



PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATOLICA
DE VALPARAISO

Facultad de Filosofía y Educación

Escuela de Pedagogía

Educación Básica

**“CIRCULACIÓN Y PROGRESIÓN DEL ESPACIO
DE TRABAJO GEOMÉTRICO EN LOS
PROGRAMAS DE MATEMÁTICAS EN TERCERO Y
CUARTO BÁSICO, EN RELACIÓN AL OBJETO DE
ESTUDIO, ÁNGULOS”**

Trabajo de Titulación para optar al grado de Licenciado en Educación y al Título de Profesor de Educación Básica con menciones en Primer Ciclo, Lenguaje y Comunicación o Historia, Geografía y Ciencias Sociales.

Profesora Guía: Andrea Pizarro Canales

Estudiantes:

- Camila Brito Osses
- Constanza Gallardo Contreras
- Angélica Gutiérrez Zúñiga
- Fabián Meza Carrasco
- Anahi Silva Castillo

Resumen

La investigación que se presenta a continuación, se basa en el estudio y análisis de la Circulación y Progresión del Espacio de Trabajo Geométrico presente en las Actividades Sugeridas en los Programas de Estudio de tercero y cuarto básico, propuestos por el Ministerio de Educación, en torno al objeto de estudio de Ángulos. En base a los cuales, se realizan análisis de coherencia y suficiencia entre los distintos elementos del Programa de Estudio: Objetivos de Aprendizaje, Habilidades e Indicadores de Evaluación. Posteriormente, se identifican los componentes epistemológicos y procesos cognitivos que cada actividad moviliza internamente bajo el alero de la teoría del Espacio de Trabajo Geométrico propuesta por Alain Kuzniak y otros, para luego efectuar diagramaciones con el propósito de categorizar los distintos tipos de movilizaciones encontradas.

Palabras Claves: Ángulos, Espacio de Trabajo Geométrico, Plano Epistemológico, Plano Cognitivo, Génesis Semiótica, Génesis Instrumental, Génesis Discursiva, Circulación y Progresión.

ABSTRACT

The present research is based on the study and analysis of the Movement and Progression Space of Geometrical Work present in study programs of third and fourth grade, suggested by the Ministry of Education, about the object of study of angles. Based on that, analysis of coherence and sufficiency between the different elements of the Study Program are made: Learning Objectives, Skills and evaluation's indicators. Subsequently, identify the epistemological components and cognitive process which each activity internally mobilized with the support of the Geometrical Working Space theory proposed by Alain Kuzniak and others, and then make layouts with the aim of categorizing the different types of mobilizations found.

Keywords: Angles, Geometric Working Space, Epistemological Plane, Cognitive Plane, Semiotic Dimension, Instrumental Discursive, Discursive Dimension, Circulation, Progression.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	4
MARCO TEÓRICO	9
2.1. Área disciplinar en las matemáticas	10
2.1.1. Ángulos	10
2.1.1.1 Clasificación de ángulos.....	11
2.1.1.2. Relaciones angulares	12
2.1.1.3 Ángulos entre paralelas.....	15
2.1.1.4 Bisectriz.....	15
2.1.1.5 Copiar ángulos.....	16
2.2 Área Didáctica.....	17
2.2.1 Espacio de Trabajo Geométrico (ETG)	17
2.2.2 Iniciación al Trabajo Geométrico.....	20
2.2.3 Paradigmas Geométricos.....	22
2.2.4 Tipos de Espacio de Trabajo Geométrico (ETG)	24
2.3 Área Pedagógica.....	26
2.3.1 Bases curriculares de Matemáticas Tercero y Cuarto Básico	26
2.3.2 Programas de estudio de Matemáticas Tercero y Cuarto Básico	28
3. Metodología	33
3.1 Tipo de Investigación.....	33
3.2 Unidad de Estudio	36
3.3 Procedimientos utilizados para el desarrollo de la investigación	36

4. ANÁLISIS	40
4.1 Análisis de los elementos de los Programas de Estudio	40
4.1.1 Revisión de los Objetivos de Aprendizaje	40
4.1.2 Análisis de coherencia y suficiencia de las habilidades matemáticas	41
4.1.3 Análisis de coherencia y suficiencia de los Indicadores de Evaluación.	42
4.1.4 Análisis de las Actividades Sugeridas	42
4.1.4.1 Relación de las actividades sugeridas con los Objetivos de Aprendizaje	42
4.1.4.2 Relación de las Actividades Sugeridas con los Indicadores	43
4.2 Análisis de Espacio de Trabajo Geométrico (ETG) por actividad	43
4.2.1 Objetivo de Aprendizaje 18 de Tercer Año de Educación Básica	46
4.2.2 Objetivo de Aprendizaje 19 Cuarto Año de Educación Básica	65
4.3 Categorización de los Espacios de Trabajo Geométrico (ETG)	80
4.3.1 Categorización según relación horizontal	80
4.3.2 Categorización según relación vertical	85
5. CONCLUSIONES	102
REFERENCIAS	110
BIBLIOGRAFÍA	113
ANEXOS	114
Anexo 1	115
Tabla de progresión Objetivos de Aprendizaje en matemáticas en Educación Básica.	
115	
Anexo 2	116
2.1 Análisis de coherencia y suficiencia de los Objetivos de aprendizajes	116

2.1.1 Objetivo de Aprendizaje 18 de Tercer Año de Educación Básica.....	116
2.1.2 Objetivo de Aprendizaje 19 de Cuarto Año de Educación Básica	118
2.2 Análisis coherencia y suficiencia de Indicadores de Evaluación.....	120
2.2.1 Indicadores del Objetivo de Aprendizaje 18 de Tercer Año de Educación Básica	120
2.2.2 Indicadores del Objetivo de Aprendizaje 19 de Cuarto Año de Educación Básica	122
2.3 Progresión de Tercero a Cuarto Año de Educación Básica.....	125
ANEXO 3.....	126
3.1 Análisis de actividades sugeridas en el Programa de Estudio de Matemáticas de tercero y cuarto básico.....	127
3.1.1 Actividades sugeridas para el Objetivo de Aprendizaje 18 de Tercer Año de Educación Básica.....	127
3.1.2 Actividades sugeridas para el Objetivo de Aprendizaje 19 de Cuarto Año de Educación Básica	148

INTRODUCCIÓN

En el actual currículum nacional del Ministerio de Educación (MINEDUC), la Matemática es una disciplina que tiene una relevancia notoria en el área de la educación. Para lograr su óptimo desarrollo, se han introducido en los Programas de Estudio diversos elementos que aporten al logro de los objetivos de aprendizaje planteados en las Bases Curriculares de Matemática del Ministerio de Educación de Chile. Dentro de estos elementos, se encuentran los indicadores de logro, los cuales señalan las diferentes formas en que los estudiantes pueden demostrar los aprendizajes adquiridos. Por otro lado, se presentan las actividades sugeridas, cuya finalidad es orientar al docente, ya que pueden ser la base para elaborar nuevas actividades, adaptándolas según el contexto.

La relevancia que tiene la Matemática, en el currículum nacional, se debe a que su aprendizaje resulta fundamental para el desarrollo integral de los estudiantes, ya que considera habilidades y contenidos esenciales para la vida de estos. Además, Díaz (1998), agrega: “es una disciplina muy peculiar que históricamente se estructura para atender los problemas de la enseñanza en el aula”. Por tanto, es necesario estudiar tanto la didáctica de esta rama, como también, realizar investigaciones que giren en torno a esta disciplina. Pues, si se toma la didáctica para atender la enseñanza y sus problemas en el aula, es importante indagar cómo se resuelven estos problemas y la efectividad de las propuestas para ello.

Para lo anterior, es imprescindible investigar los documentos oficiales del currículum nacional, debido que, son el eje que guía a los docentes para el cumplimiento de los objetivos planteados.

Dentro del ámbito evaluativo, Chile se somete a distintas pruebas estandarizadas como lo son el Sistema de Medición de la Calidad de la Educación (SIMCE) y el Estudio Internacional de Tendencias en Matemática y Ciencias (TIMSS), las cuales han arrojado resultados que ponen en aprietos al país en cuanto a los logros educativos. En relación a la primera prueba mencionada (SIMCE), específicamente en el área de las matemáticas (2013), señala que los alumnos de Cuarto Año de Educación Básica de nuestro país se encuentran en el nivel medio o elemental con 256 puntos. Mientras que en la segunda

prueba (TIMSS), aplicada en el año 2011 Chile obtuvo 455 puntos, alcanzando el nivel más bajo de la categorización. A raíz de lo anterior, surge la interrogante ¿qué elementos presentes en los documentos oficiales del currículum nacional son necesarios modificar para así responder adecuadamente a los estándares internacionales? Teniendo en cuenta que estos documentos, están conformados principalmente por las Bases Curriculares y los Programas de Estudios.

En relación a los documentos oficiales, la presente investigación se estructura en cinco capítulos, dentro de los cuales en primera instancia se planteará el problema de la investigación y el marco teórico que la guiará, para luego, ensimismarse en la metodología de esta. En una segunda instancia, se realizarán los análisis correspondientes a los elementos presentes en los documentos oficiales antes mencionados. Para finalmente, establecer las conclusiones emanadas a través de la investigación efectuada, las cuales pretenden responder en su totalidad a la problemática planteada y a los objetivos propuestos.

CAPÍTULO I

**PLANTEAMIENTO
DEL
PROBLEMA**

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La investigación que se presenta a continuación, se encuentra enmarcada dentro del contexto educacional de Chile y en la importancia que tiene la enseñanza de la educación Matemática para el progreso nacional, teniendo como referentes los países de mayor desarrollo dentro de este mundo globalizado. A raíz de esto, es necesario preguntarse acerca de cuáles son los criterios que rigen a la educación nacional, y qué políticas gubernamentales en materia de educación son las que guían a estos criterios, según la Ley General de Educación (Ley N° 20.370):

Calidad de la educación. La educación debe propender a asegurar que todos los alumnos y alumnas, independientemente de sus condiciones y circunstancias, alcancen los objetivos generales y los estándares de aprendizaje que se definan en la forma que establezca la ley.

Lo mencionado anteriormente, pretende ser llevado a cabo a partir de la elaboración del currículo nacional, donde las Bases Curriculares constituyen el eje estructurante. Desde éstas, se crean los programas de estudio de cada asignatura y nivel educativo, en los que se plantean objetivos de aprendizaje que buscan desarrollar los contenidos mínimos, habilidades y actitudes en los alumnos, mediante diversas actividades propuestas para cada uno de los objetivos.

Por otro lado, las Bases Curriculares, y por consiguiente los Programas de Estudio, fueron creados en pro de nivelar las experiencias de aprendizaje de todos los estudiantes inmersos en el sistema educacional del país, tomando como referente los países de la OCDE, garantizando así una respuesta y el logro de estándares educacionales de un mundo globalizado.

Según las Bases curriculares para Educación Básica, Instrumento fundamental de la Organización Curricular 2012:

Análisis de la experiencia internacional con respecto al currículum escolar estatal: Esta revisión permitió constatar que los países que demuestran buenos desempeños en educación, en general están transitando hacia documentos curriculares basados en aprendizajes esenciales, expresados como Objetivos de Aprendizaje, también llamados “estándares de contenido”; dichos documentos contienen una explicitación clara de la secuencia de habilidades, en un lenguaje accesible para el lego.

Esta investigación, está enmarcada en el análisis de los programas de estudio y las bases curriculares de Matemáticas de Tercer y Cuarto año de Educación Básica, específicamente abordando el eje de geometría, dentro del cual está el objeto de estudio; ángulos.

En vista de lo anterior, se ha planteado que al realizar una investigación en esta área, se debe establecer las motivaciones que guían el estudio.

En primer lugar, se estudia la tesis “Circulación y progresión del espacio de trabajo geométrico en los programas de matemáticas en tercero y cuarto básico, en torno al objeto de estudio, transformaciones isométricas”(Díaz,S. Rojas,K. Véliz,N. Silva,M.), en lque tanto los Programas de Estudio, como las Bases Curriculares de Matemáticas, carecen actividades y objetivos que ayuden a propiciar un espacio en el trabajo de la geometría. Para desarrollar el pensamiento geométrico que se busca a través de la nivelación con los países de la OCDE, por ende, se ha decidido indagar en esta área, específicamente en el eje de geometría, en el cual se sitúa el objeto de estudio; ángulos. Por lo tanto, el Espacio de Trabajo Geométrico será el eje estructurante de esta investigación.

