



PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA DE
VALPARAÍSO



Katherine Andrea Pérez Gómez

Diseño y Construcción de un Sistema de Tanques Acoplados para la Enseñanza del Control Automático

Informe Proyecto de Título de Ingeniero Civil Electrónico



**Escuela de Ingeniería Eléctrica
Facultad de Ingeniería**

Valparaíso, 24 de octubre de 2018



Diseño y Construcción de un Sistema de Tanques Acoplados para la Enseñanza del Control Automático

Katherine Andrea Pérez Gómez

Informe Final para optar al título de Ingeniero Civil Electrónico,
aprobada por la comisión de la
Escuela de Ingeniería Eléctrica de la
Facultad de Ingeniería de la
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
conformada por

Sr. Héctor Renato Vargas Oyarzún
Profesor Guía

Sr. Cristian Andres Castro Lagos
Segundo Revisor

Sr. Sebastián Carlos Fingerhuth Massmann
Secretario Académico

Valparaíso, 03 de octubre de 2018

*Dedicado a mis padres Patricia y Mario,
y a mi hermano Miguel con mucho cariño.*

Agradecimientos

Agradezco inmensamente a mis padres, primero por darme la oportunidad de estudiar lejos de mi región, por entregarme su apoyo incondicional y alentarme a seguir adelante cuando parecía todo cuesta arriba. Agradezco todo el esfuerzo y sacrificio realizado por cubrir los costos de la carrera y mi estadía en la quinta región, agradezco que me formaran como persona independiente y me enseñaran los valores que hoy forman parte de mí.

A mi pareja Eduardo gracias por tu apoyo incondicional al paso de estos 4 años, en especial por tu compañía y por hacerme parte de tu familia. Agradezco cada ayuda brindada desde tus conocimientos y porque fuiste parte importante en el desarrollo de mi proyecto.

A los profesores Héctor y Cristian gracias por sus conocimientos brindados, por cada consejo y por estar siempre dispuestos a resolver mis dudas. Muchas gracias por todo el apoyo entregado para que este proyecto se llevara a cabo.

Valparaíso, 16 de agosto de 2018

K.P.G.

Resumen

Este trabajo pretende ser una herramienta valiosa para los estudiantes que participan en el campo del control automático, especialmente para aquellos especializados en sistemas de control multivariable. En este contexto, el estudio del grado de acoplamiento de variables es el primer paso a seguir en el camino para diseñar un controlador multivariable. Sin embargo, las configuraciones didácticas que se usan en los laboratorios de control para llevar a cabo experiencias de control multivariable generalmente no tienen una estructura flexible para estudiar el efecto de diferentes grados de acoplamiento entre las variables. Por este motivo, este trabajo presenta el diseño y la construcción de un sistema de dos tanques acoplados (MIMO) a escala de laboratorio.

Las primeras gestiones que se llevaron a cabo para el diseño del sistema de tanques acoplados fueron análisis mediante pruebas de simulación realizados en la plataforma Simulink de Matlab. Estas simulaciones corresponden a análisis en lazo abierto y análisis de interacción de variables. En segundo lugar, se realizó análisis de interacción mediante la matriz de ganancia relativa (RGA), índice de Niederlinski (NI) y número de condición (CN) ya que la plataforma tiene la peculiaridad de tener una válvula manual que acopla ambos tanques, la cual puede ser manipulada para modificar el grado de interacción de las variables en el proceso, de acuerdo a su nivel de apertura.

Una vez conocido el comportamiento de la planta se realiza la confección de la estructura y se implementan el equipo necesario para su eventual control. El proceso de control se realiza computacionalmente, mediante una interfaz de usuario confeccionada en LabVIEW donde los estudiantes podrán obtener datos del comportamiento de la planta en tiempo real, e implementar distintas técnicas de control.

Por último, se presentan los resultados obtenidos del sistema real de tanques acoplados, donde se realizó identificación del sistema, análisis de interacción y diseño de controladores PI por localización de polos y ceros.

Palabras claves: Educación en control, control multivariable, Laboratorio práctico, sistemas MIMO, interacción de variables, acoplamiento.

Abstract

This work aims to be a valuable tool for students involved in the field of automatic control, especially for those specialized in multivariable control systems. In this context, the study of coupling degree of variables is the first step to follow in the way to design a multivariable controller. However, didactical setups which are used in the control labs to conduct multivariable control experiences usually have not a flexible structure to study the effect of different coupling degrees between variables. In this way, this paper presents the design and construction of a two coupled tanks system (MIMO) at laboratory scale.

The first steps that were carried out for the design of the system of coupled tanks were analyzed by simulation tests carried out on the Matlab Simulink platform. These simulations correspond to open-loop analysis and interaction analysis of variables. Second, interaction analysis was performed using the relative gain matrix (RGA), Niederlinski index (NI) and condition number (CN) since the platform has the peculiarity of having a manual valve that couples both tanks, which can be manipulated to modify the degree of interaction of the variables in the process, according to their level of openness.

Once the behavior of the plant is known, the construction of the structure is carried out and the necessary equipment for its eventual control is implemented. The control process is performed computationally, through a user interface made in LabVIEW where students can obtain data on the behavior of the plant in real time, and implement different control techniques.

Finally, the results obtained from the real system of coupled tanks are presented, where system identification was carried out. Interaction analysis and design of PI drivers by location of poles and zeros.

Key words: Control education, multivariable control, hands-on laboratory, MIMO systems, variable interaction, coupling.

Índice general

Introducción.....	1
1 Antecedentes generales y propuesta	4
1.1 Contexto del Proyecto	4
1.2 Problemática y solución propuesta.....	5
1.3 Estado del Arte	6
1.4 Objetivos	7
2 Modelado sistema tanques acoplados	8
2.1 Descripción del sistema de tanques.....	8
2.2 Condiciones de diseño	9
2.2.1 Descripción de los actuadores	10
2.3 Simulación del sistema en lazo abierto.....	11
2.4 Diseño y modelamiento en 3D	13
3 Análisis del Sistema	15
3.1 Linealización del Sistema de Tanques	15
3.2 Modelado en el espacio de estado.....	16
3.3 Análisis de Interacción	18
3.3.1 Matriz de Ganancia Relativa (RGA)	19
3.3.2 Índice de Niederlinski	24
3.3.3 Descomposición de valores singulares	24
3.3.4 Número de Condición	25
4 Construcción del Sistema de Tanques	27
4.1 Estructura del sistema de tanques.....	27
4.2 Válvula de compuerta.....	30
4.3 Sensores E-tape.....	31
4.3.1 Calibración de Sensores.....	32
4.4 Descripción de los actuadores.....	33
4.4.1 Circuito acondicionador de señal.....	33
4.5 Tarjeta de adquisición de datos.....	38
4.5.1 Interfaz de usuario en torno a la plataforma Labview	38

4.5.2 Funcionamiento del sistema	39
5 Resultados.....	41
5.1 Tanques con abertura de la válvula al 30%.....	41
5.1.1 Identificación del sistema.....	41
5.1.2 Análisis de interacción	44
5.1.3 Respuesta controlador PI.....	46
5.2 Tanques con abertura de la válvula al 70%.....	50
5.2.1 Identificación del sistema.....	50
5.2.2 Análisis de interacción	54
5.2.3 Respuesta controlador PI.....	55
5.3 Tanques para una abertura de la válvula al 90%	56
5.3.1 Identificación del sistema.....	57
5.3.2 Análisis de interacción	60
5.3.3 Respuesta controlador PI.....	60
Discusión y conclusiones.....	62
Bibliografía	64

Introducción

El desarrollo de la ingeniería ha ido evolucionando de manera acelerada en los últimos tiempos, demandando nuevas metodologías de enseñanza para formar estudiantes competentes en el ámbito laboral. En este contexto, las instituciones académicas se han preocupado por desarrollar nuevos métodos y estrategias de enseñanza que permitan a los estudiantes ser participantes activos de su aprendizaje, mientras que el profesor cumple un rol guía como facilitador de conocimientos [1] [2].

Son múltiples las universidades que se han encargado de buscar nuevas metodologías de enseñanza a los alumnos en el ámbito de la ingeniería, tomando como eje central la participación activa de éstos, en un ambiente horizontal donde el profesor cumple el rol de orientador, mientras que el estudiante es el agente activo desarrollador de su conocimiento para lograr ser un profesional competente, capaz de tomar decisiones de riesgo siguiendo un pensamiento crítico [3].

Dentro de la estrategia de enseñanza de control existen los llamados laboratorios virtuales y remotos [4]. Sus grandes ventajas son la flexibilidad de horario de uso y se puede trabajar desde cualquier lugar con acceso a Internet, proporcionando la posibilidad de aprender a distancia sin la necesidad de trasladarse al lugar donde se encuentra la planta. Este método es muy utilizado por universidades que imparten clases online [5] [6].

En el ámbito específico de la enseñanza-aprendizaje del control automático, una de las estrategias utilizadas es la interacción con módulos de experimentación virtual y real, con la finalidad de poner en práctica los conocimientos teóricos adquiridos en clases, y comprender aquellos detalles que el estudio clásico no proporciona con facilidad [7].

Por otro lado, los laboratorios reales permiten integrar los límites físicos y tecnológicos propios de una planta real, además de someterse a perturbaciones que se puedan presentar en el ambiente real de funcionamiento, siendo este tipo de método el más eficaz para aprender [8]. Otro de los factores que aportan los laboratorios experimentales es la aplicación y el uso de las llamadas habilidades blandas. El trabajo en equipo y la colaboración entre pares para la resolución de un problema específico en la especialidad es esencial para los futuros ingenieros al momento de enfrentarse a los problemas del mundo real.

EL Laboratorio de Control Automático de la Escuela de Ingeniería Eléctrica de la PUCV, posee un conjunto de plantas didácticas enfocados en el aprendizaje de conceptos de control, donde los alumnos por medio de prácticas experimentales complementan los aprendizajes obtenidos en el aula. Estos sistemas presentes en el laboratorio son mayormente monovariantes, es decir poseen una entrada o variable manipulada y una salida o variable controlada.

En el Laboratorio de Control también existen sistemas multivariantes (múltiples entradas y múltiples salidas) las cuales poseen una mayor dificultad al momento de controlar, debido a la interacción entre sus variables, es decir, una variable de entrada puede perturbar a una o más variables de salida. Sin embargo, estos no cuentan con una configuración flexible del nivel de acoplamiento para estudiar los distintos efectos que se producen, lo cuales determinan en gran medida la decisión de la estrategia de control a utilizar.

En el mundo industrial es recurrente encontrar sistemas multivariantes, por este motivo es esencial que las casa de estudios incorporen en sus mallas curriculares sistemas de estas características [9]. Para aportar en el ámbito del desarrollo del aprendizaje del control multivariable se propone el diseño y construcción de un sistema de dos tanques acoplados, los cuales, son altamente utilizados para la enseñanza del control por sus características físicas [10] [11] [12].

Estos tanques tienen la peculiaridad de tener un acoplamiento variable, es decir posee un rango de interacción entre sus variables que puede ser modificado, entregando a los estudiantes mayores herramientas de aprendizaje. Ellos podrán identificar el sistema, analizar los distintos niveles de interacción por medio de herramientas como la Matriz de Ganancia Relativa (RGA), Índice de Niederlinski (NI) y Número de Condición (NC) para finalmente aplicar y discernir por el mejor método de control apto para el sistema [13].

El control de una planta multivariable real presenta algunas dificultades como la interacción entre las variables ya que genera perturbaciones entre ellas, siendo una problemática a la hora de controlar. Una de las técnicas para mitigar el efecto de acoplamiento es el diseño e implementación de desacopladores, otorgando un nuevo desafío para los alumnos de control. Para el caso del sistema de tanques con la válvula de acoplamiento a un alto nivel de abertura, los alumnos podrán experimentar los efectos que genera un sistema con variables acopladas, además de comprender el efecto del acoplamiento a través de controladores y desacopladores en el sistema. Esta será una herramienta importante para el aprendizaje básico de control multivariable en los alumnos de la EIE, generando mayores competencias en el ámbito laboral.

A su vez el laboratorio proporciona simulaciones para que el estudiante, en una primera instancia, pueda estudiar y analizar el sistema ante diversos escenarios ideales y posteriormente consiga experimentar los efectos de la planta real de tanques acoplados. Este método de simulación se ha convertido en una excelente herramienta para complementar los tópicos de control avanzado, permitiendo a los alumnos realizar diferentes estudios antes de implementar cambios en el sistema real de tanques.

Un segundo objetivo de este documento es otorgar a los estudiantes material de apoyo para la realización de proyectos de sistemas de control, exponiendo métodos prácticos y herramientas que faciliten u orienten la creación de una planta. Dentro de los cuales se puede mencionar el uso de software de simulación, de diseño y de programación.

El software Simulink de Matlab es una herramienta significativa a la hora de simular distintos modelos de procesos, el cual otorga una interfaz gráfica de rápido aprendizaje gracias a su programación visual en bloques, permitiendo obtener respuestas de diversos sistemas sin la necesidad de poseer conocimientos previos en programación.

El software LabVIEW creado por National Instruments es un programa basado en el lenguaje gráfico el cual permite a usuarios con poco o basto conocimiento de programación hacer uso de este para crear programas de distintas complejidades de una manera más rápida que otros sistemas de programación tradicional. Con esta herramienta se crea la interfaz de usuario que permite a los alumnos interactuar con la planta de tanques acoplados, realizar registros de la respuesta del sistema y a su vez controlar.

El software Rhinoceros 3D es una herramienta de diseño en tres dimensiones la cual permite al usuario crear distintos modelamientos en 3D, otorgando una visualización grafica de la proyección de sus ideas, además permite generar archivos en formato .stl apto para la impresión 3D de estructuras personalizadas que el mercado no se encuentran.

Este documento está organizado como sigue, el capítulo 1 describe los antecedentes generales del desarrollo de este trabajo como lo son el contexto, problemática, la solución propuesta y el estado del arte. El capítulo 2 refiere al modelo matemático del sistema, requisitos de diseño, simulaciones en lazo abierto, y modelado en 3D de los tanques acoplados. El capítulo 3 presenta el modelo en el espacio de estado del sistema, análisis de interacción de variables con métodos de Matriz de Ganancia en Relativa, Índice de Niederlinski y Número de Condición. El capítulo 4 detalla cada una de las partes que componen el sistema de tanques acoplados, con los respectivos circuitos de alimentación, tarjeta de adquisición de datos e interfaz de usuario. El capítulo 5 presenta los resultados del funcionamiento del sistema de tanques acoplados, con la respectiva identificación del sistema, análisis de interacción de variables y uso de controlador PI por localización de polos y ceros.

1 Antecedentes generales y propuesta

El presente capítulo expone el contexto bajo el cual se desarrolla el siguiente proyecto, presentando la problemática que enfrenta la escuela de Ingeniería Eléctrica de la PUCV, en el laboratorio de control automático. Luego, se presenta la solución propuesta, exponiendo el estado del arte y los objetivos del proyecto.

1.1 Contexto del Proyecto

El desarrollo de la ingeniería ha ido evolucionando de manera activa en los últimos tiempos, demandando diversas metodologías y herramientas de enseñanza que cubran los desafíos principales de la educación en ingeniería, compatibilizar la enseñanza teórica con la práctica. Este proceso se logra a través del aprendizaje clásico en el aula y experiencias en sistemas reales o virtuales de laboratorios, permitiendo el desarrollo del aprendizaje en los estudiantes visto desde diferentes aristas y con ello la formación de profesionales con mayores competencias en el área.

En el ámbito de la ingeniería, este es un agente importante en el desarrollo del país, ya que ofrece soluciones de calidad y eficiencia en todo ámbito de áreas [2]. Bajo este contexto las universidades cumplen un rol fundamental en la formación de nuevos ingenieros, donde sus esfuerzos recaen en la constante búsqueda de mejoras en la educación, adecuándose a los tiempos modernos y las necesidades que el mercado laboral requiere.

En dicha búsqueda se ha requerido implementar nuevas técnicas de enseñanza, entre las cuales se pueden encontrar métodos basados en problemas para el desarrollo de competencias de los estudiantes [14] y la utilización de laboratorios convencionales, virtuales y remotos para facilitar el aprendizaje de disciplinas complejas [7], siendo estas herramientas un complemento para la educación tradicional.

Una de las áreas de ingeniería es el control automático donde un sistema de enseñanza didáctico es fundamental a la hora de impartir los conceptos, debido a que una enseñanza clásica no es suficiente para entender todos los conocimientos de control y su aplicación. Las herramientas didácticas permiten a los estudiantes complementar la teoría de control, con tal eficacia que muchas casas de estudios han optado por implementar laboratorios, ya sea virtuales, remotos o convencionales [15].

Hoy en día con los avances tecnológicos presentes y la mejora continua de la industrialización, el aumento de los desafíos para los estudiantes de control es mayor, es por ello, que deben poseer las herramientas necesarias para enfrentarlos. Bajo esta circunstancia el uso de nuevas tecnologías y laboratorios de control ayudan al estudiante desarrollar nuevas competencias para su futuro profesional.

El Laboratorio de Control Automático, cumple el rol fundamental en la enseñanza del estudiante de la escuela de Ingeniería Eléctrica de la PUCV dedicado a esta área, el cual permite poner en práctica los conocimientos teóricos adquiridos en el aula, por medio de diversos equipos de laboratorio de control. En ellos se pueden desarrollar experiencias prácticas a través de actividades que permite a los estudiantes identificar, analizar y diseñar sistemas de control [16].

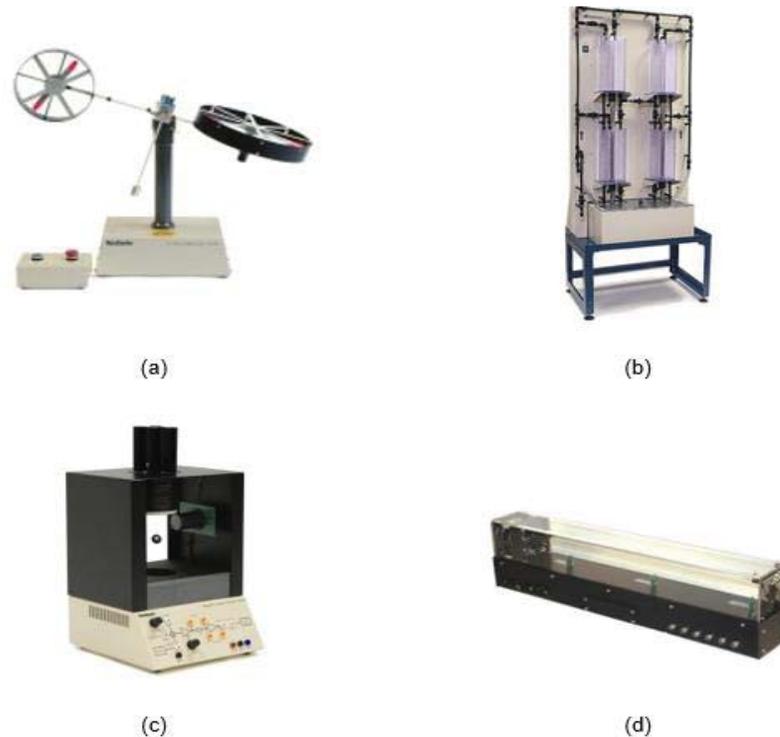


Figura 1-1: Sistemas de control presentes en el Laboratorio. (a) Doble rotor MIMO, (b) sistemas de tanques acoplados, (c) Maglev, (d) Heatflow.

En la figura 1-1 se presentan algunas de las plataformas presentes en el laboratorio de control de las cuales (a) y (b) corresponden a sistemas MIMO, utilizados para la enseñanza de control multivariable y (c) y (d) son sistemas SISO de una entrada y una salida. Cada una de estas plantas, cuentan con una tarjeta de adquisición de datos, y una interfaz de usuario creada en LabVIEW donde los estudiantes pueden realizar las experiencias exigidas en el curso de laboratorio.

1.2 Problemática y solución propuesta

Los equipos destinados al Curso de Laboratorio de Control Automático son aquellos sistemas SISO (levitador magnético, Motor DC, tanques acoplados, y heat flow) permitiendo a los estudiantes poner en práctica conceptos básicos de control. Si bien existe equipamiento de

sistemas multivariable, estos no son suficientes para desarrollar un curso de laboratorio, impidiendo entregar nuevas herramientas de control multivariable a los alumnos de la EIE, considerando que a nivel industrial se utiliza ampliamente este tipo de sistemas.

Como solución se propone diseñar y construir un sistema de dos tanques acoplados a escala de laboratorio para la enseñanza del control multivariable. Este es un sistema de dos entradas y dos salidas con acoplamiento variable, el cual permitirá a los alumnos de la Escuela de Ingeniería Eléctrica comprender los efectos de un sistema acoplado, identificar el sistema, realizar estudios de interacción y diseñar controladores, otorgando mayores competencias para su desarrollo profesional.

1.3 Estado del Arte

El sistema de tanques acoplados ha sido una de las herramientas ampliamente utilizadas para la enseñanza del control automático. Algunos ejemplos se presentan a continuación:

En el año 2008 se presenta en la revista IEEE, una propuesta de desarrollo de un laboratorio virtual [10], con el objetivo de implementar una plataforma donde los estudiantes en la materia puedan interactuar y experimentar con un sistema no lineal y multivariable (MIMO) utilizando una planta de tres tanques acoplados, donde se puede aplicar técnicas de control. Dicho sistema está basado en una plataforma web que permite a los estudiantes en control trabajar remotamente eliminando la necesidad de asistir a un laboratorio convencional.

El innovador sistema contribuye a la solución de ofrecer una herramienta de aprendizaje compatible con los tiempos de los actuales técnicos o ingenieros de control, ya que, al ser virtual, se puede utilizar a distancia en cualquier momento y hora del día, sin gastar tiempo de traslados ni de asistencias a laboratorio reales. La Figura 1-1 presenta la plataforma virtual de tanques [10].



Figura 1-1 Plataforma laboratorio virtual tanques acoplados.

El Departamento de Informática y Análisis Numérico de la Universidad de Córdoba, España, implementa un sistema de cuatro tanques interconectados, distribuidos en dos niveles, uno sobre el otro, y bajo estos un reservorio, el cual proporciona el líquido necesario para su funcionamiento. La implantación de dicho sistema busca aplicar el control multivariable (MIMO) a los tanques acoplados e ilustrar su relevancia a nivel industrial. En la Figura 1-2 se aprecia el sistema de cuatro tanques implementado [17].

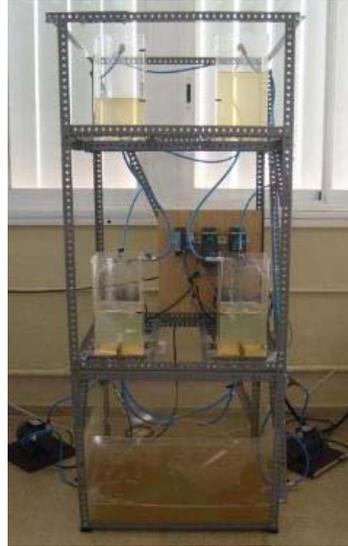


Figura 1-2 Sistema de 4 tanques acoplados, implementado por el Departamento de Informática y Análisis Numérico de la Universidad de Córdoba.

1.4 Objetivos

Con la finalidad de tener una visión clara del proyecto se presenta como objetivo general diseñar y construir un sistema de tanques acoplados a escala de laboratorio para análisis y aplicación de conceptos de control multivariable.

Para lograr el objetivo general de este proyecto es necesario cumplir con objetivos específicos, los cuales se detallan a continuación:

1. Estudio del estado del arte sobre educación en control automático.
2. Analizar el modelo dinámico del sistema de tanques acoplados.
3. Realizar simulaciones de control del sistema en software Matlab/Simulink.
4. Diseñar y construir un prototipo del sistema de tanques a escala de laboratorio.
5. Implementar un sistema de control por computador para el prototipo.
6. Realizar pruebas de funcionamiento del sistema desarrollado.
7. Análisis de resultados y conclusiones finales.

2 Modelado sistema tanques acoplados

El presente capítulo tiene como objetivo introducir al sistema de tanques acoplados, el cual enseña en primer lugar la descripción y modelo de este. Luego, describe las condiciones y limitaciones de diseño del sistema, para finalmente presentar pruebas de simulación en lazo abierto y obtener las dimensiones de la plataforma con el respectivo modelado en 3D.

2.1 Descripción del sistema de tanques

La Figura 2-1 representa el diagrama esquemático del sistema de tanques acoplados de dos depósitos T_1 y T_2 de sección transversal A_1 y A_2 con áreas de igual dimensión. Ambos tanques están conectados entre sí por una válvula de giro manual de caudal variable Q_{12} . Luego existen dos bombas, Bomba 1 y Bomba 2 los cuales generan caudal de entrada Q_1 y Q_2 e ingresan a T_1 y T_2 generando cambio en la altura del líquido h_1 y h_2 en los respectivos tanques. Por último, Q_{20} representa la única salida de caudal constante del sistema permitiendo que el líquido fluya a través de los depósitos. Este sistema de tanques es de tipo MIMO (multiple-input multiple-output) de dos entradas y dos salidas siendo Q_1 y Q_2 las variables manipuladas por medio de las bombas y h_1 y h_2 las variables controladas.

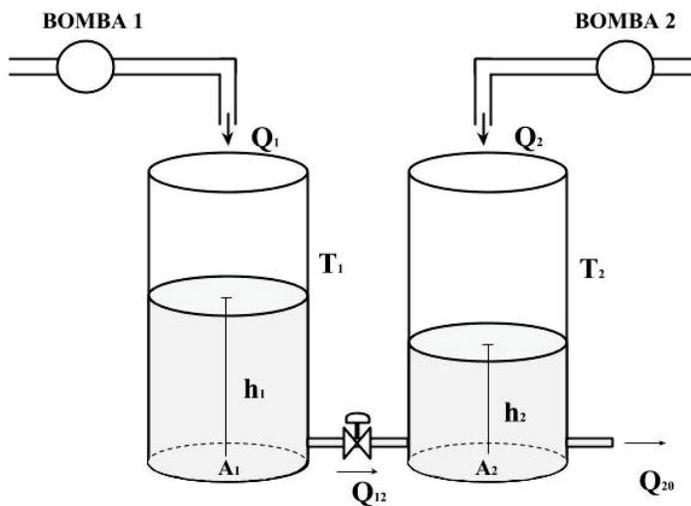


Figura 2-1: Diagrama esquemático de tanques acoplados.

