

90
AÑOS
1928 - 2018



PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA DE
VALPARAÍSO



**ESTUDIO DEL ESPACIO DE TRABAJO GEOMÉTRICO IDÓNEO
RELATIVO AL OBJETO TRIÁNGULO EN LOS TEXTOS
ESCOLARES, EDICIÓN ESPECIAL PARA EL MINISTERIO DE
EDUCACIÓN, EN LOS NIVELES DE PRIMERO Y SEGUNDO
BÁSICO EN CHILE**

TRABAJO DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN
EDUCACIÓN Y AL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN BÁSICA CON
MENCIONES EN PRIMER CICLO Y EN MATEMÁTICAS

Profesor guía: Andrea Pizarro Canales

Estudiantes: Claudia Paredes Cortés
Eunice Riveros Gutiérrez

Agosto 2018, Viña del Mar, Chile

Resumen

El presente estudio caracteriza el espacio de trabajo geométrico de 1° y 2° básico en torno a los triángulos. Se trabaja a partir del modelo propuesto por Houdement y Kuzniak (1996; 1999; 2006) el cual se continúa desarrollando. Se incorporan los recientes hallazgos de Pizarro (2018), los cuales fueron referentes y se utilizaron en los análisis de esta investigación documental. En estos análisis se declaran el tipo de tarea matemática privilegiada en los programas de estudio y textos escolares.

Palabras Claves

Espacio de Trabajo Geométrico, Tarea Matemática, Espacio de Trabajo Geométrico Idóneo, planos y semiplanos.

Abstract

The present research, characterizes geometric workspace of triangles about on 1rd and 2nd primary school. It is start working on proposed model by Houdement and Kuzniak (1996; 1999; 2006) which is still go on developing. It was added a new research from Pizarro (2018), which it was a references and it has been used in this documentary research for analysis. In these analysis it is stated the kind of mathematics' task privileged in the student program and in the educational textbooks.

Key words

Geometric Working Space (GWS), Mathematics' task, Suitable Geometric Working Space, planes and half plane.

Agradecimientos

Durante el proceso de mi formación académica construí lazos personales los cuales aportaron, por medio de su apoyo y cariño en la elaboración del presente trabajo de titulación.

De Claudia

Agradezco a mis padres, Fernando y Cristina, que siempre estuvieron conmigo, brindándome apoyo y amor durante todo el camino, siendo ellos la fuente principal de conocimientos y valores los cuales me han permitido desenvolverme en la vida. También a mis hermanos, Nicolás y Fernando, los cuales me han soportado en todas mis etapas académicas, siendo participes en la construcción de diversos conocimientos desde sus saberes.

Agradezco a mis amigos, los cuales son parte de mi familia. Ellos siempre estuvieron para mí cuando necesite apoyo sea emocional o académicos. Gracias José y Gaby.

Agradezco la paciencia, cariño y amor que nos entregó la profe Andrea durante todo los años que trabajamos juntas en ayudantía y culminando el proceso siendo nuestra profesora guía del trabajo de titulación.

Por supuesto, agradezco a mi amiga y compañera de investigación Eunice, la cual fue fundamental en la construcción de este trabajo. Gracias a su paciencia, ánimos, apoyo y diversas salidas a comer logramos llevar a cabalidad nuestra “hija”.

Finalizó, agradeciendo a mi tía Charo y la Marce, las cuales desde su profesión me inspiraron a continuar con la pedagogía. Sin rendirme y siempre recurriendo a enseñar con amor.

De Eunice

A mis padres, Miguel y Patricia, por el esfuerzo realizado por ellos, que a pesar de las crisis y malos momentos siempre me contuvieron y dieron su apoyo incondicional sin el cual no hubiera llegado tan lejos. A mis hermanas; Débora, Damaris y Lidia; que a pesar de su corta edad siempre tienen cosas nuevas que enseñarme y nutrir mi espíritu para seguir adelante. Las palabras que busco no existen, pues mi agradecimiento hacia ustedes no tiene comparación.

A mi amiga y compañera de investigación Claudia, por mantener la calma y cultivar tu paciencia conmigo, sabes como calmar los ánimos para inspirar las ideas. Gracias por todo.

A mi profesora, gracias por su cariño, paciencia, tiempo, y la sabiduría que compare en cada instancia de su vida, aprendí mucho de usted y espero seguir haciéndolo.

Gracias a todas las personas que han sido participe en el proceso de escritura del trabajo de investigación.

Todavía falta mucho.

Índice

Introducción.....	16
[PARTE 1].....	19
Capítulo 1: Problemática.....	21
1.1 Organización del Sistema Público en Educación.....	22
1.2 Textos escolares.....	23
1.3 Geometría en los Programas de Estudio.....	24
1.4 Evaluaciones estandarizadas.....	26
1.4.1 SIMCE.....	27
1.4.2 PISA.....	31
1.4.3 TERCE.....	33
1.5 Motivación de estudio.....	36
Capítulo 2: Marco Teórico y Objetivos de Investigación.....	39
2.1 Una mirada didáctica del ETM.....	40
2.2 Espacio de Trabajo Matemático (ETM).....	42
2.3 Paradigmas geométricos.....	44
2.4 Tarea matemática.....	45
2.5 Modelo del ETM.....	45
2.5.1 Planos y sus componentes.....	46

2.5.2	Génesis.....	52
2.6	Circulación y planos verticales del ETM.....	56
2.6.1	Planos Verticales	56
2.6.2	Semiplanos.....	59
2.7	Niveles de ETM: Referencial, idóneo y personal	59
2.7.1	ETM de Referencia.....	59
2.7.2	ETM Idóneo.....	60
2.7.3	ETM Personal.....	61
2.8	Objetivos de la investigación	62
2.8.1	Objetivo general	62
2.8.2	Objetivos específicos.....	62
Capítulo 3: Metodología de la investigación		63
3.1	Tipo de Investigación.....	64
3.2	Proceso investigativo	65
3.2.1	Investigación.....	67
3.2.2	Documentos	71
3.2.3	Fases del método de investigación	72
3.2.4	Etapas del proceso	73
3.3	Consideraciones	78
[PARTE 2].....		83

Capítulo 4: Caracterización del ETM _G de referencia de Primero y Segundo básico en torno al objeto triángulo.....	85
4.1 Primero básico.....	86
4.2 Segundo Básico.....	88
Capítulo 5: Caracterización ETM _G idóneo potencial en torno a los triángulos de 1° y 2° básico.....	94
5.1 Primero Básico.....	95
5.1.1 Análisis de las actividades propuestas en el texto del estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto.....	95
5.1.2 Análisis de las actividades propuestas en el Cuadernillo de Trabajo de 1° básico Editorial Cal y Canto.....	114
5.1.3 Resultados obtenidos en 1° básico.....	130
5.2 Segundo Básico.....	132
5.2.1 Análisis de las actividades propuestas en el texto del estudiante 2° básico editorial SM.....	132
5.2.2 Análisis de las actividades propuestas del cuadernillo de ejercicios 2° básico editorial SM.....	148
5.2.3 Resultados obtenidos en 2° básico.....	160
Capítulo 6: Relación y resultados entre el ETM _G idóneo potencial en las tareas diseñadas en los textos escolares con el ETM _G de referencia en los programas de estudio.....	162
6.1 Primero Básico.....	163

6.1.1	Caracterización de los verbos encontrados en el ETM de referencia y ETM idóneo potencial.....	163
6.1.2	Caracterización de los planos encontrados en el ETM de referencia y ETM idóneo potencial referentes a los triángulos	165
6.1.3	Caracterización de los componentes del ETM de referencia e Idóneo potencial referente a los triángulos.....	165
6.1.4	Relación entre categorías preestablecidas para ETM _G idóneo potencial y ETM _G de referencia	167
6.2	Segundo Básico.....	171
6.2.1	Caracterización de los verbos encontrados en el ETM de referencia y ETM idóneo potencial referente a los triángulos.	171
6.2.2	Caracterización de los planos encontrados en el ETM de referencia y ETM idóneo potencial referentes a los triángulos	173
6.2.3	Caracterización de los componentes del ETM de referencia e Idóneo potencial referente a los triángulos.....	173
6.2.1	Relación entre categorías preestablecidas para ETM _G idóneo potencial y ETM _G de referencia 5	176
6.3	Conclusiones.....	178
6.3.1	Semiplano semiótico-referencial	179
6.3.2	Plano semiótico-instrumental y epistemológico	179
Capítulo 7: Conclusiones y Proyecciones		181

7.1	Conclusiones	182
7.2	Limitaciones de la investigación.....	188
7.3	Proyecciones	189
	Referencias	192
	Anexos	198
8.1	Primero básico	198
8.1.1	Análisis de las actividades propuestas en el texto del estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto.	198
8.1.2	Análisis de las actividades propuestas en el Cuadernillo de Trabajo de 1° básico Editorial Cal y Canto.	214
8.2	Segundo Básico.....	227
8.2.1	Análisis de las actividades propuestas en el texto del estudiante 2° básico editorial SM	227
8.2.2	Análisis de las actividades propuestas del cuadernillo de ejercicios 2° básico editorial SM	241
8.3	Actividades que no se analizaron.....	251
8.3.1	Actividades que no se usaron del texto del estudiante en primero básico....	251
8.3.2	Actividades que no se usaron del cuadernillo de trabajo de primero básico	252
8.3.3	Actividades que no se usaron del texto del estudiante en segundo básico ...	253
8.3.4	Actividades que no se usaron del cuadernillo de trabajo de segundo básico	254

Índice de ilustraciones

<i>Ilustración 1:</i>	<i>Tendencia según nivel socioeconómico de cuarto básico.</i>	<i>30</i>
<i>Ilustración 2:</i>	<i>Tendencia según nivel socioeconómico de octavo básico.</i>	<i>31</i>
<i>Ilustración 4:</i>	<i>Distribución de preguntas por componente cognitivo y dominio en matemáticas.</i>	<i>34</i>
<i>Ilustración 5:</i>	<i>Transposición didáctica de los sujetos.</i>	<i>41</i>
<i>Ilustración 6:</i>	<i>Diagrama General del Espacio de Trabajo Matemático.</i>	<i>46</i>
<i>Ilustración 7:</i>	<i>Diagrama Planos verticales en el ETM.</i>	<i>56</i>
<i>Ilustración 8:</i>	<i>Plano [Sem-Dis]</i>	<i>57</i>
<i>Ilustración 10:</i>	<i>Plano [Sem-Ins]</i>	<i>58</i>
<i>Ilustración 11:</i>	<i>Semiplano [Sem - Ref]</i>	<i>59</i>
<i>Ilustración 12:</i>	<i>Texto del Estudiante Matemáticas 1° básico. Editorial Cal y Canto</i>	<i>67</i>
<i>Ilustración 13:</i>	<i>Cuaderno de Trabajo Matemáticas 1° básico. Editorial Cal y Canto.</i>	<i>68</i>
<i>Ilustración 14:</i>	<i>Texto del Estudiante Matemáticas 2° básico. Editorial SM.</i>	<i>68</i>
<i>Ilustración 15:</i>	<i>Cuaderno de Ejercicios Matemáticas 2° básico. Editorial SM</i>	<i>70</i>
<i>Ilustración 16:</i>	<i>Ejemplo de ficha para análisis de actividades propuestas con una tarea</i>	<i>75</i>
<i>Fuente: Elaboración propia.</i>		<i>75</i>
<i>Ilustración 17:</i>	<i>Ejemplo de ficha para análisis de actividades propuestas con más de una tarea.</i>	<i>76</i>
<i>Fuente: Elaboración Propia</i>		<i>76</i>
<i>Ilustración 18:</i>	<i>Ejemplo de actividad de texto escolar 1° básico</i>	<i>79</i>
<i>Ilustración 19:</i>	<i>Ejemplo de tareas matemáticas de texto escolar 1° básico</i>	<i>80</i>
<i>Ilustración 20:</i>	<i>Diagrama de la circulación del Espacio de Trabajo</i>	<i>81</i>
<i>Ilustración 21:</i>	<i>Circulación planos [Sem- Ins] y epistemológico</i>	<i>86</i>
<i>Ilustración 22:</i>	<i>Actividad número 3, extraída desde los programas de estudio.</i>	<i>87</i>
<i>Ilustración 23:</i>	<i>Actividad número 1, extraída desde los programas de estudio.</i>	<i>90</i>
<i>Ilustración 24:</i>	<i>Actividad número 2, extraída desde los programas de estudio.</i>	<i>90</i>

<i>Ilustración 25:</i>	<i>Actividad número 3, extraída desde los programas de estudio.</i>	<i>91</i>
<i>Ilustración 26:</i>	<i>Actividad número 4, extraída desde los programas de estudio.</i>	<i>91</i>
<i>Ilustración 27:</i>	<i>Actividad número 5, extraída desde los programas de estudio.</i>	<i>91</i>
<i>Ilustración 28:</i>	<i>Actividad número 7, extraída desde los programas de estudio.</i>	<i>92</i>
<i>Ilustración 29:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 56 y 57</i>	<i>96</i>
<i>Ilustración 30:</i>	<i>Tarea matemáticas página 89</i>	<i>98</i>
<i>Ilustración 31:</i>	<i>Tarea matemáticas página 89</i>	<i>99</i>
<i>Ilustración 32:</i>	<i>Tarea matemáticas página 90</i>	<i>100</i>
<i>Ilustración 33:</i>	<i>Tarea matemáticas página 91</i>	<i>101</i>
<i>Ilustración 34:</i>	<i>Tarea matemáticas página 91</i>	<i>102</i>
<i>Ilustración 35:</i>	<i>Tarea matemáticas página 92</i>	<i>103</i>
<i>Ilustración 36:</i>	<i>Tarea matemáticas página 92</i>	<i>104</i>
<i>Ilustración 37:</i>	<i>Tarea matemáticas página 93</i>	<i>105</i>
<i>Ilustración 38:</i>	<i>Tarea matemáticas página 93</i>	<i>106</i>
<i>Ilustración 39:</i>	<i>Tarea matemáticas página 95</i>	<i>107</i>
<i>Ilustración 40:</i>	<i>Tarea matemáticas página 96</i>	<i>108</i>
<i>Ilustración 41:</i>	<i>Tarea matemáticas página 97</i>	<i>109</i>
<i>Ilustración 42:</i>	<i>Tarea matemáticas página 101</i>	<i>110</i>
<i>Ilustración 43:</i>	<i>Tarea matemáticas página 23</i>	<i>114</i>
<i>Ilustración 44:</i>	<i>Tarea matemáticas página 30</i>	<i>116</i>
<i>Ilustración 45:</i>	<i>Tarea matemáticas página 30</i>	<i>117</i>
<i>Ilustración 46:</i>	<i>Tarea matemáticas página 30</i>	<i>118</i>
<i>Ilustración 47:</i>	<i>Tarea matemáticas página 31</i>	<i>119</i>
<i>Ilustración 48:</i>	<i>Tarea matemáticas página 31</i>	<i>120</i>
<i>Ilustración 49:</i>	<i>Tarea matemáticas página 31</i>	<i>121</i>
<i>Ilustración 50:</i>	<i>Tarea matemáticas página 33</i>	<i>122</i>
<i>Ilustración 51:</i>	<i>Tarea matemáticas página 33</i>	<i>123</i>

<i>Ilustración 52:</i>	<i>Tarea matemáticas página 34</i>	<i>124</i>
<i>Ilustración 53:</i>	<i>Tarea matemáticas página 36</i>	<i>125</i>
<i>Ilustración 54:</i>	<i>Tarea matemáticas página 36</i>	<i>126</i>
<i>Ilustración 55:</i>	<i>Tarea matemáticas página 37</i>	<i>127</i>
<i>Ilustración 56:</i>	<i>Porcentaje de actividades que circulan en los planos y semiplano en primero básico.</i>	<i>131</i>
<i>Fuente: Elaboración propia</i>		<i>131</i>
<i>Ilustración 57:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 176 y 177</i>	<i>133</i>
<i>Ilustración 58:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 178</i>	<i>134</i>
<i>Ilustración 59:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 179</i>	<i>136</i>
<i>Ilustración 60:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 180</i>	<i>138</i>
<i>Ilustración 61:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 180</i>	<i>139</i>
<i>Ilustración 62:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 181</i>	<i>140</i>
<i>Ilustración 63:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 181</i>	<i>141</i>
<i>Ilustración 64:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 182</i>	<i>142</i>
<i>Ilustración 65:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 183</i>	<i>143</i>
<i>Ilustración 66:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 207</i>	<i>144</i>
<i>Ilustración 67:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 207</i>	<i>145</i>
<i>Ilustración 68:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 86</i>	<i>148</i>
<i>Ilustración 69:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 87</i>	<i>149</i>
		<i>149</i>
<i>Ilustración 70:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 88</i>	<i>150</i>
<i>Ilustración 71:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 88</i>	<i>151</i>
<i>Ilustración 72:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 88</i>	<i>152</i>
<i>Ilustración 73:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 89</i>	<i>153</i>
<i>Ilustración 74:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 90</i>	<i>154</i>
<i>Ilustración 75:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 90</i>	<i>155</i>
<i>Ilustración 76:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 90</i>	<i>156</i>

<i>Ilustración 77:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 98</i>	<i>157</i>
<i>Ilustración 78:</i>	<i>Cantidad porcentual de actividades que circulan en los planos y semiplano en segundo básico</i>	<i>161</i>
<i>Fuente:</i>	<i>Elaboración propia</i>	<i>161</i>
<i>Ilustración 79:</i>	<i>Porcentaje de verbos utilizado en las tareas matemáticas de la misma naturaleza del ETM_G de referencia e idóneo potencial en 1° básico</i>	<i>164</i>
<i>Fuente:</i>	<i>Elaboración propia</i>	<i>164</i>
<i>Ilustración 80:</i>	<i>Porcentaje de verbos utilizado en las tareas matemáticas de la misma naturaleza del ETM_G de referencia e idóneo potencial en 2° básico</i>	<i>172</i>
<i>Fuente:</i>	<i>Elaboración propia</i>	<i>172</i>
<i>Ilustración 81:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 59</i>	<i>251</i>
<i>Ilustración 82:</i>	<i>Tarea matemáticas página 33</i>	<i>252</i>
<i>Ilustración 83:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 181</i>	<i>253</i>
<i>Ilustración 84:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 182</i>	<i>253</i>
<i>Ilustración 85:</i>	<i>Tareas matemáticas páginas 86</i>	<i>254</i>

Índice de tablas

<i>Tabla 1: Porcentaje de consideración del eje de geometría y dominio cognitivo por nivel</i>	<i>29</i>
<i>Tabla 2: Comparación de niveles de desempeño entre 3ro y 6to básico referente a geometría</i>	<i>35</i>
<i>Tabla 3: Componentes del Plano Cognitivo</i>	<i>47</i>
<i>Tabla 4: Componentes del Plano Epistemológico</i>	<i>50</i>
<i>Tabla 5: Objetivos de aprendizaje que abordar el trabajo de triángulo y cantidad de actividades propuestas</i>	<i>66</i>
<i>Tabla 6: Información Textos escolares</i>	<i>67</i>
<i>Tabla 7: Cantidad de tareas a analizar de 1° y 2° básico.....</i>	<i>74</i>
<i>Tabla 8: Muestra de tareas presentadas en el texto escolar de matemáticas 1° básico pág. 89</i>	<i>80</i>
<i>Tabla 9: Adecuaciones de los componentes de acuerdo con los niveles de estudio</i>	<i>82</i>
<i>Tabla 10: Desglose de la circulación de las actividades presentes en el OA 14.....</i>	<i>87</i>
<i>Tabla 11: Desglose de la circulación del OA 15.....</i>	<i>89</i>
<i>Tabla 12: Desglose de la circulación de las actividades presentes en el OA 15.....</i>	<i>90</i>
<i>Tabla 13: Circulación de ETM en el Texto del Estudiante de 1°básico editorial Cal y Canto.</i>	<i>111</i>
<i>Tabla 14: Resumen de actividades y sus tareas matemáticas.....</i>	<i>113</i>
<i>Tabla 15: Circulación del ETM en el Cuadernillo de 1° básico editorial Cal y Canto.</i>	<i>128</i>
<i>Tabla 16: Resumen de actividades y sus tareas matemáticas.....</i>	<i>129</i>
<i>Tabla 17: Resumen de circulación en planos y semiplano de primero básico</i>	<i>130</i>
<i>Tabla 18: Circulación del ETM en el Texto del Estudiante de 2° básico editorial SM.....</i>	<i>146</i>
<i>Tabla 19: Resumen de actividades y sus tareas matemáticas del texto del estudiante</i>	<i>147</i>
<i>Tabla 20: Circulación del ETM en el Cuadernillo de 2° básico editorial SM.....</i>	<i>158</i>
<i>Tabla 21:Resumen de actividades y sus tareas matemáticas del texto del estudiante</i>	<i>159</i>
<i>Tabla 22:Resumen de circulación en planos y semiplano de segundo básico</i>	<i>160</i>
<i>Tabla 23: Resumen de tareas matemáticas de primero básico, categoría 1.</i>	<i>168</i>
<i>Tabla 24: Resumen de tareas matemáticas de primero básico, categoría 2.</i>	<i>169</i>
<i>Tabla 25: Resumen de tareas matemáticas de primero básico, categoría 3.</i>	<i>170</i>

<i>Tabla 26: Resumen de tareas matemáticas de segundo básico, categoría 1</i>	<i>176</i>
<i>Tabla 27: Resumen de tareas matemáticas de segundo básico, categoría 2</i>	<i>177</i>
<i>Tabla 28: Resumen de tareas matemáticas de segundo básico, categoría 3</i>	<i>178</i>

Introducción

La enseñanza de las matemáticas en los primeros años de escolaridad prioriza en los niños y niñas aprender a utilizarlas en contextos de la vida cotidiana propiciando el pensamiento lógico y deductivo en ellos. Para esto es necesario contemplar, por sobre todo, los procesos matemáticos (resolución de problemas; razonamiento y la demostración; la comunicación; las conexiones; y la representación), siendo estos los que ponen en juego las formas de adquisición y uso de los contenidos matemáticos.

Los procesos matemáticos en educación infantil son las herramientas que nos permiten trabajar los diferentes contenidos. Se ha evidenciado, en general, la tradición para incorporar el trabajo sistemático de los procesos matemáticos en la etapa de educación infantil, considerando como motivos la escasa formación inicial en didáctica de las matemáticas recibida en la universidad (Alsina, 2009) y la poca investigación en educación matemática en las primeras edades (Blanco, 2011 citado en Alsina, 2012).

La enseñanza íntegra del área geométrica se ve en desventaja por los estudiantes, en general, siendo los alumnos de primer y segundo año básico los primeros cursos donde “geometría” se trabaja como un eje y contenido formal, para ellos situando las bases de su alfabetización en este aspecto. Existe un enfrentamiento respecto a la enseñanza íntegra, la cual se considera significativa para los estudiantes, donde el trabajo metódico que se otorga a la geometría una correcta concepción y respaldo de base para los conocimientos del mundo y el entorno.

Etimológicamente la palabra geometría significa “medida de la tierra”, de ahí que el origen de esta parte de las matemáticas debe buscarse en el desarrollo de la agrimensura y la construcción. Los griegos adoptaron este conjunto de conocimientos geométricos y lo transformaron dándole la forma de un sistema deductivo, como un conjunto de verdades derivadas lógicamente, siendo estas establecidas con anterioridad o axiomas aceptados sin demostración.

Los programas de estudio son otorgados a los establecimientos, los cuales proporcionan lineamientos mínimos para el aprendizaje de su alumnado por medio de objetivos de aprendizaje, siendo este documento de carácter voluntario dependiendo de la naturaleza del establecimiento. Los programas de estudio se consideran como una herramienta que permite que los profesores desarrollen conocimientos, habilidades y actitudes relevantes y actualizadas que conforman una bajada cultural compartida. Las bases curriculares proponen objetivos de aprendizaje que definen los desempeños mínimos en cada asignatura. Asimismo, estas se establecen como un documento flexible para adaptarse a realidades educativas y contextos sociales, económicos, territoriales y religiosos específicos. “Por ello, dado el rol que cumplen las bases curriculares y su escala nacional, no corresponde que estas prescriban didácticas específicas que limiten la diversidad de enfoques educacionales que pueden expresarse en los establecimientos de nuestro país” (Mineduc, 2013, p. 8)

El enfoque que se trabaja en el programa de estudio de matemáticas, se reconocen objetivos de aprendizaje como integración de conocimientos, habilidades y actitudes. El concepto de habilidad representa la capacidad para realizar tareas y para solucionar problemas con precisión y adaptabilidad, siendo fundamentales para la construcción de pensamiento de calidad.

En los primeros niveles de escolaridad, la geometría busca el desarrollo temprano del pensamiento espacial de los estudiantes. El Mineduc en sus programas de estudio de matemáticas (2013), espera que los estudiantes aprendan a reconocer, visualizar y dibujar figuras; a describir las características y propiedades de figuras y cuerpos geométricos en situaciones estáticas y dinámicas; y describir con un lenguaje preciso lo que conocen en su entorno. Para esto se entregan conceptos para la comprensión de la estructura del espacio y luego se incorpora el estudio del movimiento de los objetos, reflexión, traslación y rotación.

Abarcando las nuevas reformas (realizando una comparación de la enseñanza de las matemáticas iniciadas a partir de los años 70) y el expuesto, se realiza la invitación a los alumnos a construir y organizar los conocimientos, siempre que se resguarde que el trabajo posea cierta naturaleza geométrica que sea producida efectivamente por el estudiante. Lo cual se traduce a la definición de trabajo de espacio matemático la cual menciona el ambiente organizado para permitir el trabajo de las personas que resuelven problemas geométricos, cumpliendo roles, tales como experto o estudiantil.

[PARTE 1]

La primera parte de la investigación se denomina “Contextualización” la cual incorpora los capítulos desde el uno hasta el tres. Es necesario configurar un capítulo que destaque el planteamiento del problema, debido a esto se diseña el capítulo 1: “Problemática” la cual se articula en cinco partes. La primera presenta la contextualización de la organización del Sistema Público en la Educación chilena. La segunda, menciona el uso de los textos escolares en el contexto chileno. La tercera aborda la inclusión de geometría en los textos de estudio y el conocimiento de esta. La cuarta menciona los resultados de Chile en diversas evaluaciones estandarizadas, en el ámbito internacional como en el ámbito nacional. Se finaliza con la parte cinco, en donde se destaca la motivación que anhela potenciar e inspira la investigación.

Para la investigación se deben articular referentes teóricos que permitan construir una investigación con un sustento potente para no caer en ambigüedades, dado lo anterior, se elabora el capítulo 2: “Marco teórico y Objetivos de investigación”. Como el título lo menciona, se inserta el marco de referencia, el cual considera como enfoque principal los Paradigmas Geométricos y el Espacio de Trabajo Matemático (ETM). Se finaliza este capítulo con la declaración del objetivo general, el cual se relaciona con determinar el ETM para el tratamiento de los triángulos en los niveles de 1° y 2° básico en Chile.

Por último, se diseña el capítulo 3: “Metodología de la Investigación”, se presenta el tipo de investigación en la cual se define la investigación documental. Luego se procede a incluir el

método investigativo que proporciona los lineamientos que debe seguir la investigación para la obtención de resultados.

Capítulo 1: Problemática

Se establece una búsqueda sobre la importancia de la geometría en la educación de los estudiantes desde los niveles más pequeños de enseñanza, en la cual se enfrentan los enfoques que le otorgan diversas instituciones o pruebas estandarizadas que evalúan el proceso de enseñanza de los estudiantes. Se comprende que la enseñanza de la geometría es universal por lo que aplicar evaluaciones que son de carácter estándar no debería ser un problema, pero no es el caso en Chile. Si bien se entregan los lineamientos mínimos que se deben enseñar en todos los niveles de enseñanza, se establece como punto de inflexión lo aportado en los textos escolares debido a que éstos son otorgados a los estudiantes bajo los Objetivos de Aprendizaje que el Ministerio de Educación declara, los cuales cumplen con lo exigido en las pruebas estandarizadas.

Para orientar de manera cabal lo que declara el Ministerio de Educación chileno y las diferentes evaluaciones estandarizadas que se aplican como referentes en el ámbito académico se estructura este capítulo, el cual se distribuye en 5 partes, la primera presenta la contextualización, donde se menciona cómo se organiza el Sistema Público Educativo Chileno. En la segunda parte, se aborda la importancia de la elección de los textos escolares. La tercera, expone la mirada de la geometría tal como la ve el Gobierno de Chile. En la cuarta parte, se describen las evaluaciones estandarizadas donde se destacan: SIMCE, PISA y TERCE, de esta manera mostrar un marco de comparación nacional e internacional, dando a conocer los resultados de dichas evaluaciones. Para finalizar, se presenta la motivación que inspira esta investigación.

2.1 Organización del Sistema Público en Educación

El sistema educativo chileno se construye sobre la base de los derechos garantizados en la Constitución, así como en los tratados internacionales ratificados por Chile y que se encuentren vigentes y, en especial, del derecho a la educación y la libertad de enseñanza. (Ley N° 20.370, 2009, p.2)

Se considera a la educación como un derecho de todas las personas, teniendo esto en cuenta, el Estado es quien se encarga de otorgar, mantener y supervisar por medio de distintas entidades, un sistema educacional, garantizando el derecho a estudiar de cada niño y niña en el país.

Los establecimientos educacionales, según su tipo de dependencia se clasifican en municipales, particular subvencionados y particular pagado, brindando a los apoderados la libertad de elegir el establecimiento educativo para sus hijos. Los establecimientos cuya dependencia es municipal, proveen una educación gratuita y de calidad, fundada en un proyecto educativo público, laico y pluralista. Sin embargo es deber del Estado asegurar una educación de calidad tanto en el ámbito público como en el privado.

Por otra parte, la ley N° 20.370 (2009), menciona que

Corresponderá al Ministerio de Educación, al Consejo Nacional de Educación, a la Agencia de Calidad de la Educación y a la Superintendencia de Educación, en el ámbito de sus competencias, la administración del Sistema Nacional de Aseguramiento de la Calidad de la Educación, de conformidad a las normas establecidas en la ley. (p.3)

Se establecen bases curriculares para los distintos niveles educativos: Educación Parvularia, entre 4 a 5 años; Básica, entre 6 a 13 años; y Media, entre 12 a 18 años, “Éstas definirán, por ciclos o años, respectivamente, los objetivos de aprendizaje que permitan el logro de los objetivos generales para cada uno de los niveles establecidos en esta ley.” (Ley N° 20.370, 2009, p. 12), siendo el Consejo Nacional de Educación quien deberá acreditar que los objetivos de aprendizaje (OA) dependiendo si son adecuados a la edad de los estudiantes y si están debidamente secuenciados.

Al considerar como plataforma las bases curriculares, el Ministerio de Educación debe elaborar planes y programas de estudios para los niveles de Educación Básica y Media, los cuales serán obligatorios para aquellos establecimientos que no tengan programas propios. Sin embargo, los establecimientos educacionales pueden desarrollar planes y programas propios que consideren adecuados para el cumplimiento de los objetivos generales encontrados en las bases curriculares.

2.2 Textos escolares

Los textos escolares se disponen como sustento y guía del docente y apoyo para el estudiante, el Ministerio de Educación realiza una licitación para la adquisición de textos escolares en la que participan diversas editoriales, la entrega de estos contempla materiales para estudiantes (textos escolares), guías para el docentes y recursos digitales complementarios incorporados desde 2016. Estos textos se dirigen a los niveles de educación parvularia, básica y media de establecimientos municipales y particulares subvencionados, elegidos mediante un proceso de Evaluación que asegura que cumpla la calidad y requisitos definidos por el ministerio.

Para el Ministerio de Educación

El Texto Escolar cumple una función central en la tarea educativa de los docentes, tanto en el aula como en otros espacios de aprendizaje (como la biblioteca o el hogar). Para los estudiantes juega fundamentalmente un rol articulador en el proceso de aprendizaje (...) Además, en sectores de mayor vulnerabilidad socioeconómica y cultural, el texto representa un instrumento de equidad y enriquecimiento cultural para las familias. (Mineduc, 2010, p.3)

Considerando la importancia que se dan a los textos escolares, el Estado de Chile establece la entrega gratuita de libros de texto para las asignaturas preferentes del currículum, llegando así a todos los estudiantes y profesores de los establecimientos municipales y subvencionados de todo el país.

2.3 Geometría en los Programas de Estudio

Desde la perspectiva educativa, la geometría ofrece la posibilidad de desarrollar habilidades tales como:

describir, entender e interpretar el mundo real y sus fenómenos; resolver una amplia variedad de problemas que implican usos de estimación, aproximación y medición; acceder paulatinamente, mediante el uso de técnicas y de las explicaciones sobre ellas se pueden dar, a un modo de teoría axiomática; formular conjeturas y preguntas; proponer pruebas, estrategias; elaborar refutaciones, ejemplos y contraejemplos de los fenómenos que se describen y modelizan primero, para aplicar las conclusiones a otros fenómenos; recuperar la capacidad de asombro y de análisis de lo visual, de la

imagen; construir esquemas básicos de respuestas a situaciones cotidianas provenientes tanto del medio social como de las otras áreas de estudio, así como de la propia matemática, que involucran la conceptualización de lo espacial. (Villega, 2001 citado en Fabres Fernández, 2016)

Para desarrollar un progreso significativo de dichas habilidades, los programas de estudio entregados por el Ministerio de Educación establecen Objetivos de Aprendizajes (OA) los cuáles son las directrices mínimas que deben alcanzar los estudiantes en un año escolar. Cada objetivo se debe expresar según habilidad, actitud y conocimientos en las diversas áreas. Los objetivos vislumbran un “desarrollo armónico e integral que les permita (a los jóvenes) enfrentar su futuro con las herramientas necesarias y participar de manera activa y responsable en la sociedad” (Mineduc, 2013, p.13) otorgando la importancia en las habilidades que la geometría nos entrega para desenvolverse en la vida cotidiana.

La enseñanza de las matemáticas necesita modelar procesos de enseñanza y aprendizaje de los conocimientos y habilidades; se define modelar como la construcción de una versión simplificada y abstracta de un sistema más complejo (Mineduc, 2013). La enseñanza posee dos modelos, el primero: “Tradicional” en donde el foco se centra en el docente, y el segundo: “Moderno” en donde el foco se centra en el estudiante. Frente a los modelos modernos de la enseñanza, la didáctica de las matemáticas proporciona marcos teóricos que permiten realizar un análisis del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (López y Pizarro, 2014).

Desde el programa de estudio se extrae lo siguiente: “Se espera que los estudiantes aprendan a reconocer visualizar y dibujar figuras, y a describir las características y

propiedades de figuras 2D y 3D en situaciones estáticas y dinámicas” (Mineduc, 2013, p. 38) desde este enfoque y la didáctica, se manifiesta que en ningún momento se da a entender que prevalece solo la mecanización de la enseñanza, si no que el entendimiento de los contenidos. Predomina en su enseñanza el trabajo bajo lo “concreto, pictórico y simbólico” (COPISI) tratando así de realizar una transición desde lo concreto a lo abstracto para la concepción de los objetos a estudiar.

2.4 Evaluaciones estandarizadas

La Agencia de Calidad de la Educación es la institución encargada de diseñar e implementar el sistema nacional de evaluación, evaluando periódicamente el grado de cumplimiento de los objetivos generales a través de una medición estandarizadas del aprendizaje y el desempeño de los establecimientos educacionales. Estas evaluaciones son obligatorias para todos los establecimientos educacionales de enseñanza regular del país.

Las pruebas estandarizadas internacionales por su parte buscan Identificar y dar a conocer los logros de aprendizaje de estudiantes chilenos y compararlos con resultados de otros países del mundo con la finalidad de entregar información relevante sobre “los factores y antecedentes que contribuyen al proceso de aprendizaje” (<http://www.agenciaeducacion.cl/estudios/estudios-internacionales/estudios-desarrollados/>).

De este modo posibilita la comparación de una realidad nacional con una mirada internacional, respecto al desarrollo de los conocimientos y capacidades para resolver problemas, entre otros, que poseen los estudiantes, y así considerar nuevas directrices para mejorar el desarrollo de estas mismas.

Dentro de Chile, se instala la prueba estandarizada de SIMCE, la cual tiene por finalidad contribuir al mejoramiento de la calidad y equidad de la educación, informando sobre los logros de aprendizaje de los estudiantes en diferentes áreas de aprendizaje del currículo nacional, y relacionándolos con el contexto escolar y social en el que estos aprenden. (<http://www.agenciaeducacion.cl/evaluaciones/que-es-el-simce/>)

A continuación se describen las pruebas que consideran la enseñanza de la matemática, en específico la geometría para tener en cuenta los resultados tanto nacionales como internacionales acerca del desarrollo de habilidades sobre este eje en específico en Chile:

2.4.1 SIMCE

La Agencia de Calidad es la encargada de diseñar e implementar la evaluación conocida como SIMCE (Sistema de Medición de la Calidad de la Educación). Este instrumento evaluativo, mide los logros de aprendizaje en distintas asignaturas vigentes en el currículum tales como: Matemáticas; Lenguaje y Comunicación (Comprensión Lectora y Escritura); Ciencias Naturales; Historia, Geografía y Ciencias Sociales; inglés y Educación Física. Estos datos son analizados y entrelazados con información acerca del entorno y realidad de cada estudiante y establecimiento, para poder orientar hacia un mejoramiento continuo.

