para los efectos de esta práctica el tiempo de muestro será de 0.1 segundos.
- **Perturbaciones:** Hay que entender que el efecto de elevación de los rotores, es posible por el medio en el cual se encuentra, siendo el aire el fluido correspondiente. Por lo mismo hay que tener en cuenta que cualquier perturbación como cambios en la presión de aire y ráfagas de viento del más mínimo nivel van a afectar en la experimentación. Se recomienda realizar la actividad de identificación en un entorno ideal sin corrientes de aire.
- **Modelo fenomenológico del sistema:** Para una mejor comprensión del modelo fenomenológico y la física detrás del sistema, es necesario tener en cuenta las variables físicas que competen a la hora de realizar pruebas y trabajar con la planta e tiempo real. La guía de Marco Teórico junto con los bloques de la simulación otorgados por Feedback Ltd. son un buen punto de partida para el estudio físico del sistema.
- **Problemas de estabilidad:** El Twin Rotor es un sistema inherentemente estable. En caso de cualquier problema de estabilidad la planta cuenta con un control con los botones de emergencia de encendido y apagado. Estos deben estar al alcance del usuario en todo momento y serán usados para iniciar y terminar con las experiencias prácticas en tiempo real.

### C.5 Proceso de diseño del controlador

Los métodos empleados para diseñar un compensador PID son variados y por lo tanto no existe un único método correcto, con esta guía se pretende utilizar un método de diseño de compensador llamado sintonización por el lugar geométrico de la raíz LGR mediante los toolbox de Matlab.

Para acceder al toolbox de matlab se debe escribir el código `>> rlctool` en la ventana de comandos, donde se accederá a la plataforma mostrada en la figura C.1. Dentro de esta plataforma se tendrá la opción de cargar una función de transferencia directamente desde el workspace o crear el LGR directamente.

Para incorporar el controlador diseñado por el usuario a la función de transferencia, se debe elegir la forma del lazo de control del sistema y asignar los valores correspondiente a cada bloque perteneciente al lazo de control. Posteriormente se ubicarán los ceros y el polo en el origen del controlador PID diseñado por el usuario, en el módulo del LGR, mostrado en la figura C.2. El sistema compensado puede ser exportado directamente en un workspace para su uso posterior en los módulos de control del Twin Rotor MIMO System.

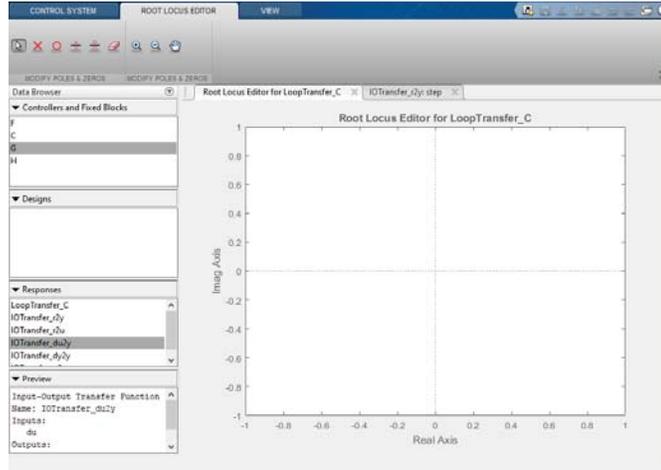


Figura C.1: Toolbox de análisis LGR para Matlab.

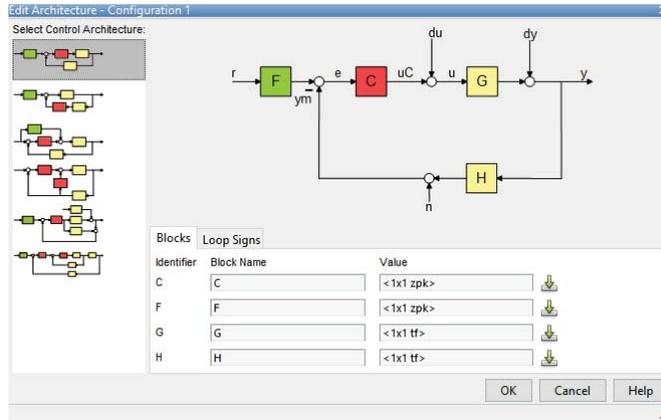


Figura C.2: Módelo de lazo realimentado para análisis de LGR por el toolbox de Matlab.