El modelo analítico del sistema de tanques representado en la Figura 2-1 está compuesto por dos ecuaciones diferenciales de primer orden las cuales son válidas para $h_1 \geq h_2$. Estas ecuaciones diferenciales describen el balance de flujo del sistema y se representan a continuación en las ecuaciones (2-1) y (2-2).

$$A \cdot \frac{dh_1}{dt} = Q_1 - Q_{12} \quad (2-1)$$

$$A \cdot \frac{dh_2}{dt} = Q_2 + Q_{12} - Q_{20} \quad (2-2)$$

Donde A corresponde al área transversal de los tanques, y t representa el tiempo. Luego los caudales Q_1 y Q_2 generados por el actuador se pueden escribir como se presenta continuación, en la ecuación (2-3).

$$Q_i = k_m \cdot u \text{ [m}^3\text{/seg]} \quad (2-3)$$

Donde k_m es la constante de relación caudal-voltios [$\text{m}^3/\text{v} \cdot \text{seg}$] y u representa el voltaje aplicado en la bomba. Seguidamente por las ecuaciones de Torricelli los caudales Q_{12} y Q_{20} se representan como se indica en las ecuaciones (2-4) y (2-5).

$$Q_{12} = s_1 \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \text{ [m}^3\text{/s]} \quad (2-4)$$

$$Q_{20} = s_2 \sqrt{2gh_2} \text{ [m}^3\text{/s]} \quad (2-5)$$

Siendo s_1 la sección transversal de la válvula la cual es variable, luego s_2 corresponde a la sección de la tubería de salida del tanque 2 y g es la constante de aceleración de gravedad. Remplazando y desarrollando las ecuaciones (2-3), (2-4) y (2-5) en las ecuaciones (2-1) y (2-2) se obtiene las ecuaciones diferenciales no lineales del sistema de tanques indicado en (2-6) y (2-7), las cuales son utilizadas posteriormente para análisis en simulación.

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{k_m \cdot u}{A} - \frac{s_1 \sqrt{2g(h_1 - h_2)}}{A} \quad (2-6)$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{k_m \cdot u}{A} + \frac{s_1 \sqrt{2g(h_1 - h_2)}}{A} - \frac{s_2 \sqrt{2gh_2}}{A} \quad (2-7)$$

2.2 Condiciones de diseño

Para el diseño y confección del sistema de tanques acoplados, este debe cumplir con ciertas características necesarias para un desempeño óptimo de la planta. Recordemos además que el objetivo principal de la construcción del sistema de tanques es su utilización para la enseñanza del control multivariable. Teniendo en cuenta estas consideraciones, las características que se requieren para el diseño del sistema son las siguientes:

- Las dimensiones del sistema de tanques acoplados deben ser a escala de laboratorio, con la finalidad de ser utilizados por estudiantes, para el análisis de su comportamiento.
- Poseer condiciones de estabilidad en un punto adecuado de operación, evitando que el sistema sufra rebalses o que el nivel de líquido no sea suficientemente alto para obtener un buen registro del comportamiento del sistema.
- El tiempo de estabilidad del sistema debe ser adecuado para que la planta sea manipulada en las horas correspondiente a la catedra.
- Se requiere una válvula manual de cierre lento que regule el caudal entre los tanques.
- Conocer la constante de relación caudal-voltios de la bomba (k_m), para realizar los análisis pertinentes.

2.2.1 Descripción de los actuadores

Los actuadores en un sistema de control, son los que realizan la acción de ejercer un cambio en una variable física que se desea controlar, esta acción se realiza por medio de señales que recibe el controlador. En el caso del sistema de tanques acoplados, este contiene dos actuadores, correspondientes a dos bombas sumergibles, las cuales generan caudal de entrada en los tanques, variando la altura de líquido en cada uno de ellos.

Para realizar el diseño del sistema de tanques, es necesario conocer el rango de operación de las bombas y la constante proporcional de caudal-voltios (k_m), la cual entrega información de las limitaciones de diseño de los tanques por medio de simulación. Para calcular el constante k_m se realiza el siguiente experimento, se alimenta la bomba con siete valores distinto de voltaje y para cada nivel de tensión se mide el tiempo de llenado de un recipiente milimetrado, luego se calcula el caudal para cada una de las mediciones. En la Tabla 2-1 se presentan los resultados de voltaje y caudal.

Tabla 2-1: Medición de voltaje versus caudal.

Voltaje (v)	Caudal (cm ³ /s)
2.49	7.27
3	10.91
3.5	12.48
3.9	13.59
4.49	16.36
4.95	17.46
5.59	19.80

De la Tabla 2-1 se desprende el gráfico de la Figura 2-2, del cual se obtiene la ecuación lineal que simboliza la relación de caudal-voltios de las bombas, luego la pendiente representa la constante

k_m , siendo su valor aproximado $3,85 \text{ (cm}^3/\text{v} \cdot \text{s)}$. Este valor se utiliza más adelante para realizar las simulaciones de ambos actuadores.

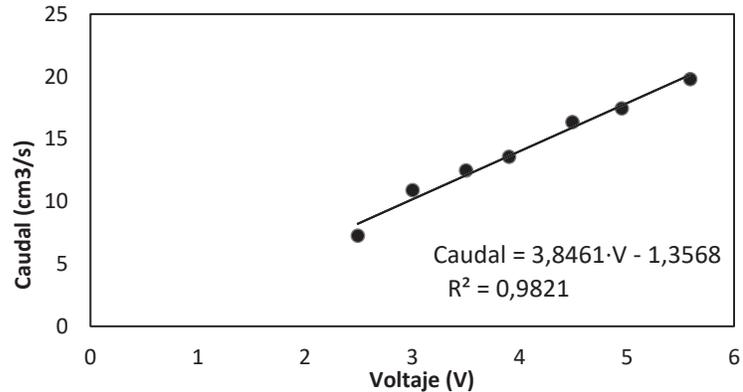


Figura 2-2: Gráfico de relación caudal-voltios.

2.3 Simulación del sistema en lazo abierto

Las pruebas de simulación sirven para obtener una aproximación de la dinámica real del sistema, la cual permite analizar las distintas respuestas de la planta frente a diversos cambios en las variables que afectan su comportamiento. Bajo este contexto, se utiliza la herramienta Simulink de Matlab para crear el diagrama de bloques del sistema de tanques acoplados la cual, se utiliza para realizar cambios en las variables físicas de la planta. En la Figura 2-3 se observa el modelo donde se pueden apreciar las entradas u_1 y u_2 , que representan los voltajes aplicados a las bombas, el bloque celeste contiene el modelo del sistema detallado en el anexo E. Por último H_1 y H_2 corresponden a las alturas de líquido en cada tanque.

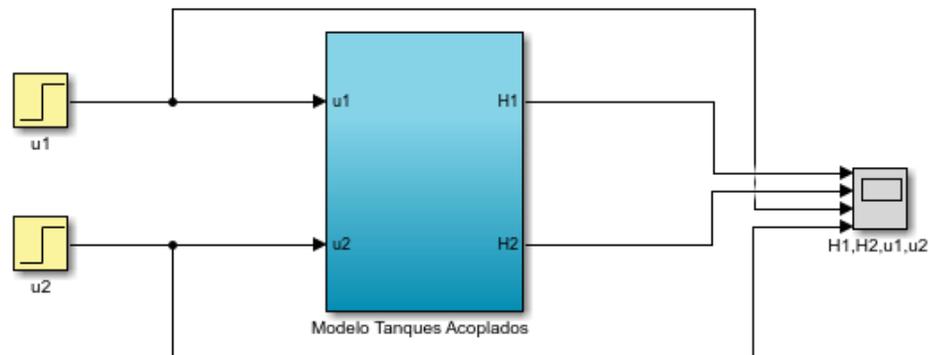


Figura 2-3: Simulación del modelo analítico del sistema en Matlab/Simulink.

Para validar las dimensiones de la estructura del diseño de los tanques acoplados se realizan simulaciones en lazo abierto, ejecutando diferentes cambios en las variables físicas que afectan el comportamiento del sistema y observando cada una de sus respuestas, hasta obtener resultados aceptables. Las variables físicas que afectan directamente el comportamiento del sistema son el diámetro interno de los tanques, diámetro interno de la válvula de acoplamiento y

el diámetro interno de la tubería de salida del tanque 2. Una vez realizadas las simulaciones del sistema en lazo abierto se seleccionan las dimensiones que cumplan de mejor forma con las condiciones de diseño. Con esto, se obtiene la Tabla 2-2 la cual presenta las dimensiones de los tanques acoplados que cumplen con los requisitos.

Tabla 2-2: Dimensiones de los tanques acoplados.

Descripción	Valor
Altura de los tanques	28 cm
Diámetro interno de los tanques	9 cm
Diámetro interno máximo de la válvula de acoplamiento	0,9525 cm
Diámetro interno de la tubería de salida del tanque 2	0,55 cm

A continuación, se presentan las respuestas del sistema en lazo abierto. En la Figura 2-4 para un diámetro interno de la válvula abierto a un 30%, y una entrada escalón de u_1 de 2.5 a 3 (v) y u_2 de 2.7 a 3.2 (v), donde u_1 está representado en magenta y u_2 en naranja. Se puede observar las respuestas de H_1 en azul y H_2 en rojo las cuales corresponden a una respuesta de primer orden con un tiempo de asentamiento aproximado a los 1000 segundos. Otra observación que se puede apreciar es que u_1 ejerce un cambio en la respuesta de H_1 y además un pequeño cambio en la respuesta de H_2 , de igual forma ocurre cuando se realiza un escalón en u_2 .

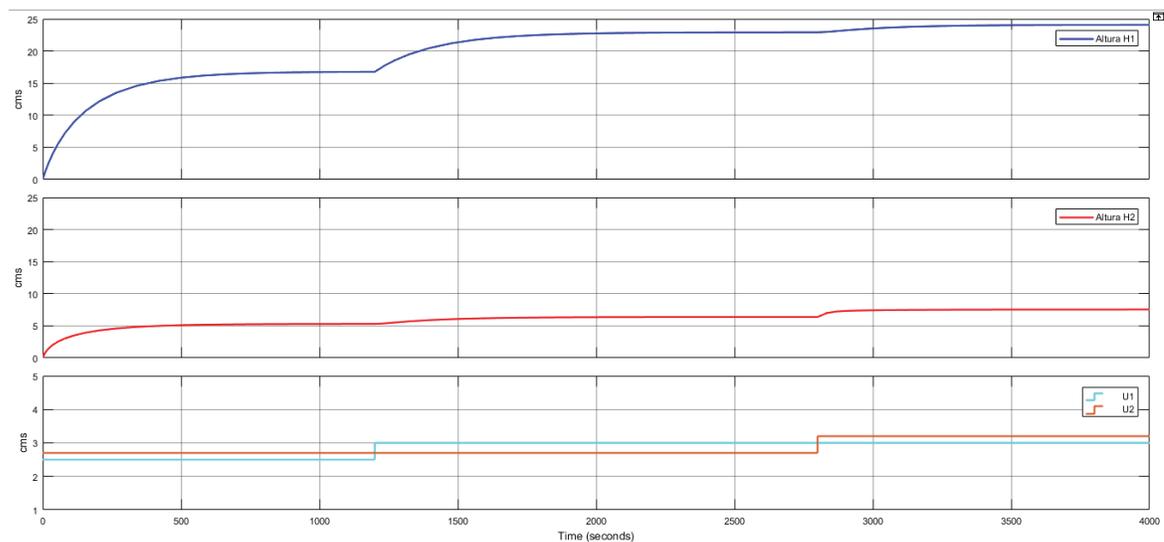


Figura 2-4: Respuesta del sistema abertura de la válvula al 30%.

Se presenta una segunda respuesta de la simulación en lazo abierto con la válvula de acoplamiento con un rango de abertura al 100%. En la Figura 2-5 se puede observar para una entrada escalón u_1 de 4.5 a 5 (v) y u_2 una entrada escalón de 4.2 a 4.8 (v) las respuestas de H_1 y H_2 las cuales tienen un tiempo de asentamiento aproximado de 600 segundos. Además, se puede apreciar que H_1 y H_2 tienen la misma altura, pues ambos responden de igual forma para una entrada escalón ya sea de u_1 o u_2 .

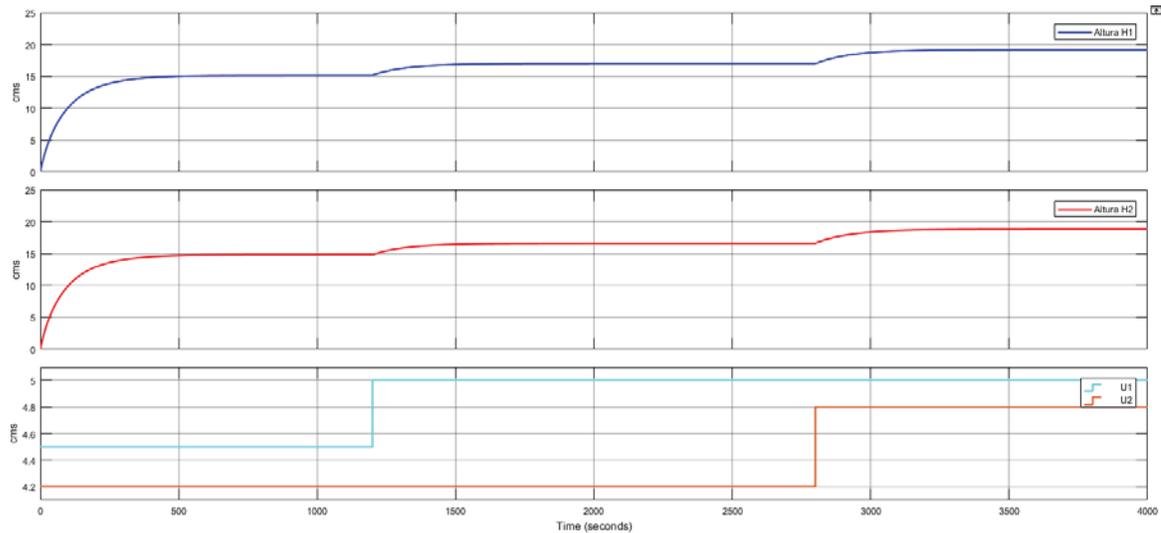


Figura 2-5: Respuesta del sistema con abertura de la válvula al 100%.

Si se compara las Figuras 2-4 y 2-5, se puede apreciar una diferencia de alturas de líquido en los tanques para una abertura de 30% de la válvula de acoplamiento, mientras que para una abertura de 100% las alturas se igualan, esto se debe al aumento de interacción entre los tanques para una mayor abertura. Otra diferencia que se puede apreciar es el tiempo de asentamiento, donde en la Figura 2-4 es mayor a la Figura 2-5.

Realizar la simulación en lazo abierto del sistema con todos los rangos de abertura de la válvula permite tener una noción del comportamiento real del sistema con las dimensiones especificadas. Los resultados obtenidos ayudan a respaldar las dimensiones de la estructura que se deben utilizar para la construcción del sistema para que su funcionamiento sea el esperado.

2.4 Diseño y modelamiento en 3D

Una vez finalizado el proceso de simulación, se procede a realizar el diseño y modelamiento del sistema de tanques, éste se realiza en Rhinoceros 3D un software que permite modelar objetos en tres dimensiones, con el objetivo de tener una referencia para su construcción final.

A continuación, en la Figura 2-6 se presenta el diseño propuesto para la confección del sistema de tanques acoplados, el cual está compuesto principalmente por una base cubica que contiene líquido, dos cilindros correspondientes a los tanques, los cuales están sujetos por soportes conectados a la base y a una pared. Finalmente, este sistema contiene dos bombas sumergibles conectadas a mangueras que llegan a los tanques y una válvula de acoplamiento.

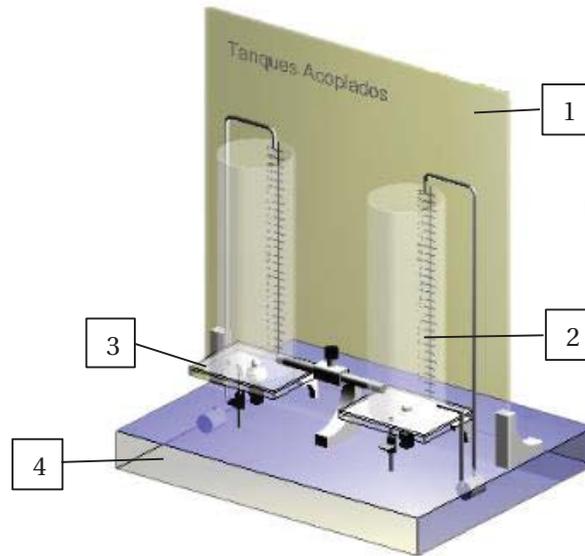


Figura 2-6: Modelado en 3D del sistema de tanques acoplados.

En la Tabla 2-3 se presenta el detalle de las dimensiones de la estructura del sistema de tanques, donde en la Figura 2-6 está representado en (1) la pared de la estructura, (2) tanque 2, (3) base de los tanques y (4) contenedor y base de la estructura.

Tabla 2-3: Resumen dimensiones de la estructura.

Estructura	Dimensiones
Recipiente y base de la estructura.	$52 \times 42 \times 5$ [cm ³]
Pared de la estructura.	50×46 [cm ²]
Diámetro interno de los tanques.	9 [cm]
Altura de los tanques	28 [cm]
Base de los tanques	12×11 [cm]

3 Análisis del Sistema

El siguiente capítulo busca enseñar la linealización del modelo no lineal de los tanques acoplados, seguidamente se presenta el modelo en el espacio de estado. Por último, se detalla el análisis de interacción del sistema simulado por medio del uso de herramientas de Matriz de Ganancia Relativa, Índice de Niederlinski y Número de Condición.

3.1 Linealización del Sistema de Tanques

Una forma de aproximar el comportamiento de un sistema no lineal, es linealizar el modelo en un punto de operación por medio de la expansión de series de Taylor, donde se utiliza los dos primeros términos indicados en la ecuación 3-1.

$$y = f(x) = f(x_0) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{x_0} (x - x_0) \quad (3-1)$$

Para el caso de sistemas de tanques acoplados los puntos de operación se evalúan entorno a las alturas H_1 y H_2 , estos valores se calculan igualando el flujo de salida con el flujo de entrada en cada tanque. Como el punto de operación es un punto fijo en el tiempo, el diferencial de altura es igual a cero. Luego desarrollando las ecuaciones 2-6 y 2-7 reemplazando el diferencial de altura por cero se obtienen las expresiones 3-2.

$$\begin{aligned} s_1 \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1 - h_2)} &= k_m \cdot u_1 \\ s_2 \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2} &= k_m u_2 + s_1 \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1 - h_2)} \end{aligned} \quad (3-2)$$

Al despejar h_1 de la ecuación 3-2 se obtiene la igualdad 3-3.

$$h_1 = \left(\frac{k_m \cdot U_1}{s_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \right)^2 + h_2 \quad (3-3)$$

Luego, reemplazando h_1 en 3-3 y despejando h_2 , se obtiene las equivalencias para los puntos equilibrio \bar{H}_1 y \bar{H}_2 indicado en las ecuaciones 3-4.

$$\begin{aligned}\bar{H}_1 &= \left(\frac{k_m \cdot U_1}{s_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \right)^2 + \left(\frac{k_m U_2 + k_m \cdot U_1}{s_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \right)^2 \\ \bar{H}_2 &= \left(\frac{k_m U_2 + k_m \cdot U_1}{s_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \right)^2\end{aligned}\quad (3-4)$$

Posteriormente se linealizan las ecuaciones 2-6 y 2-7 correspondiente al modelo no lineal del sistema, desarrollando las series de Taylor se obtienen las expresiones 3-5.

$$\begin{aligned}A \cdot \frac{d\Delta h_1}{dt} &= k_m \cdot \Delta u_1 - \frac{s_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g}}{2\sqrt{\bar{H}_1 - \bar{H}_2}} \cdot \Delta h_1 + \frac{s_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g}}{2\sqrt{\bar{H}_1 - \bar{H}_2}} \Delta h_2 \\ A \cdot \frac{d\Delta h_2}{dt} &= k_m \cdot \Delta u_2 + \frac{s_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g}}{2\sqrt{\bar{H}_1 - \bar{H}_2}} \cdot \Delta h_1 - \frac{s_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g}}{2\sqrt{\bar{H}_1 - \bar{H}_2}} \Delta h_2 - \frac{s_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g}}{2\sqrt{\bar{H}_2}} \Delta h_2\end{aligned}\quad (3-5)$$

Luego remplazando los puntos de trabajo \bar{H}_1 y \bar{H}_2 en las ecuaciones anteriores y ordenando los términos se obtiene las funciones 3-6, las cuales responden al modelo aproximado de los tanques acoplados en estado estacionario. El desarrollo de linealización se presenta en el anexo F.

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta h_1}{dt} &= -\frac{s_1^2 \cdot g}{A \cdot k_m \cdot U_1} \cdot \Delta h_1 + \frac{s_1^2 \cdot g}{A \cdot k_m \cdot U_1} \Delta h_2 + \frac{k_m}{A} \cdot \Delta u_1 \\ \frac{d\Delta h_2}{dt} &= \frac{s_1^2 \cdot g}{A \cdot k_m \cdot U_1} \cdot \Delta h_1 - \left(\frac{s_1^2 \cdot g}{A \cdot k_m \cdot U_1} + \frac{s_1 \cdot s_2 \cdot g}{A \cdot (k_m U_2 + k_m \cdot U_1)} \right) \Delta h_2 + \frac{k_m}{A} \cdot \Delta u_2\end{aligned}\quad (3-6)$$

3.2 Modelado en el espacio de estado

Una vez linealizado el sistema, las funciones se pueden expresar en el espacio de estado. Es decir, se representa de forma matricial las variables de entrada, variables de salida y variables de estado. Este método permite visualizar el modelo del sistema de forma más intuitiva, ya que un sistema linealizado contiene ecuaciones de segundo orden, mientras que un modelado en espacio de estado presenta ecuaciones de primer orden, permitiendo a su vez realizar análisis sistema con mayor facilidad.

La representación en el espacio de estado viene dada por las ecuaciones 3-7.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= As(t) \cdot x(t) + Bs(t) \cdot u(t) \\ y(t) &= Cs(t) \cdot x(t) + Ds(t) \cdot u(t)\end{aligned}\quad (3-7)$$

Luego, la descripción se cada matriz que representa el espacio de estado de detalla a continuación:

- $A_s(t)$ corresponde a la matriz de estado de dimensión $n \times n$ variables a controlar o variables de estado.
- $B_s(t)$ es la matriz de entradas de dimensión $n \times p$, donde p corresponde a las variables de entrada.
- $C_s(t)$ es la matriz de salida de dimensión $n \times q$, donde q representa las variables de salida.
- $D_s(t)$ representa la matriz de transmisión directa de dimensión $q \times p$.

La figura 3-1 representa el diagrama en bloques del modelo de espacio de estado típico, para variables de estado linealmente independientes.

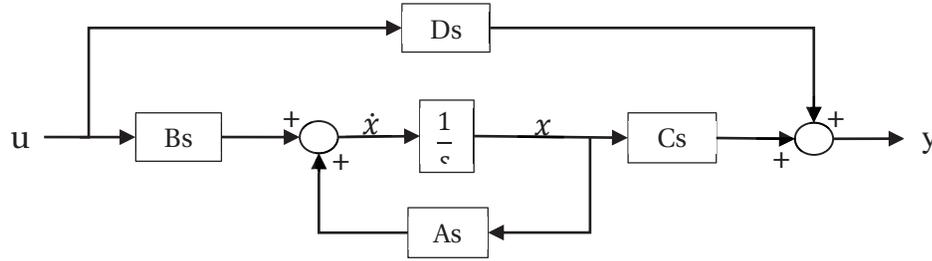


Figura 3-1: Modelo de espacio de estado.

A continuación, las funciones 3-5 descritas en la sección 3.1 se expresan en el espacio de estado. Donde $x(t)$ es el vector de variables de estado, representado en la ecuación 3-8.

$$x(t) = \begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \end{bmatrix} \rightarrow \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \Delta \dot{h}_1 \\ \Delta \dot{h}_2 \end{bmatrix} \quad (3-8)$$

La matriz de estado $A_s(t)$ se observa en la ecuación 3-9.

$$A_s(t) = \begin{bmatrix} -\frac{s_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g}}{A \cdot 2\sqrt{\bar{H}_1 - \bar{H}_2}} & \frac{s_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g}}{A \cdot 2\sqrt{\bar{H}_1 - \bar{H}_2}} \\ \frac{s_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g}}{A \cdot 2\sqrt{\bar{H}_1 - \bar{H}_2}} & -\frac{s_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g}}{A \cdot 2\sqrt{\bar{H}_1 - \bar{H}_2}} - \frac{s_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g}}{A \cdot 2\sqrt{\bar{H}_2}} \end{bmatrix} \quad (3-9)$$

Luego, la matriz de entrada $B_s(t)$ se expresa en 3-10.

$$B_s(t) = \begin{bmatrix} \frac{k_m}{A} & 0 \\ 0 & \frac{k_m}{A} \end{bmatrix} \quad (3-10)$$

El vector de entrada $u(t)$ se representa en 3-11.

$$u(t) = \begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

Continuando el vector de salida $y(t)$, corresponde a las variables a controlar, por lo que se expresa en 3-12.

$$y(t) = \begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \end{bmatrix} \quad (3-12)$$

Luego, el matriz $Cs(t)$ se representa por 3-13

$$Cs(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-23)$$

A partir de la ecuación 3-14 se puede obtener la función de transferencia del sistema.

$$G(s) = Cs(s) \cdot Is - As(s)^{-1} \cdot B(s) \quad (3-14)$$

Al ser el sistema de tanques acoplados un modelo MIMO, el sistema se vuelve complejo de interpretar por ecuaciones linealizadas. Sin embargo, al traspasar estas ecuaciones a un modelo en el espacio de estado permite comprender el modelo de forma intuitiva.

3.3 Análisis de Interacción

En un sistema multivariable, es necesario estudiar el tipo de interacción que existente en el sistema. Esto quiere decir, cuantificar el afecto de una entrada a un determinado número de salidas. Pues depende del resultado de este estudio la estrategia de control que se deberá utilizar en la planta. Las herramientas que se estudian es esta sección son; la matriz de ganancia relativa (RGA), índice de Niederlinski (NI) y número de condición [17], [18].

En esta sección se estudian cuatro casos distintos de acoplamiento, los cuáles dependerán de los ajustes que contenga la válvula que une ambos tanques. Los niveles de ajustes son 100%, 75%, 50% y 30% de abertura, obtenido distintas funciones de transferencia para los distintos puntos de operación.

