



FACULTAD DE FILOSOFÍA Y EDUCACIÓN
ESCUELA DE PEDAGOGÍA
CARRERA DE PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN BÁSICA
CARRERA DE PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN DIFERENCIAL

Diseño de un perfil de alumno, entre 8 y 10 años, con talento en el área de las matemáticas, para su identificación dentro del contexto aula.

TRABAJO DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN Y AL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN BÁSICA MENCIONES PRIMER CICLO Y MATEMÁTICAS O CIENCIAS NATURALES; LICENCIADO EN EDUCACIÓN Y PROFESOR DE EDUCACIÓN DIFERENCIAL CON MENCIÓN EN RETARDO MENTAL Y/O TRASTORNOS DEL APRENDIZAJE ESPECÍFICOS.

Profesor/a Guía: Andrea Pizarro Canales

Profesor/a Corrector: Pamela Reyes

Estudiantes:

Daniela Chávez Trujillo

Nicole Gravert Baez

Melinka Hernández Cucoch-Petraello

María Trinidad Murillo Toro

Mariela Vásquez Riquelme

Agosto 2014; Viña del Mar

ABSTRACT

This research shows the process carried out for building an instrument to identify students with mathematical talent within the regular classroom.

In the first instance, a literatura review was performed in order to clarify from different theories, among other issues, the concepts of talent and mathematical talent.

Regarding the identification of these students, a problem solving an instrument was built, able to differentiate abstraction and deduction levels of students in different schools, allowing select those who had certain characteristics of talented students.

From the obtained information, the designed profile containing items with remarkable characteristics in the classroom is applied. This instrument is answered by the leading teacher, who has the better knowledge of the behavior of the students within the classroom.

Key concepts

Talent; Mathematical talent; Identification instrument; Mathematical talent profile; Additive problems; Priori analysis; Posteriori analysis; Troubleshooting.

RESUMEN

La presente investigación muestra el proceso llevado a cabo para la construcción de un instrumento que permite identificar alumnos con talento matemático dentro del aula común. Se realizó en una primera instancia, una revisión bibliográfica que permitió esclarecer a partir de diversas teorías, entre otras cosas, los conceptos de talento y talento matemático.

En relación a la identificación de estos alumnos, se confeccionó un instrumento que por medio de resolución de problemas, logró diferenciar los niveles de abstracción y deducción de los alumnos dentro de diferentes establecimientos educacionales, lo que permitió seleccionar a aquellos que presentaban ciertas características de alumno talentoso.

A partir de la información obtenida, se aplica el perfil diseñado que contiene ítems con características observables dentro del aula. Este instrumento es contestado por el docente a cargo del nivel, pues es quien más conoce el comportamiento de los alumnos dentro de la sala de clases.

Conceptos claves

Talento; Talento matemático; Instrumento de identificación; Perfil de alumno con talento matemático; Problemas aditivos; Análisis a priori; Análisis a posteriori; Resolución de problemas.

ÍNDICE

Introducción	Página 8
Capítulo 1: Planteamiento del Problema y Objetivos de Investigación	Página 10
Capítulo 2: Marco Teórico	Página 18
2.1 Área Talento	Página 19
2.1.1 Teoría de las inteligencias múltiples de Gardner	
2.1.2 Modelo diferenciado de superdotación y talento, Gagné	
2.1.3 Campos de manifestación del talento	
2.1.4 Teoría triárquica de la inteligencia según Sternberg	
2.1.5 Modelo de los tres anillos según Joseph Renzulli	
2.1.6 Otros conceptos relacionados al talento	
2.1.7 Taxonomía de Marzano	
2.1.8 Supuestos asumidos para la investigación	
2.2 Área Pedagógica	Página 31
2.2.1 Leyes educativas	
2.2.2 Currículum nacional: Programa y plan de estudio de matemática	
2.3 Didáctica de las Matemáticas	Página 47
2.3.1 Análisis a priori y posteriori	
2.3.2 Categorización de problemas aditivos	

Capítulo 3: Metodología de la Investigación	Página 50
3.1 Tipo de investigación.....	Página 51
3.2 Diseño de investigación	Página 52
3.3 Contextualización de población involucrada en el estudio.....	Página 54
3.3.1 Descripción establecimientos educacionales	
3.3.2 Descripción sujetos	
3.4 Diseño de primer instrumento: Evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos.....	Página 55
3.5 Diseño de segundo instrumento: Instrumento de observación de alumnos entre 8 y 10 años, dentro del aula	Página 56
3.6 Proceso de aplicación de instrumentos	Página 57
 Capítulo 4: Construcción perfil de alumno, entre 8 y 10 años, con talento específicamente en el área de la matemática.....	 Página 59
4.1 Fundamentación problemas según la categorización de Vergnaud.....	 Página 60
4.1.1 Contenidos matemáticos del currículum nacional, involucrados en el Instrumento de evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos	
4.2 Instrumento de evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos.....	 Página 70
4.3 Análisis a priori Instrumento de evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos.....	 Página 71
4.3.1 Contextualización problemas	
4.3.2 Análisis A priori 1° Relación de base	
4.3.3 Análisis A priori 2° Relación de base	
4.3.4 Análisis A priori 2° Relación de base	
4.3.5 Análisis A priori 3° Relación de base	
4.3.6 Análisis A priori 4° Relación de base	
4.3.7 Análisis A priori 5° Relación de base	

4.3.8 Análisis A priori 6° Relación de base	
4.4 Fundamentación criterios de preselección de alumno talentoso en matemática	Página 90
4.5 Fundamentación perfil de alumno talentoso, de tercer año básico (entre 8 y 10 años).....	Página 92
4.6 Fundamentación perfil de alumno talentoso en matemática, de tercer año básico (entre 8 y 10 años).....	Página 108
4.7 Instrumento de observación de alumnos entre 8 a 10 años, dentro del aula.....	Página 132
4.8 Fundamentación criterio de selección de alumno talentoso en matemática.....	Página 133
Capítulo 5: Presentación y análisis de la información.....	Página 134
5.1 Análisis a posteriori de resultados de la aplicación del Instrumento de evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos.....	Página 135
5.1.1 Contextualización grupos	
5.1.2 Contextualización problemas	
5.1.3 Análisis A posteriori 1° Relación de base	
5.1.4 Análisis A posteriori 2° Relación de base	
5.1.5 Análisis A posteriori 2° Relación de base	
5.1.6 Análisis A posteriori 3° Relación de base	
5.1.7 Análisis A posteriori 4° Relación de base	
5.1.8 Análisis A posteriori 5° Relación de base	
5.1.9 Análisis A posteriori 6° Relación de base	
5.2 Análisis de la aplicación del Instrumento de evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos.....	Página 172
5.3 Análisis de la aplicación del instrumento de observación de alumnos entre 8 a 10 años, dentro del aula.....	Página 173

5.4 Resultados	Página 175
Capítulo 6: Conclusiones	Página 176
Bibliografía	Página 181
Anexos.....	Página 185

INTRODUCCIÓN

En los últimos años la educación se ha enfrentado a constantes cambios debido a las nuevas demandas y necesidades de los alumnos, por lo que ha dejado de ser un proceso en el cual la construcción de conocimientos es lo más relevante, para llevarse a cabo de forma integral, donde el aprendizaje aborda conocimientos, habilidades y actitudes.

Por lo anteriormente señalado, la Educación Básica y quienes participan en ella, deben ser conscientes del rol que ahora se les otorga, actuando en pos de un óptimo aprendizaje según las características de cada uno de los educandos.

El Ministerio de Educación plantea como objetivo de la Educación Básica que todos los estudiantes alcancen las metas de aprendizaje propuestas por el currículum nacional vigente. Para llevar a cabo este desafío, propone recursos de apoyo para la planificación de la enseñanza y la evaluación de los aprendizajes del currículum en diversas asignaturas, tarea que toma importancia frente a la entrada en vigencia de las nuevas Bases Curriculares.

No obstante, diariamente se observa dentro del aula, la gran diversidad de niños con la que cuenta nuestra educación, hay grupos determinados de alumnos que no logran o presentan dificultades para alcanzar algunos objetivos de aprendizaje, dado que presentan necesidades educativas especiales (N.E.E).

En relación a lo anterior surgen proyectos en los cuales se apoya a aquellos alumnos que presentan necesidades educativas especiales y que no logran acceder de forma independiente al currículum propuesto, en contraposición a esto, dentro de estos proyectos no se incluye a los niños que posean talento en algún área del saber, aun cuando estos también requieren de recursos adicionales y ayudas para lograr un óptimo desarrollo en sus aprendizajes.

Dentro de la siguiente investigación, se abordará a aquellos alumnos talentosos que por diversos motivos no son identificados dentro del aula, lo que les provoca dificultades para desarrollar el cien por ciento de sus capacidades.

Se trabajará con 120 niños aproximadamente de diferentes establecimientos de la región, provenientes de diferentes contextos y entornos sociales, todo esto con el fin de diseñar un instrumento que permita a los docentes identificar dentro del contexto aula a un alumno talentoso y a quienes posean específicamente talento matemático.

En relación a la asignatura de matemática, los docentes constituyen una pieza fundamental para que los niños logren los propósitos establecidos en los planes y programas de estudio. Su tarea no solo debe ser transmitir información, sino también diseñar actividades a través de las cuales los alumnos se apropien de los conceptos matemáticos y logren en las sesiones de trabajo el desarrollo de habilidades y destrezas que favorezcan el proceso de enseñanza y aprendizaje, por lo cual se hace imperativo detectar dentro del aula no solo a aquellos alumnos que presentan dificultades para acceder al conocimiento en primera instancia, sino que además a aquellos que posean talento.

En relación a lo anterior, dichos alumnos que posean habilidades superiores en el área de la matemática, suelen no estar interesados ni prestan atención a las clases de la asignatura, por lo que se vuelve imperante detectar a los alumnos talentosos en matemática para poder potenciar al máximo sus capacidades, de manera tal de respetar su derecho a la educación de forma íntegra e inclusiva.

Ésta investigación propende por tanto, dar respuesta a las actuales demandas y necesidades de los alumnos, aportando en la detección de talentos matemáticos dentro del aula común de tercero básico.

Capítulo 1

CAPÍTULO 1: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

Nuestra inquietud por investigar sobre alumnos que poseen talento específico en el área de las matemáticas, surge a raíz de tres motivos que se darán a conocer a continuación.

En primer lugar, hemos evidenciado en nuestras experiencias de práctica, que dentro de las salas de clases de nuestro país existe un gran número de alumnos talentosos, los cuales no son identificados por sus maestros por causa de diversas razones, por lo que no se percibe una clara intención de potenciar al máximo sus capacidades.

Como segundo motivo, nos hemos encontrado con un vacío que existe dentro de las políticas públicas de nuestro país en relación a alumnos talentosos, tanto en educación regular como especial, no incluyéndose en ninguno de los dos casos a estos alumnos dentro de su formación en el aula. No obstante el Ministerio de Educación (2009) crea el “Programa de Talentos Académicos”, que se debiese implementar en los establecimientos subvencionados por el Estado.

En tercer lugar y último motivo, la formación inicial docente de la que hemos sido partícipes durante estos años, carece de una preparación exhaustiva, lo que no nos permite identificar a este tipo de alumnos y posteriormente desarrollar metodologías de trabajo específicas que permitan una educación de calidad para ellos.

En relación a las políticas públicas podemos decir, que si bien dentro de la constitución se estipula "la educación tiene por objeto el pleno desarrollo de la persona en las distintas etapas de su vida" (Ministerio Secretaría General de la Presidencia, 2005, p. 13).

Según lo observado actualmente ese derecho se ve vulnerado cuando nos referimos a aquellos niños que poseen características de “alumnos talentosos”, ya que según nuestra observación en aula, ellos no son potenciados dentro de sus contextos, ya sea por falta de

conocimiento y preparación de sus profesores sobre este tema o por falta de metodologías apropiadas para trabajar con ellos.

Siguiendo con las políticas públicas, en nuestro país la Educación se regula de acuerdo a la Ley General de Educación, que es la que regula los derechos y deberes de los integrantes de la comunidad educativa, la cual estipula “La educación es el proceso de aprendizaje permanente que abarca las distintas etapas de la vida de las personas y que tiene como finalidad alcanzar su desarrollo espiritual, ético, moral, afectivo, intelectual, artístico y físico, mediante la transmisión y el cultivo de valores, conocimientos y destrezas” (Ministerio de Educación, 2009, p. 1).

No obstante si nos referimos a esta ley podemos darnos cuenta de que a pesar de que los alumnos talentosos se encuentran insertos en el sistema escolar y reciben aprendizajes de forma permanente, la finalidad de alcanzar un máximo desarrollo de sus capacidades no se está llevando a cabo debido a que no existen los espacios ni las oportunidades para que reciban la enseñanza que necesitan.

Otro aspecto importante a señalar en relación a las políticas públicas de nuestro país, es la existencia del Proyecto de integración Escolar que tiene por objetivo incluir dentro de un aula regular alumnos con Necesidades Educativas Especiales (NEE). Este Proyecto Educativo se rige por el decreto 170, el cual exige dentro de sus aspectos una atención educativa de acuerdo a las características individuales de los alumnos especificando a estos niños como "aquél que precisa ayudas y recursos adicionales, ya sean humanos, materiales o pedagógicos, para conducir su proceso de desarrollo y aprendizaje, y contribuir al logro de los fines de la educación" (Ministerio de Educación, 2009, p. 4)

Considerando esta definición, los alumnos con talento caben dentro de ella. Sin embargo, no se señala ni se nombra como parte del proyecto de integración escolar a este tipo de alumnos, ya sea en las NEE permanentes o transitorias.

A pesar de lo anterior, existe un programa de talentos académicos que ofrece el Ministerio de Educación (2009), el cual consiste en entregar becas para estos alumnos de

modo que puedan asistir a programas que imparten Instituciones de Educación Superior, los cuales están orientados al enriquecimiento curricular en distintas áreas del conocimiento. Reconociendo en esto la ausencia de estrategias para los principales agentes del desarrollo de habilidades en estos niños: sus docentes de aula. Por lo que no hay un incentivo mayor para esforzarse en buscar metodologías que potencien sus capacidades. Existen otros programas que imparten instituciones de educación superior, como el programa Beta en la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso y el Penta UC en la Pontificia Universidad Católica de Santiago.

El programa Beta, es una oportunidad educacional para escolares con talento académico en la región de Valparaíso, donde a través de clases especiales, los participantes de entre sexto y cuarto medio, principalmente de establecimientos municipalizados de la zona, tienen la opción de ampliar sus conocimientos y capacidades en un entorno educativo de alta calidad, aumentando sus posibilidades de realización así como también su aporte a la comunidad. El programa ofrece talleres en áreas como Ciencias Sociales, Humanidades, Ciencias Básicas, Ciencias del Mar, Matemática e Ingeniería entre otras, en las cuales se fortalecen las capacidades de los estudiantes, así como su entusiasmo por el aprendizaje y conocimiento.

Así mismo, el programa Penta UC, fue creado en Enero del 2001, con el propósito de abrir un espacio académico de trabajo teórico y práctico para potenciar las capacidades de los niños y jóvenes con talentos académicos. Para ellos ofrece un programa de enriquecimiento extracurricular, por medio de cursos y talleres que abordan las distintas áreas del conocimiento y que son dictados por reconocidos profesores de la Universidad, dirigido a escolares de sexto a cuarto medio preferentemente de escasos recursos provenientes de establecimientos municipalizados de distintas comunas de Santiago, aunque de igual forma se recibe a alumnos de colegios particulares subvencionados y privados. Recientemente se implementó por primera vez a niños con talento académico de primero a cuarto básico durante la jornada de clases al interior de escuelas municipales de la comuna de Puente Alto. Dicho programa entrega el diseño de instrumentos para la identificación y selección de niños con talento académico, además de un modelo curricular

de enriquecimiento para los profesores, con el fin de desarrollar habilidades analíticas, prácticas y creativas.

En relación a la formación inicial docente que se lleva a cabo en nuestro país, hemos analizado la mallas curriculares que presentan las carreras de Pedagogía en Educación Básica, de las universidades que pertenecen al Consejo de Rectores, buscando en ellas asignaturas, ramos o módulos, que aborden la temática de alumnos con necesidades educativas especiales.

Es así, como dentro de las 21 universidades del Consejo de Rectores, 13 de éstas imparten la carrera de Pedagogía en Educación General Básica. Al analizar cada una de las mallas curriculares se puede concluir que apenas 6 de éstas, lo que alcanza un 38,4%, imparten asignaturas que podrían tener alguna relación con alumnos talentosos. Estas Universidades son:

- Pontificia Universidad Católica de Valparaíso en donde se imparte en un semestre la asignatura de Diversidad e Inclusión en Educación.
- Pontificia Universidad Católica de Chile en donde se imparte en un semestre la asignatura de Diversidad e Inclusión en Educación.
- Universidad Católica del Norte en donde se imparte en un semestre la asignatura de Diversidad e Inclusión Educativa.
- Universidad del Bío-Bío en donde se imparte en un semestre la asignatura de Necesidades Educativas Especiales.
- Universidad de Magallanes, en donde se imparte en un semestre la asignatura de Necesidades Educativas Especiales.
- Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, en donde se imparte en un semestre la asignatura de adaptación de la planificación en función de variables cognitivas y de desarrollo.

Al realizar un análisis más exhaustivo de cada uno de éstos programas de asignatura, podemos deducir y confirmar que la orientación de las universidades sobre educación especial en la mayoría de los casos se ve enfocada a aquellos alumnos que presentan

dificultades para enfrentarse al currículum por encontrarse bajo la media esperada para el nivel y la edad en la que se encuentran. Sin embargo, es la Universidad Bío-Bío en su asignatura de Necesidades Educativas Especiales, la única que tendría un enfoque hacia alumnos talentosos; teniendo una Unidad llamada “Adaptaciones curriculares para atender las NEE asociadas a talentos superiores” que tiene dentro de los contenidos a tratar: Identificación de alumnos superdotados o con talentos superiores, Estrategias para atender alumnos superdotados o con talentos superiores y Adaptaciones curriculares para atender alumnos superdotados o con talentos superiores.

En cuanto a la formación académica recibida en nuestra universidad, dentro de la carrera de Educación Diferencial, a pesar de que la perspectiva tiene directa relación con atender a todos los alumnos que presenten necesidades educativas especiales, no se menciona en ninguna de las asignaturas el trabajo específico con alumnos que posean talento. En la carrera de Educación Básica existe la asignatura de Diversidad e Inclusión en Educación, no obstante tampoco se orienta al trabajo específico que debiéramos realizar en el caso de tener alumnos dentro del aula con talento, más bien se enfatiza a aquellos alumnos que por definición caben dentro de aquellos que presentan necesidades educativas especiales transitorias o permanentes.

Por otro lado, las cinco integrantes del grupo, hemos evidenciado a través de la observación en instancias de prácticas inicial, intermedia y profesional, que los docentes planifican y realizan las clases de forma homogénea para todos sus alumnos, dando mayor énfasis y apoyo a aquellos que no logran alcanzar los objetivos mínimos por diversos motivos, además de la exigencia curricular o el poco tiempo que se destina a planificar, entregando incluso en algunas ocasiones material con menor dificultad para que puedan trabajar. Sin embargo, es en estas instancias que los alumnos que poseen talento no se ven favorecidos, ya que trabajan con el mismo ritmo que la media de curso, siendo que se les podría entregar material con mayor dificultad que implique ser más desafiante para ellos y que de esta manera, vaya potenciando aún más sus capacidades.

Dentro de éstas mismas experiencias hemos observado que específicamente en el área de las matemáticas es donde se distinguen con mayor facilidad a aquellos alumnos que presentan habilidades destacadas por sobre los compañeros, no obstante como hemos mencionado anteriormente los docentes desconocen los medios para identificarlos y las estrategias específicas para poder trabajar con ellos, por lo que al no potenciar el talento, éste a largo plazo, no seguirá desarrollándose.

Como en la asignatura de matemática es aquella en la que nuestros alumnos presentan mayores dificultades o del lado opuesto, se evidencian con facilidad las habilidades, nos interesa saber qué ocurre en ésta en específico con niños talentosos, es decir, cómo los niños con talento pueden demostrar y desarrollar sus habilidades en este campo del saber. Esto se debe a que la matemática es uno de los dominios del saber donde se ponen en juego habilidades cognitivas de nivel superior como lo es la del razonamiento, es por esto que generalmente aquellos niños con talento matemático se podrían identificar fácilmente mediante el rendimiento académico en esta asignatura o con un test simple de razonamiento matemático.

A su vez, estos alumnos al ser identificados a temprana edad y al ser consideradas sus N.E.E logran desarrollar sus habilidades de mejor manera, de modo que se adecúan al sistema escolar y no generan rechazo a la asignatura de matemática y al entorno escolar.

Por todo lo anteriormente señalado el equipo de investigación se ha planteado el siguiente objetivo general:

- Diseñar un perfil de alumno, entre 8 y 10 años, con talento específicamente en el área de la matemática, para su identificación dentro del contexto aula.

Siendo los objetivo/s específico/s:

- Definir las características de un alumno que posee talento.
- Diseñar un instrumento basado en la categorización de problemas aditivos de Vergnaud, que permita evidenciar en el aula las diferencias entre niños con razonamiento lógico superior al de pares.
- Aportar a la identificación de niños de entre 8 y 10 años con talento matemático, que se encuentran insertos en el sistema escolar en Chile.

Capítulo 2

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO

A continuación se darán a conocer aspectos teóricos que son de relevancia para dar significado y guiar la investigación, la cual estará centrada en tres dominios: área talento, área pedagógica y didáctica de la matemática, las que en conjunto permiten respaldar la presente investigación.

Se hará referencia al área de talento, ya que el objetivo general de esta investigación es diseñar un perfil de alumno talentoso, siendo necesario definir qué se entenderá por este concepto.

Se alude al área pedagógica puesto que la identificación de estos estudiantes se realizará dentro del aula común, lo cual hace necesario contextualizar la educación chilena considerando tanto las leyes actuales como los planes y programas establecidos para los terceros años básicos.

Es preciso considerar la didáctica de la matemática debido a que este estudio se centrará en alumnos talentosos en esta área, lo que permitirá cumplir con el diseño de un instrumento que evidencie el razonamiento lógico que poseen estos niños.

2.1 Área talento

A lo largo de la historia de la humanidad el concepto de inteligencia ha ido variando según el contexto y la época. Los intentos de definir y medir este concepto han sido incontables, sin embargo, autores recientes buscan dejar de lado las pruebas de rendimiento como único identificador de la inteligencia en la mente humana, y se centran en las capacidades y potencialidades que demuestra la persona al actuar en sociedad.

Diversos autores aluden a teorías relacionadas con la inteligencia humana, algunas de las cuales serán descritas a continuación:

2.1.1 Teoría de las inteligencias múltiples de Gardner

Gardner (2001), psicólogo, explica la teoría de las inteligencias múltiples basándose en la psicología cognitiva y evolutiva. De la misma manera, Gardner (2000) gracias a diversos estudios que realizó con pacientes que habían sufrido daños cerebrales por apoplejías o lesiones, se dio cuenta que quienes presentaban una inteligencia discreta, lo que se consideraba rango normal para la época, podían desarrollar aptitudes en algunos aspectos, entendiendo aptitud como “la capacidad para operar competentemente en una determinada actividad” (Real Academia Española. (2001). Diccionario de la lengua española (DRAE) (22.a ed.). Consultado en <http://www.rae.es/rae.html>.) Por ejemplo, en pacientes con apoplejías, algunos no sufrían problemas con el habla, pero tenían serias dificultades para ubicarse en el espacio, o viceversa. Con esto Gardner (2001) percibió que el cerebro humano está constituido por varias partes relativamente separadas que mantienen una vaga relación entre sí. Gardner (2000) también acude a la psicología experimental y cognitiva, en estudios donde las personas debían realizar dos actividades al mismo tiempo, sugiere que algunas habilidades operan de forma autónoma y otras no.

Gardner define inteligencia como “un potencial biopsicológico para procesar información que se puede activar en un marco cultural para resolver problemas o crear productos que tienen valor para una cultura” (Gardner, 2001, p. 45). Esto demuestra que la genética del ser humano se ve influenciada por la cultura, oportunidades y decisiones tomadas por la persona o su familia, sus profesores y todo el que le rodea. Por ende, según Gardner (2001) la inteligencia o potencial no se puede contar o ver, sino que depende de todos los factores mencionados anteriormente para su activación y desarrollo, siendo susceptible al cambio. También hace referencia (2000) a los prodigios o los *idiotas sabios* quienes desarrollan al máximo un área en específico, en desmedro de otras, lo cual se acerca al concepto de talento que se utilizará en esta investigación.

Otro aspecto importante que menciona Gardner (2001) como una afirmación esencial dentro de la teoría de las Inteligencias Múltiples, es que el conjunto básico de inteligencias o potenciales intelectuales pueden movilizarse y conectarse entre sí, en función de las

propias inclinaciones y preferencias, según la cultura de cada ser humano. Es así como cada uno posee inteligencias potenciadas en diferentes grados, dependiendo de la combinación genética, condiciones de vida y época.

En su libro publicado *Frames of Mind*, propone la existencia de siete tipos de inteligencia, estas son: inteligencia lingüística, inteligencia lógico-matemática, inteligencia musical, inteligencia corporal-cinestésica, inteligencia espacial, inteligencia interpersonal e inteligencia intrapersonal.

“La inteligencia lógico-matemática, implica el uso y apreciación de relaciones abstractas (Piaget, 1965; Piaget y Inhelder, 1969)” (Gardner, Kornhaber, Wake, 2000, p. 178), además de la capacidad de razonar problemas por deducción. Gardner la describe como la “capacidad de analizar problemas de manera lógica, llevando a cabo operaciones matemáticas y de realizar investigaciones de una manera científica.” (Gardner, 2001, p. 52). Piaget es quien diferencia su desarrollo en etapas, comenzando en la exploración y clasificación de objetos, para luego manipularlos apreciando las acciones que se pueden ejercer sobre ellos, después viene la formulación de proposiciones sobre las acciones reales o posibles, para finalmente, apreciar las relaciones en ausencia de acciones, o de los objetos, es decir, el pensamiento abstracto.

En conclusión, la teoría de las inteligencias múltiples de Gardner (2000), tiene como objetivo respetar las diferencias de cada persona, y se postula que la educación mejoraría si se tienen en cuenta estas diferencias en lugar de ignorarlas. Además, se menciona que las inteligencias son independientes, aun cuando pudiese existir una estrecha relación entre ellas; por ejemplo, algunos matemáticos se dedican a la música, lo que puede indicar la un vínculo entre inteligencia musical y lógica-matemática.