Esta prueba es aplicada en los niveles de 2°, 4°, 6°, 8° básico, II y III medio en todos los establecimientos de Chile. Sin embargo es importante mencionar que no se aplican pruebas de todas las asignaturas a todos los niveles, sin embargo matemáticas solo está presente en los niveles de 4°, 6°, 8° básico y II medio.

La evaluación está desglosada por eje temático y dominio cognitivo, entendiendo por geometría para los niveles de 4° y 6° básico:

abarca el reconocimiento, la visualización y la comparación de figuras de dos y tres dimensiones; el conocimiento de sus características y propiedades; y el reconocimiento y la descripción de su movimiento a través de la reflexión, la traslación y la rotación. Incluye asimismo conceptos relativos a la estructura del espacio, los elementos del entorno y los sistemas de coordenadas informales. (Agencia de calidad, 2018, p. 17)

Mientras que para 8° básico y II medio se define cómo:

abarca la imaginación espacial; el conocimiento de objetos, figuras y cuerpos geométricos básicos y sus propiedades; las relaciones entre formas de dos y tres dimensiones; la construcción y transformación de figuras; la medición de figuras planas y cuerpos; y las transformaciones isométricas, los vectores y la geometría cartesiana. (Agencia de calidad, 2018, p.18)

Por otro lado, los dominios cognitivos se refieren a un conjunto de habilidades necesarias para resolver con éxito las tareas y/o problemas presentes, estos son 3:

1) Conocimiento: Comprende el conocimiento factual de conceptos, propiedades y procedimientos matemáticos, así como sus representaciones simbólicas. En este eje se incluyen, entre otras habilidades, las de recordar definiciones, fórmulas y teoremas, métodos de cálculo y procedimientos de resolución de ecuaciones; reconocer propiedades; localizar datos, y clasificar elementos según propiedades dadas.

2) Aplicación: Involucra las habilidades relativas a la selección de estrategias adecuadas para resolver un problema y la aplicación de operaciones, procedimientos, etc. Supone, asimismo, la capacidad de generar representaciones equivalentes para comunicar cantidades, operaciones y relaciones dadas, y de representar e interpretar información y datos en diagramas, tablas y gráficos.

3) Razonamiento: Incluye el razonamiento intuitivo e inductivo necesario para descubrir patrones y regularidades, para realizar generalizaciones y para buscar estrategias, representaciones y modelos que permitan resolver problemas no rutinarios. Supone también la habilidad de realizar deducciones basadas en reglas y supuestos específicos, de diferenciar afirmaciones erróneas de verdaderas, de argumentar la validez de un resultado obtenido y de comunicar ideas y conclusiones. (Agencia de Calidad, 2018, p.16)

Para cada nivel existe un porcentaje distinto de consideración para cada eje temático, así como los dominios cognitivos, estos se presentarán en la siguiente tabla:

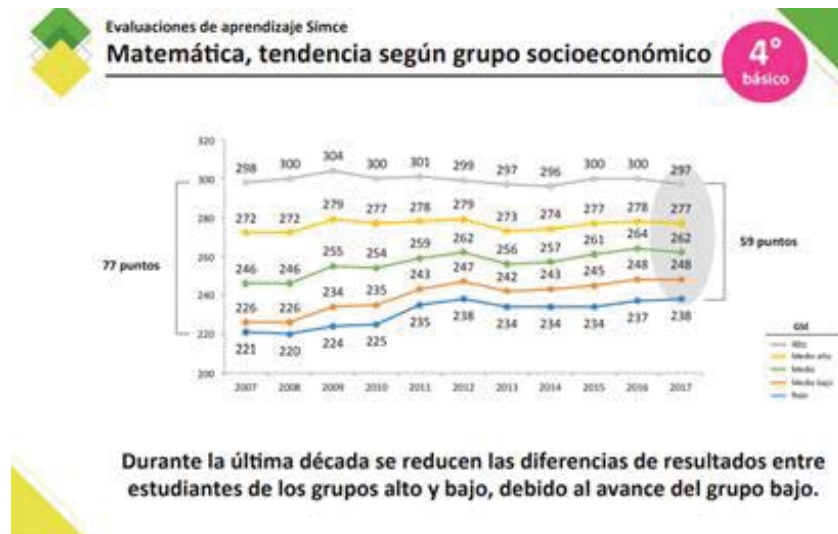
Tabla 1: Porcentaje de consideración del eje de geometría y dominio cognitivo por nivel

Eje/Dominio por nivel	4° básico	6° básico	8° básico	II medio
Geometría	20%	15%	35%	30%
Conocimiento	50%	50%	45%	50%
Aplicación	35%	35%	45%	30%
Razonamiento	15%	15%	10%	20%

Fuente: http://archivos.agenciaeducacion.cl/Informe_Tecnico_SIMCE_2015.pdf

Los resultados no están desagregados por eje o dominio cognitivo, sin embargo el producto se presenta diferenciando los niveles socioeconómicos y género del estudiante.

En cuarto básico, los resultados fueron de 261 puntos a nivel nacional, sin diferencia entre hombres y mujeres, bajando un punto desde el año anterior, mientras que se puede visualizar que entre los niveles socioeconómicos hay una brecha de cincuenta puntos, considerando el más bajo y el más alto nivel (ver ilustración 1)



Durante la última década se reducen las diferencias de resultados entre estudiantes de los grupos alto y bajo, debido al avance del grupo bajo.

Ilustración 1: Tendencia según nivel socioeconómico de cuarto básico.

Fuente: Agencia de calidad, 2017

http://archivos.agenciaeducacion.cl/PPT_Conferencia_ER_2017_web_3.pdf

Por otro lado, en los resultados de octavo básico se logran 260 puntos promedio a nivel nacional, obteniendo una diferencia de dos puntos entre hombres y mujeres, mientras que la brecha entre los niveles socioeconómicos es de ochenta puntos manteniéndose la diferencia que se trae desde años anteriores (ver ilustración 2)

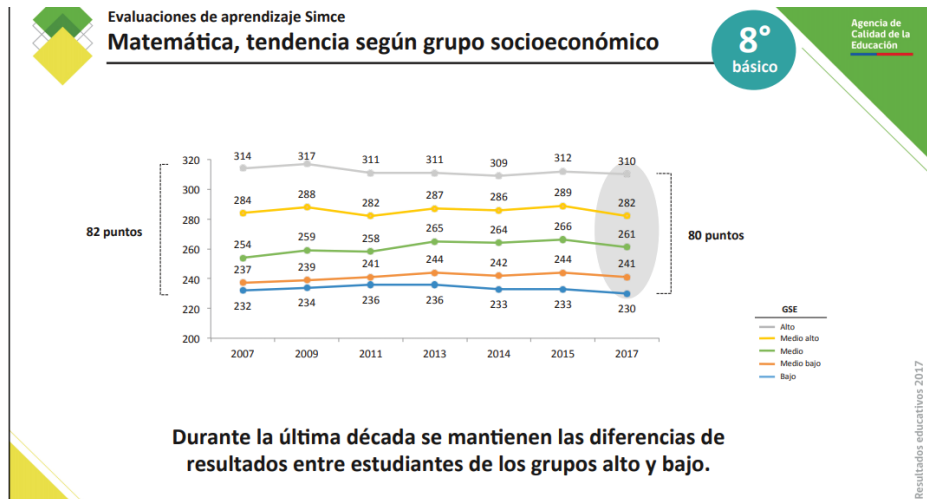


Ilustración 2: Tendencia según nivel socioeconómico de octavo básico.
 Fuente: Agencia de calidad, 2017
http://archivos.agenciaeducacion.cl/PPT_Conferencia_ER_2017_web_3.pdf

2.4.2 PISA

La prueba estandarizada PISA (Programa de evaluación internacional de alumnos) está bajo el cargo de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico). Esta prueba evalúa los logros de aprendizaje en las asignaturas de Matemáticas, Lectura, Ciencias y resolución de problemas.

La muestra de estudio es recolectada al azar desde colegios públicos y privados, teniendo en cuenta sólo la edad de los estudiantes, quince años aproximada, puesto que es una edad en donde abandonan la escuela básica y en transición con la vida laboral.

Por otro lado “Es muy importante destacar que el Programa ha sido concebido como un recurso para ofrecer información abundante y detallada que permita a los países miembros adoptar las decisiones y políticas públicas necesarias para mejorar los niveles educativos.” (OCDE, S.F, p.33)

Esta prueba se rinde cada tres años, pero centrada en distintas asignaturas correspondiendo el orden de lectura, matemáticas y ciencias comenzando desde el año 2000. Dentro del área de matemáticas se evalúan competencias que abarcan problemas de “espacio y forma”, “cambio y relaciones” entre otros, mostrando el porcentaje de preguntas relacionadas a cada competencia en la ilustración 3.

Tabla 4: Distribución aproximada de puntajes según las categorías de contenido

Categorías de contenido	Porcentajes de puntaje
Cambio y relaciones	25% aprox.
Espacio y forma	25% aprox.
Cantidad	25% aprox.
Incertidumbre y datos	25% aprox.
Total	100

Ilustración 3: Distribución porcentual para cada categoría dentro de la prueba PISA

Fuente: https://s3.amazonaws.com/archivos.agenciaeducacion.cl/documentos-web/Estudios+Internacionales/PISA/PISA_Competicencias_Matematicas_Un_requisito_para_la_sociedad_de_la_informacion.pdf

Se entiende, dentro de esta evaluación, a la geometría como “una base fundamental del espacio y la forma, pero la categoría se extiende más allá de la geometría tradicional en contenido, significado y método, recurriendo a otras áreas matemáticas, como la visualización espacial, la medición y el álgebra.” (OCDE, 2013, p, 15), en donde se considera la definición de la categoría de “espacio y forma” cómo:

La competencia matemática en esta área incluye una serie de actividades tales como la comprensión de la perspectiva (por ejemplo en los cuadros), la elaboración y lectura de mapas, la transformación de las formas con y sin tecnología, la

interpretación de vistas de escenas tridimensionales desde distintas perspectivas y la construcción de 15 representaciones de formas. (p.14)

El año 2012, Pisa se centró en el área de matemáticas, participando esta vez sesenta y cinco países y veintiocho millones de estudiantes de todas partes del mundo. Hay que aclarar que Chile no participó de la medición del año 2003, centrada en la misma área, sin embargo se realizan comparaciones con los ítems de matemática dentro de las pruebas tomadas en otros años. En esta ocasión, dentro de la “Subescala Espacio y Forma, los estudiantes chilenos obtienen 419 puntos, promedio que ubica a Chile entre el lugar 50 y 54 de los 65 países participantes.” (Agencia de Calidad, 2014, p. 37)

2.4.3 TERCE

Esta evaluación se centra en estudiantes de 3° y 6° básico, evaluando logros de aprendizaje en Lectura, Escritura, Matemática y Ciencias de los países de América Latina y el Caribe.

Dentro de la evaluación en matemáticas, se considera el dominio geométrico cómo:

- a. Significado de los atributos y propiedades de figuras y objetos bidimensionales y tridimensionales, lectura, interpretación y representación de estos. Nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad; interpretación de situaciones en las que se reconoce con pertinencia, representaciones de las posiciones y relaciones geométricas convencionales, de sus propiedades y de su efecto.
- b. Reconocimiento y aplicación de traslaciones y giros de una figura, lectura e interpretación de desplazamientos y rotaciones de esta en el plano. Nociones de

congruencia y semejanza entre figuras (casos de ampliación y reducción) y lectura, interpretación y representación de estas en el plano, así como sus propiedades.

c. Interpretación de los diseños y construcciones de cuerpos y figuras geométricas, interpretación de situaciones en las que se reconocen algunas representaciones de ángulos, polígonos y sus clasificaciones”. (Agencia de Calidad, 2015, p.34)

Además, dentro de la evaluación se consideran los procesos cognitivos de 1) Reconocer objetos y elementos, 2) Solución de problemas simples y 3) Solución de problemas complejos. Para cada una de ellas se considera un porcentaje de preguntas las que se pueden apreciar en la ilustración 4.

En tercero básico, geometría presenta un total de diecisiete preguntas, siendo siete de reconocimiento, ocho de solución de problemas simples y dos de problemas complejos.

Dominio	Proceso			Total	%
	Reconocimiento de objetos y elementos	Solución de problemas simples	Solución de problemas complejos		
Números	6	7	5	18	24%
Geometría	7	8	2	17	23%
Medición	4	12	5	21	28%
Estadística	2	5	3	10	14%
Variación	4	3	1	8	11%
Total	23	35	16	74	100%
%	31%	47%	22%	100%	---

Fuente: UNESCO, 2015b.

Ilustración 4: Distribución de preguntas por componente cognitivo y dominio en matemáticas.

Fuente: http://archivos.agenciaeducacion.cl/TERCE_informefinal.pdf

Los resultados para tercero básico no están desagregados por dominio o componente cognitivo, sin embargo el producto arrojado es desglosado en niveles de dominio, que piden diferentes habilidades y contenidos.

Si se aluda a realizar enfoque de los niveles que se describe lo logrado en geometría, se plasma en la tabla 2 las diferencias entre los cursos de 3ro y 6to básico con respecto a los descriptores de logros en cada nivel.

Tabla 2: Comparación de niveles de desempeño entre 3ro y 6to básico referente a geometría

Niveles	Tercero básico	Sexto básico
N1	<ul style="list-style-type: none"> – Identificar figuras geométricas básicas. 	<ul style="list-style-type: none"> – Estimar pesos (masas) y longitudes de objetos.
N2	<ul style="list-style-type: none"> – Identificar elementos en figuras geométricas o representaciones planas de cuerpos geométricos. 	<ul style="list-style-type: none"> – Identificar ángulos agudos, rectos y obtusos, y resolver problemas simples que involucran ángulos. – Determinar medidas de longitud o masa de objetos, mediante instrumentos graduados. – Calcular perímetros y áreas de polígonos.
N3	<ul style="list-style-type: none"> – Resolver problemas que involucran los elementos de figuras geométricas o representaciones planas de cuerpos geométricos. – Comparar y estimar medidas de objetos y resolver problemas que involucran medidas. 	<ul style="list-style-type: none"> – Resolver problemas que involucren ángulos e identificar relaciones de perpendicularidad y paralelismo en el plano. – Resolver problemas que involucren el cálculo de perímetros y áreas de polígonos.
N4	<ul style="list-style-type: none"> – Resolver problemas más complejos que involucren los elementos de figuras geométricas o representaciones planas de cuerpos geométricos. 	<ul style="list-style-type: none"> – Resolver problemas más complejos que involucren el cálculo de perímetros y áreas de polígonos, o ángulos de polígonos.

Fuente: http://archivos.agenciaeducacion.cl/TERCE_informefinal.pdf

Se observa, dentro de la tabla a nivel país que en 3° básico la mayoría de los estudiantes (47%) se encuentran en el nivel I, seguido por el nivel II (23%), donde se destaca que los alumnos se encuentran en un nivel muy básico, quedándose con las habilidades de identificación de cuerpos y figuras geométricas. Aun así se obtienen puntajes significativamente altos, subiendo ochenta y siete puntos a diferencia del promedio (700 puntos).

En sexto básico, la cantidad de preguntas referentes a geometría aumenta de diecisiete a veinticinco preguntas, donde ocho pertenecen a reconocimiento, nueve de solución simple y ocho de soluciones complejas.

El puntaje de Chile es de noventa y tres puntos por sobre el promedio de los países, sin embargo los estudiantes se siguen desarrollando en los niveles 1 y 2 del desempeño, donde los alumnos deben estimar longitudes, identificar ángulos y calcular perímetros y áreas de polígonos.

2.5 Motivación de estudio

Los programas y textos de estudio permiten conocer la realidad del estudio de la geometría desde una mirada política, social y cultural genérica del país, la cual contempla subculturas diversas. Se considera que los programas de estudio son un apoyo y modelo para seguir para los docentes y establecimientos de todo el país, sin embargo, cada contexto tiene permitido ambientar la enseñanza a cada realidad. Por otro lado los textos escolares están basados en los programas de estudios, por lo que se presentan una realidad mucho más cercana a la realidad del aula.

Se aprecian en diversas experiencias prácticas vividas por el cuerpo investigativo, las limitaciones que presentan los estudiantes manifestándose en la comprensión de temas relacionados a la geometría debido a su enseñanza previa, pero no solo existe como foco principal los estudiantes, también aborda la calidad del tipo de enseñanza que posee el docente, las cuales depende de las concepciones que posea sobre este eje, relevando el cómo aprende y qué significa para ellos saber matemáticas y para qué enseña.

La motivación investigativa se basa en conocer cómo se enseña geometría en Chile y si esta enseñanza es eficiente en relación a los resultados de pruebas estandarizadas, las cuales se basan en su realización en los contenidos mínimos que debe aprender un estudiante en los diferentes niveles que cursa, respetando las capacidades cognitivas de éstos, realizando una preparación previa, dependiendo de cada establecimiento. Se deja en evidencia al realizar un cruce de información entre los resultados obtenidos en las pruebas estandarizadas que Chile se ubica entre los últimos lugares de éstas. La propuesta principal de Chile, solo en matemáticas, contempla los niveles de representación de COPISI pero ¿El método propuesto en Chile es suficiente para lograr que un estudiante se pueda desenvolver en un ambiente matemático ordinario?

Si bien las pruebas estandarizadas dejan de lado ciertas competencias actitudinales que todos los estudiantes poseen, estas sirven como referente respecto a la evaluación del contenido. Por lo tanto, se extrae la información específica que sustente la investigación. Esta evaluación es un instrumento que se aplica a toda la población por igual, omitiendo aspectos personales de cada estudiante.

Respecto a experiencias evidenciadas del cuerpo investigativo en donde se participó en prácticas profesionales desde el enfoque de docente, se incorpora el periodo de escolaridad de mínimo 12 años, en el cual se identifica a docentes que reconocen la geometría como un área diferente a la matemática, segregando estas áreas y dejando a interpretar que no existe relación entre la geometría y la matemática; se incorpora docentes que tienen una mirada o enfoque métrico (temas sobre área, perímetro y volumen) o presentan actividades donde se dibuje una figura, se identifique el nombre y alguna definición, creando un simple glosario geométrico ilustrado, pero al plantearlo así ¿realmente se enseña geometría? ¿Se logra

representar espacialidad? Un estudiante, considerando lo anterior, ¿Tomará conciencia que vive en un entorno donde se aprecia la relación entre los conceptos de la geometría?

La geometría no significa solo reconocer en la vida cotidiana elementos geométricos, sino también ofrece oportunidades para poder formar pensamientos (cognitivo) a nivel superior. Considerar que permite construir de manera intuitiva relaciones y conceptos geométricos, ya que se trabaja bajo un espacio el cual no es solo físico, sino conceptualizado, logrando desarrollar la capacidad de abstracción y llegando a validar conjeturas no solo de manera empírico sino con razonamiento que se basa en un encadenamiento de argumentos matemáticos deductivos.

El equipo investigador considera que la enseñanza de la geometría es elemental desde los primeros niveles de la enseñanza debido a que potencia el desarrollo de habilidades de los estudiantes. Duval (2005) menciona que es necesario presentar como mínimo dos registros de representación para garantizar la adquisición del conocimiento matemático, el cual propicia en la comunidad escolar la alfabetización matemática.

Capítulo 2: Marco Teórico y Objetivos de Investigación.

La geometría como ciencia es amplia, se evidencia en su estudio diversos tópicos y/o objetivos a tratar. Dado por su carácter extenso, se intenciona la investigación respecto solo a la enseñanza del objeto triángulo en los niveles de 1° y 2° básico, en el cual se realiza un enfoque particular a las actividades que proponen los libros escolares que se entregan a lo largo del país a estudiantes pertenecientes a establecimientos cuya dependencia es municipal, y los objetivos de aprendizaje pertenecientes al eje de geometría que aboguen al objeto de interés. Pero para abordar la problemática, es necesario establecer un modelo de referencia que destaque la organización del trabajo geométrico para ser utilizado en el sistema educativo.

Más allá de la intuición, deducción y la experimentación, referentes de dialéctica de la geométrica Gonseth (1945- 1952 citado por Kuzniak, 2011) se construye un nuevo modelo que explica las maneras de articular lo cognitivo con lo epistemológico dentro del área de las matemáticas en particular. El Espacio de Trabajo Matemático (ETM) fue desarrollada por Kuzniak (2011), la cual extiende la noción de Espacio de Trabajo Geométrico (ETG) creada por Houdement y Kuzniak (1996; 1999; 2006). El espacio de trabajo matemático (ETM) es “un ambiente pensado y organizado que facilita el trabajo de los individuos al resolver problemas geométricos” (Kuzniak & Richard, 2014, p.6).

La tarea geométrica, bajo la mirada del ETM presenta dos dimensiones: la cognitiva y la epistemológica las cuales contienen tres componentes cada una. Estas dimensiones provienen de los primeros trabajos mencionados de Houdement y Kuzniak sobre ETG, mientras que los componentes integran los trabajos de Duval, Rabardel y Balacheff. Con la

proyección y desarrollo de la teoría emergen los planos verticales y génesis que articulan el ETM, el cual será abordado en el presente capítulo.

El trabajo matemático ha sido objeto de investigación por más de 10 años. Exponer sobre el modelo nos “permite enriquecer el estudio didáctico del trabajo matemático tanto del alumnado como del profesorado, ofreciendo instrumentos para el análisis del rol del docente, conocimiento e interacciones en el aula” (Gómez-Chacón, Kuzniak y Vivier, 2016, p. 2)

Este capítulo entrega los lineamientos desde los referentes teóricos para llevar a cabo la investigación. Finalizando el capítulo se anuncia el objetivo general y objetivos específicos.

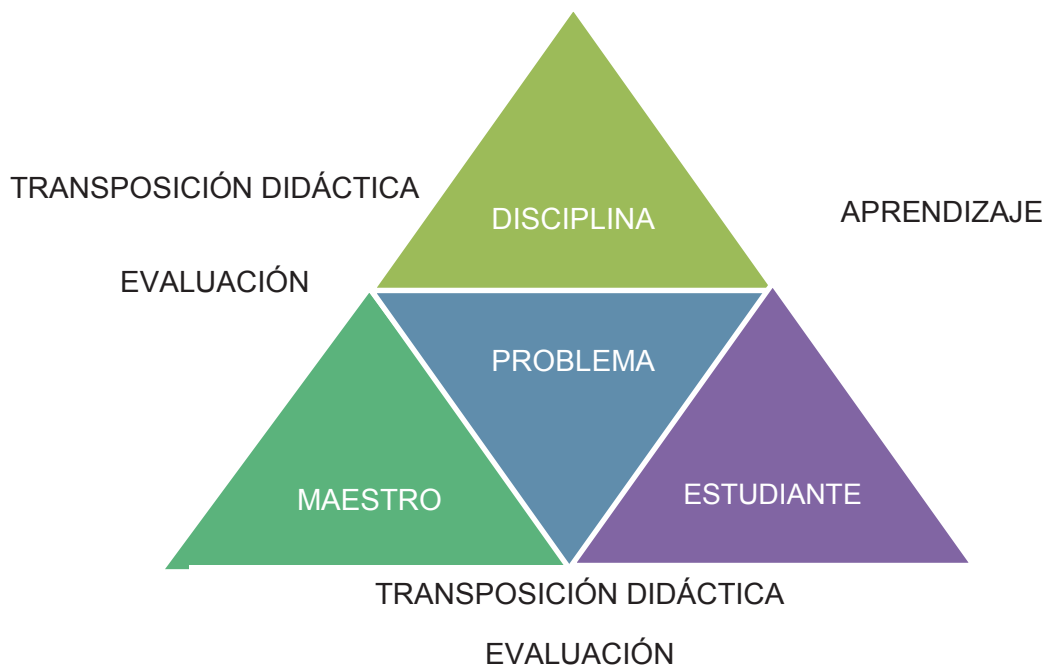
3.1 Una mirada didáctica del ETM

El espacio de trabajo matemático (ETM) es “un ambiente pensado y organizado que facilita el trabajo de los individuos al resolver problemas geométricos” (Kuzniak & Richard, 2014, p.6). El modelo de ETM proporciona una herramienta para el estudio específico del trabajo matemático tanto de los docentes cómo los estudiantes, el cual permite describir y caracterizar el trabajo geométrico realizado por el profesor en el aula y textos de estudio. Además de abordar la noción de tarea matemática de Sierpinska (2004) la cual menciona que corresponde a cualquier problema de matemática que contenga hipótesis y preguntas claramente formuladas, las cuales poseen un tiempo de resolución previsto.

Para abordar el espacio de trabajo matemático primero se sitúa a los tres sujetos implicados en la teórica didáctica: el saber, el docente y el estudiante tal como se muestra en la ilustración 5.

La enseñanza de la geometría lleva consigo una epistemología espontánea:

un conjunto de creencias y declaraciones sobre lo que son las matemáticas y la manera de hacer, de buscar, de aprender, de encontrar, de organizarlas, etc. Que los estudiantes y profesores puedan usar y desarrollar juntos. Con esta epistemología se articula una "didáctica" bastante natural que establece un margen amplio y sobre todo maleable para el profesor, entre lo que es enseñado y lo que es solicitado a los estudiantes, del ejercicio a los problemas más complejos [...] (Brousseau, 2001, p. 67)



*Ilustración 5: Transposición didáctica de los sujetos.
Fuente: Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado.*

Chevallard (1991) plantea que una transposición didáctica qué debe hacer el profesor, teniendo en cuenta los otros dos sujetos implicados en la teoría didáctica, sirviendo como

un mediador entre ambos, el saber y el estudiante. “(...) la perspectiva didáctica del trabajo matemático y el dinamismo de sus componentes ha posibilitado su uso como una herramienta para analizar cómo el profesor trabaja con las matemáticas.” (Gómez-Chacón, Kuzniak y Vivier, 2016, p.18) colocando así el ETM al servicio de los profesores permitiendo visualizar el proceso de transposición y lograr la génesis de conocimiento en el alumnado. La importancia del docente y el saber matemático se ven reflejadas en lo que recibe el estudiante.

Es necesario, frente al modelo de ETM, comprender que el dinamismo para reflexionar sobre la acción del profesor en el aula y los elementos importantes a tener en cuenta en su formación (Gómez-Chacón, Kuzniak y Vivier, 2016) y el trayecto que realiza el estudiante seguirá una génesis incierta de un pensamiento nutrido de experiencias anteriores.

La noción general de ETM se amplía de la noción de ETG, como ya fue mencionado, introducida por Kuzniak y Houdement (Kuzniak, 2006 citado en Kuzniak y Richard, 2014) en el estudio de la didáctica de este ámbito. El espacio contempla un ambiente que facilita el trabajo matemático y la habilidad de resolver problemas matemáticos.

3.2 Espacio de Trabajo Matemático (ETM)

El modelo de Espacio de Trabajo Matemático fue el resultado de ampliar el modelo introducido en geometría (ETG) por Kuzniak y Houdement (1999). El modelo teórico de los ETM (Kuzniak, 2006, 2011; Kuzniak y Rauscher, 2011 citado en Gómez-Chacón, Kuzniak y Vivier, 2016) proporciona una herramienta para el estudio específico del trabajo matemático de los estudiantes y profesores en el ámbito escolar (Gómez-Chacón, Kuzniak

y Vivier, 2016), generando un espacio abstracto organizado que permite observar las actividades de las personas que resuelven tareas y/o problemas matemáticos, el cual corresponde a un proceso complejo ya que se articulan todos los elementos matemáticos que faciliten la resolución de situaciones problema. Desde el ámbito escolar, los individuos que se enfrentan a problemas matemáticos son los estudiantes, generalmente no son expertos, pero si experimentados o principiantes ya que han presentado en su vida cotidiana situaciones similares que impliquen resolución de problema.

La resolución de problemas de cada individuo depende del paradigma a utilizar, el cual denominaremos como “paradigma de referencia”. El “paradigma de referencia” se conserva del ETG propuesto por Houdement y Kuzniak (1999) introduciendo el término de “Paradigma Geométrico”, el cual es próximo al concepto de paradigma desarrollado por Kuhn (1962). “Un paradigma designará el conjunto de creencias, técnicas y valores compartidos por un grupo científico. El acceso al paradigma se hará con los textos matemáticos y a través de la resolución de una serie de problemas característicos” (Gómez-Chacón, Kuzniak y Vivier, 2016, p. 5). Si bien, el término “paradigma” desarrollado por Kuhn se basa en el estudio de la física, al aplicarlo en matemática evidenciamos la coexistencia para resolver problemas, Gómez Chacón, Kuzniak, Vivier (2016) señalan que “gracias a la resolución de problemas los alumnos pondrán en práctica los conocimientos y las técnicas elegidas por cada paradigma” (p.5).

Dado a nuestro enfoque geométrico, la teoría del ETM pertenece al dominio de la geometría, el cual se denomina ETM_G. “El paradigma Geométrico que desarrolló Houdement y Kuzniak (1996,1999,2006) emerge de los trabajos de Gonseth (1945-1952) los cuales señala que la dialéctica de la geometría se basa en tres pilares: intuición,

experiencia y deducción” (Pizarro, 2018, p. 51). Siendo la intuición y la experiencia representantes de lo empíricos que encontramos en la geometría y la deducción lo teórico.

3.3 Paradigmas geométricos

La geometría se diferencia, según su coherencia interna, en tres tipos:

(1) Geometría I (GI) a la geometría natural, la cual considera objetos físicos. Se presentan los tres componentes previamente mencionados: intuición, experiencia y deducción, “en sus tareas se trabaja con la manipulación del mundo real, todo se sustenta en base a la constatación de las propiedades. Estas tienen validez” (Pizarro, 2018, p. 257)

(2) Geometría II (GII) a la geometría axiomática natural de la cual la geometría Euclidiana es un ejemplo. Se establece la realidad, esquema y modelo. El proceso de validación dependerá en lo hipotético deductivo dentro de un sistema axiomático cercano a lo preciso ya que estos intentos de axiomatización permiten el razonamiento y genera los lineamientos para la modelización.

(3) Geometría III (GIII) a la geometría axiomática formalista. Este paradigma no es concentrado en la Enseñanza Básica de Chile ya que el razonamiento es fuente de lo hipotético deductivo dentro de un sistema axiomático preciso.

Como fue mencionado, en la Enseñanza Básica chilena los paradigmas utilizados corresponden a la GI y GII. En el nivel de estudio solo se presenta el paradigma GI considerado como geometría natural.

3.4 Tarea matemática

La tarea matemática se conforma a partir de un verbo, señalando el trabajo matemático a realizar la cual se puede expresar de manera oral o escrita. Sierpinska (2004) la define para el modelo del ETM como “el sentido amplio del término, para referirse a cualquier problema de matemáticas, los cuales tengan la hipótesis y preguntas que son claramente formuladas, y los cuales se sabe que los estudiantes pueden resolver en un tiempo que se puede prever” (Sierpinska, 2004, p.10 citado en Pizarro, p. 53).

Nechache (2017) adapta la definición entregada y señala que la tarea matemática es todo ejercicio, pregunta o problema realizado en un tiempo limitado en un contexto dado, siendo las condiciones definidas por el ETM en el cual la tarea es propuesta generado nuestro foco principal la tarea geométrica.

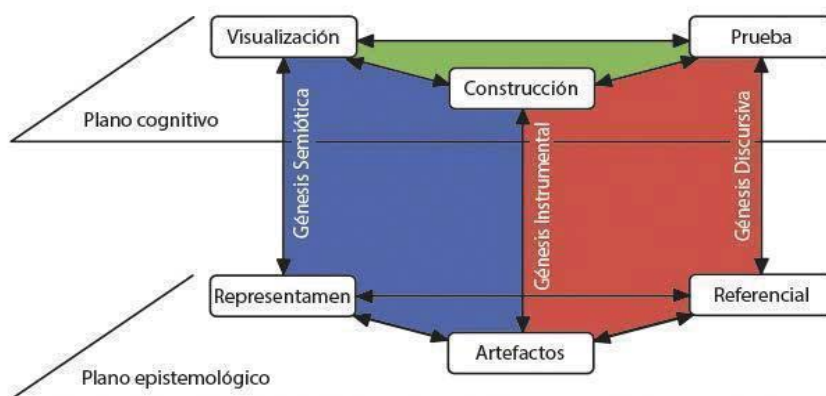
3.5 Modelo del ETM

Para la organizar el estudio del concepto de ETM, teoría propuesta por Kuzniak (2011), se reconocen seis componentes organizados en dos planos horizontales no jerarquizado: el plano epistemológico y el plano cognitivo (ver ilustración 6).

El plano epistemológico tiene relación con los contenidos matemáticos del ámbito estudiado, en este plano situamos el representamen, artefactos y el sistema referencial.

El plano cognitivo alude al pensamiento del sujeto que resuelve tareas matemáticas (Kuzniak y Richard, 2014). Aquí ubicamos el proceso de visualización (Duval, 2005), construcción y prueba.

Las relaciones bidireccionales entre los componentes de ambos planos horizontales se denominan génesis. Las génesis expuestas no son independientes entre sí, tampoco deben considerarse como una biyección entre dos polos, sino más bien como relaciones que participan en las génesis del ETM global (Gómez-Chacón y Kuzniak, 2011 citado en Henríquez, 2014). Kuzniak (2011) señala que surgen la génesis Instrumental [Ins], Semiótica [Sem] y Discursiva [Dis]. Además, agrega el surgimiento de tres planos verticales, [Sem-Ins] (color azul), [Ins-Dis] (color rojo) y [Sem-Dis] (color verde). (ver ilustración 6).



*Ilustración 6: Diagrama General del Espacio de Trabajo Matemático.
Fuente: Kuzniak, 2011*

3.5.1 Planos y sus componentes

Dentro de la teoría de espacios de trabajo geométrico (ETG) se encuentran dos planos horizontales no jerarquizados que agrupan a los componentes, el cognitivo y el

epistemológico, cada uno cuenta con procesos estrechamente relacionados los unos con los otros por medio de las génesis, estas deben darse en ambos sentidos a través de los planos.

3.5.1.1 Plano Cognitivo

Las matemáticas son principalmente una actividad humana, la cual se puede trabajar de manera global pero también de manera individual, de esta manera se pueden apropiarse los conocimientos matemáticos, comprendiendo el cómo se da el sentido a signos y objetos tangibles.

Dentro del plano cognitivo, el cual se refiere al pensamiento del individuo puesto en juego (Kuzniak y Richard, 2014), viendo al individuo como un sujeto cognitivo, podemos encontrar componentes como la visualización, la construcción y la prueba. Es aquí donde el individuo es capaz de demostrar el uso y apropiación del conocimiento (Kuzniak, 2011). Este plano está estrechamente relacionado con el plano epistemológico, el cual será explicado posteriormente.

Tabla 3: Componentes del Plano Cognitivo

COMPONENTES PLANO COGNITIVO	
COMPONENTE	DESCRIPCIÓN
VISUALIZACIÓN	Al hablar de visualización es fácil confundir procesos por su utilización en el lenguaje común, sin embargo, la visualización en matemática va más allá de observar utilizando el sentido de la vista, la visualización, es decir, la conexión entre lo que se percibe desde su representación y la imagen construida mentalmente a partir de esta (Duval, 2005) por lo que puede ser relativo y diverso dependiendo del espacio y soporte material.

	<p>La visualización en este caso es entendida como “la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual en el pensamiento y el lenguaje del que aprende” (Cantoral y Montiel, 2001, p. 24). Es por lo que un proceso relativo pues va a apelar a las estructuras cognitivas, tales como esquemas y las relaciones entre representaciones de un objeto matemático, además de intervenir la cultura que las determina (Gatica y Ares, 2012; Kuzniak y Richard, 2014)</p> <p>Comprenderemos la visualización como un proceso o técnica que cada uno ocupa pero que necesita ser precisada para poder lograr el objetivo que se espera, en otras palabras, enfocar la visualización hacia un objetivo (Kuzniak y Richard, 2014). Al momento de pedir a una persona visualizar un objeto o concepto, se requiere que a priori se tenga una comprensión de él, por consiguiente, se movilizan esquemas y conocimientos que se representan a través de una imagen visual.</p>
CONSTRUCCIÓN	<p>La construcción es un proceso que dependerá de los instrumentos y técnicas utilizadas (Gómez, 2014; Gómez-Chacón, Kuzniak y Vivier, 2016).</p> <p>En este caso los instrumentos o herramientas materiales (Pizarro, 2018) serán la regla, compás, software como GeoGebra o CABRI, etc. Mientras que las técnicas dependen de los conceptos asociados cómo construir, medir, plegar, contar, etc. (Anastasiadis y Nikolantonakis, 2016 ext. Pizarro, 2018) las cuales elaboran una representación. incorporamos, contemplando los niveles de 1° y 2° básico, que el dibujo a mano alzada se considera como una construcción.</p> <p>En este componente, es necesario tener en cuenta que pueden existir distintas formas de construcción. Para poder comprender la naturaleza de ella es</p>

	<p>necesario conocer los paradigmas geométricos, idea desarrollada por Houdement y Kuzniak (1999 citado en Pizarro, 2018) explicada anteriormente.</p> <p>Por lo tanto, las construcciones estarán limitadas al uso de instrumentos tangibles pudiendo ser convencionales o no convencionales, basados en la intuición de cada caso en particular.</p>
PRUEBA	<p>La prueba es un proceso, descrita por Balacheff, donde se hace uso de los conocimientos a priori para poder comunicar discursivamente el procedimiento y su validez. Sin embargo, Balacheff (2000) hace una clara diferenciación entre lo que se podría confundir: explicación, prueba y demostración.</p> <p>La explicación es utilizada por la persona para poder establecer una validez de un enunciado, basándose en sus propios conocimientos y lógica, sin embargo, no es necesariamente deductiva. La persona intenta, utilizando su lenguaje natural, convencer a la audiencia de la dicha validez.</p> <p>La demostración “se trata de una serie de enunciados que se organizan siguiendo un conjunto bien definido de reglas” (Balacheff, 1987 citado en Balacheff, 2000, p. 192), siguiendo un rigor matemático caracterizado por una forma estricta y lógica de codificarse.</p> <p>En tanto la prueba es comprendida como el proceso de validación va más allá de una explicación, “hace referencia a un proceso social por el cual un discurso que asegura la validez de una proposición cambia de posición siendo aceptada por una comunidad” (Balacheff, 2000, p.12), es decir, es aceptada por la comunidad, pero dependerá de la misma según su conocimiento y el contexto social.</p>

	Existen dos tipos de prueba: las pragmáticas y las intelectuales. Las pragmáticas requieren de la acción sobre los objetos para justificar afirmaciones. Mientras que las intelectuales, recurren a la formulación de propiedades y relaciones entre los objetos en cuestión (Balacheff, 2000)
--	--

3.5.1.2 Plano Epistemológico

El plano epistemológico está directamente relacionado con los saberes matemáticos y su teoría: un espacio real y local como soporte material, con un conjunto de objetos concretos y tangibles; un conjunto de artefactos como herramientas o software de dibujo y cálculo; un sistema teórico de referencia basado en definiciones, teoremas, propiedades y axiomas. (Gómez Chacón, Kuzniak, Vivier, 2016, p. 7). En este plano se presentan los componentes: representamen, los artefactos y la referencia.