En segundo lugar, la motivación que orienta esta investigación, apunta a los resultados que se han obtenido en pruebas estandarizadas nacionales (SIMCE) e internacionales (TIMSS), las cuales arrojan un alto porcentaje de estudiantes que poseen un bajo nivel de desempeño en el área de la geometría.

En relación al Sistema de Medición de la Calidad de la Educación (SIMCE), los resultados arrojados en la prueba rendida en el año 2013 señalan que el puntaje a nivel nacional es de 256 puntos, lo que indica que se encuentran en el nivel medio o elemental indicado por la Agencia de la Calidad de la Educación.

Según el Estudio de las Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS 2011):

“Los estudiantes que alcanzan este Nivel de Aprendizaje han logrado lo exigido en el currículum de manera parcial. Esto implica demostrar que han adquirido los conocimientos y las habilidades más elementales estipulados en el currículum para el periodo evaluado”

Por otro lado, los resultados arrojados por el Estudio de las Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS) del año 2011, que desarrolla la Asociación Internacional para la Evaluación del Logro Educativo (IEA) miden los logros de aprendizaje de los estudiantes al finalizar 4° y 8° Básico. Para efecto de esta investigación, el centro de atención estará puesto en los resultados obtenidos en la prueba de 4° básico de Matemáticas. Resultados que indicaron que el promedio de Chile fue de 455 puntos, ubicándolo en el puesto número 43 de un total de 60 países participantes pertenecientes a la OCDE.

El estudio TIMSS, categoriza los resultados de su medición en cuatro niveles de desempeño, los cuales son:

- Nivel Avanzado: Sobre 625 puntos.
- Nivel Alto: Sobre 550 puntos.
- Nivel Intermedio: Sobre 475 puntos.
- Nivel Bajo: Sobre 400 puntos.

En vista de lo anterior, el promedio mencionado con respecto a Chile, se sitúa en el nivel de desempeño bajo, esto quiere decir que:

Pueden sumar y restar números enteros. Tienen algún conocimiento de líneas paralelas y perpendiculares, de figuras geométricas que les son familiares y pueden identificar coordenadas en un mapa sencillo. También pueden leer y completar información en gráficos de barra y tablas simples (Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias, 2011).

En consideración con lo mencionado, es necesario destacar que, el nivel de desempeño bajo no menciona el objeto de estudio (ángulos), ya que éste no se encuentra adquirido en dicha categoría, por lo tanto los estudiantes chilenos de 4° Básico no han desarrollado el concepto de ángulos.

Tras el conocimiento de los resultados de ambas pruebas estandarizadas (SIMCE Y TIMSS), se ha concluido que los alumnos chilenos de 4° Básico, poseen un bajo desempeño

en el eje de geometría. Lo que lleva a situar el presente trabajo a 3° y 4° año de Educación Básica, puesto que, en 3° año se da inicio a la apropiación del concepto de ángulo, a su clasificación y a la estimación de medidas de éstos, además, como se señaló anteriormente, en 4° año de Educación Básica se realiza la prueba estandarizada (SIMCE). Por otro lado, es relevante mencionar que en 5° año de Educación Básica el objeto de estudio no es abordado, retomándolo en 6° Básico.

En base a lo anterior, es que se torna necesario analizar las actividades y objetivos de aprendizaje que entrega el currículum nacional, a través del Programa de Estudio y Bases Curriculares de Matemáticas.

A raíz de lo antes mencionado, surgen las preguntas que guiarán esta investigación, asociadas al contenido de ángulos en 3° y 4° año de Educación Básica:

- En base a las actividades sugeridas por el Programa de Estudio ¿Qué habilidades cognitivas se pretenden desarrollar en el alumno y cuáles de estas se privilegian?
- ¿Existe relación entre las actividades sugeridas por el Programa de Estudio y los demás elementos de este (Habilidades, Indicadores de Evaluación, Objetivos de Aprendizaje)?

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

MARCO TEÓRICO

En el siguiente capítulo se abordarán los referentes disciplinares, didácticos y pedagógicos del área de las matemáticas (específicamente de geometría), que constituyen la base teórica para la presente investigación.

En primer lugar, se presenta el Área Disciplinar de las matemáticas, la cual hace referencia a los conceptos relacionados con Ángulos.

En segundo lugar, en el Área Didáctica se presenta el Espacio de Trabajo Geométrico (ETG), teoría creada por Catherine Houdement y Alain Kuzniak (2006), que hacen referencia a la enseñanza de la disciplina.

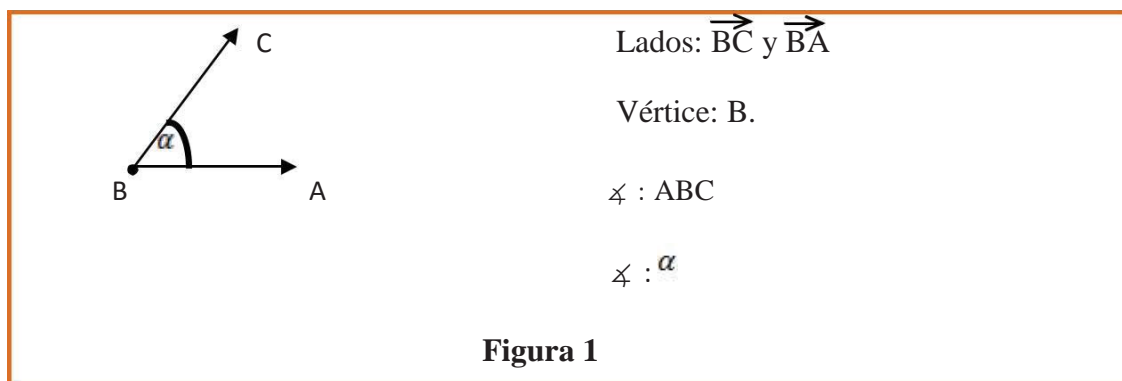
Por último, se expone el Área Pedagógica, en la cual se analizan los documentos del Ministerio de Educación, que son las Bases Curriculares y Programas de Estudios para conocer la articulación entre estos y la coherencia, entre lo disciplinar y lo didáctico en el contexto nacional.

2.1. Área disciplinar en las matemáticas

2.1.1. Ángulos

Es necesario señalar que en la conformación del marco teórico del área disciplinar en las matemáticas específicamente en ángulos los referentes utilizados fueron Cano, O. (1944). Geometría. Y Guzmán, I. Pizarro, A y otros (2005) Proyecto de Nivelación en Geometría para 7° básico.

Dentro de la Geometría, la presente investigación se centrará en el área de los Ángulos. Un ángulo es un objeto matemático que se describe a partir de dos rayos de origen común, uno de los cuales es fijo y el otro es móvil. Cuando el rayo móvil gira con respecto al rayo fijo, (en sentido reloj o anti reloj) describe el ángulo. Cuando se detiene el rayo móvil, resultan distintos tipos de ángulos. En este caso el ángulo representa una figura geométrica que tiene un vértice y lados. Un ángulo se denota por tres letras, la del vértice y las otras dos que indican puntos en cada lado, también se puede denotar a través de letras griegas, como por ejemplo, $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \theta$, como se demuestra en la figura 1.



La medida de un ángulo está relacionada con la abertura que tienen sus lados, el ángulo se mide en el sistema sexagesimal, su unidad de medida es el grado ($^{\circ}$).

La investigación se realizará en el primer ciclo básico, dentro del cual las nociones de ángulo tienen un primer acercamiento en los alumnos, por lo que estos deben, en una primera instancia, reconocer ángulos en el entorno, estimar medidas de ángulos usando referentes ($\sphericalangle 45^{\circ}$ y de 90°) y en progresión a eso, luego deben construir ángulos con

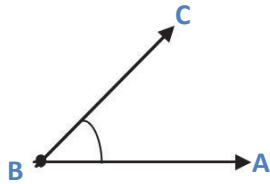
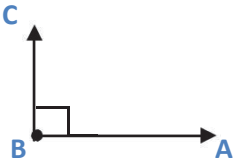
transportador. A partir de esto, se desprende la necesidad de entender un ángulo como una figura formada por dos lados y un vértice, además de conocer la unidad de medida de estos.

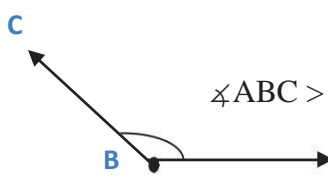

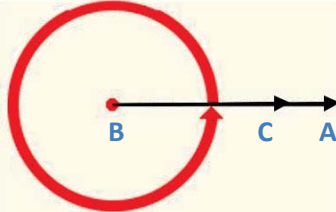
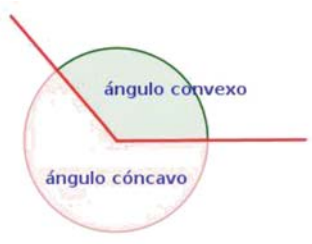
2.1.1.1 Clasificación de ángulos.

Los ángulos se pueden clasificar según su medida, dentro de esto se pueden encontrar distintos tipos de ángulos como los que se presentan a continuación, (ver cuadro 1):

- Ángulo agudo: Su medida es mayor que 0° y menor que los 90° .
- Ángulo recto: Este ángulo mide 90° , es decir la cuarta parte del ángulo completo, sus lados son perpendiculares entre sí.
- Ángulo obtuso: Su medida es de mayor de 90° y menor 180° .
- Ángulo extendido: Mide 180° , es decir la mitad del ángulo completo, sus lados son rayos opuestos.
- Ángulo completo: Su medida es de 360° , este se genera al girar el rayo móvil completamente alrededor del vértice y el rayo fijo.
- Ángulos convexos: Son los ángulos en los cuales su medida se encuentra comprendida entre 0° y 180°
- Ángulo cóncavo: Son los ángulos cuya medida se da a mayor de 180° y menor que 360° .

A continuación, se presentan ejemplos de cada caso:

Ángulo	Figura
Agudo	 <p>$\angle ABC < 90^\circ$ $\angle ABC > 0^\circ$</p>
Recto	 <p>$\angle ABC = 90^\circ$</p>

<p>Obtuso</p>		<p>$\sphericalangle ABC < 180^\circ$</p>
<p>Extendido</p>		<p>$\sphericalangle ABC = 180^\circ$</p>
<p>Completo</p>		<p>$\sphericalangle ABC = 360^\circ$</p>
<p>Convexo y Cóncavo</p>		<p>\sphericalangle Convexo: $< 180^\circ$ \sphericalangle Cóncavo $> 180^\circ$</p>

Cuadro 1: Tipos de ángulos según medición

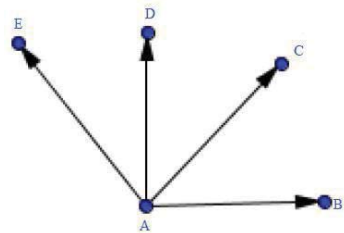
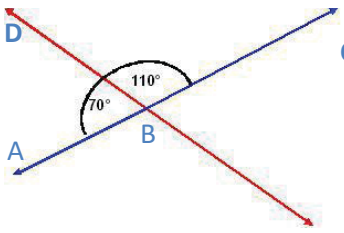
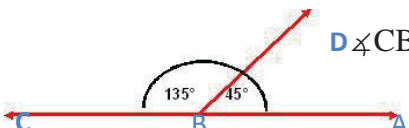
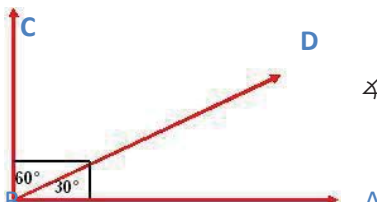
2.1.1.2. Relaciones angulares.

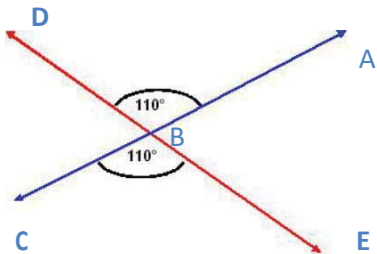
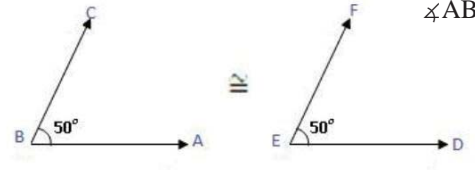
La siguiente clasificación tiene concordancia directa con la relación entre los ángulos, dentro de esta se pueden encontrar los siguientes tipos de ángulos (ver cuadro 2):

- **Ángulos consecutivos:** los ángulos son consecutivos si tienen el mismo vértice, un lado en común y los otros lados en regiones distintas del común.
- **Ángulos adyacentes:** son aquellos ángulos que tienen en común un lado y el otro se forma por dos rayos opuestos, la suma de estos da como resultado 180° .
- **Ángulos suplementarios:** un ángulo es suplementario de otro ángulo cuando la suma de sus medidas da como resultado 180° , es decir, un ángulo extendido.