2.1.2 Modelo diferenciado de superdotación y talento, Gagné

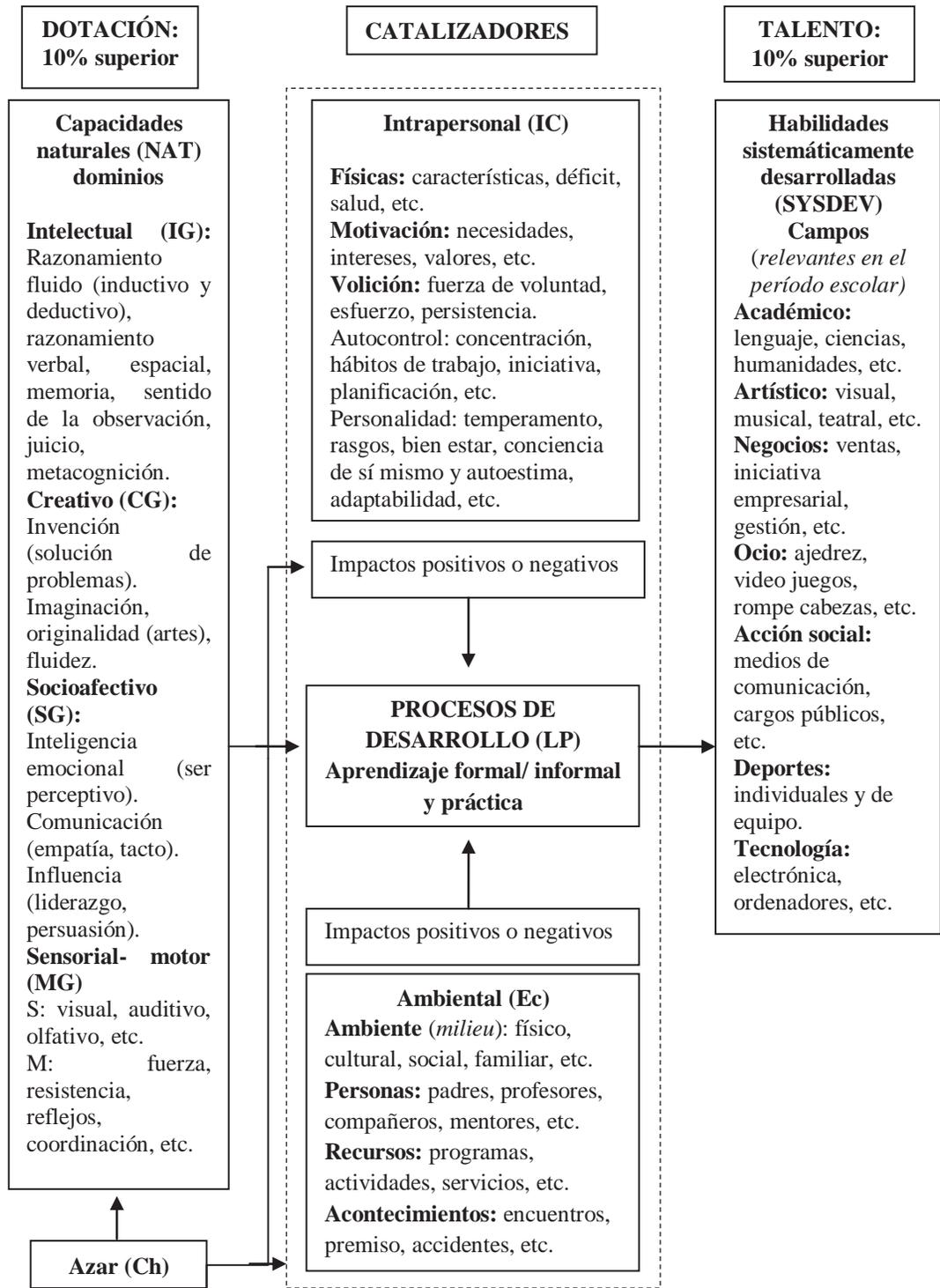
En Guirado y otros (2012) se alude a Gagné, psicólogo, que en el año 1991 plantea el modelo diferenciado de superdotación y talento, el que se ha ido actualizando a lo largo del tiempo. Este se basa en la distinción de las características entre los conceptos de superdotación y talento, entendiéndose por superdotado a la persona que carga con un componente genético significativo, es decir, posee habilidades innatas (aptitudes) sobresalientes en relación a sus pares, entre las que se encuentran la captación y procesamiento de la información, el razonamiento lógico, la creatividad, la gestión de la memoria, la flexibilidad, la inteligencia socio-afectiva, e inteligencia sensorial-motora. Estas aptitudes no requieren de un mayor entrenamiento para ser desarrolladas, expresándose de forma natural en todas las áreas, lo cual se puede ver reflejado con mayor facilidad en el rendimiento académico y en test de coeficiente intelectual.

Una persona talentosa según Gagné se define como, agente que posee habilidades que se encuentran en potencia, las cuales pueden ser desarrolladas por medio de un aprendizaje formal o informal.

A diferencia de la superdotación, el talento se manifiesta por lo general en un área de dominio, en desmedro de las otras.

Existe un término significativo dentro del modelo, el cual se denomina catalizadores, este refiere a los factores ambientales e intrapersonales que favorecen o impiden el desarrollo del talento en la persona. Es tal la influencia de estos catalizadores, que cuando afectan de forma negativa, impiden el desarrollo de las habilidades que se encuentran en potencia, en consecuencia, no pueden ser observadas. Lo anteriormente mencionado, se representa a continuación en un esquema, a modo de esclarecer los conceptos tratados y las relaciones entre sí (ver figura 1).

Figura 1. Modelo Diferenciado de Dotación y Talento (DMGT) de Gagné (2000) ¹



¹ Guirado, Á., Martínez Torres, Mercé., Prieto, A., Reverter, R., Ruiz, N. y Varela, M. (2012). *Altas capacidades intelectuales. Pautas de actuación, orientación, intervención y evaluación en el periodo escolar*. Barcelona: Graó.

2.1.3 Campos de manifestación del talento

Basándose en Gardner y Gagné, en Guirado y otros (2012), se establecen los siguientes campos de la actividad humana, en los cuales el talento se puede manifestar, estos son: académico, lingüístico, creativo, lógico, matemático, artístico-figurativo, musical, motriz, socio-afectivo, naturalista y científico- tecnológico.

De los campos recién nombrados especificaremos dos de ellos, el campo lógico y el matemático, ya que se acerca al área curricular a investigar.

“Lógico: Alto potencial para organizar datos y extraer teorías coherentes a partir de estas. Alto rendimiento para solucionar problemas estructurados e inferir reglas de categorización de información con rasgos comunes.” (Guirado, et. al, 2012, p. 68)

“Matemático: Alto rendimiento en aquellas tareas que requieren la manipulación de transformaciones cuantitativas y numéricas, así como en la resolución de problemas que pueden cuantificarse.” (Guirado, et al, 2012, p. 68)

2. 1. 4 Teoría triárquica de la inteligencia según Sternberg

Hume (2000), alude a Sternberg, psicólogo, quien fue uno de los primeros en contradecir el enfoque psicométrico que se tenía sobre la inteligencia y adoptar una teoría más amplia que apunta hacia la cognición, definiéndola como teoría triárquica de la inteligencia, la cual propone tres tipos de inteligencia unidas y usadas en forma equilibrada. Tales inteligencias se denominan “analítica, sintética o creativa y práctica” (Hume, 2000, p. 49); esta última consiste en la manifestación de habilidades de adaptación frente a un nuevo contexto, asemejándose a la inteligencia interpersonal anteriormente mencionada por Gardner. A su vez, estos tres tipos de inteligencia están asociados a tres subteorías.

En Guirado y otros (2012), Sternberg asocia dentro de la inteligencia analítica la subteoría componencial, donde se explica el funcionamiento de la mente a través de una serie de elementos dependiendo de la tarea que se esté ejecutando, ya sea resolución de problemas o toma de decisiones. Esta subteoría se especifica en distintos componentes

denominados: metacomponentes, los cuales se refieren a la ejecución de procesos directivos y la capacidad para combinarlos; componentes ejecutivos o de realización, refiriéndose a la codificación de los elementos de un problema, el poder inferir y relacionarlos entre sí y por último los componentes de adquisición del conocimiento, donde se obtiene información nueva pudiendo ser comparada con conocimientos previos.

La subteoría experiencial se correlaciona con la inteligencia creativa al actuar en situaciones novedosas para el sujeto, en las que la mente percibe elementos dentro de un contexto que nunca antes ha sido experimentado, encontrando nuevas soluciones. Además, señala que este pensamiento puede llegar a ser automatizado al realizarlo reiteradamente, por lo que al practicarlo en conjunto con otro pensamiento no requiere de un proceso mental adicional.

La tercera subteoría llamada contextual se asocia a la inteligencia práctica, donde el sujeto es capaz de realizar procesos de adaptación a contextos diversos, a conformarse ante nuevas reglas y seleccionar nuevas soluciones que vayan en favor de sus propias metas.

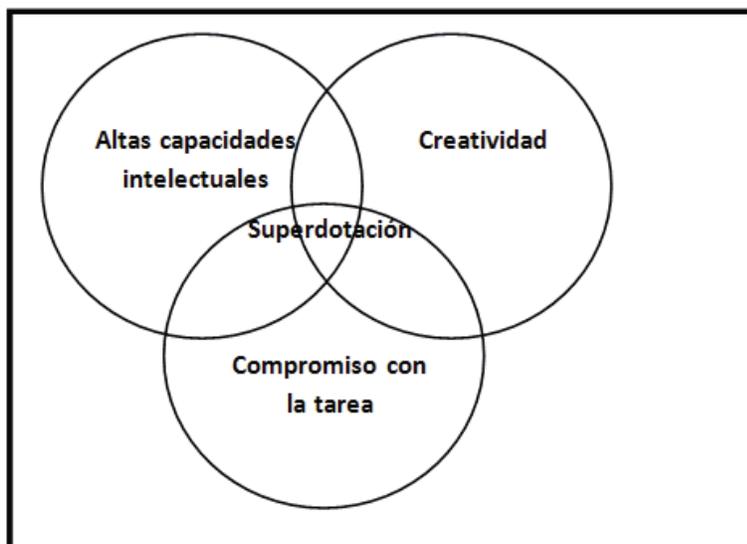
La definición que entrega Sternberg, en Hume (2000), sobre la teoría de la inteligencia implica una evaluación e identificación más abierta, la cual no se circunscribe sólo al ámbito académico, sino también a la vida cotidiana y operaciones cognitivas más complejas; por ejemplo, se puede encontrar alumnos que no tienen buen rendimiento, sin embargo, son altamente creativos y capaces de adaptarse a nuevos contextos.

2.1.5 Modelo de los tres anillos según Joseph Renzulli

En Sánchez (2008), Renzulli, psicólogo, define su modelo como una “agrupación de rasgos que caracterizan a las personas altamente productivas” (Sánchez, 2008, p.11). Realiza diversos estudios e investigaciones para la creación de modelos que contribuyen a la comprensión del concepto de superdotación, dentro de los cuales se encuentra “los tres anillos” o también conocido como “puerta giratoria”, generando una visión más abierta de lo que se pensaba de la superdotación.

Dicho modelo define la superdotación a partir de tres componentes: altas capacidades intelectuales, compromiso con la tarea y creatividad. El primer componente señalado refiere a la capacidad intelectual superior a la media, debido a que el sujeto presenta un cociente intelectual elevado en comparación a sus pares. El componente referido al compromiso con la tarea y motivación nace desde la curiosidad y la dedicación por temas de interés del sujeto, siendo la perseverancia una de las principales características del niño superdotado. El tercer y último componente que alude a la creatividad, se observa en mayor grado en aquellos alumnos que tienen una gran capacidad inventiva manteniendo un alto nivel de originalidad, sobresaliendo en comparación de sus pares. Lo anteriormente mencionado, se ejemplifica a continuación a través de una representación gráfica (ver figura 2).

Figura 2. Ilustración gráfica del Modelo de los tres anillos de J. Renzulli (1986) ²



² Guirado, Á., Martínez Torres, Mercé., Prieto, A., Reverter, R., Ruiz, N. y Varela, M. (2012). *Altas capacidades intelectuales. Pautas de actuación, orientación, intervención y evaluación en el periodo escolar*. Barcelona: Graó.

Es importante mencionar que el modelo planteado por Renzulli fue modificado a lo largo de la historia, por motivos interpretativos de diferentes investigadores como Mönks (1988) y Van Boxtel (1992), quienes postulan que el modelo de los tres anillos no considera la interacción de la persona con su contexto social, ni la naturaleza de su desarrollo humano, por esto que amplían el modelo incluyendo factores sociales y personales.

2.1.6 Otros conceptos relacionados al talento

La terminología usada en esta área de investigación varía según diversos autores, es por esto que se mencionarán algunas definiciones.

Precocidad: presentar habilidades específicas prematuramente, en comparación con personas de la misma edad, lo que no quiere decir que al llegar a su etapa madura posean un nivel intelectual superior, sino que la activación de recursos intelectuales se da en un tiempo más corto que el ritmo promedio (considerado normal), mencionado en Guirado y otros (2012).

Prodigio: es un niño que presenta un desarrollo de una habilidad al nivel de un adulto, señalado en Virgolim (2007).

Genios: son aquellas personas que dejan un gran legado para la humanidad, ya sea por su conocimiento o capacidades, nombrado en Virgolim (2007).

Hay autores que prefieren usar las palabras talentosos o altas habilidades/capacidades.

Altas capacidades: aptitudes sobresalientes que posee una persona en comparación a la de sus pares. Este término es utilizado para referirse a dotados, superdotados y talentosos, definido en Virgolim (2007).

“Campo académico: Alto rendimiento en las áreas más relevantes del curriculum” (Guirado, et. al. 2012, p. 68).

Talento académico: Alumno que posee un alto nivel en más de un área del curriculum, ya sea de tipo verbal, lógico, de gestión de la memoria, entre otros. Llamándose a esto talento complejo, lo cual se señala en Guirado y otros (2012).

2.1.7 Taxonomía de Marzano

En Vallardo (2001), Robert Marzano, investigador educativo, propuso un sistema de clasificación que busca indagar y amplificar el conocimiento sobre como el estudiante piensa durante el proceso enseñanza-aprendizaje. La taxonomía de Marzano está compuesta de lo que él conoce como: tres sistemas y el conocimiento. Estos son sistema de cognición, sistema de meta-cognición, sistema de conciencia del ser y dominios del conocimiento.

En Gallardo (2009), menciona que los procesos mentales del sistema de cognición surgen a partir del dominio del conocimiento, dividiéndolo en cuatro procesos, cada uno de los cuales requiere del anterior.

El primero de ellos referido al recuerdo, se relaciona de forma directa con la memoria, elemento fundamental que permite la retención de conocimiento. Este proceso difiere dependiendo del tipo de información con la que esté trabajando.

El siguiente, hace alusión a la comprensión, en donde se traduce el conocimiento en las formas adecuadas para que su almacenaje en la memoria permanente se produzca. Las operaciones mentales que convergen para lograr la comprensión son la integración, proceso que une el nuevo conocimiento con el anterior que estaba alojado en la memoria permanente; y simbolización, proceso de crear analogías simbólicas del conocimiento.

El proceso de análisis corresponde a la extensión razonada del conocimiento, es decir las personas elaboran lo que comprenden. Por lo tanto, se puede afirmar que el análisis va más allá de la identificación de lo esencial, que es una función propia de la comprensión.

Por último se menciona, la utilización, refiriéndose a la necesidad de las personas de cumplir con determinadas tareas. El nivel utilización del conocimiento está conformado por

cuatro categorías: toma de decisiones, resolución de problemas, experimentación e investigación.

Por otra parte el sistema de metacognición, se ha descrito como el responsable del monitoreo, evaluación y regulación de todos los tipos de pensamiento. Este incluye las funciones de especificar las metas, monitoreo de los procesos, monitoreo de la claridad y monitoreo de la precisión.

Por último el sistema de conciencia del ser, contiene una interrelación entre diversos elementos que intervienen en el proceso de aprendizaje como son: las actitudes, las creencias y las emociones. Es la interrelación entre estos elementos lo que determina finalmente la motivación y la atención. Asimismo, este es el sistema que permite a los alumnos tomar una postura frente a la opción de aprender o no aprender algo. Por esta razón, si se toma la opción de aprender se activan los elementos del sistema de pensamiento.

2.1.8 Supuestos asumidos para la investigación

En base a las definiciones mencionadas con anterioridad, cabe aclarar que los conceptos a utilizar dentro del trabajo de investigación serán los señalados por Guirado y otros (2012) quien alude a Gagné, siendo estos el de talento (agente que posee habilidades que se encuentran en potencia) y talento lógico (“Alto potencial para organizar datos y extraer teorías coherentes a partir de estas. Alto rendimiento para solucionar problemas estructurados e inferir reglas de categorización de información con rasgos comunes” (Guirado, et. al, 2012, p. 68)). El talento lógico sera utilizado en conjunto con el talento matemático (“Alto rendimiento en aquellas tareas que requieren la manipulación de transformaciones cuantitativas y numéricas, así como en la resolución de problemas que pueden cuantificarse.” (Guirado, et al, 2012, p. 68)).

El resto de las definiciones fueron dadas para diferenciar los conceptos y así utilizar correctamente la terminología del área a investigar.

Por otra parte, todas las teorías que fundamentan el área de talento y que fueron mencionadas con anterioridad, se organizarán y desprenderán a partir de la Taxonomía de Marzano.

2.2 Área pedagógica

Se ha considerado el área pedagógica dentro de esta investigación debido a que la identificación de los alumnos talentosos se realizará dentro del aula común de escuelas chilenas, con lo que se hace necesario primeramente contextualizar la actual educación en el país. Por lo anterior, se consideran dos grandes ámbitos; por una parte las leyes actuales de regularización, y por otra los planes y programas establecidos desde primero a tercero básico.

2.2.1 Leyes educativas

El marco legal que rige nuestro país dentro de todos los ámbitos es la Constitución Política, reformada en el 2005 por Lagos y Ministros de Estado, donde se establece en el primer capítulo, artículo primero, las bases y principios esenciales del régimen constitucional vigente. Este texto expresa derechos fundamentales para las personas; concibiendo que el estado está al servicio de la persona humana y su finalidad es promover el bien común, para lo cual debe contribuir a crear las condiciones sociales que permitan a todos y a cada uno de los integrantes de la comunidad nacional su mayor realización espiritual y material posible, con pleno respeto a los derechos y garantías que esta Constitución establece.

Se desprende por tanto de lo anterior que es tarea de Estado proveer y promover el desarrollo espiritual y material de las personas considerando sus derechos, no obstante, actualmente se considera que existen áreas dentro de la educación que no están cumpliendo con los objetivos propuestos.

Por otra parte la Constitución también plantea en su tercer capítulo, artículo diecinueve, inciso diez como derecho a la Educación, que esta “tiene por objetivo el pleno desarrollo de la persona en las distintas etapas de su vida”. (Lagos, R y Ministros de Estado, 2005, p. 13).

En relación a la ley general de educación, establecida por el Ministerio de Educación (2009), según su primer artículo, es aquella que regula los derechos y deberes de los integrantes de la comunidad educativa, fijando los requisitos mínimos que deberán exigirse

en cada uno de los niveles de educación. Ésta, según el segundo artículo, se plantea como un proceso de aprendizaje que abarca las distintas etapas de la vida de las personas y que tiene como finalidad alcanzar su desarrollo espiritual, ético, moral, afectivo, intelectual, artístico y físico, mediante la transmisión y el cultivo de valores, conocimientos y destrezas.

El sistema educativo chileno es construido sobre la base de los derechos que se garantizan en la constitución y se inspira a partir de doce principios. De estos se mencionan los que por definición incluirían a los alumnos talentosos:

1. Principio de universalidad y educación permanente: la educación debe estar al alcance de todas las personas a lo largo de toda la vida.
2. Principio de equidad del sistema educativo: El sistema propenderá a asegurar que todos los estudiantes tengan las mismas oportunidades de recibir una educación de calidad, con especial atención en aquellas personas o grupos que requieran apoyo especial.
3. Principio de integración: “El sistema propiciará la incorporación de alumnos de diversas condiciones sociales, étnicas, religiosas, económicas y culturales” (Ministerio de Educación, 2005, p. 2)

Según lo que plantea el tercer artículo y los principios anteriormente mencionados, la educación debe estar al alcance de todas las personas, asegurando que esta sea de calidad, integrando a todos los alumnos en su diversidad y procurando desarrollar al máximo sus capacidades.

En su décimo artículo, se plantea que todos los alumnos y alumnas tienen derecho a recibir una educación que les ofrezca oportunidades para su formación y desarrollo integral, y a recibir una atención adecuada y oportuna en el caso de tener necesidades educativas especiales.

Se entiende por alumno con necesidades educativas especiales, quien precisa ayuda y recursos adicionales, ya sean humanos, materiales o pedagógicos para conducir su proceso

de enseñanza-aprendizaje, lo cual es otorgado mediante la Educación Especial durante toda la escolaridad.

Debido a las necesidades educativas especiales que existen dentro de los establecimientos del país, es que aparece la creación del Proyecto de Integración Escolar, el cual nace para entregar respuesta a todos los alumnos que por algún motivo no pueden acceder al currículo de forma autónoma y requieren de apoyos adicionales para hacerlo.

A partir de éste decreto se especifica la definición de alumnos con necesidades educativas especiales de carácter permanente; aquellos que tienen barreras para aprender y participar durante toda su escolaridad como consecuencia de una discapacidad diagnosticada por un profesional competente, y que debido a esto demanda al sistema educacional la provisión de apoyos y recursos extraordinarios para asegurar el aprendizaje escolar. Por otra parte, los alumnos con necesidades educativas especiales de carácter transitorio, son aquellos que requieren en algún momento de su vida escolar a consecuencia de un trastorno o discapacidad diagnosticada por un profesional competente, ayudas y apoyos extraordinarios para acceder o progresar en el currículum por un determinado período de su escolarización. (Ministerio de Educación, 2009, p.4)

En relación a las definiciones planteadas, se observa la relación existente entre necesidades educativas especiales y alumnos talentosos, debido a que estos estudiantes también requieren de apoyos adicionales para lograr los objetivos que involucran diferentes metodologías de trabajo, así como también una propuesta que implique un desafío cognitivo para ellos.

Sin embargo, es aquí cuando se vislumbra el vacío legal que existe en nuestro país en cuanto a alumnos talentosos, ya que las discapacidades que toma en consideración el decreto son: Discapacidad Auditiva, Discapacidad Visual, , Autismo, Disfasia, Multidéficit y Discapacidades múltiples, sordo-ceguera, Déficit Atencional con y sin Hiperactividad, Trastornos Específicos del Lenguaje, Trastornos Específicos del Aprendizaje, Discapacidad Intelectual y Coeficiente Intelectual en el rango límite, no tomando en cuenta a aquellos alumnos que presentan habilidades diferentes, por sobre la media, pero que requieren de

apoyos adicionales para ponerlas en práctica de forma autónoma y seguir desarrollándolas, por lo que se aprecia que quienes poseen talento académico no tienen cabida dentro de la educación especial.

Debido a esto, el Ministerio de Educación (2007), creó un programa denominado Promoción de Talentos Académicos en escuelas y liceos municipales, que consiste en la entrega de una beca para aquellos estudiantes que presentan talento académico y que cursan segundo ciclo de educación básica y cuarto año de educación media. Este Programa se ejecuta a través de convenios con instituciones de educación superior reconocidas por el Estado, las que ofrecen programas de enriquecimiento curricular en diversos campos del conocimiento. El objetivo de esto, es dar proyección nacional a la educación de niños y niñas con talento académico provenientes de establecimientos subvencionados y municipales, con prioridad a quienes se encuentran en mayor vulnerabilidad.

El concepto de talento académico dentro del programa refiere a las y los estudiantes que destacan en comparación a su grupo de pares dado su potencial y habilidades académicas generales o específicas en las áreas de ciencias sociales, ciencias naturales, humanidades y/o matemáticas (Ministerio de Educación, 2005, p.1).

La beca otorgada por el Ministerio equivale al 50% del costo del programa, y está destinada a estudiantes de establecimientos educacionales subvencionados y municipales que se encuentren cursando estudios entre 5° año de educación básica y III° año de educación media, preseleccionados por el establecimiento educacional donde cursan estudios. Deben rendir y aprobar el test de habilidades generales aplicado por la institución de educación superior reconocida por el Estado. Adicionalmente, las y los estudiantes becados deben contar con el patrocinio del sostenedor municipal del establecimiento u otra entidad pública y/o privada, mediante una carta en la que se compromete a aportar el 50% restante de la beca a la que accederá el becario, destinado a cubrir el costo total de los cursos.

2.2.2 Currículum nacional: Programa y plan de estudio de matemática

Chile posee un marco curricular definido, el que servirá de base para desarrollar instrumentos válidos que permitan realizar la investigación propuesta. Debido al carácter de esta, se hará mención a los aspectos del currículum que corresponden a la asignatura de matemática.

El plan de estudios considera 228 horas anuales dedicadas a la asignatura de matemáticas en primer ciclo según el Decreto N° 2960/2012.

Con la puesta en marcha de la Ley General de Educación (LGE), implementada en el año 2009, se definen nuevos objetivos generales para el ciclo básico, modificando lo que se propendía con la Ley Orgánica Constitucional de Enseñanza (LOCE): “Dominar las operaciones aritméticas fundamentales y conocer los principios de las matemáticas básicas y sus nociones complementarias esenciales” (Ministerio de Educación, 1990, Artículo 11 Ley N° 18.962), para dar paso a un nuevo objetivo general: “Comprender y utilizar conceptos y procedimientos matemáticos básicos, relativos a números y formas geométricas, en la resolución de problemas cotidianos, y apreciar el aporte de la matemática para entender y actuar en el mundo” (Ministerio de Educación, 2009, Artículo 29 Ley N° 20.370). Lo anterior en relación a los contenidos propios del área de las matemáticas, aún cuando no es excluyente de las demás asignaturas según la LGE.

Por lo anteriormente mencionado, a partir del año 2009 se consideran nuevas exigencias curriculares para el área de matemáticas, dentro de las cuales se encuentra un listado de objetivos de aprendizaje que representan lo mínimo que todo alumno debe aprender durante el año escolar, y que integran conocimientos, habilidades y actitudes.

Las Bases Curriculares de Matemática, creadas por el Ministerio de Educación (2012), ponen su énfasis en los siguientes puntos:

- Reducción del ámbito numérico para favorecer el razonamiento matemático y la adquisición de conceptos básicos sólidos para favorecer la comprensión sobre la mecanización.
- Resolución de problemas a partir de situaciones concretas en contextos cotidianos y matemáticos: esto da al estudiante la ocasión de enfrentarse a situaciones desafiantes que requieren, para su resolución, variadas habilidades, destrezas y conocimientos que no siguen esquemas prefijados.
- Propuesta didáctica: de lo concreto a lo pictórico y a lo simbólico (COPISI).
- Desarrollo de habilidades del pensamiento y de conceptos matemáticos de manera integrada.

El Ministerio de Educación (MINEDUC) (2009), organiza el currículo considerando habilidades, ejes y actitudes. Dentro de las habilidades que se busca desarrollar durante la enseñanza básica se encuentran: Resolver Problemas, Argumentar y Comunicar, Modelar, y Representar. Se presentan los conceptos organizados en cinco ejes temáticos: Números y Operaciones, Patrones y Álgebra, Geometría, Medición, y Datos y Probabilidad.

Por otro lado, se promueve el desarrollo de actitudes para todo el ciclo básico, las cuales derivan de los anteriores objetivos fundamentales transversales y se busca que sean trabajadas en conjunto con los contenidos y habilidades propias de la asignatura.

El Ministerio de Educación ha dispuesto el currículum escolar en programas de estudio para cada año, donde se detallan los objetivos de aprendizaje, referido a aprendizajes esperables; y sus respectivos indicadores de evaluación, los que detallan un desempeño observable y evaluable. Estos propenden a facilitar la organización del trabajo en el aula.

Cabe destacar que los objetivos de aprendizaje no son independientes entre sí, sino más bien son un continuo organizado de lo más simple a lo más complejo, de lo concreto a lo abstracto, o del conocimiento puntual a los sistemas de conceptos.

Los programas de estudio explicitan la necesidad de atender a la diversidad de estudiantes dentro del aula, considerando los ritmos y estilos de aprendizaje de cada uno, de modo que todos los estudiantes logren los aprendizajes mínimos para el nivel.

2.2.2.1 Habilidades

Dentro de los programas de estudio emanados desde el Ministerio de Educación, se detallan las habilidades matemáticas que deben ser desarrolladas por los alumnos según el nivel educativo en el cual se encuentran.

Por tanto, con el propósito de establecer diferencias en el desarrollo de habilidades, para reconocer a alumnos que presenten talento matemático, es que se detallan a continuación la progresión de habilidades a desarrollar desde primer a tercer año básico (ver tabla 1).

Tabla 1. Habilidades propuestas en el programa ministerial de matemática desde 1° a 3° básico.

RESOLVER PROBLEMAS		
1° básico	2° básico	3° básico
Emplear diversas estrategias para resolver problemas.	Emplear diversas estrategias para resolver problemas: - a través de ensayo y error - aplicando conocimientos adquiridos	Resolver problemas dados o creados.
Comprobar enunciados, usando material concreto y gráfico.	Comprobar enunciados, usando material concreto y gráfico.	Emplear diversas estrategias para resolver problemas y alcanzar respuestas adecuadas, como la estrategia de los 4 pasos: entender, planificar, hacer y comprobar.
Expresar un problema con sus propias palabras.		Transferir los procedimientos utilizados en situaciones ya resueltas a problemas similares.