Tabla 4: Componentes del Plano Epistemológico

COMPONENTES PLANO EPISTEMOLÓGICO	
COMPONENTE	DESCRIPCIÓN
REPRESENTAMEN	En geometría representamen o signos se constituye como espacio real y local, el cual corresponde a una cualidad material que está en presentación de algo (Kuzniak, 2011) Peirce (1931 citado en Kuzniak, 2011) confirma que el signo o representamen es “algo” que representa a otra cosa, bien sea un objeto o quizá él mismo. Desde el ámbito matemático, “los signos podrán ser dibujos geométricos, símbolos algebraicos o gráficas, incluso fichas, maquetas o fotos, en el caso de problemas que abordan la modelización”. (Gómez

	<p>Chacón, Kuzniak, Vivier, 2016, p. 7)</p> <p>Se mencionó que es “algo” que representa otra, en este caso un objeto, por lo que, es una realidad mental de dicho objeto (Peirce, 1975 citado en Pizarro, 2018). El representamen puede estar bajo formas más o menos abstractas como lo son los iconos, índice y símbolos (Henríquez, 2014)</p>
ARTEFACTOS	<p>La noción de artefacto proviene de Rabardel (1995) e incluye todo lo que sufre una transformación, por pequeña que sea, de origen humano.</p> <p>Rabardel (1995) menciona como noción de artefacto al conjunto de objetos que permiten el trabajo matemático, no solo tangible o de materiales, sino que también incluye objetos simbólicos. El artefacto, como se suele pensar, no es sinónimo de instrumento, el autor lo considera como una entidad mixta.</p> <p>“Los artefactos emergen como objetos destinados a dar sustento a la actividad matemática en la ejecución de un cierto tipo de tarea (material o simbólico)” (Pizarro, 2018, p. 54)</p>
REFERENCIAL	<p>El componente referencial alude a los elementos teóricos matemáticos del objeto y/o concepto a tratar (Kuzniak y Richard, 2014).</p> <p>En este componente se encontrarán las propiedades y definiciones las cuales podrán ser empleadas en un discurso posterior con la finalidad de validar las pruebas (Henríquez, 2014).</p>

3.5.2 Génesis

Las génesis articulan el espacio de trabajo geométrico, estas son interdependientes y se mueven entre el plano cognitivo y epistemológico (Gómez-Chacón, Kuzniak y Vivier, 2016), están en relación con las componentes del ETMG o con algunos procesos cognitivos indispensables (Kuzniak, 2011). La relación entre los componentes da origen a la génesis semiótica, instrumental y discursiva.

3.5.2.1 *Génesis discursiva*

La génesis discursiva relaciona los componentes referenciales y el proceso de prueba matemática, articulando la argumentación de su propia prueba, utilizando el sistema referencial para poder explicar y argumentar su razonamiento (Gómez-Chacón, Kuzniak y Vivier, 2016).

Gómez-Chacón, Kuzniak y Vivier, definen que:

En la génesis discursiva de la prueba, las propiedades utilizadas en el razonamiento matemático dan el significado. El propósito de esta génesis es proceder a la validación del proceso bidireccional: un razonamiento discursivo apoyado en las propiedades del referencial teórico y de otra, la identificación de propiedades y definiciones que se deben incluir en el marco de referencia después de ser realizado un tratamiento instrumental o semiótico. La génesis discursiva de la prueba no agota todo lo relativo a las operaciones discursivas en matemáticas, donde es necesario distinguir tres niveles: la denominación de los objetos, el enunciado de propiedades y, finalmente, la deducción. La definición o la designación de los objetos es más una

cuestión de registro del lenguaje y entra más en la dimensión puramente semiótica del trabajo matemático. (2016, p. 10)

Respecto a la relación existente entre el proceso de prueba, el ETM considera como referente el trabajo de Balacheff (1987) quien establece que las interacciones sociales del individuo son un instrumento potente, conveniente al contexto que posibilita la discusión entre sus pares (contexto educacional) con la intención de persuadirse a sí mismo y a los demás.

Las interacciones entre los estudiantes, las cuales poseen diversos niveles de razonamiento, es probable que emerjan obstáculos debido a las interpretaciones y que no se logre establecer consensos, predominando el interés personal de cada uno frente a una tarea matemática. Por lo que la validez de su respuesta dependerá de los medios que utilizan y su naturaleza. (Balacheff, 1987)

Balacheff (1987) menciona que existen dos tipos de validación: la explicación y la prueba.

a. La explicación, desde un lineamiento lingüista, se sitúa al nivel del sujeto locutor. “Para él ésta establece y garantiza la validez de una proposición, se arraiga en sus conocimientos y en lo que constituye su racionalidad, es decir sus propias reglas de decisión de la verdad” (Balacheff, 2000, p. 12). La explicación no amerita una cadena deductiva.

b. Respecto a la prueba, es menos específica que la “demostración” en matemáticas. El paso de explicación a prueba requiere de un proceso social, donde la validez es aceptada por la comunidad, siendo posible que sea rechazada por otra. (Balacheff, 2000). La prueba en matemáticas es considerada como una respuesta al deseo de

comprender, a la búsqueda de la certeza y a una necesidad de comunicación (Pizarro, 2018, p. 60).

3.5.2.2 Génesis instrumental

La génesis instrumental vincula los componentes de artefactos y el proceso de construcción, Gómez-Chacón, Kuzniak y Vivier (2016) especifican que: “La génesis instrumental permite hacer los artefactos operativos en el proceso de construcción en el Espacio de Trabajo Matemático.” (p 9). En este sentido, los artefactos, pueden no solo ser instrumentos materiales, sino que también simbólicos agregándole esquemas de uso asociados a partir de la diferencia entre instrumento y artefacto realizado por Rabardel (1995).

Para efectos de la ETM se utiliza la palabra herramienta determinando los componentes del plano epistemológico (representamen, artefacto y referencial), los cuales están a disposición del plano cognitivo.

Artigue (2002) hace ver la necesidad de una génesis instrumental en dos direcciones, hacia arriba (desde los artefactos a la construcción) denominada instrumentación, refiriéndose a la manipulación y dominio de las herramientas. Mientras que el proceso hacia abajo (desde la construcción hacia los artefactos), se llama instrumentalización, desarrollando el conocimiento matemático.

Según el paradigma a utilizar se determina el uso de los artefactos, en particular los instrumentos tradicionales de construcción. Siguiendo el lineamiento de la investigación, en 1° y 2° básico no se hace uso de instrumentos tales como compás, transportador, etc. Por lo

que los instrumentos a considerar serán los lápices, goma de borrar y regla, no como objeto de medición.

3.5.2.3 *Génesis semiótica*

En la génesis semiótica se asocian los procesos de representamen y visualización, está ligada a los signos, proporcionando una sucesión entre “perspectiva sintáctica a una perspectiva semántica de objetos matemáticos organizada en la representación semiótica.” (Gómez-Chacón, Kuzniak y Vivier, 2016, p. 9), estableciendo una relación entre la función y la estructura en los signos

Duval (2005) hace mención de dos niveles en este proceso: visualización icónica y visualización no icónica. La visualización icónica, tiene que ver con la identificación de la percepción de forma y, por otro lado, la visualización no icónica se encuentra relacionado con una lectura más abstracta de dichos signos (utilizando la idea de figura como un objeto simbólico). En matemáticas existen varios sistemas semióticos para el estudio de un contenido (Duval, 2006).

Duval (1993)

Afirma que no es posible acceder a un objeto matemático sin tener una representación de este, debido a su alto nivel de abstracción y donde la distinción entre un objeto y su representación es entonces un punto estratégico para la comprensión de las matemáticas. (Pizarro, 2018, p. 57)

3.6 Circulación y planos verticales del ETM

Se procede a una circulación cuando existe una movilización interna del ETM que es generada por una tarea matemática, se articulan los componentes y los procesos. “Kuzniak y Nechache (2015) plantean que para que el trabajo geométrico sea considerado completo, debe existir una circulación completa a través de los tres planos verticales”. (Citado en Pizarro, 2018, p. 63)

Los planos verticales conectan los distintos componentes del trabajo matemático utilizados en la ejecución de una tarea: descubrimiento y exploración, justificación y razonamiento, presentación y comunicación. Si existe una efectiva ejecución de estos procesos, se logra un número de competencias matemáticas cognitivas fundamentales. (ver ilustración 7)

3.6.1 Planos Verticales

Para la comprensión adecuada de los planos verticales, nos basaremos en el estudio de Gómez-Chacón, Kuzniak y Vivier (2016)

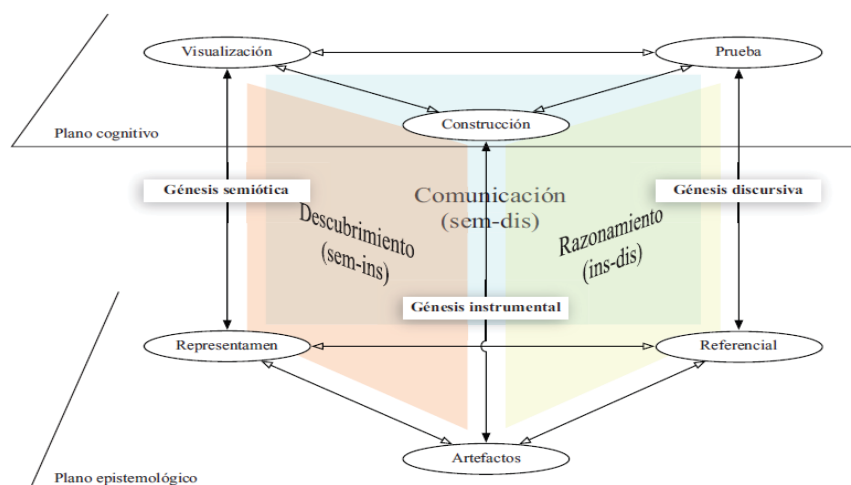


Ilustración 7: Diagrama Planos verticales en el ETM.

Fuente: <http://ima.ucv.cl/otras-actividades/workshop-espacio-de-trabajo-matematico-3-1/>

Existen 3 planos verticales, [Sem-Dis] (descubrimiento), [Ins-Dis] (razonamiento), [Sem-Ins] (comunicación).

3.6.1.1 [Sem-Dis] (comunicación)

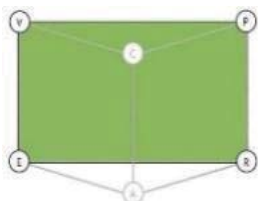
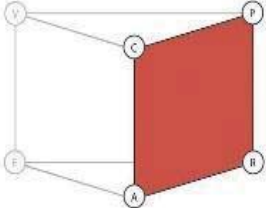


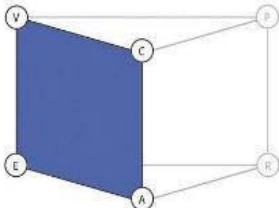
Ilustración 8: Plano
[Sem-Dis]

Asociado a la génesis semiótica y discursiva de la prueba matemática, la cual permite el desarrollo del trabajo matemático superando una visión simple e icónica de los objetos, “es posible encontrar dos tipos de enfoque, si la atención se centra del lado semiótico, las transformaciones visuales estructuran la descripción de los signos y organizan un razonamiento perceptivo” (Gómez-Chacón, Kuzniak y Vivier, 2016, p.10), por otro lado, “si la atención se centra en la prueba o demostración el razonamiento hipotético y deductivo se basa en propiedades, signos y la visualización desempeña un papel heurístico” (Gómez-Chacón, Kuzniak y Vivier, 2016, p.11)

3.6.1.2 [Ins-Dis] (razonamiento)

 <p>Ilustración 9: Plano [Ins-Dis]</p>	<p>Se asocia a la génesis discursiva de prueba y a la génesis instrumental. Su punto trascendental se encuentra en la prueba basada en experimentos o argumentación deductiva pura.</p> <p>Encontraremos el tipo de prueba experimental, la cual se basa en las conclusiones a partir de datos por medio de instrumentos. Otra manera es sí la prueba o demostración se basa de un frente teórico, “los instrumentos para ilustrar o para la construcción de configuraciones geométricas” (Gómez-Chacón, Kuzniak y Vivier, 2016, p. 11)</p>
---	---

3.6.1.3 [Sem-Ins] (descubrimiento)

 <p>Ilustración 10: Plano [Sem-Ins]</p>	<p>Este plano es asociado a la génesis semiótica y a la génesis instrumental. Se encuentran dos maneras de trabajar, por un lado, las que se orientan a la construcción de resultados cumpliendo con ciertas condiciones, y por otro lado las que interpretan los datos aportados por los artefactos. También se vincula con la aparición de software digitales, aportando con nuevas herramientas, aumentando la capacidad de explorar configuraciones y descubrir nuevas propiedades.</p>
--	---

3.6.2 Semiplanos

Existen relaciones entre los componentes del plano epistemológico con el plano cognitivo. Estas correspondencias emergen cuando se articulan solo tres componentes de uno de los planos verticales del ETM_G , es decir, se presencia una génesis y un componente del ETM_G . (Pizarro, 2018). El semiplano hallado es el [Sem-Ref] en el cual “se observa la génesis semiótica en relación con el componente referencial.” (p. 101)

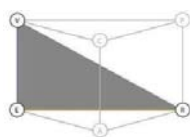


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

3.7 Niveles de ETM: Referencial, idóneo y personal

El trayecto que realizan los estudiantes a la ejecución de un trabajo matemático está articulado y relacionado por los diferentes niveles del ETM. Cada país es el encargado de dar las directrices de la enseñanza para cada establecimiento y docentes, quienes son los que deben supervisar este trabajo en su clase diaria.

Considerando lo mencionado, se introducen tres tipos de ETM: ETM de referencia, ETM idóneo y ETM personal.

3.7.1 ETM de Referencia

Se contempla en el marco teórico del ETM la noción paradigmática. Un paradigma se intuye cuando una comunidad de individuos acuerda formular problemas, así como organizar sus soluciones, privilegiando ciertos herramientas o ciertas formas de

pensamiento (Gómez-Chacón, Kuzniak y Vivier, 2016). El espacio de trabajo paradigmático, tal como es definido por esta comunidad, se reconoce como ETM de referencia.

Se consideraba, en sus orígenes como el espacio de trabajo definido de manera ideal en función de criterios matemáticos siendo su utilizador un individuo experto: epistémico. Kuzniak (2011) amplía su definición, destacando que este individuo depende de cada país por los Ministerios de Educación ya que son los responsables de declarar los contenidos mínimos y obligatorios de cada nivel educacional, plasmados en un marco curricular.

El ETM de referencia describe las particularidades de un estilo de trabajo, bajo instrucciones en su discurso, tratamiento y discurso. Aquí se encontrarán las competencias matemáticas esperadas en los programas de estudios de cada país.

3.7.2 ETM Idóneo

La resolución de un problema supone que un ETM idóneo se puede organizar para permitir a un alumno comprometerse en la resolución de problemas (Gómez-Chacón, Kuzniak y Vivier, 2016) pero para ello, debe cumplir con dos condiciones.

- a) Posibilitar el trabajo en el paradigma correspondiente a la problemática considerada.
- b) Poseer una estructura bien diseñada, es decir, que los diferentes componentes estén organizados de manera válida.

La elección y organización de las tareas propuestas a los estudiantes, por parte de los docentes, son esenciales en la construcción de este ETM idóneo. Es importante que el ETM de referencia este acondicionado para que el espacio generado sea efectivo e idóneo.

Cabe destacar que existe el ETM idóneo diseñado por los autores de los textos escolares, Los autores de textos escolares elaboran textos que se disponen a la elección docente distribuido por el Ministerios de Educación, siendo el ETM idóneo potencial, en los textos escolares, establecerse como cercano o distante, estableciendo como foco el ETM de referencia.

3.7.3 ETM Personal

Se ha mencionado el trabajo que emplea el diseñador, el cual es similar a un arquitecto diseñando un espacio de trabajo para usuarios potenciales. En el ámbito escolar, este espacio depende del ETM personal del profesor. Cuando el problema se propone a un estudiante, el tratamiento matemático que éste le da le conduce al ETM personal de trabajo (Gómez-Chacón, Kuzniak y Vivier, 2016)

Considerando lo anterior, podemos afirmar que el ETM idóneo no es fijo, este debe ser modificado continuamente para ajustarse a las solicitudes. Por lo tanto, “la matemática considerada por la institución que se describe en el ETM de referencia, éste es desarrollado por el profesor hasta alcanzar un ETM idóneo que permita un establecimiento efectivo en clases, donde cada estudiante trabaje su ETM personal.” (Gómez-Chacón, Kuzniak y Vivier, 2016, p. 13).

3.8 Objetivos de la investigación

Las actividades presentadas en los textos escolares deben abogar a una enseñanza que permita el desarrollo óptimo de todos los estudiantes, por lo que estos textos debieran crear tareas matemáticas que circulen en un ETM_G idóneo. El estudio presentado solo procura generar un análisis del objeto triángulo en los niveles de 1° y 2° básico en Chile. Se prioriza caracterizar el ETM_G idóneo potencial, enfocando la enseñanza de la geometría desde los planos horizontales y sus respectivos componentes. Otorgándole una referencia a las tareas propuestas y verificando su eficacia desde referentes teóricos.

Para dar respuesta a la problemática entregada se han elaborado los siguientes objetivos de la investigación que otorgan los lineamientos del desarrollo investigativo.

3.8.1 Objetivo general

OG: Determinar el Espacio de Trabajo Geométrico para el tratamiento de los triángulos en los niveles de 1° y 2° básico en Chile.

Para lograr el desarrollo cabal del OG, se determinan los siguientes objetivos específicos:

3.8.2 Objetivos específicos

OE1: Caracterizar los distintos componentes y génesis del ETM_G idóneo potencial de 1° y 2° básico

OE2: Comparar el ETM_G idóneo potencial y el ETM de referencia de 1° y 2° básico.

Capítulo 3: Metodología de la investigación

El presente capítulo tiene como finalidad describir la metodología de la investigación cuyo propósito es detallar los procedimientos y técnicas que se aplican en la realización del estudio. La distribución de este capítulo se divide en tres partes:

La primera parte menciona el tipo de investigación que aborda el estudio siendo del tipo “investigación documental” la cual corresponde a las investigaciones que son generadas de documentos o investigaciones científicas previas. Dado a que la investigación “busca comprender e interpretar la realidad más que analizarla y explicarla” (Gómez, 2011 p. 229), el paradigma predominante es el cualitativo, el cual se caracteriza por ser holístico buscando en primera instancia una comprensión global del fenómeno (Gómez, 2011) enlazando con la investigación documental y el paradigma cualitativo, como investigadores se indaga una fuente, dándole sentido a lo que un autor determinado muestra en sus aspectos originales de su planteamiento.

La segunda parte detalla el proceso investigativo. Este apartado articula tres secciones: Documentos, Investigación y Fases del método investigativo. Dada la técnica de investigación documental, se debe llevar a cabo por medio de etapas del método investigativo, utilizando como instrumento transversal la elaboración de fichas de recopilación de información. Estas fichas de recopilación de información relacionan los documentos a analizar, en este caso las actividades de los textos escolares de 1° y 2° básico dando preferencia a los que detallen el trabajo del objeto triángulo, las investigaciones previas realizadas que sustentan nuestro estudio y los análisis que se deben entablar.

Finalizando en un producto el cual esboza a cabalidad de manera escrita los resultados obtenidos.

Siendo el estudio por realizar una investigación que trabaja con fuentes documentales estas deben ser “fidedignas, confiables y verificables, dando crédito a quienes han antecedido en expresar ciertas ideas, conocimientos, técnicas, etc.” (Chong, 2007, p. 200). En consideración, los documentos e investigaciones consultadas en este capítulo serán debidamente detalladas previo a su análisis.

La última parte entabla las consideraciones que se debe tener en cuenta al momento de analizar los documentos en cuestión.

4.1 Tipo de Investigación

El diseño de la investigación es de tipo “Investigación documental”, la cual “se ocupa del estudio de los documentos que se derivan del proceso de la investigación científica y de la información preexistente antes de empezar la investigación, y que se publican tanto en fuentes documentales tradicionales y de otro tipo (...)” (Chong, 2007, p. 183). La investigación documental se desencadena de los métodos generales de investigación que implican toda investigación científica, caracterizándose por ser: sistemática, general y universal al informar resultados (Chong, 2007).

La investigación documental se define como: “El proceso metódico y formal que facilita y apoya el acceso ágil y sistematizado al producto de investigaciones científicas, reportado en fuentes documentales” (Chong, 2007, p. 187) cuyo objetivo es “facilitar la obtención y selección de datos y coadyuvar en la sistematización, asimilación, comparación,

organización y clasificación de los elementos del conocimiento” (Chong, 2007 p. 187). Este tipo de investigación posee pasos rigurosos y ordenados los cuales conducen a la recolección de información de manera sistemática, analítica, sintética y crítica (Chong, 2007)

4.2 Proceso investigativo

Considerado la investigación a realizar nos basaremos en los procesos de investigación documental, basando nuestro estudio en la investigación doctoral: “El trabajo geométrico en clases de séptimo básico en Chile: un estudio de casos sobre la enseñanza de los triángulos” (Pizarro, 2018) y los textos escolares de matemáticas de 1° y 2° básico de las editoriales Cal y Canto y SM respectivamente.

Para llevar a cabalidad la investigación es fundamental Caracterizar el Espacio de Trabajo Matemático (ETM_G) de referencia e idóneo potencial declarados en los objetivos específicos y general de la investigación.

El ETM_G idóneo potencial se caracterizará bajo los análisis que se realiza a las actividades de los textos de estudio de los cursos en cuestión. Dado su condición el desarrollo se llevará a cabalidad en los siguientes capítulos, aclarando en éste qué tareas serán pertinentes para el análisis y sus respectivos autores.

Para obtener el ETM_G de referencia se realiza el análisis de los programas de estudio, el cual se encuentra plasmado en la investigación guía de este estudio, por lo cual se extraen y se incorporan a los análisis de esta investigación.

A continuación, se presenta los objetivos de aprendizaje que abordan el trabajo de triángulo y la cantidad de actividades que declara para generar un paneo general de la información que se extraerá de los programas de estudio de matemáticas de los cursos.

Tabla 5: Objetivos de aprendizaje que abordan el trabajo de triángulo y cantidad de actividades propuestas

Curso	Objetivos de aprendizajes que abordan el trabajo de triángulos	Cantidad de actividades declaradas para cada OA.
Primero Básico	OA 14 Identificar en el entorno figuras 2D y figuras 2D y relacionarlas, usando material concreto. (Ministerios de educación, 2013 p. 100)	1
Segundo Básico	OA 15 Describir, comparar y conseguir figuras 2D (triángulos, cuadrados, rectángulos y círculos) con material concreto (Ministerio de Educación, 2013 p. 14)	6

Buscando dar respuesta a los objetivos declarados en la investigación, es necesario establecer dos preguntas orientadoras que otorgue lineamientos para el trabajo y que aporten desde los análisis y procesamientos de la información.

- *¿Cómo se caracteriza el ETM_G idóneo potencial en las actividades propuestas para el tratamiento de los triángulos en los niveles de 1° y 2° básico en Chile?*

- *¿Qué relación existe entre el ETM_G idóneo potencial en las tareas diseñadas de los textos escolares con el ETM_G de referencia de los programas de estudio?*

4.2.1 Investigación

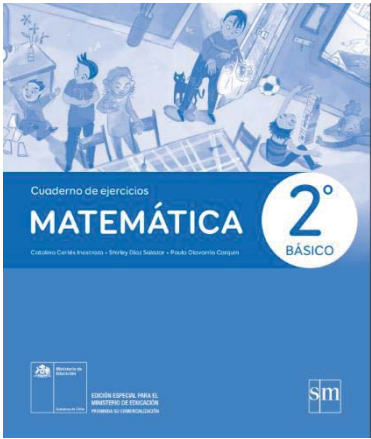
La investigación realiza un cuestionamiento a las actividades presente que aboguen al trabajo de triángulos, eje de geometría, en los textos de 1° y 2° básico de matemáticas. Sintetizamos la información de cada texto en la siguiente tabla.

Tabla 6: Información Textos escolares

Curso	Portada del texto	Editorial y año	Autor	Grados Académicos
1° básico	 <p><i>Ilustración 12: Texto del Estudiante Matemáticas 1° básico. Editorial Cal y Canto</i></p>	Editorial Cal y Canto (edición especial para el ministerio de educación) 2017	Camila Cortés Toro	Máster en didáctica de la matemática, Universidad de Granada. Profesor de educación general básica con mención en matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Chile

	 <p><i>Ilustración 13: Cuaderno de Trabajo Matemáticas 1° básico. Editorial Cal y Canto.</i></p>	<p>Editorial Cal y Canto (edición especial para el ministerio de educación) 2017</p>	<p>Camila Cortés Toro</p>	<p>Máster en didáctica de la matemática, Universidad de Granada. Profesor de educación general básica con mención en matemáticas, Pontificia Universidad católica de Chile</p>
<p>2° básico</p>	 <p><i>Ilustración 14: Texto del Estudiante Matemáticas 2° básico. Editorial SM.</i></p>	<p>SM (edición especial para el ministerio de educación) 2018</p>	<p>Cristina Ayala Altamirano</p>	<p>Profesora general básica mención educación matemáticas Pontificia Universidad Católica de Chile. Magister en educación</p>

				matemática Universidad de los Andes. Magíster en Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. España
			Mónica Frías Barea	Licenciada en educación. Profesora General Básica. Mención educación Matemática. Pontificia Universidad Católica de Chile
			María Cecilia Benavides Oyarzún	Licenciada en educación. Profesora General

				Básica. Mención educación Matemática. Pontificia Universidad Católica de Chile
	 <p><i>Ilustración 15: Cuaderno de Ejercicios Matemáticas 2° básico. Editorial SM</i></p>	SM (edición especial para el ministerio de educación) 2018	Catalina Cortés Inostroza	Licenciada en educación. Profesora General Básica. Mención educación Matemática. Pontificia Universidad Católica de Chile
			Shirley Díaz Salazar	Licenciada en educación. Profesora General Básica.

				Mención educación Matemática. Pontificia Universidad Católica de Chile
			Paula Olavarría Carquín	Licenciada en educación. Profesora General Básica. Mención educación Matemática. Pontificia Universidad Católica de Chile

4.2.2 Documentos

El estudio a realizar se interpreta como una extensión de la investigación doctoral: “El trabajo geométrico en clases de séptimo básico en Chile: un estudio de casos sobre la enseñanza de los triángulos” (Pizarro,2018) en ella se esboza un análisis preciso de los

contenidos referentes al objeto triángulo de 1° a 7° básico y las circulación de las actividades propuestas en los programa de estudio de los niveles mencionados, en la cual se extrae la información perteneciente a los análisis de los programas de estudio de 1° y 2° básico y la circulación de las actividades propuestas del programa de estudio de los cursos mencionados, presentado en el capítulo 4.

Se incorpora de manera transversal para la investigación a los autores: Kuzniak (2011), Houdement y Kuzniak (1996, 1999, 2006), Sierpiska (2004), Gómez-Chacón, Kuzniak y Vivier (2016), Kuzniak & Richard (2014), Chevallard (1991), Balacheff (2000) y Duval (2005).

4.2.3 Fases del método de investigación

4.2.3.1 Investigación

Esta fase contempla el proceso de recolección y análisis de información, la cual identifica las fuentes idóneas para el estudio. Para la investigación se contemplan el documento mencionado anteriormente y las actividades presentadas en los textos escolares de 1° y 2° básico incluyendo sus respectivos cuadernillos de trabajo. Para su análisis se debe considerar solo las pertenecientes al eje de geometría y que abogue al estudio del objeto triángulo.

4.2.3.2 Sistematización

Esta fase considera la extracción de las actividades presentadas en los libros de estudio de 1° y 2° básico y su respectivo cuadernillo enfocándonos solo a tareas matemáticas que trabajen con el objeto triángulo.

En la fase de sistematización se trabaja mediante fichas que recopilan la información (Bosch, 2008), analizando la potencial circulación de una tarea utilizando el ETM_G, a través de la identificación de los componentes, las génesis, los planos y semiplano presentes en las tareas matemáticas.

4.2.3.3 Exposición

La exposición de esta investigación es la redacción y escritura de la tesis.

4.2.4 Etapas del proceso

La investigación se basa en las siguientes etapas: selección del tema, recopilación de la información, análisis y sistematización de la información, integración, redacción y presentación del producto de investigación documental (Chong, 2007).

4.2.4.1 Selección del tema

Esta sección contempla la selección del tema limitando el problema. Como ya fue mencionado, la investigación es una extensión y profundización de la tesis doctoral que abarca el estudio del objeto triángulo en 7° básico, realizando un estudio de los objetivos de aprendizaje presentes en el programa de 1° a 7° básicos referentes al objeto triángulo. Para

nuestro estudio acotamos y especificamos el estudio en los textos escolares de 1° y 2° básico, realizando el enfoque a las tareas que trabajen solo el objeto triángulo pertenecientes al eje de geometría. Se extrae e incorpora en la investigación los análisis realizados de 1° y 2° básico del estudio previamente citado.

Es importante diferenciar entre una tarea que garantice aprender sobre el objeto de estudio y una tarea que utilice el objeto de estudio para trabajar otro contenido, como por ejemplo la utilización del objeto triángulo en actividades de patrones.

4.2.4.2 Recopilación de información

Para la recopilación de datos nos enfocamos en los textos escolares de 1° y 2° básico y sus respectivos cuadernillos de trabajo. En esta etapa se preparan las fichas de recopilación de información de las actividades de los textos escolares.

Previo a la elaboración de fichas, es necesario sintetizar la información de los textos escolares aclarando la cantidad de tareas matemáticas pertinentes para la investigación.

A continuación, se presenta una tabla que ilustra las tareas a analizar:

Tabla 7: Cantidad de tareas a analizar de 1° y 2° básico.

	1° básico	2° básico
Texto del Estudiante	14	17
Cuadernillo de Ejercicios	12	12

La técnica de “fichas para la recopilación de información”, otorgada por la investigación documental, es precisa para analizar, sistematizar y representar la información contenida en los documentos, con el propósito de confrontar la información extraída. Las fichas serán diseñadas para registrar cada tarea presentada en los textos cuestionados, precisando en ellas su enunciado, la tarea matemática que posea relación con el objeto de estudio, los componentes que deben presentar para garantizar una circulación en el ETM_G y un comentario si es pertinente. Se esboza un ejemplo a continuación:

Enunciado:	
Tarea Matemática	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	
Artefactos	
Referencial	
comentario	

Ilustración 16: Ejemplo de ficha para análisis de actividades propuestas con una tarea
Fuente: Elaboración propia.

Mientras que para las actividades que tienen más de una tarea matemática, se comparte el enunciado, pero se dividen las tareas, tal como lo muestra el ejemplo de la ilustración 17.

Enunciado:			
Tarea Matemática:		Tarea Matemática:	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta	Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización		Visualización	
Construcción		Construcción	
Prueba		Prueba	
Representamen		Representamen	
Artefactos		Artefactos	
Referencial		Referencial	
comentario			

*Ilustración 17: Ejemplo de ficha para análisis de actividades propuestas con más de una tarea.
Fuente: Elaboración Propia*

4.2.4.3 Análisis y sistematización de la información

Como se presentó en el apartado anterior, la investigación recopila la información en fichas de trabajos las cuales garantizan la economía del trabajo intelectual y material (Chong, 2007). Esta etapa contempla la elaboración de cada ficha de trabajo para su análisis. Si bien existen plantillas de fichas de trabajo, Bosch García (2008) plantea que siempre se pueden articular estas fichas para la conveniencia del investigador, pero siempre considerando ciertos datos fundamentales que presenta realizar una investigación documental, estos son: tema y subtema en su encabeza, las referencias o fuentes de donde procede la información y el contenido (Chong, 2007).

La ficha diseñada para la investigación es de carácter mixto “cuya finalidad es exponer el criterio del investigador en relación con la información obtenida” (Chong, 2007, p. 198). Su modalidad “mezcla partes de resumen, partes textuales y partes de comentario personal,

procurando respetar la idea expuesta por el autor” (Cázares y otros, 1990, p.86 citado en Chong, 2007, p. 198).

Los análisis de esta fase se realizan en base a fichas. Esta sección se presenta en el capítulo 5, en la cual se considera solo las tareas que contemple el objeto en estudio, perteneciente a una actividad de una página específica del texto o cuadernillo del estudiante. Hay que tener en cuenta que las fichas serán incorporadas en los anexos y solo las utilizadas para la investigación en el capítulo mencionado.

De manera adicional se incorpora una sección que muestre las tareas en las que no se logró establecer un análisis debido a errores de tipo matemático, redacción o ambigüedad en el enunciado-

4.2.4.4 Integración, redacción y presentación de la información

Esta fase se caracteriza por organizar los ficheros y proceder a realiza la redacción pertinente en base a los análisis ya presentados. Respecto a la organización que se debe presentar habrá que discriminar entre todas las actividades en cuestión tal de explicitar cuáles circulan en ETM_G.

Frente a lo expuesto detallar qué hallazgos predominantes se rescatan de los análisis de acuerdo con los planos o semiplanos que pueden presentar las tareas que presentan los textos escolares se plasman en las conclusiones de la investigación.

Por lo tanto, se incorpora en esta etapa la confrontación de los resultados presentadas de las conclusiones las cuales se presentar en orden según cada Objetivo Específico decretado.

OE1 Caracterizar los distintos componentes y génesis del ETM_G idóneo potencial de 1° y 2° básico

OE2: Comparar el ETM_G idóneo potencial y el ETM de referencias de 1° y 2° básico.

Con estos hallazgos se responde el Objetivo General de la investigación.

OG: Determinar el ETM_G para el tratamiento de los triángulos en los niveles de 1° y 2° básico en Chile.


4.3 Consideraciones

Respecto a la extracción de análisis y resultados de la investigación guía, se presenta el desglose de la circulación de cada Objetivo de Aprendizaje, también se presenta la actividad con su respectiva tarea y, a modo resumen la circulación pertinente. Posteriormente se esboza el resumen de cada nivel mencionado.





Este apartado presenta las herramientas que se han desarrollado para disponer y organizar los datos a analizar. Se destacan el uso de tablas e ilustraciones.





Para analizar las tareas se extraen imágenes de las actividades relacionadas con el objeto triángulo de los textos escolares las cuales se presentan de manera correlativa por nivel.





A continuación, se presenta un ejemplo de actividad extraída de un texto escolar.





PRACTICO 30 


2 Encierra los objetos que se asemejan a la figura 2D en cada caso.

a.  →   

b.  →   

c.  →   




d.  →   




3  Encierra las señales de tránsito según se indique.




a. Que contenga formas circulares.

b. Que contenga formas triangulares.

c. Que contengan formas rectangulares.

Lección 32 ochenta y nueve **89**

Ilustración 18: Ejemplo de actividad de texto escolar 1° básico
Fuente: Cal y Canto, 2017, página 89.