Por otro lado, a raíz del modelo en el espacio de estado obtenido en la sección 1.3, se sabe que el sistema de tanques acoplados corresponde a un sistema MIMO 2x2, este se representa como diagrama de bloques descrito en la figura 3-2 Donde se puede apreciar manera intuitiva las interacciones de las entradas en la salida las cuales corresponden a G_{12} y G_{21} .

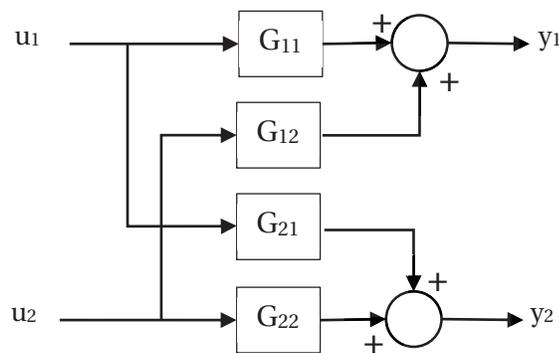


Figura 3-2: Diagrama de bloques sistema MIMO.

3.3.1 Matriz de Ganancia Relativa (RGA)

Una de las herramientas más utilizadas para estudiar en nivel de interacción y emparejamiento de un sistema de control, es la matriz de ganancia relativa (RGA) propuesta por Bristol en 1966. Esta matriz se puede obtener a través de la matriz de ganancia de estado estacionario (SSGM), para sistemas 2×2 a partir de ecuación descrita en 3-15.

$$\text{RGA}(G) = \Lambda(G) = G \cdot (G^{-1})^T \quad (3-15)$$

Donde G corresponde a la Matriz de Ganancia en Estado Estacionario y la matriz de ganancia relativas se puede expresar como la ecuación 3-16 donde la suma de los elementos de la fila y columna de la matriz debe ser igual a 1.

$$\Lambda(G) = \begin{bmatrix} \lambda & 1 - \lambda \\ 1 - \lambda & \lambda \end{bmatrix} \quad (3-16)$$

Los elementos que componen la matriz RGA tienen la siguiente interpretación:

- Para $\lambda_{ij} = 1$ existe ausencia de interacción. Por lo tanto, G_{ij} es independiente de la abertura o cierre de los otros lazos.
- Para $\lambda_{ij} = 0$ indica que la entrada u_i no afecta directamente a la salida y_j , cuando los otros lazos están cerrados.
- Si $0 < \lambda_{ij} < 1$ se produce mayor ganancia a medida que el elemento se acerca a cero, esto ocurre cuando hay interacción.
- Si $\lambda_{ij} = \infty$ La entrada u_i no afecta a la salida y_j cuando los demás lazos están cerrados, por lo tanto, el control resulta complejo.
- Si $\lambda_{ij} < 0$ es el peor caso pues produce un cambio de signo en la ganancia cuando los demás lazos se cierran.

Además, las reglas de emparejamiento consisten en elegir la salida con aquella entrada que sean positivos y más cercano a la unidad.

A continuación, se analizan cuatro casos de interacción según la abertura de la válvula de acoplamiento. Para obtener la matriz de ganancia en estado estacionario se utiliza la herramienta Simulink de Matlab® para obtener las funciones de transferencia de manera experimental. Para ello se simula el sistema para valores de entrada u_1 y u_2 . Una vez que el sistema está en estado estable se aplica una entrada escalón u_1 , mientras que u_2 permanece constante. Luego se realiza el mismo proceso, pero u_1 se mantiene constante y u_2 realiza el cambio.

A continuación, se analizará cada uno de los casos según la abertura de la válvula.

- Caso 1: Válvula con 100% de abertura

En la Figura 3-3 se presentan los resultados obtenidos por medio de la simulación para los dos cambios de entradas, donde el color azul representa la altura del tanque 1, en rojo la altura del tanque 2, magenta la entrada u_1 y naranja la entrada u_2 .

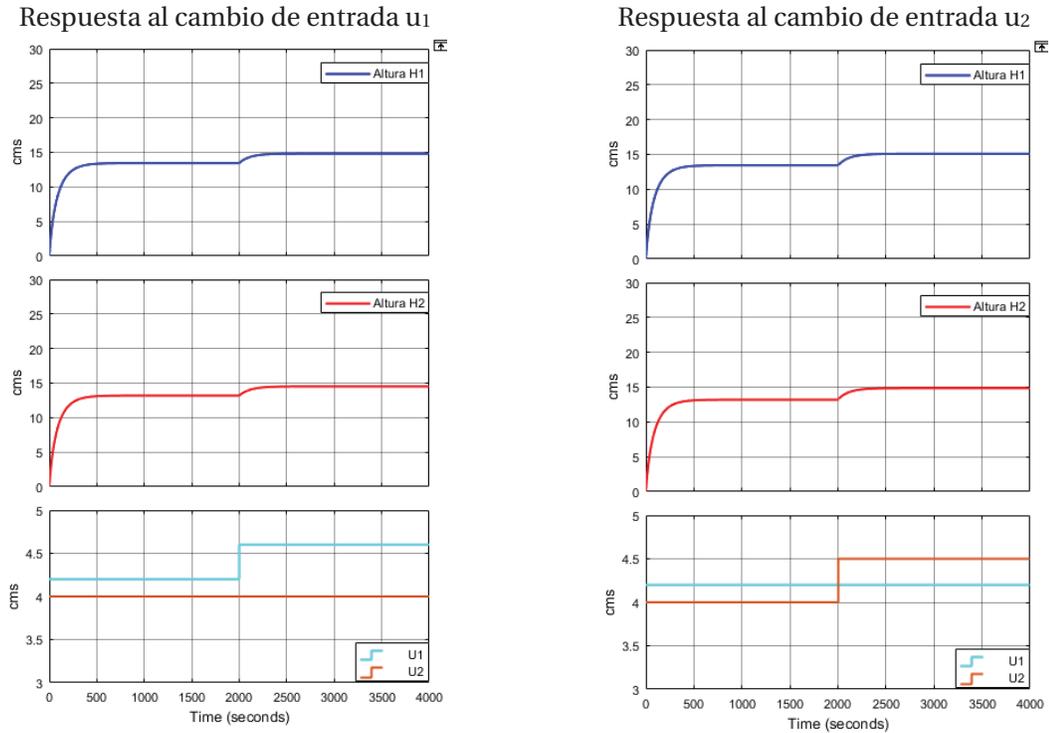


Figura 3-3 Respuesta de estado estacionario caso 1.

De la respuesta en estado estable se obtiene las funciones de transferencias 3-17.

$$\begin{aligned}
 H_1(s) &= \frac{0.54}{223.1s + 1} U_1(s) + \frac{0.82}{127.2s + 1} U_2(s) \\
 H_2(s) &= \frac{0.524}{150.7s + 1} U_1(s) + \frac{0.83}{124.3s + 1} U_2(s)
 \end{aligned}
 \tag{3-17}$$

A partir de las funciones de transferencia se obtiene la matriz de ganancia en estado estacionario 3-18.

$$G = \begin{bmatrix} 0.54 & 0.827 \\ 0.524 & 0.829 \end{bmatrix}
 \tag{3-18}$$

Luego, de la matriz G se aplica la ecuación 3-15. obteniendo la matriz de ganancias relativa 3-19.

$$\Lambda(G) = \begin{bmatrix} 31.3 & -30.3 \\ -30.3 & 31.3 \end{bmatrix}
 \tag{3-19}$$

Del RGA obtenido para la válvula en 100% de abertura, se observa que los elementos de la matriz λ tienden a valores elevados. Por lo tanto, al momento de controlar el sistema se vuelve de alta complejidad, ya que en lazo cerrado la variable manipulada no tendrá mayor efecto sobre variable a controlar. Los emparejamientos para este caso deben ser u_1 con h_1 y u_2 con h_2

- Caso 2: Válvula con 75% de abertura

A continuación, se presentan los resultados del estado estacionario de los tanques acoplados, enseñado en la figura 3-4 para una abertura de la válvula a 75%.

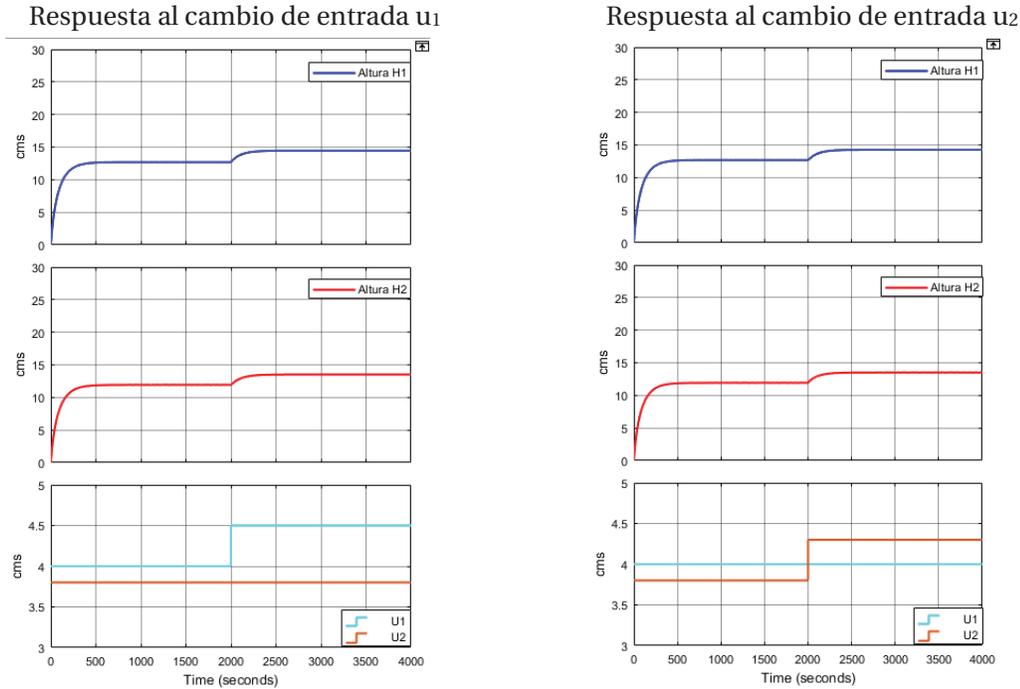


Figura 3-4 Respuesta de estado estacionario caso 2.

Las funciones de transferencias que representan la respuesta del sistema se muestran en 3-20.

$$H_1(s) = \frac{0.886}{77.63s + 1} U_1(s) + \frac{0.789}{82.6s + 1} U_2(s)$$

$$H_2(s) = \frac{0.794}{83s + 1} U_1(s) + \frac{0.78}{75.4s + 1} U_2(s) \quad (3-20)$$

Por lo tanto, la matriz de ganancia en estado estacionario viene dada por 3-21.

$$G = \begin{bmatrix} 0.886 & 0.789 \\ 0.794 & 0.78 \end{bmatrix} \quad (3-31)$$

Remplazando en la ecuación 3-15 se obtiene el RGA 3-22.

$$\Lambda(G) = \begin{bmatrix} 10.7 & -9.7 \\ -9.7 & 10.7 \end{bmatrix} \quad (3-42)$$

Comparando los elementos de la matriz con el caso anterior, se aprecia una disminución del valor de λ . Esto implica que los efectos de la entrada sobre la salida a controlar aumentaron en comparación al primer caso. Sin embargo, el valor de λ sigue siendo elevado, por lo que el control se vuelve complejo. Los emparejamientos para este caso deben ser u_1 con h_1 y u_2 con h_2 .

- Caso 3: Válvula con 50% de abertura

En la figura 3-5 se presenta la respuesta del sistema para la válvula de abertura al 50%.

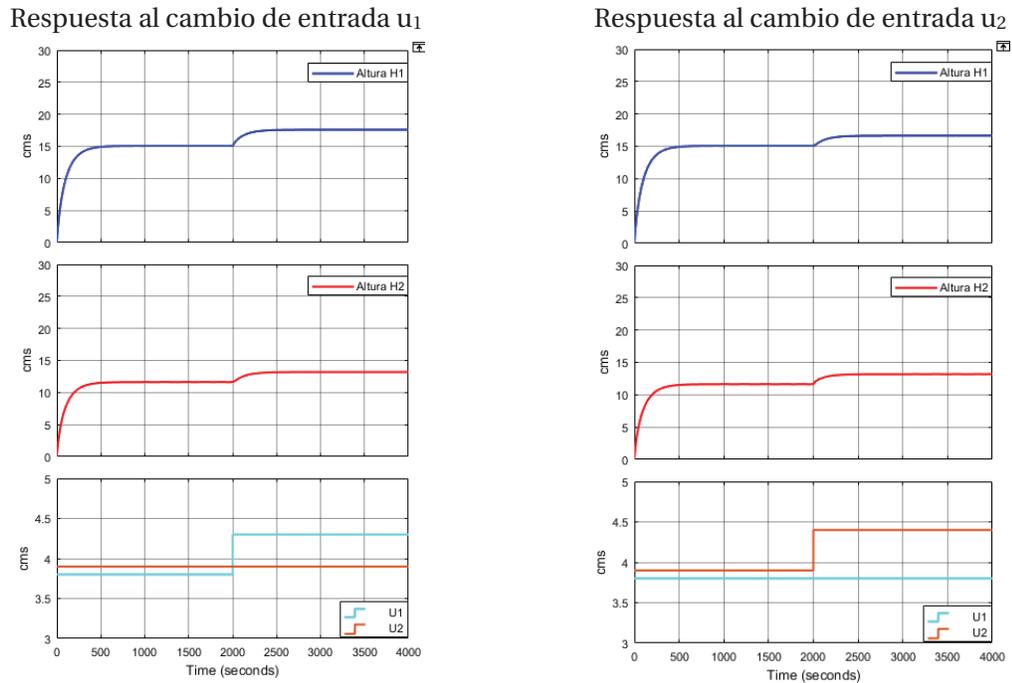


Figura 3-5 Respuesta de estado estacionario caso 3.

Las funciones de transferencia obtenidas para este caso están dadas por 3-23.

$$H_1(s) = \frac{1.257}{84.6s + 1} U_1(s) + \frac{0.778}{109.7s + 1} U_2(s)$$

$$H_2(s) = \frac{0.785}{115.4s + 1} U_1(s) + \frac{0.781}{73.2s + 1} U_2(s) \quad (3-23)$$

Por lo tanto, la matriz de ganancia en estado estacionario viene dada por 3-24.

$$G = \begin{bmatrix} 1.257 & 0.778 \\ 0.785 & 0.781 \end{bmatrix} \quad (3-24)$$

Reemplazando en la ecuación de la matriz de ganancia relativa se obtiene 3-25.

$$\Lambda(G) = \begin{bmatrix} 2.64 & -1.64 \\ -1.64 & 2.64 \end{bmatrix} \quad (3-25)$$

Se observa de RGA que los elementos disminuyeron en valor significativamente con respecto a los casos anteriores. Esto indica que el acoplamiento existente entre ambos tanques va disminuyendo. Por lo tanto, al momento de controlar este proceso no será mayormente complejo. Los emparejamientos para este caso deben ser u_1 con h_1 y u_2 con h_2 .

- Caso 4: válvula con 30% de abertura

El último caso a evaluar, es cuando la válvula se encuentra con una abertura de 30%. La figura 3-6 presenta la respuesta del sistema, donde se puede observar la disminución de la interacción, esto se puede apreciar claramente comparando los cambios de alturas para las entradas escalón en cada uno de los casos.

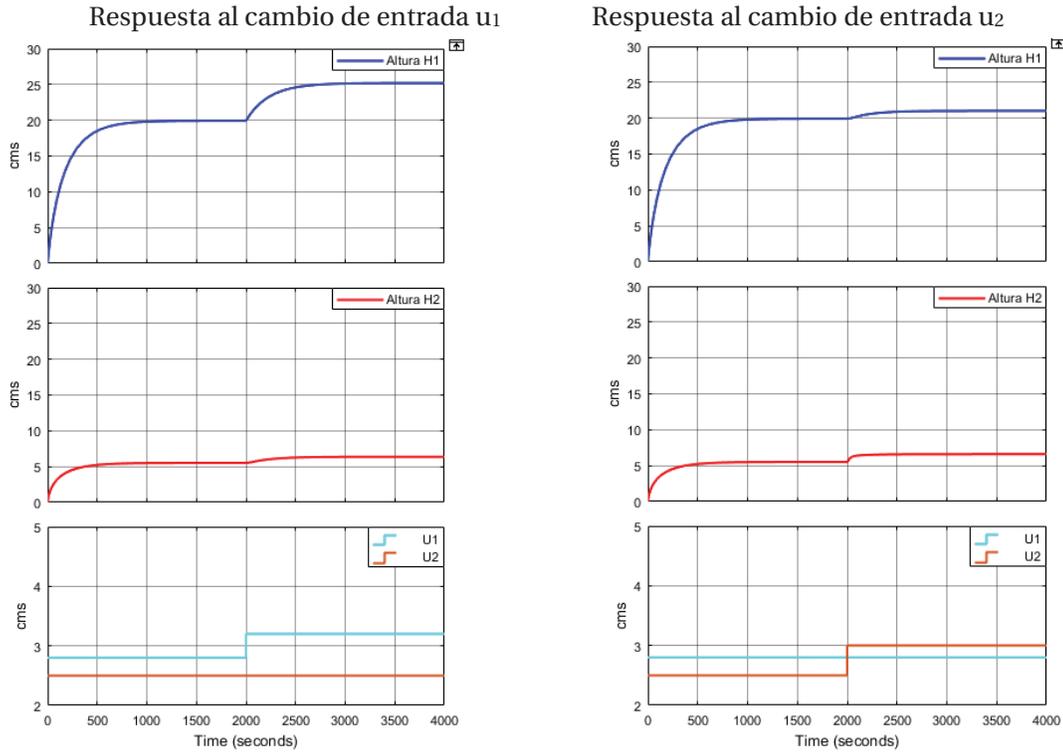


Figura 3-6 Respuesta de estado estacionario caso 4.

Luego las Funciones de transferencia obtenidas, se presentan en 3-26.

$$H_1(s) = \frac{2.11}{318.8s + 1}U_1(s) + \frac{0.54}{275.9s + 1}U_2(s)$$

$$H_2(s) = \frac{0.34}{346.53s + 1}U_1(s) + \frac{0.54}{54.8s + 1}U_2(s) \quad (3-26)$$

En consecuencia, la matriz de ganancia en estado estacionario se indica en 3-27.

$$\Lambda(G) = \begin{bmatrix} 1.192 & -0.192 \\ -0.192 & 1.192 \end{bmatrix} \quad (3-27)$$

Se puede distinguir de la matriz de ganancia relativa que sus elementos disminuyeron en comparación a los casos anteriores. Esto indica que el sistema tiene menos acoplamiento y los efectos de las entradas u_i al controlar h_i van a ser mayores. Los emparejamientos para este caso con u_1 con h_1 y u_2 con h_2 .

3.3.2 Índice de Niederlinski

El índice de Niederlinski es un método para indicar si el lazo de control produce inestabilidad en el sistema. Por lo tanto, los emparejamientos encontrados en la RGA serán aceptados si el NI resulta positivo [19].

La ecuación que define el NI está indicada en 3-28.

$$NI = \frac{|SSGM|}{\prod_{i=1}^n k_{ii}} < 0 \quad (3-28)$$

A continuación, se presentan los resultados obtenidos en el índice de Niederlinski para cada uno de los cuatro casos a estudiados. Indicado en la Tabla 3-1.

Tabla 3-1 Resultados Índice de Niederlinski.

Caso	Resultados
Caso 1: Válvula con 100% de abertura	$NI = \frac{(0.54 \cdot 0.83) - (0.82 \cdot 0.524)}{0.54 \cdot 0.83} = 0.041$
Caso 2: Válvula con 75% de abertura	$NI = \frac{(0.886 \cdot 0.78) - (0.789 \cdot 0.794)}{0.886 \cdot 0.78} = 0.093$
Caso 3: Válvula con 50% de abertura	$NI = \frac{(1.257 \cdot 0.781) - (0.778 \cdot 0.785)}{1.257 \cdot 0.781} = 0.377$
Caso 4 Válvula con 30% de abertura	$NI = \frac{(2.11 \cdot 0.54) - (0.54 \cdot 0.34)}{2.11 \cdot 0.54} = 0.82$

Se puede observar en cada uno de los resultados obtenidos que el $NI > 0$, lo cual indica que el sistema es estable para cada paridad. Además, se puede apreciar que el NI para una mayor abertura aumenta y disminuye para una menor, respectivamente. Es decir, si al sistema se agrega una válvula de acoplamiento de mayor radio de abertura, es probable que el sistema presente inestabilidad.

3.3.3 Descomposición de valores singulares

La descomposición de valores singulares consiste en descomponer la matriz de ganancia en estado estacionario en el producto de tres matrices, la cual está representada en la siguiente ecuación 3-29.

$$G = U \Sigma V^T \quad (3-29)$$

Donde G es igual a la matriz ($m \times n$) de estado estacionario, U es la matriz de dimensión ($m \times m$), cuyos valores simbolizan los vectores singulares de salida o izquierda, V es la matriz de dimensión ($n \times n$), cuyas columnas simbolizan los vectores singulares de entrada o derechos y por último, Σ es la matriz diagonal de dimensión ($m \times n$) compuesta por valores singulares no negativos σ , ordenados descendientemente [9].

Se realiza la descomposición de valores singulares a cada una de las matrices de estado estacionario con el fin de obtener los valores singulares máximo y mínimo para su posterior utilización. En la Tabla 3-2 se presentan los resultados.

Tabla 3-2 Descomposición de Valores Singulares.

Casos	Resultados descomposición de valores singulares	
Caso 1: 100% de abertura en la válvula	$G = \begin{bmatrix} -0.7096 & -0.7046 \\ -0.7046 & 0.7096 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1.3918 & 0 \\ 0 & 0.0103 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0.5406 & -0.8413 \\ -0.8413 & 0.5406 \end{bmatrix}$	
Valores singulares	$\sigma_{max} = 1.3918$	$\sigma_{min} = 0.0103$
Caso 2: 75% de abertura en la válvula	$G = \begin{bmatrix} -0.7293 & -0.6842 \\ -0.6842 & 0.7293 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1.6263 & 0 \\ 0 & 0.0397 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0.7314 & -0.6820 \\ -0.6820 & 0.7314 \end{bmatrix}$	
Valores singulares	$\sigma_{max} = 1.6263$	$\sigma_{min} = 0.0397$
Caso 3: 50% de abertura en la válvula	$G = \begin{bmatrix} -0.8025 & -0.5966 \\ -0.5966 & 0.8025 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1.8369 & 0 \\ 0 & 0.2021 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0.8046 & -0.5939 \\ -0.5939 & 0.8046 \end{bmatrix}$	
Valores singulares	$\sigma_{max} = 1.8369$	$\sigma_{min} = 0.2021$
Caso 4: 30% de abertura en la válvula	$G = \begin{bmatrix} -0.9764 & -0.2161 \\ -0.2161 & 0.9764 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2.2287 & 0 \\ 0 & 0.4289 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0.9574 & -0.2889 \\ -0.2889 & 0.9574 \end{bmatrix}$	
Valores singulares	$\sigma_{max} = 2.2287$	$\sigma_{min} = 0.4289$

3.3.4 Número de Condición

El número de condición es una forma de medir la sensibilidad del sistema en función de los cambios de entrada. Este valor se calcula partir del cociente entre los valores singulares máximo y mínimo de la matriz de ganancia en estado estacionario.

El número de condición se representa por la ecuación 3-30.

$$\gamma(G) = \bar{\sigma}(G)/\underline{\sigma}(G) \quad (3-30)$$

Se dice que un sistema está bien condicionado, si el número de condición es pequeño o menor a diez. Por otro lado, si el valor es grande mayor a diez, indica que está mal condicionado. Esto implica que hay entradas que afectan fuertemente a la salida, mientras que otras entradas afectan en menor medida [20].

Para cada uno de los casos de abertura de la válvula se calcula el número de condición. A continuación, se presentan los resultados en la Tabla 3.3.

Tabla 3-3 Resultados Número de condición.

Caso	Resultado
Caso 1: Válvula con 100% de abertura	$\gamma(G) = \frac{1.3918}{0.0103} = 135.13$
Caso 2: Válvula con 75% de abertura	$\gamma(G) = \frac{1.6263}{0.0397} = 40.96$
Caso 3: Válvula con 50% de abertura	$\gamma(G) = \frac{1.8359}{0.2021} = 9.08$
Caso 4 Válvula con 30% de abertura	$\gamma(G) = \frac{2.2287}{0.4289} = 5.19$

Se puede inferir de los resultados obtenidos que los dos primeros casos están mal condicionados, debido a los valores elevados obtenidos en el número de condición y en los casos 3 y 4 el sistema está bien condicionado.

Del análisis realizado en Matriz de Ganancia Relativa, Índice de Niederlinski y Número de Condición se concluye que se deben utilizar en conjunto ya que ninguno aporta información necesaria del acoplamiento y estabilidad del sistema. Se puede observar de los resultados obtenidos en cada caso, que el sistema no es inestable dado el índice de Niederlinski. Sin embargo, el Número de Condición indica que sólo en los casos 3 y 4 el sistema está bien condicionado. Por lo tanto, para los casos donde existe mayor acoplamiento es necesario utilizar un desacoplador o realizar control centralizado, y para los casos de menor interacción se puede controlar por medio de control descentralizado.

4 Construcción del Sistema de Tanques

El siguiente capítulo presenta la construcción del sistema de tanques, en el cual se describe cada uno de las partes que componen la estructura, acompañado del sistema de medición y actuación con sus respectivos circuitos acondicionadores de señal. Por último, se exhibe la interfaz gráfica de usuario y funcionamiento.

4.1 Estructura del sistema de tanques

La estructura del sistema de tanques está compuesta por un depósito de líquido de forma rectangular, tal como se indica en la Figura 4-1. Lo componen un recipiente de acero inoxidable, el cual soporta en su superficie una plancha de acrílico perforada, para el paso de cañerías y soporte de las demás estructuras. Para sellar el deposito se utiliza una cinta de goma para evitar fugas fuera del contenedor.



Figura 4-1: Depósito de líquido.

En la Figura 4-2 se observa uno de los tanques del sistema elaborado de material acrílico, también se aprecia que el tanque contiene agua verde. Este es un líquido anticorrosivo, antioxidante y anti incrustante, dando una mayor vida útil a los elementos en contacto con este, además el color mejora la visibilidad para apreciar las alturas en cada tanque.



Figura 4-2: Tanque con agua verde en su interior.

Para soportar los tanques se utilizan 4 estructuras como las indicadas en la Figura 4-3. Estas son diseñadas en el software Rhinoceros 3D, para su posterior impresión en 3D, utilizando material PLA.