- Ángulos complementarios: un ángulo es complementario de otro ángulo cuando la suma de sus medidas da como resultado 90° , es decir, un ángulo recto.
- Ángulos opuestos por el vértice: se dan cuando dos ángulos tienen un vértice en común y sus lados son dos rayos opuestos, estos \sphericalangle tienen igual medida, ya que tienen igual amplitud.
- Ángulos congruentes: son aquellos ángulos que tienen igual medida y se señalan con el símbolo \cong .

A continuación, se presentan ejemplos de cada caso:

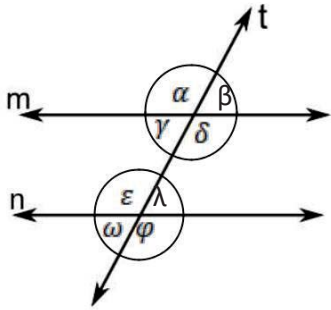
Ángulo	Figura
Consecutivos	 <p>- \sphericalangleEAD es consecutivo del \sphericalangle DAC.</p> <p>- \sphericalangleDAC es consecutivo de \sphericalangleCAB.</p>
Adyacentes	 <p>\sphericalangleCBD $110^\circ + \sphericalangle$ABD $70^\circ = 180^\circ$</p>
Suplementarios	 <p>\sphericalangleCBD $135^\circ + \sphericalangle$ABD $45^\circ = 180^\circ$</p>
Complementarios	 <p>\sphericalangleCBD $60^\circ + \sphericalangle$ABD $30^\circ = 90^\circ$</p>

<p>Opuestos por el vértice</p>	 <p> $\sphericalangle ABD$ es opuesto por el vértice con $\sphericalangle EBC$. $\therefore \sphericalangle ABD = \sphericalangle EBC$ </p>
<p>Congruentes</p>	 <p> $\sphericalangle ABC \cong \sphericalangle DEF$ </p>

Cuadro 2: Tipos de ángulos según relación angular

2.1.1.3 Ángulos entre paralelas

Estos ángulos se dan dentro de dos rectas paralelas y una transversal a ellas, dentro de estas paralelas se definen tres tipos de ángulos: Correspondientes, alternos externos y alternos internos.



a. Ángulos correspondientes:

$$\sphericalangle \alpha \cong \sphericalangle \epsilon \quad \sphericalangle \beta \cong \sphericalangle \lambda$$

$$\sphericalangle \gamma \cong \sphericalangle \omega \quad \sphericalangle \delta \cong \sphericalangle \phi$$

b. Ángulos alternos- externos:

$$\sphericalangle \alpha \cong \sphericalangle \phi$$

$$\sphericalangle \beta \cong \sphericalangle \omega$$

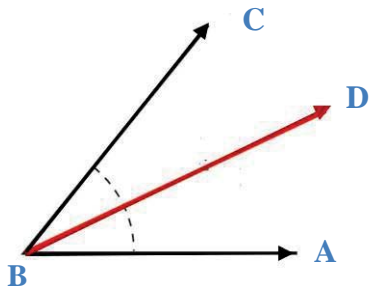
c. Ángulos alternos-internos:

$$\sphericalangle \delta \cong \sphericalangle \epsilon$$

$$\sphericalangle \gamma \cong \sphericalangle \lambda$$

2.1.2.4 Bisectriz

Bisectriz de un ángulo es el rayo que pasa por el vértice y divide al ángulo, en dos ángulos de igual medida.



BD es bisectriz de $\sphericalangle ABC$

2.1.1.5 Copiar ángulos

Para copiar los distintos ángulos, se deben realizar procedimientos que implican materiales como: transportador, compás y lápiz.

Pasos para copiar un ángulo según Proyecto de Nivelación en Geometría para 7° básico:

1. Se dibuja el ángulo ABC
2. Se dibuja una recta y se marca los puntos B' y D
3. Con el compás se marca un arco del ángulo ABC
4. Con el compás se dibuja un arco con centro en B' y que pase por D
5. Se toma la medida con el compás del arco A C
6. Con esa medida a partir de D se corta el arco y se determina el punto E
7. Unir B' con E
8. El ángulo D B' E es congruente con A B C.

2.2 Área Didáctica

El siguiente apartado tiene como fin presentar la teoría de Espacio de Trabajo Geométrico (ETG) propuesta por Alain Kuzniak y Catherine Houdement (2006), la cual señala que el alumno debe transitar por dos planos – epistemológico y cognitivo– para adquirir la comprensión total de un saber en específico.

A continuación, se presentan y definen los conceptos claves que se incluyen dentro de esta teoría:

2.2.1 Espacio de Trabajo Geométrico

Corresponde a un proceso complejo y progresivo en que se articulan todos los elementos geométricos para el desarrollo del pensamiento. Es decir, son todos los elementos que, desde el punto de vista didáctico, se movilizan con el fin de facilitar el trabajo del individuo en la resolución de situaciones problemáticas (Días, S. Rojas, K. Véliz, N. Silva, M. 2015)

De esta manera se entiende el ETG como un proceso complejo y gradual, en el cual, los elementos geométricos involucrados deben organizarse y vincularse con el propósito de propender al desarrollo del pensamiento, para así facilitar el trabajo del sujeto en el desarrollo de situaciones y/o actividades problemáticas a través de la movilización de estos elementos.

Como se mencionó anteriormente, existen dos planos horizontales o dos niveles que permiten la comprensión total de un saber específico, estos corresponden al nivel epistemológico y cognitivo.

Estos planos se entienden como “uno de naturaleza epistemológica, en relación estrecha con los contenidos geométricos del ámbito estudiado y, el otro, de naturaleza cognitiva, que concierne al pensamiento del sujeto que resuelve tareas geométricas” (Kuzniak, A. & Richard, P. 2014).

Dentro de los distintos aportes realizados por Kuzniak, se exponen los planos, sus componentes y así también los procesos que se deben llevar a cabo, en los siguientes apartados se darán a conocer los distintos conceptos relacionados con el Espacio de Trabajo Geométrico:

Nivel epistemológico: Es el conjunto de componentes teórico–geométrico que se conjugan para desarrollar una tarea geométrica, en torno a un objeto de estudio. Estos componentes son:

- ***Espacio real y local*** “soporte material, con un conjunto de objetos concretos y tangibles” (Kuzniak, A. 2011). Es decir, es el conjunto de objetos concretos como figuras o dibujos que permiten el adecuado desarrollo de la tarea geométrica.
- ***Artefacto*** “un conjunto de artefactos como herramientas de dibujo o software” (Kuzniak, A. 2011). Por lo tanto, son los instrumentos manipulables que permiten abordar una tarea geométrica.
- ***Referencial teórico*** “un sistema teórico de referencia basado en definiciones y propiedades” (Kuzniak, A. 2011). Es decir, este sistema está compuesto por los axiomas, propiedades y definiciones que se deben aplicar para llevar a cabo la tarea geométrica.

Nivel cognitivo: Está conformado por el conjunto de procesos cognitivos que el individuo debe aplicar para realizar el trabajo geométrico. Estos procesos son:

- **Visualización** “un proceso relativo a la representación del espacio y al soporte material” (Kuzniak, A. 2011). Es decir, es el vínculo que se percibe mediante sentidos y la imagen mental.
- **Construcción** Es un proceso en el cual se construye una representación y “depende de los instrumentos utilizados (regla, compás, entre otros)” (Kuzniak, A. 2011). Dicho de otro modo, es un proceso que utiliza herramientas y materiales para su ejecución.
- **Prueba-argumentación** “es un proceso discursivo que produce argumentaciones y pruebas” (Kuzniak, A. 2011). Por ende, es el *proceso* por el cual el individuo genera pruebas y argumentos para resolver la tarea geométrica.

Como se explicó anteriormente, los niveles epistemológicos y cognitivos son aquellos planos que estructurarán el Espacio de Trabajo Geométrico, ayudarán y facilitarán a comprender y analizar la circulación de los conocimientos bajo el alero del trabajo geométrico.

2.2.2 Iniciación al trabajo geométrico

Dentro del Espacio de Trabajo Geométrico, se conjugan los componentes del plano epistemológico y los procesos del plano cognitivo como se evidencia en la figura 2:

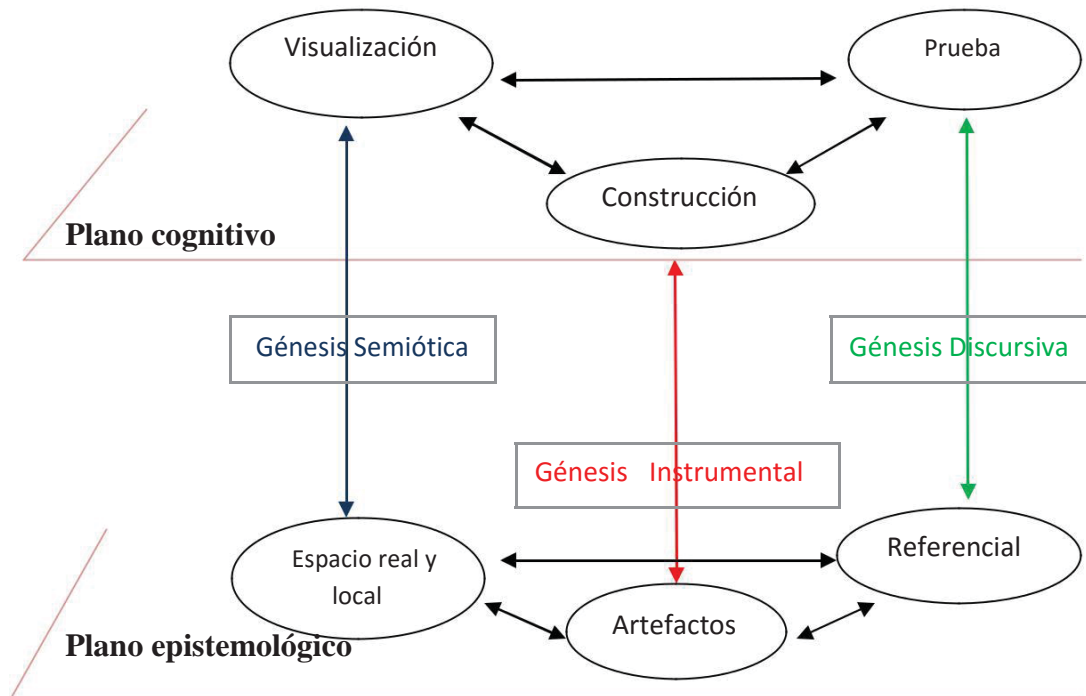


Figura 2: Diagrama general del Espacio Trabajo Geométrico

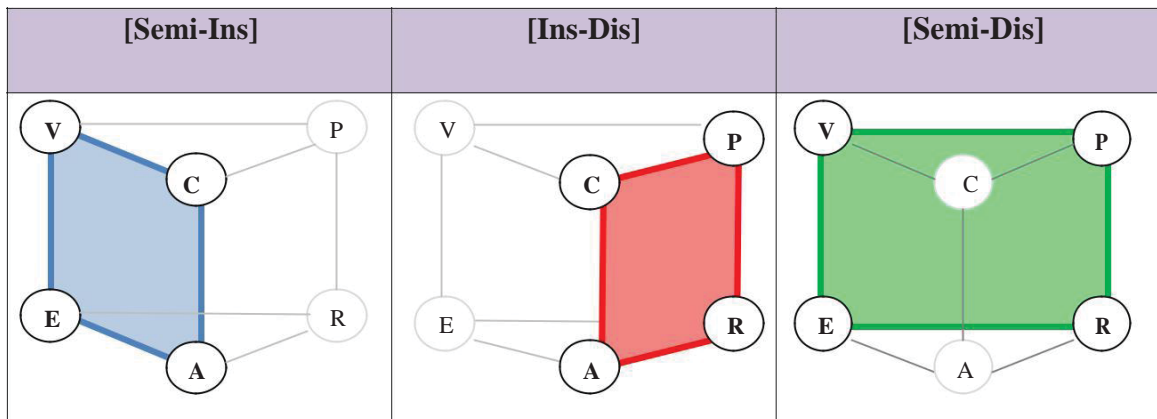
El esquema expuesto anteriormente, presenta el plano cognitivo en la parte superior con sus respectivos procesos los cuales son: *Visualización*, *Construcción* y *Prueba-Argumentación*. En la parte inferior se expone el plano epistemológico con sus correspondientes componentes: *Espacio real y local*, *Artefactos* y *Referencial teórico o Referencial*. De esta manera, la articulación entre el plano epistemológico y cognitivo da como resultado la formación de tres relaciones bidireccionales llamadas génesis: *Semiótica*, *Instrumental* y *Discursiva*.