De la actividad presentada, se mostrará las tareas matemáticas por analizar:

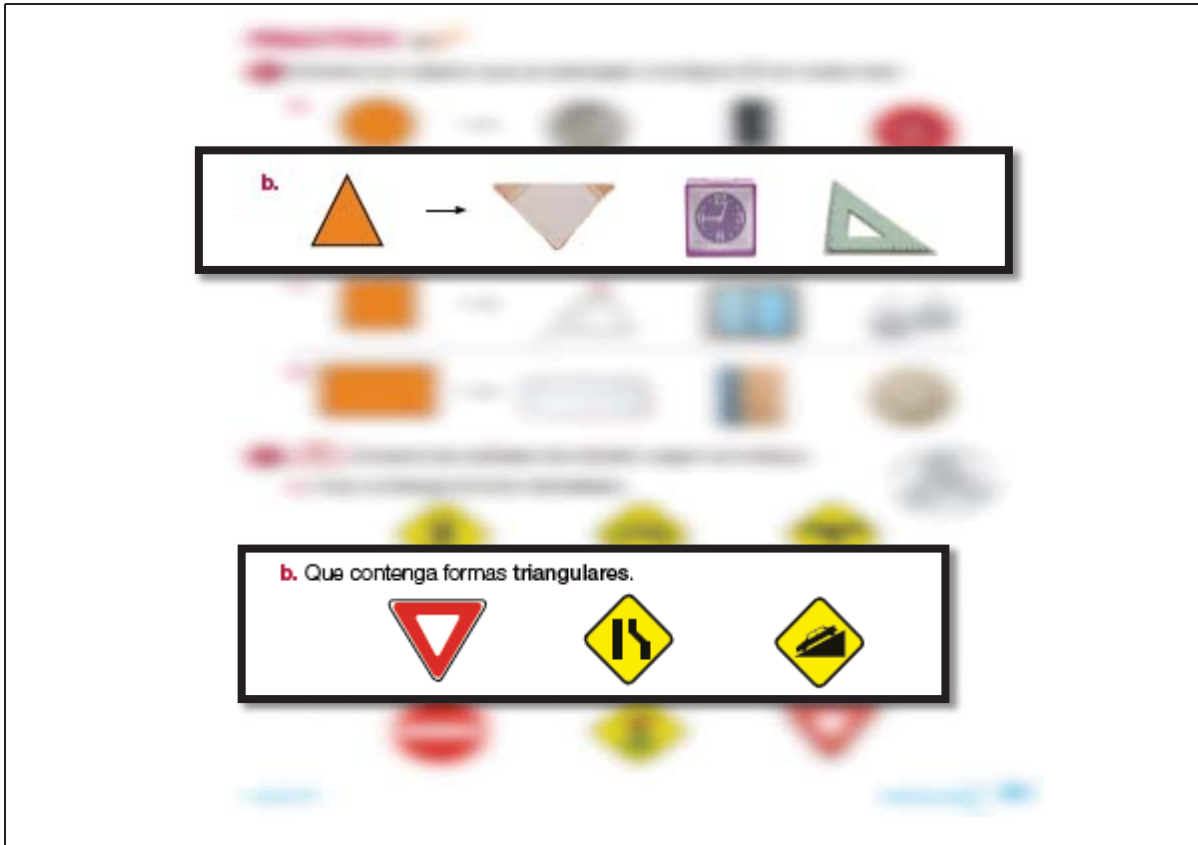


Ilustración 19: Ejemplo de tareas matemáticas de texto escolar 1° básico
 Fuente: Cal y Canto, 2017, página 89.

Tabla 8: Muestra de tareas presentadas en el texto escolar de matemáticas 1° básico pág. 89

Actividad	“Práctico”
Tarea 1	“Encierra los objetos que se asemejen a la figura 2D en cada caso”
Tarea 2	“Encierra las señales del tránsito según lo indique b. Que contenga formas triangulares”

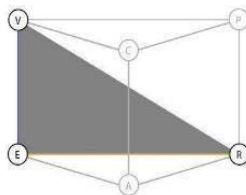
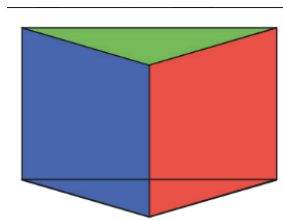


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Estas tareas serán analizadas bajo el diagrama del Espacio de Trabajo Matemático (Kuzniak, 2011). Las actividades propuestas en los textos del estudiante y cuadernillo de ejercicios se dividen en tareas matemáticas las cuales se deben identificar los componentes que se activan en el diagrama del Espacio de Trabajo. A continuación, se muestra el “Diagrama de la circulación del Espacio de trabajo”.



*Ilustración 20: Diagrama de la circulación del Espacio de Trabajo
fuente: Kuzniak 2011*

Por último, se declara a modo de comprensión qué se entiende por cada componente dado los niveles de estudio.

Tabla 9: Adecuaciones de los componentes de acuerdo con los niveles de estudio

PLANO	COMPONENTE	ADECUACIONES DE ACUERDO CON LOS NIVELES DE ESTUDIO
COGNITIVO	<i>VISUALIZACIÓN</i>	
	<i>CONSTRUCCIÓN</i>	Se incorpora como construcción en 1° y 2° básico el dibujo a mano alzada, realizar dobleces, armar y calcar.
	<i>PRUEBA</i>	
EPISTEMOLÓGICO	<i>REPRESENTAMEN</i>	
	<i>ARTEFACTOS</i>	Se incorpora como artefacto instrumentos que se puedan utilizar a mano alzada como lápices, y reglas que cumplan una función de guía más que medidor.
	<i>REFERENCIAL</i>	

[PARTE 2]

En la búsqueda de respuestas para la problemática declarada, se da inicio a la segunda parte de la investigación nominado: “Caracterización, Análisis y Resultados” articulando desde los capítulos cuatro hasta el siete. Cada capítulo presentado a continuación posee un propósito que permite esclarecer el trabajo en búsqueda de proyecciones investigativa.

Con respecto al capítulo cuatro, este corresponde al estudio del ETM de referencia del objeto triángulo presentado en el curriculum nacional de Chile, construido a partir de las bases curriculares elaboradas por el Mineduc, en la cuales se encuentran los objetivos de aprendizaje. Estos deben ser abordados en los distintos años de escolaridad de los estudiantes.

Para caracterizar el trabajo geométrico idóneo potencial, se diseña el capítulo cinco. Este se basa en los textos escolares utilizados por el estudiante. Se contempla el abordaje de los triángulos a partir de las tareas presentadas en los textos de primero y segundo básico pertenecientes a las ediciones especiales elaboradas para el Ministerio de Educación. Es necesario establecer relaciones entre lo propuesto por los programas de estudios y lo presentado por los textos escolares, de esta manera determinar la cohesión existente entre ambas propuestas y su relación.

A partir de lo anterior se incorpora el capítulo 6 que abarca la caracterización del ETM de referencia y el ETM idóneo potencial. Por último, se estipula el capítulo 7: Proyecciones y Conclusiones, en el cual se declaran las limitaciones de la investigación, las respuestas

declaradas a lo largo de la investigación y por último las proyecciones que se esbozan al concluir con la investigación.

Capítulo 4: Caracterización del ETM_G de referencia de Primero y Segundo básico en torno al objeto triángulo

Para abordar el estudio del Espacio de Trabajo Matemático de referencia en torno a los triángulos presentes en el Currículum Nacional Chileno, se elabora este capítulo en el cual se extrae el análisis y resultados de la investigación guía. Este apartado se construye a partir de las bases del currículum nacional, donde se declaran los objetivos que deben ser tratados en los años de escolaridad. Se lleva a cabo el análisis de los documentos ministeriales oficiales de primero y segundo básico, contemplando solo los que abordan el objeto de estudio.

Se decide separar el análisis por curso y está referido solo a documentos ministeriales oficiales actualizados, donde los objetivos de aprendizaje considerados aborden el objeto triángulo correspondiente a primero y segundo básico.

Se procede a mencionar el OA (Objetivo de Aprendizaje), posterior se declaran las actividades y la circulación que se desprende de las tareas matemáticas y finalmente las conclusiones por nivel.

Respecto a los análisis de actividades y tareas extraídas de la investigación guía se establecen tres categorías: (1) Actividades con más de una tarea, que movilizan distintos componentes, (2) Actividades con tareas de igual circulación, pero con distinta configuración de sus componentes y (3) Actividades con una tarea.

5.1 Primero básico

Este curso declara solo un objetivo de aprendizaje que aboga al objeto de estudio:

OA 14: Identificar en el entorno figuras 3D y figuras 2D y relacionarlas, usando material concreto (Ministerio de Educación, 2013, p. 100).

Este objetivo permite identificar los planos (1) Semiótico-Instrumental (2) Epistemológico.

El plano (1) [Sem-Ins] se observa en la declaración de “figuras 3D y 2D (...) usando material concreto” donde se identifica génesis semiótica a partir del uso de material concreto como en espacio real y local; la visualización corresponde a las “formas 2D y 3D”. Siendo el artefacto el material concreto a utilizar el cual permite realizar las relaciones que constituyen como proceso de construcción.

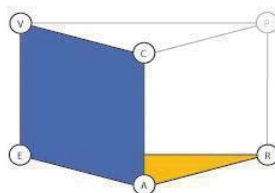

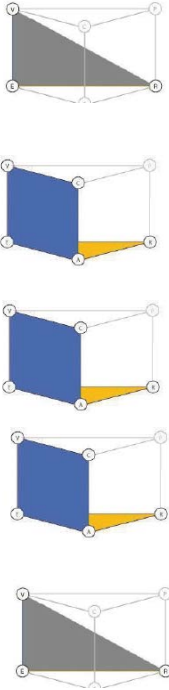


Ilustración 21: Circulación planos [Sem- Ins] y epistemológico

A modo resumen de las tareas matemáticas organizadas en este curso, respecto a las categorías mencionadas, se encuentra que: bajo la mirada de la categoría 1 se encuentran 5 tareas en 1 actividad, la categoría 2 y categoría 3 no poseen tareas asociadas.

A continuación, se presenta la tabla 10, la cual expone el desglose de la circulación de la actividad, referente al objeto triángulo, presentada para el OA 14.

Tabla 10: Desglose de la circulación de las actividades presentes en el OA 14

Actividad	Desglose de la circulación de las actividades
<p>Actividad 3</p> <p>Realizan actividades acerca de identificación de figuras 2D.</p> <p>a Identifican figuras 2 D que tengan forma de cuadrado, rectángulo, triángulo y círculo:</p> <ul style="list-style-type: none"> > en la sala de clases > en el colegio <p>b Recortan de revistas figuras que tengan forma de cuadrado, rectángulo, triángulo y círculo. En grupos de tres alumnos, forman con ellos diferentes figuras. (Tecnología, Artes Visuales)</p> <p>c Observan la lámina siguiente:</p> <div data-bbox="233 485 1008 951" style="border: 1px solid black; padding: 5px;">  <ul style="list-style-type: none"> > Recortan las figuras de la lámina > Clasifican las figuras recortadas, usando un criterio, luego dos a la vez, y finalmente criterios propios. </div> <p><i>Ilustración 22: Actividad número 3, extraída desde los programas de estudio.</i> <i>Fuente: Pizarro, 2018.</i></p>	

Referente a primero básico y la caracterización de las circulaciones del ETM_G presentes en los objetivos y las actividades sugeridas, se declara que, al realizar la comparación entre el objetivo de aprendizaje con la actividad presente en el programa de estudio, se reconocen las tareas de: *identificar* y *recortar*, las cuales corresponden a acciones que orientan el trabajo matemático durante este curso. Esto es el primer encuentro entre los estudiantes y el concepto formal de triángulo, por lo que “se espera que sean capaces de identificarlo desde la experiencia perceptiva y manipulativa.” (Pizarro, 2018, Anexo, p. 11)

Se observa que la actividad trabaja el concepto de identificar las “figuras 2D” en las cinco tareas matemáticas presentes, al igual que el objetivo de aprendizaje, lo cual se interpreta “que los conceptos de figuras y formas son considerados como sinónimos” (Pizarro, 2018, Anexo, p. 11), sin embargo, la acción de relacionar “figuras 2D con las 3D” no aparece de manera explícita en el despliegue de las tareas en la actividad analizada.

Se garantiza que en la actividad presentada emerge la génesis semiótica debido a la utilización de material concreto, el cual corresponde a los recortes de triángulos. Respecto a la génesis instrumental, se encuentra presente en las tareas por medio de los recortes realizados y luego por medio de la agrupación de las figuras para formar nuevas. Existe una diferencia entre lo declarado por el Objetivo de Aprendizaje y la actividad analizada debido a que el OA establece el proceso de construcción por medio de la relación de figuras lo cual no se observa en la actividad.

5.2 Segundo Básico

Se declara, para segundo básico solo un Objetivo de Aprendizaje que interiorice el concepto de triángulo:

OA 15: Describir, comparar y construir figuras 2D (triángulos, cuadrados, rectángulos y círculos) con material concreto (Ministerio de Educación, 2013, p. 104)

En este objetivo se procura que el estudiante sea capaz de describir, comparar y construir formas 2D, en la cual se identifican tres potenciales circulaciones en función de los verbos presentados en el OA.

Para los verbos “Describir y comparar” identifican el referencial teórico correspondiente a triángulos, “siendo las formas 2D las que constituyen el espacio real y local junto con su visualización” activándose en ambos casos el semiplano [Sem-Ref].

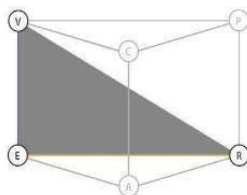


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

En cuanto al verbo de “Construir”, se incorpora el proceso de construcción por medio de la “construcción de formas 2D”, activándose la génesis instrumental. Por lo tanto, se presentan los componentes que están en las acciones anteriores, pero incorporando el artefacto y el proceso de construcción, en el cual se identifica plano semiótico-instrumental y el plano epistemológico.

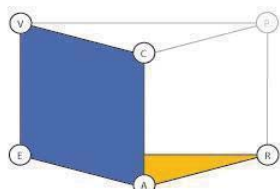
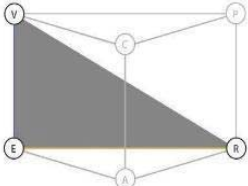


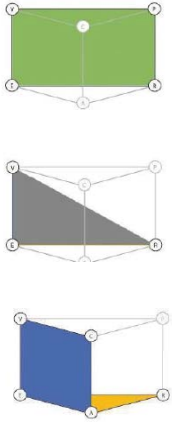
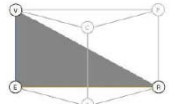
Ilustración 21: Circulación planos [Sem- Ins] y epistemológico

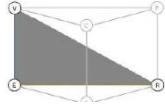
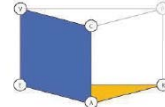
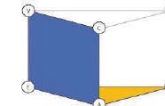
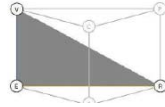
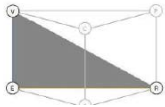
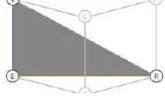
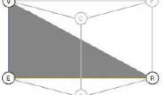
Tabla 11: Desglose de la circulación del OA 15

 <p>Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]</p>	 <p>Ilustración 21: Circulación planos [Sem- Ins] y epistemológico</p>
--	--

Las tareas presentadas en este curso son organizadas según las categorías ya mencionadas, de las cuales se establece el siguiente desglose: En la categoría 1, se identifican 3 tareas en una actividad, en la categoría 2, se reconocen 9 tareas en tres actividades y para la categoría 3 se establecen 2 tareas matemáticas.

Tabla 12: Desglose de la circulación de las actividades presentes en el OA 15

Actividad	Desglose de la circulación de las actividades
<p>Actividad 1</p> <p>Reconocen triángulos, cuadrados, rectángulos y círculos que están en medios escritos. Con este propósito recortan 10 figuras 2D. Muestran sus recortes a sus compañeros y argumentan acerca del por qué las figuras recortadas corresponden a triángulos, cuadrados, rectángulos y círculos.</p> <p><i>Ilustración 23: Actividad número 1, extraída desde los programas de estudio.</i></p>	
<p>Actividad 2</p> <p>Describen triángulos, cuadrados, rectángulos. Con este propósito:</p> <ul style="list-style-type: none"> a reúnen los recortes de estas figuras obtenidos en la actividad 1) b dan algunas características que tienen los triángulos observando los recortes c dan algunas características que tienen los cuadrados y los rectángulos observando los recortes <p><i>Ilustración 24: Actividad número 2, extraída desde los programas de estudio.</i></p>	

<p>Actividad 3</p> <p>Comparan figuras de su entorno que tienen forma triangular, cuadrada y rectangular. Con este propósito:</p> <ul style="list-style-type: none"> a dan diferencias que se presentan entre triángulos y cuadrados, por ejemplo, respecto a número de lados b dan diferencias que se presentan entre cuadrados y rectángulos, por ejemplo, acerca de la medida de los lados usando unidades elegidas por los alumnos <p><i>Ilustración 25: Actividad número 3, extraída desde los programas de estudio.</i></p>	
<p>Actividad 4</p> <p>Construyen triángulos, cuadrados, rectángulos y círculos:</p> <ul style="list-style-type: none"> a con material concreto b usando lápiz y una regla en el caso de triángulos, cuadrados y rectángulos c con un lápiz y una cuerda en el caso de un círculo <p><i>Ilustración 26: Actividad número 4, extraída desde los programas de estudio.</i></p>	 
<p>Actividad 5</p> <p>Identifican en el entorno figuras 2D con forma de triángulos, cuadrados, rectángulos y círculos. Por ejemplo, en la superficie de una mesa o de una caja de zapatos, en señales del tránsito como "ceda el paso", en insignias escolares de forma triangular, en una base de un molde de queque u otros. Comparan el tamaño y su forma, los clasifican y los nombran.</p> <p><i>Ilustración 27: Actividad número 5, extraída desde los programas de estudio.</i></p>	   

Actividad 7

Desafío:

Resuelven problemas relativos a construcciones de triángulos, cuadrados y rectángulos. Por ejemplo:

- a Construyen con una cuerda un triángulo que tenga todos los lados que se vean iguales
- b Construyen con una cuerda un triángulo que tenga dos lados que se vean iguales y uno distinto
- c Construyen con una cuerda un triángulo en que se vean todos sus lados distintos

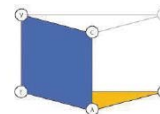


Ilustración 28: Actividad número 7, extraída desde los programas de estudio.

Entre el Objetivo de Aprendizaje con el trabajo matemático en las tareas presentantes, se “observa a partir de la coherencia en la naturaleza de los verbos presentados como también al referencial teórico trabajado debido a que el concepto de triángulo se mantiene de manera invariable durante todas las tareas del curso”. (Pizarro, 2018, Anexo, p. 22)

Entre las acciones matemáticas a realizar en segundo básico se presentan: identificar, describir y construir, las cuales orientan el trabajo al largo de las actividades a través de los verbos: identificar, describir, nominar, comparar y construir. permitiendo observar que las tareas aumentan su nivel de complejidad en función de los verbos, donde primero describen e identifican para posterior realizar incorporaciones donde realicen construcciones utilizando material concreto.

Respecto a las génesis presentes en el OA, se identifica el Semiplano [Sem-Ref] en relación a los verbos relacionado con “identificar y describir” los triángulos. Cabe destacar que esta génesis se encuentra en las actividades que solicitan el mismo tipo de tarea. La génesis instrumental es observada mediante dos tipos, la primera corresponde a la construcción de

triángulos por medio de recortes; la segunda corresponde a la construcción de triángulo por medio de cuerdas distintas medidas.

Se incorpora el “proceso de prueba de tipo pragmática cuyo carácter de empirismo ingenuo, debido a que se considera a la figura utilizada como un representante de la familia de triángulos, dando origen así a la génesis discursiva” (Pizarro, 2018, Anexo, p. 16)

Al igual que el análisis presentado en primero básico, el concepto de figura y forma son utilizados como sinónimos para el desarrollo de las actividades.

Capítulo 5: Caracterización ETM_G idóneo potencial en torno a los triángulos de 1° y 2° básico

El ETM_G idóneo potencial alude a los textos escolares utilizados para construir conocimiento. Para la investigación se analizan los textos de la edición especial para el Ministerio de Educación. Como se ha mencionado anteriormente, solo se tomará en cuenta las tareas matemáticas que tengan relación con triángulos en los niveles de primero y segundo básico. Este capítulo se construye a partir de las tareas declaradas en los textos del estudiante y cuadernillos de trabajo.

Se opta por separar el análisis por curso y por tipo de documento, es decir, por texto del estudiante y por cuadernillo de trabajo. De manera final establecer un cuadro resumen que presente las potenciales circulaciones de las tareas.

Este capítulo se realizará bajo el siguiente lineamiento, según cada nivel se presenta el objetivo de aprendizaje relacionado con el objeto de estudio, se introduce el texto a utilizar y la cantidad de tareas que posee, indicando su potencial circulación. Se finaliza cada sección, determinada por el nivel a trabajar, con un resumen.

Al igual que el capítulo anterior, se establecen categorías para clasificar las tareas, las cuales son: 1) Actividades con más de una tarea, que movilizan distintos componentes; 2) Actividades con tareas de igual circulación, pero con distinta configuración de sus componentes y 3) Actividades con una tarea.

6.1 Primero Básico

El nivel de primero básico posee solo un objetivo de aprendizaje propuesto en el programa de estudio que aborde el objeto triángulo.

OA 14	Identificar en el entorno figuras 2D y figuras 2D y relacionarlas, usando material concreto. (Ministerio de Educación, 2013 p. 100)
-------	---

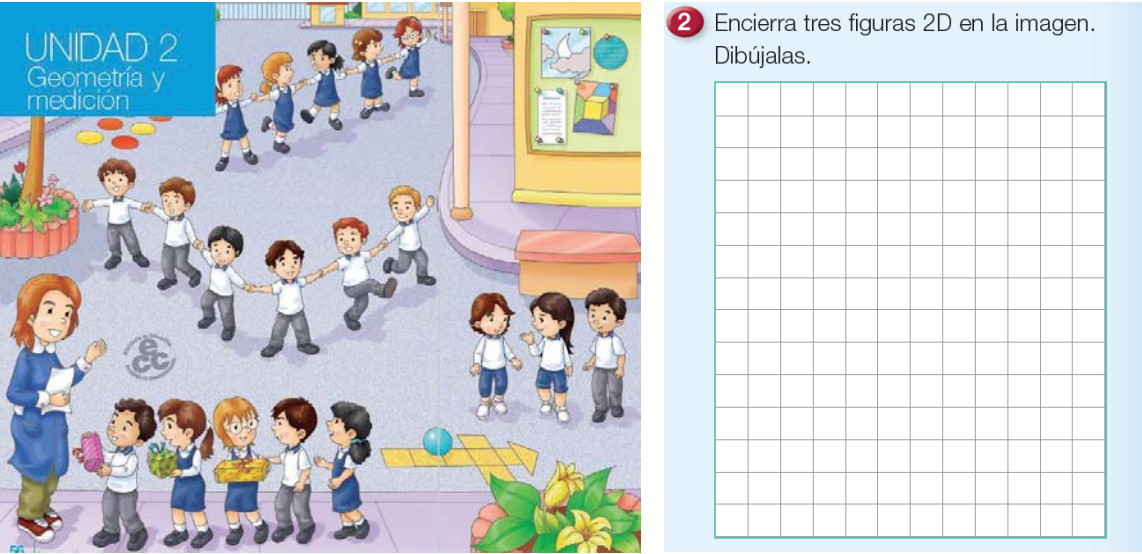
Dado el objetivo de aprendizaje, la editorial Cal y Canto en conjunto con el ministerio de educación, quien es el encargado de distribuir los textos escolares, propone el libro del estudiante, diseñando actividades que desarrollen ese objetivo a cabalidad. Este libro posee catorce actividades que inspiran su trabajo a lograr cumplir con este objetivo. Además, se incorpora el cuadernillo de ejercicios el cual entrega trece actividades. Las tareas presentadas pertenecen a la segunda unidad en ambos textos. Esta sección culmina con la síntesis de los hallazgos presentes en 1° básico.

6.1.1 Análisis de las actividades propuestas en el texto del estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto.

En este apartado se realizará en el análisis de las tareas propuestas del texto del estudiante de 1° básico. Para ello, se presentará el número de la actividad, la imagen de la actividad y el análisis de las tareas respecto a su circulación en el ETM contemplando.

Se finaliza este apartado presentando un resumen de los análisis expuestos y las circulaciones encontradas en las tareas diseñadas.

Actividad 1.



2 Encierra tres figuras 2D en la imagen. Dibújalas.

Ilustración 29: Tareas matemáticas páginas 56 y 57
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto

En la actividad presentada de la página 56 y 57 del texto del estudiante, se solicita “encerrar” y “dibujar” tres “figuras 2D” de la imagen, se identifican dos tareas matemáticas.

La primera tarea solicita “encerrar tres figuras 2D en la imagen”, de manera implícita “encerrar” procura la capacidad de identificar, por lo que trabaja el componente de Visualización manteniendo la imagen como centro de la actividad. A su vez incorpora el componente de Representamen considerando el dibujo del triángulo en la imagen. Por último, se encuentra en juego el componente Referencial dado que se debe tener en cuenta la definición del triángulo al momento de solicitar “identificar” 2D. Se concluye que en esta tarea matemática está presente el semiplano [Sem-Ref].

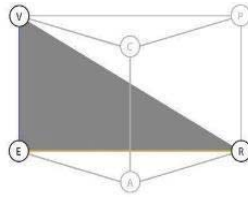


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

La segunda tarea pide “Dibujar” las tres figuras encontradas. “Dibujar” implica activar el componente de Construcción. El artefacto utilizado en esta tarea es el lápiz. Sin embargo, estos componentes no son explícitos en el enunciado, puesto que los estudiantes pueden trabajar con trazos a mano alzada o algún instrumento específico. Por lo tanto, estos componentes circulan en los planos [Sem-Ins] y epistemológico.

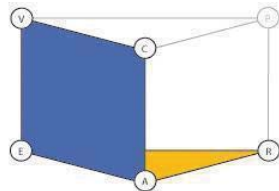


Ilustración 21: Circulación planos [Sem- Ins] y epistemológico

Actividad 2.

2 Encierra los objetos que se asemejan a la figura 2D en cada caso.



*Ilustración 30: Tarea matemáticas página 89
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto*

La tarea expuesta presenta cuatro tareas matemáticas, de las cuales solo una trata al objeto triángulo. La tarea “2. b.” pide a los estudiantes “encerrar los objetos que se asemejan a la figura 2D en cada caso”. Solicitar a los estudiantes que “encierren” objetos, genera un carácter de identificar la figura en diversas situaciones, activando el componente de Visualización, al igual que el componente Representamen debido a que presenta una concepción del objeto triángulo y por último el componente Referencial ya que utiliza la definición de triángulo, dado a los componentes activados en la actividad, se genera el semiplano [Sem-Ref].

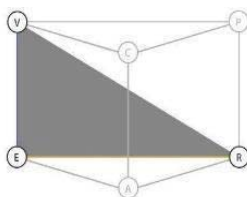


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Actividad 3.

3  Encierra las señales de tránsito según se indique.

b. Que contenga formas **triangulares**.



Ilustración 31: Tarea matemáticas página 89
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto

Esta actividad presenta tres tareas matemáticas, pero una aboga al objeto en cuestión. La tarea “3. b” solicita encerrar las señales del tránsito según las que contengan formas triangulares. Como se ha mencionado en las actividades analizadas anteriormente, cuando una tarea pida “encerrar” se requiere identificar bajo definiciones previas que posea el estudiante, dado lo anterior los componentes que se movilizan son los de Visualización, Representamen y Referencial generando el semiplano [Sem-Ref].

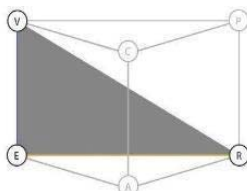


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Observación: La actividad propone la utilización de señales del tránsito, en específico: ceda el paso, angostamiento a la derecha y pendiente fuerte en subida. Al observar la señal “Ceda el paso” se observa un “triángulo” conteniendo a otro triángulo. Según la definición de triángulo, es la unión de tres puntos no colineales por lo que sus elementos son tres segmentos que son los lados del triángulo, lo cual a primera vista se contradice con el “triángulo” de mayor tamaño ya que sus uniones son curvas o redondeadas. Respecto a la señal “pendiente fuerte en subida” se observa un triángulo contenido en un cuadrilátero. Los casos expuestos pueden generar conflictos cognitivos

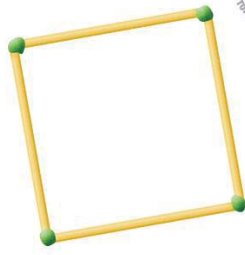
en los estudiantes debido a que se contraponen la definición y una imagen; además de dirigir la atención del estudiante de manera equivocada.

Actividad 4.

EXPLORO

1 Observa la situación y responde.

Representé un cuadrado con bombillas y plasticina.



c. ¿Cuántas bombillas y bolitas de plasticina se necesitarán para representar un triángulo?

Ilustración 32: Tarea matemáticas página 90
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto

Esta actividad posee solo 1 tarea matemática, la cual pide a los estudiantes “observar una situación” y “responder la cantidad de bombillas y bolitas de plasticina son necesarias para representar un triángulo”. Para el desarrollo de la tarea los estudiantes deben proyectar en sus mentes la construcción de un triángulo cualquiera, no se determina algún tipo de construcción ni artefactos para desarrollar la tarea. Debido a que la tarea posee una naturaleza imaginativa para realizar la representación, los componentes que se activan son la Visualización, Representamen y Referencial activando el semiplano [Sem-Ref].

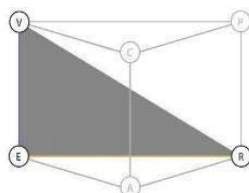

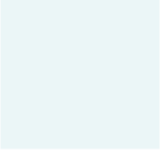


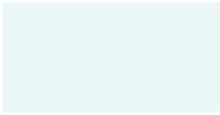
Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Actividad 5.

2 Remarca los lados de las figuras 2D.

a. 

b. 

c. 

*Ilustración 33: Tarea matemáticas página 91
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto*

La tarea propuesta por esta actividad solicita a los estudiantes enmarcar. En este caso la tarea “real” que deben realizar los estudiantes es construir de manera modelada, por lo tanto, se movilizan los componentes de Visualización, Representamen, Referencial, Construcción y Artefactos. Estos componentes circulan en los planos [Sem-Ins] y epistemológico.

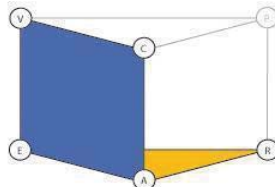


Ilustración 21: Circulación planos [Sem- Ins] y epistemológico

Actividad 6.

4 Encierra según se indique.

b. Una figura 2D con **3 lados**.



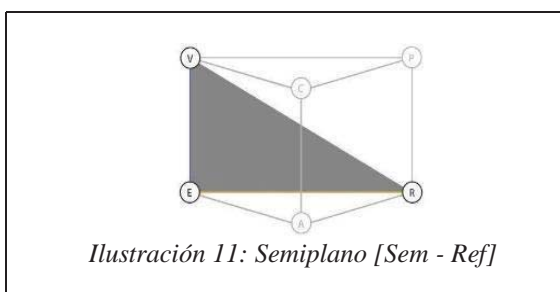
c. Una figura 2D con **3 vértices**.



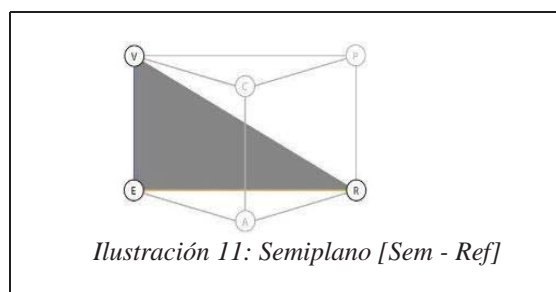
*Ilustración 34: Tarea matemáticas página 91
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto*

De las tareas propuestas por esta actividad, solo dos son pertinentes para el estudio. En ambas tareas “4.b” y 4.c” se solicita a los estudiantes encerrar. En el caso de la tarea “4.b” se debe encerrar según “3 lados” y la tarea “4.c” según “3 vértices”. En ambos casos los estudiantes deben visualizar un triángulo, utilizar la definición y concepciones de triángulo y forma. Por lo tanto, se aprecian los componentes de Visualización, Representamen y referencial, movilizándolo el semiplano [Sem-Ref].

Tarea 4.b



Tarea 4.c



Actividad 7.

5 Responde.

- a. Si un triángulo tiene 3 vértices, ¿cuántos lados tendrá?
-

Ilustración 35: Tarea matemáticas página 92
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto

La actividad pide “responder” nombrando la figura solicitada. Dado que el estudiante debe visualizar un triángulo, se activa el componente de Visualización, incorporando los componentes de Representamen y Referencial debido a la utilización de concepciones y definiciones entre la figura y forma. Estos componentes de movilizan en el semiplano [Sem-Ref].

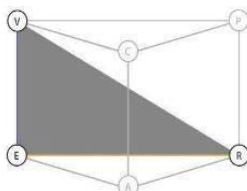


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Actividad 8.

EXPLORO

1 Lee la situación.

Soy una figura 2D con 3 lados rectos y 3 vértices. ¿Qué figura soy?



Ilustración 36: Tarea matemáticas página 92
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto

Esta tarea solicita que el estudiante identifique una figura geométrica dada una descripción tipo “adivinanza”, en la cual explicita: “Soy una figura 2D con 3 lados rectos y 3 vértices. ¿Qué figura soy?”. Dado que el estudiante debe visualizar la figura solicitada y utilizar las concepciones y definiciones previas, se activan los componentes de Visualización, Representamen y referencia, circulando en el semiplano [Sem-Ref].

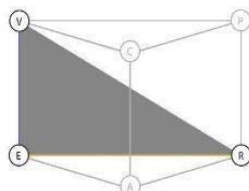


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Observación: El enunciado explicita que la figura buscada presente “3 lados rectos” lo cual presenta un error matemático debido a que los lados no son rectos, se comprende que los lados pueden formar ángulos rectos. Siendo, dos intersecciones o dos rectas secantes pueden formar un ángulo recto. Considerando lo anterior, los lados no son rectos.

Actividad 9.

4 ¿Cuántos lados más tiene el cuadrado que el triángulo?

Respuesta: Tiene más.

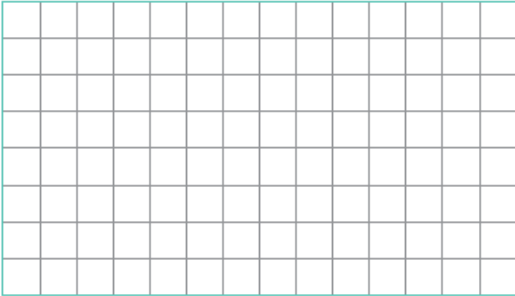


Ilustración 37: Tarea matemáticas página 93
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto

Esta tarea matemática exige realizar una comparación entre la cantidad de lados de un cuadrado y triángulo, determinando cuántos lados más tiene el cuadrado en comparación con el triángulo. Es necesario para esta tarea visualizar ambas figuras y utilizar las definiciones y concepciones pertinentes, debido a esto, se activan los componentes de Visualización, Representamen y Referencial los cuales circulan en el semiplano [Sem-Ref]. Si bien se esboza un espacio cuadriculado, no se determina para que sea utilizado por lo cual no se realizan inferencias para otorgarle un uso a ese espacio.

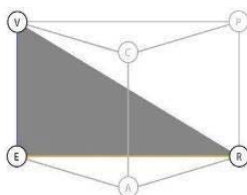
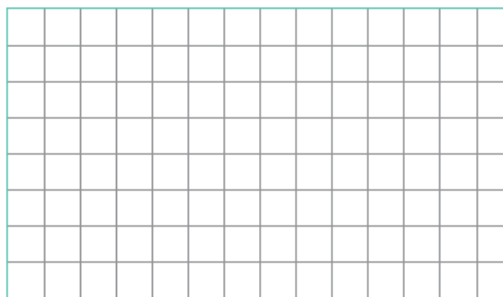


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Actividad 10.

- 5 Tania está observando una galleta cuya forma se asemeja a una figura 2D con 3 lados rectos. ¿A qué figura se asemeja?

Respuesta: La galleta se asemeja a un _____.



*Ilustración 38: Tarea matemáticas página 93
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto*

Al igual que la tarea anterior, se solicita visualizar una figura que cumpla con las características de poseer “3 lados rectos”. Si bien fue aclarado este error matemático, el texto de estudio identifica como segmento a todo lado recto, por lo cual se interpretará para asunto de análisis que al momento de trata “lado recto” se hará alusión a segmento

El desarrollo de la tarea expuesta activa los componentes de Visualización, Representamen y referencial, activando el semiplano [Sem-Ref].

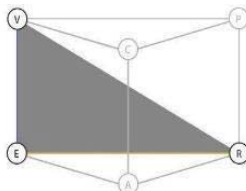


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Observación: La tarea presenta un espacio cuadrulado en el cual no se entrega ninguna indicación específica para su uso.

Actividad 11.

3 Pinta la figura a la cual se asemeja la cara pintada de cada figura 3D.



Ilustración 39: Tarea matemáticas página 95
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto

La tarea expresa “pinta la figura a la cual se asemeja la cara pintada de cada figura 3D”, por lo que se solicita como tarea matemática reconocer la cara pintada relacionándola con una de las figuras presentadas. Esta tarea circula entre los componentes de Visualización, Representamen y Referencial articulando el semiplano [Sem-Ref].

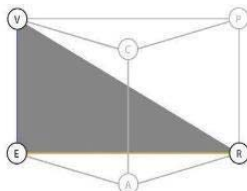
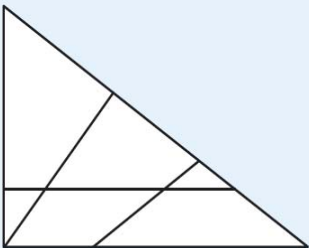


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Actividad 12.

2 Cuántos hay



• ¿Cuántos triángulos hay?

*Ilustración 40: Tarea matemáticas página 96
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto*

Esta tarea pide contar la cantidad de triángulos que se presentan en el dibujo. Existe la activación de los componentes de Visualización, Representamen y referencial, los cuales articulan el semiplano [Sem-Ref], considerando la exclusión de otras figuras que no sean triángulos.