Figura 4-3: Soportes para tanques.

En la Figura 4-4 se puede observar la mini válvula que se conecta a la tubería de 4 mm, cumpliendo la función de dar paso o cierre del flujo de líquido de los tanques hacia el reservorio. La cual puede ser utilizada como perturbación en la planta o drenaje.



Figura 4-4: Mini válvula.

La segunda válvula de la planta es la encargada de conectar ambos tanques, su tipo de abertura permite acoplar el sistema en diferentes medidas. La válvula tiene una medida de $\frac{1}{2}$ " , la cual contiene en sus extremos cañerías de $\frac{3}{8}$ " conectadas por medio de bushings. Para evitar la fuga de agua se recubre en sus uniones con teflón. Esta llave se puede apreciar en la Figura 4-5.



Figura 4-5: Válvula de acoplamiento.

Posteriormente en la Figura 4-6 se aprecian los distintos tipos de cañerías del sistema, estas permiten la circulación del líquido. En la parte superior de la imagen se encuentra la cañería de diámetro 5,5 (mm), la cual se conecta al tanque número dos permitiendo una salida constante de líquido. La siguiente cañería corresponde a un diámetro de 5 mm, la cual permite el paso de flujo desde los actuadores a los tanques. Por último, la cañería de 4 (mm) correspondiente al color negro en la imagen cumple la finalidad de drenar el agua estancada en los tanques una vez finalizado su uso, además estas mini válvulas se pueden utilizar para generar perturbaciones al sistema.

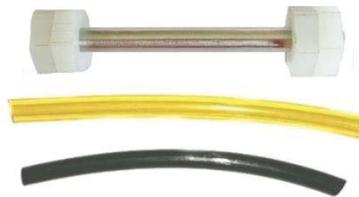


Figura 4-6: Tuberías del sistema.

El resultado final de la construcción de la planta de tanques acoplados se puede apreciar en la Figura 4-7.

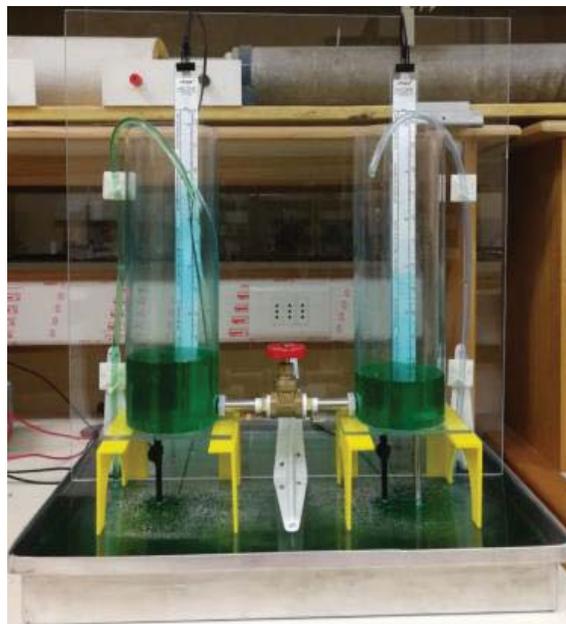


Figura 4-7: Plantas de tanques acoplados.

4.2 Válvula de compuerta

A continuación, se detalla la válvula de acoplamiento, esta es una válvula de compuerta indicada en la Figura 4-8, la cual es adecuada para el control de flujo de líquido, ya que permite controlar la dirección del flujo evitando que este se devuelva.



Figura 4-8: Válvula de compuerta.

La válvula está diseñada para controlar el paso de flujo utilizando como elemento interno una compuerta o guillotina que actúa en dos sentidos de subida o bajada, para permitir o impedir la circulación de líquido por la línea de la tubería.

Al girar la perilla de mando en sentido horario la compuerta se abre, permitiendo el paso de líquido, mientras que al girar en sentido anti-horario la compuerta interna se comienza a cerrar, disminuyendo o impidiendo el flujo de líquido.

El cuerpo de la válvula está construido con bronce por lo que su peso es liviano con respecto a las demás válvulas metálicas, y tiene una gran resistencia anticorrosiva a la humedad. En cuanto a la manilla de control, permite una fácil manipulación y un suave accionar.

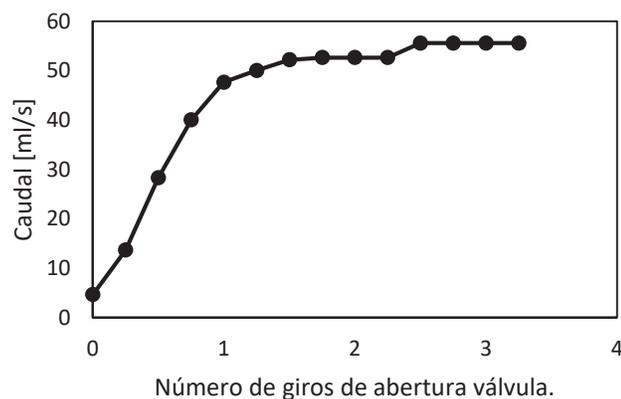


Figura 4-9: Caudal v/s número de giros de apertura válvula.

Para obtener la respuesta de esta válvula se realiza un experimento, en el cual, la válvula es sometida al flujo proporcionado por la caída de 300 [ml] de agua sobre su entrada, midiendo el tiempo de demora, en que el líquido logre en su totalidad llegar a la salida de la válvula, para

distintos niveles de giro de la manilla de control. Posteriormente, se calculan los distintos caudales generados por la válvula a diferentes aberturas para obtener el gráfico de la Figura 4-9.

Como se puede apreciar en la zona superior del gráfico, la curva comienza a permanecer constante, esto debido a que las cañerías que se conectan a la válvula son de menor diámetro.

4.3 Sensores E-tape

A continuación, se detalla el sensor de estado sólido E-tape indicado en la Figura 4-10. Este cumple la función de medir el nivel de líquido en los tanques.

La funcionalidad del sensor E-tape radica en la presión hidrostática que ejerce el líquido, en el cual se encuentra inmerso el sensor. Resultando en su cambio de valor resistivo correspondiente a la distancia de la parte superior y parte inferior del sensor.

Cabe mencionar que salida resistiva del sensor es inversamente proporcional a la altura del líquido, mientras mayor es el nivel del agua, menor es la resistencia y mientras menor es el nivel del líquido, mayor es la resistencia de salida. Sin embargo, el valor de resistencia en vacío de los sensores es diferente para cada uno de ellos.

Debido a la geometría interna del sensor, su valor resistivo puede variar en intervalos de 0.79 mm de nivel de líquido. Cabe mencionar que el líquido debe ser no corrosivo.



Figura 4-10: sensor E-tape.

A continuación, en la Tabla 4-1 se presentan las especificaciones del sensor E-tape a tener en consideración para la confección del circuito acondicionador de señal.

Tabla 4-1 Especificaciones sensor E-tape.

Características	Medida
Requisitos de energía	5 VDC
Comunicación	Salida resistiva
Dimensiones	25 x 363,2 x 0,381 mm
Rango de temperatura	-9 a +60 °C

4.3.1 Calibración de Sensores

Como es un sensor de valor resistivo variable, se requiere de un circuito acondicionador de señales, que permita traducir los cambios resistivos del sensor a un nivel de voltaje interpretable por la tarjeta de adquisición de datos. El circuito diseñado corresponde a un divisor de voltaje conectado a los terminales analógicos de la DAQ. La figura 4-11 ilustra el diagrama del circuito divisor de voltaje que se implementa para la adaptación de señal del sensor, donde la resistencia representada en R depende del rango de trabajo del sensor.

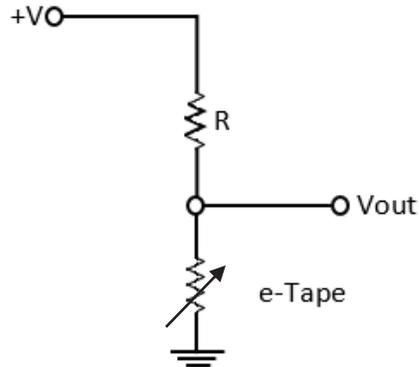
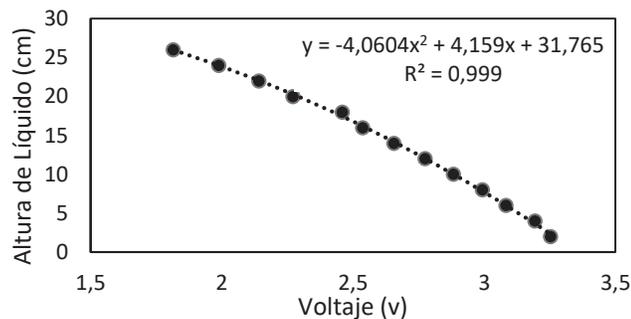
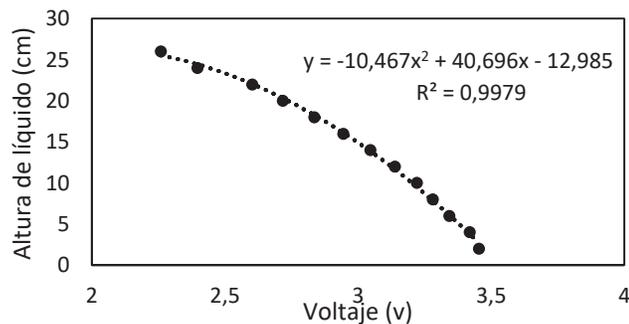


Figura 4-11 Circuito divisor de Voltaje.

Para la correcta interpretación de la lectura del sensor es necesario calibrar cada uno de estos por separado, evaluando el voltaje en cada uno de los cambios en su valor resistivo en los distintos niveles de líquido.



(a)



(b)

Figura 4-12 Sensor e-Tape. (a) Tanque 1, (b) Tanque 2.

Se presenta en la Figura 4-12 el grafico del sensor, correspondiente al voltaje versus la altura del líquido, donde se puede apreciar en ambos sensores curvas de segundo grado las cuales son utilizadas para calibrar cada uno de ellos, permitiendo realizar medidas precisas de la altura en función del voltaje medido por la tarjeta de adquisición de datos.

4.4 Descripción de los actuadores

Los actuadores son una parte fundamental al momento de controlar el sistema, ya que son estos los encargados de ejercer cambio en las variables controladas y lograr el punto de equilibrio requerido por el controlador. En la Figura 4-13 se presenta el actuador que se utiliza en los tanques acoplados.



Figura 4-13 Bomba sumergible.

Los actuadores del sistema de tanques acoplados corresponden a dos mini bombas sumergibles independientes entre ellas, las cuales se encargan de generar el caudal de entrada de líquido a cada uno de los tanques dependiendo de las señales recibidas por el controlador. Las características principales que poseen los actuadores se presentan la Tabla 4-2.

Tabla 4-2 Características principales de las bombas sumergibles.

Característica	Medida
Voltaje de alimentación	2.5-6 [V]
Elevación máxima	40-110 [cm]
Flujo	80-120 [l/h]
Altura aproximada	3 [cm]
Longitud	4.5 [cm]

4.4.1 Circuito acondicionador de señal

Uno de los circuitos que se debe diseñar para el correcto funcionamiento de la planta, es el circuito de control, el cual se encarga de aumentar la potencia entregada por la DAQ a una necesaria para el funcionamiento de los actuadores. Este tipo de circuito es un amplificador de corriente.

Para diseñar el circuito es necesario tener en cuenta las características eléctricas tanto de las mini bombas como de la tarjeta adquisición de datos. La corriente máxima de salida que soporta la

DAQ son 5[mA] y ± 10 [V], mientras que las bombas requieren para su funcionamiento un mínimo de 130 [mA] y un máximo 220 [mA] con un voltaje de 3 a 6 [V].

El circuito ilustrado en la Figura 4-14 corresponde a la simulación del amplificador de potencia en el software multisim el cual consta de dos etapas, la primera es desacoplar la baja potencia de la alta potencia, para ello se utiliza el opto-acoplador 4n26, con el cual nos aseguramos que por un lado del circuito se encuentre la DAQ y por el otro lado del circuito se conecte las bombas que requieren mayor potencia. A su vez para este caso el opto-acoplador se utiliza en zona activa, es decir la salida del 4n26 es un amplificador de corriente de salida análoga de la tarjeta adquisición de datos.

La segunda etapa del circuito es amplificar la señal proveniente del opto-acoplador y ser transmitida a las bombas para que se activen y sean controladas. Para esta amplificación se utiliza un transistor Darlington TIP122, el cual tiene una ganancia aproximada de 1000, permitiendo suministrar un corriente de base de orden de microamperios y obtener una corriente en miliamperios hacia la carga.

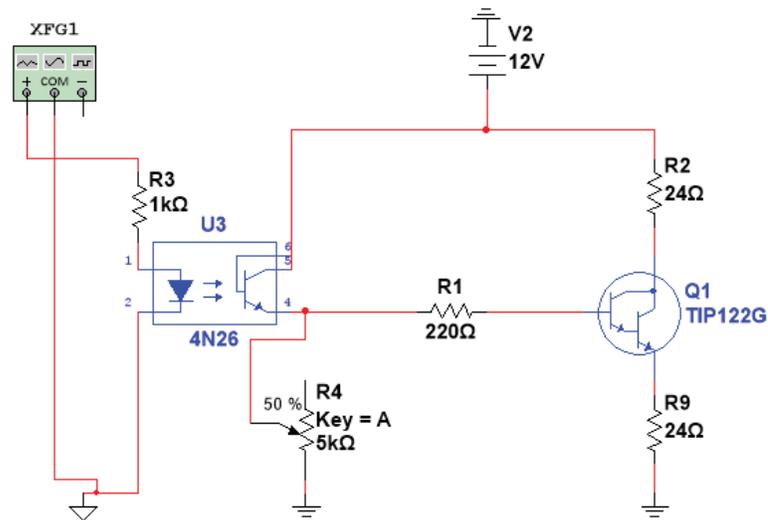


Figura 4-14 Circuito amplificador de potencia simulado.

Para analizar la respuesta del circuito, con un generador de funciones se simula una señal de entrada sinusoidal de 0 a 5 [V] la cual representa la salida análoga de la tarjeta de adquisición de datos. Permitiendo tener una visualización completa de la respuesta del circuito, para ser implementado en la realidad.

El primer paso para obtener el circuito amplificador es asegurar que el opto-acoplador está trabajando en zona activa, el cual se regula mediante un potenciómetro ubicado en el emisor del fototransistor.

Posteriormente se agrega el transistor tipo Darlington y una carga de 24 ohm que simula a la bomba. Al transistor tipo Darlington se agrega una resistencia limitadora de corriente en su base,

para evitar su saturación y obtener una respuesta sinusoidal. A su vez se agrega una resistencia en el colector para limitar la corriente en la carga y disipar potencia.

En la Figura 4-15 se ilustra las respuestas obtenidas de la simulación las señales de entrada, de salida del 4n26 y en la carga, donde la señal roja corresponde al voltaje de entrada. La señal azul corresponde a la salida del opto-acoplador y la señal verde al voltaje en el actuador. Como se puede observar la señal que recibe la bomba se satura en la zona inferior, pero no tiene mayores efectos en el sistema real, ya que los actuadores funcionan con un mínimo de 2,5 [V], lo importante radica en que la señal no se sature en la zona superior, para mantener un rango amplio de trabajo y a su vez de control.

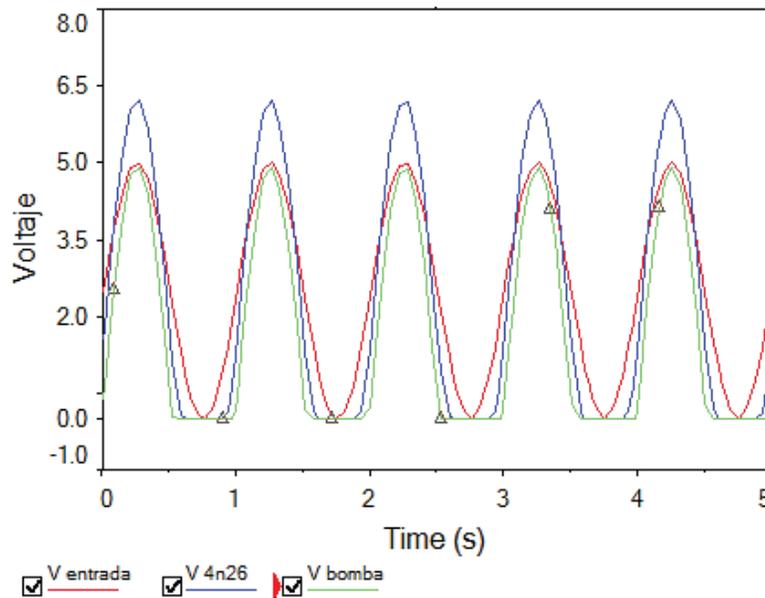


Figura 4-15 Respuesta de la simulación.

En la Figura 4-16 se ilustra el diagrama del circuito implementado donde además se agrega un disipador al transistor para disminuir la temperatura de éste y evitar el daño del componente, también se agregan 5 resistencias en paralelo de 100 ohm de medio watt para prevenir la sobre carga en la bomba y disipar la potencia sobrante. Como medida de seguridad es necesario implementar al circuito un ventilador para enfriar la zona de los transistores evitando el sobrecalentamiento de estos y el aumento de la ganancia β .

Al implementar el circuito real y ajustar el potenciómetro para una salida en la bomba deseada, se procede a medir el rango de trabajo de la bomba suministrando distintos voltajes con la tarjeta adquisición de datos. En la Figura 4-17 se observa los resultados obtenidos, donde el rango de trabajo a utilizar en la DAQ es de 3,7 [V] a 5 [V], mientras que el voltaje en la primera bomba es de 2,66 [V] a 5 [V].

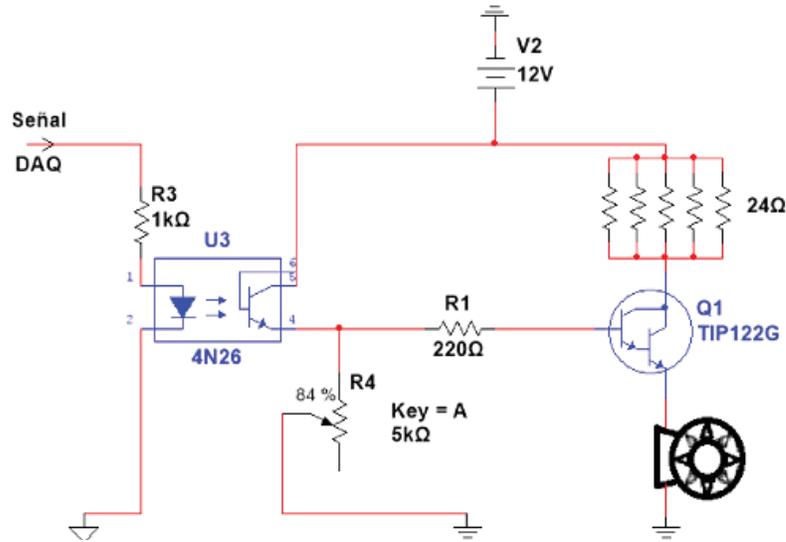


Figura 4-16 Circuito de potencia Implementado.

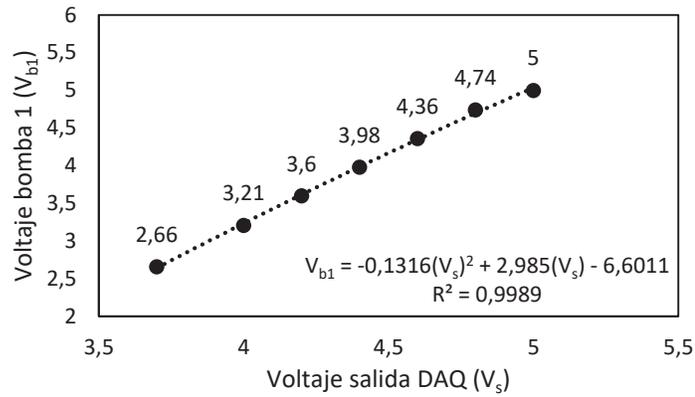


Figura 4-17 Gráfico respuesta de voltaje bomba 1.

Para el caso de la segunda bomba se obtiene la gráfica presentada en la Figura 4-18 donde el rango de trabajo de la DAQ va de 3,8 [V] a 5 [V], mientras que el voltaje en la bomba es de 2,93[V] a 5[V].

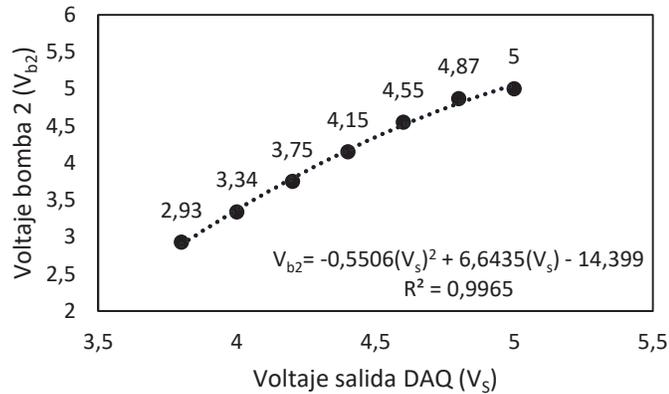


Figura 4-18 Gráfico respuesta de voltaje bomba 2.

Para que el voltaje ingresado en la interfaz de usuario en LabVIEW sea en un rango de trabajo de 0 a 5[V], se debe ajustar el voltaje de salida de la tarjeta mediante una ecuación que permita trabajar en los rangos obtenidos anteriormente. Para ello se ajusta el voltaje mínimo y máximo necesario de la interfaz de usuario para que funcione la bomba en un rango de 0 a 5 [v] y obtener la ecuación que permita realizar esta variación para su posterior programación en LabVIEW

En la Figura 4-19 se ilustra el grafico de ajuste y la ecuación que se debe utilizar para realizar el cambio de voltaje para la salida de la DAQ correspondiente a la bomba 1.

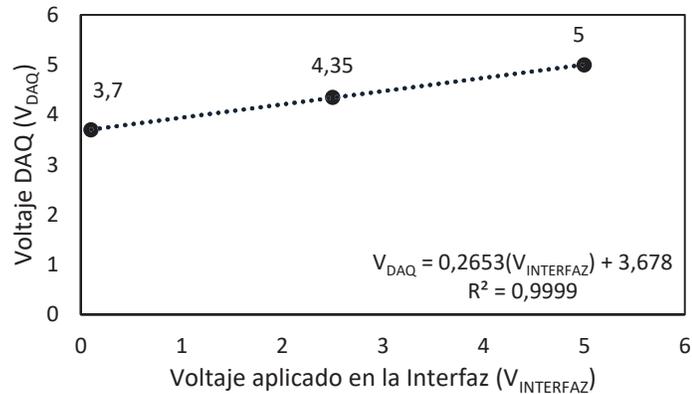


Figura 4-19 Ecuación de ajuste bomba 1.

De igual forma se ilustra en la Figura 4-20 la ecuación requerida para el ajuste de voltaje en la DAQ correspondiente a la salida de la segunda bomba.

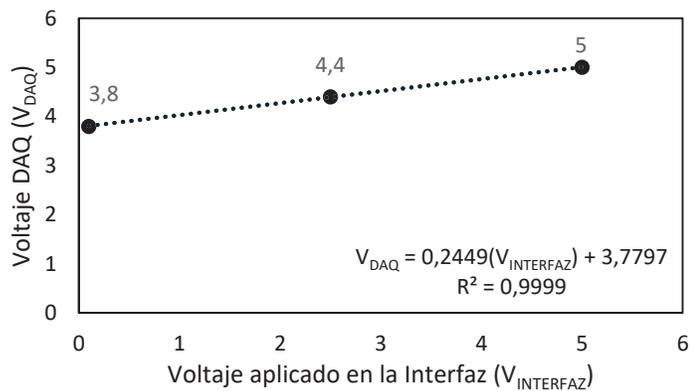


Figura 4-20 Ecuación de ajuste bomba 2.

En la Figura 4-21 se ilustra la programación que ajusta el voltaje ingresado en la interfaz LabVIEW, para la primera y segunda bomba, donde la salida en la DAQ corresponde al voltaje obtenido en la ecuación sólo si el voltaje ingresado es distinto de cero. En caso contrario se obtiene 0 [V].

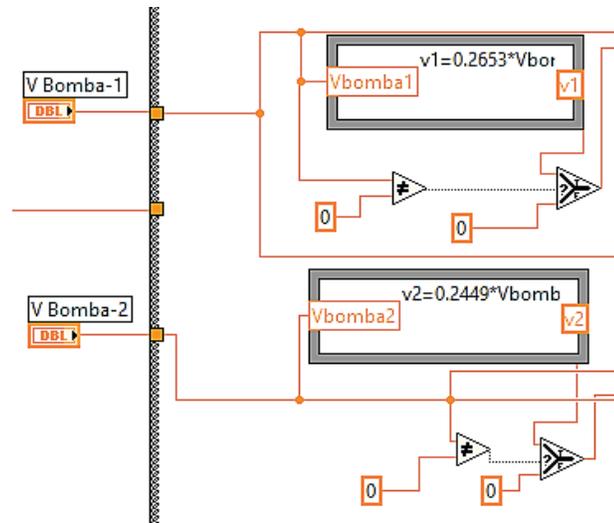


Figura 4-21 Programación voltaje de salida DAQ.

4.5 Tarjeta de adquisición de datos

Para la planta de tanques acoplados se utiliza la tarjeta de adquisición de datos (DAQ) USB-6002 de National Instruments mostrada en la Figura 4-22, la cual ofrece 8 entradas análogas, 2 salidas análogas, 13 entradas/salidas digitales y un contador de 32 bits. La DAQ USB-6002 permite ser utilizado para aplicaciones de registros de datos, y experimentos académicos de laboratorio.



Figura 4-22 USB-6002.

4.5.1 Interfaz de usuario en torno a la plataforma Labview

El software LabVIEW, es una plataforma de programación gráfica en la cual se pueden crear aplicaciones para el control de sistemas virtuales o reales. Esta plataforma está compuesta por dos ventanas principales, el panel frontal donde el usuario podrá interactuar con la interfaz por medio de botoneras, gráficas, etc., y el diagrama de bloques lugar donde se realiza la programación de dicha interfaz.

En este proyecto la interfaz permitirá a los alumnos interactuar con el sistema de tanques acoplados, permitiendo poner en práctica los aprendizajes obtenidos en el curso de control automático. Esta interfaz se puede observar en la Figura 4-23.