Génesis Semiótica: Se produce cuando el proceso de *Visualización* se articula con el *componente Espacio Real y Local*, de esta manera los objetos concretos, que forman parte de dicho espacio, pasan a ser objetos geométricos, mostrada de color azul en el esquema.

Génesis Instrumental: Se produce durante el *proceso de Construcción* a partir de la utilización de los artefactos presentes en el plano epistemológico, es decir, estos se transforman en herramientas para llevar a cabo la *Construcción*, expuesta en rojo en el esquema.

Génesis Discursiva: Se produce cuando el *componente Referencial Teórico* se articula con el proceso de *Prueba-Argumentación* dándole sentido al razonamiento geométrico, presentada de color verde en el esquema.

Por otro lado, cabe mencionar que en la teoría del ETG planteada por Kuzniak, a raíz de un trabajo conjunto y fusionado entre dos génesis, se da origen a los planos [semi-ins]-[ins-dis]-[sem-dis], en donde los componentes y procesos involucrados en las génesis que originan el plano, interactúan de manera continua y sin jerarquía alguna, es decir, tanto procesos como componentes poseen igual relevancia dentro de la tarea geométrica.



Cuadro 3: Planos [semi-ins]- [ins-dis]-[sem-dis] teoría ETG Kuzniak.

Finalmente, cabe destacar que Kuzniak A. & Nechache A. (2015) expresan la importancia de que el trabajo geométrico deba ser acabado, lo cual se genera a partir de las interacciones de todos los componentes del plano epistemológico con los procesos del plano cognitivo, así como también entre ellos dentro de su propio plano, las génesis que se conciben entre estos y los planos [semi-ins]- [ins-dis]-[semi-dis] que se forman a raíz de éstas.

En vista de lo anterior, es necesario mencionar que “Se considera circulación a la movilización interna del Espacio de Trabajo Geométrico en una tarea geométrica dada, es decir, cómo se articulan los componentes y procesos a lo largo del desarrollo de dicha tarea.” (Días, S. Rojas, K. Véliz, N. Silva, M. 2015).

2.2.3 Paradigmas Geométricos

Primeramente, antes de comenzar con este apartado, es necesario señalar qué se entenderá como paradigma para efectos de este trabajo “matriz disciplinaria que permite reagrupar las teorías y más generalmente los conocimientos de un grupo que trabaja en el mismo sujeto” (Kuzniak A. 2004).

Lo expuesto anteriormente, está centrado en el ámbito de la enseñanza, ya que un paradigma entrega las teorías y conocimientos base para iniciar el desarrollo de un determinado trabajo. En esta misma línea, se entenderá por paradigma geométrico la forma en que la comunidad escolar utilizará el conocimiento de la geometría, o en otras palabras “cómo un sujeto reflexiona de acuerdo a las creencias, técnicas y el conocimiento de distintos modelos geométricos cuando desarrolla una tarea específica” (Kuzniak, 1996,1999, 2006). A partir de esto, surgen tres paradigmas geométricos que tienen implicancias dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje: Geometría Natural (GI), Geometría Axiomática Natural (GII) y Geometría Axiomática Formalista (GIII).

Los siguientes apartados tienen por finalidad presentar tres paradigmas geométricos que se pueden presentar de forma paralela, es decir sin subordinación entre ellos en el proceso de enseñanza de la geometría.

- **Geometría Natural (GI):** “El calificativo de geometría natural refleja la existencia de una relación con la realidad, es así que los objetos están definidos por el modelo geométrico, pero en correspondencia con la realidad espacial y local del individuo” (Kuzniak A. 2004). De esta manera, se puede inferir que este tipo de geometría se utiliza como una herramienta que permite la representación de objetos a través de la manipulación de artefactos, estos últimos son imprescindibles para realizar trabajos que tengan relación con la medición, pliegues y cortes.
- **Geometría Axiomática Natural (GII):** “En este paradigma, la representación de los objetos difiere del paradigma anterior; ya no se habla de dibujos sino de figuras geométricas y la definición de figura depende del paradigma geométrico. El dibujo es la representación de la figura geométrica” (Parzysz B. 1989). Dicho de otro modo, en este paradigma geométrico, la utilización de definiciones, axiomas y propiedades se hace en torno a validar lo realizado con los artefactos para la construcción y la representación en base a dibujos.
- **Geometría Axiomática Formalista (GIII):** “El razonamiento de validación en este paradigma es exclusivamente a través del sistema formal de axiomas del modelo geométrico subyacente y el uso de artefactos materiales no es permitido y deja de ser una cara visible (a diferencia de los otros paradigmas), más bien se habla de instrumentos teóricos; de esta forma esta geometría no está relacionada con la realidad” (Kuzniak, 2011). En otras palabras, este paradigma se relaciona mayormente con el trabajo del especialista del área, puesto que se desarrolla en torno a los axiomas que involucra esta disciplina apartando los artefactos.

2.2.4 Tipos de ETG

A raíz de lo expuesto anteriormente en torno al concepto de ETG, sus planos [semi-ins]- [ins-dis]-[sem-dis], componentes, procesos y la estrecha relación que debiese darse entre ellos, Houdement y Kuzniak 2006 mencionan tres subtipos de ETG, los cuales son: De referencia, Idóneo y Personal.

- Espacio de Trabajo Geométrico *de referencia*: En éste subyacen los axiomas, definiciones y propiedades con los que se centra el trabajo de una comunidad matemática en particular, instituyendo modelos que posibiliten la realización de la transposición didáctica. Es por esto que, para efectos de este trabajo, los documentos oficiales otorgados por el Ministerio de Educación (Programas de Estudio 3° y 4° Básico y Bases Curriculares), se transformarán en el ETG de Referencia.
- Espacio de Trabajo Geométrico *Idóneo*: Éste corresponde a la reestructuración didáctica de los elementos que componen el ETG de Referencia, con el propósito de adaptarlos en beneficio de la enseñanza. En vista de lo anterior, el profesor es el encargado de diseñar actividades y situaciones educativas que propicien la construcción por parte del estudiante de su propio Espacio de Trabajo Geométrico. El ETG Idóneo debe cumplir con dos condiciones básicas, así lo expresan Kuzniak y Richard, (2014) quienes plantean que “Este ETM idóneo debe necesariamente cumplir dos condiciones: por una parte, posibilitar el trabajo en el paradigma correspondiente a la problemática considerada; de otra parte, estar «bien construido», en el sentido en que sus diferentes componentes están organizadas de manera válida”

En otras palabras, el ETG Idóneo debe procurar que la interpretación de los axiomas, las definiciones y propiedades planteadas por la comunidad matemática en el ETG de Referencia sean en correlación a la problemática inicial del paradigma. Además, plantear problemáticas educativas que mantengan la relación geométrica de los elementos que se involucran.

- Espacio de Trabajo Geométrico *Personal*: Se refiere al espacio de trabajo propio de cada sujeto, para que este espacio se gesté, requiere de una interrelación tanto de las habilidades cognitivas, como así también de los conocimientos matemáticos para así beneficiar el ETG Personal. Éste puede estar tanto en el profesor como en el alumno, en el primero, se da a partir de la selección de las actividades y los elementos que estarán en ellas para lograr el desarrollo de habilidades y conocimientos en los alumnos, Kuzniak y Richard (2014), plantean que “estas elecciones y la gestión de las actividades van a depender, en gran parte, del ETM personal del profesor” En el segundo, se da a partir de cómo el estudiante trabaja cada actividad y cómo a partir de ellas relacionan sus habilidades con los conocimientos propios que aporta lo realizado en cada actividad, “la observación de la actividad de los alumnos permitirá identificar sus ETM personales identificando posibles subconjuntos de prácticas estables”. (Kuzniak, A. & Richard, P. 2014)

De esta manera, el trabajo matemático en un marco escolar se puede describir gracias a tres niveles de ETM: la matemática considerada por la institución que se describe en el ETM de referencia. Éste es desarrollado por el profesor hasta alcanzar un ETM idóneo que permita un establecimiento efectivo en clase, donde cada alumno trabaja en su ETM personal (Kuzniak, A. & Richard, P. 2014).

A raíz de esto, cabe destacar que los tipos de ETG resultan indispensables para la realización del trabajo geométrico, puesto que el ETG de referencia entrega aquellas propiedades, axiomas y definiciones que permiten y facilitan al docente conseguir un ETG idóneo posibilitando un desempeño óptimo en la realización de actividades educativas que proporcionen que cada estudiante pueda construir su espacio de trabajo geométrico personal.

2.3 Área Pedagógica.

2.3.1 Bases curriculares

“Las Bases Curriculares constituyen, de acuerdo a la Ley General de Educación (Ley N° 20.370), el documento principal del currículum nacional. Su concepción se enmarca en lo que establece nuestra Constitución y en lo que ha sido nuestra tradición educativa. Cumple la misión de ofrecer una base cultural común para todo el país, mediante Objetivos de Aprendizaje establecidos para cada curso o nivel.” Ley General de la Educación N° 20.370, (2009).

La organización de las bases curriculares se encuentra estructurada de manera tal que cuentan con los siguientes apartados: las habilidades a desarrollar, los ejes temáticos y actitudes, las cuales dentro de las bases curriculares de matemáticas se presentan así:

Habilidades: "En la educación básica se busca desarrollar el pensamiento matemático. En este desarrollo, están involucradas cuatro habilidades interrelacionadas: resolver problemas, representar, modelar y argumentar y comunicar. Todas ellas tienen un rol importante en la adquisición de nuevas destrezas y conceptos y en la aplicación de conocimientos para resolver los problemas propios de la matemática (rutinarios y no rutinarios) y de otros ámbitos" Bases curriculares Matemáticas (2012).

Ejes temáticos: Los objetivos de aprendizaje de matemática se encuentran en 5 ejes estructurantes: Números y operaciones, patrones y álgebra, geometría, medición, datos y probabilidades.

Actitudes: "Los Objetivos de Aprendizaje de Matemática promueven un conjunto de actitudes para todo el ciclo básico, que derivan de los Objetivos de Aprendizaje Transversales"(OAT). Dada su relevancia para el aprendizaje en el contexto de cada disciplina, estas se deben desarrollar de manera integrada con los conocimientos y las habilidades propios de la asignatura." Bases curriculares de Matemáticas (2012). Estas actitudes apuntan al desarrollo de elementos como la creatividad, el esfuerzo y

perseverancia, trabajo ordenado y metódico, respeto por las ideas, curiosidad e interés por el aprendizaje de las matemáticas y la manifestación de actitudes positivas frente a sí mismo y sus capacidades.

Dentro del área a estudiar, se trabajará directamente con el ETG de ángulos, contenido que inicia en 3° básico, realizando progresiones en complejidad a medida que se avanza de nivel académico. Respecto a lo anterior, es necesario señalar que la inclusión de estos dos niveles a trabajar, se debe principalmente a que el contenido ángulos inicia en tercero básico y es en el grado siguiente donde se realizan mediciones estandarizadas internacionales para observar el nivel de desempeño de esa área.

La siguiente tabla, presenta los objetivos de aprendizajes asociados a los niveles mencionados:

Curso	Objetivo de Aprendizaje
Tercero básico (OA18)	Demostrar que comprenden el concepto de ángulo: <ul style="list-style-type: none"> › identificando ejemplos de ángulos en el entorno. › estimando la medida de ángulos, usando como referente ángulos de 45° y de 90°
Cuarto básico (OA19)	Construir ángulos con el transportador y compararlos.

Tabla N° 1: Objetivos de Aprendizaje de Tercero y Cuarto básico

Los objetivos planteados anteriormente, no solo comprenden contenidos, sino que también desarrollan habilidades y actitudes como las que se plantearon con anterioridad.

2.3.2 Programas de estudio de Matemáticas

Los Programas de Estudio proponen al docente una organización de los Objetivos de Aprendizaje con relación al tiempo disponible dentro del año escolar, y constituyen así una orientación acerca de cómo secuenciar los objetivos, cómo combinarlos entre ellos, y cuánto tiempo destinar a cada uno. Se trata de una estimación aproximada, de carácter indicativo, que debe ser adaptada luego por los docentes, de acuerdo con la realidad de sus alumnos y de su establecimiento. Programas de Estudio de Matemática, Tercero Básico (2013).