## C.6 Entorno Twin Rotor MIMO System

Para Ingresar al módulo Simulink de simulación de control PID del sistema Twin Rotor, se deberá seleccionar en la carpeta “*PracticasTRMS*” dentro se encuentra el archivo “*SimPID*”, el cual abrirá el bloque del sistema con los controladores como se ve a continuación en la figura C.3. Esta simulación cuenta con diversas señales control como una entrada escalón, una constante de voltaje y una suma de senoides que el sistema debe ser capaz de seguir la referencia.

Los bloques PID pueden ser modificados por el usuario ingresando los valores de las acciones proporcional, integral y derivativa, mostrado en la figura C.4. Cada bloque PID controla las variables de salida del Pitch y el Yaw. Las respuestas puedes ser observadas mediante los “scopes” correspondientes y guardadas en un Workspace.

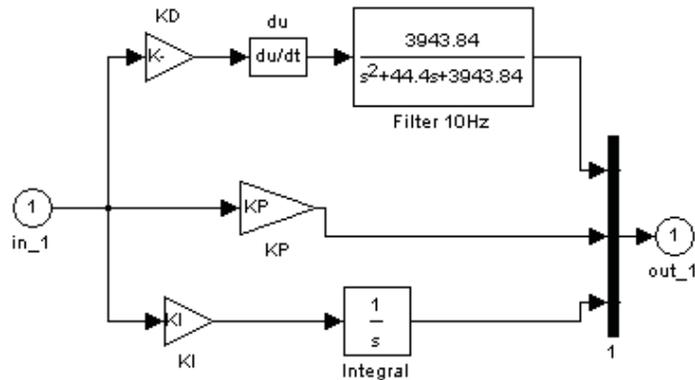


Figura C.3: Bloques Simulink del controlador PID.

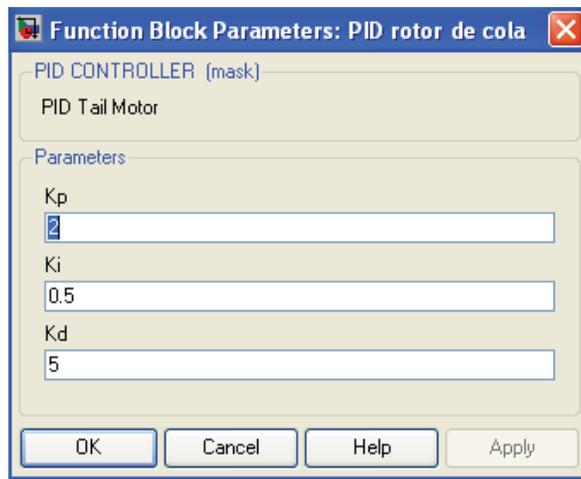


Figura C.4: Control PID.

Para realizar control PID sobre la planta real ingrese en la carpeta “PracticassTRMS” luego seleccione la aplicación de Simulink “ControlPID”, donde aparecerá la siguiente interface mostrada en la figura C.5. En los módulos PID puede ingresar los valores de las acciones Proporcional, Integral y Derivativa del compensador diseñado tanto para el lazo de control del rotor principal y el rotor de cola.

La aplicación cuenta con variadas señales de entrada, un valor de constante de volaje, una entrada escalón unitario y una suma de senoides o ángulo deseado. El sistema debe ser capaz de seguir estas referencias y lograr los valores que el usuario desee.