ARGUMENTAR Y COMUNICAR		
1° básico	2° básico	3° básico
Describir situaciones del entorno con lenguaje matemático.	Describir situaciones de la realidad con lenguaje matemático.	Formular preguntas para profundizar el conocimiento y la comprensión.
Comunicar el resultado de descubrimientos de relaciones, patrones y reglas, entre otros, empleando expresiones matemáticas.	Comunicar el resultado de descubrimientos de relaciones, patrones y reglas, entre otros, empleando expresiones matemáticas.	Descubrir regularidades matemáticas -la estructura de las operaciones inversas, el valor posicional en el sistema decimal, patrones y comunicarlas a otros.
Explicar las soluciones propias y los procedimientos utilizados.	Explicar las soluciones propias y los procedimientos utilizados.	Hacer deducciones matemáticas de manera concreta.
		Describir una situación del entorno con una expresión matemática, con una ecuación o con una representación pictórica.
		Escuchar el razonamiento de otros para enriquecerse y para corregir errores.

MODELAR		
1° básico	2° básico	3° básico
Aplicar modelos que involucren sumas, restas y orden de cantidades.	Aplicar y seleccionar modelos que involucren sumas, restas y orden de cantidades.	Aplicar, seleccionar y evaluar modelos que involucren las cuatro operaciones y la ubicación en la recta numérica y en el plano.
Expresar, a partir de representaciones pictóricas y explicaciones dadas, acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático.	Expresar, a partir de representaciones pictóricas y explicaciones dadas, acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático.	Expresar, a partir de representaciones pictóricas y explicaciones dadas, acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático.
		Identificar regularidades en expresiones numéricas y geométricas.

REPRESENTAR		
1° básico	2° básico	3° básico
Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para representar enunciados.	Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para representar enunciados.	Utilizar formas de representación, como esquemas y tablas, con un lenguaje técnico específico y con los símbolos matemáticos correctos.
Crear un relato basado en una expresión matemática simple.	Crear un relato basado en una expresión matemática simple.	Crear un problema real a partir de una expresión matemática, una ecuación o una representación.
		Transferir una situación de un nivel de representación a otro (por ejemplo: de lo concreto a lo pictórico y de lo pictórico a lo simbólico, y viceversa).

Las actitudes a desarrollar en matemáticas durante la enseñanza básica son las siguientes, mencionadas por el Ministerio de Educación (2013):

- Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico.
- Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas.
- Manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de las matemáticas.
- Manifestar una actitud positiva frente a sí mismo y sus capacidades.
- Demostrar una actitud de esfuerzo y perseverancia.
- Expresar y escuchar ideas de forma respetuosa.

2.2.2.2 Objetivos de aprendizaje

A continuación se presentan los objetivos de aprendizaje propuestos en los programas de estudio, por el Ministerio de Educación (2013) desde primer a tercer año básico en el eje de números y operaciones (ver tabla 2).

Tabla 2. Objetivos de aprendizaje de matemática, del eje números y operaciones de 3° año básico³

NÚMEROS Y OPERACIONES		
1° Básico	2° Básico	3° Básico
Contar números del 0 al 100 de 1 en 1, de 2 en 2, de 5 en 5 y de 10 en 10, hacia adelante y hacia atrás, empezando por cualquier número menor que 100.	Contar números del 0 al 1 000 de 2 en 2, de 5 en 5, de 10 en 10 y de 100 en 100, hacia adelante y hacia atrás, empezando por cualquier número menor que 1 000.	Contar números del 0 al 1 000 de 5 en 5, de 10 en 10, de 100 en 100: - empezando por cualquier número natural menor que 1 000 - de 3 en 3, de 4 en 4..., empezando por cualquier múltiplo del número correspondiente.

³ Ministerio de Educación. (2013). *Programa de Estudio Matemática 1° Básico*. Santiago: Ministerio de Educación.

Ministerio de Educación. (2013). *Programa de Estudio Matemática 2° Básico*. Santiago: Ministerio de Educación.

Ministerio de Educación. (2013). *Programa de Estudio Matemática 3° Básico*. Santiago: Ministerio de Educación.

NÚMEROS Y OPERACIONES		
1° Básico	2° Básico	3° Básico
Identificar el orden de los elementos de una serie, utilizando números ordinales del primero (1°) al décimo (10°).	Leer números del 0 al 100 y representarlos en forma concreta, pictórica y simbólica.	Leer números hasta 1 000 y representarlos en forma concreta, pictórica y simbólica.
Leer números del 0 al 20 y representarlos en forma concreta, pictórica y simbólica.	Comparar y ordenar números del 0 al 100 de menor a mayor y viceversa, usando material concreto y monedas nacionales de manera manual y/o por medio de software educativo.	Comparar y ordenar números naturales hasta 1 000, utilizando la recta numérica o la tabla posicional de manera manual y/o por medio de software educativo.
Comparar y ordenar números del 0 al 20 de menor a mayor y/o viceversa, utilizando material concreto y/o usando software educativo.	Estimar cantidades hasta 100 en situaciones concretas, usando un referente.	Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para las adiciones y sustracciones hasta 100: <ul style="list-style-type: none"> - por descomposición - completar hasta la decena más cercana - usar dobles - sumar en vez de restar - aplicar la asociatividad
Estimar cantidades hasta 20 en situaciones concretas, usando un referente.	Estimar cantidades hasta 20 en situaciones concretas, usando un referente.	Identificar y describir las unidades, decenas y centenas en números del 0 al 1 000, representando las cantidades de acuerdo a su valor posicional, con material concreto, pictórico y simbólico.

NÚMEROS Y OPERACIONES		
1° Básico	2° Básico	3° Básico
<p>Componer y descomponer números del 0 a 20 de manera aditiva, en forma concreta, pictórica y simbólica.</p>	<p>Describir y aplicar estrategias de cálculo mental para adiciones y sustracciones hasta 20:</p> <ul style="list-style-type: none"> - completar 10 - usar dobles y mitades - “uno más uno menos” - “dos más dos menos” - usar la reversibilidad de las operaciones 	<p>Demostrar que comprenden la adición y la sustracción de números del 0 al 1 000:</p> <ul style="list-style-type: none"> - usando estrategias personales con y sin material concreto - creando y resolviendo problemas de adición y sustracción que involucren operaciones combinadas, en forma concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o por medio de software educativo - aplicando los algoritmos con y sin reserva, progresivamente, en la adición de hasta cuatro sumandos y en la sustracción de hasta un sustraendo
<p>Describir y aplicar estrategias¹ de cálculo mental para las adiciones y sustracciones hasta 20:</p> <ul style="list-style-type: none"> - conteo hacia adelante y atrás - completar 10 - dobles 	<p>Identificar las unidades y decenas en números del 0 al 100, representando las cantidades de acuerdo a su valor posicional, con material concreto, pictórico y simbólico.</p>	<p>Demostrar que comprenden la relación entre la adición y la sustracción, usando la “familia de operaciones” en cálculos aritméticos y en la resolución de problemas.</p>

NÚMEROS Y OPERACIONES		
1° Básico	2° Básico	3° Básico
<p>Determinar las unidades y decenas en números del 0 al 20, agrupando de a 10, de manera concreta, pictórica y simbólica.</p>	<p>Demostrar y explicar de manera concreta, pictórica y simbólica el efecto de sumar y restar 0 a un número.</p>	<p>Demostrar que comprenden las tablas de multiplicar hasta 10 de manera progresiva:</p> <ul style="list-style-type: none"> - usando representaciones concretas y pictóricas - expresando una multiplicación como una adición de sumandos iguales - usando la distributividad como estrategia para construir las tablas hasta el 10 - aplicando los resultados de las tablas de multiplicación hasta 10x10, sin realizar cálculos - resolviendo problemas que involucren las tablas aprendidas hasta el 10

NÚMEROS Y OPERACIONES		
1° Básico	2° Básico	3° Básico
<p>Demostrar que comprenden la adición y la sustracción de números del 0 al 20 progresivamente, de 0 a 5, de 6 a 10, de 11 a 20 con dos sumandos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - usando un lenguaje cotidiano para describir acciones desde su propia experiencia - representando adiciones y sustracciones con material concreto y pictórico, de manera manual y/o usando software educativo - representando el proceso en forma simbólica - resolviendo problemas en contextos familiares - creando problemas matemáticos y resolviéndolos. 	<p>Demostrar que comprende la adición y la sustracción en el ámbito del 0 al 100:</p> <ul style="list-style-type: none"> - usando un lenguaje cotidiano y matemático para describir acciones desde su propia experiencia - resolviendo problemas con una variedad de representaciones concretas y pictóricas, de manera manual y/o usando software educativo - registrando el proceso en forma simbólica - aplicando los resultados de las adiciones y sustracciones de los números del 0 a 20 sin realizar cálculos - aplicando el algoritmo de la adición y sustracción sin considerar reserva - creando problemas matemáticos en contextos familiares y resolviéndolos 	<p>Demostrar que comprenden la división en el contexto de las tablas de hasta 10x10:</p> <ul style="list-style-type: none"> - representando y explicando la división como repartición y agrupación en partes iguales, con material concreto y pictórico - creando y resolviendo problemas en contextos que incluyan la repartición y la agrupación - expresando la división como una sustracción repetida - describiendo y aplicando la relación inversa entre la división y la multiplicación - aplicando los resultados de las tablas de multiplicación hasta 10x10, sin realizar cálculos
<p>Demostrar que la adición y la sustracción son operaciones inversas, de manera concreta, pictórica y simbólica.</p>	<p>Demostrar que comprende la relación entre la adición y la sustracción al usar la “familia de operaciones” en cálculos aritméticos y la resolución de problemas.</p>	<p>Resolver problemas rutinarios en contextos cotidianos, que incluyan dinero e involucren las cuatro operaciones (no combinadas).</p>

NÚMEROS Y OPERACIONES		
1° Básico	2° Básico	3° Básico
	Demostrar que comprende la multiplicación: <ul style="list-style-type: none"> - usando representaciones concretas y pictóricas - expresando una multiplicación como una adición de sumandos iguales - usando la distributividad como estrategia para construir las tablas del 2, del 5 y del 10 - resolviendo problemas que involucren las tablas del 2, del 5 y del 10 	Demostrar que comprenden las fracciones de uso común: $1/4$, $1/3$, $1/2$, $2/3$, $3/4$: <ul style="list-style-type: none"> - explicando que una fracción representa la parte de un todo , de manera concreta, pictórica, simbólica, de forma manual y/o con software educativo - describiendo situaciones, en las cuales se puede usar fracciones - comparando fracciones de un mismo todo, de igual denominador

En relación a lo que propone el Ministerio de Educación en el programa de estudio de matemáticas de tercero básico recientemente expuesto, los objetivos en que se centrará esta investigación pertenecen al eje de Números y Operaciones, y son los siguientes:

- Demostrar que comprenden la adición y la sustracción de números del 0 al 1 000:
 - usando estrategias personales con y sin material concreto
 - creando y resolviendo problemas de adición y sustracción que involucren operaciones combinadas, en forma concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o por medio de software educativo
 - aplicando los algoritmos con y sin reserva, progresivamente, en la adición de hasta cuatro sumandos y en la sustracción de hasta un sustraendo.
- Demostrar que comprenden la relación entre la adición y la sustracción, usando la “familia de operaciones” en cálculos aritméticos y en la resolución de problemas.

Los contenidos derivados de lo anterior y que serán considerados para la posterior construcción de instrumentos son los siguientes:

- Adición de números de 0 a 1000 de forma simbólica mediante el uso de algoritmos y/o cálculo mental.
- Sustracción de números de 0 a 1000 de forma simbólica mediante el uso de algoritmos y/o cálculo mental.

Las habilidades que plantea el programa de estudio de tercero básico y que serán consideradas en esta investigación son las siguientes:

- Resolver problemas dados
- Emplear diversas estrategias para resolver problemas y alcanzar respuestas adecuadas, como la estrategia de los 4 pasos: entender, planificar, hacer y comprobar.
- Transferir los procedimientos utilizados en situaciones ya resueltas a problemas similares.
- Describir una situación del entorno con una expresión matemática, con una ecuación o con una representación pictórica.

2.3 Didáctica de la matemática

Como tercer y último aspecto, se hará mención a aquellos autores que sostienen y defienden diferentes aristas de la didáctica de la matemática, aspecto relevante para la presente investigación.

Para esto se han considerado los siguientes autores y su respectiva área de trabajo, las cuales se especificarán en un apartado:

- Michéle Artigue: lo que respecta a la ingeniería didáctica, específicamente algunas fases de la metodología de la ingeniería, como el análisis a priori y a posteriori.
- Gerald Vergnaud, en su teoría de los Campos Conceptuales alude a la categorización de problemas o relaciones aditivas de bases.

2.3.1 Análisis a priori y posteriori.

Artigue (1995) menciona la ingeniería didáctica de las matemáticas a modo de metodologías de investigación, proponiendo distintas fases: análisis preliminar, concepción, análisis a priori, experimentación, análisis posteriori y evaluación.

Dado el carácter de la investigación solo se hondara en dos de las etapas mencionadas con anterioridad: análisis a priori y análisis posteriori.

El análisis a priori, tiene como objetivo determinar que las actividades seleccionadas sean pertinentes para mediar la construcción de conocimientos por parte de los alumnos. Este análisis cuenta con una parte descriptiva y otra predictiva, es por esto que se incluye dentro de él la(s) respuesta(s) experta(s), los conocimientos puestos en juego, los conocimientos previos, las posibles estrategias y los posibles errores que los estudiantes podrían desarrollar.

El análisis a posteriori se sustenta en el análisis de los datos obtenidos y en las observaciones que se realizaron durante la etapa de experimentación, es decir, en el desarrollo de las actividades propuestas. Los principales puntos de observación guardan

directa relación con los puntos analizados en la segunda etapa: análisis a priori, a modo de criterios, pero sin considerarlos dentro del análisis. Esto quiere decir, que se explicitan las estrategias desarrolladas por los alumnos, los errores y las dificultades que han debido sortear.

2.3.2 Categorización de problemas aditivos

Vergnaud (1990), señala la necesidad de presentar al alumno situaciones de aprendizaje (tareas/problemas) cuya resolución supone poner en juego determinadas habilidades las cuales pueden “(...) ser reducida[s] a una combinación de relaciones de base con datos conocidos y desconocidos, (...) La clasificación de estas relaciones de base y de las clases de problemas que se pueden generar (...) permite además abrir el campo de las posibilidades, y superar el cuadro demasiado limitado de las situaciones habituales de la vida” (Vergnaud, 1990, p.11).

En consecuencia de lo anterior, el autor plantea que en “(...) las estructuras aditivas, se pueden identificar seis relaciones de base, a partir de las cuales es posible engendrar todos los problemas de adición y sustracción de la aritmética ordinaria (Vergnaud, 1990, p.11).”

La categorización que hace Vergnaud es la siguiente:

1. La composición de dos medidas en una tercera:
 - 1.1. Incógnita centrada en el resultado final.
 - 1.2. Incógnita centrada en uno de los sumandos.

2. La transformación (cuantificada) de una medida inicial en una medida final.
 - 2.1. Transformación positiva, incógnita en el estado final.
 - 2.2. Transformación positiva incógnita en la transformación.
 - 2.3. Transformación positiva, incógnita en el estado inicial.
 - 2.4. Transformación negativo, incógnita en el final.
 - 2.5. Transformación negativo, incógnita en el estado inicial.

3. La relación (cuantificada) de comparación entre dos medidas.
 - 3.1. Incógnita en la relación.
 - 3.2. Forma de explicar la relación (más que, menos que).
 - 3.3. Incógnita en una de las medidas.

4. La composición de dos transformaciones.
 - 4.1. Incógnita en la composición. Transformación negativa-positiva.
 - 4.2. Incógnita en una de las transformaciones. Transformación positiva-negativa.
 - 4.3. Incógnita en la composición. Transformación positiva.
 - 4.4. Incógnita en una de las transformaciones. Transformación negativa.

5. La transformación de una relación.
 - 5.1. Incógnita en el estado relativo final.
 - 5.2. Incógnita en el estado relativo inicial.
 - 5.3. Incógnita en la transformación.

6. La composición de dos relaciones.

CAPÍTULO 3

CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1 Tipo de investigación

La presente investigación está situada en un paradigma cualitativo, ya que el análisis de los datos se realiza con el propósito de explorar y describir ciertas habilidades de un grupo de alumnos de diferentes establecimientos de la región, respondiendo a las preguntas del porqué y cómo se puede concluir que existen alumnos con habilidades sobresalientes entre sus pares. Esta exploración realizada a cinco aulas de nuestra región permite concluir de acuerdo a los resultados entregados que alumno cumple con los requisitos para concluir que pertenecerían al grupo de alumnos con talento matemático.

Taylos y Bogdan (1996) consideran, en un sentido amplio, la investigación cualitativa como “aquella que produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable”, en este caso, será el de describir las respuestas de los niños en base a la caracterización de Vernaugd.

Las siguientes características propias de la investigación cualitativa, mencionadas por Ruíz (1996), relevantes desde el objetivo de este trabajo son:

- Es inductiva, lo que significa que este trabajo considera la observación de los hechos desde una forma particular a lo general, es decir se infiere a partir de algunos casos particulares realizando conclusiones generales entregando respuesta a la problemática planteada.
- El investigador ve al escenario y a las personas desde una perspectiva holística; las personas, los escenarios o los grupos no son reducidos a variables, sino considerados como un todo. Dentro del presente trabajo es el estudiante y sus habilidades matemáticas, las que se observan desde una forma particular hasta de forma general la observación realizada por la profesora.
- Los investigadores cualitativos son sensibles a los efectos que ellos mismos causan sobre las personas que son objeto de su estudio, es decir se tiende a emitir un juicio

respecto a la realidad observada; por eso en este trabajo se ha considerado como un aspecto fundamental en el segundo instrumento la mirada del docente encargado del aula.

- Los investigadores cualitativos tratan de comprender a las personas dentro del marco de referencia de ellas mismas.
- El investigador cualitativo suspende o aparta sus propias creencias, perspectivas y predisposiciones.
- Los investigadores cualitativos dan énfasis a la validez en su investigación.
- Para el investigador cualitativo, todos los escenarios y personas son dignos de estudio.

3.2 Diseño de investigación

Recordando que la investigación busca diseñar un instrumento que nos permita identificar dentro del aula a alumnos con talento en algún área o específicamente en el área de las matemáticas, es que la naturaleza de esta investigación es de tipo cualitativa, situada desde el paradigma fenomenológico buscando conocer los comportamientos que el individuo pone en evidencia, describiéndolo, comprendiéndolo e interpretándolo.

Este instrumento antes mencionado se origina a partir de una serie de pasos mencionados a continuación:

- Extensa revisión bibliográfica que permite unificar criterios sobre los alumnos talentosos, así como también identificar las características que manifiestan dentro de la sala de clase aquellos alumnos con talento en algún área específica o directamente aquel alumno con talento matemático.
- Diseño instrumento de evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos, por medio del cual se pretende diferenciar dentro de un grupo curso los diferentes niveles de abstracción y deducción que poseen los alumnos para identificar aquellos que sobresalen por sobre sus pares. Este instrumento consta de un desafío matemático que se compone de siete ejercicios de resolución de

problemas. Por medio de este, se observan diversas habilidades que ponen en juego los alumnos, para llegar a la respuesta experta.

- Diseño de instrumento de observación de alumnos entre 8 y 10 años dentro del aula, la cual posee una amplia fundamentación que explica el origen de cada ítem mencionado en esta pauta, por medio de la cual se pretende concluir si es que existirían alumnos con talento matemático dentro de las aulas en donde se aplica el instrumento de evaluación diagnóstica.

- Aplicación instrumento de evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos, en tres establecimientos de la región con un grupo de alumnos heterogéneos en cuanto a ciudades provenientes, estrato social y sexo.

- A partir de los resultados obtenidos por parte de los alumnos, se realiza un análisis de las habilidades puestas en juego y las estrategias utilizadas para resolver los problemas matemáticos considerando lo que propone Vergnaud en su categorización de problemas aditivos.

- Aplicación instrumento de observación de alumnos entre 8 y 10 años dentro del aula, por parte de los profesores en sólo dos establecimientos de los tres iniciales, por medio del cual se pretende llegar a concluir si es que se pueden encontrar alumnos con talento matemático dentro de algunas instituciones de la región.

- Redacción del documento final realizando las conclusiones correspondientes de acuerdo a los resultados obtenidos, considerando en primera instancia el desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos y la observación realizada por la profesora jefe.

3.3 Contextualización de población involucrada en el estudio

3.3.1 Descripción establecimientos educacionales

Para recabar datos se dividió a los alumnos según su establecimiento educacional, generando tres grupos, denominados Grupo 1, Grupo 2 y Grupo 3, los cuales se señalan a continuación:

Grupo 1: Colegio Pumahue de Curauma, establecimiento ubicado en Curauma, Valparaíso, de dependencia particular privada y de carácter mixto.

Grupo 2: Escuela Básica Latina D-411 Villa Alemana, establecimiento ubicado en Villa Alemana, de dependencia municipal y de carácter mixto.

Grupo 3: Escuela de Niñas Canadá de Quillota, establecimiento ubicado en Quillota, de dependencia municipal, atiende sólo niñas.

3.3.2 Descripción sujetos

Como sujetos de investigación se contará con los alumnos pertenecientes a los terceros básicos de los establecimientos recién señalados.

En el Grupo 1 se considerará los dos terceros básicos pertenecientes al colegio Pumahue, conformando un total de 56 alumnos y alumnas de entre 8 y 10 años de edad.

En el Grupo 2 se trabajará con 24 alumnos y alumnas que conforman el tercero básico de la escuela Básica Latina, cuyas edades fluctúan entre los 8 y 10 años de edad.

Por último, en el Grupo 3 serán sujeto de investigación las alumnas que pertenecen a los dos terceros básicos de la escuela Niñas de Canadá de Quillota, uno de ellos conformado por 29 niñas y el segundo por 26 estudiantes, en ambos cursos las edades van entre los 8 y 12 años de edad, siendo las dos niñas mayores de 10 años descartadas como sujetos de investigación.

3.4 Diseño de primer instrumento: Evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos.

Para realizar una evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos, se toma la determinación de confeccionar un instrumento que se constituye como un desafío matemático para los alumnos, el cual consta de siete problemas.

Para el diseño del instrumento antes mencionado se deben seguir los siguientes pasos:

1. Estudio a cabalidad sobre la categorización de la estructura aditiva de base que propone Vergnaud, siendo necesario el uso de estas para la confección de los problemas, donde cada uno está ligado a una respectiva categoría.
2. Una vez realizado lo anterior, se confecciona una tabla de fundamentación que respalda la elección y confección de los problemas propuestos.
3. Cada problema matemático cuenta con la realización de un análisis a priori, donde se evidencian las habilidades puestas en juego, las estrategias que se podrían utilizar para llegar a la respuesta y los errores y dificultades que el alumno podría presentar.
4. Al finalizar la creación del instrumento, este sufre un proceso de validación que permite certificar que cumple con el objetivo propuesto. Para ello es analizado por dos expertos en el área, quienes realizan sugerencias las cuales son tomadas en consideración, siendo evidenciadas a través de posibles modificaciones. Tales expertos son Patricia López y Pamela Reyes.

3.5 Diseño de segundo instrumento: Instrumento de observación de alumnos entre 8 y 10 años, dentro del aula

Para poder seleccionar a los alumnos talentosos en el área de la matemática dentro de un grupo curso, se toma la decisión de construir una tabla de observación de alumnos entre 8 y 10 años que evidencie características propias de dichos estudiantes, no obstante se requiere de una etapa previa, donde se construya un perfil de alumno talentoso.

Para el diseño del instrumento de observación se deben seguir los siguientes pasos:

1. Realizar un perfil de alumno con talento, a partir de una exhaustiva revisión bibliográfica, quedando reflejado en una tabla de fundamentación, donde cada característica señalada cuenta con un sustento teórico.
2. Realizar un perfil de alumno con talento matemático; a partir del perfil antes mencionado, se extraen las características en común entre un niño con talento y uno con talento en el área de la matemática, a su vez, esto se contrasta con un estudio bibliográfico enfocado solamente en el área del talento matemático, por lo que surgen nuevas características específicas de esa área. Dando como resultado un perfil de alumno con talento matemático, entre 8 y 10 años, expuesto en una tabla de fundamentación que respalda la elección y confección del perfil.

Cabe destacar que cada uno de los perfiles diseñados tiene una estructura que está basada en la Taxonomía de Marzano, donde se evidencian tres sistemas, los cuales se relacionan con una dimensión y esta a su vez, con subdimensiones. De las anteriores se desprenden variados indicadores con sus respectivos respaldos teóricos y a partir de estos surgen ítems.

3. El diseño de la tabla de observación final (alumno con talento matemático), se confecciona a partir de los ítems señalados en la fundamentación del perfil de alumno con talento matemático y se establecen cinco categorías (siempre, casi siempre, a veces, casi nunca y nunca) para dar respuesta al grado con que el niño evidencia las características o a la posible ausencia de estas.

4. Para realizar la selección de alumnos con talento matemático dentro del aula, se deben establecer criterios, los cuales son requeridos luego de obtener los resultados del instrumento.
5. Al finalizar la creación del instrumento, este sufre un proceso de validación que certifica que cumple con el objetivo propuesto. Para ello es analizado por expertos en el área, quienes realizan sugerencias las cuales son tomadas en consideración, siendo evidenciadas a través de posibles modificaciones. Tales expertos son Katia Sandoval, Leonor Conejeros y Soledad Estrella.

3.6 Proceso de aplicación de instrumentos

Los instrumentos creados para la investigación que son; evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos (instrumento 1) e instrumento de observación de alumnos entre 8 a 10 años, dentro del aula (instrumento 2), los cuales son necesarios aplicar en orden cronológico para su efectividad.

La implementación del instrumento 1 se realiza en tres establecimientos de la región ya antes mencionados, de forma separada, a un total de 116 alumnos, con un tiempo de aplicación máximo de 45 minutos. Por medio de este, se pretende preseleccionar ciertos alumnos que destacan sobre sus pares según la categorización de la estructura aditiva que propone Gérard Vergnaud, y dado el avance curricular que debiesen tener los alumnos en el primer semestre de tercer año básico, según lo establecido por el Ministerio de Educación.

A partir de esto se establece como criterio para preseleccionar alumnos el que posean habilidades de nivel superior, las cuales se pueden evidenciar en los tres últimos problemas del instrumento, en donde se pretende observar la resolución del total de ellos como resultado recomendable.

Con los resultados obtenidos según lo mencionado anteriormente aún no se puede identificar por completo a un alumno talentoso en matemática, debido a esto, se procede a aplicar la observación en el aula.

Esta observación a cargo de la profesora jefe se realiza dentro del aula ya que es el lugar más indicado para observar las conductas que se pretende, a través del cual se podrá concluir si es que podemos identificar alumnos con talento matemático dentro del aula.

CAPÍTULO 4

CAPÍTULO 4: CONSTRUCCIÓN PERFIL DE ALUMNO, ENTRE 8 Y 10 AÑOS, CON TALENTO ESPECÍFICAMENTE EN EL ÁREA DE LA MATEMÁTICA

4.1 Fundamentación problemas según la categorización de Vergnaud

La clasificación que se presenta de la elaboración de problemas a utilizar como instrumento para la identificación de alumnos con talento matemático, se basa en la categorización de la estructura aditiva que hace Gérard Vergnaud (1990), la cual se divide en seis relaciones aditivas de base, cada una de estas se liga a varios tipos de problemas, los que nombraremos a continuación:

1. La composición de dos medidas en una tercera:
 - a. Incógnita centrada en el resultado final.
 - b. Incógnita centrada en uno de los sumandos.

2. La transformación (cuantificada) de una medida inicial en una medida final.
 - a. Transformación positiva, incógnita en el estado final.
 - b. Transformación positiva incógnita en la transformación.
 - c. Transformación positiva, incógnita en el estado inicial.
 - d. Transformación negativo, incógnita en el final.
 - e. Transformación negativo, incógnita en el estado inicial.