A partir de la cita anterior, se pueden desprender los elementos principales que caracterizan a los Programas de Estudio, elaborados por el Ministerio de Educación. Estos elementos, debido a su rol orientador, conforman un apoyo para el docente. Donde el profesional, hace uso de los objetivos y actividades que se plantean, pero debe ser capaz de adaptarlas al contexto que enmarca tanto el establecimiento educacional, como el aula y el grupo curso que lo conforma. Es por esto que, los Programas de Estudio, se presentan como una herramienta de carácter flexible.

En los Programas de Estudios se proponen indicadores y descriptores de habilidades a trabajar. A continuación, se presentan los Objetivos de Aprendizaje con sus respectivos indicadores y descriptores en relación al objeto geométrico en estudio (ángulos).

OA 18 (Tercero Básico)	
Demostrar que comprenden el concepto de ángulo:	
› identificando ejemplos de ángulos en el entorno. › estimando la medida de ángulos, usando como referente ángulos de 45° y de 90°	
Indicadores	Habilidades
› Elaboran un ángulo recto, plegando una hoja de papel según instrucción. › Confeccionan un ángulo recto y de 45°. › Identifican ángulos en figuras 2D del entorno. › Identifican ángulos en figuras 3D del entorno. › Reconocen ángulos en figuras 2D del entorno, mayores y menores de 90°, y ángulos en figuras 2D del entorno, mayores y menores de 45°. › Estiman ángulos de 45° y de 90° y comprueban, midiéndolos.	<ul style="list-style-type: none"> • ARGUMENTAR Y COMUNICAR Describir una situación del entorno con una expresión matemática, con una ecuación o con una representación pictórica. (OA g) • MODELAR Aplicar un modelo que involucra la ubicación en el plano. (OA i)

Tabla N° 2: Resumen elementos del Programa de Estudio de Matemáticas Tercer año Básico

OA19 (Cuarto Básico): Construir ángulos con el transportador y compararlos.	
Indicadores	Habilidades
› Reconocen los ángulos de 90° y 180° en figuras del entorno. › Confeccionan con dos cintas un transportador simple para medir ángulos. › Usan un transportador simple para identificar ángulos 90° y 180°. › Miden ángulos de entre 0° y 180° con el transportador. › Construyen ángulos entre 0° y 180° con el transportador. › Miden y construyen ángulos de entre 180° a 360°. › Estiman ángulos y comprueban la estimación realizada.	<ul style="list-style-type: none"> • MODELAR Identificar regularidades en expresiones numéricas y geométricas. (OA k) • RESOLVER PROBLEMAS Transferir los procedimientos utilizados en situaciones ya resueltas a problemas similares. (OA c) • REPRESENTAR Utilizar formas de representación adecuadas con los símbolos matemáticos correctos. (OA l) • ARGUMENTAR Y COMUNICAR Comprobar una solución y fundamentar su razonamiento. (OA g)

Tabla N° 3: Resumen elementos del Programa de Estudio de Matemáticas Cuarto año Básico

Tras lo expuesto anteriormente, las tres partes del marco teórico presentadas tienen una estrecha relación entre sí, ya que en el Marco Disciplinar se exhiben las principales características del objeto de estudio, ángulo, las cuales están establecidas por la comunidad matemática, dichas particularidades avalan el marco didáctico tanto en su estructuración como así también en el tipo de enseñanza, las cuales logran beneficiar el Espacio de Trabajo Geométrico.

Al relacionar y articular el Marco Disciplinar y Didáctico, podemos concluir que estos deben propender al trabajo de los documentos curriculares oficiales emitidos por el MINEDUC, estableciendo así el Marco Pedagógico.

A raíz de la presentación del Marco Teórico y las interrogantes planteadas en el capítulo 1 “Planteamiento del Problema”, principalmente relacionadas con el ETG de referencia planteado por el Ministerio de Educación, tanto en las Bases Curriculares de Matemáticas como así también en los Programas de Estudio de tercero y cuarto básico de ésta misma área, emergen los siguientes objetivos:

Objetivo General:

Analizar la potencialidad de las actividades propuestas en los Programas de estudio de Matemáticas de Tercero y Cuarto básico en el objeto de Ángulos para movilizar el Espacio de Trabajo Geométrico de los alumnos.

Objetivos Específicos:

- 1) Establecer relaciones entre Objetivos de Aprendizaje, Indicadores de Evaluación y Habilidades propuestas en los documentos curriculares oficiales, respecto a Ángulos en Tercero y Cuarto básico.
- 2) Reconocer e identificar la Circulación y Progresión del Espacio de Trabajo Geométrico de las actividades de Ángulos en tercero y cuarto básico propuestas en los Programas de Estudio de Matemáticas de Tercer y Cuarto año básico.

- 3) Categorizar los tipos de circulaciones de las actividades que se proponen en los Programas de Estudio de tercero y cuarto básico, con la finalidad de favorecer el desarrollo del pensamiento geométrico en los alumnos.

El logro de los objetivos anteriormente expuestos, requiere de un estudio meticuroso y profundo de los Objetivos de Aprendizaje relacionados a Ángulos en los Programas de Estudio de tercero y cuarto básico, así como también los Indicadores planteados para el desarrollo de cada OA y los ejemplos de evaluación sugeridos, en función a la Teoría del Espacio de Trabajo Geométrico propuesta por los autores Houdement y Kuzniak (2006), tras lo mencionado, es indispensable la realización de un análisis de las actividades extraídas desde los Programas de Estudio de Matemáticas de ambos niveles señalados.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

3. Metodología

Una vez expuestos y establecidos los objetivos para esta investigación, resulta fundamental exponer el enfoque y así también los procedimientos empleados para llevar a cabo el análisis. En vista de lo anterior, este capítulo tiene por finalidad establecer aquellas características del enfoque a utilizar, que corresponde al cualitativo. A partir de esto, corresponde a los textos oficiales emanados por el Ministerio de Educación como las Bases Curriculares y así también el Programa de Estudio de Matemáticas de tercero y cuarto básico para el contenido de ángulos.

3.1 Tipo de Investigación

Para efectos de este trabajo investigativo, el enfoque utilizado corresponde al cualitativo ya que este viabiliza el poder conocer y determinar aquellas posibilidades que nos brinda el Programa de Estudio de Matemáticas con el contenido en cuestión para enriquecer y favorecer el Espacio de Trabajo personal del alumno, mencionado en capítulos anteriores.

Para efectos de este trabajo, se entenderá investigación cualitativa de la siguiente forma:

Las investigaciones cualitativas parten de otra aproximación que entiende la realidad holísticamente e intentan comprenderla en profundidad y transformarla. Con este propósito dan cobertura a la subjetividad e implicación personal del/ la investigador/a en el contexto donde se desarrolla la investigación, a través de estrategias de recogida de datos como la observación, la entrevista o el análisis documental (Bisquera, A. 2014).

Toda investigación, debe estar acompañada de un método, ya que este nos entrega una forma estable de trabajar, a partir de esto, este se considerará como “El método constituye el camino para alcanzar los fines de la investigación y está definido por su carácter regular, explícito, repetible, racional, ordenado y objetivo” (Latorre, A. Del rincón, D. y Arnal, J. 1996).

Mencionado lo anterior, el método utilizado en esta investigación, será el estudio de caso entendido este como “Aquellas situaciones o entidades sociales únicas que merecen interés en investigación. Así por ejemplo en educación, un aula puede considerarse un caso, igual que una determinada forma de intervenir del profesorado, un programa de enseñanza” (Bisquera, A. 2014), Por tanto, el análisis de los Programas de estudio, emanados por una entidad social como el Ministerio de Educación, serán los casos de estudio.

Dicho estudio de caso tiene “Como propósito fundamental comprender la particularidad del caso, en el intento de conocer cómo funcionan todas las partes que lo componen y las relaciones entre ellas para formar un todo” (Muñoz, P. y Muñoz, I. 2001), En otras palabras, y para entendimiento de este trabajo, las partes que componen el caso a estudiar que ya fue señalado, son las siguientes: Objetivos de Aprendizaje, Habilidades, Indicadores y Actividades sugeridas.

Como se señaló inicialmente, toda investigación debe asociarse a un método y todo método debe conducirse hacia una técnica.

En consecuencia de lo anterior, esta investigación cualitativa está centrada en la técnica del *análisis documental*, siendo estos el Programa de Estudio de Matemática de tercero y cuarto básico.

El análisis documental es una actividad sistemática y planificada que consiste en examinar documentos ya escritos que abarcan una amplia gama de modalidades (...)

Se entiende por **documentos oficiales** toda clase de documentos, registros y materiales oficiales y públicos disponibles como fuentes de información: programaciones, manuales escolares etc.” (Bisquera, A. 2014).

En vista de lo anterior, la técnica de investigación es el análisis de documentos oficiales traduciéndose estos en los Programas de Estudio de Matemáticas.

A partir de lo expuesto anteriormente, es necesario señalar que esta investigación de carácter cualitativa, tendrá como objetivo llevar a cabo una comprensión profunda y acabada del documento oficial emanado desde el Ministerio de Educación (Programa de

Estudio de Matemáticas), el cual corresponde a la guía gubernamental que aspira a organizar las prácticas educativas de los docentes, otorgando un instrumento rentable para la realización de reflexiones y, eventualmente, posteriores mejoras a partir de las prácticas educativas señaladas.

A raíz de lo mencionado anteriormente, se hace patente señalar que la investigación se atañe bajo ciertas características que se desprenden del enfoque cualitativo del estudio, tales como:

El método cualitativo tiene así como objetivo la descripción de las cualidades de un fenómeno. Sus resultados no nos dan conocimiento respecto de cuántos fenómenos tienen una cualidad determinada. En lugar de eso se trata de encontrar las cualidades que en conjunto caracterizan al fenómeno. Aquello que cualitativamente permite distinguir el fenómeno investigado de otros fenómenos (Mella, 1998, p. 6).

Para efectos de la investigación, el análisis consiste en describir el Espacio de Trabajo Geométrico de cada actividad sugerida por el Programa de Estudio, para posteriormente crear categorizaciones a partir de características comunes de estas.

“El modelo cualitativo o conceptual-inductivo, implica que a partir de algunas observaciones del fenómeno en la realidad, se llega a un concepto general” (Mella, 1998, p. 7). Esto se traduce en la investigación que a partir del análisis de cada actividad sugerida, se pasa a determinar categorizaciones en las cuales caracterizar y agrupar cada ETG de estas actividades.

Por otra parte, este tipo de investigación no excluye la cuantificación de los resultados conseguidos, como es señalado por Albert (2007):

“Strauss y Corbin (1990:17) la define como: Cualquier tipo de investigación que produce resultados a los que no se ha llegado por procedimientos estadísticos u otro tipo de cuantificación. (...) Algunos de los datos pueden ser cuantificados, pero el análisis en sí mismo es cualitativo. (p. 147)”.

Esta característica mencionada, entrega la posibilidad de realizar procedimientos de estadística descriptiva con los resultados de las categorizaciones, a través de porcentajes que los representen, sin perder así, las particularidades de una investigación cualitativa.

3.2 Unidad de Estudio

En relación a los elementos a estudiar, estos corresponden a las actividades sugeridas por los Programas de Estudio referente a ángulos. Sin embargo, preliminarmente es preciso analizar el Objetivo de Aprendizaje 18 de tercero básico y el Objetivo de Aprendizaje 19 de cuarto básico, con sus respectivos indicadores de evaluación y habilidades.

Curso	Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de evaluación	Habilidades
Tercero Básico (OA18)	“Demostrar que comprenden el concepto de ángulo: identificando ejemplos de ángulos en el entorno, estimando la medida de ángulos, usando como referentes ángulos de 45° y de 90°”	Página 146 del Programa de Estudio de Tercero Básico	Página 150 del Programa de Estudio de Tercero Básico.
Cuarto Básico (OA19)	“Construir ángulos con el transportador y compararlos”	Página 102 del Programa de Estudio de Cuarto Básico	Página 119 del Programa de Estudio de Cuarto Básico

Tabla N° 4: Resumen elementos de los Programas de Estudio de Matemáticas de Tercer y Cuarto año básico.

3.3 Procedimientos utilizados para el desarrollo de la investigación

Para alcanzar el fin mencionado, el equipo investigador tomó la determinación de comenzar el estudio a partir del análisis de los Objetivos de Aprendizaje con los demás elementos constituyentes del Programa de Estudio: habilidades, indicadores y actividades sugeridas. Posteriormente, se analizó la relación entre las actividades sugeridas con los demás elementos ya mencionados, en conjunto con el análisis a priori de cada una de ellas.