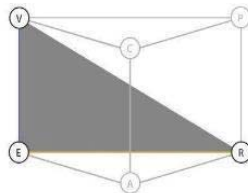
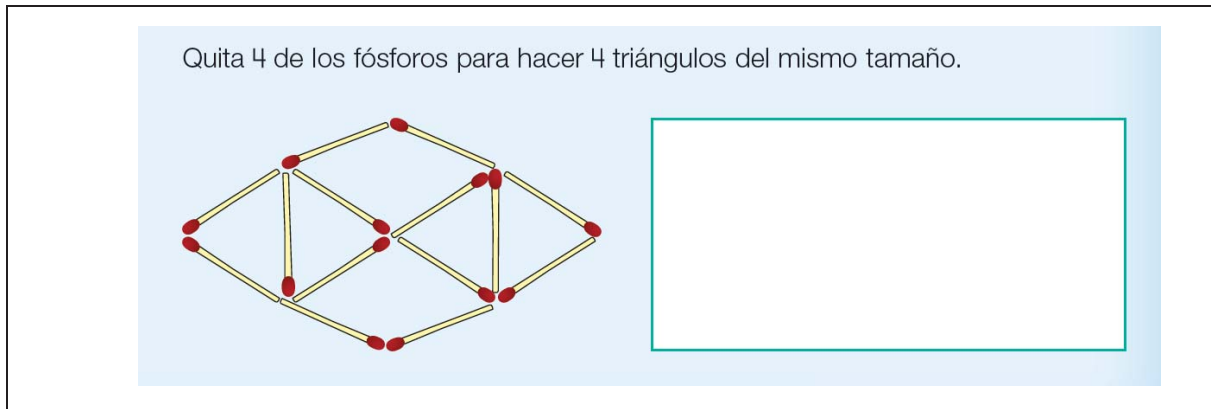


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Actividad 13.



*Ilustración 41: Tarea matemáticas página 97
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto*

La tarea presentada pide la creación de “4 triángulos del mismo tamaño” extrayendo “4 fósforos” en una imagen. Se solicita la creación desde algo simbólico, si bien se presenta un espacio en blanco no se especifica para que sea usado. Por lo que los componentes que se activan son los de Visualización, Representamen y Referencial que circulan en el semiplano [Sem-Ref], excluyendo los de construcción y artefactos por el hecho de no explicitar un uso de materiales.

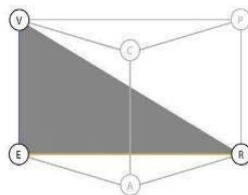






Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Actividad 14.

5 Encierra el elemento que se asemeja a la figura 2D dada.

a.



Milip CC Prohibida su comercialización

Ilustración 42: Tarea matemáticas página 101
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto

Esta actividad presenta dos tareas, de las cuales una incluye un tratado para el objeto triángulo. La tarea “5.a” solicita “encerrar el elemento que se asemeje al triángulo” poniendo en juego los componentes de Visualización, Representamen y referencial, generando el semiplano [Sem-Ref].

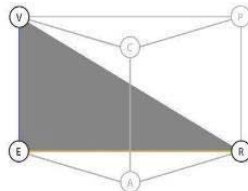
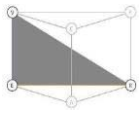
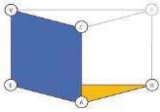


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

6.1.1.1 Resumen

Dada las circulaciones presentes en el texto del estudiante de 1° básico, editorial Cal y Canto, se extrae lo siguiente:

Tabla 13: Circulación de ETM en el Texto del Estudiante de 1°básico editorial Cal y Canto.

Circulación ETM	Cantidad de tareas
	13
	2
Total Circulaciones	15

La circulación predominante en las tareas presentadas implica los componentes de Visualización, Representamen y Referencial los cuales activan el semiplano [Sem-Ref].

Si bien algunas tareas podrían potenciar los componentes de construcción y los artefactos, los enunciados no lo explicitan por lo cual no garantiza que se requiera para realizar la tarea.

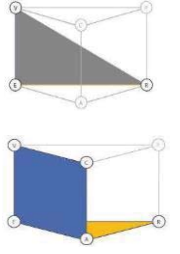
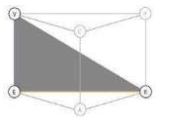
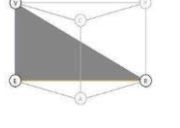
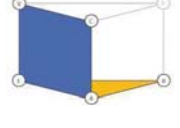
El componente de Prueba no se evidencia en ninguna tarea, lo cual afirma que:

- Ninguna actividad de 1° básico del texto del estudiante editorial Cal y Canto circula en el ETM completamente.

- Según la tarea se activa el semiplano [Sem-Ref] o los planos [Sem-Ins] y epistemológico.
- Debido a la ausencia del componente Prueba, no se evidencia la génesis discursiva.
- Las tareas poseen ciertas dificultades con los enunciados, siendo poco claros con lo que solicitan.
- Existen errores matemáticos los cuales se reiteran a lo largo de la unidad.

La tabla número 14 permite percibir, de forma resumida, la cantidad de actividades presentes en el texto del estudiante de primero básico, cuántas actividades están divididas en más de una tarea y cuáles son los componentes movilizados, permitiendo los planos o semiplanos descritos.

Tabla 14: Resumen de actividades y sus tareas matemáticas.

Categoría	Cantidad de actividades	N° de la Actividad	N° de tareas	Planos o semiplanos que moviliza
C.1 Actividades con más de una tarea, que movilizan distintos componentes.	1	1	2	
C.2 Actividades con tareas de igual circulación pero pueden tener configuraciones de sus componentes	1	6	2	
C.3 Actividades con una tarea	12	2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 y 14	1	
		5	1	
Total	14		15	


6.1.2 Análisis de las actividades propuestas en el Cuadernillo de Trabajo de 1° básico Editorial Cal y Canto.

En este apartado se realizará en el análisis de las tareas propuestas del cuadernillo de trabajo de 1° básico, unidad 2. Para ello, se presentará el número de la actividad, la imagen de la actividad y su respectivo análisis de las tareas respecto a su circulación en el ETM contemplando. De manera de seguir el orden y coherencia se continuará con la correlación del número de la actividad anterior.

Se finaliza este apartado presentando un resumen de los análisis expuestos y las circulaciones encontradas en las tareas diseñadas.

Actividad 15.

4 Observas las figuras 2D. Luego, encierra la palabra que completa cada frase.



a. El triángulo está formado por segmentos

*Ilustración 43: Tarea matemáticas página 23
Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto*

Esta tarea muestra tres figuras: círculo, triángulo y cuadrados y solicita encerrar la palabra que complete en determinado enunciado, en este caso encerrar entre “rectos” o “curvos” los segmentos de un triángulo. El componente de Visualización, Representamen y Referencial se activan al momento de identificar los segmentos del triángulo ya que se requiere

proyectar la imagen de triángulo y relacionar las concepciones y definiciones de éste. Los componentes circulan en el semiplano [Sem-Ref].

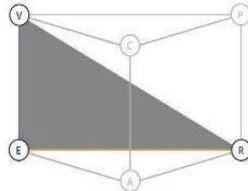
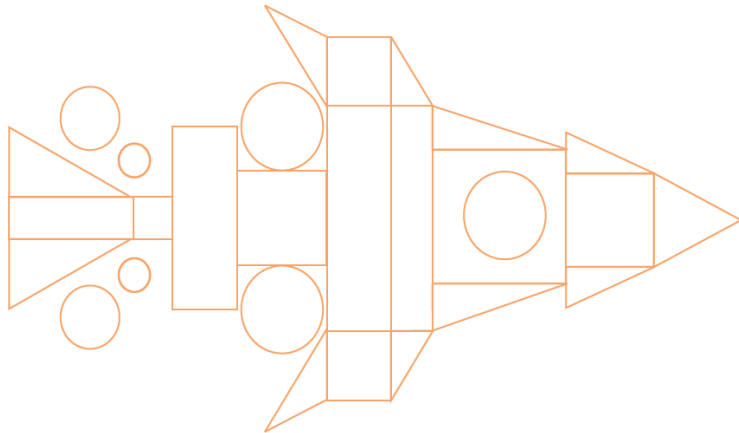


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Actividad 16.

- 1 Pinta el cohete según se indica.
 - a. De color azul los triángulos.



*Ilustración 44: Tarea matemáticas página 30
Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto*

Esta tarea presenta una imagen construida por diversas figuras, se solicita al estudiante “pinta de color azul los triángulos”. En este caso “pintar” implica identificar o reconocer, lo cual activa los componentes de Visualización, Representación y referencial. Se presencia el semiplano [Sem- Ref].

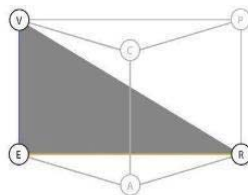


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Actividad 17.

2 Completa a partir del cohete.

a. Hay triángulos.

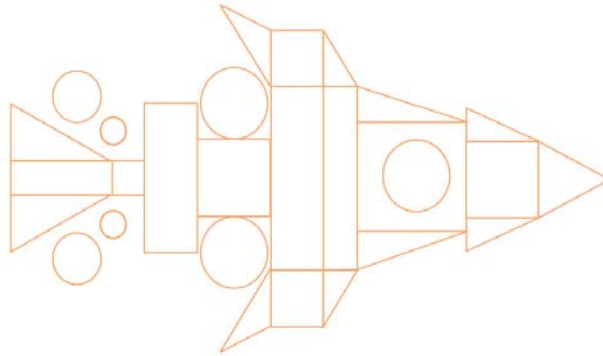


Ilustración 45: Tarea matemáticas página 30

Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto

La tarea presentada, exige “identificar” la cantidad de triángulo que presenta la imagen del cohete. Se utiliza entre comillas identificar ya que la tarea no lo menciona de manera explícita. Dado el carácter de la tarea, los componentes activados son: Visualización, Representamen y referencial, los cuales circulan en el semiplano [Sem-Ref].

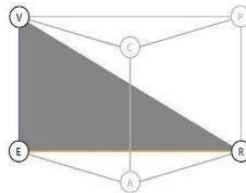


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Actividad 18.

- 3 Dibuja en tu cuaderno tu propio cohete con triángulos, cuadrados, círculos y rectángulos.

Ilustración 46: Tarea matemáticas página 30

Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto

Esta tarea solicita al estudiante “dibujar un cohete con figuras geométricas”. Dibujar implica esbozar una construcción en papel con diversos instrumentos que permitan visualizar las figuras pedidas utilizando las concepciones y definiciones que ellos poseen, por lo tanto, esta tarea activa los componentes de Visualización, construcción, artefacto, Representamen y referencial, estos componentes circulan en los planos [Sem-Ins] y epistemológico.

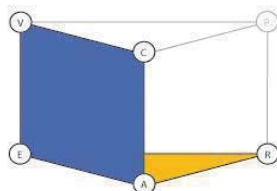


Ilustración 21: Circulación planos [Sem- Ins] y epistemológico

Actividad 19.

4 Dibuja un objeto que se asemeje a la figura 2D dada.



*Ilustración 47: Tarea matemáticas página 31
Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto*

La tarea solicita “dibujar un objeto similar a un triángulo” en un espacio delimitado. Como se ha mencionado, “dibujar” implica activar los componentes de construcción y artefactos, pero para cumplir con esta tarea también se relacionan los componentes de Visualización, Referencial y Representamen. Por lo tanto, los componentes circulan en los planos [Sem-Ins] y epistemológico.

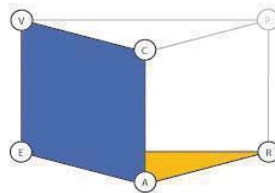



Ilustración 21: Circulación planos [Sem- Ins] y epistemológico

Actividad 20.

5 Encierra la figura 2D intrusa.

a.



b.

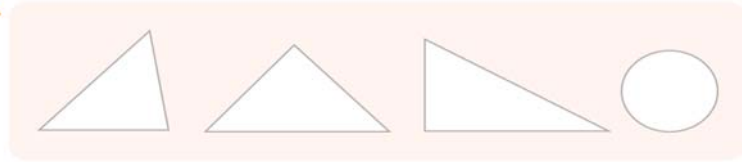
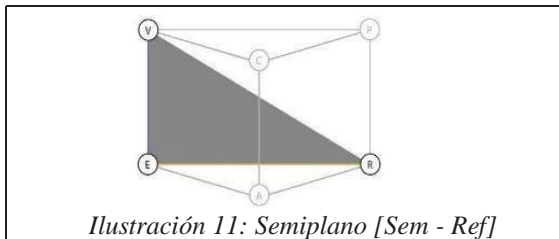


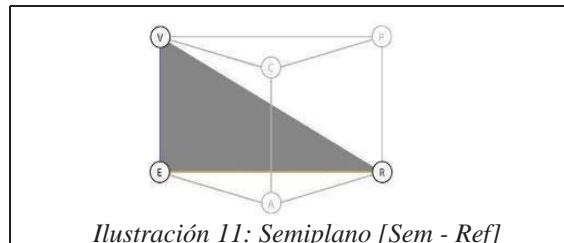
Ilustración 48: Tarea matemáticas página 31
Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto

Esta tarea requiere de “discriminar” entre las figuras presentadas para seleccionar la que no pertenece. En la tarea “5.a” se trabaja bajo el criterio de la cantidad de lados y la tarea “5.b” bajo el criterio de tipo de segmento. Ambas tareas activan los componentes de Visualización, Representamen y referencial, circulando en el semiplano [Sem-Ref].

Tarea 5.a




Tarea 5.b



Actividad 21.

Encierra la cantidad de bombillas que se necesita para construir el contorno de cada figura 2D.

a.



*Ilustración 49: Tarea matemáticas página 31
Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto*

Esta tarea requiere de “discriminar” la cantidad de bombillas para formar el contorno de un triángulo. En este Caso estamos frente a la construcción de un triángulo por medio de otro material, sin embargo, no se realiza de forma concreta, por lo tanto, esta tarea solo activa los componentes de Visualización, Representamen y Referencial, circulando en el semiplano [Sem-Ref].

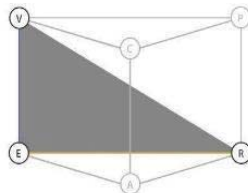


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Actividad 22.

3 Describe cada figura 2D a partir de su cantidad de lados y vértices.

b.



Nombre: _____

Cantidad de lados: _____

Cantidad de vértices: _____

*Ilustración 50: Tarea matemáticas página 33
Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto*

La tarea pide “describir cada figura 2D, reconociendo nombre, cantidad de lados y cantidad de vértices” lo cual requiere para lograr de manera cabal la utilización de los componentes de Visualización, Representamen y referencial, los cuales circulan en el semiplano [Sem-Ref].

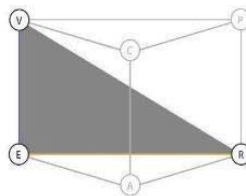


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Actividad 23.

4 Marca con una **X** tu respuesta.

a. ¿Qué figura 2D tiene más vértices?

b. ¿Qué figura 2D tiene menos lados?

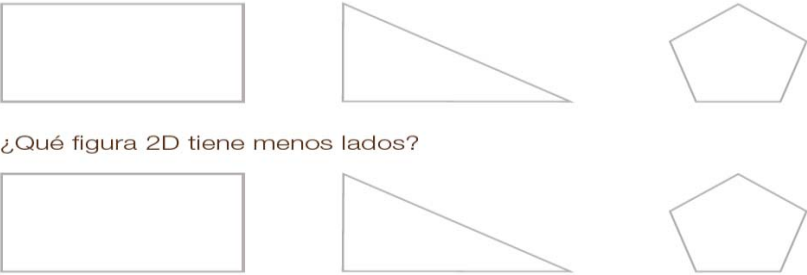
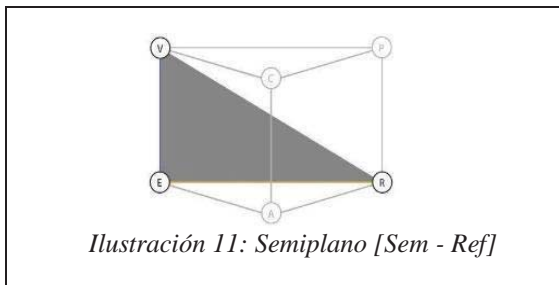


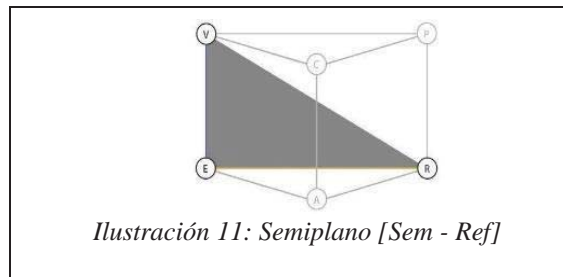
Ilustración 51: Tarea matemáticas página 33
Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto

Ambas tareas presentadas solicitan discriminar e identificar cuál de las figuras cumple con una condición en específico. En el caso de la “4.a” se identifica la figura con más vértices y en la “4.b” la que posea menos lados. Las dos tareas activan el componente Referencial y Representamen para lograr un óptimo desarrollo, además del componente de Visualización que permitirá lograrlo a cabalidad. Estos componentes circulan en el semiplano [Sem-Ref].

Tarea 4.a



Tarea 4.b



Actividad 24.

1 Estoy pensando en una figura de 2 dimensiones con 3 lados rectos. ¿Qué figura es?



Respuesta: Es el _____.

Ilustración 52: Tarea matemáticas página 34
Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto

La tarea solicita que el estudiante “identifique” una figura dada una descripción escrita. La tarea no presenta un enunciado que indique cómo lograr un desarrollo óptimo, pero esboza un recuadro cuadrículado. Esta tarea activa los componentes de Visualización, Representamen y referencial.

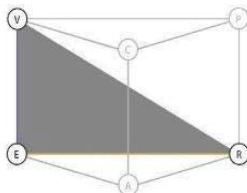


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Observación: El enunciado explicita que la figura buscada presente “3 lados rectos” lo cual presenta un error matemático debido a que los lados no son rectos, se comprende que los lados pueden formar ángulos rectos. Siendo dos intersecciones o dos rectas secantes las cuales pueden formar un ángulo recto. Por lo tanto, los lados no son rectos.

Por otra parte, en el enunciado de la tarea no se especifica el uso y/o motivo del cuadro que acompaña la tarea.

Actividad 25.

Pinta las figuras 2D de color rojo y las figuras 3D de color azul.

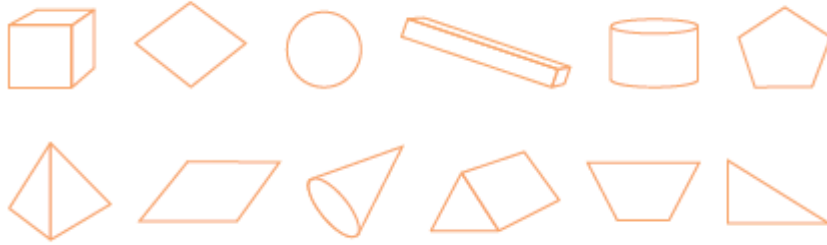


Ilustración 53: Tarea matemáticas página 36

Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto

La tarea solicita que el estudiante “pinte” las figuras y los cuerpos geométricos de distintos colores. La tarea indica identificar dichas figuras, entre ellas un triángulo. Esta tarea activa los componentes de Visualización, Representamen y Referencial.

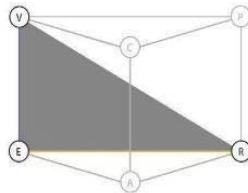


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Actividad 26.

Escribe el nombre de la figura 2D a la cual se asemeja la cara pintada de cada figura 3D.

d.



Ilustración 54: Tarea matemáticas página 36

Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto

La tarea solicita que el estudiante “escribir el nombre de la figura”. La tarea en si implica reconocer qué figura es la que se muestra, activando así los componentes Visualización, Representamen y referencial, de esta forma se moviliza el semiplano [Sem-Ref].

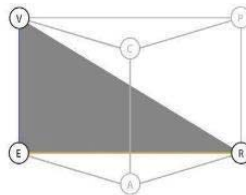


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Actividad 27.

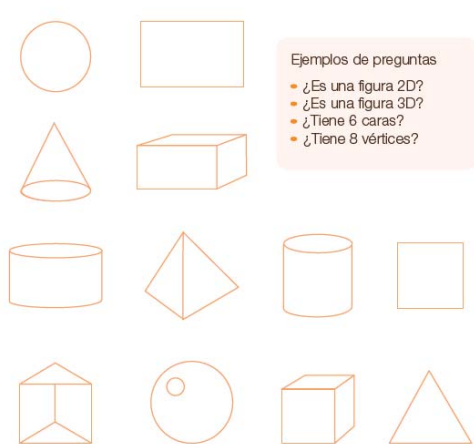
Juego con lo aprendido

Reglas del juego

- Se debe jugar en parejas.
- Uno de los integrantes escoge una de las figuras que se muestran sin decirle a su compañero cuál es.
- El otro integrante para adivinar la figura que pensó su compañero debe realizar preguntas las cuales solo se pueden responder por "sí" o por "no".

Ejemplos de preguntas

- ¿Es una figura 2D?
- ¿Es una figura 3D?
- ¿Tiene 6 caras?
- ¿Tiene 8 vértices?



treinta y siete **37**

Ilustración 55: Tarea matemáticas página 37
Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto

En esta tarea se le pide al niño juegue a “adivinar la figura”, desde aquí también se puede extraer la idea de identificar por lo tanto se activa el semiplano [Sem-Ref], haciendo referencia a los componentes de Visualización, Representamen y referencial.

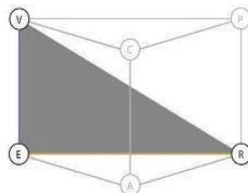
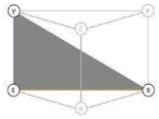
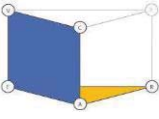


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

6.1.2.1 Resumen

Dada las circulaciones presentes en el cuadernillo de 1° básico, editorial Cal y Canto, se extrae lo siguiente:

Tabla 15: Circulación del ETM en el Cuadernillo de 1° básico editorial Cal y Canto.

Circulación ETM	Cantidad de tareas
	13
	2
Total Circulaciones	15

En el cuadernillo de ejercicios se evidencia de manera destacada la utilización de tareas que circulan en un semiplano [Sem-Ref], lo cual indica que las actividades tienen una potencial circulación en la génesis semiótica y el componente referencial.

Se evidencia la circulación de una tarea en los planos [Sem-Ins] y epistemológico, cumpliendo con la orientación a construir mediante ciertas condiciones y que es aportada por artefactos en su elaboración. Cabe mencionar que muchas tareas clasificadas bajo la circulación del semiplano [Sem-Ref] necesitan elaborar enunciados específicos para

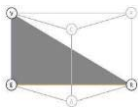
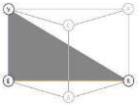
identificar qué tarea matemática predomina y de qué manera implícita podían exigir otras tareas las cuales no se pueden establecer como declaradas.

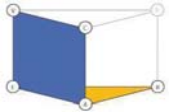
Se establece que:

- Ninguna actividad analizada circula completamente en el ETM.
- No se evidencia la presencia del componente de Prueba, por lo tanto no hay circulación de la génesis discursiva

La tabla 16 permite percibir, de forma resumida, la cantidad de actividades presentes en el texto del estudiante de primero básico, cuántas actividades están divididas en más de una tarea y cuáles son los componentes movilizados, permitiendo los planos o semiplanos descritos.

Tabla 16: Resumen de actividades y sus tareas matemáticas.

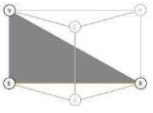
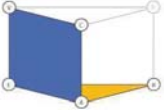
Categoría	Cantidad de actividades	N° de la Actividad	N° de tareas	Planos o semiplanos que moviliza
C.1 Actividades con más de una tarea, que movilizan distintos componentes.	0	0	0	
C.2 Actividades con tareas de igual circulación pero pueden tener configuraciones de sus componentes	2	20 y 23	2	
C.3 Actividades con una tarea	11	15, 16, 17, 21, 22, 24, 25, 26 y 27	1	

		18 y 19	1	
Total	13		15	

6.1.3 Resultados obtenidos en 1° básico

Las tareas diseñadas para el trabajo de primero básico bajo la perspectiva del objeto triángulo en los textos de la Editorial Cal y Canto no presentan una circulación en el ETM, predominando las tareas que circulan en el Semiplano [Sem-Ref], lo cual significa que se evidencia una génesis y un componente en juego.

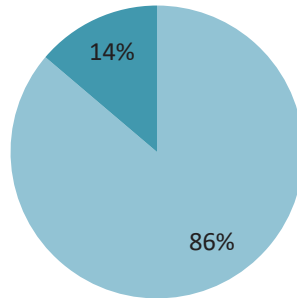
Tabla 17: Resumen de circulación en planos y semiplano de primero básico

Circulación ETM	Cantidad de tareas
	25
	4
Total	29

Destacamos la presencia de los planos [Sem-Ins] y epistemológico, en el cual se evidencia que existen cuatro circulaciones, lo más cercano para un trabajo matemático ideal. Estas tareas corresponden al 14% del total de las tareas analizadas. Mientras que la mayor frecuencia es el semiplano [Sem-Ref].

Porcentaje de actividades que circulan en los planos y semiplano

■ [Sem-Ref] ■ [Sem-Ins] y epistemológico



*Ilustración 56: Porcentaje de actividades que circulan en los planos y semiplano en primero básico.
Fuente: Elaboración propia*

6.2 Segundo Básico

El nivel de segundo básico posee solo un objetivo

OA 15	Describir, comparar y conseguir figuras 2D (triángulos, cuadrados, rectángulos y círculos) con material concreto. (Ministerio de Educación 2013, p.14)
----------	--

Contemplando el objetivo de aprendizaje, la editorial SM en conjunto con el Ministerio de Educación proponen en su libro del estudiante y cuadernillo de ejercicios actividades que desarrollen el objetivo en profundidad. El libro del estudiante posee doce tareas y el cuadernillo de trabajo un total de once tareas. Las tareas que se presentan pertenecen a la unidad 3: “y esto, ¿También es matemática?” propuestas para la lección 2: “Geometría, datos y probabilidades”.

Esta sección finaliza con la síntesis de los hallazgos presentes en 2° básico.

6.2.1 Análisis de las actividades propuestas en el texto del estudiante 2° básico editorial SM

Se presenta a continuación los análisis realizados de las tareas propuestas del texto del estudiante de 2° básico. La modalidad será: presentar la actividad, la imagen de la tarea y su respectivo análisis respecto a su circulación en el ETM contemplado.

Se concluye este apartado con el resumen de los análisis expuestos y las circulaciones presentadas de las tareas.

Actividad 1.

Geometría, datos y probabilidades

¿Qué sé?

1 En parejas, reúnan los materiales y sigan las instrucciones.



3 Desarrollo

Materiales

- Un lápiz.
- Un clip.
- Ruleta de la página de recortables 279.

Instrucciones

- Por turnos, coloquen el clip en la punta del lápiz, al centro de la ruleta, sobre la mesa hágalo girar.
- Busquen en la imagen un elemento parecido a la figura que indica el clip y márkelo con una X. El primero que lo encuentra, gana un punto.
- Registren los puntos obtenidos en el pictograma.
- Gana el juego quien obtiene más puntos.

Puntaje obtenido

Jugador	Puntaje
Jugador 1	10 sonrisas
Jugador 2	10 sonrisas

Unidad 3
Para utilizar en la página 177



Ilustración 57: Tareas matemáticas páginas 176 y 177
Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM

En la actividad presentada, página 176 y 177 del texto del estudiante, se solicita “buscar en la imagen un elemento parecido a la figura” que indicara un juego al azar.

De la imagen, se identifican una tarea matemática, la cual implícita identificar diferentes figuras que se le pide, por lo que trabaja el componente de Visualización manteniendo la

imagen como centro de la actividad. A su vez incorpora el componente de Representamen considerando el dibujo del triángulo en la imagen. Por último, se encuentra en juego el componente Referencial dado que se debe tener en cuenta la definición del triángulo al momento de solicitar “identificar” 2D. Se concluye que en esta tarea matemática está presente el semiplano Sem-Ref.

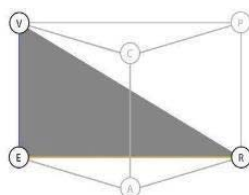


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Actividad 2.

 **¿Cómo describir y comparar figuras 2D?**

Conecto

1 Observa una escena del teatro de sombras y responde.



Para seguir aprendiendo sobre el tema usen el RDE 

a. ¿Qué figuras 2D se parecen a las sombras? Escribe los nombres.

b. ¿Qué personajes crees que se reflejan? Enciérralos.



c. ¿Por qué no pueden ser los que no seleccionaste? Explica.

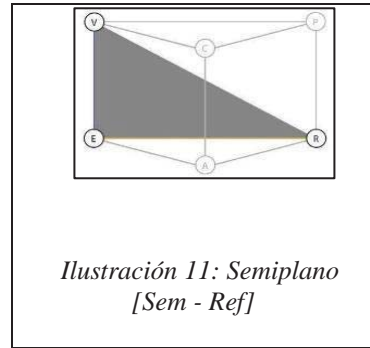
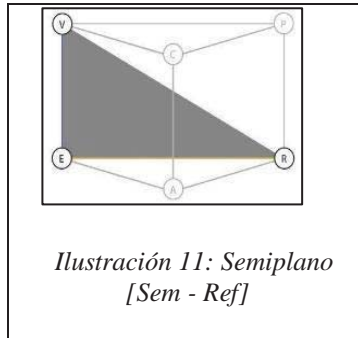
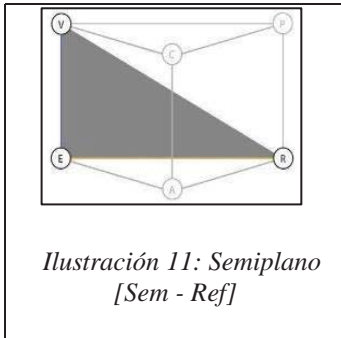
Ilustración 58: Tareas matemáticas páginas 178
Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM

La actividad expuesta presenta tres tareas matemáticas que mencionan al triángulo. La tarea “1. a.” pide a los estudiantes que identifiquen con nombre las “figuras 2D” que aparecen en el teatro de sombras, activando el componente de Visualización, al igual que el componente Representamen debido a que presenta una concepción del objeto triángulo y por último el componente Referencial ya que utiliza la definición de figura y triángulo, según los componentes activados en la tarea, se genera el semiplano [Sem-Ref].

La segunda tarea “1.b.” propuesta en la actividad pide “encerrar” a los personajes que son reflejados en la imagen anterior, esto se refiere a identificar nuevamente las figuras en juego, de esta forma es activado el componente de Visualización, al igual que el componente Representamen debido a que muestra una concepción del objeto triángulo, así también el componente Referencial ya que utiliza la definición de triángulo, dado a los componentes activados en la actividad, se genera el semiplano [Sem-Ref].

Para la tarea “1.c” de esta actividad el verbo en juego cambia, pide a los alumnos “explicar” el “¿por qué no pueden ser los que no seleccionaste?” dentro de la tarea “1.b”. Es aquí donde encontramos los componentes de Visualización, al igual que el componente Representamen teniendo en cuenta el objeto triángulo, así como el componente Referencial utilizando la definición de triángulo. Dado los componentes activados en la tarea, se activa se genera el semiplano [Sem-Ref].

Tarea	1.a	Tarea	1.b	Tarea	1.c
-------	-----	-------	-----	-------	-----



Actividad 3.

Practico

2 ¡Adivina, buen adivinador! Describe la figura y escribe su nombre.

Tiene _____ lados y

Es un...

*Ilustración 59: Tareas matemáticas páginas 179
 Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM*

Esta actividad presenta una tarea matemática donde se solicita “describir la figura y escribir su nombre”, en este caso la tarea real es identificar, bajo definiciones previas que posea el estudiante. Dado lo anterior los componentes que se movilizan son los de Visualización, Representamen y Referencial generando el semiplano Sem-Ref.

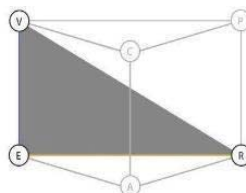



Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Actividad 4.

Tema 1

4 Descubre la figura que **no** corresponde al grupo y enciérrala.
Escribe la característica común de cada grupo.

c.

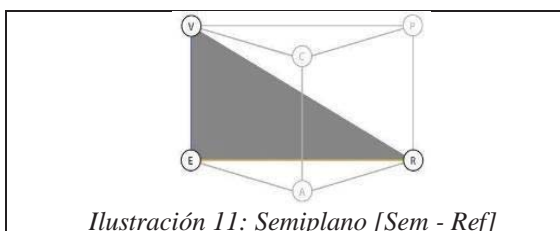


*Ilustración 60: Tareas matemáticas páginas 180
Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM*

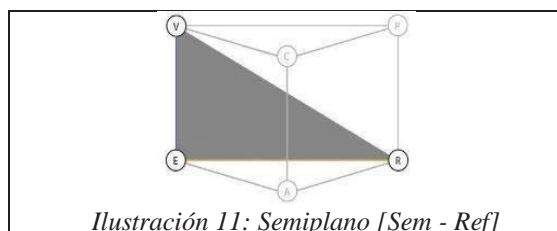
Esta actividad presenta dos tareas matemáticas, correspondiendo a análisis la tarea “c”. Como primera tarea se solicita al estudiante “descubrir la figura que no corresponda al grupo y encerrarla” en los dos casos que se muestran en la imagen, al mencionar “descubre” y “encierra”, se hace referencia a identificar. Como se ha mencionado en las actividades analizadas anteriormente, cuando la acción en juego corresponde a identificar se movilizan los de Visualización, Representamen y Referencial generando el semiplano [Sem-Ref].

En cuanto a la segunda tarea se pide al estudiante “escribir la característica común de cada grupo”, de esta forma la actividad principal es identificar, movilizand los mismos componentes los cuales son los de Visualización, Representamen y Referencial generando el semiplano [Sem-Ref].

Tarea 1



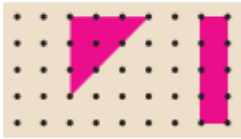
Tarea 2



Actividad 5.

5 Compara las figuras usando lenguaje matemático.

U.



Se parecen en _____

Se diferencian en _____

*Ilustración 61: Tareas matemáticas páginas 180
Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM*

Esta tarea solicita que el estudiante compare figuras geométricas. Comparar es una habilidad que moviliza el componente de Visualización, contemplando las figuras expuestas, utilizando el Representamen del objeto triángulo y componente Referencial del mismo, circulando en el semiplano [Sem-Ref].

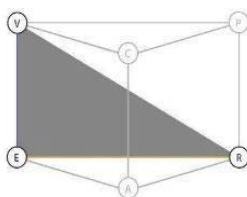


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Observación: La imagen que muestra las figuras no alude de manera correcta del concepto que estamos buscando puesto que el tamaño de cada una de las imágenes no es correspondiente, por lo que es difícil, con los referentes que poseen los niños de segundo básico, vislumbrar las diferencias y similitudes entre ambas figuras.

Actividad 6.



Ilustración 62: Tareas matemáticas páginas 181
Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM

La actividad, presenta una tarea. Esta pide “descubrir” la figura que describe cada niño en la imagen, este verbo indica identificar, por lo que se activa el componente de Visualización, incorporando los componentes de Representamen y Referencial debido a la utilización de concepciones y definiciones entre la figura y forma. Estos componentes de movilizan en el semiplano [Sem-Ref].

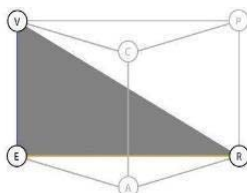


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Actividad 7.

8 En parejas, busquen imágenes de objetos tecnológicos que se asemejen a figuras 2D. Construyan 10 tarjetas para jugar a adivinar la figura a partir de su descripción.

*Ilustración 63: Tareas matemáticas páginas 181
Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM*

Esta actividad se divide en dos tareas, la primera pide a los estudiantes “buscar” imágenes de objetos que se asemejan a “figuras 2D”, esto aboga por la actividad de identificar, si bien esta instrucción no menciona de manera directa al triángulo, se considera que el alumno es capaz de encontrarse con un objeto de similitud a lo largo de la realización, por lo tanto se activa el componente de Visualización, incorporando los componentes de Representamen y Referencial debido a la utilización de concepciones y definiciones entre la figura y forma. Estos componentes se movilizan en el semiplano [Sem-Ref].

Para la segunda tarea, se le pide al niño que construya tarjetas y luego juegue a “adivinar la figura”, desde aquí también se puede extraer la idea de identificar por lo tanto se activa el semiplano [Sem-Ref], haciendo referencia a los componentes de Visualización, Representamen y referencial. La gran diferencia que tiene ambas actividades es que deben identificar las figuras en distintos contextos.

Tarea 1


Tarea 2



Actividad 8.

Practico

2 Pinta la cinta de modo que se distingan cuadrados, triángulos y rectángulos. Usa un color para cada tipo de figura. Si lo necesitas, copia la cinta y recorta las figuras.



*Ilustración 64: Tareas matemáticas páginas 182
Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM*

La siguiente actividad presenta una tarea, la cual pide “pintar” para “distinguir” los distintos tipos de figuras, por lo tanto nos pide identificar, activando el semiplano [Sem-Ref].