3. La relación (cuantificada) de comparación entre dos medidas.
 - a. Incógnita en la relación.
 - b. Forma de explicar la relación (más que, menos que).
 - c. Incógnita en una de las medidas.

4. La composición de dos transformaciones.
 - a. Incógnita en la composición. Transformación negativa-positiva.
 - b. Incógnita en una de las transformaciones. Transformación positiva-negativa.
 - c. Incógnita en la composición. Transformación positiva.
 - d. Incógnita en una de las transformaciones. Transformación negativa.

5. La transformación de una relación.
 - a. Incógnita en el estado relativo final.
 - b. Incógnita en el estado relativo inicial.
 - c. Incógnita en la transformación.

6. La composición de dos relaciones.

4.1.1 Contenidos matemáticos del currículum nacional, involucrados en el Instrumento de evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos

En relación a los problemas construidos es importante tener en cuenta:

Están basados en los siguientes objetivos obtenidos del programa de estudio de matemáticas de 3° año básico establecidos por el Ministerio de Educación (2013):

- Demostrar que comprenden la adición y la sustracción de números del 0 al 1000:
 - › usando estrategias personales con y sin material concreto
 - › creando y resolviendo problemas de adición y sustracción que involucren operaciones combinadas, en forma concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o por medio de software educativo
 - › aplicando los algoritmos con y sin reserva, progresivamente, en la adición de hasta cuatro sumandos y en la sustracción de hasta un sustraendo.

- Demostrar que comprenden la relación entre la adición y la sustracción, usando la “familia de operaciones” en cálculos aritméticos y en la resolución de problemas.

Se presenta a continuación tabla de fundamentación teórica de problemas basados en las relaciones aditivas de base, propuestas por Vergnaud, la cual se encuentra en el orden que establece la clasificación de las relaciones aditivas de base, lo que difiere con el orden que se muestra en el instrumento a implementar, ya que en este se organizan según el contexto de cada problema de manera de seguir una secuencia lógica para el estudiante (ver tabla 3).

Tabla 3. Fundamentación teórica de problemas basados en las relaciones aditivas de base, propuestas por Vergnaud⁴

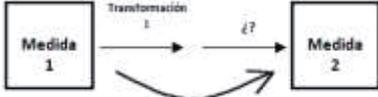
Relaciones de Base	Tipo de problema	Problema	Fundamentación Teórica
<p>1° Relación de base La composición de dos medidas en una tercera. (Relaciones parte-parte-todo)</p>	<p>Incógnita centrada en uno de los sumandos (partes)</p>	<p>(Benjamín y Camila acompañan a su mamá al supermercado y se enfrentan a las siguientes situaciones.) Al llegar al subterráneo los hermanos observan que hay 150 autos estacionados, de un total de 480 lugares para estacionar. Entonces Camila le pregunta a su mamá ¿Cuántos lugares disponibles tienen para poder estacionarse?</p>	<div data-bbox="1480 467 1738 678" style="text-align: center;"> </div> <p>El modelo refleja que en este tipo de problemas se dan situaciones en las cuales hay dos partes que forman un todo. Específicamente en este problema la incógnita está en una de las partes, siendo la otra dada al igual que el valor del todo.</p>

⁴ Vergnaud, G. (1990) La teoría de los campos conceptuales. Recherches en Didactiques des Mathématiques [Traducción de Juan D. Godino].

Relaciones de Base	Tipo de problema	Problema	Fundamentación Teórica
<p>2° Relación de base</p> <p>La transformación (cuantificada) de una medida inicial en una medida final</p>	<p>Transformación positiva, incógnita en la transformación</p>	<p>Cuando Benjamín fue a buscar el carro del supermercado para hacer las compras, al contarlos se dio cuenta que habían 138. En ese momento llega un trabajador a dejar más ¿Cuántos carros llegaron si ahora hay 159?</p>	<div data-bbox="1423 467 1738 571" style="text-align: center;"> <pre> graph LR A[Estado inicial] -- "¿? (+)" --> B[Estado final] </pre> </div> <p>Este tipo de problema representa situaciones en las que existe un estado o medida inicial la cual sufre una transformación positiva dando como resultado un estado o medida final. La incógnita en este caso se encuentra en la transformación, ya que el estado inicial y final están dados.</p>

Relaciones de Base	Tipo de problema	Problema	Fundamentación Teórica
<p>2° Relación de base La transformación (cuantificada) de una medida inicial en una medida final</p>	<p>Transformación negativa, incógnita en el estado inicial</p>	<p>La mamá de Benjamín y Camila es la encargada de comprar las leches individuales para un desayuno compartido en el colegio de los niños. Si puso en el carro 114 de estas cajas y en el estante quedaron 186 ¿Cuántas leches había antes de que la mamá sacara las cajas?</p>	<div data-bbox="1423 370 1745 472" data-label="Diagram"> <pre> graph LR A[¿?] -- "Transformación (-)" --> B[Estado final] </pre> </div> <p>Este tipo de problema representa situaciones en las que existe un estado o medida inicial la cual sufre una transformación negativa lo que da como resultado un estado o medida final. La incógnita en este caso se encuentra en el estado inicial, ya que la transformación y el estado final están dados.</p>

Relaciones de Base	Tipo de problema	Problema	Fundamentación Teórica
<p>3° Relación de base</p> <p>La relación (cuantificada) de comparación entre dos medidas.</p>	<p>Incógnita en una de las medidas</p>	<p>Cuando van en el auto, los hermanos se entretienen viendo sus álbumes y cuentan sus láminas, dándose cuenta que Camila tiene 375 láminas y Benjamín tiene 28 más que ella ¿Cuántas láminas tiene Benjamín en el álbum?</p>	<div data-bbox="1528 365 1669 630" style="text-align: center;"> <pre> graph TD M1[Medida 1] -- Relación --> M2[Medida 2] </pre> </div> <p>Este tipo de problema muestra una relación de comparación entre dos medidas, tales como “n de más que” y “n de menos que”. En este caso la incógnita se encuentra en una de las medidas, por lo que la relación de comparación (más que) y la otra medida se encuentran dadas.</p>

Relaciones de Base	Tipo de problema	Problema	Fundamentación Teórica
<p>4° Relación de base</p> <p>La composición de dos transformaciones.</p>	<p>Incógnita en una de las transformaciones.</p> <p>Transformación negativa.</p>	<p>Al pasar por caja los hermanos le piden a su mamá que les compre sobres para sus álbumes. Luego que la mamá se los compró, Camila cuenta que tiene 422 láminas entre las nuevas y pegadas pero cuando se sube al auto se da cuenta que ha perdido 21, por lo que su hermano decide regalarle alguna de las suyas. Finalmente Camila llega a tener 428 láminas ¿Cuántas le regaló Benjamín?</p>	 <p>Este tipo de problema está centrado en la composición de dos transformaciones, las cuales modifican una medida. En este caso la incógnita se encuentra en la segunda transformación, por lo que la medida inicial, la primera transformación y la medida final se encuentran dadas.</p>

Relaciones de Base	Tipo de problema	Problema	Fundamentación Teórica
<p>5° Relación de base La transformación de una relación</p>	<p>Incógnita en el estado relativo inicial</p>	<p>Benjamín le prestó dinero a Camila para que se comprara una traba. Al llegar a la casa Camila le paga \$360, pero aun así le sigue debiendo \$279 ¿Cuánto le debía inicialmente Camila a Benjamín?</p>	<div data-bbox="1415 383 1730 483" data-label="Diagram"> </div> <p>Este tipo de problema representa situaciones donde se muestra una relación que sufre una transformación. En este caso la incógnita se encuentra en el estado inicial de la relación, por lo que se entregan los datos referidos a la transformación y el estado final de la relación (relación 2).</p>

Relaciones de Base	Tipo de problema	Problema	Fundamentación Teórica
<p>6° Relación de base La composición de dos relaciones.</p>	<p>Incógnita en la composición.</p>	<p>Al día siguiente la mamá les entrega la misma cantidad de dinero para la semana a cada uno. Benjamín se acuerda que le debe \$365 a Camila y a su vez ella le debe \$243. Si ambos pagan sus deudas ¿Quién queda con más dinero? ¿Cuánto más?</p>	<div data-bbox="1465 370 1654 553" data-label="Diagram"> <p>The diagram consists of two rectangular boxes stacked vertically on the left. The top box is labeled 'Relación 1' and the bottom box is labeled 'Relación 2'. A right-facing curly bracket groups these two boxes. To the right of this bracket is a single rectangular box containing the text '¿?'.</p> </div> <p>Este tipo de problema refleja situaciones donde se presentan dos relaciones cuya composición representa un estado final. En este caso la incógnita se encuentra en la composición, por lo que las relaciones se encuentran dadas.</p>

4.2 Instrumento de evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos

A continuación, se presenta el resultado final del instrumento de evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos a implementar en terceros años básicos de diferentes establecimientos educacionales, con el fin de identificar alumnos talentosos en el área de la matemática.

Con este instrumento se pretende identificar estrategias de nivel superior desarrolladas por estudiantes de tercer año básico (entre 8 y 10 años) para la preselección de alumnos talentosos en matemática.

El instrumento consta de una primera instancia informativa, en la cual se da a conocer las instrucciones que deberán ser leídas en conjunto entre evaluador o profesor y alumnos. Además en esta parte los alumnos deben escribir su nombre. Posteriormente se presentan siete problemas los cuales están contextualizados en base a una misma situación, además se presentan dibujos con el fin de motivar al alumno y no agotar mediante la lectura. A su vez, cada uno de los problemas se encuentran relacionados a una relación de base propuesta por Vergnaud, lo cual se detalla a continuación:

1° problema: 3° relación de base

2° problema: 1° relación de base

3° problema: 2° relación de base

4° problema: 2° relación de base

5° problema: 4° relación de base

6° problema: 5° relación de base

7° problema: 6° relación de base

Cada uno de los problemas contempla un espacio, el cual se divide en datos, donde se espera que el alumno extraiga la información relevante y la registre allí; desarrollo, en el cual se pretende que se realice la(s) operación(es); y respuesta, donde el alumno responde a la pregunta planteada. En algunos casos existe un espacio para argumentar el porqué,

concretamente desde la 3° relación de base en adelante, puesto que son las categorías más complejas, y en las cuales interesa rescatar las estrategias y razonamiento utilizado.

Estos problemas deben ser contestados de forma individual, en un tiempo de 90 minutos (2 horas pedagógicas).

Todo lo anteriormente señalado se puede evidenciar en el instrumento de evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos (ver anexo 1).

4.3 Análisis a priori instrumento de evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos

A continuación se da a conocer el análisis a priori de los problemas planteados para ser resueltos por parte de los alumnos de tercer año básico. En primer lugar se presentaran los problemas, posteriormente los diferentes puntos a analizar cómo: respuesta experta; posibles estrategias; conocimientos previos; posibles errores; y dificultades.

Se presenta el análisis de la siguiente forma: introducción para los alumnos (contextualización); problema; análisis del problema; y así sucesivamente.

4.3.1 Contextualización problemas

En el instrumento se presenta una introducción (contextualización) para que los alumnos noten una relación entre los problemas, los cuales a su vez nacen de un contexto conocido y común para ellos, la cual es:

Benjamín y Camila acompañan a su mamá al supermercado y se enfrentan a las siguientes situaciones.

4.3.2 Análisis a priori 1° Relación de base: Problema 2

Problema: *Al llegar al subterráneo los hermanos observan que hay 150 autos estacionados, de un total de 480 lugares para estacionar. Entonces Camila le pregunta a su mamá ¿Cuántos lugares disponibles tienen para poder estacionarse?*

4.3.2.1 Habilidades

Las habilidades puestas en juego son:

- Extraer información relevante (datos) para la resolución de este: Hay 150 autos estacionados, hay un total de 480 lugares para estacionar.
- Identificar la relación entre los datos: De un total de 480 lugares para estacionar hay ocupados 150.
- Identificar la incógnita: diferencia entre lugares para estacionar y lugares utilizados.
- Deducir la parte faltante del todo: cantidad de lugares disponibles
- Usar estrategia(s): pictórico, simbólico o cálculo mental.
- Encontrar el resultado: 330.
- Redactar la respuesta: Hay 330 lugares disponibles para poder estacionarse.

4.3.2.2 Respuesta experta

El razonamiento involucrado tiene relación con identificar la estructura del problema en el cual existen dos partes, la primera de ellas conocida mientras que la segunda se desconoce, formando ambas un todo. De esta manera se calcula la parte faltante.

Se realiza la siguiente sustracción: $480 - 150 = 330$.

Siendo la respuesta a la pregunta planteada: “Hay 330 lugares disponibles para poder estacionarse”.

4.3.2.3 Posibles estrategias

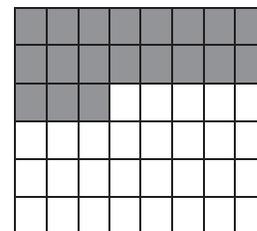
Dentro de las posibles estrategias, siendo estas los caminos que llevan a resolver el problema sin cometer errores, están:

- La respuesta experta anteriormente mencionada.
- Comprender estructura del problema, realizando la operación (sustracción) sin consideración las unidades (0): $48 - 15 = 33$. Luego se le agrega el cero al resultado. Dando como respuesta “Hay 330 lugares disponibles para poder estacionarse”.
- Comprender la estructura del problema, realizando la operación (sustracción) sin consideración las unidades (0), $48 - 15 = 33$ por medio de dibujos:

480 lugares para estacionar (48 cuadrados)

150 lugares ocupados (15 cuadrados grises)

330 lugares disponibles (33 cuadrados en blanco)



Dando como respuesta “Hay 330 lugares disponibles para poder estacionarse”.

4.3.2.4 Posibles errores

Dentro de los posibles errores que los alumnos podrían cometer o presentar están:

- No identificar correctamente la parte faltante a descubrir.
- No identificar las cantidades que corresponden al minuendo y sustraendo en la sustracción.
- Ubicar mal los dígitos según su valor posicional para realizar la sustracción.
- Realizar erróneamente la sustracción.
- Cuando se aplica la estrategia de eliminar el cero en la sustracción, no volver a agregarlo al terminar.
- Suma 150 con el 480.

- g) Multiplicar 15 por 48 y luego agregar los 0.
- h) Plantear el algoritmo de la sustracción erróneamente, es decir, sin respetar el orden de minuendo y sustraendo.

4.3.2.5 Posibles dificultades

Dentro de las posibles dificultades que los alumnos podrían presentar están:

- a) No comprender el problema, es decir, no identificar que existen dos partes, una de las cuales es la incógnita, que forman un todo.
- b) No manejar el algoritmo de la sustracción.
- c) No manejar el rango numérico en el cual se aplican los problemas.
- d) No identificar la operación a realizar (sustracción) para poder encontrar la incógnita.

4.3.3 Análisis a priori 2° Relación de base: Problema 3

Problema: Cuando Benjamín fue a buscar el carro del supermercado para hacer las compras, al contarlos se dio cuenta que habían 138. En ese momento llega un trabajador a dejar más ¿Cuántos carros llegaron si ahora hay 159?

4.3.3.1 Habilidades

Las habilidades puestas en juego son:

- Extraer información relevante (datos) para la resolución de este: habían 138 carros, dejan otros y ahora hay 159.
- Identificar la relación entre los datos: habían 138 carros y después de que dejan más ahora hay 159.
- Identificar la incógnita: diferencia entre la cantidad de carros inicial y la cantidad de carros final.
- Deducir la transformación (cuantificada) positiva que sufre una medida inicial para llegar a una medida final: cantidad de carros agregada.
- Usar estrategia(s): pictórico, concreto, simbólico o cálculo mental.
- Encontrar el resultado: 21

4.3.3.4 Posibles errores

Dentro de los posibles errores que los alumnos podrían cometer o presentar están:

- a) No identificar la transformación como parte de la estructura del problema (no la transformación como respuesta).
- b) No identificar las cantidades que corresponden al minuendo y sustraendo en la sustracción.
- c) Ubicar mal los dígitos según su valor posicional para realizar la sustracción.
- d) Realizar erróneamente la sustracción.
- e) Realizar erróneamente el conteo con los dedos.
- f) En la estrategia donde identifican la incógnita y luego comprueba, hacerlo de manera errónea.
- g) Realizar erróneamente el conteo con los dibujos.
- h) Sumar el 138 con el 159.
- i) Plantear el algoritmo de la sustracción erróneamente, es decir, sin respetar el orden de minuendo y sustraendo.
- j) Al resultado de la sustracción (21), restarle el carro que fue a buscar Benjamín.

4.3.3.5 Posibles dificultades

Dentro de las posibles dificultades que los alumnos podrían presentar están:

- a) No comprender el problema, es decir, no identificar que existe una incógnita en la transformación de la cantidad inicial que da como resultado una cantidad final.
- b) No manejar el algoritmo de la sustracción.
- c) No manejar el rango numérico en el que está el problema.
- d) No identificar la operación a realizar (sustracción) para poder encontrar la incógnita.

4.3.4 Análisis a priori 2° Relación de base: Problema 4

Problema: La mamá de Benjamín y Camila es la encargada de comprar las leches individuales para un desayuno compartido en el colegio de los niños. Si puso en el carro 114 de estas cajas y en el estante quedaron 186 ¿Cuántas leches había antes de que la mamá sacara las cajas?

4.3.4.1 Habilidades

Las habilidades puestas en juego son:

- Extraer información relevante (datos) para la resolución de este: lleva 114 leches, quedan 186 en el estante.
- Identificar la relación entre los datos: en el estante de leches quedan 186 después de que la mamá pone en el carro 114.
- Identificar la incógnita: estado inicial de las leches.
- Deducir la transformación (cuantificada) negativa que sufre una medida inicial para llegar a una medida final: cantidad de leches quitadas.
- Usar estrategia(s): pictórico, simbólico o cálculo mental.
- Encontrar el resultado: 300.
- Redactar la respuesta: Habían 300 leches antes de que la mamá de Benjamín y Camila.

4.3.4.2 Respuesta experta

Identificar la estructura del problema donde existe una cantidad inicial desconocida que sufre una determinada transformación, generando una cantidad final conocida. De esta manera se calcula la cantidad inicial.

Se realiza la siguiente adición $186 + 114 = 300$.

Siendo la respuesta “Habían 300 leches antes de que la mamá de Benjamín y Camila sacara las cajas”.

4.3.4.3 Posibles estrategias

Dentro de las posibles estrategias, siendo estas los caminos que llevan a resolver el problema sin cometer errores, están:

- La respuesta experta anteriormente mencionada.
- Hacerse la pregunta ¿A cuánto le quite 186 que me dio 114?

	C	D	U
	2	9	10
	¿?		
-	1	8	6
	1	1	4

	C	D	U
	2	9	10
	300		
-	1	8	6
	1	1	4

Dando como respuesta “Habían 300 leches antes de que la mamá de Benjamín y Camila sacara las cajas”.

4.3.4.4 Posibles errores

Dentro de los posibles errores que los alumnos podrían cometer o presentar están:

- No identificar la cantidad inicial como incógnita del problema.
- Ubicar mal los dígitos según su valor posicional para realizar la adición.
- Realizar erróneamente la adición.
- En el caso de la estrategia b, que consiste en realizar la pregunta “¿a cuánto le quité 186 que me dio 114?”, no ubicar correctamente la resta y el sustraendo, para calcular el minuendo.
- Realizar erróneamente la adición.
- Ubicar mal los dígitos según su valor posicional en la estrategia b.
- Restar 186 menos 114.
- Multiplicar 114 por 186.

4.3.4.5 Posibles dificultades

Dentro de las posibles dificultades que los alumnos podrían presentar están:

- a) No comprender el problema, es decir, no identificar que existe una incógnita en la cantidad inicial, la cual al sufrir una transformación da como resultado una cantidad final.
- b) No manejar el algoritmo de la adición.
- c) No manejar el algoritmo de la sustracción.
- d) No manejar valor posicional (unidad, decena, centena) para realizar la sustracción.
- e) No identificar la operación a realizar para encontrar la incógnita de forma correcta.

4.3.5 Análisis a priori 3° Relación de base: Problema 1

Problema: Cuando van en el auto, los hermanos se entretienen viendo sus álbumes y cuentan sus láminas, dándose cuenta que Camila tiene 375 láminas y Benjamín tiene 28 más que ella ¿Cuántas láminas tiene Benjamín en el álbum?

4.3.5.1 Habilidades

Las habilidades puestas en juego son:

- Extraer información relevante (datos) para la resolución de este: Camila tiene 374 láminas pegadas, Benjamín tiene 28 más que Camila.
- Identificar la relación entre los datos: Benjamín tiene 28 láminas más que Camila que tiene 375.
- Identificar la incógnita: diferencia entre láminas entre Benjamín y Camila.
- Deducir la relación (cuantificada) de comparación entre dos medidas: Benjamín tiene 28 láminas más que Camila.
- Usar estrategia(s): pictórico, concreto, simbólico o cálculo mental.
- Encontrar el resultado: 403
- Redactar la respuesta: Benjamín tiene 403 láminas en el álbum.
- Argumentar la respuesta dada al problema.

4.3.5.2 Respuesta experta

Identificar la estructura del problema donde existen dos medidas una de ellas conocidas mientras que de la otra solo se conoce una parte y el resto no. De esta manera se calcula la medida desconocida.

Se realiza la siguiente adición $375 + 28 = 403$.

La respuesta esperada es “Benjamín tiene 403 láminas en el álbum”.

La argumentación final es “Porque el total de láminas que tiene Benjamín es 28 más que Camila. Entonces, si Camila tiene 375, Benjamín tendrá 375 más 28.”

4.3.5.3 Posibles estrategias

Dentro de las posibles estrategias, siendo estas los caminos que llevan a resolver el problema sin cometer errores, están:

- a) La respuesta experta anteriormente mencionada.
- b) Contar a partir de 375 hasta agregar las 28 unidades más con los dedos para identificar cuantas láminas tiene Benjamín en el álbum. Dando como respuesta “Benjamín tiene 403 láminas en el álbum”.
- c) Realizar un conteo por medio de dibujo, es decir, dibujar 28 unidades (palitos), luego contar a partir del 375.



Dando como respuesta “Benjamín tiene 403 láminas en el álbum”.

4.3.5.4 Posibles errores

- a) No identificar una de las medidas como incógnita del problema.
- b) Ubicar mal los dígitos según su valor posicional para realizar la adición.
- c) Realizar erróneamente la adición.
- d) Realizar erróneamente el conteo con los dedos.
- e) Realizar erróneamente el conteo con los dibujos.
- f) Restar 375 menos 28.
- g) Multiplicar 375 por 28.

4.3.5.5 Posibles dificultades

Dentro de las posibles dificultades que los alumnos podrían presentar están:

- a) No comprender el problema, es decir, no identificar que está compuesta por dos medidas, en donde una de ellas está incompleta.
- b) No manejar el algoritmo de la adición.
- c) No manejar el rango numérico en el que está el problema.
- d) No identificar la operación a realizar (adición) para poder encontrar la incógnita.

4.3.6 Análisis a priori 4° Relación de base: Problema 5

Problema: Al pasar por caja los hermanos le piden a su mamá que les compre sobres para sus álbumes. Luego que la mamá se los compró, Camila cuenta que tiene 422 láminas entre las nuevas y pegadas, pero cuando se sube al auto se da cuenta que ha perdido 21, por lo que su hermano decide regalarle alguna de las suyas. Finalmente Camila llega a tener 428 láminas ¿Cuántas le regaló Benjamín?

4.3.6.1 Habilidades

Las habilidades puestas en juego son:

- Extraer información relevante (datos) para la resolución de este: Camila tenía 422 láminas, pierde 21 láminas, al final tiene 428 láminas.
- Identificar la relación entre los datos: Camila tenía 422 láminas y pierde 21, Benjamín le regala láminas, finalmente tiene 428 láminas.
- Identificar la incógnita: cantidad de láminas que Benjamín le regala a Camila.
- Deducir la segunda transformación al identificar la composición entre las transformaciones de los datos: Benjamín le regala láminas a Camila luego de que ella pierde 21.
- La composición de dos transformaciones.
- Usar estrategia(s): pictórico, simbólico o cálculo mental.
- Encontrar el resultado: 27
- Redactar la respuesta: Benjamín le regalo 27 láminas.
- Argumentar la respuesta dada al problema.

4.3.6.2 Respuesta experta

Identificar la estructura del problema donde existen dos transformaciones en una medida inicial conocida, la primera transformación está establecida mientras que la segunda es desconocida, a su vez ya está determinada la medida final. De esta manera se calcula la transformación desconocida.

Se realizan las siguientes sustracciones $422 - 21 = 401$ y $428 - 401 = 27$.

Siendo la respuesta “Benjamín le regalo 27 láminas”.

La argumentación es “Porque Benjamín le regalo láminas a Camila después de que ella perdiera 21. Entonces, si al principio tenía 422 láminas y pierde 21 queda con 401. Como finalmente Camila tiene un total de 428 láminas, significa que Benjamín le regala la diferencia entre 428 y 401”.

4.3.6.3 Posibles estrategias

Dentro de las posibles estrategias, siendo estas los caminos que llevan a resolver el problema sin cometer errores, están:

- La respuesta experta anteriormente mencionada
- En la primera operación restar $22 - 21 = 01$, luego agregarle las 4 centenas, es decir, el resultado es 401. Luego en la segunda operación eliminar automáticamente las centenas dado que son en ambos casos 4, y posteriormente realizar la operación: $28 - 1 = 27$. Dando como respuesta “Benjamín le regalo 27 láminas”.
- Contar con los dedos: en la primera operación contar a partir de 422 en orden decreciente hasta haber restado 21 unidades, y en la segunda hacerse la pregunta ¿Cuánto me falta para llegar a 428? Empezando a contar desde 401 hasta llegar a 428. Dando como respuesta “Benjamín le regalo 27 láminas”.
- Realizar la primera operación $422 - 21 = 401$. Luego identificar la incógnita de la segunda operación por medio de conteo y comprobar con el algoritmo de la adición $401 + 27 = 428$.

Dando como respuesta Benjamín le regalo 27 láminas.

- Aplicar la estrategia b (eliminar las centenas), la diferencia está en que el cálculo lo hacen por medio de dibujo.

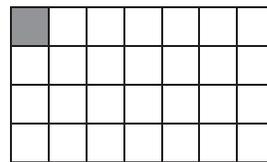
Calculo 1:



Cuadros sin pintar 1.

Resultado: 401

Calculo 2:



Cuadros sin pintar 27.

Resultado 27.

Dando como respuesta Benjamín le regalo 27 láminas.

4.3.6.4 Posibles errores

Dentro de los posibles errores que los alumnos podrían cometer o presentar están:

- a) No identificar las dos transformaciones que sufre la medida inicial del problema.
- b) Ubicar mal los dígitos según su valor posicional para realizar las sustracciones.
- c) Realizar erróneamente las sustracciones.
- d) Realizar erróneamente el conteo con los dedos.
- e) Realizar erróneamente el conteo con los dibujos.
- f) Realizar solo una de las operaciones.
- g) En la primera operación cuando se aplica la estrategia de eliminar las centenas, no volver a agregarlas al terminar.
- h) En la segunda sustracción donde se eliminan las 4 centenas tanto en el minuendo como en el sustraendo, volver a agregarlas.
- i) Restar 428 menos 422.
- j) Sumar 422 más 21 más 428.
- k) Plantear el algoritmo de la sustracción erróneamente, es decir, sin respetar el orden de minuendo y sustraendo.

4.3.6.5 Posibles dificultades

Dentro de las posibles dificultades que los alumnos podrían presentar están:

- a) No comprender el problema, es decir, no identificar que a la medida inicial se le aplican dos transformaciones de las cuales una de ellas es la incógnita.
- b) No manejar el algoritmo de la sustracción.
- c) No manejar el rango numérico en el que está el problema.
- d) No manejar valor posicional (unidad, decena, centena).
- e) No identificar las operaciones a realizar (sustracción) para poder encontrar la incógnita.
- f) No manejar el algoritmo de la adición para comprobar en la estrategia d.