Mencionado esto último, dichos análisis se consideraron para llevar a cabo el estudio de los Espacios de Trabajo Geométrico obtenidos desde las actividades sugeridas. De esta manera se establecieron las diagramaciones de su circulación y progresión interna, finalizado esto, se realizó la categorización de todos los diagramas hallados en cada una de las actividades.

Es por esto que, en primer lugar, se dio inicio al análisis a partir de la relación entre los Objetivos de Aprendizajes abordados y las habilidades propuestas para cada uno, con el propósito de determinar las características de las actividades sugeridas (Anexo 2 página 130).

En segundo lugar, se llevó a cabo los análisis de las actividades sugeridas por los Programas de Estudio de Matemáticas de tercero y cuarto básico. Dichas actividades tienen por finalidad desarrollar los objetivos y habilidades que en estos mismos documentos se plantean. Estas, se examinaron, como ya fue mencionado, en correspondencia con los demás elementos de los Programas de Estudio, los cuales son: Objetivos de Aprendizaje, Indicadores de Evaluación y las Habilidades; en ese orden. A continuación, para llevar a cabo el análisis del ETG de las actividades sugeridas, fue preciso desarrollar los análisis a priori de cada una de ellas.

El análisis a priori pretende, entre otras, controlar el sentido a través de la concepción de situaciones didácticas apropiadas, determinando en qué formas las distintas elecciones efectuadas, a través de las variables, permiten controlar, tanto la actividad del alumno como el sentido que construyen. Hay una parte del análisis a priori que es de tipo predictivo, centrada en el análisis de las situaciones, sus características a-didácticas, el desafío que estas situaciones representan para el alumno (...) Hay también una previsión de los comportamientos posibles del alumno (Chamorro, M. 2003. p. 12)

A partir de lo anterior, el análisis radica en el desarrollo de la actividad, obteniendo así las posibles respuestas y errores que los estudiantes pudieran entregar, de los cuales se extraen las eventuales intervenciones que llevaría a cabo el docente para redireccionar la tarea hacia el estudiante (Anexo 3 página 140).

Para transparentar la información obtenida de los análisis del ETG de las actividades sugeridas, ninguno de los elementos del Programa de Estudio (Objetivo de Aprendizaje, Habilidades, e indicadores de evaluación) fueron modificados, puesto que estos son parte del Espacio de Referencia.

En tercer y último lugar, se procedió a realizar los análisis de los Espacios de Trabajo Geométrico de cada una de las actividades sugeridas, con la finalidad de declarar los componentes y procesos que se presentan dentro de cada una de ellas, así como también su circulación interna. Esta tarea, se presenta a través de una diagramación correspondiente al diagrama expuesto por el autor con los procesos y componentes involucrados dentro de cada plano horizontal que se mencionan dentro del Marco Teórico del presente trabajo. Cabe destacar que las actividades sugeridas por el programa de estudio no se encuentran enmarcadas en la teoría de Kuzniak. Además, se presenta una redacción que explica la circulación de cada actividad y un cuadro en el cual se explicitan a qué corresponden los procesos y componentes involucrados en la actividad.

Finalmente, a partir de las diagramaciones realizadas de cada actividad sugerida, y producto de la heterogeneidad de los resultados, fue necesario establecer características comunes para realizar categorizaciones, puesto que estas juegan un rol importante dentro del desarrollo de un conocimiento, como lo es la suficiencia de las actividades sugeridas, específicamente en este caso. Es por ello que, se plantearon nueve categorizaciones estructurantes, las que se organizan según la relación horizontal y según la relación vertical que poseen los diagramas. Dicha importancia se sustenta en lo mencionado por Osses y otros et al. (2006):

“Los datos recolectados, sin un criterio de investigación –en este caso, sin categorías de análisis–, no apuntan a lograr conocimiento acerca de un objeto. Sólo configuran una masa de información amplia y desordenado”

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS

4. ANÁLISIS

El siguiente análisis tiene como finalidad responder a la problemática planteada anteriormente, articulando así también los términos que han sido expuestos en el marco teórico, por medio de las etapas que se presentaron en la metodología. En este capítulo se realizará una síntesis de los análisis del Programa de Estudio de tercero y cuarto básico para el contenido de Ángulos, el análisis de los ETG de las Actividades Sugeridas y las categorizaciones encontradas de estos.

4.1 Análisis de los elementos de los Programas de Estudio

El análisis de los elementos presentes en los Programas, tiene como propósito realizar un estudio de coherencia y suficiencia de los OA, las habilidades y los indicadores de evaluación, además de las relaciones existentes entre ellos. A continuación, se estudia la coherencia de las Actividades Sugeridas junto a sus respectivos análisis a priori.

4.1.1 Revisión de los Objetivos de Aprendizaje

A raíz del análisis de los Objetivos de Aprendizajes (OA 18 de tercero y OA 19 de cuarto, Anexo 2 página 119), se observa que la redacción del primer objetivo, específicamente en los descriptores, aportan parcialmente al desarrollo del concepto de ángulo, puesto que se enfocan en la identificación de estos en relación a su forma, dejando de lado otros aspectos que aportarían a la comprensión de ángulo, por ejemplo, su definición y sus partes.

Por otro lado, se observa que la redacción de los dos objetivos se da de tal manera en que estos no presentan una secuencia progresiva entre ellos, ya que el primer objetivo se enfoca principalmente en la identificación y estimación de ángulos, mientras que el segundo se centra en la construcción de ángulos, sin haber adquirido las habilidades necesarias para llegar a construirlos.

4.1.2 Análisis de coherencia y suficiencia de las habilidades

Respecto a las habilidades y su relación con los OA, se obtiene que:

OA 18 de Tercero Básico: En este objetivo se presentan dos habilidades: Argumentar y comunicar; y modelar.

Los descriptores del objetivo de aprendizaje, no presentan coherencia con respecto a la habilidad de “argumentar y comunicar”, pues la redacción del OA no plantea la descripción de una situación del entorno, mediante una expresión matemática, una ecuación o una representación pictórica.

Por otro lado, en cuanto a la habilidad de “modelar”, se observa cierta coherencia, ya que se espera la identificación del objeto de estudio en el entorno, es decir, la representación de dicho objeto de estudio en el plano. Sin embargo, esto considera solo una posibilidad, porque la redacción no lo establece de manera textual y por lo tanto, sería la mediación del docente la que permita que se lleve a cabo.

OA 19 de Cuarto Básico: mediante este objetivo se intentan trabajar cuatro habilidades: modelar, resolver problemas, representar y; argumentar y comunicar.

En relación a la habilidad de “modelar”, se podría establecer algún grado de coherencia, ya que mediante la construcción de ángulos se realiza la aplicación del modelo del ángulo dentro de un plano.

En cuanto a la habilidad de “resolver problemas” y en relación al OA, es posible determinar que sí existe coherencia, ya que la construcción y comparación de ángulos, considera el dominio de procedimientos que ya han sido utilizados, para desarrollar nuevas tareas.

La habilidad de “representar” tiene coherencia con el OA, debido a que se solicita la construcción de ángulos, los cuales constituyen una representación.

La habilidad de “argumentar y comunicar” no presenta coherencia con respecto al OA, pues no se sugiere la descripción de una situación del entorno, mediante una expresión matemática, una ecuación o una representación pictórica.

A modo de análisis, es posible determinar que la mayoría de las redacciones presentan tanto imprecisiones como redacciones carentes de claridad, por lo que se genera la búsqueda de una interpretación. Se da cuenta además, que hay habilidades que se establecen con irregularidad, por lo que una correcta relación y coherencia dependerá finalmente de la mediación que el docente ejerza sobre cada habilidad y los objetivos.

4.1.3 Análisis de coherencia y suficiencia de los Indicadores de Evaluación.

Es necesario señalar que los Programas de Estudios no establecen un orden específico para la implementación de los Indicadores de Evaluación. Dentro de estos, la redacción no incorpora el desarrollo de las habilidades planteadas por el Programa de Estudios para el logro del objetivo.

OA 18 de Tercero: Este objetivo cuenta con seis indicadores de evaluación, de los cuales solo dos se relacionan de manera coherente con el OA, mientras que los demás se relacionan de manera parcial, puesto que estos indicadores requieren de elementos que no se encuentran en los descriptores del OA. A partir de lo expuesto anteriormente, se puede concluir que los indicadores no son coherentes ni suficientes con el objetivo, puesto que solo el 33,3% tiene una relación acorde al OA.

OA 19 de Cuarto: Este objetivo cuenta con siete indicadores de evaluación, de los cuales solo uno se relaciona de manera coherente con el OA, mientras que los demás hacen referencia a realizar acciones que no aportan directamente al desarrollo de la construcción planteada en el OA. A partir de lo anterior, se puede concluir que los indicadores son parcialmente suficientes, puesto que solo el 14,2% tiene una relación acorde al OA.

4.1.4 Análisis de las Actividades Sugeridas

4.1.4.1 Relación de las actividades sugeridas con los OA

Actividades del OA 18 de Tercero: Se plantean un total de diez actividades sugeridas para el objetivo, de las cuales ninguna tiene una relación directa con el OA, solamente una está parcialmente relacionada con el objetivo planteado. Además, algunas actividades presentan imprecisiones en la redacción, lo que dificulta relacionarlas con el objetivo. Por esta razón, se estima que las actividades son insuficientes e incongruentes respecto al OA.

Actividades del OA 19 de Cuarto: Se plantean un total de ocho actividades sugeridas para el objetivo, de las cuales, ninguna tiene una relación directa con el OA, solo dos podrían estar parcialmente relacionadas con el objetivo, sin embargo no totalmente. Por otro lado, existen actividades que presentan problemas con la redacción, por lo que resulta difícil establecer una relación con el OA.

4.1.4.2 Relación de las Actividades Sugeridas con los Indicadores

Actividades del OA 18 de Tercero: El objetivo presenta diez actividades, de las cuales solo una tiene directa relación con los indicadores, por otro lado, hay dos actividades que presentan relación con algunos de estos, por lo tanto, las otras siete restantes no se relacionan con los Indicadores de Evaluación.




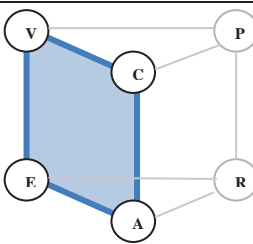
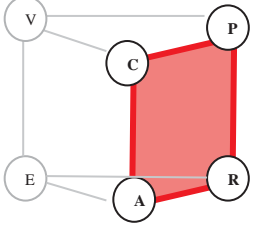
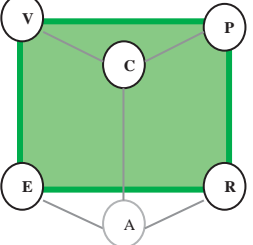
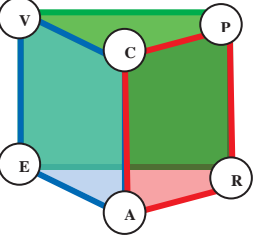
Actividades del OA 19 de Cuarto: De ocho actividades, cuatro son coherentes con uno o dos de los indicadores de evaluación de un total de cinco. Mientras que las cuatro actividades restantes no presentan relación con respecto a los indicadores de evaluación.

4.2 Análisis de ETG por actividad



A continuación, se llevará a cabo un análisis de los Espacios de Trabajo Geométrico de las actividades sugeridas por el Programa de Estudio de Matemática, dicho análisis se estructurará de la siguiente forma:

En primer lugar, se expondrá la actividad que será extraída desde el Programa de Estudio, con la finalidad de exponer el análisis en una tabla con tres columnas. La primera, abordará la descripción de la actividad, en la segunda, corresponderá la entrada al Espacio de Trabajo Geométrico y por último en la tercera se presentará el diagrama de la circulación junto a un cuadro inserto que contempla los procesos y componentes que en la respectiva actividad son trabajados.







Para la construcción de los diagramas, los autores Alain Kuzniak y Assia Nechache (2015) plantean la siguiente simbología para llevar a cabo los análisis del ETG::

SÍMBOLO		SIGNIFICADO
Línea Continua		Implica una relación bidireccional
Flecha Continua		Implica una relación unidireccional
		Implica la posibilidad de una relación unidireccional, sin certeza de que ocurra.
Plano [Sem-Ins]		Implica la circulación completa de los componentes y procesos asociados a la génesis Semiótica e Instrumental.
Plano [Ins-Dis]		Implica la circulación completa de los componentes y procesos asociadas a la génesis Instrumental y Discursiva
Plano [Sem-Dis]		Implica la circulación completa de los componentes y procesos asociados a la génesis Semiótica y Discursiva
Circulación completa		Implica la circulación de los planos [semi-ins]- [ins-dis]-[sem-dis] y planos horizontales.