Ambas aplicaciones están diseñadas para que las respuestas bajo los mismos controladores sean similares. Para iniciar el experimento se deben seguir los siguientes pasos:

1. Compilar el archivo en Matlab haciendo click en el icono "*BuildModel*".
2. Luego encienda la planta Twin Rotor.
3. Vincule la planta con el modelo simulink haciendo click en el siguiente icono "*Connect*".
4. La planta también debe ser iniciada por el mando que se encuentra conectado con los bonotes de start y stop. Por último, parta la simulación haciendo click en el icono "*Run*".
5. Corra la simulación hasta alcanzar unos 90 segundos o 100 segundos.
6. Para finalizar la experimentación recuerde presionar el botón de stop. (tanto en la simulación como en el control manual).
7. Los datos quedan registrados en un Array, los cuales serán registrados en Matlab.

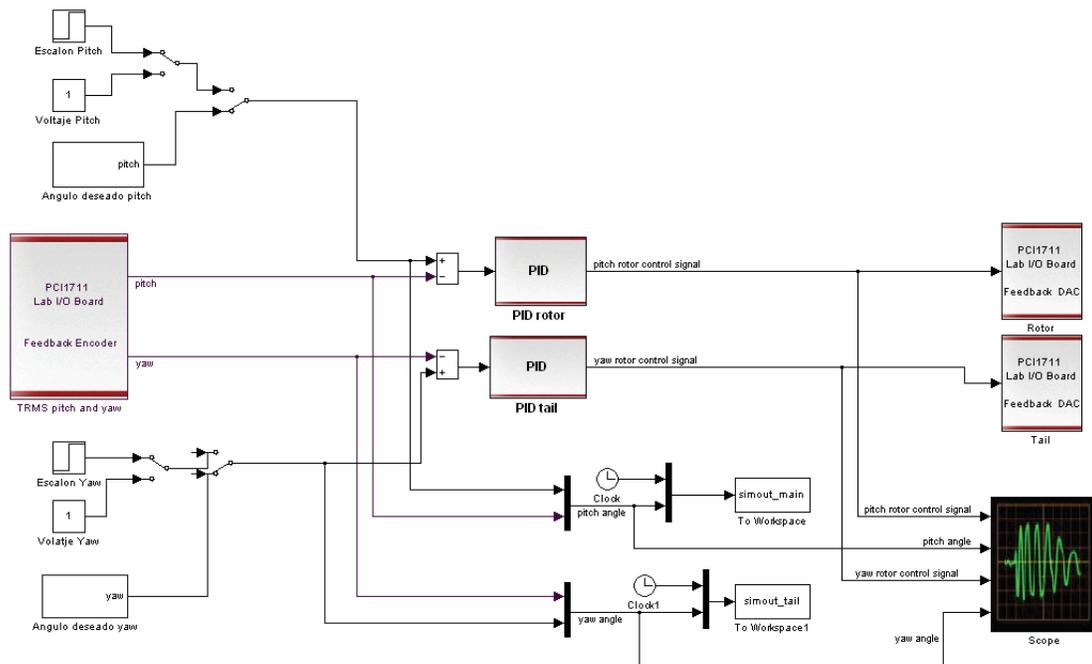


Figura C.5: Aplicación de control PID en tiempo real para el TRMS.

## C.7 Actividad

Ejercicio 1: Estudio de Interacción y diseño de compensador.

- Con las funciones de transferencia obtenidas anteriormente determine la matriz de ganancia relativa RGA.
- Diseñe y aplique un compensador PID para los lazos del sistema Twin Rotor MIMO System.

Ejercicio 2: Control sobre el sistema simulado.

- Ejecute la aplicación “*Sim<sub>p</sub>ID*” y seleccione los valores de las acciones Proporcional, Integral y Derivativa, para los compensadores de los rotores de cola y principal.
- Inicie la aplicación con los valores de los compensadores ingresados, y observe la respuesta del sistema.
- Guarde los datos obtenidos en un Array en Matlab y grafique las respuestas del sistema simulado controlado (Para 100 segundos).

Ejercicio 3: Control en tiempo real.

- Ejecute la aplicación en tiempo real “*Control<sub>p</sub>ID*” y seleccione los valores de las acciones Proporcional, Integral y Derivativa, para los compensadores de los rotores de cola y principal.
- Inicie la aplicación en tiempo real con los valores de los compensadores ingresados, y observe la respuesta del sistema.
- Guarde los datos obtenidos en un Array en Matlab y grafique las respuestas del sistema simulado controlado (Para 100 segundos).