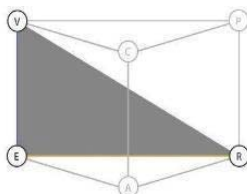


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Sin embargo la misma tarea da la sugerencia de copiar la cinta y luego recortar las figuras para distinguir de mejor manera. Como se trata de una sugerencia no se tiene certeza que todos los alumnos realizarán esta tarea, la cual activa el componente de Visualización, Representamen y Referencial, pero además moviliza el componente artefacto y construcción considerando el copiado y recorte de la misma cinta y sus respectivas figuras, de esta forma la actividad moviliza los planos [Sem- Ins] y epistemológico.

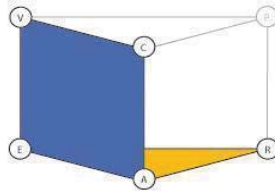


Ilustración 21: Circulación planos [Sem- Ins] y epistemológico

Actividad 9.

4 Sigue las pistas y dibuja las figuras con lápiz y regla.

a. Son **2** figuras **2D**. Tienen la misma cantidad de vértices pero la medida de sus lados es distinta.

b. Es una figura con **3** vértices y **2** lados de igual medida.

Ilustración 65: Tareas matemáticas páginas 183
Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM

La siguiente actividad presenta dos tareas matemáticas, ambas tienen la misma esencia, reconocer la figura a partir de una descripción y luego construirla con instrumento. La tarea “4.a” podría referirse a un triángulo escaleno, mientras que “4.b” se refiere a uno isósceles. Esta actividad moviliza los planos [Sem- Ins] y el epistemológico.

Tarea 4.a

Ilustración 21: Circulación planos [Sem- Ins] y epistemológico

Tarea 4.b

Ilustración 21: Circulación planos [Sem- Ins] y epistemológico

Actividad 10.

4. Encierra con azul la tarjeta de la mamá de Irene y con rojo la de su papá.

A mi papá le haré una tarjeta parecida a una figura 2D con 3 lados y a mi mamá una parecida a una figura 2D de 4 lados de igual medida.



Ilustración 66: Tareas matemáticas páginas 207
Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM

En esta actividad se observa una tarea, la cual pide “encerrar” refiriéndose a reconocer lo que pide la descripción, de esta manera, al igual que las actividades anteriores, se activa el componente de Visualización, Representamen y Referencial movilizand o el semiplano [Sem-Ref].

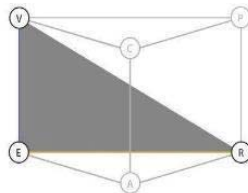



Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Actividad 11.

5. ¿En qué se parecen y en qué se diferencian las figuras 2D de las tarjetas que Irene quiere hacer?



*Ilustración 67: Tareas matemáticas páginas 207
Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM*

Esta tarea va relacionada con la anterior, considerando una de las tarjetas de forma triangular. En esta tarea es necesario comparar, por lo que se pone en juego los componentes de Visualización, Representamen y referencial, activando el plano [Sem- Ref].

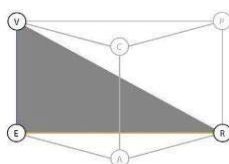
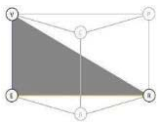
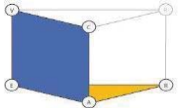


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

6.2.1.1 Resumen

Dada las circulaciones presentes en el texto del estudiante de 2° básico, editorial SM, se extrae lo siguiente:

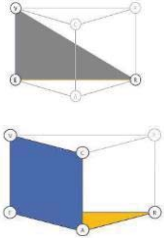
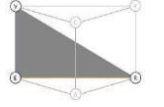
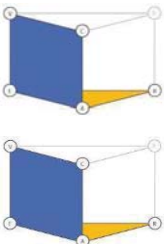
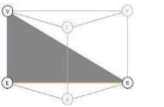
Tabla 18: Circulación del ETM en el Texto del Estudiante de 2° básico editorial SM.

Circulación ETM	Cantidad de tareas
	13
	4
Total Circulaciones	17

La circulación predominante en las tareas presentadas implica la activación de los componentes de Visualización, Representamen y Referencial los cuales circulan en el semiplano [Sem-Ref]. Solo algunas tareas potencian los componentes de construcción y artefactos. El componente de Prueba no se evidencio en ninguna tarea lo cual afirma que:

- Ninguna actividad de 2° básico del texto del estudiante editorial SM circula en el ETM.
- Según la tarea se activa el semiplano [Sem-Ref], los planos [Sem-Ins] y epistemológico.
- Las tareas poseen ciertas dificultades con los enunciados, siendo poco claros con lo que solicitan.
- Existen errores matemáticos los cuales se reiteran a lo largo de la unidad.
- Debido a la ausencia del componente Prueba, no se evidencia la génesis discursiva.

Tabla 19: Resumen de actividades y sus tareas matemáticas del texto del estudiante

Categoría	Cantidad de actividades	N° de la Actividad	N° de tareas	Planos o semiplanos que moviliza
C.1 Actividades con más de una tarea, que movilizan distintos componentes.	1	8	2	
C.2 Actividades con tareas de igual circulación pero pueden tener configuraciones de sus componentes	4	4 y 7	2	
		2	3	
		9	2	
C.3 Actividades con una tarea	6	1, 3, 5, 6, 10 y 11	1	
Total	11		17	

6.2.2 Análisis de las actividades propuestas del cuadernillo de ejercicios 2° básico editorial SM

Se presenta a continuación los análisis realizados de las tareas propuestas del cuadernillo de ejercicios de 2° básico. La modalidad será: presentar la actividad, la imagen de la tarea y su respectivo análisis respecto a su circulación en el ETM contemplado. Se continuará con la enumeración que se presenta en libro del estudiante.

Se concluye este apartado con el resumen de los análisis expuestos y las circulaciones presentadas de las tareas.

Actividad 12.

2 Observa la imagen.



a. Encierra con ● las figuras 2D y con ● las figuras 3D.

b. Escribe el nombre de 2 objetos que tengan forma similar a una figura 3D que conozcas.

*Ilustración 68: Tareas matemáticas páginas 86
Fuente: Cuadernillo de Ejercicios 2° básico Editorial SM*

La tarea presentada, exige “encerrar” las “figuras 2D”, de este modo se espera que el alumno reconozca o identifique, entre otros, los triángulos en la imagen. Dado el carácter

de la tarea, los componentes activados son: Visualización, Representamen y referencial, los cuales circulan en el semiplano [Sem-Ref].

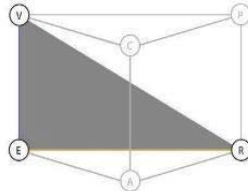




Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Actividad 13.

2 Completa la ficha de las figuras 2D.

	Nombre de la figura	Número de lados	Ejemplo de un objeto con esa forma
a. 			
b. 			

d. ¿Qué tienen en común las figuras a y c?

Ilustración 69: Tareas matemáticas páginas 87
Fuente: Cuadernillo de Ejercicios 2° básico Editorial SM

La siguiente actividad presenta dos tareas, la primera se debe “identificar la figura y nombrarla, describirla y comparar”, mientras que la segunda solo pide “diferenciar” triángulo y cuadrado. Dado el carácter de ambas tareas, los componentes activados son: Visualización, Representamen y referencial, los cuales circulan en el semiplano [Sem-Ref].

Tarea 1

Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Tarea 2

Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Actividad 14.

3 Pinta.

- Con ● las figuras 2D que tienen 4 lados de igual medida.
- Con ● las figuras 2D de 3 lados.
- Con ● las figuras 2D formadas por líneas curvas.



Ilustración 70: Tareas matemáticas páginas 88
Fuente: Cuadernillo de Ejercicios 2° básico Editorial SM

La actividad presente tiene tres tareas matemáticas, sin embargo solo la “b” aboga al objeto triángulo. Esta exige “identificar” los triángulos que presenta la imagen y pintarlos. Dado el carácter de la tarea, los componentes activados son: Visualización, Representamen y referencial, los cuales circulan en el semiplano [Sem-Ref].

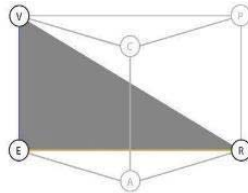


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Actividad 15.

4 Escribe una V si es verdadero o una F si es falso. Justifica tu respuesta.

a. _____ El  tiene la misma cantidad de lados que el .

*Ilustración 71: Tareas matemáticas páginas 88
Fuente: Cuadernillo de Ejercicios 2° básico Editorial SM*

La tarea matemática en este caso es comparar. Si bien exige justificar la respuesta, esto no necesariamente lleva a una prueba, por lo que estamos en presencia del semiplano [Sem-Ref.]

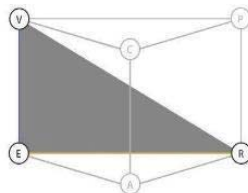
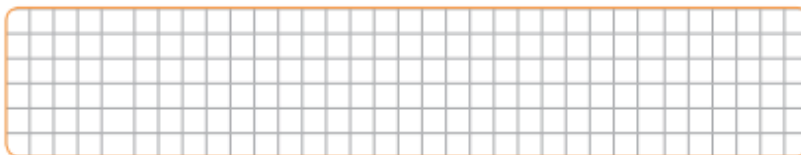


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

Actividad 16.

5 Realiza un dibujo con 3 triángulos, 4 cuadrados, 5 rectángulos y 2 círculos.



*Ilustración 72: Tareas matemáticas páginas 88
Fuente: Cuadernillo de Ejercicios 2° básico Editorial SM*

Esta tarea presentada, pide al alumno “construir 3 triángulo s”, si bien no lo pide de ese modo, para poder hacer un dibujo con figuras geométricas es necesario construirlas. Dado el carácter de la tarea, los componentes activados son: Visualización, Representamen, construcción, artefacto y referencial, los cuales circulan en los planos [Sem-Ins] y epistemológico.

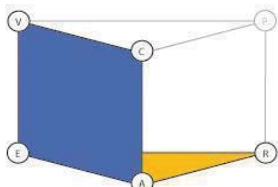


Ilustración 21: Circulación planos [Sem- Ins] y epistemológico

Actividad 17.

1 Corta y luego pega los recortables de la página 135 para formar las siguientes figuras 2D.

Unidad 3
Para utilizar en la página 89.

b.

*Ilustración 73: Tareas matemáticas páginas 89
Fuente: Cuadernillo de Ejercicios 2° básico Editorial SM*

Dentro de esta actividad podemos encontrar los componentes de Visualización, teniendo en cuenta la imagen; Representamen y Referencial considerando al objeto triángulo como eje central; construcción, teniendo en cuenta que debe armar un nuevo triángulo a partir de otros, por lo tanto debe recortar; por último se encuentran los artefactos que utilizan, en este caso los pequeños triángulos además de tijeras u otras herramientas. Considerando los componentes, se movilizan los planos [Sem- Ins] y epistemológico.

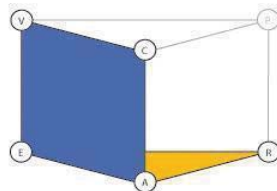



Ilustración 21: Circulación planos [Sem- Ins] y epistemológico

Actividad 18.

3 Construye con ayuda de un trozo de lana lo siguiente:

Un triángulo que tenga todos los lados iguales

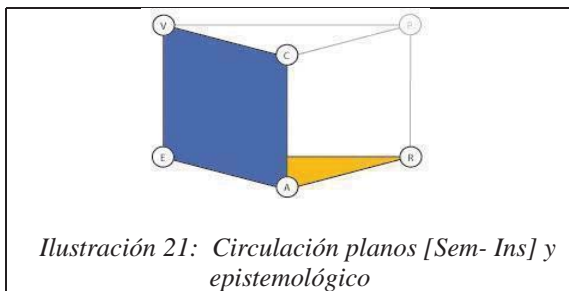
Un triángulo que tenga dos lados iguales y uno distinto



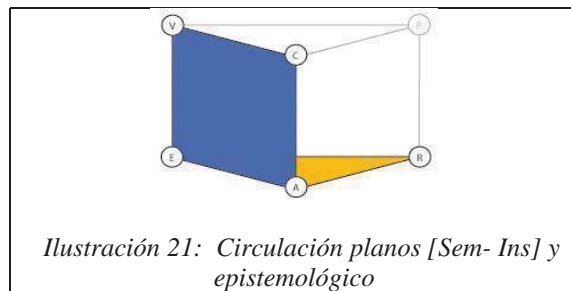
*Ilustración 74: Tareas matemáticas páginas 90
Fuente: Cuadernillo de Ejercicios 2° básico Editorial SM*

La actividad presentada tiene dos tareas, ambas abocadas a la construcción de triángulos específicos, distinguiendo que el artefacto solicitado es lana. Se movilizan los planos [Sem-Ins] y epistemológico, considerando los componentes de Visualización, Representamen, referencial, construcción y artefactos.

Tarea 1



Tarea 2



Actividad 19.

- 4 Con la ayuda del tangrama recortable de la página 135, construye las siguientes figuras 2D usando 2 o más piezas. Dibuja tu respuesta.



*Ilustración 75: Tareas matemáticas páginas 90
Fuente: Cuadernillo de Ejercicios 2° básico Editorial SM*

En este caso se utiliza el tangrama para crear un triángulo, en este caso la construcción del triángulo es libre por lo tanto se puede considerar la construcción del triángulo, teniendo como artefacto el tangrama. De esta manera se movilizan los planos [Sem-Ins] y epistemológico.

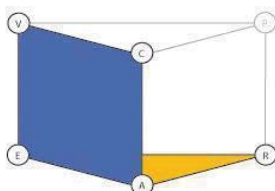


Ilustración 21: Circulación planos [Sem- Ins] y epistemológico

Actividad 20.

5 Dibuja las figuras 2D siguiendo las indicaciones.

a. Un triángulo a partir de este lado

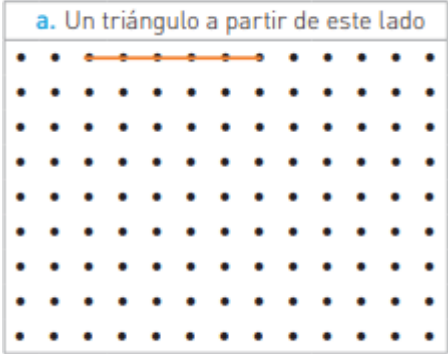


Ilustración 76: Tareas matemáticas páginas 90
Fuente: Cuadernillo de Ejercicios 2° básico Editorial SM

Esta tarea pide “dibujar” un triángulo a partir de un lado dado. En este caso la actividad considera la construcción del objeto, implica activar los componentes de construcción y artefactos, pero para cumplir con esta tarea también se relacionan los componentes de Visualización, Referencial y Representamen. Por lo tanto, los componentes circulan en el semiplano [Sem-Ins] y epistemológico.

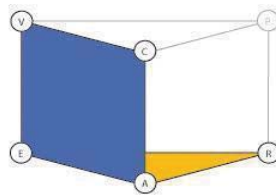



Ilustración 21: Circulación planos [Sem- Ins] y epistemológico

Actividad 21.

1. Encierra con ● las figuras 2D y con ● las figuras 3D.



*Ilustración 77: Tareas matemáticas páginas 98
Fuente: Cuadernillo de Ejercicios 2° básico Editorial SM*

La tarea presentada, exige “identificar” el triángulo que presenta la imagen y pintarlos diferenciándolo según su forma. Dado el carácter de la tarea, los componentes activados son: Visualización, Representamen y referencial, los cuales circulan en el semiplano [Sem-Ref].

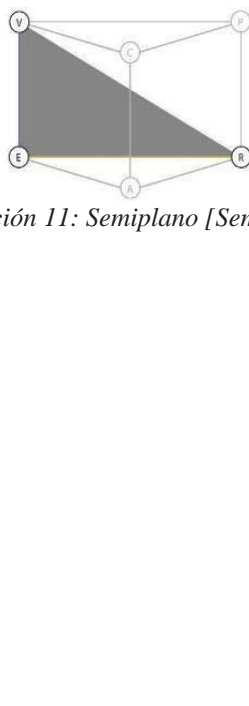
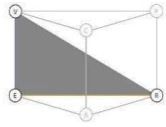
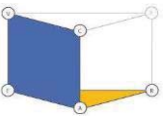


Ilustración 11: Semiplano [Sem - Ref]

6.2.2.1 Resumen

Dada las circulaciones presentes en el cuadernillo de 2° básico, editorial SM, se extrae lo siguiente:

Tabla 20: Circulación del ETM en el Cuadernillo de 2° básico editorial SM.

Circulación ETM	Cantidad de tareas
	7
	5
Total Circulaciones	12

En el cuadernillo de ejercicios se evidencia de manera destacada la utilización de tareas que circulan en un semiplano [Sem-Ref], lo cual indica que las actividades circulan en la génesis semiótica y el componente referencial.

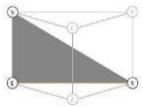
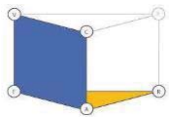
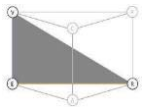
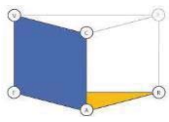
Cabe mencionar que muchas tareas clasificadas bajo la circulación del semiplano [Sem-Ref] necesitan elaborar enunciados específicos para identificar que tarea matemática predomina ya que de manera implícita podían exigir otras tareas las cuales no se pueden establecer como declaradas.

Se establece:

- Ninguna actividad analizada circula en el ETM
- No se evidencia la presencia del componente de Prueba

- Se genera los planos [Sem-Ins] y epistemológico. Lo cual, hasta el momento y según las actividades clasificadas bajo esta circulación, serían las tareas más cercanas a una circulación en el ETM.

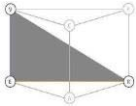
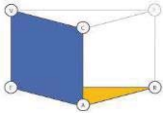
Tabla 21: Resumen de actividades y sus tareas matemáticas del texto del estudiante

Categoría	Cantidad de actividades	Nº de la Actividad	Nº de tareas	Planos o semiplanos que moviliza
C.1 Actividades con más de una tarea, que movilizan distintos componentes.	0	0	0	
C.2 Actividades con tareas de igual circulación pero pueden tener configuraciones de sus componentes	2	13	2	
		18	2	
C.3 Actividades con una tarea	8	12, 14, 15 y 21	1	
		16, 17, 19 y 20	1	
Total	10		12	

6.2.3 Resultados obtenidos en 2° básico

Las tareas diseñadas para el trabajo de segundo básico en torno al objeto triángulo en los textos de la Editorial SM no presentan una circulación completa en el ETM, predominando las tareas que circulan en el Semiplano [Sem-Ref], lo cual significa que se evidencia una génesis y un componente en juego. Estas tareas pertenecen al 72% del total de tareas presentadas.

Tabla 22: Resumen de circulación en planos y semiplano de segundo básico

Circulación ETM	Cantidad de tareas
	21
	8
Total	29

Destacamos la presencia de los planos [Sem-Ins] y epistemológico en el cual se evidencia que existe una circulación lo más cercano para un trabajo matemático ideal. Estas tareas corresponden al 28% del total de las tareas analizadas. Mientras que el plano [Sem-Ref] tiene mayor frecuencia con un 72%

Cantidad de actividades que circulan en los Planos y Semiplano

■ [Sem-Ref] ■ [Sem-Ins]y epistemológico

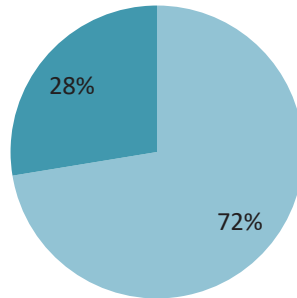


Ilustración 78: Cantidad porcentual de actividades que circulan en los planos y semiplano en segundo básico

Fuente: Elaboración propia

Capítulo 6: Relación y resultados entre el ETM_G idóneo potencial en las tareas diseñadas en los textos escolares con el ETM_G de referencia en los programas de estudio

En los capítulos anteriores se presentan los análisis respectivos al ETM_G de referencia en los programas de estudio de 1° y 2° básico y el ETM_G idóneo potencial de las tareas diseñadas en los textos escolares. A partir de estos análisis se construye el siguiente capítulo, en el cual se estipula la relación existente entre el ETM_G idóneo potencial y ETM_G de referencia. Aquí se estructuran las relaciones encontradas por nivel de estudio, debido a que cada nivel presenta un texto de estudio diferente, ya sea por el curso y/o la editorial utilizada.

Se realiza la caracterización del ETM_G idóneo potencial con el de referencia respecto a las tareas propuestas, mencionando las acciones puestas en juego para el desarrollo de estas, se incluye la caracterización según los planos encontrados, luego se realiza la caracterización de los componentes del ETM_G idóneo potencial con el de referencia en torno al objeto triángulo.

Se finaliza con un apartado comparativo frente al ETM_G idóneo potencial y de referencia, respecto a las categorías que se establecieron en los capítulos anteriores.

C.1 Actividades con más de una tarea, que movilizan distintos componentes

C.2 Actividades con tareas de igual circulación, pero con distinta configuración de sus componentes

C.3 Actividades con una tarea

A partir de ahora no se discrimina entre texto del estudiante y cuadernillo de trabajo, se considera como un texto único para el estudiante.

7.1 Primero Básico

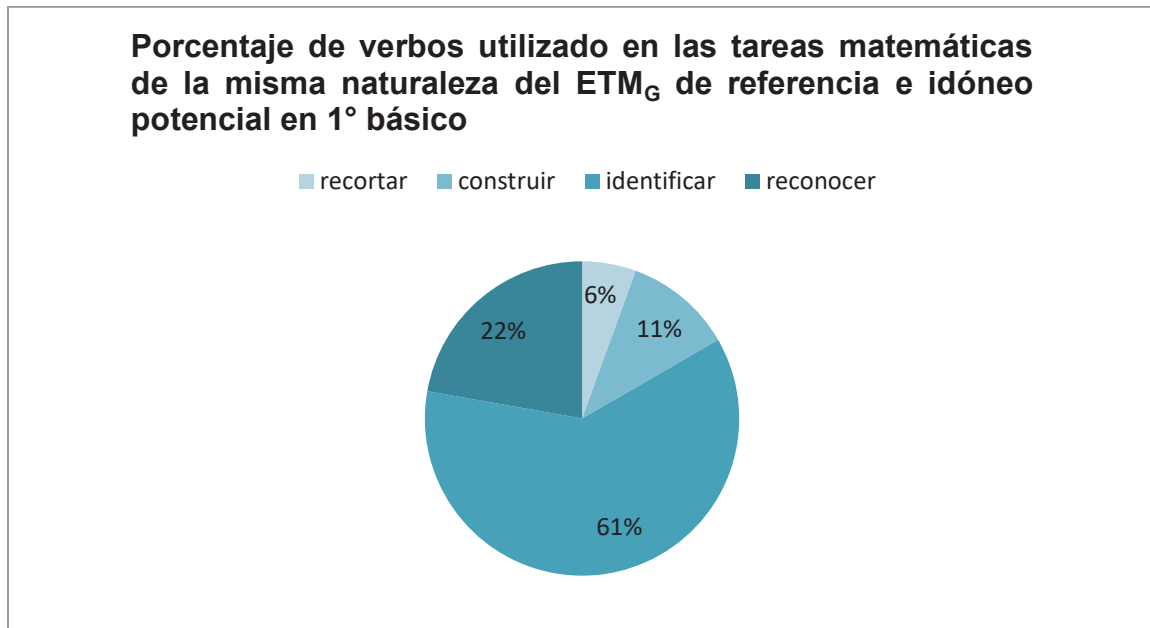
Como ya se ha mencionado, el texto investigado pertenece a la editorial Cal y Canto del año 2017, edición especial para el Ministerio de Educación, en el cual se encuentran treinta y una tareas matemáticas relacionadas con el objeto de estudio. Continuando con la misma línea, el programa de estudio de matemáticas en su eje de geometría presenta un total de 5 tareas matemáticas propuestas.

7.1.1 Caracterización de los verbos encontrados en el ETM de referencia y ETM idóneo potencial

En los enunciados de primero básico predominan los verbos: Identificar, recortar, reconocer y construir. Estas acciones corresponden a las que orientan el trabajo matemático durante este curso. Dado a que primero básico es la primera instancia formal en la que se enfrentan los estudiantes al concepto de triángulo en educación básica, se considera como indicador de logro que “sean capaces de identificarlo desde la experiencia perceptiva y manipulativa” (Pizarro, 2018 p. 118)

Como se ha expuesto en capítulos anteriores, se establecen ciertas génesis, tal como la semiótica, abogando al uso de la Visualización y el Representamen; instrumental, debido a la utilización de material concreto y artefactos, por medio de los recortes de triángulos y luego agruparlos para formar nuevas.

En ninguna de las tareas se evidencia el componente de prueba, por lo que la génesis discursiva no se presenta.



*Ilustración 79: Porcentaje de verbos utilizado en las tareas matemáticas de la misma naturaleza del ETM_G de referencia e idóneo potencial en 1° básico
Fuente: Elaboración propia*

Considerando el ETM_G de referencia e idóneo se hace el conteo de los verbos utilizados durante el curso de primero básico para el tratamiento del objeto triángulo. Se infiere que la mayor frecuencia es utilizar la tarea de identificar, seguida por reconocer, los cuales solo moviliza los componentes de Visualización, Representamen y Referencial.

Por otro lado se encuentra construir y recortar que abogan a los mismos componentes, movilizand, además de los ya mencionados, la construcción y los artefactos.

7.1.2 Caracterización de los planos encontrados en el ETM de referencia y ETM idóneo potencial referentes a los triángulos

En el texto analizado y programa de estudio se identifica solo tareas que trabajen en el semiplano [Sem-Ref] y planos [Sem-Ins] y epistemológico. Estas circulaciones, son las únicas presenten en el texto de 1° básico. Por lo que se puede deducir que no existe ninguna circulación completa.

7.1.3 Caracterización de los componentes del ETM de referencia e Idóneo potencial referente a los triángulos

Dado lo anterior se diseña la comparación de los componentes del ETM presente en el programa de estudio con las tareas relacionadas en el texto de estudio de 1° básico. Para obtener dicha caracterización, se indican los componentes que se encuentren únicamente en los textos escolares o en las actividades sugeridas en el programa de estudio.

7.1.3.1 Artefactos

El artefacto utilizado para el tratamiento de triángulos corresponde solo al uso de material de lápiz grafito y recortes de triángulos en diferentes soportes (revistas y láminas).

7.1.3.2 Construcción

El proceso de construcción en primero básico se configura bajo los lineamientos de la construcción a mano alzada y el recorte de triángulos encontrado por los estudiantes en revistas y láminas

7.1.3.3 Representamen

Este componente es uno de los más comunes encontrados tanto en las actividades sugeridas como en los textos escolares. Este componente se encuentra a partir de dos formas distintas

a) Triángulo como dibujo

Esta representación puede llevarse a cabo en diversos soportes, tales como el dibujo diseñado por los estudiantes. Es importante que se respete que el triángulo pertenezca a la familia de triángulos (bajo los lineamientos de definición)

b) Triángulo a través cortes de papel

Existen tareas que solicitan identificar triángulos en diversos soportes visuales, donde el estudiante debe reconocer y cortar dicha figura respetando las definiciones de triángulo.

7.1.3.4 Visualización

Este componente, al igual que el anterior, es uno de los más comunes para el trabajo de las tareas del texto del estudiante y en el programa de estudio. El proceso de visualización depende del representamen utilizado en función de las características de cada tarea.

7.1.3.5 Referencial

Este componente abarca todos los tipos de triángulos que son utilizados como referencial teórico en algunas tareas. Se destaca la libertad que presentan ciertas tareas al momento de diseñar triángulos. Por lo tanto, este componente permite incluir la familia de triángulos, tales como: triángulos rectángulos, escalenos, isósceles, etc.

Cabe mencionar que en primero básico se ausenta el componente de prueba, debido al cual no se permite desarrollar una circulación completa del ETM_G .

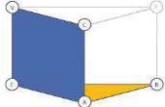
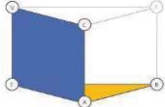
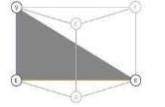
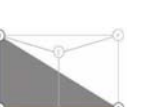
7.1.4 Relación entre categorías preestablecidas para ETM_G idóneo potencial y ETM_G de referencia

7.1.4.1 Categoría 1: Actividades con más de una tarea, que movilizan distintos componentes

“Esta categoría emerge a partir de actividades que permiten separar su consigna en diferentes tareas matemáticas. Dependiendo del tipo de actividad, la tarea puede ser dependiente una de otra” (Pizarro, 2018 p. 109).

En esta categoría se presentan siete tareas, cinco desde los programas de estudios y dos desde el texto investigado. En la tabla 23 se aprecia de forma resumida qué plano o semiplano moviliza cada una de las actividades que se encuentran dentro de la categoría uno, manifestando que la mayoría de las tareas presentadas están dentro del semiplano [Sem-Ref].

Tabla 23: Resumen de tareas matemáticas de primero básico, categoría 1.

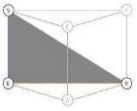
Categoría	ETM idóneo potencial				ETM de referencia			
	Act.	Cant. De tareas	Planos o semiplano que moviliza	Cantidad	Act.	Cant. De tareas	Planos o semiplano que moviliza	Cant.
C.1	1	2		1	1	5		2
				1				3

7.1.4.2 Categoría 2: Actividades con tareas de igual circulación pero que pueden tener configuraciones en sus componentes

La categoría dos presenta una particularidad en el tipo de circulaciones identificadas, debido a que la circulación del ETM_G de dos o más tareas que movilizan los mismos componentes, lo que conlleva a los mismos planos. En esta categoría se encuentran un total de tres actividades y seis tareas, todas correspondientes al texto investigado.

En la tabla 24 se aprecia de forma resumida qué plano o semiplano moviliza cada una de las actividades que se encuentran dentro de la categoría 2, manifestando que la totalidad de las tareas presentadas están dentro del semiplano [Sem-Ref].

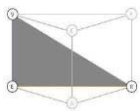
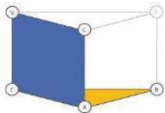
Tabla 24: Resumen de tareas matemáticas de primero básico, categoría 2.

Categoría	ETM idóneo potencial				ETM de referencia			
	Act.	Cant. De tareas	Planos o semiplano que moviliza	Cant.	Act.	Cant. De tareas	Planos o semiplano que moviliza	Cant.
C.2	3	6		6	0	0	0	0

7.1.4.3 Categoría 3: Actividades con una tarea

Esta categoría se caracteriza en la presentación y extensión de la consigna de la actividad solo en una tarea. En total se posee veintitrés tareas pertenecientes a esta categoría y solo pertenecen al texto investigado. Se destaca que la mayoría de las circulaciones se mueven en el semiplano [Sem-Ref], dejando solo dos tareas dentro de los planos [Sem-Ins] y epistemológico.

Tabla 25: Resumen de tareas matemáticas de primero básico, categoría 3.

Categoría	ETM idóneo potencial				ETM de referencia			
	Act.	Cant. De tareas	Planos o semiplano que moviliza	Cant.	Act.	Cant. De tareas	Planos o que moviliza	Cant.
C.3	23			20	0	0	0	0
				3				

7.2 Segundo Básico

El análisis que se realiza contempla el texto de 2° básico editorial SM año 2017, edición especial para el Ministerio de Educación. En los textos del estudiante se contemplan 29 tareas matemáticas relacionadas al objeto de estudio. Así mismo, el programa de estudio presenta 12 tareas matemáticas.

7.2.1 Caracterización de los verbos encontrados en el ETM de referencia y ETM idóneo potencial referente a los triángulos.

En segundo básico predominan las tareas cuyos enunciados presentan los siguientes verbos: Identificar, reconocer, describir y construir. Los cuales se presentan a través de los verbos: identificar, describir, nominar, comparar y construir. Se afirma que las tareas matemáticas superan, entre sí, el nivel de complejidad en función de la acción a realizar. Se comienza con un trabajo que implique describir e identificar para luego incorporar construcciones de triángulos con material concreto.

Predomina la utilización de verbos como: identificar y describir triángulos, lo que se traduce a que las tareas circulan de manera potencial en el semiplano [Sem-Ref]. Respecto a la incorporación de verbos: describir y construir, se observan dos tipos de génesis instrumental. El primer tipo corresponde a la construcción de triángulo por medio de diversos recortes y el segundo aplica a la construcción de triángulos por medio de cuerdas de distintas medidas.

Respecto a la activación del componente prueba, permite que se de origen a la génesis discursiva. El “proceso de prueba de tipo pragmática, de carácter de empirismo ingenuo”

(Pizarro, 2018, p.120) considera a la figura utilizada como un representante de la familia de los triángulos.

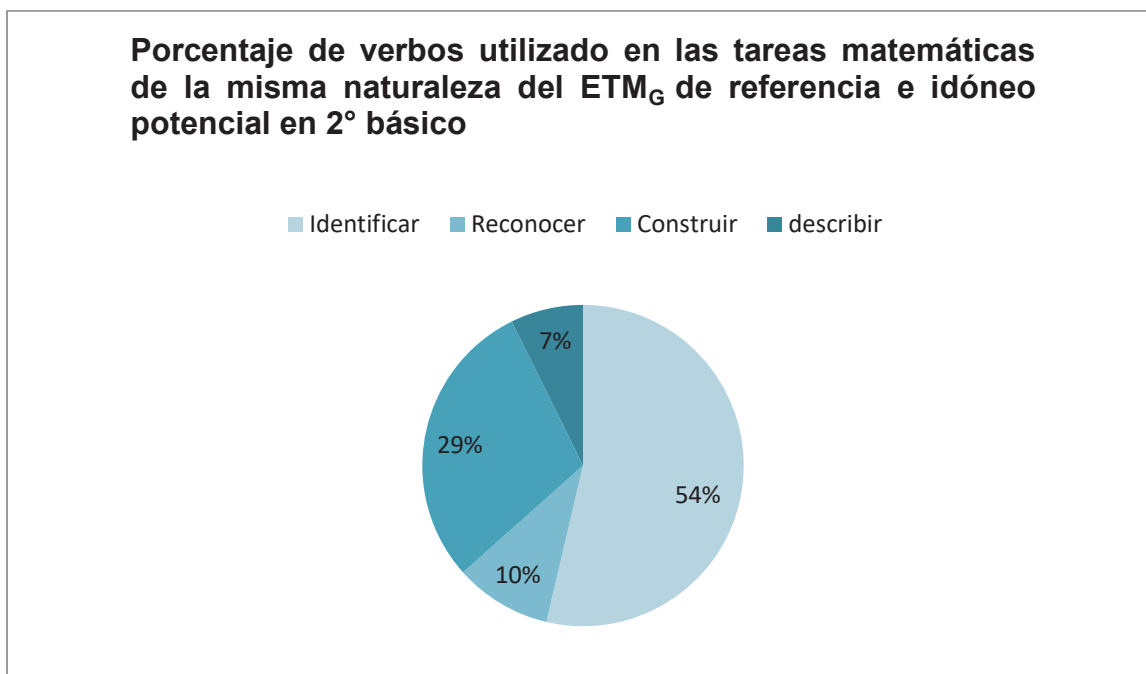


Ilustración 80: Porcentaje de verbos utilizado en las tareas matemáticas de la misma naturaleza del ETM_G de referencia e idóneo potencial en 2° básico
Fuente: Elaboración propia

Al considerar el ETM_G de referencia e idóneo se hace el conteo de los verbos utilizados durante el curso de segundo básico para el tratamiento del objeto triángulo. Se infiere que la mayor frecuencia es utilizar la tarea de identificar, la cual solo moviliza los componentes de Visualización, Representamen y Referencial.

Por otro lado se encuentra construir que aboga a los mismos componentes, movilizand además de los ya mencionados, la construcción y los artefactos. Este porcentaje crece notablemente desde el nivel de primero a segundo básico.

7.2.2 Caracterización de los planos encontrados en el ETM de referencia y ETM idóneo potencial referentes a los triángulos

Las tareas propuestas circulan potencialmente en los planos [Sem-Ins] y epistemológico, el [Sem-Dis] y de manera predominante el semiplano [Sem-Ref]. No se evidencia una circulación completa.

7.2.3 Caracterización de los componentes del ETM de referencia e Idóneo potencial referente a los triángulos

Contemplando los resultados que se establecen en los análisis de las tareas, se diseña la comparación de los componentes del ETM presentes en el programa de estudio con las tareas relacionadas en el texto de estudio de 2° básico. Para obtener dicha caracterización, se indica los componentes que se encuentren únicamente en el texto investigado y en las actividades sugeridas en el programa de estudio.

7.2.3.1 Artefactos

Al igual que el nivel anterior, el artefacto utilizado en segundo básico contempla el uso del lápiz grafito para realizar construcciones a mano alzada. También se incorpora los recortes de diversos soportes visuales, tales como láminas y revistas.

7.2.3.2 Construcción

El proceso de construcción en segundo básico contempla la construcción a mano alzada, recortes de triángulos en diversos soportes y se agrega el armado de triángulos utilizando el “tangrama”.

7.2.3.3 Representamen

De manera similar al nivel anterior, el componente Representamen en segundo básico se encuentra a partir de dos formas:

a) Triángulo como dibujo

La única condición para este componente es que el dibujo esbozado por los estudiantes deba pertenecer a la familia de triángulos

b) Triángulo por medio de cortes de papel

Se incita en algunas tareas a que identifiquen en diversos soportes visuales triángulos, donde el estudiante reconozca, corte y/o arme dichas figuras respecto a la definición del triángulo.

c) Triángulos con material concreto

Se alude a material concreto, cuando se hable del trabajo con el “tangrama”. En algunas actividades se solicita al estudiante armar un triángulo con diversas piezas. Es importante la concepción que posea el estudiante de triángulo para llevar a manera óptima esta labor.