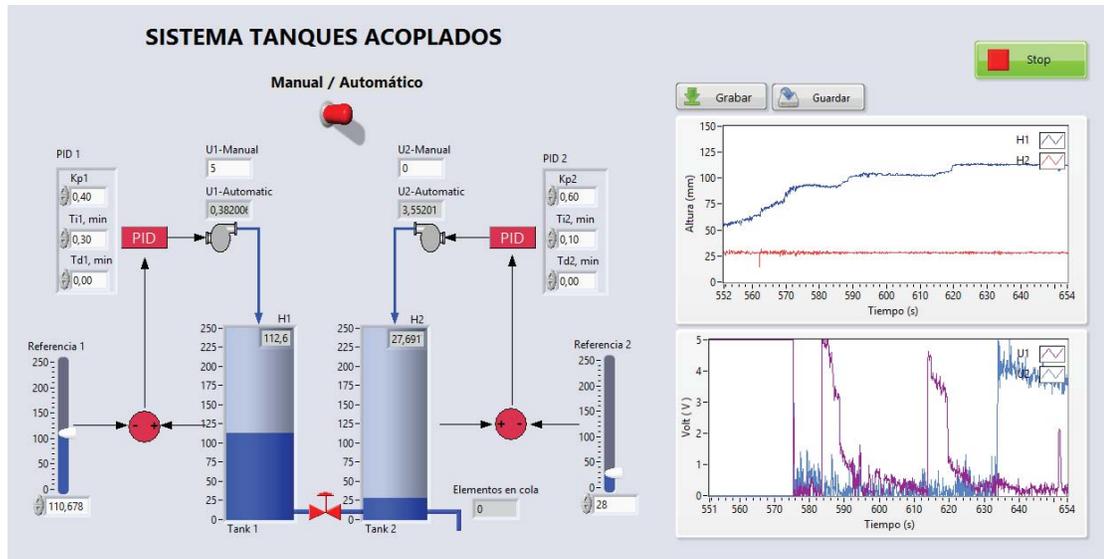


Figura 4-23 Interfaz de usuario.

4.5.2 Funcionamiento del sistema

A continuación, se describe el funcionamiento del sistema de tanques acoplados a partir de la interacción de la interfaz de usuario.

A partir del Lazo abierto se ingresa los voltajes de entrada, los cuales son configurados para generar una salida análoga en la DAQ. Estas salidas forjan un caudal en la bomba, provocando un cambio en la altura del líquido en los tanques. Dicha altura genera una caída de tensión en los sensores siendo leída por las entradas análogas de la tarjeta. Posteriormente dicho valor es interpretado como altura, registrándose en la gráfica de la interfaz a una velocidad de 10 muestras por segundo. A su vez los valores de voltaje ingresado a las bombas son presentado en la gráfica de voltaje.

Para el caso de lazo cerrado se ajusta el punto de referencia al cual se desea trabajar, luego se ingresan los valores del controlador PID para que sistema empiece a controlar. El controlador genera una señal de voltaje en las bombas, variando el caudal y por ende la altura en los tanques. En la interfaz se presentan las gráficas del voltaje en las bombas y la altura de líquido en tiempo discreto.

Por último, los datos muestreados se pueden grabar en un archivo .m el cual se puede utilizar en Matlab para su posterior análisis.

En la Figura 4-24 se expone el diagrama de flujo de la interfaz de usuario, el cual ejemplifica el proceso del programa en interacción con el operador.

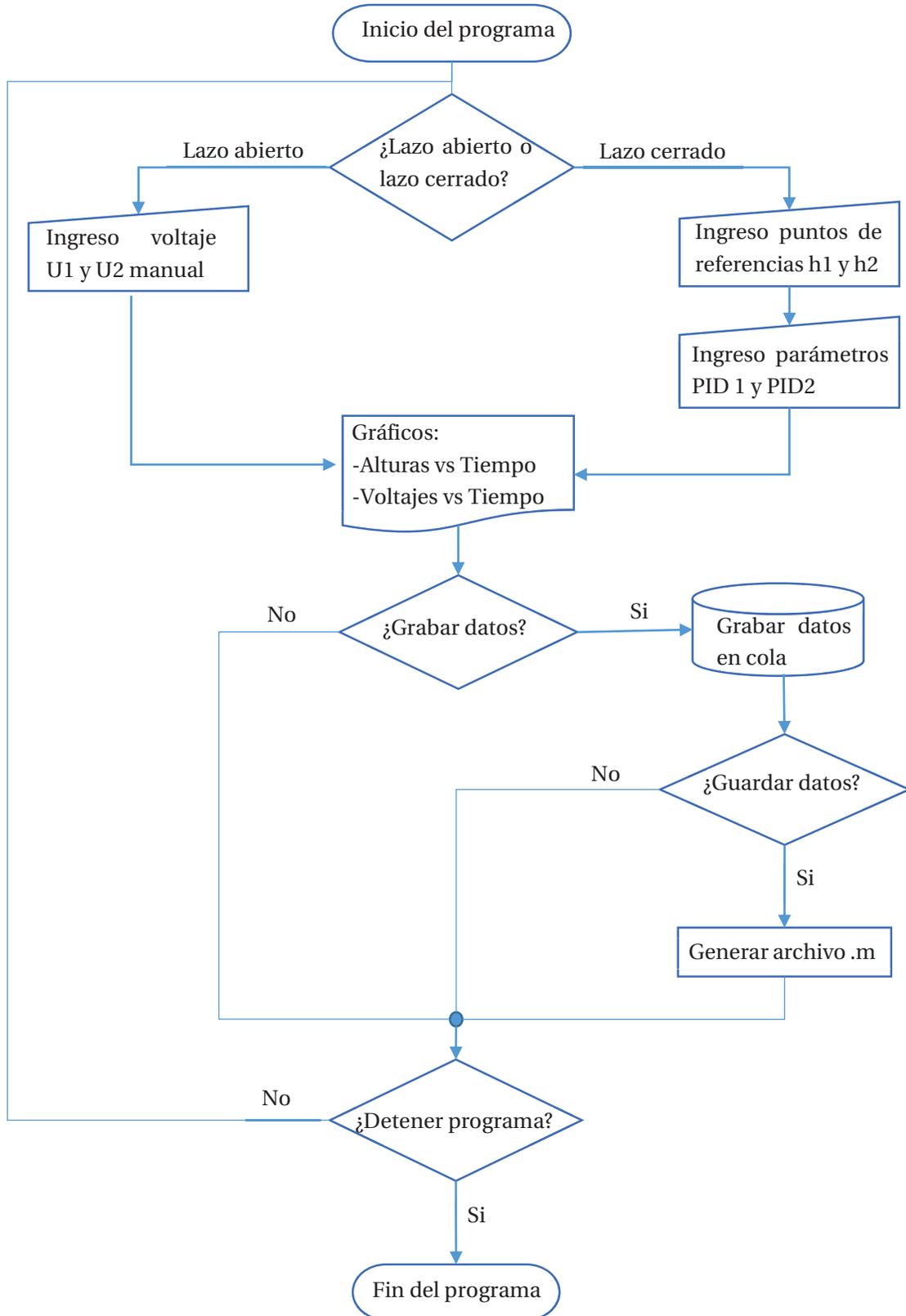


Figura 4-24: Diagrama de flujo interfaz de usuario.

5 Resultados

En este capítulo se expone y analiza los resultados obtenidos del sistema de tanques acoplados, para tres distintas aberturas de la válvula. En primer lugar, se realiza un estudio para una abertura al 30%, continuado con 70% y luego para una abertura al 90%, donde se realiza la identificación del sistema, análisis de interacción por medio de RGA, índice de Niederlinski y número de condición, posteriormente se presenta los resultados del cálculo de controladores por medio de localización de polos.

5.1 Tanques con abertura de la válvula al 30%

En esta sección se exhibe en primer lugar la respuesta del sistema para una abertura de la válvula al 30% luego se realiza la identificación del sistema obteniendo las funciones de transferencia que se aproximan a su comportamiento, posteriormente se realiza los análisis de interacción, luego se presenta el comportamiento del sistema en lazo cerrado con sus controladores.

5.1.1 Identificación del sistema

Para obtener la respuesta del sistema, primero se debe situar la llave de paso en la posición inicial, la cual corresponde a la llave totalmente cerrada, una vez ubicado en este punto se gira la llave media vuelta la cual corresponde al 30% de abertura. Realizado este procedimiento se enciende el sistema eligiendo como entrada u_1 igual a 1.5 [v] y u_2 igual a 1.65[v]. Luego, se espera el nivel de los tanques alcancen un estado estacionario, guardando la respuesta de la planta hasta el final del procedimiento. Posteriormente, para obtener la respuesta del sistema frente a una entrada escalón se mantiene constante u_2 y se ingresa 1.7 [v] en u_1 , generando un escalón de 0.2[v], produciendo un cambio en la salida de la altura h_1 y h_2 , una vez alcanzado el estado estacionario para las nuevas entradas se espera unos minutos para una buena obtención de datos y posterior análisis. Finalmente, se regresa a los valores iniciales de u_1 y u_2 , y se realiza el mismo procedimiento, pero esta vez u_1 permanece constante y u_2 se sitúa en 2.65 [v] provocando un escalón de 1 [v].

Los resultados se obtienen por medio de Matlab del archivo .m, generado en la interfaz de LabVIEW, los cuales se pueden apreciar en la Figura 5-1, donde los gráficos del lado izquierdo corresponden a la respuesta del sistema frente al escalón u_1 y a la derecha los resultados del escalón u_2 .

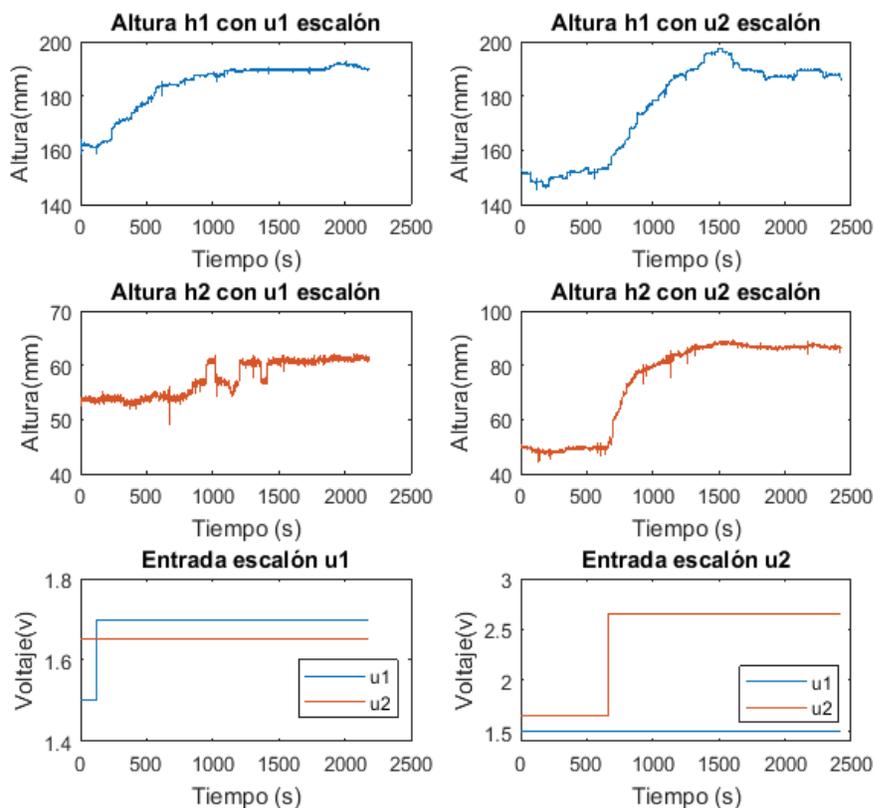


Figura 5-1: Respuesta del sistema de tanque con abertura de la válvula al 30%.

Luego, se realiza la identificación de sistema mediante la función 'systemIdentification' de Matlab, con esta herramienta se puede obtener una aproximación de las funciones de transferencias que componen al proceso. En la Figura 5-2 se ilustra la respuesta h1 con respecto a la entrada u1, de la cual se obtiene la Ecuación 5-1, correspondiente a la función g_{11} con una aproximación de 87,17%.

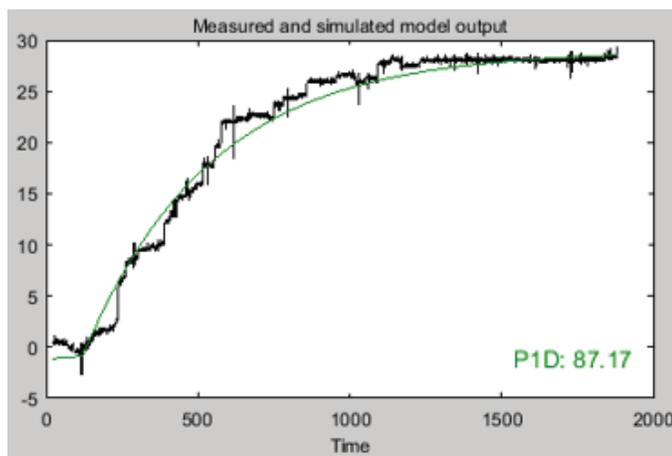


Figura 5-2: Identificación de h1 con respecto a u1.

$$g_{11}(s) = \frac{145}{1 + 420.61s} e^{-3s} \quad (5-1)$$

La Figura 5-3 corresponde a la altura h_2 con respecto a la entrada u_1 , como se puede observar la respuesta se encuentra afectada principalmente por los cambios naturales del caudal de la bomba o por una mala lectura del sensor. Por este motivo obtener una función de transferencia aproximada para esta respuesta es dificultoso, luego tomando en consideración que el sistema se encuentra desacoplado se calcula la ganancia de la función de transferencia.

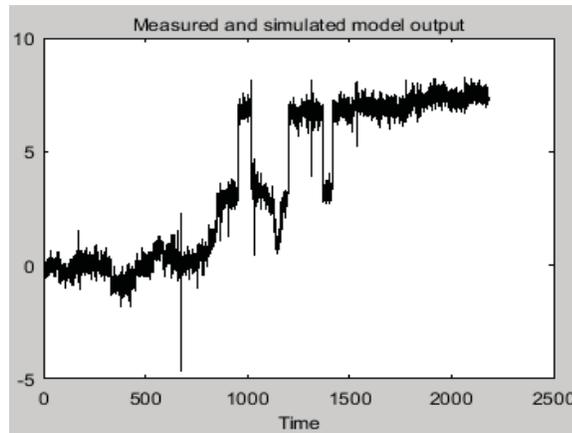


Figura 5-3: Identificación h_2 con respecto u_1 .

Para obtener la ganancia del sistema, se debe conocer el valor la altura antes de realizar una entrada escalón en el estado estacionario y el valor final de la altura posterior a un cambio en la entrada, además se debe saber el cambio realizado en u_1 , obteniendo la siguiente Ecuación 5-2.

$$k_{21} = \frac{\Delta h_2}{\Delta u_1} = \frac{6.9}{0.2} = 34.5 \quad (5-2)$$

La siguiente Figura 5-4 corresponde a la altura h_1 con respecto a la entrada u_2 , del cual se obtiene la función de transferencia de la Ecuación 5-3, con una exactitud de 82.95%.

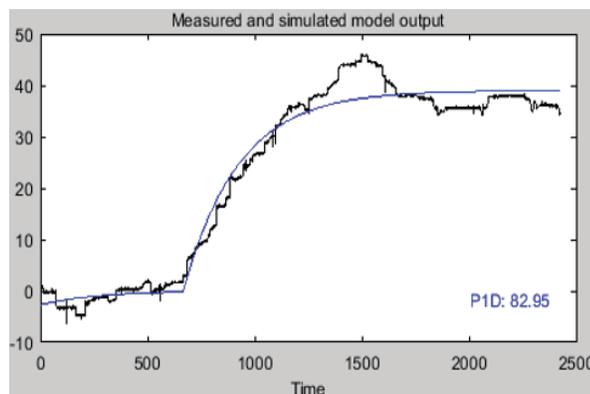


Figura 5-4: Identificación h_1 con respecto u_2 .

$$g_{12}(s) = \frac{39.021}{1 + 258.04s} e^{-3s} \quad (5-3)$$

Luego se obtiene la función de transferencia para h2 con respecto a la entrada unitaria u2, en la Figura 5-5 se ilustra la respuesta con una exactitud de 93.8% y la Ecuación 5-4 correspondiente a esta respuesta.

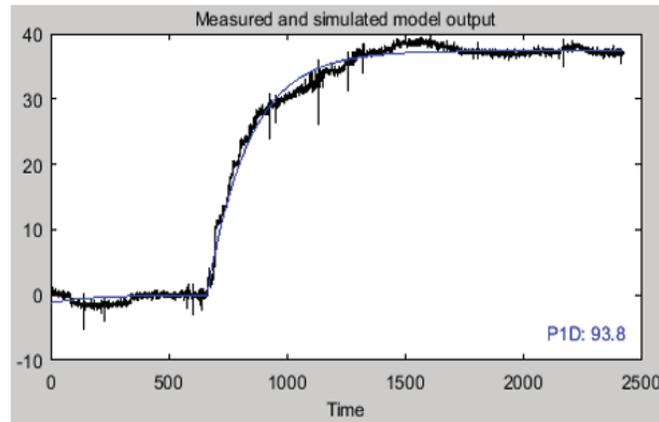


Figura 5-5: Identificación de h2 con respecto u2.

$$g_{22}(s) = \frac{37.409}{1 + 179.37s} \quad (5-4)$$

5.1.2 Análisis de interacción

Una vez obtenida la función de transferencia del sistema se obtiene la matriz de ganancia en estado estacionario para posteriormente calcular la RGA y el índice de Niederlinski.

La Ecuación 5-5 corresponde a la matriz de ganancia en estado estacionario.

$$G = \begin{bmatrix} 145 & 39.021 \\ 35.5 & 37.409 \end{bmatrix} \quad (5-5)$$

Posteriormente se calcula de matriz de ganancia relativa la cual nos entrega información de la interacción que existe entre las entradas y salidas. Utilizando la siguiente Ecuación 5-6 propuesta por Bristol (1966) para sistemas de igual número de entradas y salidas.

$$RGA = \Lambda(G) = G \cdot (G^{-1})^T \quad (5-6)$$

La matriz RGA para el sistema con una abertura de medio giro en la llave de paso se muestra en la ecuación 5-7.

$$\Lambda(G) = \begin{bmatrix} 1,34 & -0,34 \\ -0,34 & 1,34 \end{bmatrix} \quad (5-7)$$

De la matriz de ganancia relativa se puede concluir que no existe mayor interacción entre la entrada u1 y la salida h2, como en la entrada u2 con respecto a la salida h1, debido a que los

valores de λ son cercanos a la unidad. Además, el emparejamiento que se debe utilizar es controlar h_1 con un controlador en u_1 y para controlar h_2 se utiliza un controlador en u_2 .

Se calcula el índice de Niederlinski el cual indica si hay inestabilidad en lazo cerrado para los emparejamientos en el caso de un resultado negativo. Se puede apreciar en la ecuación 5-8 el resultado es positivo, lo cual indica que no hay inestabilidad, sin embargo, esto no garantiza la estabilidad del sistema.

$$NI = \frac{(145 * 37.409) - (39.021 * 34.5)}{145 * 37.409} = 0.7518 \quad (5-8)$$

Posteriormente se descompone la matriz de ganancias en estado estacionario a valores singulares para obtener el número de condición, los resultados se observan en la Ecuación 5-9.

$$G = \begin{bmatrix} -0.96 & -0.29 \\ -0.29 & 0.96 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 156.66 & 0 \\ 0 & 25.78 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0.95 & -0.31 \\ -0.31 & 0.95 \end{bmatrix} \quad (5-9)$$

Donde $\sigma_{max} = 156.66$ y $\sigma_{min} = 25.78$, luego calculando en número de condición se obtiene la Ecuación 5-10.

$$\gamma(G) = \frac{156.66}{25.78} = 6.07 \quad (5-10)$$

El resultado obtenido nos indica que el sistema está bien condicionado ya que es un valor menor a 10, y junto con el RGA obtenido se puede concluir que el sistema no tiene problemas de control.

Considerando que el sistema se encuentra medianamente desacoplado se desprecian las funciones de transferencias G_{12} y G_{21} . Obteniendo un modelo de bloques como el indicado en la Figura 5-6 donde el sistema se expresa en dos subsistemas independientes SISO una entrada y una salida.

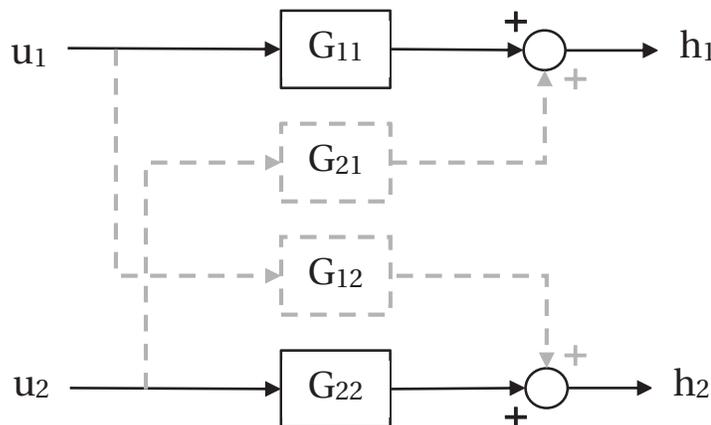


Figura 5-6: Sistema desacoplado.

5.1.3 Respuesta controlador PI

Para el diseño del controlador se identifica el sistema en lazo cerrado de la Figura 5-7, donde G_{11} y G_{22} corresponden a las funciones de transferencia antes obtenidas y G_{c1} junto a G_{c2} son controladores de tipo PI.

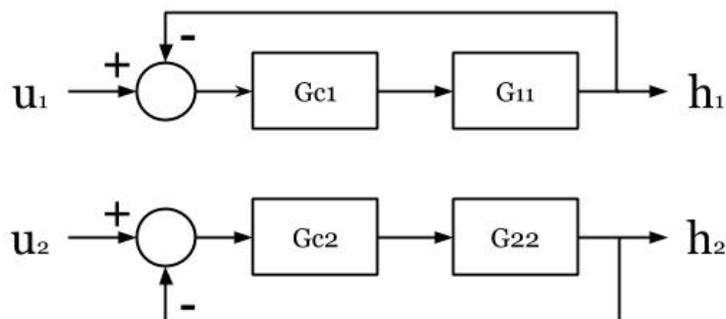


Figura 5-7: Sistema desacoplado en lazo cerrado.

Para calcular los controladores se desprecian los tiempos muertos de la función considerando que estos son pequeños en comparación con la constante de tiempo, luego se elige como parámetros de desempeño un tiempo de subida menor o igual a 150 segundos y un sobrepasso menor o igual a 2%.

Considerando que las funciones son de primer orden y tiempo de retardo nulo se utilizan las siguientes ecuaciones 5.11 y 5.12, la cual permite la localización de polos en el plano S para las especificaciones mencionadas.

$$so(\%) = 100e^{\left(\frac{-\xi_{lc}\pi}{\sqrt{1-\xi_{lc}^2}}\right)} \quad (5-11)$$

$$t_{s(2\%)} = \frac{4}{\xi_{lc} \cdot \omega_{nlc}} \quad (5-12)$$

Desarrollando las ecuaciones anteriores para $so(\%)$ al 2% y t_s menor a 150 segundos para h_1 y h_2 se obtiene ξ_{lc} igual a 0.77 y ω_{nlc} igual a 0.035. Luego, utilizando las ecuaciones 5-13 y 5-14 se obtiene la acción proporcional e integral.

$$k_p = \frac{2 \cdot \tau \cdot \xi_{lc} \cdot \omega_{nlc} - 1}{k} \quad (5-13)$$

$$Ti = \frac{2 \cdot \tau \cdot \xi_{lc} \cdot \omega_{nlc} - 1}{\tau \cdot \omega_{nlc}^2} \quad (5-14)$$

Resolviendo las ecuaciones anteriores se obtiene $k_p=0.15$ y $Ti=0.7$ (min) ajustándose a 0.5 (min) en el sistema real del controlador de h_1 y $k_p=0.2$ y $Ti=0.65$ (min) ajustándose este último a 0.9 (min) del sistema real del controlador de h_2 , permitiendo tener una mejor respuesta del actuador. Luego la función de transferencia en camino directo se presenta en la ecuación 5-15.

$$G_{11}(s) = \frac{k_p(Tis + 1)}{Tis} \cdot \frac{k}{\tau s + 1} \quad (5-15)$$

Obteniendo la siguiente función en lazo abierto para una entrada u_1 y salida h_1 , presente en la ecuación 5-16 con controlador.

$$G_{11}(s) = \frac{0.15(0.5s + 1)}{0.5s} \cdot \frac{145}{420.61s + 1} \quad (5-16)$$

Además, se obtiene la función en lazo abierto para la entrada u_2 y salida h_2 con controlador descrito en la ecuación 5-17.

$$G_{11}(s) = \frac{0.2(0.9s + 1)}{0.9s} \cdot \frac{37.409}{179.37s + 1} \quad (5-17)$$

En la Figura 5-8 se observa la respuesta obtenida al cambio de referencia de un escalón de 14 (mm) considerando que la altura inicial del tanque es de 156 (mm). En el gráfico la curva de color azul corresponde a la respuesta del sistema real, la curva roja a la respuesta simulada y la curva verde al cambio escalón. En las respuestas real y simulada se puede apreciar un tiempo de asentamiento menor a 150 y un sobrepaso de 20% aproximadamente.