4.3.7 Análisis a priori 5° Relación de base: Problema 6

Problema: Benjamín le prestó dinero a Camila para que se comprara una traba. Al llegar a la casa Camila le paga \$360, pero aun así le sigue debiendo \$279 ¿Cuánto le debía inicialmente Camila a Benjamín?

4.3.7.1 Habilidades

Las habilidades puestas en juego son:

- Extraer información relevante (datos) para la resolución de este: Camila paga \$360, Camila aún debe \$279.
- Identificar la relación entre los datos: Camila paga \$360 a Benjamín y le sigue debiendo \$279.
- Identificar la incógnita: estado inicial de la deuda
- Deducir el estado inicial de la deuda al relacionar los datos con la transformación: inicialmente Camila debía a Benjamín, suma entre lo pagado y la deuda actual
- Usar estrategia(s): pictórico, simbólico o cálculo mental.
- Encontrar el resultado: 639
- Redactar la respuesta: Camila le debía 639 a Benjamín.
- Argumentar la respuesta dada al problema.

4.3.7.2 Respuesta experta

Identificar la estructura del problema donde existe un estado inicial desconocido, al cual le ocurre una determinada transformación, con un estado final conocido. De esta manera se calcula el estado inicial desconocida.

Se realiza la siguiente adición $360 + 279 = 639$.

Siendo la respuesta “Camila le debía 639 a Benjamín”.

La argumentación es “Porque Camila pagó 360 y aun debía 279, entonces la suma del pago y lo que aún debe equivale al valor inicial de la deuda.”

4.3.7.3 Posibles estrategias

Dentro de las posibles estrategias, siendo estas los caminos que llevan a resolver el problema sin cometer errores, están:

- La respuesta experta anteriormente mencionada.
- Descomponer según valor posicional y realizar la operación por medio de cálculo mental. Dando como respuesta “Camila le debía 639 a Benjamín”
- Sumar unidades, decenas y centenas por separado, para luego llegar al resultado final.

C	D	U
$3 + 2$	$6 + 7$	$0 + 9$
5	13 (1 C. y 3 D.)	9

C	D	U
6	3	9

Dando como respuesta “Camila le debía 639 a Benjamín”

4.3.7.4 Posibles errores

Dentro de los posibles errores que los alumnos podrían cometer o presentar están:

- No identificar el estado inicial como incógnita del problema.
- Ubicar mal los dígitos según su valor posicional para realizar la adición.
- Realizar erróneamente la adición.
- Restar 360 menos 279.

4.3.7.5 Posibles dificultades

Dentro de las posibles dificultades que los alumnos podrían presentar están:

- a) No comprender el problema, es decir, no identificar que la incógnita está en la cantidad inicial, la cual al sufrir una transformación da como resultado una cantidad final.
- b) No manejar el algoritmo de la adición.
- c) No manejar valor posicional (unidad, decena, centena) para realizar la adición.
- d) No identificar las operaciones a realizar (adición) para poder encontrar la incógnita

4.3.8 Análisis a priori 6° Relación de base: Problema 7

Problema: Al día siguiente la mamá les entrega la misma cantidad de dinero para la semana a cada uno. Benjamín se acuerda que le debe \$365 a Camila y a su vez ella le debe \$243. Si ambos pagan sus deudas ¿Quién queda con más dinero? ¿Cuánto más?

4.3.8.1 Habilidades

Las habilidades puestas en juego son:

- Extraer información relevante (datos) para la resolución de este: Benjamín debe \$365, Camila debe \$243.
- Identificar la relación entre los datos: Benjamín debe \$365 a Camila, Camila debe \$243 a Benjamín.
- Identificar la incógnita: diferencia entre las deudas
- Deducir la composición entre las relaciones de los datos: finalmente Benjamín debe a Camila
- Usar estrategia(s): pictórico, simbólico o cálculo mental.
- Encontrar el resultado: 122
- Redactar la respuesta: Camila queda con \$122 más que Benjamín.
- Argumentar la respuesta dada al problema.

4.3.8.2 Respuesta experta

Identificar la estructura del problema donde existe una cantidad relacionada con otra, ambas conocidas, y cuya composición es desconocida. De esta manera se calcula la composición desconocida.

Se realiza la siguiente sustracción $365 - 243 = 122$.

Siendo la respuesta “Camila queda con \$122 más que Benjamín”.

La argumentación es: “Si Benjamín paga a Camila, ella queda con 365 más que al inicio. Luego, si Camila paga a Benjamín resta 243 al dinero que tiene. Entonces, como ambos recibieron la misma cantidad al inicio, y Benjamín debe más a Camila, ella suma a su monto inicial la diferencia entre ambas deudas.”

4.3.8.3 Posibles estrategias

Dentro de las posibles estrategias, siendo estas los caminos que llevan a resolver el problema sin cometer errores, están:

- La respuesta experta anteriormente mencionada.
- Restar unidades, decenas y centenas por separado, para luego llegar al resultado final.

C	D	U
3 - 2	6 - 4	5 - 3
1	2	2

C	D	U
1	2	2

Luego, identificar que Benjamín debe más dinero que Camila, por lo que esta última quedará con dinero.

Dando como respuesta “Camila queda con \$122 más que Benjamín”

- Suponer la cantidad de dinero que les entrega la mamá y luego a ese monto restarle en dos operaciones distintas lo que debe cada hijo, de esa manera determinan con cuanto se queda cada uno. Posteriormente esos resultados los restan para saber con cuanto más se queda Camila.

Ejemplo:

- Cantidad que entrega la mamá (suposición): 600

-Camila: $600 - 243 = 367$

-Benjamín: $600 - 365 = 245$

-Diferencia de ambos hijos: $367 - 245 = 122$

Dando como respuesta “Camila queda con \$122 más que Benjamín”

4.3.8.4 Posibles errores

Dentro de los posibles errores que los alumnos podrían cometer o presentar están:

- a) No identificar la composición como incógnita del problema.
- b) Ubicar mal los dígitos según su valor posicional para realizar la sustracción.
- c) Realizar erróneamente la sustracción.
- d) No comprender la relación entre los datos y por tanto errar al identificar cuál de los niños queda con más dinero.
- e) Sumar 365 más 243.
- f) Plantear el algoritmo de la sustracción erróneamente, es decir, sin respetar en el orden de minuendo y sustraendo.

4.3.8.5 Posibles dificultades

Dentro de las posibles dificultades que los alumnos podrían presentar están:

- a) No comprender el problema, es decir, no identificar que la incógnita está en la composición de ambas cantidades, las cuales están relacionadas entre sí.
- b) No manejar el algoritmo de la sustracción.
- c) No manejar valor posicional (unidad, decena, centena) para realizar la sustracción.
- d) No identificar las operaciones a realizar (sustracción) para poder encontrar la incógnita.

4.4 Fundamentación criterios de preselección de alumno talentoso en matemática

La preselección de alumnos con talento matemático se realizara en base a los resultados que se obtengan en la aplicación del instrumento de evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos, para ello se hace necesario establecer criterios que guiaran la preselección de los sujetos.

Según la categorización de la estructura aditiva que propone Gérard Vergnaud, y dado el avance curricular que debiesen tener los alumnos en el primer semestre de tercer año básico, según lo establecido por el Ministerio de Educación (MINEDUC), se ha determinado que en los problemas 1, 2, 3 y 4, que corresponden a las relaciones de base uno, dos y tres, deberán aplicar una o más estrategias correctas que los dirija al resultado, en al menos dos problemas, estos son, 1 y 3. Se considerará el mismo criterio para los problemas 5, 6 y 7, que corresponden a las relaciones de base cuatro, cinco y seis, estos serán, el 6 y 7.

Debido al carácter de la investigación es relevante mencionar que sólo será considerada la estrategia pues esta evidenciará habilidades puestas en juego por los estudiantes, no así el resultado, que demuestra el dominio de las operaciones o estrategias realizadas, no siendo determinante para la preselección.

Los alumnos de tercer año básico, según lo establecido por el MINEDUC, debiesen poseer habilidades que les permitan generar estrategias para resolver los primeros cuatro problemas, a su vez, considerando que pueden presentar errores en el resultado, que no van a significar el que no hayan desarrollado la habilidad, por consiguiente, para la preselección se exigirá que utilicen una estrategia correcta en al menos dos de los cuatro primeros problemas, estos son, el 1 y 3. Cabe mencionar que los problemas escogidos al pertenecer a la segunda y tercera categorización de la estructura aditiva que hace Vergnaud, tienen un nivel de dificultad mayor que el problema 2 (perteneciente a la 1° relación de base), en cuanto al problema 4 (perteneciente a la 2° relación de base), se ha descartado para la preselección ya que al igual que el problema 1 requiere de una adición para llegar al

resultado, no así el problema 3 que requiere de una sustracción, por consiguiente en ambos problemas escogidos se pueden evidenciar diferentes habilidades puestas en juego.

El objetivo de la investigación es seleccionar alumnos que poseen habilidades de nivel superior, las cuales se pueden evidenciar en los tres últimos problemas del instrumento, cuyo óptimo nivel sería la resolución del total de ellos. Dado que existen factores externos que pueden conllevar al uso de una estrategia errónea, y a la vez, se hace necesario corroborar la existencia de las habilidades de nivel superior que presentan los alumnos, es que se establece como mínimo el uso de estrategias correctas en dos problemas, estos son, el 6 y 7 correspondientes respectivamente a la quinta y sexta categorización de la estructura aditiva que hace Vergnaud, es decir, estos poseen un nivel de dificultad superior al problema 5.

Los alumnos que cumplan con los criterios anteriormente señalados serán preseleccionados para la siguiente etapa, la cual consiste en observar características de estos alumnos, dentro del aula. Es por esto que la aplicación del instrumento de evaluación diagnóstica de resolución de problemas no es suficiente para una completa identificación de alumno talentoso en matemática.

4.5 Fundamentación perfil de alumno talentoso, de tercer año básico (entre 8 y 10 años)

En el presente capítulo se da a conocer el proceso que se ha llevado a cabo para construir el perfil de un alumno talentoso, esclareciendo los ítems que permitirán identificarlos.

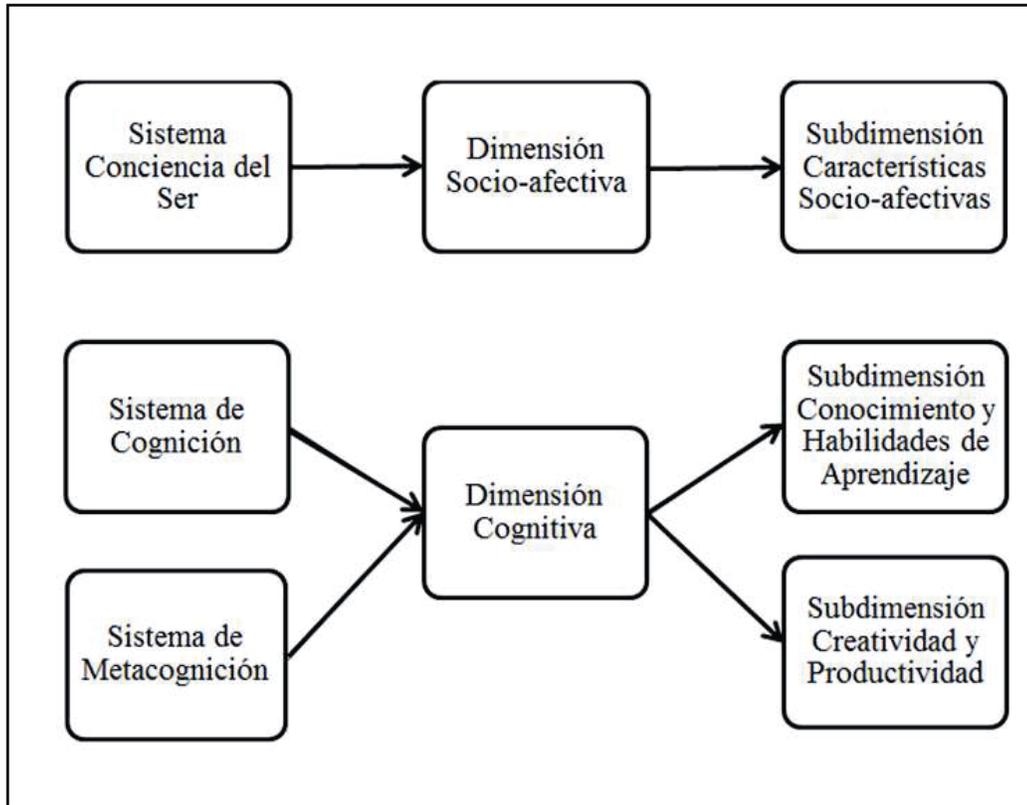
Posteriormente, se evidencia el mismo proceso para construir el perfil de un alumno con altas capacidades en el área de la matemática, lo que se denomina alumno con talento matemático.

El diseño de estos perfiles tiene una primera etapa de clasificación según Marzano (2001), explicada en su Taxonomía, donde se establecen ciertos sistemas, de los cuales utilizaremos: Sistema de Conciencia del Ser; Sistema de Cognición; y Sistema de Metacognición. Dichos sistemas se han considerado puesto que engloban las dimensiones que se desean observar en los alumnos.

Los sistemas antes mencionados se relacionan con dos dimensiones, del primero se desprende la dimensión socioafectiva, en cuanto a los otros dos sistemas estos se vinculan con la dimensión cognitiva. La nomenclatura de ambas dimensiones fueron el resultado de un estudio bibliográfico, concordando con la que se menciona en el artículo de Arancibia y Flanagan (2005).

De la primera dimensión, nace la subdimensión denominada características socioafectivas. De la segunda dimensión, se desglosan dos subdimensiones: conocimiento y habilidades de aprendizaje; y creatividad y productividad. Dicha clasificación ha nacido desde la recopilación y análisis bibliográfico, en el cual se ha encontrado en reiteradas ocasiones una categorización similar, variando sólo su nomenclatura. Se presenta a continuación esquema creado para ejemplificar la descripción antes dada (ver figura 3).

Figura 3. Representación gráfica de los sistemas, dimensiones y sub-dimensiones utilizados en la fundamentación perfil de alumno talentoso.



De las tres subdimensiones antes mencionadas se desglosan variados indicadores, con su respectiva fundamentación teórica, de los cuales se desprenden ítems específicos que orientan al docente en la observación e identificación de los alumnos talentosos.

A continuación se explicita lo señalado anteriormente, en la siguiente tabla (ver tabla 4).

Tabla 4. Fundamentación perfil de alumno talentoso, de tercer año básico (entre 8 y 10 años)

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Conciencia del Ser	Socio-afectiva	Características socio-afectivas	Formas de las relaciones interpersonales y manejo de la emocionalidad.	Poseen emociones más complejas e intensas, no es un sentir diferente, sino más apasionado. Esto se ve reflejado en temores, ansiedades, emociones cambiantes en cortos periodos de tiempo, así como también presentan dificultades para adaptarse a situaciones nuevas. Además, suelen presentar preocupaciones existenciales más allá de su vida personal.	Bralic, S. y Romagnoli, C. (2000). <i>Niños y jóvenes con talento</i> . Santiago: Dolmen S.A.	Emocionalidad	Presenta intensidad emocional
							Presenta dificultades para adaptarse a situaciones nuevas
							Expresa preocupaciones existenciales

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Conciencia del Ser	Socio-afectiva	Características socio-afectivas	Formas de las relaciones interpersonales y manejo de la emocionalidad.	Capacidad de revivir situaciones en las cuales se vieron marcados emocionalmente, sintiendo con la misma intensidad de aquel momento.	Bralic, S. y Romagnoli, C. (2000). <i>Niños y jóvenes con talento</i> . Santiago: Dolmen S.A.	Memoria afectiva	Al relatar experiencias anteriores, las expresa reviviendo las emociones de ese momento
				Poseen habilidades para colocarse con facilidad en el lugar de su interlocutor, siendo flexibles al momento de dar una respuesta de acuerdo a las necesidades del otro.	Guirado, Á., Martínez Torres, Mercé., Prieto, A. Reverter, R., Ruiz, N. y Varela, M. (2012). <i>Altas capacidades intelectuales. Pautas de actuación, orientación, intervención y evaluación en el periodo escolar</i> . Barcelona: Graó	Empatía	Responde de manera empática con sus pares

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Conciencia del Ser	Socio-afectiva	Características socio-afectivas	Formas de las relaciones interpersonales y manejo de la emocionalidad.	Desarrollan antes que sus pares la capacidad de conocerse a sí mismos, a su vez logran tomar conciencia de las problemáticas sociales.	Bralic, S. y Romagnoli, C. (2000). <i>Niños y jóvenes con talento</i> . Santiago: Dolmen S.A.	Autoconciencia y conciencia social	Es capaz de reconocer sus virtudes
				Presentan gran autoestima académica elevada, debido a que reconocen que su nivel cognitivo está por sobre el de sus pares.	Guirado, Á., Martínez Torres, Mercé., Prieto, A. Reverter, R., Ruiz, N. y Varela, M. (2012). <i>Altas capacidades intelectuales. Pautas de actuación, orientación, intervención y evaluación en el periodo escolar</i> . Barcelona: Graó	Autoestima académica elevada	Es capaz de reconocer sus defectos
							Se preocupa por problemáticas sociales
							Verbaliza su facilidad para realizar variadas tareas académicas

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Conciencia del Ser	Socio-afectiva	Características socio-afectivas	Formas de las relaciones interpersonales y manejo de la emocionalidad.	Al tener conciencia de sus altas capacidades no admiten cometer errores. Otro factor que suscita frustración es el dejar algo inconcluso por exigirse al máximo sin poder dar respuesta a un problema.	González Gómez, M., González Gómez, J. (1997). <i>Qué, Cómo y Cuándo llevar a cabo el proceso de identificación del alumno superdotados y con talento en el marco escolar</i> . Barcelona: CIMS	Baja tolerancia a la frustración	Se frustra al equivocarse en la ejecución de una tarea
							Se frustra con facilidad al no poder finalizar una tarea

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Conciencia del Ser	Socio-afectiva	Características socio-afectivas	Formas de las relaciones interpersonales y manejo de la emocionalidad.	Al poseer un vocabulario más extenso e intereses diferentes a los de sus pares, presentan dificultades a la hora de comunicarse con ellos, en consecuencia para lograr compatibilizar en sus temas de conversación buscan a personas generalmente más adultas para relacionarse.	Guirado, Á., Martínez Torres, Mercé., Prieto, A. Reverter, R., Ruiz, N. y Varela, M. (2012). <i>Altas capacidades intelectuales. Pautas de actuación, orientación, intervención y evaluación en el periodo escolar</i> . Barcelona: Graó	Relaciones interpersonales	Presenta intereses diferentes al de sus pares, dificultándose la relación
							Prefiere relacionarse con personas mayores, que con niños de su misma edad

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Cognición	Cognitiva	Conocimiento y habilidades de aprendizaje	Diferentes formas de funcionamiento de la mente en cuanto al proceso de aprendizaje	Son capaces de recordar con gran precisión detalles a nivel visual y auditivo. Son más veloces que sus pares para procesar diferentes tipos de información.	González Gómez, M., González Gómez, J. (1997). <i>Qué, Cómo y Cuándo llevar a cabo el proceso de identificación del alumno superdotados y con talento en el marco escolar</i> . Barcelona: CIMS	Eficiencia de memoria y velocidad de aprendizaje	Capta de forma rápida información visual y/o auditiva
							Recuerda con gran precisión información visual y/o auditiva

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Cognición	Cognitiva	Conocimiento y habilidades de aprendizaje	Diferentes formas de funcionamiento de la mente en cuanto al proceso de aprendizaje	Poseen desde pequeños un amplio vocabulario, el cual utilizan de manera acorde a su contexto de forma significativa. Lo anterior se justifica ya que tienen desarrolladas habilidades relacionadas al lenguaje oral y escrito, a nivel léxico, sintáctico, semántico y pragmático.	<p>Guirado, Á., Martínez Torres, Mercé., Prieto, A. Reverter, R., Ruiz, N. y Varela, M. (2012). <i>Altas capacidades intelectuales. Pautas de actuación, orientación, intervención y evaluación en el periodo escolar</i>. Barcelona: Graó</p> <p>Benavides, M. y Maz-Machado, A. (2012). <i>¿Qué deben conocer los profesores y padres sobre el talento matemático? IX congreso Iberoamericano</i></p>	Vocabulario extenso de forma temprana	Utiliza habitualmente un vocabulario más amplio que el de sus pares
							Adapta su lenguaje al contexto en el que se encuentra

					<i>superdotación, talento y creatividad.</i> Buenos Aires.		Da argumentos al expresarse y usa conectores lógicos como si, entonces, así, porque, uno y otro.
--	--	--	--	--	---	--	--

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Cognición	Cognitiva	Conocimiento y habilidades de aprendizaje	Diferentes formas de funcionamiento de la mente en cuanto al proceso de aprendizaje	<p>En el área del lenguaje aprenden a leer con fluidez desde pequeños por motivación propia, y su nivel de comprensión lectora es superior al de sus pares. En cuanto al área de matemática, los alumnos manipulan y representan información cuantitativa y numérica antes de lo esperado, por motivación propia. Esto se debe a la gran habilidad de abstracción que poseen. Lo anterior se ve reflejado en la etapa escolar de estos niños, ya que su avance curricular es mayor que el de sus compañeros.</p>	<p>Guirado, Á., Martínez Torres, Mercé., Prieto, A. Reverter, R., Ruiz, N. y Varela, M. (2012). <i>Altas capacidades intelectuales. Pautas de actuación, orientación, intervención y evaluación en el periodo escolar</i>. Barcelona: Graó</p>	Motivación y avance académico	Muestra interés por adquirir nuevos conocimientos evidenciando un mayor avance en el aprendizaje
							Manifiesta mejor comprensión lectora que sus pares

							Es capaz de representar información de forma numérica y realizar operatoria
				Capacidad de buscar representaciones alternativas, encontrando distintos tipos de soluciones ante algún problema, especialmente cuando es necesario realizar cambios para tener éxito en alguna tarea.	Bralic, S. y Romagnoli, C. (2000). <i>Niños y jóvenes con talento</i> . Santiago: Dolmen S.A.	Flexibilidad resolutiva	Logra encontrar más de una solución frente a un problema
				Procesos metacognitivos que el alumno lleva a cabo en el desarrollo de una tarea, donde reflexionan, analizan y corrigen sus propios procesos de aprendizaje.	Bralic, S. y Romagnoli, C. (2000). <i>Niños y jóvenes con talento</i> . Santiago: Dolmen S.A.	Proceso auto regulador	Es capaz de identificar y corregir sus errores
				Se interesan por problemas más desafiantes para ellos, realizando preguntas provocativas que buscan profundizar en los temas que les motivan.	Bralic, S. y Romagnoli, C. (2000). <i>Niños y jóvenes con talento</i> . Santiago: Dolmen S.A.	Preferencia por lo desafiante	Busca tareas de mayor complejidad para profundizar en temas de su interés

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Cognición	Cognitiva	Conocimiento y habilidades de aprendizaje	Diferentes formas de funcionamiento de la mente en cuanto al proceso de aprendizaje	Tienen la facilidad para abstraer las características relevantes de un problema, determinando la información faltante y excluyendo los datos irrelevantes.	Bralic, S. y Romagnoli, C. (2000). <i>Niños y jóvenes con talento</i> . Santiago: Dolmen S.A.	Representación de los problemas y categorización	Logra identificar la información relevante y descartar la irrelevante para solucionar un problema
				Logran focalizar con facilidad en temas que llaman su atención, logrando una mayor concentración.	Bralic, S. y Romagnoli, C. (2000). <i>Niños y jóvenes con talento</i> . Santiago: Dolmen S.A.	Atención y concentración en temas de su interés	Se muestra atento y concentrado frente a temas de su interés

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Metacognición	Cognitiva	Creatividad y productividad	Manifestaciones del pensamiento a la hora de enfrentarse a diversas situaciones, de forma original, flexible y desafiante.	Analizan los problemas en su totalidad, logrando inferir y conectar conceptos, ya que dominan amplios campos del conocimiento.	González Gómez, M., González Gómez, J. (1997). <i>Qué, Cómo y Cuándo llevar a cabo el proceso de identificación del alumno superdotados y con talento en el marco escolar</i> . Barcelona: CIMS	Pensamiento holístico	Usa conocimiento de otras áreas para resolver problemas realizando inferencias
				Son autónomos, por lo que presentan interés para descubrir las cosas por sí mismos.	González Gómez, M., González Gómez, J. (1997). <i>Qué, Cómo y Cuándo llevar a cabo el proceso de identificación del alumno superdotados y con talento en el marco escolar</i> . Barcelona: CIMS	Exploración de ideas	Es autónomo en el aprendizaje, pues prefiere descubrir las cosas por sí mismo

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Metacognición	Cognitiva	Creatividad y productividad	Manifestaciones del pensamiento a la hora de enfrentarse a diversas situaciones, de forma original, flexible y desafiante.	Capacidad de rápida adaptación a una nueva situación, considerando las experiencias previas e integrándolas a este nuevo contexto.	Guirado, Á., Martínez Torres, Mercé., Prieto, A. Reverter, R., Ruiz, N. y Varela, M. (2012). <i>Altas capacidades intelectuales. Pautas de actuación, orientación, intervención y evaluación en el periodo escolar</i> . Barcelona: Graó	Flexibilidad adaptativa	Asocia aprendizajes previos de diversas áreas para comprender una nueva situación
				Son capaces de cuestionar los paradigmas establecidos producto que pueden captar, relacionar y manipular la información adquirida.	Reyes P. y Karg A. (2009). <i>Una aproximación al trabajo con niños especialmente dotados en matemáticas</i> . Augsburg: SEIEM	Pensamiento lógico y alta capacidad de cuestionamiento	Cuestiona la información que no posee una explicación lógica

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Metacognición	Cognitiva	Creatividad y productividad	Manifestaciones del pensamiento a la hora de enfrentarse a diversas situaciones, de forma original, flexible y desafiante.	Facilidad para ver las cosas de manera única, además de procesar la información de forma rápida respondiendo adecuadamente a tareas específicas.	Guirado, Á., Martínez Torres, Mercé., Prieto, A. Reverter, R., Ruiz, N. y Varela, M. (2012). <i>Altas capacidades intelectuales. Pautas de actuación, orientación, intervención y evaluación en el periodo escolar</i> . Barcelona: Graó	Originalidad	Sus respuestas son originales y adecuadas según el contexto
				Tienen una inusual capacidad para transferir el aprendizaje a las nuevas situaciones, logrando soluciones innovadoras	Reyes P. y Karg A. (2009). <i>Una aproximación al trabajo con niños especialmente dotados en matemáticas</i> . Augsburg: SEIEM.		Elaboración de respuestas

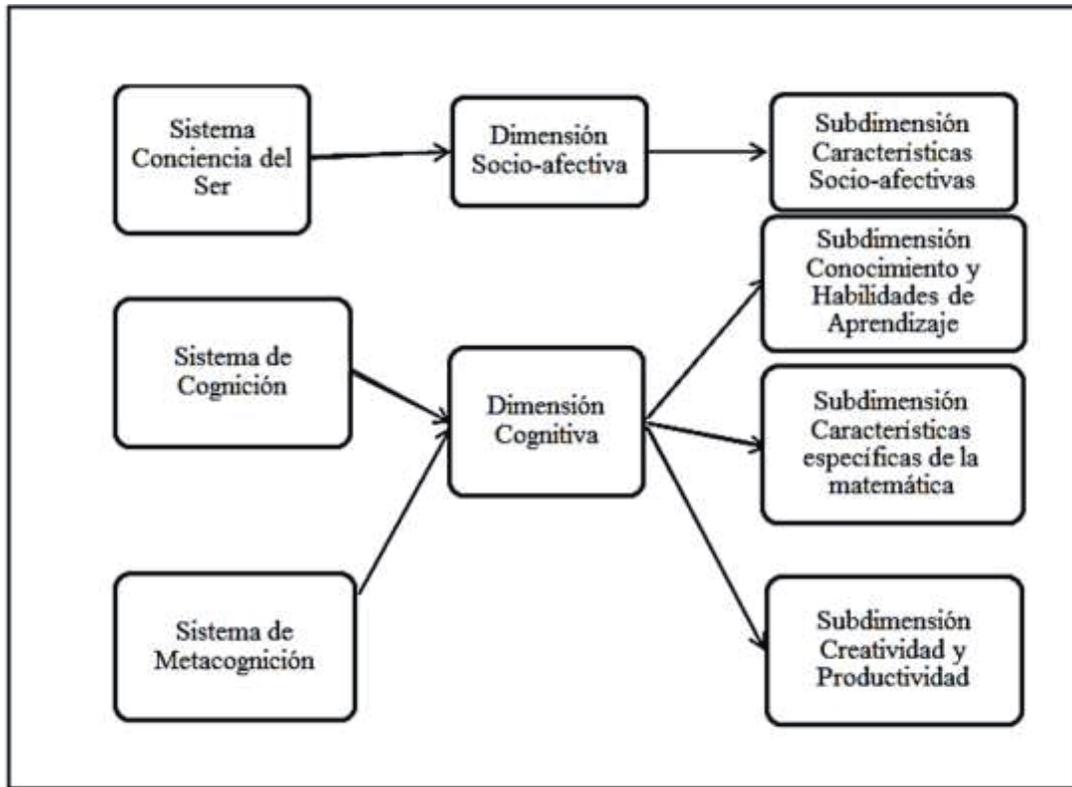
4.6 Fundamentación perfil de alumno talentoso en matemática, de tercer año básico (entre 8 y 10 años)

A continuación se dará a conocer el perfil de alumno con talento matemático, el cual está basado en Marzano (2001) según su Taxonomía, donde se evidencian tres de los Sistemas que él postula: Sistema de Conciencia del Ser; Sistema de Cognición; y Sistema de Metacognición. A su vez, estos se relacionan con dos dimensiones: Socioafectiva; y Cognitiva. Del primero se desprende la dimensión socioafectiva, en cuanto a los otros dos sistemas están vinculados con la dimensión cognitiva. La nomenclatura de ambas dimensiones fueron el resultado de un estudio bibliográfico, concordando con la que se menciona en el artículo de Arancibia y Flanagan (2005).