No obstante, debido a las Circulaciones realizadas a partir de las actividades sugeridas por el Programa de Estudio de Matemáticas de tercero y cuarto básico, el equipo de trabajo considera necesario añadir una simbología obtenida desde la tesis “Circulación y progresión del espacio de trabajo geométrico en los programas de matemáticas en tercero y cuarto básico, en torno al objeto de estudio, transformaciones isométricas.” (Dias, Rojas, Véliz, Silva. 2015) Esto se realiza con el fin de que los diagramas sean representativos de cada Circulación de ETG efectuada.

SÍMBOLO		SIGNIFICADO
Línea Discontinua		Implica la posibilidad de una relación bidireccional, sin certeza de que ocurra.
Obstáculo		Implica la imposibilidad de una relación cualquiera.

Además del uso de la simbología mencionada en cuadros anteriores, se presentan diagramas en los cuales cada proceso y componente del Espacio de Trabajo Geométrico se representan a partir de su letra mayúscula correspondiente:

	Proceso de Visualización
	Proceso de Construcción
	Proceso de Prueba-Argumentación
	Componente Espacio real y local
	Componente Artefacto
	Componente Referencial teórico

A continuación, se exhiben los análisis de las actividades sugeridas por los Programas de Estudio de tercero y cuarto básico, dentro de los cuales se utilizan las simbologías y diagramas presentados.

El análisis de entrada al ETG que se presentará a continuación para cada una de las actividades sugeridas está basado en el anexo 2 “Análisis a Priori”.

4.2.1 Objetivo de Aprendizaje 18 - Tercero Básico

En la misma línea, se llevarán a cabo los respectivos análisis de las 10 actividades sugeridas por el Programa de Estudio de Matemática en referencia al OA 18 de Tercero Básico, es indispensable señalar que las actividades fueron extraídas literalmente de dicho documento oficial.

Objetivo de Aprendizaje 18: Demostrar que comprenden el concepto de ángulo:

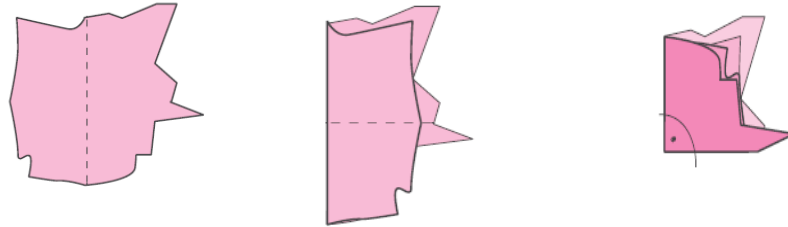
- › identificando ejemplos de ángulos en el entorno
- › estimando la medida de ángulos, usando como referente ángulos de 45° y de 90°

Actividades Programa de Estudio Matemáticas Tercer Año Básico:

1. Confeccionan un ángulo recto, doblando dos veces un trozo de papel.
2. Exploran todas las figuras 2D conocidas e identifican aquellas que poseen un ángulo recto, usando el ángulo recto confeccionado anteriormente.
3. Revisan objetos del entorno e indican ángulos rectos, usando para comprobarlo el ángulo recto confeccionado anteriormente.
4. Examinan polígonos dados, identificando ángulos rectos.
5. Investigan, si es posible que haya triángulos con dos ángulos rectos y fundamentan su respuesta.
6. Confeccionan con palitos y bombillas cuadriláteros que tienen: un ángulo recto, cuatro ángulos rectos, ningún ángulo recto y comprueban con el ángulo recto confeccionado.
7. Confeccionan y describen diferentes cuadriláteros en el geoplano.
8. Investigan figuras 3D según cantidad de ángulos rectos, usando el ángulo recto confeccionado.
9. Dibujan un ángulo recto, usando una escuadra.
10. Elaboran un cuadro, usando cuadrados de papel lustre.

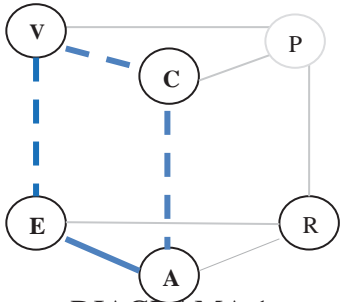
Actividad 1: Confeccionan un ángulo recto, doblando dos veces un trozo de papel.

Ejemplos:



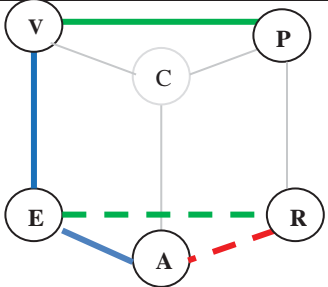
Análisis del ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Caso 1: <u><i>Siguiendo las sugerencias al docente.</i></u></p> <p>Rasgan un papel en forma circular, lo doblan por la mitad, lo doblan nuevamente por la mitad, confeccionando un ángulo recto.</p>	<p>El trabajo geométrico de esta actividad, presenta una circulación en el Plano Semiótico-Instrumental. A través de los pliegues del papel, se construye mecánicamente un ángulo recto, esta relación bidireccional lleva a la Génesis Instrumental. Los dobleces que configuran el Espacio real y local del ángulo recto, permiten la Visualización y por tanto, la Génesis Semiótica.</p> <p>Además, no se presenta el proceso de Prueba-argumentación, ya que no se solicitan comprobaciones o fundamentaciones en la tarea geométrica.</p> <p>Por ende, el trabajo geométrico de esta actividad presenta solamente una circulación en el plano Semiótico-Instrumental.</p>	<div style="text-align: center;"> <p>DIAGRAMA 1</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>Componentes y Procesos de la circulación</p> <p>E: Mitad de la mitad</p> <p>A: Papel</p> <p>R: Definición de ángulo recto.</p> <p>V: Imagen y/o representación mental de ángulo recto</p> <p>C: Construcción mecánica de ángulo recto</p> <p>P: No presenta</p> </div>

<p><u>Caso 2:</u></p> <p><u>Sin considerar las sugerencias al docente.</u></p>	<p>El trabajo geométrico tiene su origen en el Artefacto, que en este caso sería el papel. Si se realizan adecuadamente los dos dobleces, es posible lograr construir un ángulo de 90 grados, teniendo en consideración que no existe certeza de que esta construcción ocurra, la relación hacia la Visualización del ángulo de 90° también es una posibilidad, por ende, dicha Visualización conformará el Espacio real y local solo sí, las relaciones anteriores se llevan a cabo.</p> <p>Por otro lado, no se presenta el proceso de Prueba-argumentación, ya que no se solicitan comprobaciones ni fundamentaciones en la tarea geométrica.</p>	 <p>DIAGRAMA 1a</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p>Componentes y Procesos de la circulación</p> <p>E: Doblar dos veces.</p> <p>A: Papel</p> <p>R: No se presenta</p> <p>V: Imagen y/o representación mental de ángulo recto.</p> <p>C: Construcción mecánica de ángulo recto</p> <p>P: No presenta</p> </div>
--	--	---

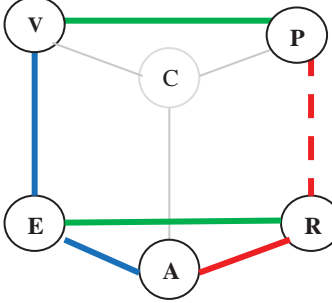
Actividad 2: Exploran todas las figuras 2D conocidas e identifican aquellas que poseen un ángulo recto, usando el ángulo recto confeccionado anteriormente.

Análisis de ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Identifican figuras geométricas con ángulos rectos.</p>	<p>El trabajo geométrico inicia desde la Génesis Semiótica, lo anterior se sustenta considerando que los estudiantes utilizarán las figuras geométricas del entorno, para representar mentalmente en ellas ángulos rectos, logrando así la identificación de estos. Al mismo tiempo, se presenta una relación bidireccional entre el Espacio real y local con el Artefacto, ya que los estudiantes hacen uso del ángulo recto que han elaborado, para identificar ángulos rectos en figuras geométricas. Así mismo, el Espacio real y local se configura con el ángulo recto construido.</p> <p>A partir del Artefacto se genera una posible relación bidireccional con el Referencial teórico, pues los estudiantes serán capaces de reconocer las características de su ángulo recto elaborado, para así ahondar en el concepto de ángulo recto, lo cual dependerá del ETG personal de cada estudiante.</p> <p>Además, la relación bidireccional entre el Espacio real y local con el Referencial teórico se presenta sólo como una posibilidad, debido a que las figuras geométricas y la identificación del ángulo recto favorecen a la conformación del concepto de ángulo recto.</p> <p>También, se presenta una relación bidireccional entre los procesos de Visualización y Prueba-argumentación, haciendo énfasis solo en la prueba, ya que los estudiantes a partir de su representación mental del ángulo recto, irán probando en las figuras geométricas del entorno.</p> <p>Finalmente, en cuanto al proceso de Construcción no se lleva a cabo debido a que no se solicita explícitamente.</p>	 <p style="text-align: center;">DIAGRAMA 2</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Componentes y Procesos de la circulación</p> <p>E: Figuras geométricas y ángulo recto confeccionado</p> <p>A: Ángulo recto confeccionado.</p> <p>R: Concepto de ángulo recto</p> <p>V: Imagen y/o representación mental de ángulo recto.</p> <p>C: No se presenta.</p> <p>P: Constatan con el ángulo recto confeccionado.</p> </div>

Actividad 3: Revisan objetos del entorno e indican ángulos rectos, usando para comprobarlo el ángulo recto confeccionado anteriormente.

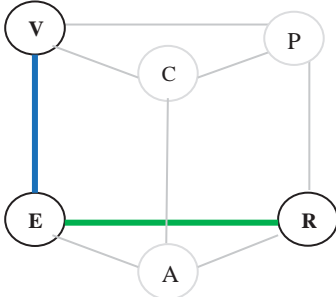
Análisis de ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Observan objetos del entorno e indican ángulos rectos, comprobando con el ángulo recto confeccionado anteriormente.</p>	<p>El trabajo geométrico circula a partir del Espacio real y local, el cual se relaciona con el proceso de Visualización, produciéndose así, la Génesis Semiótica, puesto que, la representación mental que los estudiantes se hagan del ángulo recto, la aplicarán para identificar estos ángulos en los objetos del entorno que ellos ya conocen.</p> <p>Por otro lado, la tarea geométrica, se desarrolla principalmente en el plano horizontal epistemológico a partir de la relación bidireccional que se establece entre el Espacio real y local con el Artefacto. Esta vinculación se debe a que el uso del ángulo recto construido mecánicamente, no tiene sentido sin los objetos del entorno que el estudiante debe ir comprobando. Además, se produce una relación bidireccional entre el Espacio real y local y el Referencial teórico, ya que los estudiantes deben utilizar los elementos del primero para lograr realizar un acercamiento al concepto de ángulo recto, lo cual se profundiza aún más con la relación bidireccional entre el Artefacto y el Referencial teórico, ya que el ángulo recto construido aporta con la forma que posee este tipo de ángulo, al concepto de ángulo recto.</p> <p>Por otro lado, es posible que se dé una relación bidireccional entre el Referencial teórico y el proceso de Prueba-argumentación, puesto que los estudiantes podrían utilizar lo que han adquirido en torno al concepto de ángulo recto, para argumentar sus decisiones, lo cual dependerá del ETG personal del docente y las mediaciones que este realice, así como también del ETG</p>	<div style="text-align: center;">  <p>DIAGRAMA 3</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p style="text-align: center;">Componentes y Procesos de la circulación</p> <p>E: Figuras geométricas, elementos 3D del entorno, ángulo recto y ángulo recto confeccionado.</p> <p>A: Ángulo recto confeccionado.</p> <p>R: Concepto de ángulo recto</p> <p>V: Imagen y/o representación mental de ángulo recto.</p> <p>C: No se presenta.</p> <p>P: Comprobación a partir de ángulo confeccionado.</p> </div>

	<p>personal de cada estudiante, al momento de señalar los ángulos rectos dentro de los objetos del entorno.</p> <p>Por otra parte, se produce una relación bidireccional entre la Visualización y la Prueba-Argumentación, debido a que los estudiantes requieren de la representación mental del ángulo recto, para probar en los objetos del entorno y lograr identificarlos.</p> <p>Finalmente, el proceso de Construcción no está implicado en la actividad, pues si bien se presenta un Artefacto, este no se utiliza para llevar a cabo este proceso, sino, como herramienta de comprobación.</p>	
--	---	--

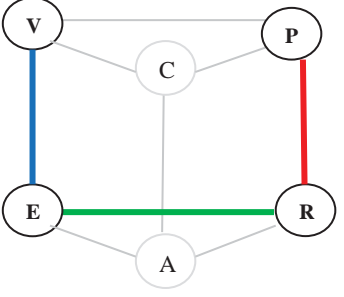
Actividad 4: Examinan polígonos dados, identificando ángulos rectos.