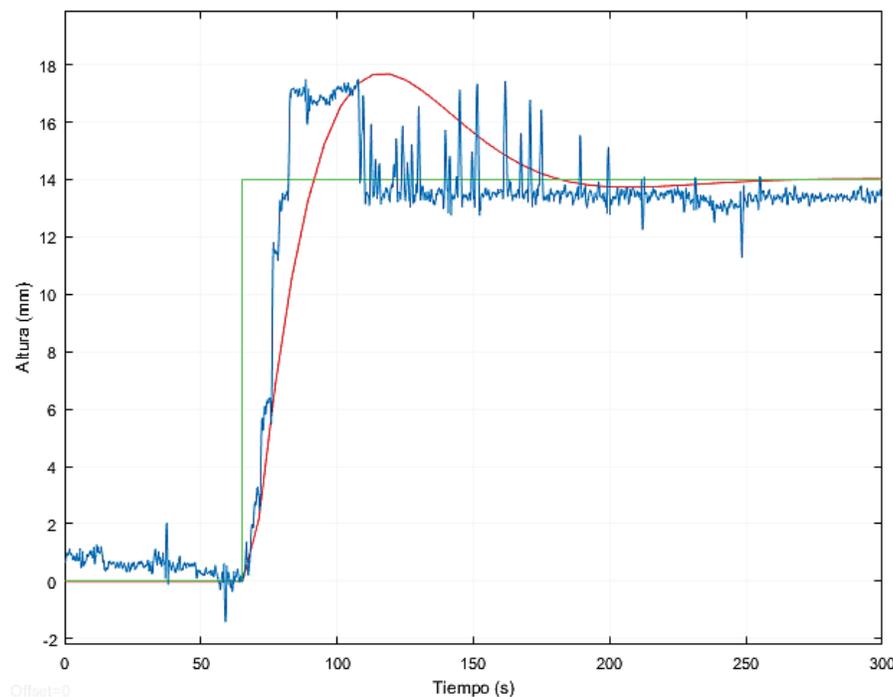


Figura 5-8: Respuesta de h_1 Real y Simulación.

Luego se observa en la Figura 5-9 la respuesta obtenida en h_2 para una subida escalón de 20 (mm), para una altura inicial de 70 (mm). La curva azul corresponde a la respuesta de h_2 del sistema real, la curva roja corresponde a h_2 de la simulación y en verde la referencia. Se puede ver un sobrepaso menor al 2%, sin embargo, el tiempo de asentamiento es mayor a los 150 seg., cercano a los 250 segundos.

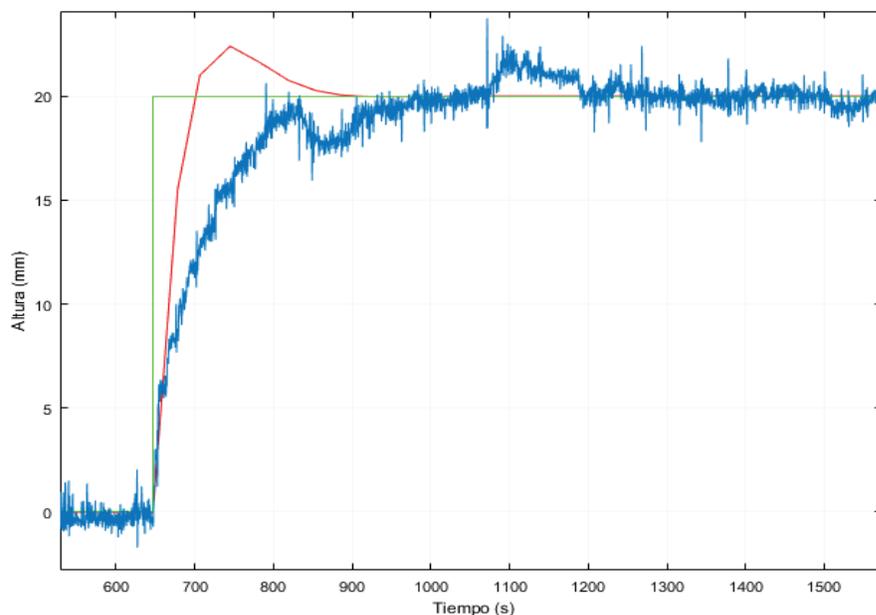


Figura 5-9: Respuesta de h2 Real y Simulación.

En la Figura 5-10 se puede ver ambas respuestas del sistema h1 y h2, donde la curva azul corresponde a la altura h1 en el gráfico superior mientras que el gráfico inferior corresponde al cambio de voltaje en el actuador 1. La curva roja representa la altura h2 en la vista superior y el cambio de voltaje en el actuador u2 en la gráfica inferior.

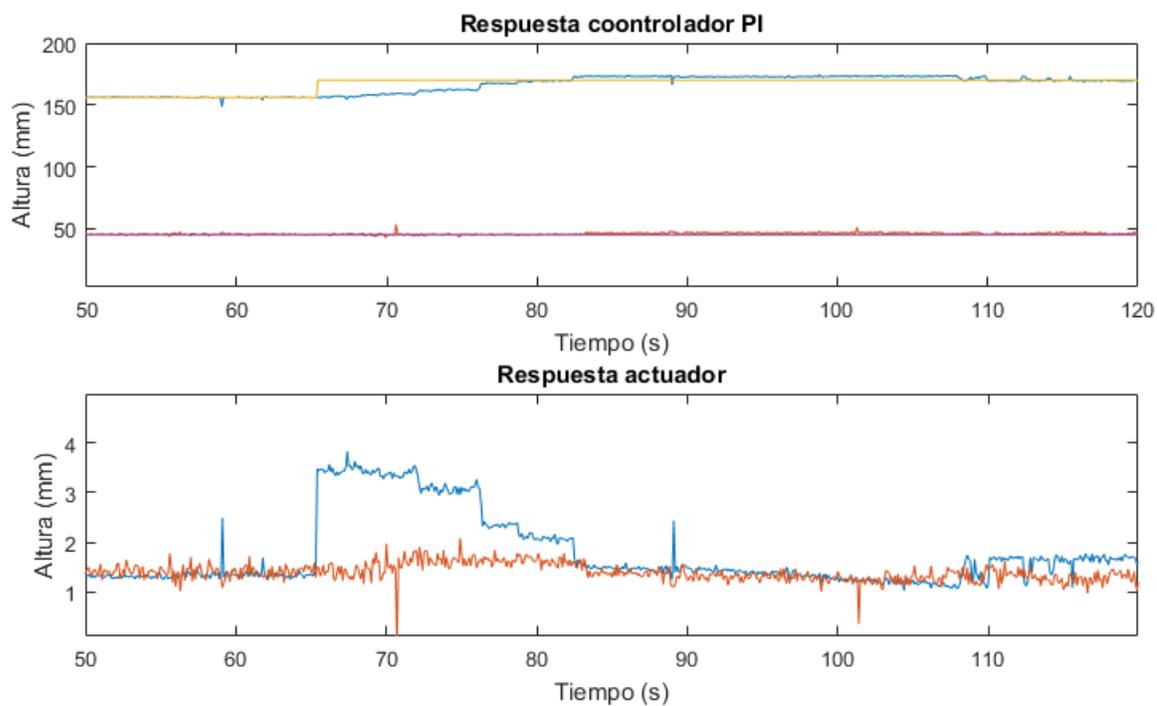


Figura 5-10: Respuesta del Sistema a cambio de referencia h1.

En la Figura 5-10 se aprecia que no existe mayor interacción entre la entrada u_1 con respecto a la salida h_2 , y la entrada u_2 con respecto a la salida h_1 . Esto se puede ver en los cambios en la referencia de h_1 donde no existe una respuesta en h_2 , solo una pequeña variación en el actuador.

Luego, en la Figura 5-11 se realiza una prueba similar a la anterior pero esta vez realizando un cambio en la referencia de h_2 donde se puede observar que hay una pequeña interacción casi despreciable donde el controlador se encarga de mantener h_1 siempre en su referencia, por el controlador funciona bien para estos cambios.

Con las respuestas obtenidas en la Figura 5-10 y 5-11 se puede ver la relación correcta del análisis de interacción, donde la matriz de ganancia relativa indico la baja interacción del sistema y el número de condición indicaba que la planta estaba bien condicionada por lo tanto no hay dificultad para controlar.

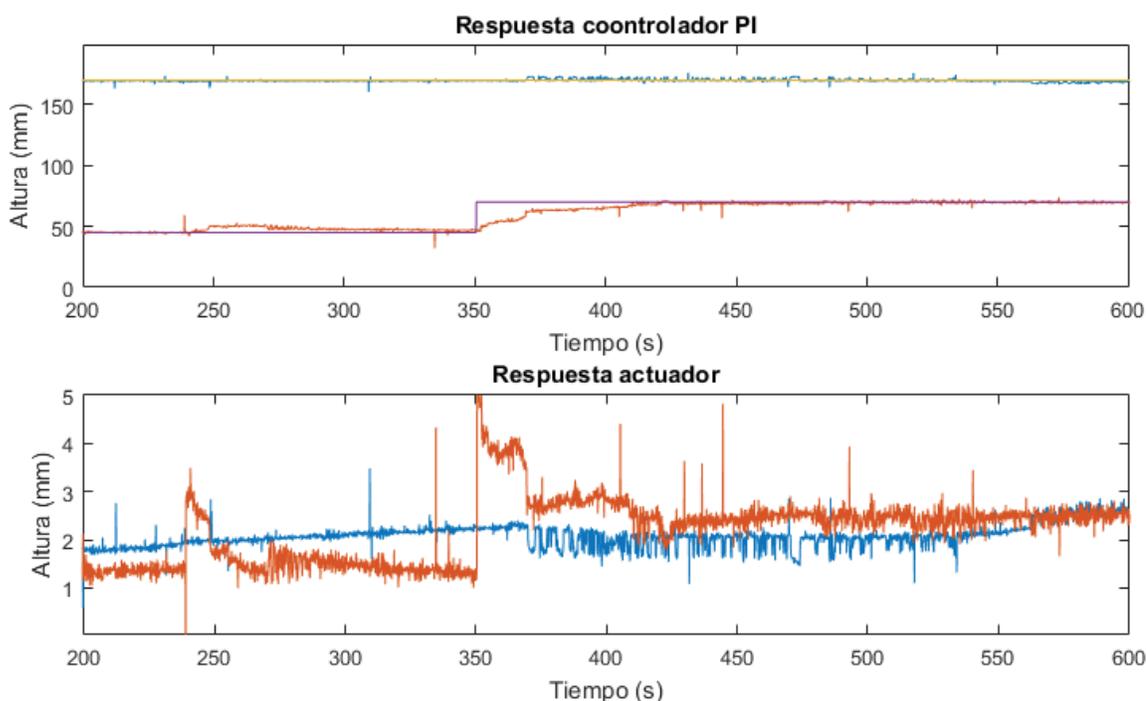


Figura 5-11: Respuesta del sistema a cambio de referencia en h_2 .

A continuación, en la Figura 5-12 se realiza una prueba donde se gira la llave de paso en distintas posiciones, primero se lleva la válvula a una abertura de $\frac{3}{4}$ de giro cercano al tiempo 2100 segundos, donde se observa la altura h_1 en azul, y h_2 en rojo en el gráfico superior que son perturbadas por este cambio, desviándose de la referencia. Luego en un tiempo cercano a 2300 segundos la llave gira a $\frac{5}{8}$ y en el tiempo 2500 se vuelve a la posición inicial de $\frac{1}{2}$ de vuelta. En la gráfica superior se puede ver que el controlador G_{c1} logra localizar la altura h_1 en el punto de referencia, sin embargo, para la altura h_2 no es posible llegar a la referencia produciendo que el actuador se sature por la parte inferior, hasta que se vuelve al punto de operación inicial.

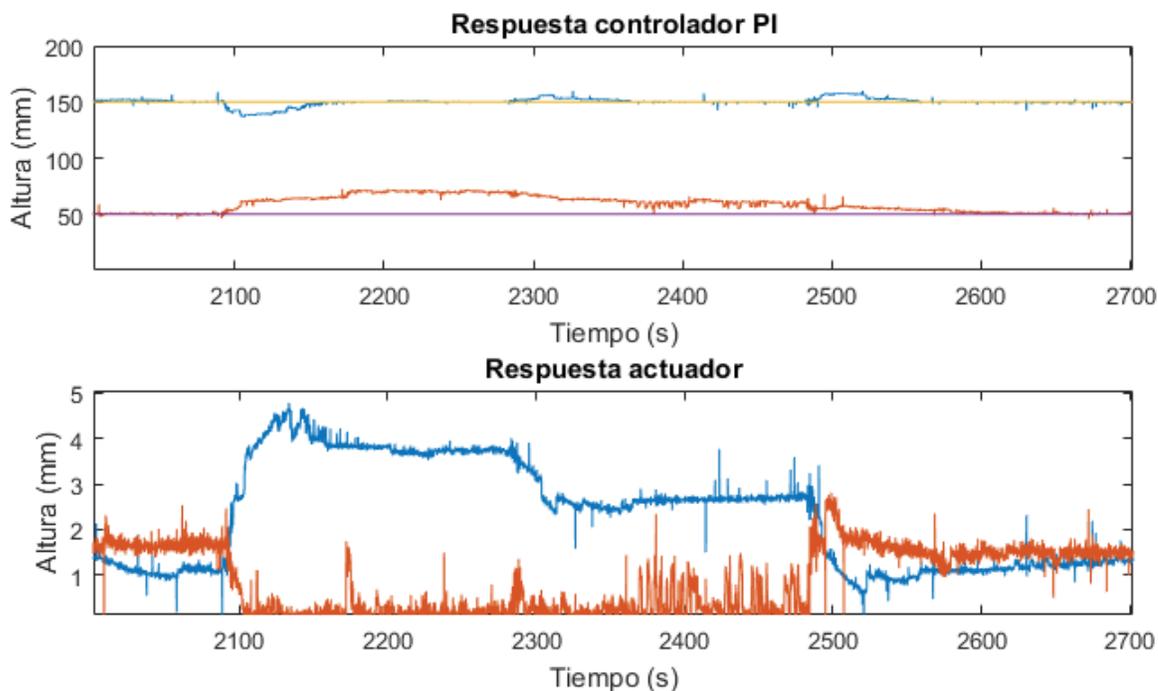


Figura 5-12: Respuesta para apertura de válvula.

5.2 Tanques con apertura de la válvula al 70%

A continuación, se presenta en la siguiente sección los resultados del comportamiento del sistema para una apertura de la válvula de acoplamiento al 70%. Luego se realiza la identificación del sistema obteniendo las correspondientes funciones de transferencias. Posteriormente, se enseñan los resultados del análisis de interacción, por último, se exhibe la respuesta de la planta en lazo cerrado con sus respectivos controladores previamente calculados.

5.2.1 Identificación del sistema

Para obtener una función de transferencia aproximada del sistema para una apertura de la válvula de acoplamiento del 70% primero se enciende el sistema y se espera el estado estacionario del nivel de líquido para u_1 igual a 2.5[V] y u_2 igual 2[V]. Una vez alcanzado este estado se procede a realizar una entrada escalón de 0.3[V] en u_1 , manteniendo constante u_2 y se almacenan los primeros datos para su posterior análisis. Luego, se vuelve a los valores iniciales de entrada de u_1 y u_2 , ahora se realiza un nuevo escalón de 0.3[V] pero en la entrada u_2 , permaneciendo constante u_1 .

Los datos obtenidos en el archivo .m se cargan en la plataforma de Matlab para obtener la respuesta del sistema en forma gráfica, luego los valores de altura y voltaje se observan en la figura 5-13. Donde la columna de la izquierda corresponde a la respuesta del sistema frente a un cambio escalón u_1 y la columna de la derecha la respuesta del sistema para un cambio de entrada u_2 .

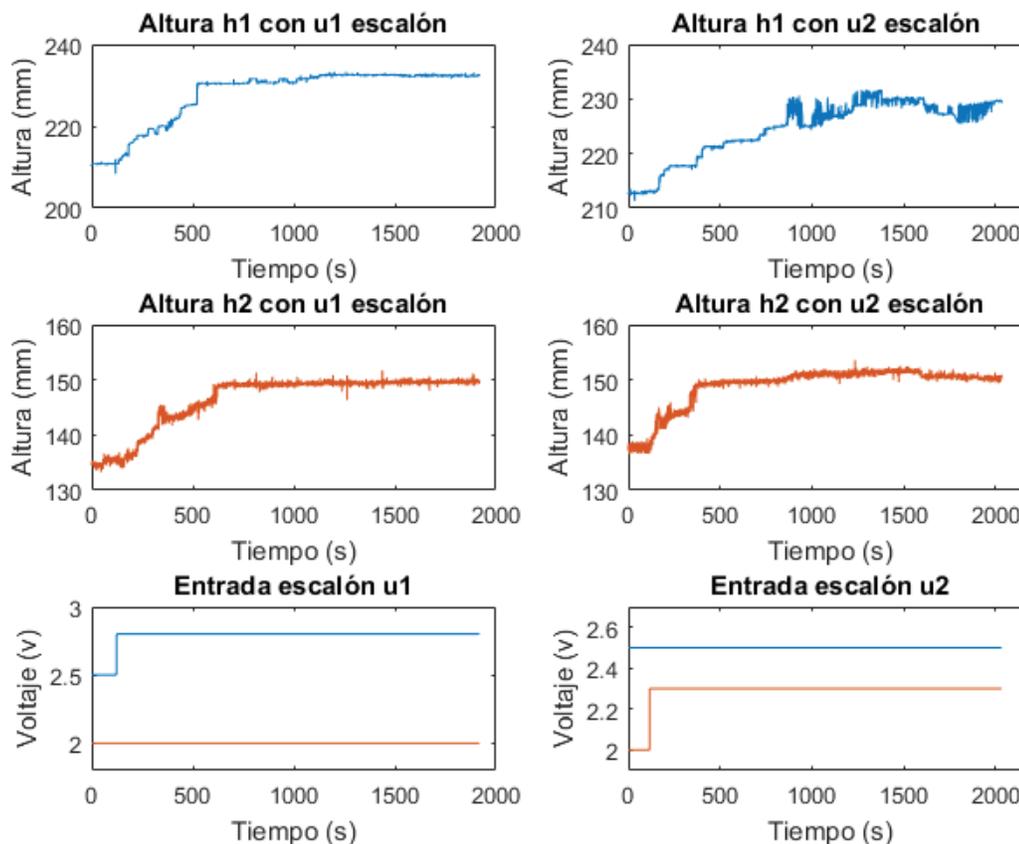


Figura 5-13: Respuesta del sistema de tanques para una abertura de la válvula al 70%.

Para obtener la función de transferencia aproximada de la planta se utiliza el mismo archivo .m generado en la interfaz de LabVIEW y se procesan los datos en la herramienta systemIdentification de Matlab del cual se obtiene los siguientes resultados.

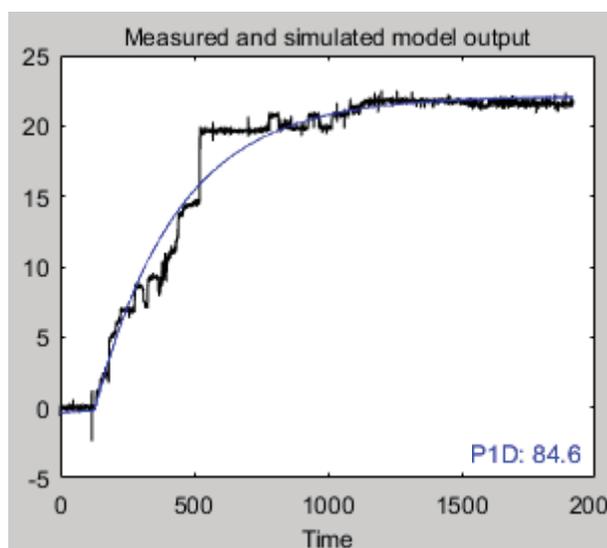


Figura 5-14: h_1 con respecto a u_1 .

Primero se obtiene la función de transferencia de la altura h1 con respecto a la entrada u1. Donde en la Figura 5-14 se ilustra la respuesta obtenida con un acierto de 84.6%. Como bien se puede apreciar, la curva azul coincide con el inicio y final de la respuesta real del tanque. Si bien existe un error este se debe principalmente a la lectura de los sensores.

Luego la función de transferencia viene dada por la Ecuación 5-18.

$$g_{11}(s) = \frac{73.718}{1 + 310.54s} e^{-4s} \quad (5-18)$$

La segunda función de transferencia que se obtiene es de la altura h2 con respecto al escalón u1, esta respuesta se ilustra en la Figura 5.15 donde la función se aproxima en un 83.41%, se puede observar que la curva lila generada por la herramienta system Identification de Matlab se ajusta a la respuesta del sistema, al igual que el caso anterior el error se debe a la lectura del sensor.

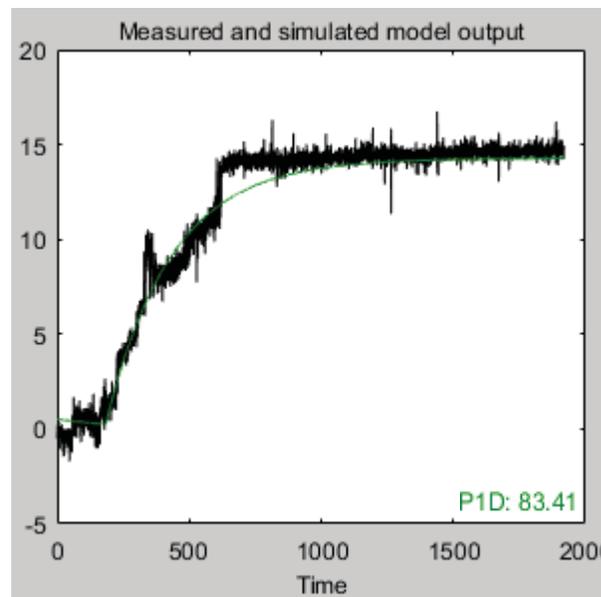


Figura 5-15: h2 con respecto a u1.

Luego, la función de transferencia que se aproxima al comportamiento del sistema se representa por la Ecuación 5-19.

$$g_{21}(s) = \frac{47.583}{1 + 248.36s} e^{-60s} \quad (5-19)$$

La tercera función de transferencia obtenida tiene una similitud de 74.6%, el cual corresponde a la función de transferencia de h1 con respecto a u2, esta se puede observar en la Figura 5-16. De la gráfica presentada se puede ver que la respuesta del sistema es distinta a las anteriores, contiene perturbaciones que se pueden diferenciar de una respuesta de primer orden, estas perturbaciones se deben al error de lectura del sensor, lo cual provoca un mayor error de coincidencia entre ambas curvas, pero forman parte del proceso de una planta real.

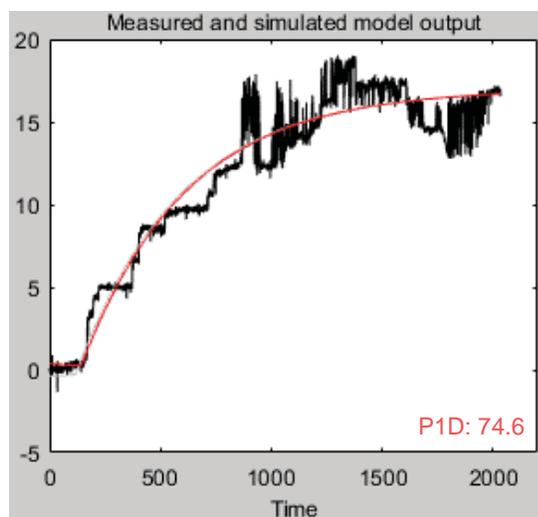


Figura 5-16: h1 con respecto a u2.

Luego, la función de transferencia viene dada por la Ecuación 5-20.

$$g_{12}(s) = \frac{56.67}{1 + 473.78s} e^{-27s} \quad (5-20)$$

Por último, de la respuesta indicada en la Figura 5-17 se obtiene la función de transferencia que relaciona la altura del segundo tanque con la entrada u2, en la cual se obtiene un porcentaje de proximidad de 80.36%.

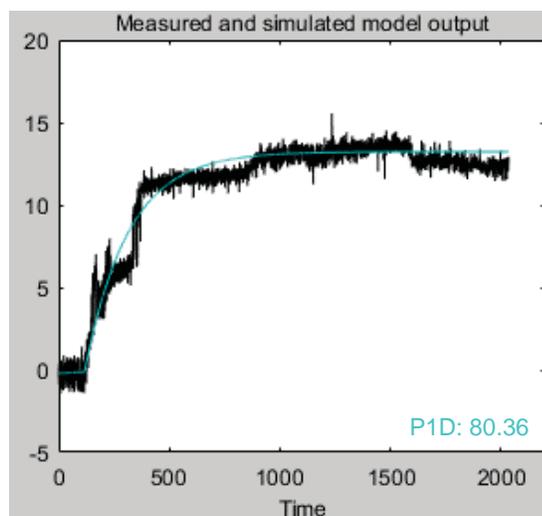


Figura 5-17: h2 con respecto a u2.

Luego, la Ecuación 5-21 representa la función de transferencia que mejor se aproxima al comportamiento de la altura h2 con respecto a la entrada u2.

$$g_{22}(s) = \frac{44.096}{1 + 194.89s} \quad (5-21)$$

Por lo tanto, la función de transferencia equivalente para todo el sistema corresponde a la siguiente función 5-22.

$$H_1(s) = \frac{73.718}{1 + 310.54s} e^{-4s} P_1(s) + \frac{56.67}{1 + 473.78s} e^{-27s} P_2(s)$$

$$H_2(s) = \frac{47.583}{1 + 248.36s} e^{-60s} P_1(s) + \frac{44.096}{1 + 194.89s} P_2(s) \quad (5-22)$$

De los resultados obtenidos se puede observar que el tiempo muerto es mayor para el segundo tanque cuando se realiza escalón en u1 y viceversa cuando se realiza un escalón en u2.

5.2.2 Análisis de interacción

Una vez obtenida la función de transferencia del sistema se obtiene la matriz de ganancia en estado estacionario para posteriormente calcular la matriz de ganancia relativa y el índice de Niederlinski.

La Ecuación 5-23 corresponde a la matriz de estado estacionario

$$G = \begin{bmatrix} 73.718 & 56.67 \\ 47.583 & 44.096 \end{bmatrix} \quad (5-23)$$

Posteriormente se calcula de matriz de ganancia relativa la cual nos entrega información de la interacción que existe entre las entradas y salidas. Esta se muestra en la Ecuación 5-24.

$$\Lambda(G) = \begin{bmatrix} 5.88 & -4.88 \\ -4.88 & 5.88 \end{bmatrix} \quad (5-24)$$

De la matriz de ganancia relativa se pueden concluir que existe interacción entre los lazos de control, ya que los valores de λ no son cercanos a la unidad. Además, el emparejamiento que se debe utilizar es controlar h1 con un controlador en u1 y controlar h2 con un controlador en u2.

Luego, se calcula el índice de Niederlinski, se puede apreciar en la ecuación 5-25 que el resultado es positivo, lo cual indica que no hay inestabilidad, pero no garantiza la estabilidad del sistema.

$$NI = \frac{(73.718 * 44.096) - (47.583 * 56.67)}{73.718 * 44.096} = 0.17 \quad (5-25)$$

Posteriormente se obtiene la descomposición de valores singulares indicado en la Ecuación 5-26, para calcular el número de condición.

$$G = \begin{bmatrix} -0.82 & -0.57 \\ -0.57 & 0.82 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 113.27 & 0 \\ 0 & 4.89 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0.77 & -0.63 \\ -0.63 & 0.77 \end{bmatrix} \quad (5-26)$$

Se obtiene que $\sigma_{max} = 113.27$ y $\sigma_{min} = 4.89$, calculando en número de condición da el resultado descrito en la Ecuación 5-27.

$$\gamma(G) = \frac{113.27}{4.89} = 23.16 \quad (5-27)$$

El número de condición obtenido es elevado, lo cual nos indica que el sistema es difícil de controlar, lo cual igual se infiere del RGA obtenido, por lo tanto, para realizar control para este proceso se requiero de control centralizado o con desacoplador.