De la primera dimensión se desprende una subdimensión llamada características socioafectivas, y de la segunda se desglosan tres subdimensiones: conocimiento y habilidades de aprendizaje; creatividad y productividad; y características específicas de la matemática.

Se presenta a continuación un esquema creado para ejemplificar la descripción antes dada (ver figura 4).

Figura 4. Representación gráfica de los sistemas, dimensiones y sub-dimensiones utilizados en la fundamentación perfil de alumno talentoso en matemática.



De las anteriores se desprenden variados indicadores con sus respectivos respaldos teóricos. A partir de estos surgen ítems que orientan al docente en la observación e identificación de estos alumnos.

A continuación se explicita lo señalado anteriormente, en la siguiente tabla (ver tabla 5).

Tabla 5. Fundamentación perfil de alumno talentoso en matemática, de tercer año básico (entre 8 y 10 años)

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Conciencia del Ser	Socioafectiva	Características socioafectivas	Formas de relaciones interpersonales y manejo de la emocionalidad	Poseen emociones más complejas e intensas, no es un sentir diferente, sino más apasionado. Esto se ve reflejado en temores, ansiedades, emociones cambiantes en cortos periodos de tiempo, así como también presentan dificultades para adaptarse a situaciones nuevas. Además, suelen presentar preocupaciones existenciales más allá de su vida personal.	Bralic, S. y Romagnoli, C. (2000). <i>Niños y jóvenes con talento</i> . Santiago: Dolmen S.A.	Emocionalidad	1. Presenta intensidad emocional
				2. Presenta dificultades para adaptarse a situaciones nuevas			
				Capacidad de revivir situaciones en las cuales se vieron marcados emocionalmente, sintiendo con la misma intensidad de aquel momento.	Bralic, S. y Romagnoli, C. (2000). <i>Niños y jóvenes con talento</i> . Santiago: Dolmen S.A.	Memoria afectiva	3. Expresa preocupaciones existenciales
							4. Al relatar experiencias anteriores, las expresa reviviendo las emociones de ese momento

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Conciencia del Ser	Socioafectiva	Características socioafectivas	Formas de relaciones interpersonales y manejo de la emocionalidad	Poseen habilidades para colocarse con facilidad en el lugar de su interlocutor, siendo flexibles al momento de dar una respuesta de acuerdo a las necesidades del otro.	Guirado, Á., Martínez Torres, Mercé., Prieto, A. Reverter, R., Ruiz, N. y Varela, M. (2012). <i>Altas capacidades intelectuales. Pautas de actuación, orientación, intervención y evaluación en el periodo escolar</i> . Barcelona: Graó	Empatía	5. Responde de manera empática con sus pares

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Conciencia del Ser	Socioafectiva	Características socioafectivas	Formas de relaciones interpersonales y manejo de la emocionalidad	Desarrollan antes que sus pares la capacidad de conocerse a sí mismos, a su vez logran tomar conciencia de las problemáticas sociales.	Bralic, S. y Romagnoli, C. (2000). <i>Niños y jóvenes con talento</i> . Santiago: Dolmen S.A.	Autoconciencia y conciencia social	6. Es capaz de reconocer sus virtudes
							7. Es capaz de reconocer sus defectos
							8. Se preocupa por problemáticas sociales

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Conciencia del Ser	Socioafectiva	Características socioafectivas	Formas de relaciones interpersonales y manejo de la emocionalidad	Presentan gran autoestima, debido a que reconocen que su nivel cognitivo está por sobre el de sus pares.	Guirado, Á., Martínez Torres, Mercé., Prieto, A. Reverter, R., Ruiz, N. y Varela, M. (2012). <i>Altas capacidades intelectuales. Pautas de actuación, orientación, intervención y evaluación en el periodo escolar</i> . Barcelona: Graó	Autoestima elevada	9. Verbaliza su facilidad para realizar variadas tareas académicas en el área de la matemática

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Conciencia del Ser	Socioafectiva	Características socioafectivas	Formas de relaciones interpersonales y manejo de la emocionalidad	Al tener conciencia de sus altas capacidades, no admiten cometer errores, además de dejar algo inconcluso por exigirse al máximo sin poder dar respuesta a un problema.	González Gómez, M., González Gómez, J. (1997). <i>Qué, Cómo y Cuándo llevar a cabo el proceso de identificación del alumno superdotados y con talento en el marco escolar.</i> Barcelona: CIMS	Baja tolerancia a la frustración	10. Se frustra al equivocarse en la ejecución de una tarea
							11. Se frustra con facilidad al no poder finalizar una tarea

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Conciencia del Ser	Socioafectiva	Características socioafectivas	Formas de relaciones interpersonales y manejo de la emocionalidad	Al poseer un vocabulario más extenso e interés distintos al de sus pares, presentan dificultades a la hora de comunicarse con ellos, en consecuencia para lograr compatibilizar sus temas de conversación buscan a personas generalmente más adultas para relacionarse.	Guirado, Á., Martínez Torres, Mercé., Prieto, A. Reverter, R., Ruiz, N. y Varela, M. (2012). <i>Altas capacidades intelectuales. Pautas de actuación, orientación, intervención y evaluación en el periodo escolar</i> . Barcelona: Graó	Relaciones interpersonales	12. Presenta intereses diferentes al de sus pares, dificultándose la relación
							13. Prefiere relacionarse con personas mayores, que con niños de su misma edad

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Cognición	Cognitiva	Conocimiento y habilidades de aprendizaje	Diferentes formas de funcionamiento de la mente en cuanto al proceso de aprendizaje	Son capaces de recordar con gran precisión detalles a nivel visual y auditivo. Son más veloces que sus pares para procesar diferentes tipos de información.	González Gómez, M., González Gómez, J. (1997). <i>Qué, Cómo y Cuándo llevar a cabo el proceso de identificación del alumno superdotados y con talento en el marco escolar</i> . Barcelona: CIMS	Eficiencia de memoria y velocidad de aprendizaje	14. Capta de forma rápida información visual y/o auditiva
							15. Recuerda con gran precisión información visual y/o auditiva

				<p>Son capaces de recordar con gran precisión, información cuantitativa y numérica. Son más veloces que sus pares para procesar la información, por lo que necesitan menos práctica para adquirir habilidades.</p>	<p>Guirado, Á., Martínez Torres, Mercé., Prieto, A. Reverter, R., Ruiz, N. y Varela, M. (2012). <i>Altas capacidades intelectuales. Pautas de actuación, orientación, intervención y evaluación en el periodo escolar</i>. Barcelona: Graó</p> <p>González Gómez, M., González Gómez, J. (1997). <i>Qué, Cómo y Cuándo llevar a cabo el proceso de identificación del alumno superdotados y con talento en el marco escolar</i>. Barcelona: CIMS</p>	<p>16. Recuerda información numérica con facilidad (tablas de multiplicar, sumas básicas, números de teléfono, etc.)</p>
--	--	--	--	--	--	--

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Cognición	Cognitiva	Conocimiento y habilidades de aprendizaje	Diferentes formas de funcionamiento de la mente en cuanto al proceso de aprendizaje	Poseen desde pequeños un amplio vocabulario. A pesar de ello al no ser ésta el área de su interés, esto no se ve reflejado como un ámbito sobresaliente. Sin embargo, destaca su habilidad para argumentar y utilizar conectores lógicos: si, entonces, así, porque, uno u otro.	Guirado, Á., Martínez Torres, Mercé., Prieto, A. Reverter, R., Ruiz, N. y Varela, M. (2012). <i>Altas capacidades intelectuales. Pautas de actuación, orientación, intervención y evaluación en el periodo escolar</i> . Barcelona: Graó. Benavides, M. y Maz-Machado, A. (2012). <i>¿Qué deben conocer los profesores y padres sobre el talento matemático? IX congreso</i>	Vocabulario extenso de forma temprana	17.Utiliza habitualmente un vocabulario más amplio que el de sus pares
							18.Adapta su lenguaje al contexto en el que se encuentra

					<i>Iberoamericano superdotación, talento y creatividad.</i> Buenos Aires.		19.Da argumentos al expresarse y usa conectores lógicos como sí, entonces, así, porque, uno y otro
--	--	--	--	--	--	--	---

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Cognición	Cognitiva	Conocimiento y habilidades de aprendizaje	Diferentes formas de expresión de la mente en cuanto al proceso de aprendizaje	Los alumnos manipulan y representan informaciones cuantitativas y numéricas antes de lo esperado, por motivación propia. Esto se debe a la gran habilidad de abstracción que poseen. Lo anterior se ve reflejado en la etapa escolar de estos niños, ya que su avance curricular es mayor que el de sus compañeros.	<p>Guirado, Á., Martínez Torres, Mercé., Prieto, A. Reverter, R., Ruiz, N. y Varela, M. (2012). <i>Altas capacidades intelectuales. Pautas de actuación, orientación, intervención y evaluación en el periodo escolar</i>. Barcelona: Graó.</p> <p>Alegría I., Lay S., Calderón. y Carnedas M. (2010). <i>El proceso de construcciones y validación de la</i></p>	Motivación y avance académico	20. Muestra interés por adquirir nuevos conocimientos, evidenciando un mayor avance en el aprendizaje.
							21. Es capaz de representar información de forma numérica y realizar operatoria

					<p><i>escala de identificación de talento académico 'EDITA'. Valdivia. Estudios Pedagógicos, XXXVI. N°2:25-39.</i></p>		<p>22. Avanza en el área de matemática con mayor rapidez que sus pares</p>
			<p>Habilidad para encontrar soluciones alternativas en la resolución de problemas matemáticos.</p>	<p>Benavides M. y Maz-Machado A. (2012). <i>¿Qué deben conocer los profesores y padres sobre el talento matemático? IX congreso Iberoamericano Superdotación, talento y creatividad.</i> Buenos Aires.</p>	<p>Flexibilidad resolutiva</p>	<p>23. Logra encontrar más de una solución frente a un problema matemático</p>	

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Cognición	Cognitiva	Conocimiento y habilidades de aprendizaje	Diferentes formas de expresión de la mente en cuanto al proceso de aprendizaje	Destaca su trabajo independiente en el área de matemáticas, demostrando persistencia y generación metacognitiva, lo que les permite alcanzar sus objetivos.	Reyes P. y Karg A. (2009) <i>Una aproximación al trabajo con niños especialmente dotados en matemáticas</i> . Augsburg: SEIEM.	Proceso auto regulador	24. Es capaz de identificar y corregir sus errores en matemática
				Se interesan por problemas más desafiantes para ellos, realizando preguntas provocativas que buscan profundizar en temas de la matemática.	Bralic, S. y Romagnoli, C. (2000). <i>Niños y jóvenes con talento</i> . Santiago: Dolmen S.A.	Preferencia por lo desafiante	25. Busca desafíos matemáticos para profundizar en ellos

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Cognición	Cognitiva	Conocimiento y habilidades de aprendizaje	Diferentes formas de expresión de la mente en cuanto al proceso de aprendizaje	Tienen la facilidad para abstraer las características relevantes de un problema, determinando la información faltante y excluyendo los datos irrelevantes.	Bralic, S. y Romagnoli, C. (2000). <i>Niños y jóvenes con talento</i> . Santiago: Dolmen S.A.	Representación de los problemas y categorización	26. Logra identificar la información relevante y descarta la irrelevante para solucionar un problema
				Alta capacidad de atención y concentración en las tareas matemáticas, demostrando facilidad para recordar información matemática general. Su pensamiento les permite captar la estructura interna de los problemas, lo que facilita su trabajo pues les permite pensar con mayor claridad.	Benavides M. y Maz-Machado A. (2012). <i>¿Qué deben conocer los profesores y padres sobre el talento matemático? IX congreso Iberoamericano Superdotación, talento y creatividad</i> . Buenos Aires.	Atención y concentración en temas de su interés	27. Se muestra atento y concentrado frente a tareas matemáticas desafiantes

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Cognición	Cognitiva	Características específicas de la matemática	Diversas formas que tiene la mente de durante el proceso de aprendizaje, relacionado directamente con el área de las matemáticas.	Utilizan elevados recursos de representación y manipulación de informaciones combinando los números y relacionándolos con otros objetos.	<p>Richard C. Miller. (1990). <i>“Discovering Mathematical Talent”</i>. Washington, DC</p> <p>Karg A. y Reyes P. (2009). <i>Una aproximación al trabajo con niños especialmente dotados en matemáticas</i>. Augsburg: SEIEM.</p>	Uso de recursos de representación y manipulación de información.	28. Logra representar la información de forma concreta
							29. Logra representar la información de forma pictórica
							30. Logra representar la información de forma simbólica

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Cognición	Cognitiva	Características específicas de la matemática	Diversas formas que tiene la mente de manifestarse durante el proceso de aprendizaje, relacionado directamente con el área de las matemáticas.	Ejecutan tareas mentales difíciles, ya que pueden resolver problemas de razonamiento a un nivel superior al de sus compañeros, sin necesidad de utilizar material concreto o manipulativo.	González Gómez, M., González Gómez, J. (1997). <i>Qué, Cómo y Cuándo llevar a cabo el proceso de identificación del alumno superdotados y con talento en el marco escolar</i> . Barcelona: CIMS	Ejecutar tareas mentales difíciles.	31. Logra resolver problemas complejos sin la necesidad de usar material concreto
				Adquieren la información de arriba-abajo, delante-detrás antes que sus compañeros, demostrando buena orientación en el espacio y más aún si les es familiar.	Benavides, M. y Maz-Machado, A. (2012). <i>¿Qué deben conocer los profesores y padres sobre el talento matemático?</i> Buenos Aires. Argentina	Orientación espacial.	32. Desarrolla antes que sus pares la noción de orientación espacial

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Cognición	Cognitiva	Características específicas de la matemática	Diversas formas que tiene la mente de manifestarse durante el proceso de aprendizaje, relacionado directamente con el área de las matemáticas.	Flexibilidad y creatividad en la búsqueda de soluciones, es decir, tienen un pensamiento dinámico, teniendo una organización mental poco sistemática.	Benavides, M. y Maz-Machado, A. (2012). <i>¿Qué deben conocer los profesores y padres sobre el talento matemático?</i> Buenos Aires. Argentina	Pensamiento dinámico	33. Busca soluciones creativas para resolver un problema

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Metacognición	Cognitiva	Creatividad y productividad	Manifestaciones del pensamiento a la hora de enfrentarse a diversas situaciones, de forma original, flexible y desafiante.	Analizan los problemas en su totalidad, logrando inferir y conectar conceptos, ya que dominan amplios campos del conocimiento.	Reyes, P. y Karg, A. (2009). <i>Una aproximación al trabajo con niños especialmente dotados en matemáticas</i> . Augsburg: SEIEM. González Gómez, M., González Gómez, J. (1997). <i>Qué, Cómo y Cuándo llevar a cabo el proceso de identificación del alumno superdotados y con talento en el marco escolar</i> . Barcelona: CIMS	Pensamiento holístico	34. Usa conocimientos de otras áreas para resolver problemas realizando inferencias

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Metacognición	Cognitiva	Creatividad y productividad	Manifestaciones del pensamiento a la hora de enfrentarse a diversas situaciones, de forma original, flexible y desafiante.	Debido a su preferencia por auto dirigir su aprendizaje, dominan diversas áreas del conocimiento, lo cual les permite conectar ideas de variadas áreas, pudiendo generar en el tiempo cambios paradigmáticos de alguna disciplina.	Reyes P. y Karg A. (2009). <i>Una aproximación al trabajo con niños especialmente dotados en matemáticas</i> . Augsburg: SEIEM.	Exploración de ideas	35. Es autónomo en el aprendizaje, pues prefiere descubrir las cosas por sí mismo
				Realizan inferencias a partir de conocimientos adquiridos, logrando gran profundidad cognitiva de modo que les permite encontrar soluciones económicas a los problemas y generar resultados originales.	Reyes P. y Karg A. (2009). <i>Una aproximación al trabajo con niños especialmente dotados en matemáticas</i> . Augsburg: SEIEM.	Flexibilidad adaptativa	36. Asocia aprendizajes previos de diversas áreas para comprender una nueva situación

Sistema	Dimensión	Subdimensión	Definición	Fundamentación teórica	Referencia bibliográfica	Indicador	Ítem
Sistema de Metacognición	Cognitiva	Creatividad y productividad	Manifestaciones del pensamiento a la hora de enfrentarse a diversas situaciones, de forma original, flexible y desafiante.	Son capaces de cuestionar los paradigmas establecidos producto que pueden captar, relacionar y manipular la información adquirida.	Reyes P. y Karg A. (2009). <i>Una aproximación al trabajo con niños especialmente dotados en matemáticas</i> . Augsburg: SEIEM.	Pensamiento lógico y alta capacidad de cuestionamiento	37.Cuestiona la información que no posee una explicación lógica
				Facilidad para ver las cosas de manera única, además de procesar la información de forma rápida respondiendo adecuadamente a tareas específicas.	Guirado, Á., Martínez Torres, Mercé., Prieto, A. Reverter, R., Ruiz, N. y Varela, M. (2012). <i>Altas capacidades</i>	Originalidad	38.Sus respuestas son originales y adecuadas según el contexto

					<i>intelectuales. Pautas de actuación, orientación, intervención y evaluación en el periodo escolar.</i> Barcelona: Graó.		39. Es rápido para entregar respuestas que evidencien un razonamiento inusual
			Tienen una inusual capacidad para transferir el aprendizaje a las nuevas situaciones matemáticas, logrando soluciones innovadoras.	Reyes P. y Karg A. (2009). <i>Una aproximación al trabajo con niños especialmente dotados en matemáticas.</i> Augsburg: SEIEM.	Elaboración de respuestas	40. Utiliza los conocimientos matemáticos adquiridos para lograr soluciones fuera de lo esperado	

Las tablas mostradas con anterioridad, reflejan el proceso de construcción del perfil de un alumno talentoso en el área de la matemática, identificando primeramente las características de un alumno talentoso. De esta manera de la tabla 2, se desprenden ítems utilizados en la tabla 3, puesto que un alumno talentoso en matemática, presenta la mayoría de las características evidenciadas en un estudiante con talento, a las cuales se les suma, las específicas del área.

Se detallan a continuación, las modificaciones sufridas por los ítems para la construcción del perfil de un alumno talentoso en el área de la matemática:

- Los ítems 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 21, 26, 34, 35, 36, 37, 38 y 39, fueron extraídos completamente (sin variación) de la segunda tabla (fundamentación perfil de alumno talentoso).
- Los ítems 9, 23, 24, 27 y 40 fueron tomados de la segunda tabla, sin embargo, estos han sido modificados parcialmente en cuanto a su contenido, para así orientarlos al área de la matemática, debido al hallazgo de literatura que lo sustenta.
- Los ítems 16, 22, 25, 28, 29, 30, 31, 32 y 33, han sido agregados a la tercera tabla ya que son características específicas de alumnos con talento en matemática, los cuales son sustentados por diversa bibliografía que trate este tema.
- Cabe señalar, que el ítem “manifiesta mejor comprensión lectora que sus pares” no se encuentra en el perfil de alumno con talento matemático, debido a que el estudio bibliográfico centrado en el área de la matemática, refuta la presencia de esta característica en dichos estudiantes.

4.7 Instrumento de observación de alumnos entre 8 a 10 años, dentro del aula

A continuación se presenta el instrumento de observación de alumnos entre 8 y 10 años, dentro del aula, resultante de la elaboración de perfil de alumno talentoso en el área de la matemática.

Con este instrumento se pretende identificar dentro de los alumnos preseleccionados aquellos que son talentosos en matemática, a través de la observación de ciertas características.

El instrumento consta de una primera instancia informativa, en la cual se da a conocer el objetivo de este, las instrucciones y opciones para contestar cada ítem (siempre, casi siempre a veces, casi nunca, nunca), todo lo anterior debe ser leído a cabalidad por parte del profesor(a) jefe y/o profesor(a) de asignatura. Luego, se presenta una ficha, la cual debe ser completada en cuanto a datos del alumno y del (los) profesores. Posteriormente, se presenta una tabla la que contiene ítems que representan posibles características observables de los alumnos, los cuales se agrupan en cuatro subdimensiones:

- Características socioafectivas: ítems del 1 al 13
- Conocimiento y habilidades de aprendizaje: ítems del 14 al 27
- Características específicas de la matemática: ítems del 28 al 33
- Creatividad y productividad: ítems del 34 al 40

Todo lo anteriormente señalado se puede evidenciar en el instrumento de observación de alumnos entre 8 a 10 años, dentro del aula (ver anexo 2).

4.8 Fundamentación criterio de selección de alumno talentoso en matemática

La selección de alumnos con talento matemático se realizara en base a los resultados que se obtengan en la aplicación del instrumento de observación de alumnos dentro del aula, el cual será contestado por el profesor (a) jefe y/o de asignatura, quien de acuerdo a sus propias observaciones y criterios identificará la presencia o ausencia de características en los alumnos preseleccionados como talentosos. Para ello se hace necesario establecer criterios que guiarán la selección de los sujetos.

Considerando que el total de los ítems se basan en las características que debe tener un alumno con talento matemático, siendo estas conductas observables dentro del aula, es que se ha determinado que el alumno para ser seleccionado debe cumplir con el 90% de ellas, esto ya que todas tienen igual relevancia para la identificación del sujeto.

Los criterios establecidos para dar respuesta a los ítems junto al puntaje asignado a cada uno son: siempre (2puntos.), casi siempre (2 puntos.), a veces (1 punto.), casi nunca (0 puntos.) y nunca (0 puntos.).

Debido que se quiere evidenciar la presencia de las habilidades en los alumnos entre 8 y 10 años, y considerando que estas se encuentran en desarrollo por lo que no son observables de forma permanente, se establecen los criterios antes mencionados, de esta manera el o la docente podrá responder con mayor facilidad en coherencia con lo que observa a diario en el aula, en relación al sujeto. En consecuencia y dado el tipo de investigación es que se asigna un mismo puntaje para los criterios siempre y casi siempre, además del casi nunca y nunca.

Dado que el instrumento consta de 40 ítems y cada uno tiene un máximo de 2 puntos, se establece el puntaje total que son 80 puntos (100%). Siendo el criterio a utilizar el cumplimiento del 90% de las características, es que se asigna un puntaje mínimo de 72 puntos para ser seleccionado como un alumno con talento matemático.

CAPÍTULO 5

CAPÍTULO 5: PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

5.1 Análisis a posteriori de resultados de la aplicación del instrumento diagnóstico sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos

Se presenta a continuación el análisis a posteriori, instancia en la cual se muestran las estrategias desarrolladas por los estudiantes, los errores que han cometido y dificultades que han enfrentado, tal como lo plantea Artigue (1995). Se analizan el desarrollo que han efectuado alumnos de tercero año básico de diferentes establecimientos educacionales (ver anexo 3).

5. 1.1 Contextualización grupos

El instrumento de evaluación diagnóstico sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos, ha sido aplicado en terceros básicos de diferentes establecimientos educacionales a detallar a continuación. Se ha considerado cada uno de los establecimientos como un grupo aparte de los demás, para de facilitar los análisis. También se ha asignado un número a cada estudiante, con el fin de resguardar su identidad al momento de realizar los análisis, y a su vez posibilitar la identificación de los alumnos talentosos.

Grupo 1: Colegio Pumahue de Curauma

3° básico A, que consta de 28 alumnos (sólo 27 contestaron el instrumento).

3° básico B, que consta de 28 alumnos (sólo 26 contestaron el instrumento).

En total 53 alumnos se enfrentaron al instrumento de resolución de problemas.

Grupo 2: Escuela Básica Latina D-411 Villa Alemana.

3° básico que consta de 24 alumnos.

Sólo 17 alumnos se enfrentaron al instrumento de resolución de problemas.

Grupo 3: Escuela de Niñas Canadá de Quillota

3° básico A, que consta de 26 alumnas (todas contestaron el instrumento)

3° básico B, que consta de 29 alumnas (sólo 20 contestaron el instrumento)

En total 46 alumnas se enfrentaron al instrumento de resolución de problemas.

A continuación se da a conocer el análisis a posteriori de los problemas planteados, los cuales fueron resueltos por alumnos de tercer año básico. Se presenta el análisis de la siguiente forma: introducción para los alumnos (contextualización), problema, posteriormente los diferentes puntos a analizar cómo: estrategias utilizadas; errores; y dificultades.

5.1.2 Contextualización problemas

En el instrumento se presenta una introducción (contextualización) para que los alumnos noten una relación entre los problemas, los cuales a su vez nacen de un contexto conocido y común para ellos, la cual es:

Benjamín y Camila acompañan a su mamá al supermercado y se enfrentan a las siguientes situaciones.

5.1.3 Análisis a posteriori 1° Relación de base: Problema 2

Problema: Al llegar al subterráneo los hermanos observan que hay 150 autos estacionados, de un total de 480 lugares para estacionar. Entonces Camila le pregunta a su mamá ¿Cuántos lugares disponibles tienen para poder estacionarse?

Siendo la respuesta a la pregunta planteada: “Hay 330 lugares disponibles para poder estacionarse”.