Informe: Explique y muestre los procesos realizados en las actividades 1, 2 y 3. (Muestre todos los gráficos y datos que considere necesarios). Todos los datos obtenidos deben ser mostrados y justificados.

1. Determine la matriz de ganancia relativa RGA, explique los resultados obtenidos y como se afecta en la implementación de control automático sobre el sistema.
2. Muestre los resultados obtenidos de la simulación con el compensador diseñado tanto para para la respuesta Pitch como Yaw (para una entrada escalón unitario y para la entrada ángulo deseado).
3. Muestre los resultados obtenidos de la aplicación en tiempo real con el compensador diseñado tanto para para la respuesta Pitch como Yaw (para una entrada escalón unitario y para la entrada ángulo deseado).
4. Compare los resultados de la respuesta del sistema controlado bajo simulación y en tiempo real ¿puede apreciar alguna diferencia? Explique (para ambas variables de salida).
5. Analice los resultados sobre el sistema controlado bajo simulación y comparar con lazo abierto ¿Cómo mejora la respuesta? (para ambas variables de salida).
6. Concluya sobre el proceso de control del Twin Rotot MIMO System. Mencione las diferencias de controlar un sistema MIMO con un sistema SISO(single input single output).

## C.8 Rubrica de evaluación

Concepto	Ponderación	Muy logrado (7.0)	Logrado (6.9-5.5)	Medianamente logrado (5.4-4.0)	No logrado (3.9-1.0)
<b>Formato y consideraciones</b>	20%	El estudiante cumple con el formato estipulado para el desarrollo del informe. Muestra conocimientos teóricos, gráficos apropiados y datos prácticos requeridos en la actividad.	El estudiante cumple con el formato estipulado para el desarrollo del informe en la mayoría de sus partes. Muestra conocimientos teóricos, gráficos apropiados y datos prácticos requeridos en la actividad.	El estudiante no cumple por completo con el formato estipulado para el desarrollo del informe. Explica medianamente: el análisis teórico, gráficos apropiados y datos prácticos requeridos en la actividad.	El estudiante no cumple con el formato estipulado para el desarrollo del informe. No logra explicar el trasfondo teórico, no muestra gráficos ni resultados esperados requeridos en la actividad.
<b>Uso de las herramientas de estudio</b>	35%	El estudiante es capaz de seguir indicaciones para la utilización de los bloques de Simulink con el fin de analizar las simulaciones del sistema Twin Rotor y los módulos de tiempo real, Para la aplicación de control PID.	El estudiante es capaz de seguir indicaciones para la utilización de los bloques de Simulink con el fin de analizar las simulaciones del sistema Twin Rotor y los módulos de tiempo real, Para la aplicación de control PID, pero requiere asistencia o no logra realizar todos los procedimientos.	El estudiante es capaz de seguir algunas indicaciones y requiere asistencia para la utilización de los bloques de Simulink. Logra un análisis incompleto de las aplicaciones del sistema Twin Rotor, del proceso de aplicación de control en tiempo real y simulado.	El estudiante no es capaz de seguir indicaciones y requiere asistencia reiterada para la utilización de los bloques de Simulink. No logra un análisis de la simulación del sistema Twin Rotor del proceso de control PID en tiempo real y simulado.
<b>Control PID sobre el sistema Twin Rotor</b>	45%	El estudiante es capaz de realizar las actividades y consigue resultados fehacientes. Además, realiza el informe de manera correcta, en el control PID para tiempo real y simulado.	El estudiante es capaz de realizar las actividades y consigue resultados coherentes, comete errores leves. Además, realiza el informe de manera correcta, en el control PID para tiempo real y simulado.	El estudiante es capaz de realizar las actividades y consigue resultados poco coherentes, comete errores. Además, realiza el informe de manera incompleta, en el control PID para tiempo real y simulado.	El estudiante no es capaz de realizar las actividades y consigue resultados incorrectos. Además, realiza el informe de manera incompleta, en el control PID para tiempo real y simulado.