Debido a que existe un nivel de acoplamiento se debe considerar el sistema de la forma indicada en la Figura 5-18. Donde G_{21} corresponde a la respuesta del sistema generado por el acoplamiento para una entrada u_2 en la salida h_1 , y G_{12} es la respuesta del acoplamiento generado por u_1 en la salida h_2 .

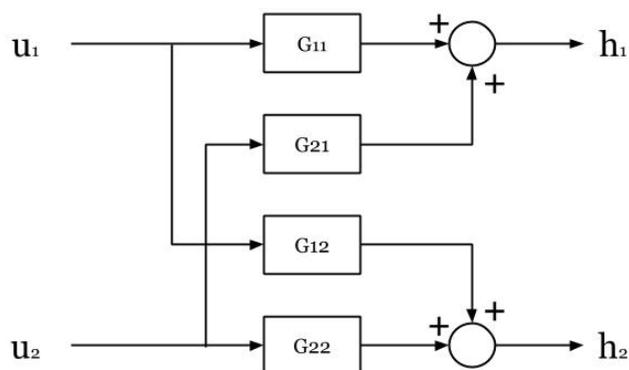


Figura 5-18: Sistema Multivariable.

5.2.3 Respuesta controlador PI

Posteriormente se calculan dos controladores PI sin considerar las funciones de transferencia propias del acoplamiento. Los controladores utilizados son $k_{p1}=0.1$ y $T_{i1}=0.198$ (min) para el camino directo de h_1 , y $k_{p2}=0.2$ y $T_{i2}=0.26$ para el controlador de h_2 con especificaciones de tiempo de asentamiento 50 seg. y sobrepaso máximo 5%.

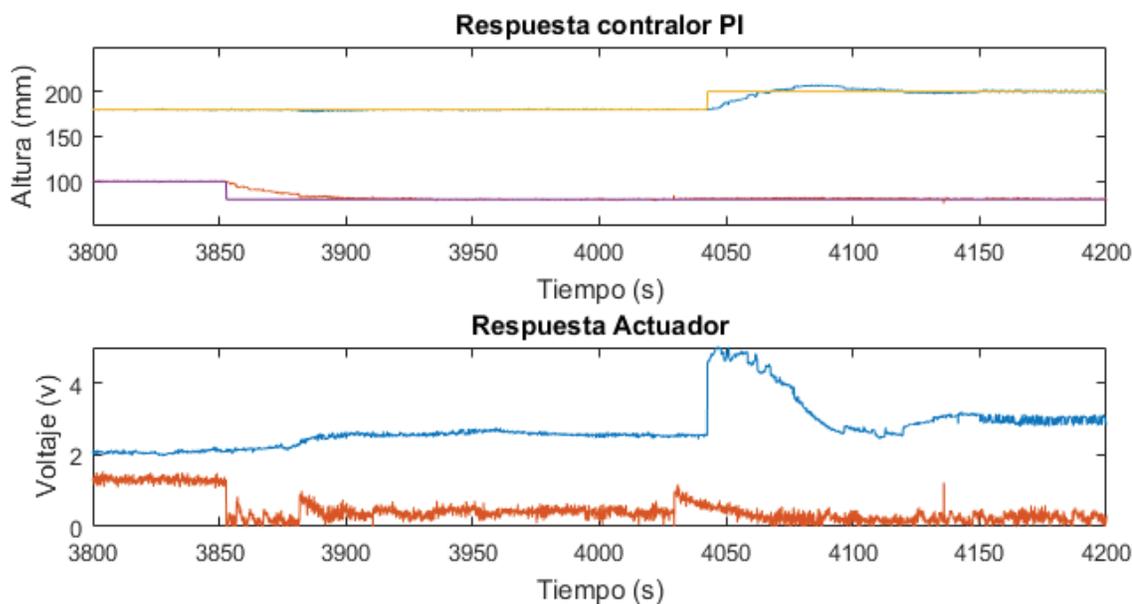


Figura 5-19: Respuesta del Sistema para cambios de referencia en h_1 y h_2 .

La Figura 5-19 ilustra la respuesta del sistema en lazo cerrado para cambios en la referencia, se puede observar para el primer cambio en la referencia correspondiente a h2 en rojo en el gráfico superior que este puede seguir su referencia sin embargo el actuador se debe saturar en su límite inferior, si bien no se ve una mayor perturbación en h1 correspondiente a la curva azul, si se puede ver que el voltaje en el actuador (en azul gráfico inferior) varía frente a este cambio en la referencia debido al efecto del acoplamiento. Un segundo cambio de referencia se realiza en h1, donde se puede observar en la gráfica inferior la respuesta de cada uno de los actuadores, evidenciándose con mayor claridad que existe un efecto de acoplamiento en ambos tanques ya que ambos controladores se ajustan a este nuevo cambio.

En la Figura 5-20, se observa una respuesta para un segundo cambio de referencia, pero de mayor magnitud en h2, donde se aprecia un cambio en la respuesta de h1, debido al acoplamiento. Además, se puede observar los cambios en el voltaje del actuador para que cada altura siga su referencia.

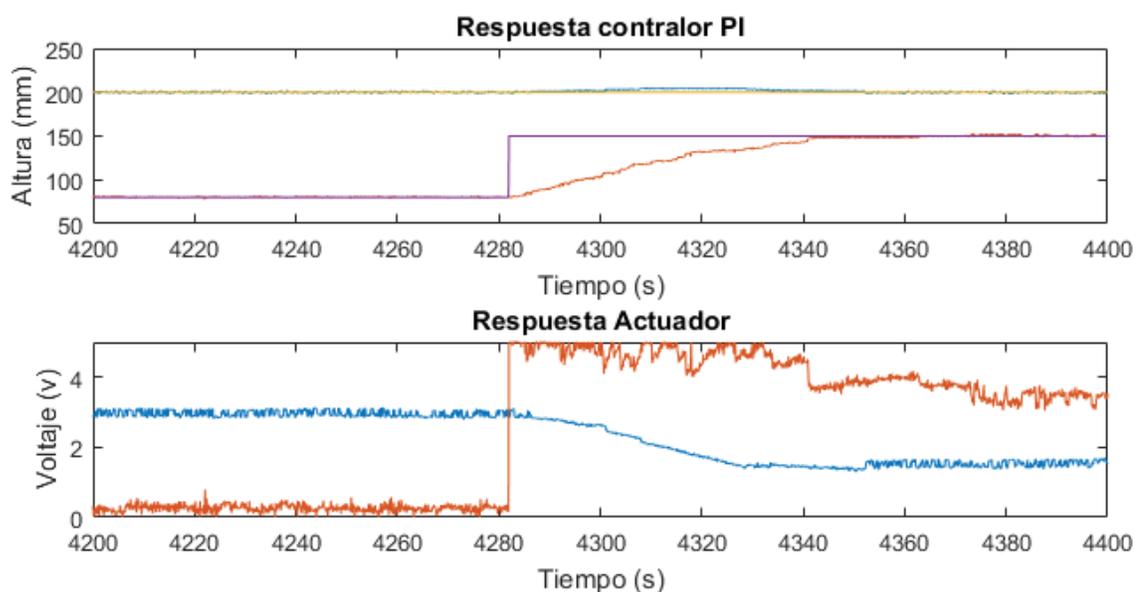


Figura 5-20: Respuesta del sistema para cambio en la referencia de h2 de mayor magnitud.

Frente a estas dos respuestas obtenidas de la Figura 5-19 y 5-20 se puede concluir que se puede utilizar un controlador pi dependiendo de las especificaciones de altura que se requiera y siempre y cuando los cambios de referencia no sean de gran magnitud. En el caso contrario se requiere del diseño de controladores con un desacoplador.

5.3 Tanques para una abertura de la válvula al 90%

En la siguiente sección se presenta los resultados del comportamiento del sistema para una abertura de la válvula al 90%. Luego, se realiza la identificación del sistema para obtener las funciones de transferencia correspondientes y realizar el análisis de interacción. Por último, se muestra los resultados en lazo cerrado del sistema para un controlador PI.

5.3.1 Identificación del sistema

Para la válvula de apertura al 90% se elige un voltaje de entrada inicial 3[v] para u_1 y 2.5 [v] para u_2 , una vez logrado el estado estacionario se realiza una entrada escalón de 0.3 [v] en u_1 . Luego para una segunda entrada escalón, esta vez en u_2 , se varía el voltaje de u_2 de 2.5[v] a 2.8 [v]. En la Figura 5-21 se puede ver la respuesta del sistema para ambas entradas y sus efectos en las salidas h_1 y h_2 .

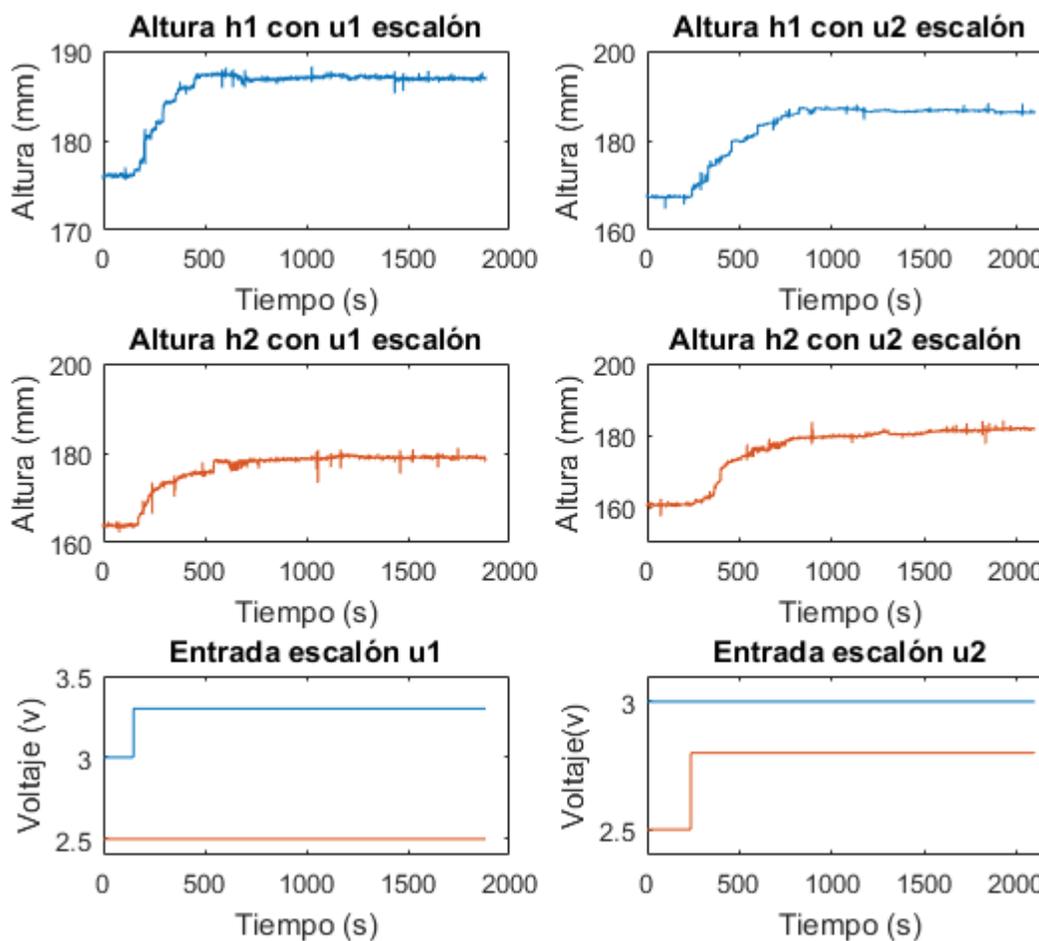


Figura 5-21: Respuesta del sistema con abertura de 90%.

A continuación, se obtiene la identificación del sistema mediante 'system Identification' de Matlab. Donde la Figura 5-22 corresponde a la respuesta h_1 con respecto a la entrada u_1 . En donde se identificó una función de transferencia ilustrada en la Ecuación 5-28, con una exactitud de 88.51%

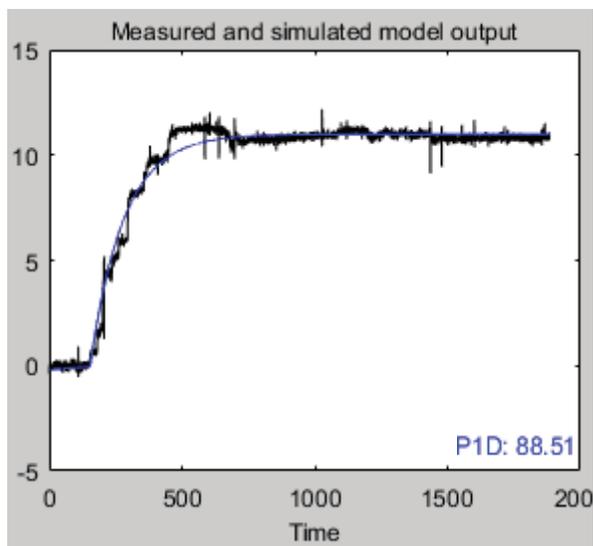


Figura 5-22: Respuesta h1 con respecto a u1.

$$g_{11}(s) = \frac{36.642}{1 + 126.79s} e^{-3s} \quad (5-28)$$

Posteriormente, la Figura 5-23 corresponde a la respuesta de h2 con una entrada escalón u1 del cual se obtiene la función descrita en la Ecuación 5-29 con una exactitud de 88.75%

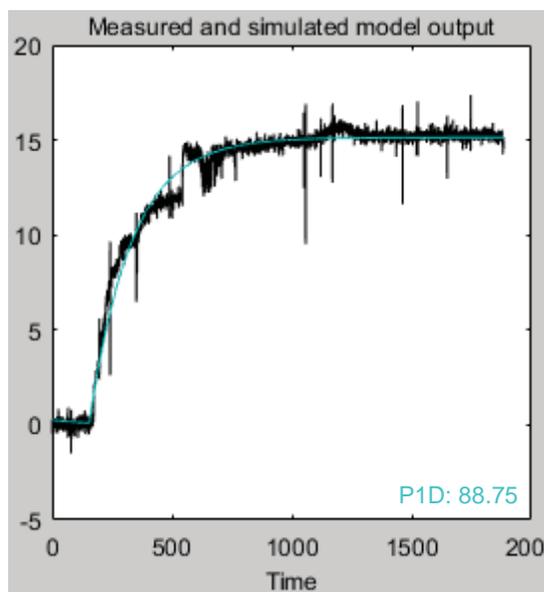


Figura 5-23: Respuesta h2 respecto a u1.

$$g_{21}(s) = \frac{33.07}{1 + 173.64s} e^{-5s} \quad (5-29)$$

La Figura 5-24 es la respuesta de h_1 con una entrada escalón u_2 , del cual se tiene la función determinada en la Ecuación 5-30 con una coincidencia de 89.91%.

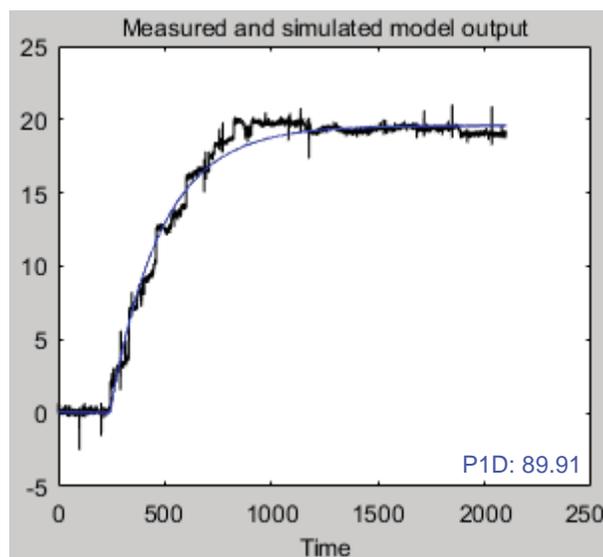


Figura 5-24: Respuesta h_1 con respecto u_2 .

$$g_{12}(s) = \frac{65.308}{1 + 238.78s} e^{-5s} \quad (5-30)$$

La Figura 5-25 corresponde a la respuesta h_2 con un escalón de entrada en u_2 . La función de transferencia se puede observar en la Ecuación 5-31 con una exactitud de 88.63%.

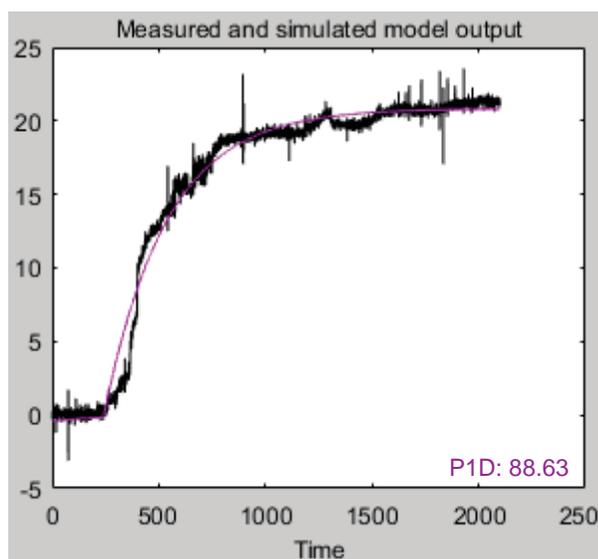


Figura 5-25: Respuesta h_2 con respecto u_2 .

$$g_{22}(s) = \frac{69.51}{1 + 293.39s} e^{-3s} \quad (5-31)$$

Luego, la función de transferencia de transferencia del sistema completo se presenta en las ecuaciones 5-32.

$$H_1(s) = \frac{36.642}{1 + 126.79s} e^{-3s} P_1(s) + \frac{33.07}{1 + 173.78s} e^{-5s} P_2(s)$$

$$H_2(s) = \frac{65.308}{1 + 238.78s} e^{-5s} P_1(s) + \frac{69.51}{1 + 293.39s} e^{-3s} P_2(s) \quad (5-32)$$

5.3.2 Análisis de interacción

Como bien se pudo observar en la respuesta obtenida frente a las entradas escalón para una abertura de la válvula de 90%, el tanque 1 como el tanque 2 responde para cada uno de los escalones realizados en las entradas, lo cual nos indica que existe interacción. Para comprobar que existe acoplamiento se calcula el RGA del sistema de tanques, obteniendo la respuesta en la Ecuación 5-33.

$$\Lambda(G) = \begin{bmatrix} 7.41 & -6.41 \\ -6.41 & 7.41 \end{bmatrix} \quad (5-33)$$

El resultado obtenido en la matriz RGA nos indica que existe interacción en el sistema, y además nos indica utilizar la paridad 1-1 y 2-2. Para ver si existe inestabilidad en lazo cerrado se calcula el índice de Niederlinski, donde el resultado obtenido se observa en la Ecuación 5-34.

$$NI = \frac{(36.642 \cdot 69.51) - (33.07 \cdot 65.308)}{36.642 \cdot 69.51} = 0.15 \quad (5-34)$$

El resultado del Índice de Niederlinski es positivo, por lo que indica no hay inestabilidad y la paridad es controlar h1 con u1 y controlar h2 con u2.

Luego, la descomposición en valores singulares viene dada por la Ecuación 5-35.

$$G = \begin{bmatrix} -0.46 & -0.89 \\ -0.89 & 0.46 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 107.33 & 0 \\ 0 & 3.6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0.69 & -0.71 \\ -0.71 & 0.69 \end{bmatrix} \quad (5-35)$$

Donde los valores singulares máximo y mínimo son $\sigma_{max} = 156.66$ y $\sigma_{min} = 25.78$, calculando el número de condición se obtiene la Ecuación 5-36.

$$\gamma(G) = \frac{107.33}{3.6} = 29.81 \quad (5-36)$$

Luego, se puede concluir que para un acoplamiento al 90% el sistema está mal acondicionado, lo cual se complementa con el resultado del RGA el cual indica la fuerte interacción, frente a esta situación el sistema es difícil de controlar y es necesario el uso de desacopladores.

5.3.3 Respuesta controlador PI

Los resultados obtenidos para un controlador PI con parámetros igual $k_{p1}=0.1$ y $T_{i1}=0.198$ para h1 y $k_{p2}=0.18$ y $T_{i2}=0.26$ para h2, se aprecian en la Figura 5-26 donde el acoplamiento se puede

distinguir en cada cambio en la referencia produciendo variaciones en la altura h_1 y h_2 . Además, se puede ver un tiempo de asentamiento de 50 segundos

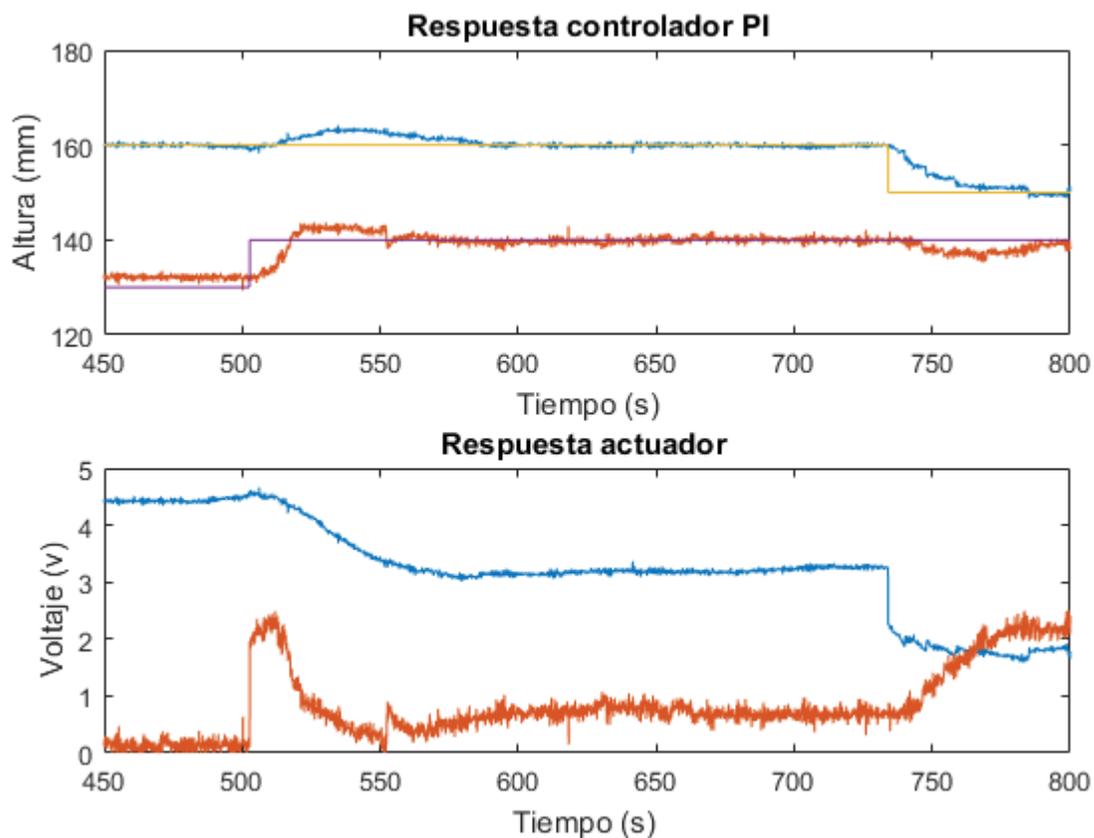


Figura 5-26: Respuesta sistema con controlador PI.

Frente a esta situación el sistema es difícil de controlar debido a que los actuadores se ven afectados siendo estos llevados a saturación y sin lograr muchas veces la referencia especificada. Por este motivo es necesario diseñar un desacoplador.

Discusión y conclusiones

A lo largo del progreso de esta tesis se puede comprender, el impacto que tiene las nuevas metodologías de enseñanza en los estudiantes, pues este recurso hace la diferencia a la hora de formar un profesional, donde las nuevas técnicas de enseñanza permiten al estudiante ser más participe y consciente de los conocimientos adquiridos y a la vez cumplir con los aprendizajes esperados.

Frente a este contexto el diseño y construcción de sistema de tanques acoplados pretende ser una herramienta valiosa para la enseñanza de control multivariable de los alumnos en la EIE, ya que este sistema a diferencia de los que se encuentra en el laboratorio de control, contiene acoplamiento variable, siendo este fundamental para la implementación de distintas técnicas de control, complementando los tópicos aprendidos en clases.

El diseño de los tanques acoplados se pudo llevar a cabo gracias a los distintos estudios de simulación en lazo abierto realizados en el software Simulink de Matlab, una herramienta necesaria a la hora de simular el comportamiento del sistema y que a su vez no requiere de conocimientos previos de programación debido a su lenguaje gráfico de rápido aprendizaje.

Una vez obtenida las variables y constantes físicas de la planta el uso del software Rhinoceros 3D fue un aporte a la hora de diseñar y visualizar la estructura que se desea crear, permitiendo tener una visión clara y precisa de las dimensiones que se requieren a la hora de bosquejar la estructura de la planta.

Una vez que se tuvo las dimensiones de la estructura, se debió cumplir con las medidas estipuladas aun cuando esta tarea resulte compleja en la construcción, ya que el error humano puede estar presente en la elaboración de las piezas. Sin embargo, si las dimensiones no difieren en mayor medida, es posible obtener resultados esperados.

En el armado de los tanques los errores fueron parte del aprendizaje del proceso, donde se recomienda para futuros proyectos utilizar siempre un margen de error en las dimensiones de las piezas, ya que estas siempre estarán expuestas a la inexactitud.

Por otro lado, el tipo de material que se utiliza para la fabricación de las piezas pueden provocar cambios si no se tiene la rigurosidad de identificar las cualidades del material. Puntualmente a la hora de implementar las cañerías del sistema se utilizaron dos materiales, plástico para las

entradas y metálico para la salida, provocando que el flujo de la salida sea de mayor velocidad con respecto a las entradas debido al roce del material.