5.1.3.1 Estrategias utilizadas

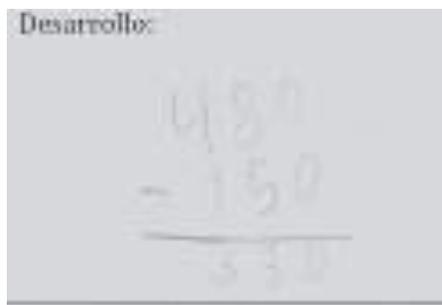
Dentro de las estrategias utilizadas, siendo estas los caminos que llevan a resolver el problema sin cometer errores, están:

Estrategia A (Respuesta experta)

Se realiza la operación directa a través de la siguiente sustracción:

$$480 - 150 = 330.$$

Imagen 1. Ejemplificación estrategia A



Desarrollo:

$$\begin{array}{r} 480 \\ - 150 \\ \hline 330 \end{array}$$

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 38 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: 26 alumnos realizaron esta estrategia

En cuanto a los errores en las operaciones o en el planteamiento de estas, los grupos se comportaron de la siguiente manera:

Grupo 1: 7 alumnos cometieron errores

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: 8 alumnos cometieron errores

La respuesta a la pregunta planteada debía ser algo similar a “Hay 330 lugares disponibles para poder estacionarse” y ha sido respondida por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 20 alumnos respondieron a la pregunta correctamente

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: 20 alumnos respondieron a la pregunta correctamente

Estrategia B

Se realiza la operación directa a través del cálculo mental la siguiente sustracción:

$$480 - 150 = 330$$

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 2: 3 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 3: ningún alumno realizó esta estrategia

En cuanto a los errores en las operaciones o en el planteamiento de estas, los grupos se comportaron de la siguiente manera:

Grupo 1: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno cometió error

Grupo 3: ningún alumno realizó esta estrategia

La respuesta a la pregunta planteada debía ser algo similar a “Hay 330 lugares disponibles para poder estacionarse” y ha sido respondida por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno respondió a la pregunta correctamente

Grupo 3: ningún alumno realizó esta estrategia

5.1.3.2 Errores

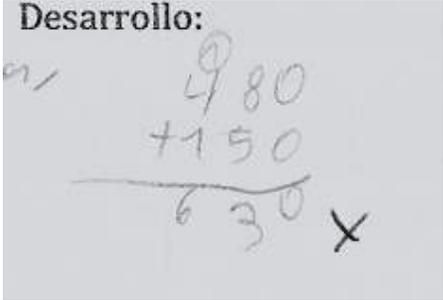
Dentro de los errores que los alumnos cometieron están las siguientes estrategias erróneas:

Estrategia C

Se realiza erróneamente la adición: $150 + 480$.

Imagen 2. Ejemplificación estrategia C

Desarrollo:


$$\begin{array}{r} 480 \\ +150 \\ \hline 630 \end{array} \quad \times$$

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 12 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 2: 12 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 3: 17 alumnos realizaron esta estrategia

5.1.3.3 Sin resolución

Dentro de los grupos, hubo alumnos que no resolvieron el problema:

Grupo 1: 3 alumnos no resolvieron el problema

Grupo 2: 2 alumnos no resolvieron el problema

Grupo 3: 3 alumnos no resolvieron el problema

5.1.3.4 Dificultades

Dentro de las dificultades que los alumnos presentaron están:

- No manejar el algoritmo de la sustracción
- No saber identificar el minuendo y el sustraendo
- Incomprensión del problema y de la pregunta planteada

5.1.4 Análisis a posteriori 2° Relación de base: Problema 3

Problema: Cuando Benjamín fue a buscar el carro del supermercado para hacer las compras, al contarlos se dio cuenta que habían 138. En ese momento llega un trabajador a dejar más ¿Cuántos carros llegaron si ahora hay 159?

5.1.4.1 Estrategias utilizadas

Dentro de las estrategias utilizadas, están:

Estrategia A (Respuesta experta)

Se realiza la operación directa a través de la siguiente sustracción:

$$159 - 138 = 21.$$

Imagen 3. Ejemplificación estrategia A



Desarrollo:

$$\begin{array}{r} 159 \\ - 138 \\ \hline 21 \end{array}$$

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 16 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 2: 1 alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: 10 alumnos realizaron esta estrategia

En cuanto a los errores en las operaciones o en el planteamiento de estas, los grupos se comportaron de la siguiente manera:

Grupo 1: 5 alumnos cometieron errores

Grupo 2: 1 alumno cometió error

Grupo 3: 2 alumnos cometieron errores

La respuesta a la pregunta planteada debía ser algo similar a “Llegaron 21 carros” y ha sido respondida por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 11 alumnos respondieron a la pregunta correctamente

Grupo 2: 1 alumno respondió a la pregunta correctamente

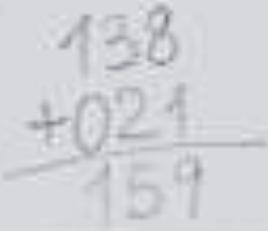
Grupo 3: 10 alumnos respondieron a la pregunta correctamente

Estrategia B

Se realiza la operación inversa a través de la siguiente adición, descubriendo el 21:
 $138 + 21 = 159$.

Imagen 4. Ejemplificación estrategia B

Desarrollo:


$$\begin{array}{r} 138 \\ +021 \\ \hline 159 \end{array}$$

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 10 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 2: 2 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 3: 1 alumno realizó esta estrategia

En cuanto a los errores en las operaciones o en el planteamiento de estas, los grupos se comportaron de la siguiente manera:

Grupo 1: ningún alumno cometió error

Grupo 2: ningún alumno cometió error

Grupo 3: ningún alumno cometió error

La respuesta a la pregunta planteada debía ser algo similar a “Llegaron 21 carros” y ha sido respondida por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 5 alumnos respondieron a la pregunta correctamente

Grupo 2: ningún alumno respondió a la pregunta correctamente

Grupo 3: ningún alumno respondió a la pregunta correctamente

5.1.4.2 Errores

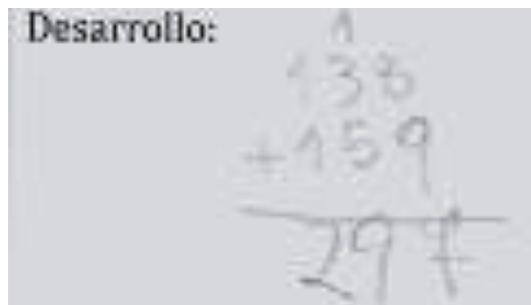
Dentro de los errores que los alumnos cometieron están:

Estrategia C

Se realiza erróneamente la adición: $138 + 159$.

Imagen 5. Ejemplificación estrategia C

Desarrollo:


$$\begin{array}{r} 138 \\ +159 \\ \hline 297 \end{array}$$

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 22 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 2: 11 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 3: 31 alumnos realizaron esta estrategia

5.1.4.3 Sin resolución

Dentro de los grupos, hubo alumnos que no resolvieron el problema:

Grupo 1: 5 alumno no resolvieron el problema

Grupo 2: 3 alumnos no resolvieron el problema

Grupo 3: 4 alumnos no resolvieron el problema

5.1.4.4 Dificultades

Dentro de las dificultades que los alumnos presentaron están:

- No manejar el algoritmo de la sustracción
- No saber identificar el minuendo y el sustraendo
- Incomprensión del problema y/o de la pregunta planteada

5.1.5 Análisis a posteriori 2° Relación de base: Problema 4

Problema: La mamá de Benjamín y Camila es la encargada de comprar las leches individuales para un desayuno compartido en el colegio de los niños. Si puso en el carro 114 de estas cajas y en el estante quedaron 186 ¿Cuántas leches había antes de que la mamá sacara las cajas?

5.1.5.1 Estrategias utilizadas

Dentro de las estrategias utilizadas, están:

Estrategia A (Respuesta experta)

Se realiza la operación directa a través de la siguiente adición:

$$186 + 114 = 300.$$

Imagen 6. Ejemplificación estrategia A

Desarrollo:

The image shows a handwritten calculation on a piece of paper. At the top, the word "Desarrollo:" is written. Below it, the numbers 114 and 186 are written vertically, one above the other, with a horizontal line underneath. The sum 300 is written below the line. The handwriting is somewhat messy and appears to be done by a child.

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 35 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 2: 12 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 3: 28 alumnos realizaron esta estrategia

En cuanto a los errores en las operaciones o en el planteamiento de estas, los grupos se comportaron de la siguiente manera:

Grupo 1: 5 alumnos cometieron errores

Grupo 2: 6 alumnos cometieron errores

Grupo 3: 14 alumnos cometieron errores

La respuesta a la pregunta planteada debía ser algo similar a “Habían 300 leches antes de que la mamá de Benjamín y Camila sacara las cajas” y ha sido respondida por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 19 alumnos respondieron a la pregunta correctamente

Grupo 2: ningún alumno respondió a la pregunta correctamente

Grupo 3: 10 alumnos respondieron a la pregunta correctamente

Estrategia B

Se realiza la operación directa a través de la estimación de la siguiente adición:

$$186 + 114 = 300.$$

5.1.5.2 Errores

Dentro de los errores que los alumnos cometieron están:

Estrategia C

Se realiza erróneamente la sustracción: $186 - 114$.

Imagen 8. Ejemplificación estrategia C

Desarrollo:

$$\begin{array}{r} 186 \\ - 114 \\ \hline 72 \end{array}$$

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 10 alumnos utilizan esta estrategia

Grupo 2: 1 alumno utiliza esta estrategia

Grupo 3: 12 alumnos utilizan esta estrategia

Estrategia D

Se realiza erróneamente la sustracción, descubriendo el 300: $114 - 300$.

Imagen 9. Ejemplificación estrategia D

Desarrollo:

$$\begin{array}{r} 290 \\ - 114 \\ \hline 186 \end{array}$$

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 2 alumnos utilizaron esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno utilizó esta estrategia

Grupo 3: 1 alumno utilizó esta estrategia

5.1.5.3 Sin resolución

Dentro de los grupos, hubo alumnos que no resolvieron el problema:

Grupo 1: 5 alumnos no resolvieron el problema

Grupo 2: 4 alumnos no resolvieron el problema

Grupo 3: 5 alumnos no resolvieron el problema

5.1.5.4 Dificultades

Dentro de las dificultades que los alumnos presentaron están:

- No manejar el algoritmo de la adición
- Incomprensión del problema y/o de la pregunta planteada

5.1.6 Análisis a posteriori 3° Relación de base: Problema 1

Problema: Cuando van en el auto, los hermanos se entretienen viendo sus álbumes y cuentan sus láminas, dándose cuenta que Camila tiene 375 láminas y Benjamín tiene 28 más que ella ¿Cuántas láminas tiene Benjamín en el álbum?

Siendo la respuesta “Benjamín tiene 403 láminas en el álbum”.

5.1.6.1 Estrategias utilizadas

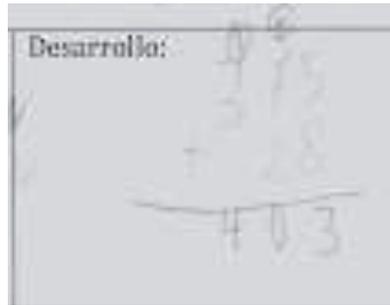
Dentro de las estrategias utilizadas, siendo estas los caminos que llevan a resolver el problema sin cometer errores, están:

Estrategia A (Respuesta experta)

Se realiza la operación directa a través de la siguiente adición:

$$375 + 28 = 403.$$

Imagen 10. Ejemplificación estrategia A



Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 49 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 2: 11 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 3: 39 alumnos realizaron esta estrategia

En cuanto a los errores en las operaciones o en el planteamiento de estas, los grupos se comportaron de la siguiente manera:

Grupo 1: 7 alumnos cometieron errores

Grupo 2: 9 alumnos cometieron errores

Grupo 3: 11 alumnos cometieron errores

La respuesta a la pregunta planteada debía ser algo similar a “Benjamín tiene 403 láminas en el álbum” y ha sido respondida por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 35 alumnos respondieron a la pregunta correctamente

Grupo 2: 1 alumno respondió a la pregunta correctamente

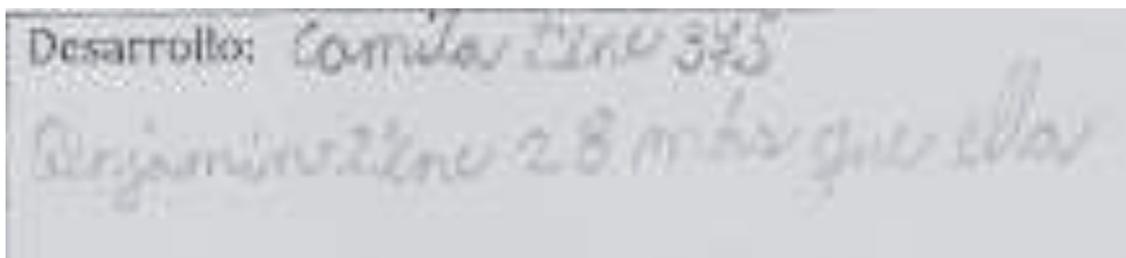
Grupo 3: 17 alumnos respondieron a la pregunta correctamente

Estrategia B

Se realiza la operación directa a través del cálculo mental de la siguiente adición:

$$375 + 28 = 403.$$

Imagen 11. Ejemplificación estrategia B



Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 2: 1 alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: ningún alumno realizó esta estrategia

En cuanto a los errores en las operaciones o en el planteamiento de estas, los grupos se comportaron de la siguiente manera:

Grupo 1: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno cometió error

Grupo 3: ningún alumno realizó esta estrategia

La respuesta a la pregunta planteada debía ser algo similar a “Benjamín tiene 403 láminas en el álbum” y ha sido respondida por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno respondió a la pregunta correctamente

Grupo 3: ningún alumno realizó esta estrategia

5.1.6.2 Errores

Dentro de los errores que los alumnos cometieron están las siguientes estrategias erróneas:

Estrategia C

Se realiza erróneamente la sustracción: $375 - 28$.

Imagen 12. Ejemplificación estrategia C



Desarrollo:

$$\begin{array}{r} 375 \\ - 28 \\ \hline 353 \end{array}$$

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: ningún alumno realizó esta estrategia

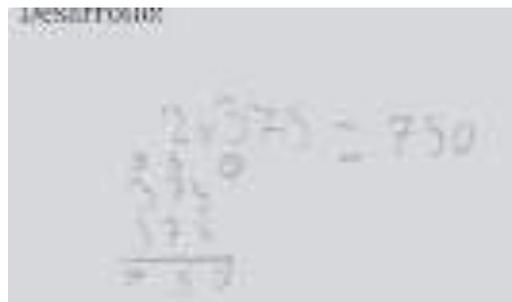
Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: 6 alumnos realizaron esta estrategia

Estrategia D

Se realiza erróneamente la multiplicación: $2 * 375$.

Imagen 13. Ejemplificación estrategia D



Desarrollo:

$$\begin{array}{r} 2 * 375 = 750 \\ 375 \\ \times 2 \\ \hline 750 \end{array}$$

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 1 alumno realizó esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: ningún alumno realizó esta estrategia

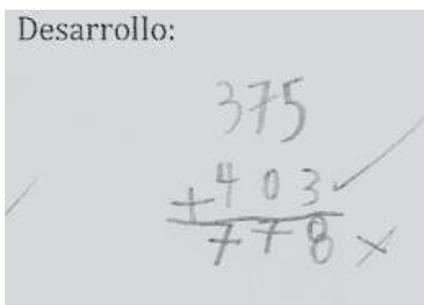
Estrategia E

Se realiza erróneamente a través del cálculo mental, la adición:

$375 + 28$ y luego $403 + 374$.

Imagen 14. Ejemplificación estrategia E

Desarrollo:



The image shows a handwritten calculation on a light gray background. At the top left, the word "Desarrollo:" is written. Below it, the numbers 375 and 403 are stacked vertically and added together. A horizontal line is drawn under the 403. The sum 778 is written below the line. A checkmark is placed to the right of the 403, and an 'X' is placed to the right of the 778.

$$\begin{array}{r} 375 \\ + 403 \\ \hline 778 \end{array}$$

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 2 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: ningún alumno realizó esta estrategia

5.1.6.3 Sin resolución

Dentro de los grupos, hubo alumnos que no resolvieron el problema:

Grupo 1: 1 alumno no resolvió el problema

Grupo 2: 5 alumnos no resolvieron el problema

Grupo 3: 1 alumno no resolvió el problema

5.1.6.4 Dificultades

Dentro de las dificultades que los alumnos presentaron están:

- No manejar el algoritmo de la adición
- Incomprensión del problema y/o de la pregunta planteada

5.1.7 Análisis a posteriori 4° Relación de base: Problema 5

Problema: Al pasar por caja los hermanos le piden a su mamá que les compre sobres para sus álbumes. Luego que la mamá se los compró, Camila cuenta que tiene 422 láminas entre las nuevas y pegadas, pero cuando se sube al auto se da cuenta que ha perdido 21, por lo que su hermano decide regalarle alguna de las suyas. Finalmente Camila llega a tener 428 láminas ¿Cuántas le regaló Benjamín?

5.1.7.1 Estrategias utilizadas

Dentro de las estrategias utilizadas, están:

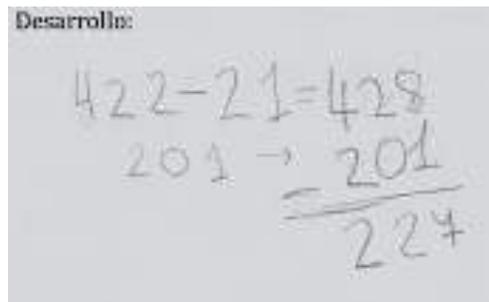
Estrategia A (Respuesta experta)

Se realiza las operaciones directas a través de las siguientes sustracciones:

$$422 - 21 = 401 \text{ y } 428 - 401 = 27.$$

Imagen 15. Ejemplificación estrategia A

Desarrollo:


$$\begin{array}{r} 422 - 21 = 401 \\ 428 - 401 = 27 \end{array}$$

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: 1 alumno realizó esta estrategia

En cuanto a los errores en las operaciones o en el planteamiento de estas, los grupos se comportaron de la siguiente manera:

Grupo 1: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: 1 alumno cometió un error

La respuesta a la pregunta planteada debía ser algo similar a “Benjamín le regaló 27 láminas” y ha sido respondida por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: ningún alumno respondió a la pregunta correctamente

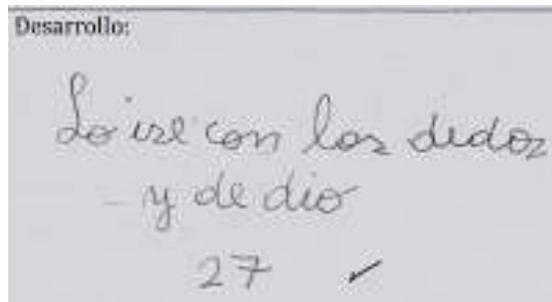
Estrategia B

Se realizan las operaciones directas a través del cálculo mental y del conteo de dedos las siguientes sustracciones:

$$422 - 21 = 401$$

$$428 - 401 = 27$$

Imagen 16. Ejemplificación estrategia B



Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: 1 alumno realizó esta estrategia

En cuanto a los errores en las operaciones o en el planteamiento de estas, los grupos se comportaron de la siguiente manera:

Grupo 1: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: ningún alumno cometió error

La respuesta a la pregunta planteada debía ser algo similar a “Benjamín le regaló 27 láminas” y ha sido respondida por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: 1 alumno respondió a la pregunta correctamente

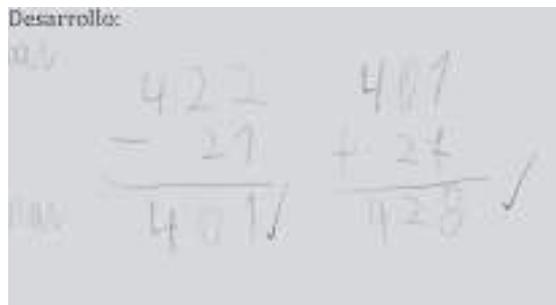
Estrategia C

Se realiza la operación inversa a través de la siguiente sustracción y adición, descubriendo el 27:

$$422 - 21 = 401$$

$$401 + 27 = 428$$

Imagen 17. Ejemplificación estrategia C



Desarrollo:

$$\begin{array}{r} 422 \\ - 21 \\ \hline 401 \end{array} \quad \begin{array}{r} 401 \\ + 27 \\ \hline 428 \end{array}$$

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 10 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: 2 alumnos realizaron esta estrategia

En cuanto a los errores en las operaciones o en el planteamiento de estas, los grupos se comportaron de la siguiente manera:

Grupo 1: 3 alumnos cometieron errores

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: 2 alumnos cometieron errores

La respuesta a la pregunta planteada debía ser algo similar a “Benjamín le regalo 27 láminas” y ha sido respondida por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 6 respondieron a la pregunta correctamente

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: 1 alumno responde a la pregunta planteada

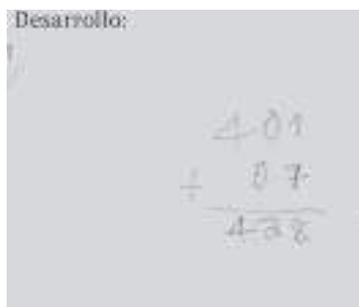
Estrategia D

Se realiza la operación directa a través del cálculo mental de la siguiente adición, y también se realiza la operación inversa a través del cálculo mental de la siguiente adición, descubriendo el 27:

$$422 - 21 = 401$$

$$401 + 27 = 428$$

Imagen 18. Ejemplificación estrategia D



Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 4 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 2: 1 alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: 1 alumno realizó esta estrategia

En cuanto a los errores en las operaciones o en el planteamiento de estas, los grupos se comportaron de la siguiente manera:

Grupo 1: 4 alumnos cometieron errores

Grupo 2: 1 alumno cometió error

Grupo 3: 1 alumno cometió error

La respuesta a la pregunta planteada debía ser algo similar a “Benjamín le regaló 27 láminas” y ha sido respondida por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 1 alumno responde a la pregunta correctamente

Grupo 2: ningún alumno responde a la pregunta correctamente

Grupo 3: 1 alumno respondió a la pregunta correctamente

Estrategia E

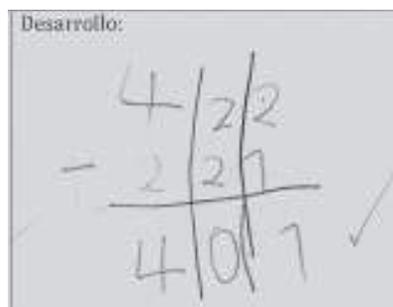
Se realiza la operación directa a través de la siguiente sustracción, y también se realiza la operación inversa a través del cálculo mental de la siguiente adición, descubriendo el 27:

$$422 - 21 = 401$$

$$401 + 27 = 428$$

Imagen 19. Ejemplificación estrategia E

Desarrollo:


$$\begin{array}{r} 422 \\ - 21 \\ \hline 401 \end{array} \checkmark$$

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 1 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: ningún alumno realizó esta estrategia

En cuanto a los errores en las operaciones o en el planteamiento de estas, los grupos se comportaron de la siguiente manera:

Grupo 1: 1 alumno cometió error

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: ningún alumno realizó esta estrategia

La respuesta a la pregunta planteada debía ser algo similar a “Benjamín le regaló 27 láminas” y ha sido respondida por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: ningún alumno responde a la pregunta correctamente

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: ningún alumno realizó esta estrategia

5.1.7.2 Errores

Dentro de los errores que los alumnos cometieron están:

Estrategia F

Sólo se realiza erróneamente la adición: $422 + 21$.

Imagen 20. Ejemplificación estrategia F

Desarrollo:

	C	D	U
	4	2	2
+	2	1	
	6	3	2

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 1 alumnos realizó esta estrategia

Grupo 2: 3 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 3: 1 alumno realizó esta estrategia

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 13 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 2: 1 alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: 4 alumnos realizó esta estrategia

Estrategia I

Se realiza erróneamente la sustracción y la adición: $422 - 21$ y $401 + 428$

Imagen 22. Ejemplificación estrategia I



Desarrollo:

$$\begin{array}{r} 422 \\ - 21 \\ \hline 401 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} + 428 \\ + 401 \\ \hline 829 \end{array}$$

The image shows handwritten work for Strategy I. It includes a subtraction problem $422 - 21 = 401$ and an addition problem $428 + 401 = 829$. A checkmark is next to the subtraction result, and an 'X' is next to the addition result.

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 1 alumnos realizaron esta estrategia

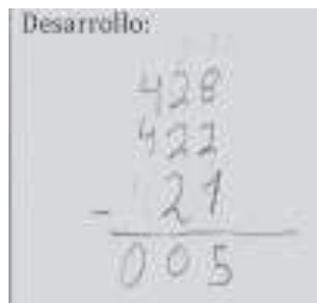
Grupo 2: 1 alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: 4 alumnos realizaron esta estrategia

Estrategia J

Se realiza erróneamente las sustracciones en un misma operación: $428 - 422 - 21$

Imagen 23. Ejemplificación estrategia J



Desarrollo:

$$\begin{array}{r} 428 \\ - 422 \\ - 21 \\ \hline 005 \end{array}$$

The image shows handwritten work for Strategy J. It displays a subtraction problem where 422 and 21 are subtracted from 428, resulting in 005.

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 1 alumno realizó esta estrategia

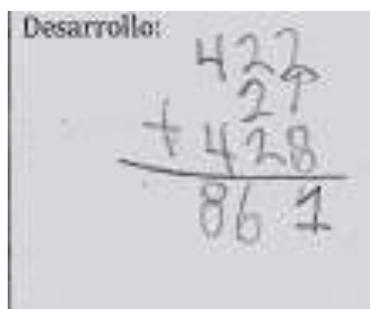
Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: 1 alumno realizó esta estrategia

Estrategia K

Se realiza erróneamente las adiciones en una misma operación: $422 + 428 + 21$

Imagen 24. Ejemplificación estrategia K



Desarrollo:

$$\begin{array}{r} 422 \\ 29 \\ + 428 \\ \hline 861 \end{array}$$

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 2 alumnos realizaron esta estrategia

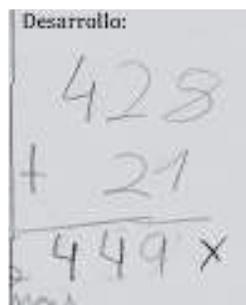
Grupo 2: 2 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 3: 8 alumnos realizaron esta estrategia

Estrategia L

Sólo se realiza erróneamente la adición: $428 + 21$

Imagen 25. Ejemplificación estrategia L



Desarrollo:

$$\begin{array}{r} 428 \\ + 21 \\ \hline 449 \end{array}$$

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 2 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

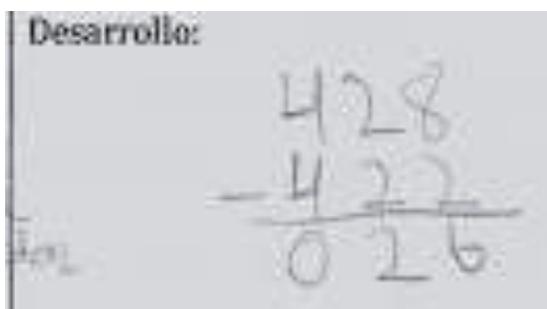
Grupo 3: 3 alumnos realizaron esta estrategia

Estrategia M

Sólo se realiza erróneamente la sustracción: $428 - 422$

Imagen 26. Ejemplificación estrategia M

Desarrollo:


$$\begin{array}{r} 428 \\ - 422 \\ \hline 026 \end{array}$$

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 6 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

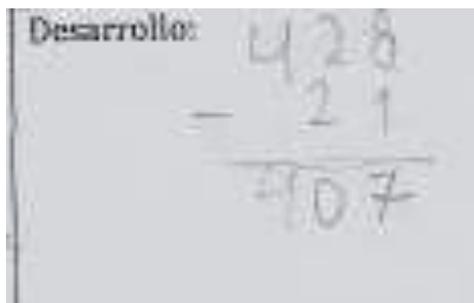
Grupo 3: 7 alumnos realizaron esta estrategia

Estrategia N

Sólo se realiza erróneamente la sustracción $428 - 21$

Imagen 27. Ejemplificación estrategia N

Desarrollo:


$$\begin{array}{r} 428 \\ - 21 \\ \hline 407 \end{array}$$

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 1 alumno realizó esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: 2 alumno realizó esta estrategia

Estrategia Ñ

Sólo se realiza erróneamente la adición $422 + 6$

Imagen 28. Ejemplificación estrategia Ñ



Desarrollo:

$$\begin{array}{r} 422 \\ + 6 \\ \hline = 428 \end{array}$$

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 2 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: ningún alumno realizó esta estrategia

5.1.7.3 Sin resolución

Dentro de los grupos, hubo alumnos que no resolvieron el problema:

Grupo 1: 7 alumnos no resolvieron el problema

Grupo 2: 7 alumnos no resolvieron el problema

Grupo 3: 6 alumnos no resolvieron el problema

5.1.7.4 Dificultades

Dentro de las dificultades que los alumnos presentaron están:

- No manejar el algoritmo de la sustracción
- No saber identificar el minuendo y el sustraendo
- Incomprensión del problema y de la pregunta planteada

5.1.8 Análisis a posteriori 5° Relación de base: Problema 6

Problema: Benjamín le prestó dinero a Camila para que se comprara una traba. Al llegar a la casa Camila le paga \$360, pero aun así le sigue debiendo \$279 ¿Cuánto le debía inicialmente Camila a Benjamín?