7.2.3.4 Visualización

Este componente sigue siendo el más común para ser utilizado en las diversas tareas. El proceso de visualización depende del representamen utilizado en función de las características de cada tarea.

7.2.3.5 Referencial

Este componente contempla todos los tipos de triángulos que son utilizados como referencial teórico en las tareas matemáticas. En ocasiones se permite dar libertad para el diseño de triángulos, cuya única condición es pertenecer a la familia de triángulos, tales como: triángulos rectángulos, escalenos, isósceles, etc. Existen enunciados que solicitan un cierto tipo de construcción o la identificación de éste, de manera que se deba respetar cierta definición particular.

7.2.3.6 Prueba

El componente de prueba se reconoce solo en una oportunidad en el programa de estudio. El estudiante por medio de la argumentación de la elección de un recorte define el objeto triángulo frente a la comunidad, en este caso, su curso.

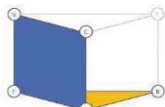
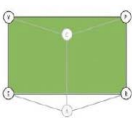
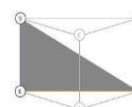
Si bien, en segundo básico se evidencia la presencia de todos los componentes, estos no son activados de manera simultáneo o a la vez, es decir, no se presentan todos los componentes en una sola tarea. El componente de prueba se presenta en la activación en el plano [Sem-Dis]. No se puede evidenciar una circulación completa del ETM.

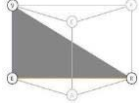
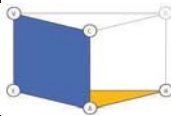
7.2.1 Relación entre categorías preestablecidas para ETM_G idóneo potencial y ETM_G de referencia 5

7.2.1.1 Categoría 1: Actividades con más de una tarea, que movilizan distintos componentes

Como se expuso anteriormente, esta categoría emerge de los enunciados declarados que permitan separarse en diferentes tareas. Esta categoría contempla ocho tareas. En la tabla 26 se aprecia de forma resumida qué plano o semiplano moviliza cada una de las actividades que se encuentran dentro de la categoría uno, manifestando que se encuentra un semiplano [Sem-Ref] y un plano [Sem-Ins] y epistemológico, a diferencia de primero básico en donde primaba el semiplano. Otra diferencia que se puede apreciar es la movilización del plano [Sem-Dis], es cual es único entre ambos cursos y las tareas

Tabla 26: Resumen de tareas matemáticas de segundo básico, categoría 1

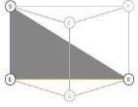
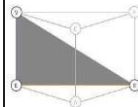
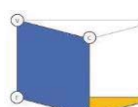
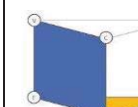
Categoría	ETM idóneo potencial				ETM de referencia			
	Act.	Cant. De tareas	Planos o semiplano que moviliza	Cant.	Act.	Cant. De tareas	Planos o semiplano que moviliza	Cant.
C.1	1	2		1	1	3		1
								1

				1				1
--	--	--	---	---	--	--	---	---

7.2.1.2 Categoría 2: Actividades con tareas de igual circulación pero que pueden tener configuraciones en sus componentes

Esta categoría, como se explicó en el apartado anterior, considera la movilización de los mismos componentes. En esta categoría se encuentran diez y nueve tareas de las cuales trece abogan al semiplano [Sem-Ref] mientras que solo 6 movilizan los planos [Sem-Ins] y epistemológico. En la tabla 27 se puede apreciar un resumen de las tareas matemáticas que activan los componentes del ETM_G.

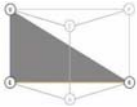
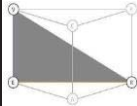
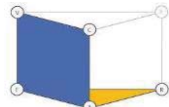
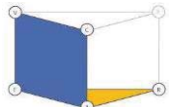
Tabla 27: Resumen de tareas matemáticas de segundo básico, categoría 2

Categoría	ETM idóneo potencial				ETM de referencia			
	Act.	Cant. De tareas	Planos o semiplano que moviliza	Cant.	Act.	Cant. De tareas	Planos o que moviliza	Cant.
C.2	6	13		9	2	6		4
				4				2

7.2.1.3 Categoría 3: Actividades con una tarea.

Esta categoría contiene solo a la presentación y extensión de la consigna. Se identifican diecisiete tareas pertenecientes a esta categoría. Al igual que las categorías anteriores la mayoría de las circulaciones se mueven en el semiplano [Sem-Ref], dejando solo cinco tareas dentro de los planos [Sem-Ins] y epistemológico. En la tabla 28 se puede apreciar de forma resumida la cantidad de tareas y la circulación que movilizan.

Tabla 28: Resumen de tareas matemáticas de segundo básico, categoría 3

Categoría	ETM idóneo potencial				ETM de referencia			
	Act.	Cant. De tareas	Planos o semiplano que moviliza	Cant.	Act.	Cant. De tareas	Planos o que moviliza	Cant.
C.3	14	14		10	3	3		2
				4				1

7.3 Conclusiones

Si bien las relaciones realizadas se estudiaron según los niveles trabajados. Se pueden establecer ciertas conclusiones respecto a los tipos de circulaciones que se evidenciaron debido a que se repiten en ambos niveles, solo existe un caso diferente dentro de ambos.

En ambos textos de estudio y en las actividades del programa de estudio predomina el semiplano [Sem-Ref] seguido por los planos [Sem-Ins] y epistemológico, siendo solo una tarea del programa de estudio que activa el componente de prueba, permitiendo establecer el plano [Sem-Dis].

En ningún documento estudiando se presenta una circulación completa, debido a la ausencia de algún componente en particular.

Existen tres tipos de circulaciones, el semiplano semiótico-referencial, el plano semiótico-instrumental y epistemológico y el plano semiótico discursivo.

Cabe destacar que los verbos que coaccionan las actividades y tareas matemáticas son en su mayoría “identificar”, el cual se encuentra en un nivel cognitivo básico, por lo que se movilizan pocos componentes pertenecientes al ETM.

7.3.1 Semiplano semiótico-referencial

Los verbos que se implican en este tipo de circulación y que articulan el trabajo matemático corresponden a *identificar* y *reconocer*. Estos verbos no implican el proceso de prueba ni de construcción debido que existe un contexto previo referentes a las representaciones que el texto entrega. Respecto al componente Referencial este es constituido a partir de las concepciones que tiene el estudiante de triángulo.

7.3.2 Plano semiótico-instrumental y epistemológico

Los verbos que orientan el trabajo matemático son *construir* y *armar*. Para estos verbos, se solicita una construcción de triángulo por medio de artefactos que en ocasiones se

describen en el enunciado. Respecto al componente referencial teórico, se entabla la relación entre la definición que se declara para triángulo.

Capítulo 7: Conclusiones y Proyecciones

La investigación determina el Espacio de Trabajo Matemático de Referencia e Idóneo potencial en el tratamiento de triángulos en 1° y 2° básico en Chile. Se diseña este capítulo con el propósito de vislumbrar los hallazgos del estudio realizado.

La estructura que articula este capítulo se distribuye en tres partes, en las cuales la primera presenta los resultados de los objetivos específicos. Con los hallazgos se logra responder y culminar con el resultado del objetivo general. En segunda instancia, se presentan las limitaciones de la investigación encontradas a lo largo del proceso. Se finaliza este capítulo presentando las proyecciones de estudio.

En el capítulo 3: Metodología de la Investigación, se plantean preguntas y lineamientos orientadores para el estudio, las cuales aportan a los análisis y tratamiento de la información y revelan resultados entorno a los objetivos propuestos.

A continuación se muestran las preguntas presentadas en el capítulo mencionado:

¿Cómo se caracteriza el ETM_G idóneo potencial en las actividades propuestas para el tratamiento de los triángulos en los niveles de 1° y 2° básico en Chile?

¿Qué relación existe entre el ETM_G idóneo potencial en las tareas diseñadas de los textos escolares con el ETM_G de referencia de los programas de estudio?

Ambas preguntas orientan a los resultados de los OE1 y OE2 respectivamente.

OE1: Caracterizar los distintos componentes y génesis del ETMG idóneo potencial de 1° y 2° básico.

OE2: Comparar el ETMG idóneo potencial y el ETM de referencia de 1° y 2° básico.

Lo expresado anteriormente proporciona los elementos para determinar el ETM de referencia e idóneo potencial de los triángulos en los niveles de primero y segundo básico en Chile, dando respuesta al objetivo general.

OG: Determinar el ETMG para el tratamiento de los triángulos en los niveles de 1° y 2° básico en Chile.

8.1 Conclusiones

Los primeros niveles de educación básica se consideran cruciales respecto a la adquisición de conocimientos, en esta etapa el estudiante configura sus planos mentales para la construcción de conocimientos por lo que se debe aprovechar estas instancias para enseñar de manera significativa a los estudiantes.

La investigación se orientó en poder conocer cómo se enseña geometría en esta etapa de los estudiantes, analizando documentos ministeriales que entrega los lineamientos de conocimientos obligatorios que debe poseer un estudiante en determinados niveles, es decir, los programas de estudios y sus respectivos objetivos de aprendizaje.

Con el análisis de estos documentos, fue necesario realizar una caracterización e incluir los textos que proporciona el Ministerio de Educación para los estudiantes a lo largo del país, los cuales son gratuitos y su construcción está estrechamente ligada con los objetivos declarados por el Programa de Estudio, traduciendo en que esta investigación se determina el Espacio de Trabajo Matemático Idóneo Potencial en el tratamiento de

triángulo en primero y segundo básico en Chile en contraste con el ETM de referencia. Se establece que el ETM se construye a partir del conocimiento matemático y experiencias de un sujeto al hacer matemáticas. Es aquí donde se puede evidenciar dinamismo del modelo ETM, debido a que al contemplar el momento de toma de decisiones pedagógicas y el diseño de las clases existe una sinergia respecto al ETM_G de referencia y el ETM_G idóneo potencial.

A partir de este estudio se presentan las conclusiones en orden de aparición de cada objetivo específico:

OE1: Caracterizar los distintos componentes y génesis del ETM_G idóneo potencial de 1° y 2° básico.

Como se expresó anteriormente, la pregunta relacionada a este objetivo es: ¿Cómo se caracteriza el ETM_G idóneo potencial en las actividades propuestas para el tratamiento de los triángulos en los niveles de 1° y 2° básico en Chile?

El capítulo 5: “Caracterización ETM idóneo potencial en torno a los triángulos de 1° y 2° básico” proporciona el análisis detallado de cada tarea presente dentro de los textos de estudio. Desde aquí se puede recuperar la información para dar respuesta a cómo se caracteriza el ETM_G idóneo potencial dentro de los cursos de primero y segundo básico. Considerando los resultados obtenidos podemos obtener las siguientes conclusiones:

- Se analizaron cincuenta y ocho tareas entre primero y segundo básico, dependiendo de cada una se activan distintos planos y el semiplano, si bien se aspira a que cada tarea o actividad que comprenda más de una propicien una circulación completa

dentro del ETM, las tareas solo activan el semiplano [Sem-Ref] y los planos [Sem-Ins] y epistemológico.

- En todas las tareas matemáticas analizadas se activan los componentes de Visualización, Representamen y Referencial, cambiando muy poco el componente Referencial entre primero y segundo básico, esto porque se solicita más especificación en cuanto al triángulo requerido, por medio de especificaciones en sus enunciados. Sin embargo los componentes de Construcción y Artefacto se movilizan comparativamente menos. En ambos cursos los artefactos y construcciones son muy similares, pidiendo recortes y construcciones a mano alzada.
- El componente de Prueba solo se encuentra activado en una tarea. En su mayoría se observa ausente, por lo que no se evidencia la génesis discursiva.
- Dado los antecedentes anteriores se puede concluir que ninguna tarea analizada circula completamente en el ETM, faltando uno o tres componentes dependiendo de su enunciado.
- Al momento de leer las actividades, en algunas ocasiones se detecta que poseen ciertas dificultades y ambigüedades en los enunciados, siendo poco claros con lo que solicitan. La poca especificación y algunos errores matemáticos a lo largo de la unidad de ambos cursos no permiten la buena comprensión de la tarea y/o del objeto triángulo. Esto es preocupante puesto que los niveles de primero y segundo básico son los primeros cursos con los que se tiene un encuentro formal con la geometría, formando las primeras concepciones de diversos objetos, entre ellos los triángulos.
- Por otro lado, considerando los verbos que orientan cada tarea matemática, tenemos a “identificar” como verbo con mayor frecuencia dentro de ambos cursos. Teniendo

en cuenta esto se comparan los datos que entrega la prueba TERCE, quien describe el nivel de alcance de los alumnos chilenos en tercero básico, donde la mayoría de los estudiantes (47%) se encuentran en el nivel I, donde se destaca que los alumnos se encuentran en un nivel muy bajo, quedándose con las habilidades de identificación de cuerpos y figuras geométricas.

OE2: Comparar el ETMG idóneo potencial y el ETM de referencia de 1° y 2° básico.

La pregunta que se vincula con este objetivo menciona: ¿Qué relación existe entre el ETM_G idóneo potencial en las tareas diseñadas de los textos escolares con el ETMG referencial de los programas de estudio?

En el capítulo 6: “Relación y resultados entre el ETM_G idóneo potencial en las tareas diseñadas en los textos escolares con el ETM_G de referencia en los programas de estudio”, se puede encontrar un recuento detallado de cada actividad y tarea presente dentro de los textos y programas de estudio. Desde aquí se puede dar respuesta a qué relación hay entre el ETM_G idóneo potencial y referencial que abarcan los niveles de primero y segundo básico. Considerando los cruces realizados podemos obtener las siguientes conclusiones:

En ambos textos y en las actividades del programa de estudio predomina el semiplano [Sem-Ref] seguido por los planos [Sem-Ins] y epistemológico, solo se encuentra una tarea que activa el componente de prueba pero no la génesis instrumental, lo cual permite establecer el plano [Sem-Dis]. De esta manera se afirma que ninguna actividad y tarea matemática dentro de los textos o programas de estudio posibilita una circulación completa del ETM, debido a la ausencia del componente Prueba.

Los textos escolares brindan un apoyo académico al servicio de los profesores. Según el tipo de dependencia del establecimiento se otorgan ediciones especiales de distribución gratuita, como es el caso de escuelas municipales y subvención compartida. En los textos escolares se puede encontrar contenidos y una variedad de actividades para reforzar, las cuales se diseñan bajo los lineamientos de los objetivos de aprendizaje que presentan los programas de estudio. Los objetivos de aprendizaje y las tareas expresadas en los textos escolares procuran establecer una progresión de ellos a medida que avanzan los niveles, sin embargo al momento de analizar los objetivos de aprendizaje estos tampoco posibilitan una circulación completa dentro del ETM. Siguiendo esta lógica, los textos escolares que se analizaron no pueden favorecer una circulación completa puesto que su base no la tiene.

Como investigadoras, consideramos que es momento de terminar de realizar labores de manera general, el asunto no solo se evidencia en los textos escolares, es necesario realizar un cambio a los objetivos de aprendizaje. Estos deben propiciar el aprendizaje significativo de los estudiantes, lo cual resulta dificultoso si en la cúspide de los lineamientos que se deben generar no son acordes. Se establece que los textos escolares se basan en estos objetivos de aprendizaje obligatorios y mínimos en su elaboración y diseño, por lo que el texto de estudio no se debería contemplar como el mayor problema y empezar a cambiar de editoriales cada año.

Dada las conclusiones realizadas, es posible responder el objetivo general:

OG: Determinar el ETM_G para el tratamiento de los triángulos en los niveles de 1° y

2° básico en Chile.

Al contemplar los análisis estipulados en la investigación, los textos y programas de estudio plantean diversas tareas matemáticas en la cual se pretende establecer un adecuado trabajo matemático. Si bien el texto de estudio presenta una mayor cantidad de tareas solo trabajan en los planos [Sem-Ins] y epistemológico y el semiplano [Sem-Ref], a diferencia del programa de estudio que plantea una menor cantidad de tareas si se puede evidenciar otros planos tales como el [Sem-Dis], Siendo, en parte, más desafiante e ingenioso en su propuesta ya que incorpora el componente prueba.

En las tareas propuestas por los programas de estudio y textos del estudiante se propician la circulación del plano semiótico-instrumental y epistemológico, en el cual se manifiesta que la constatación y la experimentación están en el centro de la actividad geométrica. Pero, el semiplano semiótico-referencial es el que predomina en las actividades presentadas, en la cual se activan los componentes de visualización, representamen y referencial, implicando procesos mentales para la ejecución de las tareas en el cual se evidencia algunas cuyas acciones se relacionan con identificar o nominar. Este semiplano se describe en la investigación guía de este estudio mencionando que el hallazgo “emerge por la simplicidad de las tareas matemáticas planteadas (...) y tiene la segunda mayor presencia en el ETM_G de referencia y en el ETM_G idóneo potencial de los textos escolares” (Pizarro, 2018 p. 277). En los cursos iniciales, como es el caso de primero y segundo básico, la tarea matemática no centra un enfoque solo al uso de artefactos o construcciones por medio de la manipulación, si no que se sustenta en “el reconocimiento de los elementos referenciales que conforman al objeto matemático desde la experiencia perceptiva” (Pizarro, 2018 p.277) lo cual explica por qué predomina este semiplano en los textos de estudio y programas de los niveles estudiados.

Es importante crear conciencia en torno al objeto matemático a enseñar y la pertinencia de las tareas para responder la meta que se quiere conseguir.

A partir de las evidencias expuestas en la investigación se concluye que las tareas matemáticas presentes en el eje de geometría, en particular los textos escolares otorgados por el ministerio de educación se procura un trabajo superficial de esta área. La evidencia no permite crear situaciones de aprendizaje desafiantes para el estudiante, considerando algunos errores conceptuales.

8.2 Limitaciones de la investigación

La investigación documental exige el trabajo con documentos e investigaciones previas que permitan la construcción de una investigación nueva que aporte a la comunidad. Se establece que la investigación documental realizada posee un carácter mixto en la cual se mezcla partes de los documentos y comentarios personales, procurando respetar la idea expuesta del autor, lo cual generó una limitación al momento de analizar los textos escolares debido a las ambigüedades que presentaban en los enunciados y tareas que se pretendían realizar. En ocasiones, las actividades presentadas generaban conflicto entre los investigadores debido a que las tareas propuestas enseñaban de manera errónea ciertos conceptos matemáticos.

Además, se incorpora como limitación de la investigación, que la muestra de estudio son los textos escolares referentes a la edición especial para el Ministerio de Educación de primero y segundo básico, lo cual no permite establecer generalidades frente a las editoriales investigadas o todos los textos escolares diseñados para los niveles estudiados,

extrapolando los resultados hacia todos las concesiones de las editoriales o los textos entregados por el gobierno.

8.3 Proyecciones

La investigación pretende establecer aportes desde el ámbito de la reflexión, divulgación y propuestas de enseñanza.

Los resultados de la investigación procuran: Generar reflexiones y modificaciones del ETM_G de referencia en Chile. En los análisis de los objetivos de aprendizaje y las actividades que se proponen se evidencia que la enseñanza se focaliza en tareas que demandan la experimentación y construcción dejando de lado el razonamiento matemático en los estudiantes. La construcción de un ETM_G consistente denota una clara conciencia de la geometría I (GI), la cual se procura intencionar en algún diseño de progresión de objetivos.

Se proyecta exponer los resultados del ETM_G idóneo potencial presentado en los textos escolares de 1° y 2° básico, sin establecer generalidades, para evidenciar la enseñanza limitante que poseen los estudiantes al momento de explorar geometría. Al mencionar las limitaciones que se evidencian, encontramos acciones de un orden cognitivo básico, los cuales no denotan una comprensión del aprendizaje. Si la propuesta de las editoriales cuestionadas se basará en tareas desafiantes con enunciados que impliquen la activación de los componentes en su totalidad, garantizando una circulación completa del ETM proporciona un aprendizaje significativo en los estudiantes. Es importante crear conciencia en torno al objeto matemático a enseñar y la pertinencia de las tareas para responder la meta que se quiere conseguir.

Se establece como proyección de la investigación el diseño de una secuencia en la cual circulen todos los componentes del ETM, de esta manera propiciar un aprendizaje significativo en los estudiantes, sin necesidad de replicar actividades sin un propósito matemático. Este diseño en primera instancia será relacionado al objeto estudiado pero no se descarta seguir con otras investigaciones que permitan establecer diversos diseños. No se pretende concluir esta investigación sin antes mencionar la intención de establecer futuros estudios bajo los lineamientos del ETM, debido a que se considera que los aportes educativos extraídos del estudio pueden generar cambios en la manera de pensar respecto a la geometría.

Las futuras investigaciones pueden otorgar nuevos descubrimientos respecto a los ETM personales o efectivos, los cuales no fueron aplicados en esta investigación. Estos presentan el ambiente del estudiante y la relación con la manera de enseñar y la formación académica de los docentes, respectivamente.

Por último, se desea continuar con el estudio de las circulaciones que potencian las tareas matemáticas presentes en los diversos niveles del ETM. Relacionando el documento que orientó la investigación y el estudio establecido se evidenciaron la comprobación de los hallazgos de la primera investigación lo cual se puede traducir en que esta investigación deja abierta a la nueva búsqueda de descubrimientos relacionados con el espacio de trabajo.

Esta investigación nos permite plantearnos como grupo investigativo si el espacio de trabajo matemático podrá ser evaluado y analizado en otros ejes de la matemática. Pensando en los mismos niveles educativos, ¿Se podrá evidenciar en actividades de probabilidades la existencia de planos? Creemos que no debemos cerrar esta investigación

sin abrir horizontes hacia una enseñanza de la matemática completa, dejamos abierto este estudio hacia futuras investigaciones pertinente a cada eje que plantean los programas de estudios.

Referencias

- Alsina, A. (2009). El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 119- 127). Santander: SEIEM.
- Alsina, A. (2012). *Más allá de los contenidos, los procesos matemáticos en Educación Infantil*. Edma 0-6: Educación Matemática en la infancia, 1(1), 1-14. Extraído desde: <http://funes.uniandes.edu.co/1970/>
- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245.
- Ayala, C., Frias, M., Benavides, M. C. (2018). *Texto del estudiante Matemática 2° básico*. (ed. especial) Santiago, Chile: Editorial SM
- Balacheff, N. (1987). Proceso de evidencia y situaciones de validación. *Estudios educativos en matemáticas*, 18 (2), 147-176.
- Balacheff, N. (2000). *Proceso de prueba en los alumnos de matemáticas*. Bogotá, Colombia: una empresa docente.
- Bosch García, C. (2008). *La técnica de investigación documental*. (12a ed.). México: Trillas

- Brousseau, G. (2001). *Enseñanza de las propiedades de la geometría elemental. El estudio del espacio y geometría*. Universidad de Creta. Enseñanza de propiedades de la geometría elemental; el estudio del espacio y la geometría, Apr de 2000, Rétino, Grecia pp.67-83.
- Cantoral, R., & Montiel, G. (2001). *Visualización, estudio de la funciones*. México: Prentice Hall.
- Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica. *Del saber sabio al saber enseñado*, 3.
- Cortés, C. (2017). *Texto del estudiante Matemática 1° básico*. (ed. especial) Santiago, Chile: Editorial Cal y Canto.
- Cortés, C. (2017). *Cuaderno de trabajo 1° básico*. (ed. especial) Santiago, Chile: Editorial Cal y Canto.
- Cortés, C., Díaz, S., Olavarría, P. (2018). *Cuaderno de ejercicios Matemática 2° básico*. (ed. especial) Santiago, Chile: Editorial SM
- Chile. Ministerio de Educación, Unidad de Currículum y Evaluación. (2010-2011). *Política de TEXTOS ESCOLARES*. Recuperado de http://www.textos Escolares.cl/usuarios/tescolares/File/Folleto_Politica_nuevaversion.pdf
- Chile. Mineduc. (2013). *Matemática, programa de estudio primer año básico*. Santiago de Chile.
- Chile. Mineduc. (2013). *Matemática, programa de estudio segundo año básico*. Santiago de Chile.

- Chile. Ministerio de Educación, División de Estudios, Departamento de Estudios Internacionales. (2013). *PISA Competencias Matemáticas: un requisito para la sociedad de la información Marco de evaluación, preguntas y ejemplos de respuestas de la prueba*. Recuperado de https://s3.amazonaws.com/archivos.agenciaeducacion.cl/documentos-web/Estudios+Internacionales/PISA/PISA_Competencias_Matematicas_Un_requisito_para_la_sociedad_de_la_informacion.pdf

- Chile. Ministerio de Educación, División de Estudios, Departamento de Estudios Internacionales. (2014). *Informe Nacional Resultados Chile PISA 2012*. Recuperado de http://archivos.agenciaeducacion.cl/Informe_Nacional_Resultados_Chile_PISA_2012.pdf

- Chile. Ministerio de Educación, Agencia de Calidad de la Educación División Estudios (2015). *Informe Nacional de Resultados TERCE*. Recuperado de http://archivos.agenciaeducacion.cl/TERCE_informefinal.pdf

- Chile. Ministerio de Educación, Agencia de Calidad de la Educación. (2018). *Informe Técnico Simce 2015*. Recuperado de http://archivos.agenciaeducacion.cl/Informe_Tecnico_SIMCE_2015.pdf

- Chong de la Cruz, I. (2007) *Métodos y técnicas de la investigación documental*. Investigación y Docencia en Bibliotecología. Universidad Nacional Autónoma de México. 183 - 201.

- Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de

leurs fonctionnements. En *Annales de didactique et de sciences cognitives* (Vol. 10, No. 5-53).

- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143-168. Recuperado de <http://cmapspublic.ihmc.us/rid=1JM80JJ72-G9RGZN-2CG/La%20habilidad%20para%20cambiar%20el%20registro%20de%20representaci%C3%B3n.pdf>

- Fabres Fernández, R. (2016). *Estrategias metodológicas para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, utilizadas por docentes de segundo ciclo, con la finalidad de generar una propuesta metodológica atinente a los contenidos*. Estudios pedagógicos (Valdivia), 42(1), 87-105. Recuperado de <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052016000100006>

- Gatica, S. N., & Ares, O. E. (2012). La importancia de la visualización en el aprendizaje de conceptos matemáticos. *EDMETIC*, 1(2), 88-107.

- Gómez, L. (2011). Un espacio para la investigación documental. *Revista Vanguardia Psicológica Clínica Teórica y Práctica*, 1(2), 226-233.

- Gómez Chacón, M., Kuzniak, A., Vivier, L. (2016) *El rol del profesor desde la perspectiva de los Espacios de Trabajo Matemáticos Bolema*, Rio Claro (SP), v. 30, n. 54, p. 1-22.

- Henríquez, Carolina (2014). *El trabajo geométrico personal de futuros profesores*. En Lestón, Patricia (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 1807-1816). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

- Houdement, C., & Kuzniak, A. (1996). Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 16(3), 289-322.
- Houdement, C., & Kuzniak, A. (1999). Un exemple de cadre conceptuel pour l'étude de l'enseignement de la géométrie en formation des maîtres. *Educational Studies in Mathematics*, 40(3), 283-312.
- Houdement, C., y Kuzniak, A. (2006). Paradigmas Geométricos y Enseñanza de Geometría. En *Annals of Didactics and Cognitive Science* (Vol 11, pp. 175-193).
- Kuzniak, A. (2011). *El espacio de trabajo Matemático y sus génesis*. ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, (16), pp.9-24.
- Kuzniak, A., & Richard, P. (2014). *Espacios de trabajo matemático. Puntos de vista y perspectivas*. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 17(4), 5-39. Extraído desde la web: <http://clame.org.mx/relime/201400d.pdf>
- Ley N° 20.370. Diario Oficial de la República de Chile, Santiago, Chile, 2 de julio de 2010. <http://bcn.cl/1uxh9>
- López, P., Pizarro, A. (2014). *Algunas nociones de la matemática*. (Artículo universitario inédito). Escuela de Pedagogía, Educación Básica. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.
- Nechache, A. (2017). La catégorisation des tâches et du travailleur-sujet: un outil méthodologique pour l'étude du travail mathématique dans le domaine des probabilités. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* (22), 67-90.

- OCDE. (s.f.). *El programa PISA de la OCDE, QUÉ ES Y PARA QUÉ SIRVE*. Recuperado de <https://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf>
- Pizarro, A. (2018). *El trabajo geométrico en clases de séptimo básico en Chile: un estudio de casos sobre la enseñanza de los triángulos*. (Tesis doctoral inédita). Universidad de Sorbona, Paris, Francia.
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies; approche cognitive des instruments contemporains* (p. 239). Armand Colin.
- Sierpiska, A. (2004), Research in mathematics education through a keyhole: task problematization. *International Journal of Mathematics Education* 24.2, 7-15.

Anexos

9.1 Primero básico

El libro del estudiante, diseñado por la editorial Cal y Canto en conjunto con el ministerio de educación, diseñan actividades que desarrollen el objetivo de aprendizaje a cabalidad. Este libro posee trece actividades que inspiran su trabajo a lograr cumplir con este objetivo. Además, se incorpora el cuadernillo de ejercicios el cual entrega diez actividades. Las tareas presentadas pertenecen a la segunda unidad en ambos textos.

Para la investigación se analizan los textos de la edición especial para el Ministerio de Educación. Solo se tomará en cuenta las tareas matemáticas que tengan relación con triángulos en el nivel de primero, haciendo un análisis completo de los componentes movilizados en cada tarea dentro de una ficha elaborada debajo de cada actividad.

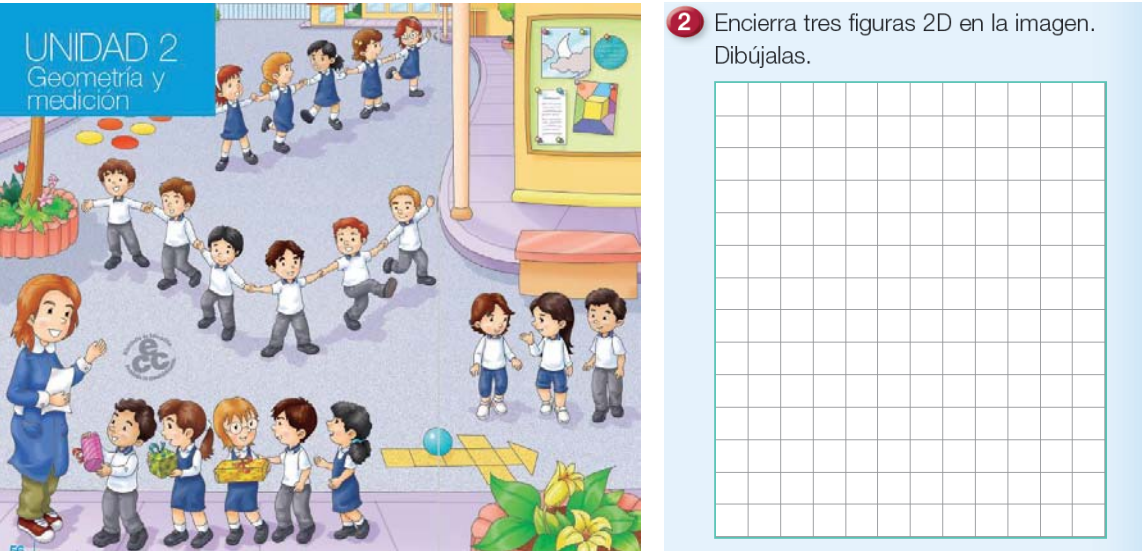
9.1.1 Análisis de las actividades propuestas en el texto del estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto.

En este apartado se realizará en el análisis de las tareas propuestas del texto del estudiante de 1° básico. Para ello, se presentará el número de la actividad, la imagen de la actividad y el análisis de las tareas respecto a su circulación en el ETM contemplando.

Cabe mencionar que el proceso de visualización es un proceso relativo que apela a las estructuras cognitivas, tales como esquemas y las relaciones entre representaciones de un objeto matemático, además de intervenir la cultura que las determina (Gatica y Ares, 2012; Kuzniak y Richard, 2014). Es por esto por lo que dentro del análisis de cada actividad y

tarea la fila correspondiente al componente de Visualización no posee un desglose tal como los otros componentes, sin embargo está presente dentro de todas las tareas.

Actividad 1.



UNIDAD 2
Geometría y
medición

2 Encierra tres figuras 2D en la imagen.
Dibújalas.

Ilustración 29 : Tareas matemáticas páginas 56 y 57
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto

Enunciado: “Encierra tres figuras 2D en la imagen. Dibújalas”			
Tarea Matemática: Identificar		Tarea Matemática: Construir	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta	Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización		Visualización	
Construcción		Construcción	Dibujar el/los triángulos existente en la imagen.
Prueba		Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.	Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos		Artefactos	Utilización de artefactos para dibujar. Ejemplo: lápiz.
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.	Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario			

Actividad 2.

2 Encierra los objetos que se asemejan a la figura 2D en cada caso.



Ilustración 30 : Tarea matemáticas página 89
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto

Enunciado: “Encierra los objetos que se asemejan a la figura 2D en cada caso”	
Tarea Matemática: Identificar	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

Actividad 3.

3  Encierra las señales de tránsito según se indique.

b. Que contenga formas **triangulares**.





Ilustración 31 : Tarea matemáticas página 89
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto

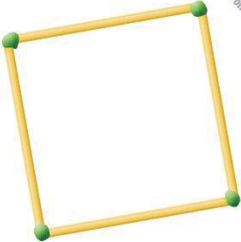
Enunciado: “Encierra las señales de tránsito según indique. b. Que contenga formas triangulares”	
Tarea Matemática: Identificar	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario: La actividad propone la utilización de señales del tránsito, en específico: ceda el paso, angostamiento a la derecha y pendiente fuerte en subida. Al observar la señal “Ceda el paso” se observa un “triángulo” conteniendo a otro triángulo. Según la definición de triángulo, es la unión de tres puntos no colineales por lo que sus elementos son tres segmentos que son los lados del triángulo, lo cual a primera vista se contradice con el “triángulo” de mayor tamaño ya que sus uniones son curvas o redondeadas. Respecto a la señal “pendiente fuerte en subida” se observa un triángulo contenido en un cuadrilátero. Los casos expuestos pueden generar conflictos cognitivos en los estudiantes debido a que se contraponen la definición y una imagen; además de dirigir la atención del estudiante de manera equivocada.	

Actividad 4.

EXPLORO

1 Observa la situación y responde.

Representé un cuadrado con bombillas y plasticina.



c. ¿Cuántas bombillas y bolitas de plasticina se necesitarán para representar un triángulo?

Ilustración 32 : Tarea matemáticas página 90
 Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto

Enunciado: “Observa la situación y responde. ¿Cuántas bombillas y bolitas de plasticina se necesitarán para representar un triángulo?”	
Tarea Matemática: Reconocer.	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

Actividad 5.

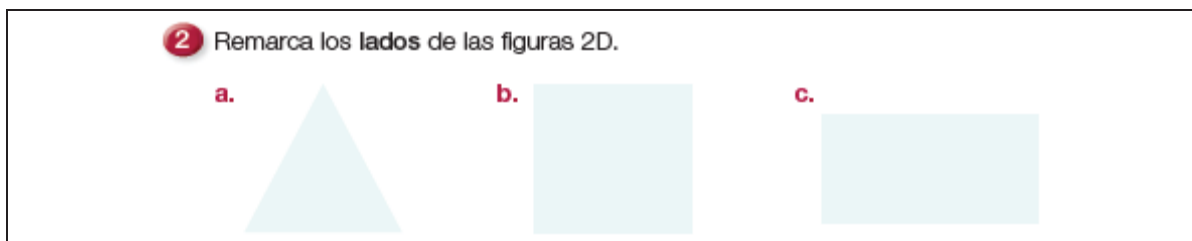




Ilustración 113: Tarea matemáticas página 91
 Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto

Enunciado: “Remarcar los lados de las figuras 2D.”	
Tarea Matemática: Construir	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	Remarcar el triángulo siguiendo sus bordes.
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	Utilización de artefactos para dibujar. Ejemplo: lápiz.
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

Actividad 6.

4 Encierra según se indique.

b. Una figura 2D con **3 lados**. → 

c. Una figura 2D con **3 vértices**. → 

*Ilustración 34 : Tarea matemáticas página 91
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto*

Enunciado: “Encierra según se indique b. una figura 2D con 3 lados. c. Una figura 2D con 3 vértices.”			
Tarea Matemática: Identificar		Tarea Matemática: identificar	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta	Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización		Visualización	
Construcción		Construcción	
Prueba		Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.	Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos		Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.	Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario			

Actividad 7.

5 Responde.

a. Si un triángulo tiene 3 vértices, ¿cuántos lados tendrá?

*Ilustración 35 : Tarea matemáticas página 92
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto*

Enunciado: “Responde. Si un triángulo tiene 3 vértices, ¿Cuántos lados tendrá?”	
Tarea Matemática: Reconocer.	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

Actividad 8.

EXPLORO

1 Lee la situación.

Soy una figura 2D con 3 lados rectos y 3 vértices. ¿Qué figura soy?

*Ilustración 36: Tarea matemáticas página 92
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto*

Enunciado: “Lee la situación. Soy una figura 2D con 3 lados rectos y 3 vértices ¿Qué figura soy?”	
Tarea Matemática: Identificar	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad como base de esta.
comentario El enunciado explicita que la figura buscada presente “3 lados rectos” lo cual presenta un error matemático debido a que los lados no son rectos, además se incorpora que los lados pueden formar ángulos rectos. Se sabe que dos intersecciones o dos rectas secantes pueden formar un ángulo recto. los lados no son rectos.	