Otro de los aspectos importantes de la construcción del sistema de tanques acoplados es la implementación de instrumentos de medición y actuación adecuados a los requerimientos de la planta. Entre ellos se encuentra los sensores de nivel y las mini bombas, ambos dispositivos debieron ser ajustados a los parámetros requeridos de la tarjeta de adquisición de datos. En el caso de los sensores se utilizaron circuitos acondicionadores de señal y en el caso de las mini bomba fue necesario implementar un circuito amplificador de potencia.

Para completar la construcción de la planta de tanques acoplados es necesario crear una interfaz de usuario de fácil comprensión, que permita a los alumnos de control interactuar con el sistema de tanques. En dicha interfaz se permite registrar datos en tiempo real cuando la planta está en funcionamiento, también permite ingresar parámetros de control, siendo esta una herramienta necesaria para que los alumnos realicen diferentes experiencias de laboratorio.

Para la elaboración de la interfaz de usuario se utiliza el programa LabVIEW el cual, al ser una programación en bloque, es de fácil comprensión. Permitiendo a los alumnos interesados acceder a la programación y realizar mejoras requeridas o entender el funcionamiento del sistema.

De los resultados obtenidos de las pruebas de la planta real se pudo demostrar a través de los distintos análisis de interacción que el sistema de tanques acoplados cumple con la finalidad de tener distintos niveles de acoplamiento, siendo este de gran importancia a la hora de enseñar los efectos que produce la interacción de variable.

Se debe mencionar de los análisis de interacción realizados, matriz de ganancia relativa, índice de Niederlinski y número de condición que estos se deben utilizar en conjunto, ya que ninguno aporta la información necesaria por si solo para comprender los efectos de la interacción. Cada una de estas herramientas indica una cualidad distinta, donde el RGA permite conocer la existencia de interacción y la paridad a utilizar, luego el índice de Niederlinski otorga información de la paridad elegida si el sistema es inestable y por último el número de condición otorga información de qué tan complejo será nuestro sistema de control.

Debido al nivel de interacción el sistema de tanques se permitirá utilizar diferentes técnicas de control, donde para un sistema de bajo acoplamiento se puede controlar dos variables independientes sin sufrir los efectos de la interacción y pasar de este a un sistema complejo donde la interacción de las variables será la problemática principal a la hora de controlar, exigiendo utilizar herramientas de control avanzado como lo son los “desacopladores”.

Este sistema además de ofrecer la enseñanza de control multivariable, basado en análisis de interacción, pretende ser una herramienta de investigación para futuros alumnos que deseen estudiar distintas técnicas de control e implementar distintos tipos de desacopladores.

Bibliografía

- [1] A. Álvarez, « Problemática actual en la enseñanza de la ingeniería: una alternativa para su solución,» *Ingenierías*, vol. 2, nº 3, 1999.
- [2] H. E. Lefranc, «www.redalyc.org/» 17 05 2005. [En línea]. Available: <http://www.redalyc.org/comocitar.oa?id=20812103>. [Último acceso: 2018].
- [3] X. Li y Z. Li, «The Application of Linear and Nonlinear Water,» de *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 2018.
- [4] R. Puerto, L. Jiménez y O. Reinoso, «Remoto control laboratory via Internet using Matlab and Simulink,» *Computer Applications in Engineering Education* , vol. 18, nº 4, pp. 694-702, 2010.
- [5] J. Welsh, T. Daredia, F. Sobora, L. Vlacic y G. Goodwin, «Simulated versus hardware laboratories for control education: A critical appraisal,» de *17th World Congress, International Federation of Automatic Control,IFAC*, Seoul, 2008.
- [6] H. Vargas, J. Sánchez, C. Jara, F. Candelas, O. Reinoso y J. L. Díaz, «Docencia en Automática: Aplicación de las TIC,» *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, vol. 7, nº 1, pp. 35-45, 2010.
- [7] A. Lorendi, G. Hermida, J. Hernández y E. Ladrón de Guevara, «Laboratorios Virtuales y Remotos en la Enseñanza de la Ingeniería,» *Revista Internacional de Educación en Ingeniería* , vol. 4, nº 1940-1115, 2011.
- [8] Z. Nedic, J. Machotka y A. Nafalski, «Remote laboratories versus virtual and real laboratories,» de *Frontiers in Education Conference, FIE*, United States, 2003.
- [9] J. Garrido Jurado, «Diseño de sistemas de control multivariable por desacoplo con controladores PID.,» Madrid, 2012.

-
- [10] R. Dormido, H. Vargas, N. Duro, J. Sánchez, S. Dormido-Canto, G. Farias, F. Esquembre y S. Dormido, «Development of a Web-Based Control Laboratory for Automation Technicians: The Three-Tank System,» *IEEE TRANSACTIONS ON EDUCATION*, vol. 51, n° 1, pp. 35-44, 2008.
- [11] J. L. Guzmán, M. Domínguez, M. Berenguel, J. Fuertes, F. Rodríguez y P. Reguera, «Entornos de experimentación para la Enseñanza de Conceptos Básicos de Modelado y Control,» *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, vol. 7, n° 1, pp. 10-22, 2010.
- [12] F. Torres, J. Plana, P. Sellado y J. Martínez, «Intelligent instrumentation of a water tank system for education purposes,» de *2017 CHILEAN Conference on Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies, CHILECON 2017*, Pucon, 2017.
- [13] R. Bieda, M. Blachuta y R. Grygiel, «Tools, A New Look at Water Tanks Systems as Control Teaching,» *IFAC-PapersOnLine*, vol. 50, n° 1, pp. 13480-13485, 2017.
- [14] F. H. Fernandez y J. E. Duarte, «Formación univeristaria,» 2013. [En línea]. Available: https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-50062013000500005&lng=es&nrm=iso. [Último acceso: 2018].
- [15] I. Santana, M. Ferre, L. Hernández, R. Aracil, Y. Rodríguez y E. Pinto, «Aplicación del Sistema de Laboratorios a Distancia en Asignaturas de Regulación Automática,» *Revista Iberoamericana de Auromática e Informatica Industrial RIAI*, vol. 7, pp. 46-53, 2010.
- [16] Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, «Laboratorio de control Automático,» Octubre 2017. [En línea]. Available: <http://www.pucv.cl/uuaa/escuela-de-ingenieria-electrica/laboratorios/laboratorio-de-control-automatico/2017-10-30/154535.html>. [Último acceso: Junio 2018].
- [17] P. Castillo Gutarra, «Modelación y Control de un Sistema de Cuatro Tanques Acoplados,» 2016.
- [18] H. Vargas O, «Análisis y Diseño de Controladores para el Sistema de Tres Tanques Acoplados,» 2005.
- [19] M. S. Chiu, «A new result on Relative Gain Array, Niederlinski Index and decentralized stability condition: 2×2 plant cases,» *Automatica*, vol. 27, n° 2, pp. 419-421, 1991.
- [20] J. Chen, J. S. Freudenberg y C. N. Nett, «On relative gain array and condition number. In Decision and Control,» *Proceedings of the 31st IEEE Conference on*, vol. IEEE, pp. 219-224, 1992.

A Marco Teórico

Introducción:

El sistema de tanques acoplados es una plataforma de laboratorio multivariable de dos entradas y dos salidas, la cual tiene como objetivo ser una herramienta importante para los estudiantes de control automático, la cual ayudara a comprender conceptos de control multivariable.

El diagrama de bloques de un sistema MIMO de dos entradas y dos salidas se indica en la figura 1, donde G_{11} y G_{22} corresponde a las funciones de transferencia en camino directo y G_{21} y G_{12} corresponde a las funciones de transferencia producto de la interacción del acoplamiento.

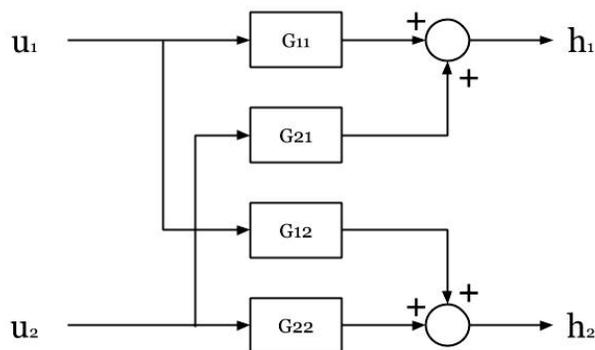


Figura 0-1. Diagrama de bloques sistema MIMO

Objetivos:

- Introducir al sistema de tanques acoplados, entregando conocimientos del modelo matemático del sistema.
- Presentar la estructura del sistema y sus componentes.
- Enseñar la interfaz de usuario y su funcionalidad.

Descripción del sistema de tanques acoplados:

La figura 1 representa el diagrama esquemático del sistema de tanques acoplados, el cual está conformado principalmente por dos depósitos cilíndricos T_1 y T_2 de sección transversal A_1 y A_2 con

áreas de igual dimensión. Ambos tanques están conectados entre sí por una válvula de giro manual de caudal variable Q_{12} . A esta válvula se le denomina válvula de acoplamiento la cual afectara en el comportamiento del sistema según su abertura. Luego existen dos bombas, Bomba 1 y Bomba 2 los cuales generan caudal de entrada Q_1 y Q_2 las cuales ingresan a T_1 y T_2 generando cambio en la altura del líquido h_1 y h_2 en los respectivos tanques. Por ultimo Q_{20} representa la única salida de caudal constante del sistema permitiendo que el líquido fluya a través de los depósitos. Este sistema de tanques es de tipo MIMO (multiple-input multiple-output) de dos entradas y dos salidas siendo Q_1 y Q_2 las variables manipuladas por medio de las bombas y h_1 y h_2 las variables controladas.

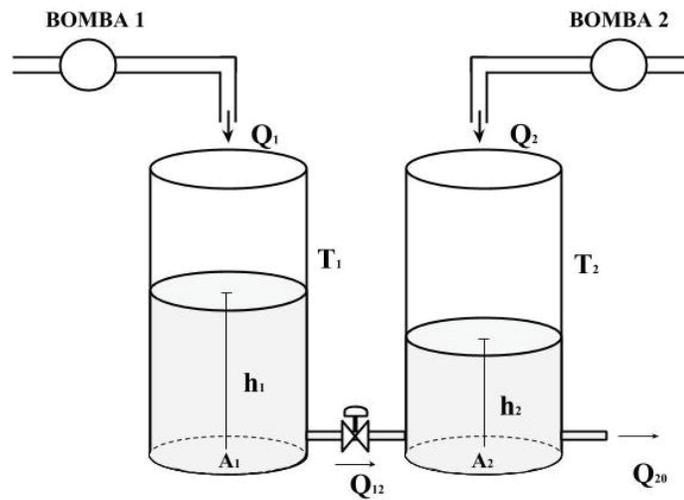


Figura 0-2: Diagrama esquemático de tanques acoplados

Modelo analítico del sistema

El modelo analítico del sistema de tanques está compuesto por dos ecuaciones diferenciales de primer orden las cuales son válidas para $h_1 \geq h_2$. Estas ecuaciones diferenciales describen el balance de flujo del sistema y se representan a continuación en las ecuaciones 1 y 2.

$$A \cdot \frac{dh_1}{dt} = Q_1 - Q_{12} \quad (1)$$

$$A \cdot \frac{dh_2}{dt} = Q_2 + Q_{12} - Q_{20} \quad (2)$$

Donde A corresponde al área transversal de los tanques, y t representa el tiempo. Luego los caudales Q_1 y Q_2 generados por el actuador se pueden escribir como se presenta continuación, en la ecuación (3).

$$Q_i = k_m \cdot u \text{ [m}^3/\text{seg]} \quad (3)$$

Donde k_m es la constante de relación caudal-voltios [$\text{m}^3/\text{v} \cdot \text{seg}$] y u representa el voltaje aplicado en la bomba. Seguidamente por las ecuaciones de Torricelli los caudales Q_{12} y Q_{20} se representan como se indica en las ecuaciones 4 y 5.

$$Q_{12} = s_1 \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \quad [m^3/s] \quad (4)$$

$$Q_{20} = s_2 \sqrt{2gh_2} \quad [m^3/s] \quad (5)$$

Siendo s_1 la sección transversal de la válvula la cual es variable, luego s_2 corresponde a la sección de la tubería de salida del tanque 2 y g es la constante de aceleración de gravedad. Reemplazando y desarrollando las ecuaciones 3, 4 y 5 en las ecuaciones 1 y 2 se obtiene las ecuaciones diferenciales no lineales del sistema de tanques indicado en 6 y 7.

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{k_m \cdot u}{A} - \frac{s_1 \sqrt{2g(h_1 - h_2)}}{A} \quad 6$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{k_m \cdot u}{A} + \frac{s_1 \sqrt{2g(h_1 - h_2)}}{A} - \frac{s_2 \sqrt{2gh_2}}{A} \quad 7$$

A continuación, se presentan en la figura 2 la estructura del sistema de tanques acoplados con sus correspondientes descripciones.

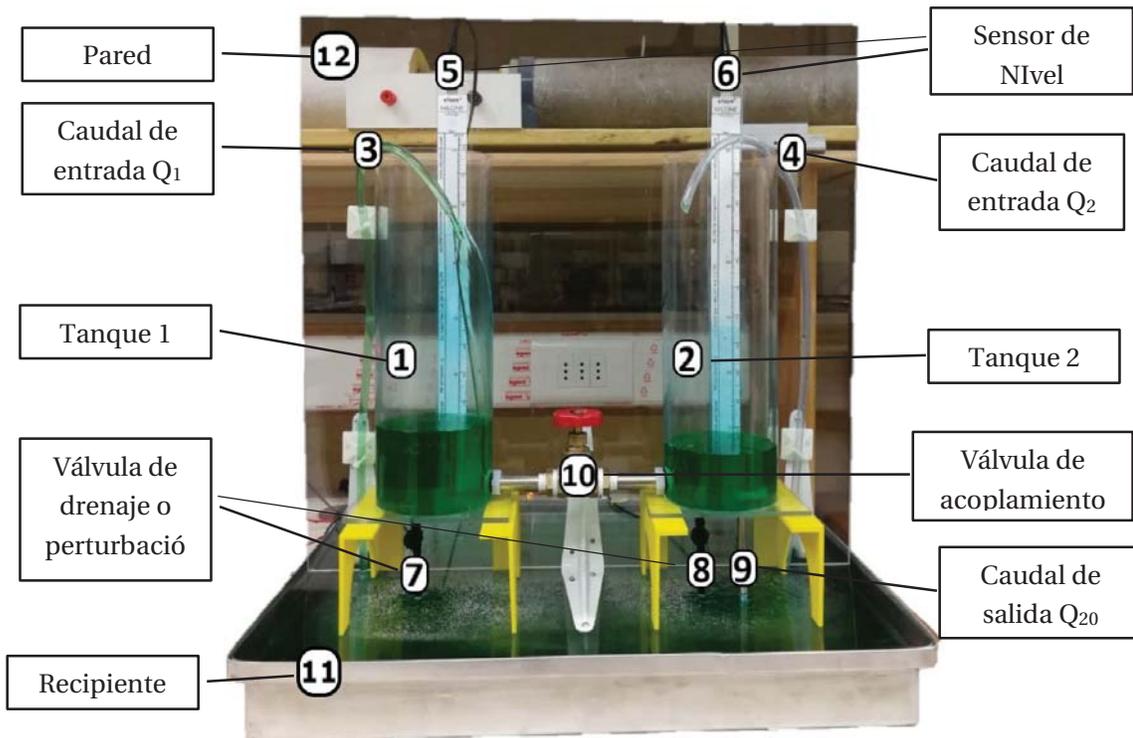


Figura 0-3. Sistema de tanques acoplados.

Descripción de la interfaz:

El sistema de tanques acoplados es controlado por medio de una tarjeta de adquisición de datos, modelo USB-6002 de National Instruments. La cual se programa a través de la plataforma LabVIEW para recibir datos y generar señales de control. A continuación, se presenta la interfaz de usuario en la figura 3 la cual permite interactuar con la planta, donde se describe cada una de sus funciones para su posterior utilización.

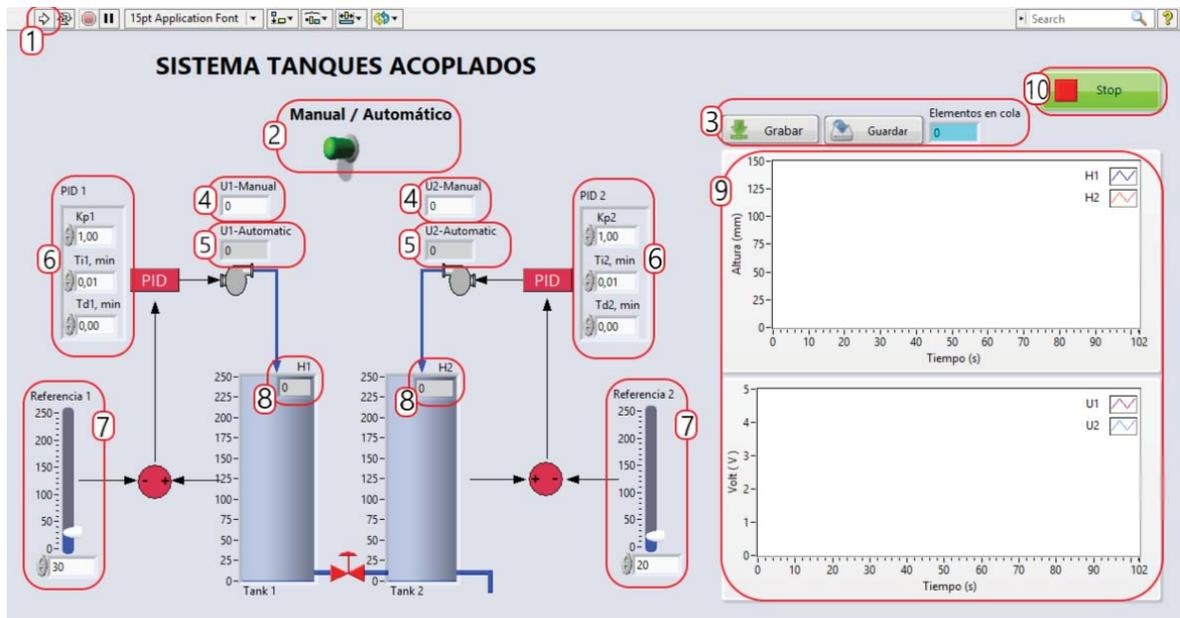


Figura 3: Interfaz de usuario

1. Inicio del programa.
2. Selector manual (lazo abierto) o automático (lazo cerrado).
3. Selectores de guardado de datos.
 - 3.1. Grabar: al momento de seleccionar grabar, registra los datos en tiempo real y los almacena en la cola.
 - 3.2. Guardar: genera un archivo .m con los elementos guardados en cola.
 - 3.3. Elementos en cola, indica la cantidad de elementos registrados, una vez que se presione guardar este número vuelve a cero.
4. Ingresar los valores de voltaje para el funcionamiento de las bombas 1 y 2, de 0 a 5 [v] en modo manual.
5. Indicador de voltajes aplicados a las bombas en modo automático.
6. Ingresar los valores de PID para las bombas 1 y 2.
7. Referencia o set point.
8. Indicador de altura de los tanques 1 y 2.
9. Gráfico superior indicador de altura vs tiempo. Gráfico inferior indicador de voltaje vs tiempo.
10. Botón stop de detención del programa (resetea todos los valores a cero).

Sugerencias:

1. **Revisar que las válvulas de drenaje estén cerradas antes de comenzar una experiencia.**
2. **No mover la estructura de su lugar para evitar derrames de líquido.**
3. **La válvula de acoplamiento se cierra en sentido horario.**
4. **Para aberturas menores a $\frac{3}{4}$ de vuelta de la válvula de acoplamiento utilizar voltajes menores a 4 volt o puede ocasionar desbordamiento de líquido.**
5. **No doblar los sensores de nivel, ya que estos se dañan.**

B Guía laboratorio 1

Objetivo:

- Identificar el modelo del sistema de tanques acoplados por medio del proceso de obtención de datos para entradas de tipo escalón.

Procedimiento:

• Obtención de datos:

1. Verificar que las válvulas de perturbación se encuentran cerradas y elegir una abertura de la válvula de acoplamiento mayor a 1/4 giro y menor a un giro (Considerando como punto de inicio la válvula totalmente cerrada)
2. Encender el sistema de tanques acoplados e ingresar valores de voltaje para la bomba 1 y 2 y esperar a su estado estacionario. Luego grabe los datos.
3. Generar un escalón en la entrada de voltaje en la bomba 1 mientras el voltaje de la bomba 2 permanece constante.
4. Esperar a que el sistema vuelva a su estado estacionario. luego esperar alrededor de 10 a 15 min más para un óptimo registro de datos.
5. Presionar nuevamente el botón grabar para detener la grabación y seleccionar guardar. Este generará un archivo .m en el escritorio. Modifique el nombre del archivo para que no se sobre escriba un nuevo archivo o perderá su registro.
6. Vuelva al valor inicial de la bomba 1 y espere el estado estacionario. Comience a grabar.
7. Genere un escalón de voltaje en la bomba 2 mientras la bomba 1 permanece constante.
8. Repetir los pasos 4 y 5. Detenga el sistema.

• Proceso de identificación de sistema.

Con los datos registrados ejecute los archivos .m en Matlab, luego ingrese al toolbox “Sistem Identification” obtenga las funciones de transferencia del sistema (G_{11} , G_{12} , G_{21} , G_{22}) e identifique, tiempo de subida, tiempo muerto, sobrepaso...etc.

C Guía laboratorio 2

Objetivo:

- Identificar el nivel de acoplamiento del sistema utilizando las herramientas de matriz de ganancia relativa (RGA), Índice de Niederlinski (NI) y número de condición (CN).
- Diseñar un controlador PI y realizar pruebas de simulación

Procedimiento:

• Análisis de interacción

1. Con la función de transferencia obtenida en la experiencia anterior, obtenga la matriz de ganancia en estado estacionario y calcule la matriz de ganancia relativa. ¿Qué paridad debe utilizar?
2. Luego calcule el índice de Niederlinski Comente el resultado.
3. Ahora calcule del número de condición, para ello primero debe realizar la descomposición en valores singulares. Puede ayudarse con Matlab. Comente su resultado.

Del análisis de interacción realizado comente:

- ¿Su sistema está acoplado o desacoplado? ¿Por qué?
- Según sus resultados, ¿cree que el sistema se puede simplificar en dos sub-sistemas independientes sin acoplamiento? ¿Por qué?

• Diseño de controlador PI

1. Diseñe un controlador PI para las funciones de transferencia G_{11} y G_{22} .
2. Realice la simulación del sistema por medio de Simulink en lazo cerrado con sus respectivos controladores antes calculados. (Utilice las cuatro funciones de transferencia G_{11} , G_{12} y G_{21} , G_{22})

Realice las conclusiones de sus resultados.

D Guía laboratorio 3

Objetivo:

- Implementar un controlador PI al sistema de tanques y observar sus resultados.

Procedimiento:

- **Implementar el controlador PI**

1. Encienda el sistema de tanques acoplados y utilice los mismos parámetros utilizados en la experiencia 1.
2. Una vez alcanzado el punto de equilibrio, ingrese el controlador PI diseñado en la experiencia 2 (No olvide respaldar sus datos).
3. Luego ingrese como punto de referencia el valor actual del nivel de líquido en los tanques y cierre el lazo (Modo Automático).
4. Modifique los valores de referencia y observe los cambios en el actuador.
5. Vuelva al punto de referencia inicial y realice cambios de abertura en la válvula y observe.

Análisis de resultados:

- Compare los resultados obtenidos del controlador PI de la experiencia 2 con los resultados obtenidos en el sistema real y comente.
- Comente los resultados obtenidos del controlador frente al cambio de abertura en la válvula y sus efectos en el actuador.

E Linealización del Sistema de Tanques

El modelo no lineal del sistema de tanques acoplado, está dada por las siguientes ecuaciones.

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{k_m \cdot u}{A} - \frac{s_1 \sqrt{2g(h_1 - h_2)}}{A} \quad (\text{A-1})$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{k_m \cdot u}{A} + \frac{s_1 \sqrt{2g(h_1 - h_2)}}{A} - \frac{s_2 \sqrt{2gh_2}}{A} \quad (\text{A-2})$$

Luego para obtener los puntos de operación se evalúan entorno a las alturas H_1 y H_2 , estos valores se calculan igualando el flujo de salida con el flujo de entrada en cada tanque. Como el punto de operación es un punto fijo en el tiempo, el diferencial de altura es igual a cero. Luego desarrollando las ecuaciones A-1 y A-2 y reemplazando el diferencial de altura por cero se obtienen las expresiones A-3.

$$s_1 \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1 - h_2)} = k_m \cdot u_1 \quad (\text{A-3})$$

$$s_2 \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2} = k_m u_2 + s_1 \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1 - h_2)} \quad (\text{A-4})$$

Al despejar h_1 de la ecuación A-3 se obtiene la igualdad A-5.

$$h_1 = \left(\frac{k_m \cdot U_1}{s_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \right)^2 + h_2 \quad (\text{A-5})$$

Luego, reemplazando h_1 en A-4 y despejando h_2 , se obtiene las equivalencias para los puntos equilibrio \bar{H}_1 y \bar{H}_2 indicado en las ecuaciones A-6.

$$\bar{H}_1 = \left(\frac{k_m \cdot U_1}{s_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \right)^2 + \left(\frac{k_m U_2 + k_m \cdot U_1}{s_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \right)^2$$
$$\bar{H}_2 = \left(\frac{k_m U_2 + k_m \cdot U_1}{s_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \right)^2 \quad (\text{A-6})$$

Posteriormente se linealizan las ecuaciones A-1 y A-2 correspondiente al modelo no lineal del sistema, desarrollando los dos primeros términos de series de Taylor indicada en la ecuación A-7 se obtienen las expresiones A-8.

$$y = f(x) = f(x_0) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{x_0} (x - x_0) \quad (\text{A-7})$$

$$A \cdot \frac{d\Delta h_1}{dt} = k_m \cdot \Delta u_1 - \frac{s_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g}}{2\sqrt{\bar{H}_1 - \bar{H}_2}} \cdot \Delta h_1 + \frac{s_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g}}{2\sqrt{\bar{H}_1 - \bar{H}_2}} \Delta h_2$$

$$A \cdot \frac{d\Delta h_2}{dt} = k_m \cdot \Delta u_2 + \frac{s_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g}}{2\sqrt{\bar{H}_1 - \bar{H}_2}} \cdot \Delta h_1 - \frac{s_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g}}{2\sqrt{\bar{H}_1 - \bar{H}_2}} \Delta h_2 - \frac{s_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g}}{2\sqrt{\bar{H}_2}} \Delta h_2 \quad (\text{A-8})$$