5.1.8.1 Estrategias utilizadas

Dentro de las estrategias utilizadas, siendo estas los caminos que llevan a resolver el problema sin cometer errores, están:

Estrategia A (Respuesta experta)

Se realiza la operación directa a través de la siguiente adición:

$$360 + 279 = 639$$

Imagen 29. Ejemplificación estrategia A



Desarrollo:

$$\begin{array}{r} 360 \\ + 279 \\ \hline 639 \end{array}$$

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 33 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 2: 9 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 3: 24 alumnos realizaron esta estrategia

En cuanto a los errores en las operaciones o en el planteamiento de estas, los grupos se comportaron de la siguiente manera:

Grupo 1: 7 alumnos cometieron errores

Grupo 2: 5 alumnos cometieron errores

Grupo 3: 8 alumnos cometieron errores

La respuesta a la pregunta planteada debía ser algo similar a “Camila le debía 639 a Benjamín” y ha sido respondida por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 9 alumnos respondieron a la pregunta correctamente

Grupo 2: 1 alumno respondió a la pregunta correctamente

Grupo 3: 10 alumnos respondieron a la pregunta correctamente

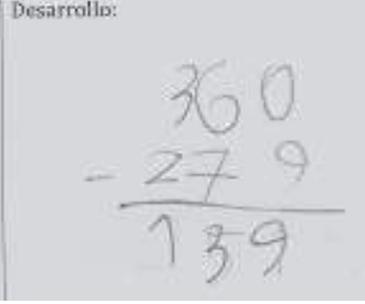
5.1.8.2 Errores

Dentro de los errores que los alumnos cometieron están las siguientes estrategias erróneas:

Estrategia B

Se realiza erróneamente la sustracción: $360 - 279$

Imagen 30. Ejemplificación estrategia B



Desarrollo:

$$\begin{array}{r} 360 \\ - 279 \\ \hline 139 \end{array}$$

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 6 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 2: 3 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 3: 15 alumnos realizaron esta estrategia

5.1.8.3 Sin resolución

Dentro de los grupos, hubo alumnos que no resolvieron el problema:

Grupo 1: 14 alumnos no resolvieron el problema

Grupo 2: 5 alumnos no resolvieron el problema

Grupo 3: 7 alumnos no resolvieron el problema

5.1.8.4 Dificultades

Dentro de las dificultades que los alumnos presentaron están:

- No manejar el algoritmo de la adición
- Incomprensión del problema y/o de la pregunta planteada

5.1.9 Análisis a posteriori 6° Relación de base: Problema 7

Problema: Al día siguiente la mamá les entrega la misma cantidad de dinero para la semana a cada uno. Benjamín se acuerda que le debe \$365 a Camila y a su vez ella le debe \$243. Si ambos pagan sus deudas ¿Quién queda con más dinero? ¿Cuánto más?

5.1.9.1 Posibles estrategias

Dentro de las estrategias utilizadas, siendo estas los caminos que llevan a resolver el problema sin cometer errores, están:

Estrategia A (Respuesta experta)

Se realiza la operación directa a través de la siguiente sustracción:

$$365 - 243 = 122$$

Imagen 31. Ejemplificación estrategia A

Desarrollo:

$$\begin{array}{r} 365 \\ -243 \\ \hline 122 \end{array}$$

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 12 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 2: 2 alumnos realizaron realizó esta estrategia

Grupo 3: 21 alumnos realizaron esta estrategia

En cuanto a los errores en las operaciones o en el planteamiento de estas, los grupos se comportaron de la siguiente manera:

Grupo 1: 2 alumnos cometieron errores

Grupo 2: ningún alumno cometió error

Grupo 3: 7 alumnos cometieron errores

La respuesta a la pregunta planteada debía ser algo similar a “Camila queda con \$122 más que Benjamín” y ha sido respondida por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 2 alumnos respondieron a la pregunta correctamente

Grupo 2: ningún alumno respondió a la pregunta correctamente

Grupo 3: 2 alumnos respondieron a la pregunta correctamente

Estrategia B

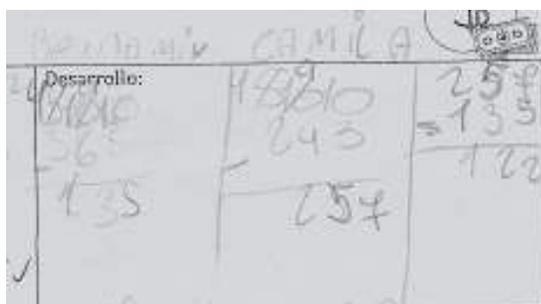
Se asume una cantidad X de dinero para cada hermano (dinero que da la mamá) y se sustrae la deuda correspondiente a cada monto X , luego se realiza la operación directa a través de la sustracción de ambas diferencias:

$$X - 365 = Y$$

$$X - 243 = Z$$

$$Z - Y = 122$$

Imagen 32. Ejemplificación estrategia B



Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 6 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: 1 alumno realizó esta estrategia

En cuanto a los errores en las operaciones o en el planteamiento de estas, los grupos se comportaron de la siguiente manera:

Grupo 1: 6 alumnos cometieron errores

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: ningún alumno cometió error

La respuesta a la pregunta planteada debía ser algo similar a “Camila queda con \$122 más que Benjamín” y ha sido respondida por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: ningún alumno respondió a la pregunta correctamente

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: 1 alumno respondió a la pregunta correctamente

Estrategia C

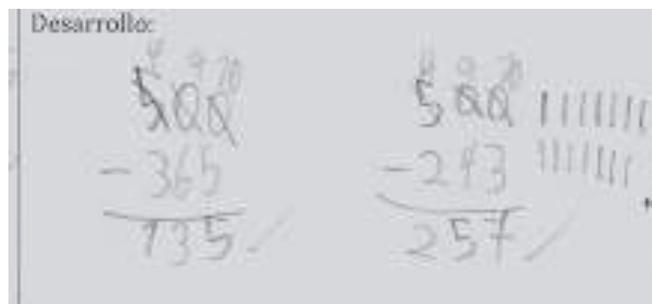
Se asume una cantidad X de dinero para cada hermano (dinero que da la mamá) y se sustrae la deuda correspondiente a cada monto X, luego se realiza la operación directa a través del conteo pictórico (“palitos”) de la sustracción de ambas diferencias:

$$X - 365 = Y$$

$$X - 243 = Z$$

$$Z - Y = 122$$

Imagen 33. Ejemplificación estrategia C



Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 1 alumno realizó esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: ningún alumno realizó esta estrategia

En cuanto a los errores en las operaciones o en el planteamiento de estas, los grupos se comportaron de la siguiente manera:

Grupo 1: ningún alumno cometió error

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: ningún alumno realizó esta estrategia

La respuesta a la pregunta planteada debía ser algo similar a “Camila queda con \$122 más que Benjamín” y ha sido respondida por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: ningún alumno respondió a la pregunta correctamente

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: ningún alumno realizó esta estrategia

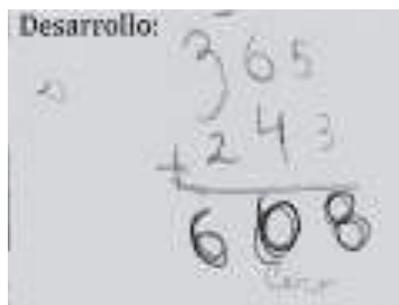
5.1.9.2 Errores

Dentro de los errores que los alumnos cometieron están las siguientes estrategias erróneas:

Estrategia D

Se realiza erróneamente la adición: $365 + 243$

Imagen 34. Ejemplificación estrategia D



Desarrollo:

$$\begin{array}{r} 365 \\ + 243 \\ \hline 608 \end{array}$$

The image shows a handwritten addition problem. The numbers 365 and 243 are stacked vertically. A horizontal line is drawn under the second number. The result 608 is written below the line. The digit 0 in the tens place is circled, indicating an error in the carrying process.

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 11 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 2: 9 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 3: 16 alumnos realizaron esta estrategia

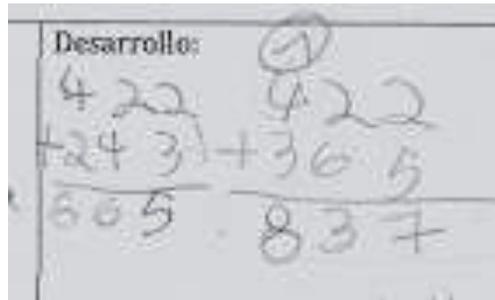
Estrategia E

Se asume una cantidad X de dinero para cada hermano (dinero que da la mamá) y se realiza erróneamente la adición de las deudas correspondientes:

$$X + 365 = Y$$

$$X + 243 = Z$$

Imagen 35. Ejemplificación estrategia E



Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

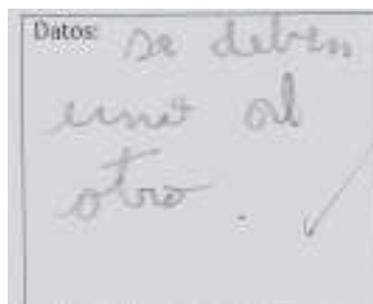
Grupo 1: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 2: ningún alumno realizó esta estrategia

Grupo 3: 2 alumnos realizaron esta estrategia

Estrategia F

Imagen 36. Ejemplificación estrategia F



A través de la información planteada en el enunciado, se identifica que Camila es quien queda con más dinero (sin identificar cuánto ni realizar alguna operación).

Esta estrategia fue utilizada por los alumnos de cada grupo, de la siguiente manera:

Grupo 1: 1 alumno realizó esta estrategia

Grupo 2: 3 alumnos realizaron esta estrategia

Grupo 3: ningún alumno realizó esta estrategia

5.1.9.3 Sin resolución

Dentro de los grupos, hubo alumnos que no resolvieron el problema:

Grupo 1: 22 alumnos no resolvieron el problema

Grupo 2: 3 alumnos no resolvieron el problema

Grupo 3: 6 alumnos no resolvieron el problema

5.1.9.4 Dificultades

Dentro de las dificultades que los alumnos presentaron están:

- No manejar el algoritmo de la sustracción
- No saber identificar el minuendo y el sustraendo
- Incomprensión del problema y de la pregunta planteada

La información anteriormente mencionada, se presenta en una tabla resumen, dando a conocer las estrategias desarrolladas por cada sujeto, y si estas han servido para resolver o no cada problema (ver anexo 4).

5.2 Análisis de la aplicación del instrumento de evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos

Luego de la aplicación del instrumento de evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos a alumnos de tercer año básico, se realizó un análisis de la resolución de los problemas con el fin de preseleccionar a aquellos que cumplieren con los criterios establecidos y especificados en el capítulo anterior. Dichos criterios proponen que en cuanto a los problemas 1, 3, 6 y 7 deberán aplicar una o más estrategias correctas que los dirijan al resultado, en cuanto a los otros problemas pueden no haberlos resuelto o presentar errores.

El total de alumnos que rindieron la evaluación sobre resolución de problemas matemáticos fueron 116, de los cuales 15 sujetos quedaron preseleccionados, a su vez, 10 de ellos son del grupo uno, ninguno del grupo 2, lo cual fue corroborado por la profesora jefe y 5 del grupo tres.

Los sujetos preseleccionados para una posterior evaluación (instrumento de observación de alumnos entre 8 a 10 años, dentro del aula) fueron:

Grupo 1: 4 - 10 - 15 - 20 - 23 - 27 - 36 - 44 - 45 - 53

Grupo 2: --

Grupo 3: 79 - 87 - 88 - 89 - 112

Dichos sujetos en los problemas 1, 3, 6 y 7 desarrollaron estrategias que los condujeron al resultado. Algunos de ellos lograron dar respuesta a la pregunta planteada, a lo cual se le ha denotado como resuelto, en el caso contrario, se debe a que no dieron respuesta a la pregunta o bien, se equivocaron en calcular, lo que se ha denominado como no resuelto. Lo anterior se ve explicitado en una tabla resumen (ver anexo 4).

Otro aspecto a considerar es el género de los sujetos que desarrollaron la evaluación, de un total de 116 alumnos, 86 pertenecen al género femenino y 30 al

masculino. Al relacionarlo con la preselección y considerando cada género por separado, 11 de 86 mujeres y 4 de 30 hombres fueron escogidos para pasar a la siguiente etapa.

Al realizar una confrontación entre el análisis a priori y el a posteriori de la resolución de los problemas aplicados, se puede evidenciar el cumplimiento de las estrategias ya planteadas o el surgimiento de estrategias no consideradas en un comienzo, así como errores que se deben a diversos factores, tales como: la forma en que los niños(as) acostumbran a trabajar, como por ejemplo, utilizar el algoritmo de la adición de forma vertical u horizontal; incompreensión del problema o de la pregunta planteada; organizar erróneamente la información (sustraendo y minuendo de forma inversa); no manejar los algoritmos de la adición y sustracción, entre otros. En cuanto a las estrategias, cabe mencionar que en todos los problemas surgieron algunas que no estaban previstas y que sí conducían al resultado, a excepción del problema 6 donde no surgieron nuevas estrategias correctas. Destacar que en el problema 5 surgieron una gran cantidad de estrategias no consideradas previamente, de las cuales, cuatro son correctas y diez no. Dicho problema pertenece a la 4^o relación de base lo que conlleva a la transformación de dos medidas implicando un proceso cognitivo más demandante.

5.3 Análisis de resultados de la aplicación del instrumento de observación de alumnos entre 8 a 10 años, dentro del aula

Luego de la aplicación del instrumento de observación de alumnos entre 8 a 10 años, dentro del aula, se realizó un análisis de las características observadas por los docentes de aula a los alumnos preseleccionados en el instrumento de evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos con el fin de seleccionar a aquellos que cumplieren con los criterios establecidos y especificados en el capítulo anterior. Dichos criterios proponen que el alumno para ser seleccionado debe cumplir con el 90% de las características señaladas en la tabla de observación,

esto ya que todas tienen igual relevancia para la identificación del sujeto. Lo anterior se puede evidenciar en el instrumento de observación aplicado por los docentes de aula (ver anexo 5).

De los 15 alumnos que fueron preseleccionados y a los cuales se les aplicó, por parte de sus docentes de aula, un instrumento de observación, se puede distinguir que dentro del grupo 1, la mayoría de los sujetos obtuvieron puntajes superior a 60 puntos e inferior a 70 puntos, en cuanto al grupo 3 la mayoría se encuentra por sobre los 65 puntos e inferior a 70 puntos, a excepción de un sujeto, el cual obtuvo sobre 72 puntos, quedando seleccionado como alumno con talento matemático. Lo anteriormente señalado se puede observar en una tabla resumen (ver anexo 6).

Dicho sujeto, registrado como n° 87 obtuvo 73 puntos en total, lo anterior se refleja mediante treinta y cinco características que fueron identificadas de forma predominante en el alumno, quedando explícito en los criterios siempre y casi siempre, a su vez, tres características fueron observadas ocasionalmente y dos de ellas, al ser poco evidenciadas o no observadas, quedaron registradas en los criterios casi nunca y nunca.

En relación a lo anteriormente señalado, cabe mencionar que el sujeto n° 87 en cuanto a las dimensiones: Conocimiento y habilidades de aprendizaje, Características específicas de la matemática y, Creatividad y productividad, presenta el total de las conductas especificadas en cada una de ellas, de forma constante dentro del aula. Con respecto a la dimensión Características socioafectivas, de las 13 conductas que se señalan, ocho de ellas son identificadas de forma permanente dentro del aula, a su vez, tres sólo son evidenciadas en ocasiones y dos nunca o casi nunca, todo lo anterior es observado y registrado por el docente (ver anexo 6, sujeto n° 87).

5.4 Resultados

Luego de la implementación del Instrumento de evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos, y en base a los criterios establecidos en la Fundamentación preselección de alumnos con talento matemático, quedaron preseleccionados 15 sujetos, de los cuales 10 pertenecen al grupo 1 y 5 al grupo 3. En cuanto al grupo 2 ningún estudiante fue preseleccionado.

De los sujetos preseleccionados 11 pertenecen al género femenino y 4 al masculino.

A estos 15 sujetos preseleccionados se les aplica el Instrumento de observación de alumnos entre 8 y 10 años dentro del aula, el cual es contestado por parte del docente a cargo de cada curso, obteniendo como resultado la selección de un sujeto de género femenino como talento matemático específicamente el n° 87, quien pertenece al grupo.

CAPÍTULO 6

CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES

A partir del marco teórico presente en la investigación, en el cual se alude al área talento, área pedagógica y didáctica de la matemática, se puede decir que el proceso mantuvo como base la interacción de estas tres áreas para poder dar cumplimiento al objetivo general planteado, el cual es diseñar un perfil de alumno, entre 8 y 10, con talento específicamente en el área de la matemática para su identificación dentro del contexto aula.

Respecto a lo mencionado en el ámbito de talento y lo propuesto por los diferentes autores citados, cabe mencionar que fue uno de los pasos más importantes para definir una postura frente al tema y los conceptos involucrados, es decir, fue la base para comenzar la investigación, ya que sin ello hubiese sido poco probable la comprensión del tema central de esta y su posterior desarrollo.

En cuanto al área pedagógica, al conocer la definición de necesidades educativas especiales (NEE) dentro de las políticas públicas y al reconocer el requerimiento de apoyos adicionales para cumplir con los objetivos establecidos ministerialmente, es que caben dentro de esta los alumnos con talento matemático, quienes presentarán dificultades para el desarrollo de habilidades de forma independiente.

Debido a que la investigación trata sobre alumnos talentosos en el área de la matemática, se hizo necesario abarcar la didáctica de la matemática en cuanto al diseño de un instrumento de evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas el que fue creado en base a la categorización de la estructura aditiva que propone Vergnaud. Posteriormente, se considera a Artigue como referente para llevar a cabo el análisis a priori y posteriori de dicho instrumento.

A partir de los análisis y resultados obtenidos al aplicar los diferentes instrumentos, los cuales han sido mencionados en el capítulo anterior, donde se evidencia que la población era mayoritariamente de género femenino, surgió como resultado del primer instrumento de evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas

matemáticos, que más niñas que niños poseen habilidades de nivel superior. A su vez, al implementar el segundo instrumento de observación de alumnos, entre 8 y 10 años dentro del aula, el sujeto seleccionado como alumno con talento matemático es de género femenino. No obstante, se puede concluir que el género no es un factor determinante en esta investigación a la hora de seleccionar a los alumnos con talento, ya que el universo de aplicación de los instrumentos es mayoritariamente femenino.

Al analizar el primer instrumento aplicado, se puede inferir que el tipo del establecimiento educacional influye en los conocimientos que poseen los alumnos, los cuales serán la base para dar resolución a los problemas planteados. Sin embargo, siendo los criterios de preselección de alumno con talento matemático, el considerar una estrategia correcta y no el resultado del cálculo realizado, esto no afecta el proceso de preselección. De igual manera, ocurre con la selección de alumnos talentosos en matemática.

Durante esta investigación se realizó una revisión bibliográfica, la cual dio origen a la llamada tabla de fundamentación perfil alumno talentoso, en esta se especifica cada una de las características que debiesen poseer estos niños, con lo cual se evidencia el logro del siguiente objetivo específico: Definir las características de un alumno que posee talento.

Dada la necesidad que los alumnos demostraran sus habilidades matemáticas, se diseñó un instrumento de resolución de problemas matemáticos basado en la categorización de estructuras aditivas que propone Vergnaud, de esta manera se cumple el siguiente objetivo específico: Diseñar un instrumento que permita evidenciar en el aula las diferencias del razonamiento lógico entre niños con talento matemático, de sus pares.

Mediante el logro de los objetivos anteriores es que se da cumplimiento también a este último, el cual consiste en aportar a la identificación de niños de entre 8 y 10 años con talento matemático que se encuentran insertos en el sistema escolar en Chile, en

cuanto a que, al especificar las características de un alumno talentoso, diseñar un instrumento para evidenciar a niños con mayores habilidades matemáticas, y finalmente la creación de un instrumento de observación de alumnos entre 8 a 10 años, dentro del aula, pertenecientes a tercero básico del sistema escolar chileno, significan un aporte en la identificación de estos niños en el aula.

Las características nombradas en el instrumento de observación, fueron consensuadas a partir de un estudio bibliográfico, siendo este ratificado una vez que fue aplicado por los docentes, sin presentar inconvenientes para responder el instrumento.

Lo anterior da respuesta al cumplimiento del objetivo general de la presente investigación, el cual es: diseñar un perfil de alumno, entre 8 y 10 años, con talento específicamente en el área de la matemática, para su identificación dentro del contexto aula.

Tal como se explicó en la problemática de la investigación, donde se menciona el cómo se abarca este tema en la formación inicial docente, se observa una carencia de información, dentro de los programas de estudio de las carreras de Educación básica del consejo de rectores. Lo que permitió dar cuenta de que el perfil diseñado es un aporte para cualquier docente de aula, puesto que permite conocer las características de los alumnos con talento matemático, para así poder identificarlos e integrarlos en la educación, cumpliendo de esta manera su derecho de educarse íntegramente aún cuando requieren de recursos adicionales.

Como proyección de la investigación llevada a cabo, es importante destacar que esta requiere de una segunda etapa que responda a las necesidades de los alumnos identificados como talentosos en matemática, realizando un seguimiento de estos, con el fin de proponer estrategias que desarrollen sus habilidades dentro del aula. Cabe mencionar también, que el diseño de estrategias para dichos alumnos abre la posibilidad a que cualquier estudiante dentro del aula que esté dispuesto a abarcar más de los contenidos mínimos exigidos pueda acceder a ello. Dichas estrategias pueden

darse a conocer a través de unidades didácticas, acotaciones o sugerencias para los docentes, entre otros.

BIBLIOGRAFÍA

Aguilar, M., Alcalde, C., López, J. y Navarro, J. (2002) *Pensamiento formal y resolución de problemas matemáticos*. Universidad de Cádiz: Psicothema.

Alegría, I., Calderón, C., Cárdenas, M. y Lay, S. (2010) *El Proceso de construcción y validación de la escala de identificación de talento académico*. Valdivia: Estudios Pedagógicos.

Álvarez González, B. (2000) *Alumnos de altas capacidades*. Madrid: Bruño.

Arancibia, V. (2009) *La educación de alumnos con talentos: una deuda y una oportunidad para Chile*. Santiago: Pontificia Universidad Católica de Chile.

Arancibia, V. y Flanagan, A. (2005) *Talento Académico: Un análisis de la Identificación de Alumnos Talentosos Efectuada por Profesores*. Santiago: Pontificia Universidad Católica de Chile.

Artigue, M., Douady, L. y Moreno, L. (1995) *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Bogotá: Grupo editorial Iberoamérica.

Benavides, M. y Maz-Machado, A. (2012) *¿Qué deben conocer los profesores y padres sobre el talento matemático? IX congreso Iberoamericano superdotación, talento y creatividad*. Buenos Aires.

Benavides, M., Blanco, R., Maz-Machado, A. y Castro, E. (2004) *La educación de niños con talento en Iberoamérica*. Santiago: Trineo S.A.

Brousseau, G. (1986). *Fondements et méthodes de la didactiques des mathématique. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7, 33-115.

Bralic, S. y Romagnoli, C. (2000). *Niños y jóvenes con talento*. Santiago: Dolmen S.A.

- Coral, R. y Hodge, K. (s.f). *Journal for the Education of the gifted*. Texas.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la RSME*, 9.1, 143-168.
- Gardner, H. (2001). *La inteligencia reformulada. Las inteligencias múltiples en el siglo XXI*. Barcelona: Sta. Perpètua de Mogoda.
- Gardner, H., Kornhaber, Mindy L. y Wake, Warren K. (2000). *Inteligencia. Múltiples perspectivas*. Buenos Aires: Aique.
- Guirado, Á., Martínez Torres, Mercé., Prieto, A., Reverter, R., Ruiz, N. y Varela, M. (2012). *Altas capacidades intelectuales. Pautas de actuación, orientación, intervención y evaluación en el periodo escolar*. Barcelona: Graó.
- González Gómez, M., González Gómez, J. (1997). *Qué, Cómo y Cuándo llevar a cabo el proceso de identificación del alumno superdotados y con talento en el marco escolar*.
Barcelona: CIMS.
- Guzmán, I. (s.f). *Problema versus ejercicio*. Valparaíso: PUCV.
- Guzmán, M. (s.f) *El tratamiento educativo del talento especial en matemáticas*. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.
- Hume, M. (2000). *Los alumnos intelectualmente bien dotados*. Barcelona: Edebé.
- Lagos, R. y Ministros de Estado. (2005) *Constitución Política de la República de Chile*. Santiago: Editorial Jurídica de Chile.
- Marzano, R. J. (2001). *Designing a new taxonomy of educational objectives. Experts in Assessment Series, Guskey, T. R., & Marzano, R. J. (Eds.)*. Thousand Oaks, CA: Corwin.
- Ministerio de Educación. (1990). *Artículo 11. Ley N° 18.962*. Santiago: Ministerio de Educación.

Ministerio de Educación. (2009). *Artículo 29. Ley N° 20.370*. Santiago: Ministerio de Educación.

Ministerio de Educación. (2012) *Bases Curriculares Matemática*. Santiago: Ministerio de Educación.

Ministerio de Educación (2009) *Decreto con toda de razón n° 0170*. Santiago: Ministerio de Educación.

Ministerio de Educación. (2009). *Establece la ley general de educación*. Santiago: Editorial Universitaria.

Ministerio de Educación. (2009). *Ley 20.370, párrafo n° 1, artículo 2*. Santiago: Ministerio de Educación.

Ministerio de Educación. (2009). *Líneas de Acción, Programa de Talentos Académicos*. Santiago: Ministerio de Educación.

Ministerio de Educación (2009). *Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos obligatorios para la Educación Básica y media*. Santiago: Ministerio de Educación.

Ministerio de Educación. (2012). *Presentación de Bases Curriculares*. Santiago: Ministerio de Educación.

National Association for Gifted Children. (1990). *Discovering mathematical talent*. Washington, DC: Miller, R.

Prieto, M., Sánchez, M. y Garrido, C. (s.f) *Unidad 8. Características del alumnado con altas capacidades*. Murcia: Consejería de Educación y cultura.

Reyes P. y Karg A. (2009). *Una aproximación al trabajo con niños especialmente dotados en matemáticas*. Augsburg: SEIEM.

Richard C. Miller. (1990). “*Discovering Mathematical Talent*”. Washington, DC Karg.

Ruiz Olabuénaga, J. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Bilbao: Universidad de Deusto.

Sánchez López, C. (2008). *Configuración cognitivo-emocional en alumnos de altas habilidades*. Universidad de Murcia: Tesis doctoral.

Vallardo, K. (2001). *La Nueva Taxonomía de Marzano y Kendall: una alternativa para enriquecer el trabajo educativo desde su planeación*. Centros Comunitarios del Aprendizaje.

Vergnaud, G. (1990). *La teoría de los campos conceptuales. Recherches en Didactiques des Mathématiques* [Traducción de Juan D. Godino].

Virgolim, A. M. R. (2007). *Altas habilidades / Superdotacao. Encorajando potenciais*. Brasilia: Beta PUCV.

ANEXOS

Anexo 1: Instrumento de evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos

Anexo 2: Instrumento de observación de alumnos entre 8 a 10 años, dentro del aula

Anexo 3: Instrumento de evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos resueltos

Anexo 4: Tabla resumen resultados población de alumnos a los que se les aplicó el instrumento de evaluación diagnóstica sobre resolución y desarrollo de problemas matemáticos

Anexo 5: Instrumento de observación de alumnos entre 8 y 10 años dentro del aula contestados por profesor jefe y/o de asignatura.

Anexo 6: Tabla resumen resultados instrumento de observación de alumnos entre 8 y 10 años dentro del aula, contestados por profesor jefe y/o de asignatura.