Actividad 9.

4 ¿Cuántos lados más tiene el cuadrado que el triángulo?

Respuesta: Tiene más.

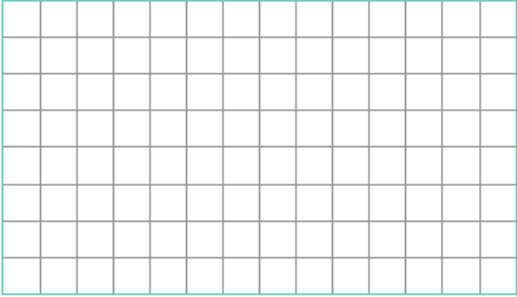


Ilustración 37: Tarea matemáticas página 93
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto

Enunciado: “¿Cuántos lados más tiene el cuadrado que el triángulo?”	
Tarea Matemática: Reconocer	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad como base de esta.
Comentario: Espacio cuadriculado, no se determina para que sea utilizado por lo cual no se realizaran inferencias para otorgarle un uso a ese espacio, no hay construcción ni artefacto.	

Actividad 10.

5 Tania está observando una galleta cuya forma se asemeja a una figura 2D con 3 lados rectos. ¿A qué figura se asemeja?

Respuesta: La galleta se asemeja a un _____.

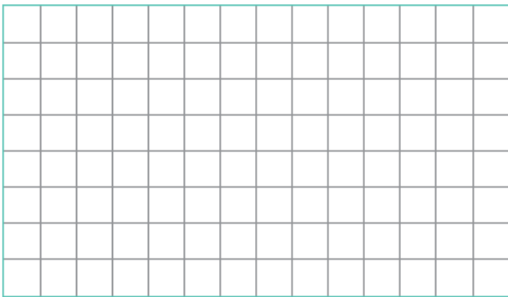


Ilustración 38: Tarea matemáticas página 93
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto

Enunciado: “Tania está observando una galleta cuya forma se asemeja a una figura 2D con 3 lados rectos. ¿A que figura se asemeja?”	
Tarea Matemática: Reconocer	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad como base de esta.
Comentario: Espacio cuadriculado, no se determina para que sea utilizado por lo cual no se realizaran inferencias para otorgarle un uso a ese espacio, no hay construcción ni artefacto.	

Actividad 11.

3 Pinta la figura a la cual se asemeja la cara pintada de cada figura 3D.

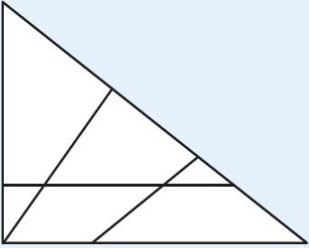


Ilustración 39: Tarea matemáticas página 95
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto

Enunciado: “Pinta la figura a la cual se asemeja la cara pintada de cada figura 3D”	
Tarea Matemática: Reconocer	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad como base de esta.
Comentario	

Actividad 12.

2 Cuántos hay



• ¿Cuántos triángulos hay?

*Ilustración 40: Tarea matemáticas página 96
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto*

Enunciado: “¿Cuántos triángulos hay?”	
Tarea Matemática: Identificar	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

Actividad 13.

Quita 4 de los fósforos para hacer 4 triángulos del mismo tamaño.


*Ilustración 41: Tarea matemáticas página 97
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto*

Enunciado: “Quita 4 de los fósforos para hacer 4 triángulos del mismo tamaño.”	
Tarea Matemática: Identificar.	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

Actividad 14.

5 Encierra el elemento que se asemeja a la figura 2D dada.

a.



The image shows a yellow triangle on the left. To its right, within a green-bordered box, are three objects: a clock face, a green set square, and a red button. A watermark 'Min CC Prohibida su comercialización' is visible in the top right corner of the image area.

Ilustración 42: Tarea matemáticas página 101
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto


Enunciado: “Encierra el elemento que se asemeja a la figura 2D dada.”	
Tarea Matemática: Identificar.	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

9.1.2 Análisis de las actividades propuestas en el Cuadernillo de Trabajo de 1° básico Editorial Cal y Canto.

En este apartado se realizará en el análisis de las tareas propuestas del cuadernillo de trabajo de 1° básico. De manera de seguir el orden y coherencia se continuará con la correlación del número de la actividad anterior.

Actividad 15.

4 Observas las figuras 2D. Luego, encierra la palabra que completa cada frase.



a. El triángulo está formado por segmentos rectos curvos

*Ilustración 43: Tarea matemáticas página 23
Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto*

Enunciado: “Observa las figuras 2D. Luego encierra la palabra que completa cada frase. a. El triángulo está formado por segmentos →Rectos/Curvos”	
Tarea Matemática: Identificar	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad, como base de la actividad.
Comentario	

Actividad 16.

- 1 Pinta el cohete según se indica.
 a. De color azul los triángulos.

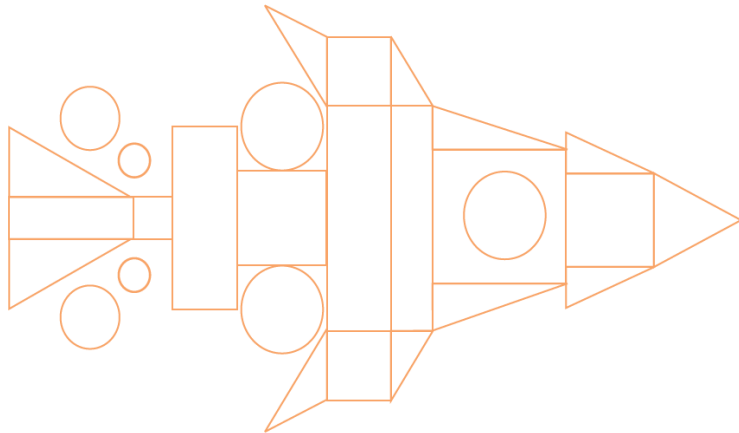


Ilustración 44: Tarea matemáticas página 30
 Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto

Enunciado: “Pinta el cohete según se indica. a. De color azul los triángulos.”	
Tarea Matemática: Identificar.	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

Actividad 17.

2 Completa a partir del cohete.

a. Hay triángulos.

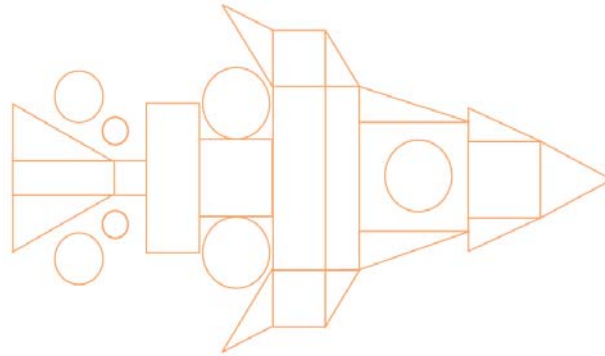


Ilustración 45: Tarea matemáticas página 30
Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto

Enunciado: “Completa a partir del cohete. a. Hay ... triángulos.”	
Tarea Matemática: Identificar	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

Actividad 18.

- 3 Dibuja en tu cuaderno tu propio cohete con triángulos, cuadrados, círculos y rectángulos.

Ilustración 46: Tarea matemáticas página 30
Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto

Enunciado: “Dibuja en tu cuaderno tu propio cohete con triángulos, cuadrados, círculos y rectángulos.”	
Tarea Matemática: Construir	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	Dibujar triángulos para crear un nuevo cohete.
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	Utilización de artefactos para dibujar. Ejemplo: lápiz.
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

Actividad 19.

4 Dibuja un objeto que se asemeje a la figura 2D dada.




Ilustración 47: Tarea matemáticas página 31
Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto

Enunciado: “Dibuja un objeto que se asemeje a la figura 2D dada.”	
Tarea Matemática: Construir	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	Dibujar un objeto semejante al triángulo.
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	Utilización de artefactos para dibujar. Ejemplo: lápiz.
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

Actividad 20.

5 Encierra la figura 2D intrusa.

a.



b.

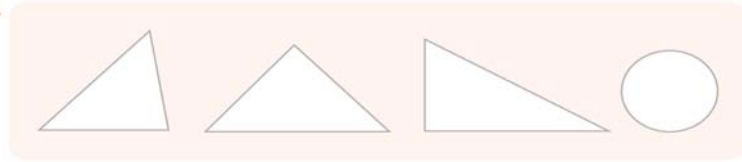


Ilustración 48: Tarea matemáticas página 31
Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto.

Enunciado: “Encierra la figura 2D intrusa.”			
Tarea Matemática: Identificar		Tarea Matemática: Identificar	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta	Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización		Visualización	
Construcción		Construcción	
Prueba		Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.	Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos		Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.	Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario			

Actividad 21.

Encierra la cantidad de bombillas que se necesita para construir el contorno de cada figura 2D.

a.





Ilustración 49: Tarea matemáticas página 31
Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto

Enunciado: “Encierra la cantidad de bombillas que se necesita para construir el contorno de cada figura”	
Tarea Matemática: Reconocer	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad como base de esta.
Comentario:	

Actividad 22.

b. **3** Describe cada figura 2D a partir de su cantidad de lados y vértices.

b.



Nombre: _____

Cantidad de lados: _____

Cantidad de vértices: _____




Ilustración 50 : Tarea matemáticas página 33
Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto

Enunciado: “Describe cada figura 2D a partir de su cantidad de lados y vértices. a. Nombre: ... Cantidad de lados: ... Cantidad de vértices:...”	
Tarea Matemática: Identificar	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad, la cual es la base de la esta.
Comentario	

Actividad 23.

4 Marca con una **X** tu respuesta.

a. ¿Qué figura 2D tiene más vértices?

b. ¿Qué figura 2D tiene menos lados?








Ilustración 51 : Tarea matemáticas página 33
Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto

Enunciado: “Marca con una X tu respuesta. a. ¿Qué figura 2D tiene más vértices? b. ¿Qué figura 2D tiene menos lados?”			
Tarea Matemática: Identificar		Tarea Matemática: Identificar	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta	Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización		Visualización	
Construcción		Construcción	
Prueba		Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.	Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos		Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.	Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario			

Actividad 24.

1 Estoy pensando en una figura de 2 dimensiones con 3 lados rectos. ¿Qué figura es?

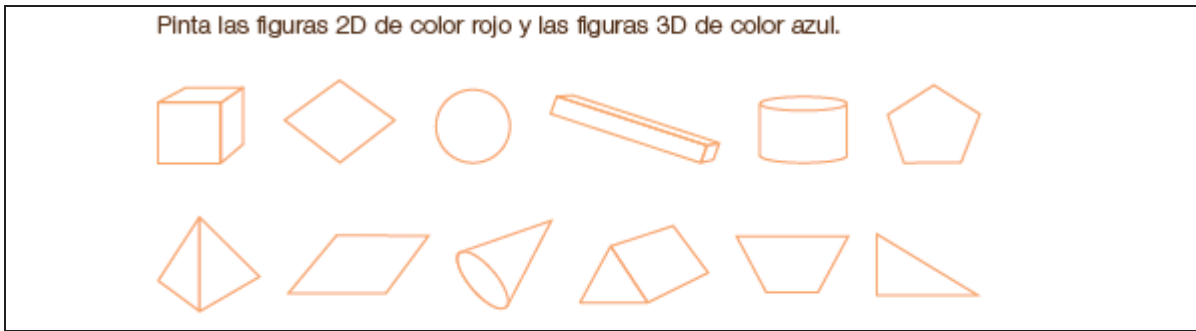



Respuesta: Es el _____.

Ilustración 52 : Tarea matemáticas página 34
 Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto

Enunciado: “Estoy pensando en una figura de 2 dimensiones con 3 lados rectos. ¿Qué figura es?”	
Tarea Matemática: Reconocer	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
comentario El enunciado explicita que la figura buscada presente “3 lados rectos” lo cual presenta un error matemático debido a que los lados no son rectos, además se incorpora que los lados pueden formar ángulos rectos. // dos intersecciones dos rectas secantes pueden formar un ángulo recto, los lados no son rectos.	
El espacio que se encuentra a la derecha no se especifica para que sirve o como se utiliza.	

Actividad 25.



*Ilustración 53: Tarea matemáticas página 36
Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto*

Enunciado: “¿Pinta las figuras 2D de color rojo y las figuras 3D de color azul”	
Tarea Matemática: Reconocer	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad como base de esta.
Comentario:	

Actividad 26.

Escribe el nombre de la figura 2D a la cual se asemeja la cara pintada de cada figura 3D.


d.



Ilustración 54: Tarea matemáticas página 36
Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto

Enunciado: “escribe el nombre de la figura 2D a la cual se asemeja la cara pintada de cada figura 3D”	
Tarea Matemática: Identificar	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

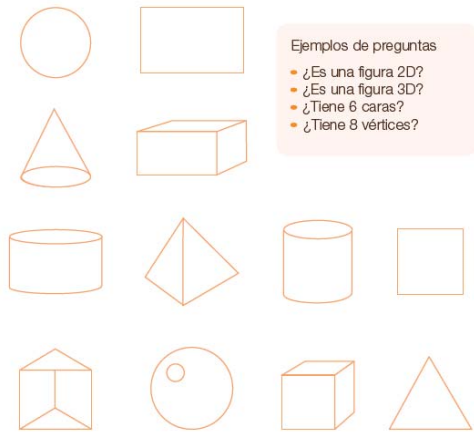
Actividad 27.



Juego con lo aprendido

Reglas del juego

- Se debe jugar en parejas.
- Uno de los integrantes escoge una de las figuras que se muestran sin decirle a su compañero cuál es.
- El otro integrante para adivinar la figura que pensó su compañero debe realizar preguntas las cuales solo se pueden responder por "sí" o por "no".



Ejemplos de preguntas

- ¿Es una figura 2D?
- ¿Es una figura 3D?
- ¿Tiene 6 caras?
- ¿Tiene 8 vértices?

treinta y siete **37**

Ilustración 55 : Tarea matemáticas página 37
Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto

Enunciado: “(..) escoge una de las figuras que se muestran sin decirle a su compañero cuál es. El otro integrante para adivinar la figura que pensó su compañero debe realizar preguntas las cuales solo se pueden responder por “sí” o por “no”.”	
Tarea Matemática: Identificar	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

9.2 Segundo Básico

El libro del estudiante, diseñado por la editorial SM en conjunto con el ministerio de educación, diseñan actividades que desarrollen el objetivo de aprendizaje a cabalidad. Este libro posee once actividades que inspiran su trabajo a lograr cumplir con este objetivo. Además, se incorpora el cuadernillo de ejercicios el cual entrega diez actividades. Las tareas presentadas pertenecen a la segunda unidad en ambos textos.

Para la investigación se analizan los textos de la edición especial para el Ministerio de Educación. Solo se tomará en cuenta las tareas matemáticas que tengan relación con triángulos en el nivel de segundo básico, haciendo un análisis completo de los componentes movilizados en cada tarea dentro de una ficha elaborada debajo de cada actividad.

9.2.1 Análisis de las actividades propuestas en el texto del estudiante 2° básico editorial SM

En este apartado se realizará en el análisis de las tareas propuestas del texto del estudiante de 2° básico. Para ello, se presentará el número de la actividad, la imagen de la actividad y el análisis de las tareas respecto a su circulación en el ETM contemplando.

Cabe mencionar que el proceso de visualización es un proceso relativo que apela a las estructuras cognitivas, tales como esquemas y las relaciones entre representaciones de un objeto matemático, además de intervenir la cultura que las determina (Gatica y Ares, 2012; Kuzniak y Richard, 2014). Es por esto por lo que dentro del análisis de cada actividad y tarea la fila correspondiente al componente de Visualización no posee un desglose tal como los otros componentes, sin embargo está presente dentro de todas las tareas.

Actividad 22.

Geometría, datos y probabilidades

¿Qué se?

1 En parejas, reúnan los materiales y sigan las instrucciones.



Materiales

- Un lápiz.
- Un clip.
- Ruleta de la página de recortables 279.

Instrucciones

- Por turnos, coloquen el clip en la punta del lápiz, al centro de la ruleta, sobre la mesa háganlo girar.
- Busquen en la imagen un elemento parecido a la figura que indica el clip y márkennlo con una X.
- El primero que lo encuentra, gana un punto.
- Registren los puntos obtenidos en el pictograma.
- Gana el juego quien obtiene más puntos.

3
Desarrollo

Puntaje obtenido

Jugador 1	☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺
Jugador 2	☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

Unidad 3
Para utilizar en la página 177



Ilustración 57 : Tareas matemáticas páginas 176 y 177
Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM

Enunciado: “Por turnos, coloquen el clip en la punta del lápiz, al centro de la ruleta, sobre la mesa háganlo girar.

Busquen en la imagen un elemento parecido a la figura que indica el clip y márquenlo con una.

El primero que lo encuentra gana un punto. Registren los puntos obtenidos en el pictograma.

Gana el juego quien obtiene más puntos.

Tarea Matemática: Identificar

Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
comentario	

Actividad 23.

 **¿Cómo describir y comparar figuras 2D?**

Conecto

1 Observa una escena del teatro de sombras y responde.



Para seguir explorando sobre el tema usen el RDE ♡

a. ¿Qué figuras **2D** se parecen a las sombras? Escribe los nombres.

b. ¿Qué personajes crees que se reflejan? Enciérralos.



c. ¿Por qué no pueden ser los que no seleccionaste? Explica.

*Ilustración 58 : Tareas matemáticas páginas 178
Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM*

Enunciado: “Observa una escena del teatro de sombras y responde. a. ¿Qué figuras 2D se parecen a las sombras? Escribe los nombres. b. ¿Qué personajes crees que se reflejan? Enciérralos c. ¿Por qué no pueden ser los que no seleccionaste? Explica.”					
Tarea Matemática: construir		Tarea Matemática: construir		Tarea Matemática: Identificar	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta	Componente	Relación del componente y la actividad propuesta	Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización		Visualización		Visualización	
Construcción		Construcción		Construcción	
Prueba		Prueba		Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.	Representam en	Considerand o la concepción de triángulo en la imagen.	Representame n	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos		Artefactos		Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.	Referencial	Manteniend o la definición de triángulo presente en la actividad.	Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario					

Actividad 24.

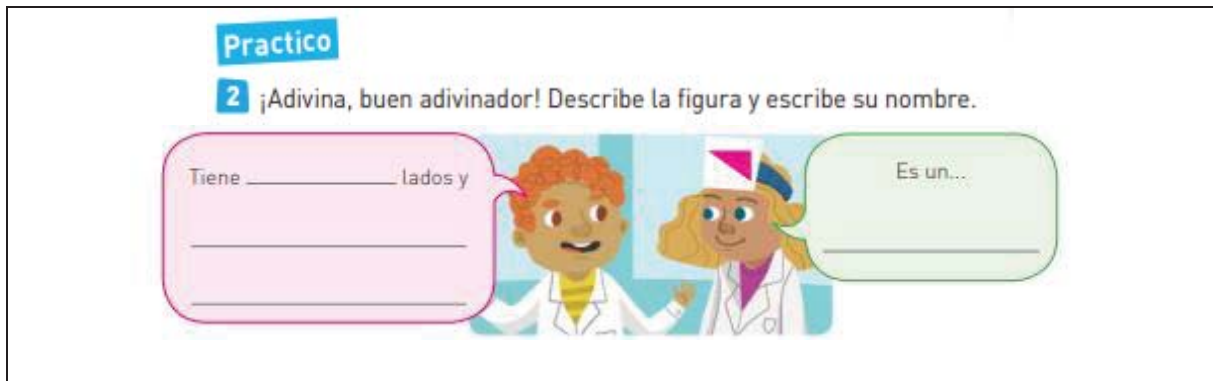


Ilustración 59 : Tareas matemáticas páginas 179
Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM

Enunciado: “Adivina, buen adivinador! Describe la figura y escribe su nombre. Tiene lados ... y ... → es un ...”	
Tarea Matemática: Identificar.	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

Actividad 25.

Tema 1

4 Descubre la figura que **no** corresponde al grupo y enciérrala.
Escribe la característica común de cada grupo.

c.

Ilustración 60 : Tareas matemáticas páginas 180


Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM

Enunciado: “Descubre la figura que no corresponde al grupo y enciérrala. Escribe la característica común de cada grupo.”			
Tarea Matemática: Identificar		Tarea Matemática: Identificar	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta	Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización		Visualización	
Construcción		Construcción	
Prueba		Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.	Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos		Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.	Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario			

Actividad 26.

5 Compara las figuras usando lenguaje matemático.

u.



Se parecen en _____

Se diferencian en _____

Ilustración 61 : Tareas matemáticas páginas 180
Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM

Enunciado: “Compara las figuras usando lenguaje matemático. Se parecen en... Se diferencian en ...”	
Tarea Matemática: comparar	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario: La imagen que muestra las figuras no alude de manera correcta del concepto que estamos buscando puesto que el tamaño de cada una de las imágenes no es correspondiente, por lo que es difícil, con los referentes que poseen los niños de segundo básico, vislumbrar las diferencias y similitudes entre ambas figuras.	

Actividad 27.



Ilustración 62 : Tareas matemáticas páginas 181

Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM

Enunciado: “Descubre la figura que ve cada niño y píntala del color de su polera. [Veo una figura con 3 lados, 2 de ellos tienen igual medida y uno es distinto]. “	
Tarea Matemática: Identificar	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
comentario	

Actividad 28.

8 En parejas, busquen imágenes de objetos tecnológicos que se asemejen a figuras 2D. Construyan 10 tarjetas para jugar a adivinar la figura a partir de su descripción.

Ilustración 63 : Tareas matemáticas páginas 181

Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM

Enunciado: “En parejas, busquen imágenes de objetos tecnológicos que se asemejen a figuras 2D. Construyan 10 tarjetas para jugar a adivinar la figura a partir de su descripción.”			
Tarea Matemática: Identificar		Tarea Matemática: Identificar	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta	Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización		Visualización	
Construcción		Construcción	
Prueba		Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.	Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos		Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.	Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario			

Actividad 29.

Practico

2 Pinta la cinta de modo que se distingan cuadrados, triángulos y rectángulos. Usa un color para cada tipo de figura. Si lo necesitas, copia la cinta y recorta las figuras.

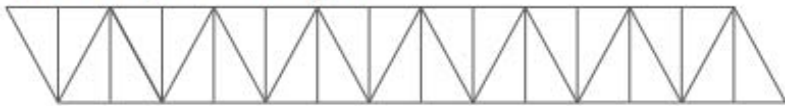


Ilustración 64 : Tareas matemáticas páginas 182
Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM

Enunciado: “Pinta la cinta de modo que se distingan cuadrados, triángulos y rectángulos. Usa un color para cada tipo de figura. Si lo necesitas, copia la cinta y recorta las figuras.”			
Tarea Matemática: Identificar		Tarea Matemática: Construir	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta	Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización		Visualización	
Construcción		Construcción	Dibujar los triángulos existente dentro de la cinta.
Prueba		Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.	Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos		Artefactos	Utilización de artefactos para dibujar. Ejemplo: lápiz, calcado.
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.	Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario			

Actividad 30.

4 Sigue las pistas y dibuja las figuras con lápiz y regla.

a. Son **2** figuras **2D**. Tienen la misma cantidad de vértices pero la medida de sus lados es distinta.

b. Es una figura con **3** vértices y **2** lados de igual medida.




Ilustración 65 : Tareas matemáticas páginas 183
Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM

Enunciado: “Encierra tres figuras 2D en la imagen. Dibújalas”			
Tarea Matemática: Identificar		Tarea Matemática: Construir	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta	Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización		Visualización	
Construcción	Dibujar el triángulos existente en base a la definición	Construcción	Dibujar el triángulos existente en base a la definición.
Prueba		Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.	Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	Utilización de artefactos para dibujar. Ejemplo: lápiz.	Artefactos	Utilización de artefactos para dibujar. Ejemplo: lápiz.
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.	Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario			

Actividad 31.



Ilustración 66 : Tareas matemáticas páginas 207
Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM

Enunciado: “Encierra con azul la tarjeta de la mamá de Irene y con rojo la de su papá.
A mi papá le haré una tarjeta parecida a una figura 2D con 3 lados y a mi mamá una parecida a una figura 2D de 4 lados de igual medida.”

Tarea Matemática: Identificar

Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

Actividad 32.

5. ¿En qué se parecen y en qué se diferencian las figuras 2D de las tarjetas que Irene quiere hacer?




Ilustración 67 : Tareas matemáticas páginas 207
 Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM

Enunciado: “¿En qué se parecen y en qué se diferencian las figuras 2D de las tarjetas que Irene quiere hacer?”	
Tarea Matemática: Reconocer	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

9.2.2 Análisis de las actividades propuestas del cuadernillo de ejercicios 2° básico editorial SM

Actividad 33.

2 Observa la imagen.



a. Encierra con ● las figuras 2D y con ● las figuras 3D.



b. Escribe el nombre de 2 objetos que tengan forma similar a una figura 3D que conozcas.

*Ilustración 68 : Tareas matemáticas páginas 86
Fuente: Cuadernillo de Ejercicios 2° básico Editorial SM*

Enunciado: “Observa la imagen. a. Encierra con las figuras 2D y con las figuras 3D. b. Escribe el nombre de 2 objetos que tengan forma similar a una figura 3D que conozcas.”	
Tarea Matemática: Identificar	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

Actividad 34.

2 Completa la ficha de las figuras 2D.

	Nombre de la figura	Número de lados	Ejemplo de un objeto con esa forma
a. 			
b. 			

d. ¿Qué tienen en común las figuras a y c?

Ilustración 69 : Tareas matemáticas páginas 87
 Fuente: Cuadernillo de Ejercicios 2° básico Editorial SM

Enunciado: “Completa la ficha de las figuras 2D. Nombre de la figura; Número de lados; Ejemplo de un objeto con esa forma e. ¿Qué diferencia hay entre las figuras a y b?”			
Tarea Matemática: Identificar		Tarea Matemática: comparar	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta	Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización		Visualización	
Construcción		Construcción	
Prueba		Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.	Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos		Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.	Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario			

Actividad 35.

3 Pinta.

- a. Con ● las figuras 2D que tienen 4 lados de igual medida.
- b. Con ● las figuras 2D de 3 lados.
- c. Con ● las figuras 2D formadas por líneas curvas.



Ilustración 70 : Tareas matemáticas páginas 88
Fuente: Cuadernillo de Ejercicios 2° básico Editorial SM

Enunciado: “Pinta. b. Con verde las figuras 2D de 3 lados”.	
Tarea Matemática: Identificar	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

Actividad 36.

4 Escribe una V si es verdadero o una F si es falso. Justifica tu respuesta.

a. _____ El  tiene la misma cantidad de lados que el .

*Ilustración 71 : Tareas matemáticas páginas 88
Fuente: Cuadernillo de Ejercicios 2° básico Editorial SM*

Enunciado: “Escribe una V si es verdadero o una F si es falso. Justifica tu respuesta.

a. El rectángulo tiene la misma cantidad de lados que el triángulo.”

Tarea Matemática: Identificar

Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

Actividad 37.

5 Realiza un dibujo con 3 triángulos, 4 cuadrados, 5 rectángulos y 2 círculos.

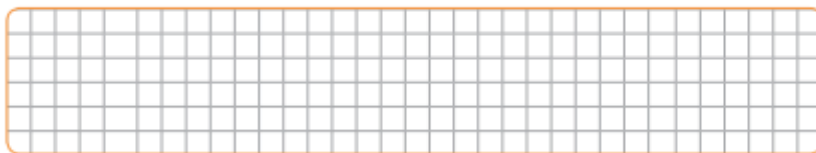


Ilustración 72 : Tareas matemáticas páginas 88
Fuente: Cuadernillo de Ejercicios 2° básico Editorial SM

Enunciado: “Realiza un dibujo con 3 triángulos, 4 cuadrados, 5 rectángulos y 2 círculos.”	
Tarea Matemática: Construir	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	Dibujar los triángulos que piden dependiendo del macro dibujo.
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	Utilización de artefactos para dibujar. Ejemplo: lápiz.
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

Actividad 38.

1 Corta y luego pega los recortables de la página 135 para formar las siguientes figuras 2D.

Unidad 3
Para utilizar en la página 89.

b.

The diagram shows two geometric shapes. On the left is a triangle with dashed lines, representing a template to be cut out. On the right is a square divided into eight smaller triangles by its diagonals and a horizontal and vertical line through the center. The square is shaded light purple and has a dashed border, indicating it is a template to be cut out. The text 'Unidad 3' and 'Para utilizar en la página 89.' is positioned above the square.

Ilustración 73 : Tareas matemáticas páginas 89
Fuente: Cuadernillo de Ejercicios 2° básico Editorial SM

Enunciado: “Corta y luego pega los recortables de la página 135 para formar las siguientes figuras 2D.”	
Tarea Matemática: construir	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	Armar un triángulo con base en 2 triángulos
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	Utilización de artefactos para dibujar. Ejemplo: recorte.
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

Actividad 39.

3 Construye con ayuda de un trozo de lana lo siguiente:

Un triángulo que tenga todos los lados iguales

Un triángulo que tenga dos lados iguales y uno distinto

Ilustración 74 : Tareas matemáticas páginas 90
Fuente: Cuadernillo de Ejercicios 2° básico Editorial SM

Enunciado: “Encierra tres figuras 2D en la imagen. Dibújalas”			
Tarea Matemática: construir		Tarea Matemática: construir	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta	Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización		Visualización	
Construcción	Dibujar el triángulos que pide.	Construcción	Dibujar el triángulos que pide.
Prueba		Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.	Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	Utilización de artefactos para dibujar. Ejemplo: lápiz.	Artefactos	Utilización de artefactos para dibujar. Ejemplo: lápiz.
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.	Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario			

Actividad 40.

4 Con la ayuda del tangrama recortable de la página 135, construye las siguientes figuras 2D usando 2 o más piezas. Dibuja tu respuesta.



Ilustración 75 : Tareas matemáticas páginas 90
Fuente: Cuadernillo de Ejercicios 2° básico Editorial SM

Enunciado: “Con la ayuda del tangrama recortable de la página 135, construye las siguientes figuras 2D usando 2 o más piezas. Dibuja tu respuesta.”	
Tarea Matemática: Construir	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	Construir un triángulo usando 2 o más piezas del tangrama.
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	Utilización de artefactos para dibujar. Ejemplo: recortes.
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

Actividad 41.

5 Dibuja las figuras 2D siguiendo las indicaciones.

a. Un triángulo a partir de este lado

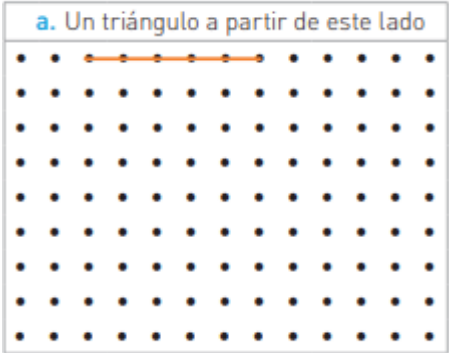


Ilustración 76 : Tareas matemáticas páginas 90
Fuente: Cuadernillo de Ejercicios 2° básico Editorial SM

Enunciado: “Dibuja las figuras 2D siguiendo las indicaciones. Un triángulo a partir de este lado”	
Tarea Matemática: Construir	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	Dibujar el triángulos a partir de un lado.
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	Utilización de artefactos para dibujar. Ejemplo: lápiz.
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

Actividad 42.

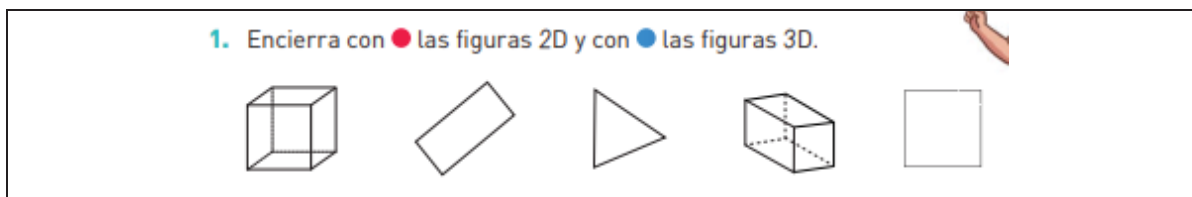


Ilustración 77 : Tareas matemáticas páginas 98
Fuente: Cuadernillo de Ejercicios 2° básico Editorial SM

Enunciado: “Encierra con rojo las figuras 2D y con azul las figuras 3D.	
Tarea Matemática: Identificar	
Componente	Relación del componente y la actividad propuesta
Visualización	
Construcción	
Prueba	
Representamen	Considerando la concepción de triángulo en la imagen.
Artefactos	
Referencial	Manteniendo la definición de triángulo presente en la actividad.
Comentario	

9.3 Actividades que no se analizaron

Dentro de las actividades encontradas en los textos escolares de los cursos de primero y segundo básico solo se toman en cuentas las actividades cuyo foco es el objeto triángulo en geometría, esto quiere decir que los triángulos utilizados en actividades como patrones. Sin embargo existen actividades enfocadas en el objeto triángulo que, debido a su mal enunciado o su imposibilidad de realizarse, quedan fuera del análisis y conteo de actividades referentes al objeto triángulo.

Este apartado está dispuesto para hacer visible las actividades no mencionadas en los análisis y dar las razones correspondientes de la causa. Se presenta la misma organización del apartado anterior, comenzando en primero y luego segundo básico, dividiendo cada uno en texto del estudiante y cuadernillo de trabajo. Todas las actividades son enumeradas correlativamente por curso.

9.3.1 Actividades que no se usaron del texto del estudiante en primero básico

Actividad 1.



Ilustración 81: Tareas matemáticas páginas 59
Fuente: Texto estudiante 1° básico Editorial Cal y Canto

El enunciado de esta actividad es “encierra los objetos que se asemejan a cada figura 2D dada” para presentar un triángulo y luego 3 objetos, un signo pare, un televisor y una

servilleta. Se considera que esta actividad no se puede analizar puesto que los objetos presentados no corresponden a la definición de triángulo, pudiendo presentar un error matemático en los alumnos.

Si bien hay otras actividades que son similares, ellas si tienen otra opción de respuesta (ejemplo: ver ilustración 29 y 30)

9.3.2 Actividades que no se usaron del cuadernillo de trabajo de primero básico

Actividad 2.

2 Encierra la cantidad de bolitas de plasticina que necesitas para construir el contorno de cada figura 2D.

a.




Ilustración 82: Tarea matemáticas página 33
Fuente: Cuadernillo de ejercicios 1° básico Editorial Cal y Canto

El enunciado de esta actividad dice “encierra la cantidad de bolitas de plasticina que necesitas para construir el contorno de cada figura 2D”, se considera que esta tarea es similar a la actividad 21, sin embargo considerando el contexto no se puede tener certeza de cuantas bolitas de plasticina se deben ocupar para construir el contorno. Hay que tener en cuenta que no se puede crear un lado con una “bolita” y al estirar la plasticina puede alcanzar para crear los tres lados. La subjetividad de esta tarea coerce el análisis y desarrollo de esta.

9.3.3 Actividades que no se usaron del texto del estudiante en segundo básico

Actividad 1.

7 Lee las pistas y descubre cuál es el espejo que se describe.
Márcalo con un .

No es curvo, tiene más de 3 lados y no son todos iguales.




Ilustración 83: Tareas matemáticas páginas 181
Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM

Esta actividad describe una figura y pide que se marque, la definición dice “no es curvo, tiene más de 3 lados y no son todos iguales” la cual no corresponde a “triángulo”, por lo que no se realiza el análisis.

Actividad 2.

Conecto

1 Sigue las instrucciones y juega con el tangrama.

Instrucciones

- Recorta las piezas del tangrama de la página 279.
- Con todas sus piezas forma cada una de las figuras sombreadas.




Ilustración 84: Tareas matemáticas páginas 182
Fuente: Texto estudiante 2° básico Editorial SM

El enunciado de esta actividad es “con todas las piezas del tangrama forma cada una de las siguientes figuras sombreadas”. Esta actividad puede producir confusión en los alumnos por el hecho de pedir que cada figura debe ser armada con todas las piezas del tangrama, siendo algo imposible de hacer. Por otro lado si el alumno no ocupara todas las piezas del

tangrama, solo debería cortar un triángulo y colocarlo sobre el triángulo sombreado, en ese caso no habría una tarea matemática real.

9.3.4 Actividades que no se usaron del cuadernillo de trabajo de segundo básico

Actividad 3.

The image shows a page from a math workbook. At the top left, there is a small blue box with the text 'Tema 1'. Below it, the title '¿Cómo describir y comparar figuras 2D?' is written in blue. A numbered instruction '1' says 'Une cada elemento con la figura 2D que se relaciona.' Below the instruction, there are two columns of items. The left column contains four items: a triangle with a pencil and string, a black rectangular speaker, an orange keyboard, and a red and white drum. The right column contains four 2D shapes: an orange rectangle, a red circle, a blue triangle, and a green square.

Ilustración 85: Tareas matemáticas páginas 86
Fuente: Cuadernillo de Ejercicios 2° básico Editorial SM

El enunciado de esta actividad es “une cada elemento con la figura 2D que se relaciona”, tratando de relacionar un instrumento triángulo con la figura.

Se considera que esta actividad no se puede analizar puesto que los objetos presentados no corresponden a la definición de triángulo, pudiendo presentar un error matemático en los alumnos.

Si bien hay otras actividades que son similares, ellas si tienen otra opción de respuesta (ejemplo: ver ilustración 29 y 30).