Análisis del ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Observan polígonos y determinan ángulos rectos</p>	<p>El trabajo geométrico inicia en la Génesis Semiótica, esta interacción se debe a que los alumnos requieren de sus conocimientos de polígonos y así también la identificación de ángulos rectos para lograr realizar la imagen y/o representación mental.</p> <p>Además, existe una relación bidireccional entre el Espacio real y local y el Referencial Teórico ya que la identificación de ángulos rectos en polígonos favorece al desarrollo del concepto de ángulo recto y viceversa.</p> <p>Por otro lado, se debe destacar el hecho de que no se presenta Artefacto para la realización de la actividad lo que a su vez significa que tampoco se encuentra el proceso de Construcción.</p> <p>Así también, no se solicita en la tarea que los alumnos realicen el proceso de Prueba-Argumentación, pues no se intenciona la aplicación de fundamentaciones, explicaciones o pruebas en la actividad.</p>	 <p style="text-align: center;">DIAGRAMA 4</p> <div style="border: 2px solid black; padding: 10px; margin-top: 10px;"> <p style="text-align: center;">Componentes y Procesos de la circulación</p> <p>E: Polígonos.</p> <p>A: No se presenta.</p> <p>R: Concepto de ángulo recto.</p> <p>V: Imagen y/o representación mental de ángulos rectos en polígonos.</p> <p>C: No se presenta.</p> <p>P: No se presenta.</p> </div>

Actividad 5: Investigan, si es posible que haya triángulos con dos ángulos rectos y fundamentan su respuesta.

Análisis del ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p><u>Caso 1:</u> <u>Buscan las propiedades de los triángulos en libros.</u></p> <p>Indagan en libros, las propiedades de los triángulos, a fin de fundamentar la posibilidad de que un triángulo posea dos ángulos rectos.</p>	<p>La tarea geométrica inicia en la Génesis Semiótica. Lo anterior, se sustenta en que, al presentarles la actividad a los estudiantes, estos realizan una representación mental de los conceptos que se establecen.</p> <p>A partir del espacio real y local, se establece una relación bidireccional con el referencial teórico, puesto que por medio de la información que el estudiante ya posee, es capaz de reconocer algunas propiedades de los triángulos.</p> <p>Del mismo modo, el referencial teórico se ve reforzado por medio del proceso de prueba-argumentación, al momento que se le solicita al estudiante fundamentar su investigación, produciéndose, por ende, una Génesis Discursiva. Sin embargo, dicho proceso no está completo, pues no se pide la realización de pruebas que favorezcan el logro de la tarea.</p> <p>Por otro lado, no se presenta un artefacto que permita la manipulación y Construcción, a fin de obtener una representación del objeto de estudio.</p>	<div style="text-align: center;">  <p>DIAGRAMA 5</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-top: 10px;"> <p>Componentes y Procesos de la Circulación</p> <p>E: Ángulo recto, triángulos.</p> <p>A: No presenta.</p> <p>R: Propiedades de los triángulos</p> <p>V: Imagen y/o representación mental de ángulos rectos en triángulos.</p> <p>C: No presenta.</p> <p>P: Argumentación.</p> </div>

Caso 2:
Hacen uso de
hoja
cuadriculada.

Utilizan hoja cuadriculada, para realizar dibujos o esquemas, con el fin de investigar la posibilidad de que un triángulo posea dos ángulos rectos.

Fundamentando luego, su respuesta.

La tarea geométrica comienza en la Génesis Semiótica, pues el estudiante hace uso de su Espacio real y local, es decir, de aquello que sabe con respecto a los triángulos y ángulos rectos, para Visualizar la eventualidad de que un triángulo posea o no dos ángulos rectos.

A continuación, se orienta hacia el Artefacto, el cual entrega información que permitirá la relación con el Referencial teórico, pues el uso de una hoja cuadriculada, delimita los dibujos o construcciones, a que estos sean rectos, y favorece a la vez la construcción de ángulos rectos. Debido a que la relación es de tipo bidireccional, se retorna al Artefacto, donde por medio del proceso de Construcción, se irán realizando variados dibujos, que permitan dar respuesta a la investigación solicitada, formando así una Génesis Instrumental. A la vez, se obtendrá una relación bidireccional, entre el proceso de Construcción y Prueba-argumentación, pues las distintas construcciones, cumplen al mismo tiempo el rol de pruebas, así, estas últimas irán aportando hacia la ampliación del Referencial teórico, lo que establece una Génesis Discursiva.

Por lo tanto, mediante esta actividad, circulan todos los componentes y procesos, lo que implica una circulación completa del Plano Semiótico-Instrumental, Plano Instrumental-Discursivo y el Plano Semiótico-Discursivo.

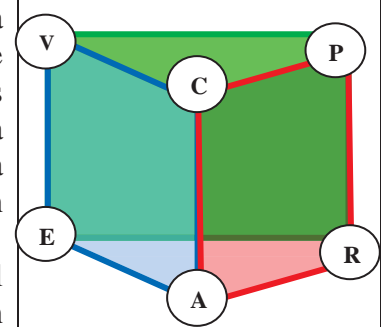


DIAGRAMA 5 a

Componentes y Procesos de la Circulación

- E:** Ángulo recto, triángulos.
- A:** Hoja cuadriculada
- R:** Propiedades de los triángulos.
- V:** Imagen y/o representación mental ángulos rectos en triángulos.
- C:** Construcción de dibujos o figuras que intenten cumplir con la propiedad solicitada (triángulo con dos ángulos rectos).
- P:** Realización de distintos dibujos o figuras para probar la investigación.

Caso 3:
Haciendo uso de una escuadra.

Los estudiantes hacen uso de una escuadra, con el fin de investigar la posibilidad de que un triángulo posea dos ángulos rectos.

La tarea geométrica, comienza en la Génesis Semiótica, ya que a partir de los conocimientos que poseen los estudiantes en torno al ángulo recto y a los triángulos, realizarán una representación mental de ángulos rectos dentro de triángulos. Al mismo tiempo, se establecen relaciones bidireccionales entre el Espacio real y local con el Artefacto, puesto que la escuadra les permitirá a los estudiantes posteriormente, realizar la construcción mecánica de triángulos con dos ángulos rectos. Y a su vez, entre los procesos de Visualización y Construcción se relacionan bidireccionalmente, ya que a partir de la representación mental de esta eventualidad de triángulos con dos ángulos rectos, se llevarán a cabo las construcciones mecánicas con el uso de la escuadra, por tanto se da origen al Plano Semiótico Instrumental.

Por otra parte, a partir de la construcción mecánica con la escuadra, se propende al desarrollo del Referencial teórico, ya que dichas construcciones establecerán las propiedades de los triángulos, y estas características o propiedades, entregan información al Artefacto para realizar las construcciones, por ende, es una relación bidireccional. Del mismo modo, entre el proceso de Construcción y Prueba-argumentación se da una relación bidireccional puesto que las construcciones que realicen los estudiantes, se utilizarán como comprobaciones para determinar la existencia o no de triángulos con dos ángulos rectos.

Por otro lado, la actividad solicita que los alumnos fundamenten sus respuestas, lo cual se hace a partir del Referencial teórico, lo que origina una Génesis Discursiva.

En síntesis, la circulación de los procesos y componentes mencionados con anterioridad, originan el Plano

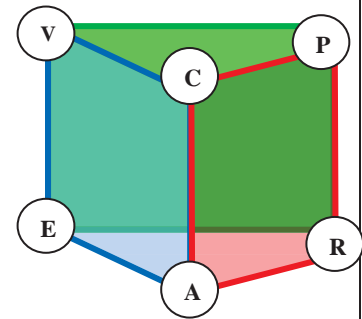


DIAGRAMA 5b

Componentes y Procesos de la Circulación

E: Ángulo recto, triángulos.

A: Escuadra.

R: Propiedades de los triángulos.

V: Imagen y/o representación mental ángulos rectos en triángulos (escuadra).

C: Construcción de dibujos o figuras que intenten cumplir con la propiedad solicitada (triángulo con dos ángulos rectos).

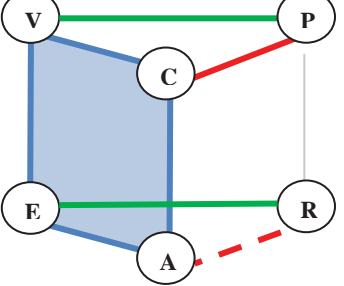
P: Realización de distintos dibujos o figuras para probar la investigación.

	<p>Instrumental-Discursivo.</p> <p>Finalmente, los componentes de Espacio real y local con el de Referencial teórico se relacionan bidireccionalmente, debido a que los estudiantes a partir de sus conocimientos de triángulos, establecen las propiedades de estos y a su vez el Referencial aportará con estas propiedades a sus concepciones de triángulos. Del mismo modo, los procesos de Visualización y Prueba-argumentación se vinculan ya que las representaciones mentales de triángulos con dos ángulos serán variadas, lo cual permitirá que los alumnos realicen pruebas para encontrar la posibilidad de llevar a cabo la tarea, concluyendo así en la gesta del Plano Semiótico Discursivo, lo que a su vez trae consigo, y tomando en cuenta lo señalado anteriormente, una circulación completa de todos y cada uno de los procesos y componentes de ambos planos horizontales.</p>	
--	---	--

Actividad 6: Confeccionan con palitos y bombillas cuadriláteros que tienen:

- un ángulo recto.
- cuatro ángulos rectos.
- ningún ángulo recto y comprueban con el ángulo recto confeccionado.

Análisis del ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p><u>Caso 1:</u></p> <p>Confeccionar cuadriláteros con uno, cuatro y ningún ángulo recto, usando palitos y bombillas.</p>	<p>El trabajo geométrico comienza en la Génesis Semiótica, ya que los estudiantes al momento de crear una representación mental de los cuadriláteros que ya conocen, hacen uso de los conocimientos del Espacio real y local.</p> <p>Por otro lado, se presenta una relación bidireccional entre el Artefacto y el Espacio real y local, ya que para poder manipular los materiales es necesario utilizar la información de este último componente. A partir del trabajo con los materiales, los estudiantes construyen los cuadriláteros solicitados, produciéndose una Génesis Instrumental.</p> <p>A medida que los estudiantes van construyendo los cuadriláteros crean una representación mental de estos, la cual aporta a dicha Construcción, estableciendo una relación bidireccional entre ambos procesos.</p> <p>A raíz de la interacción entre los procesos y componentes mencionados anteriormente se presenta un plano semiótico-instrumental.</p> <p>Los conocimientos de los estudiantes contribuyen a la progresión de las propiedades de los cuadriláteros, por ende se relaciona bidireccionalmente el Espacio real y local con el Referencial teórico.</p> <p>Existe una posible relación bidireccional entre el Artefacto y el Referencial teórico, ya que el material no es el adecuado para aportar al desarrollo de las propiedades de los cuadriláteros, así también dependerá de</p>	<div style="text-align: center;">  <p>DIAGRAMA 6</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-top: 10px;"> <p style="text-align: center;">Componentes y Procesos de la Circulación</p> <p>E: Cuadrados, rectángulos y forma de ángulo recto.</p> <p>A: Palitos y bombillas</p> <p>R: Propiedades de los cuadriláteros.</p> <p>V: Imagen y/o representación mental ángulos rectos en cuadriláteros.</p> <p>C: Construcción de cuadriláteros con uno, cuatro y sin ningún ángulo recto.</p> <p>P: Comprobar con ángulo recto confeccionado.</p> </div>

	<p>la correcta manipulación de estos. Mediante el proceso de construcción de los cuadriláteros solicitados, los estudiantes comprueban los ángulos rectos presentes en los cuadriláteros haciendo uso del ángulo construido en la actividad 1, por esta razón se relacionan de manera bidireccional los procesos de Prueba y Construcción.</p> <p>Durante el trabajo geométrico no se presenta el proceso de Argumentación, dado que la actividad no solicita fundamentación de la tarea.</p>	
--	---	--

Caso 2:

Confeccionar cuadriláteros con uno, cuatro y ningún ángulo recto, usando palitos y bombillas.

La circulación del trabajo geométrico comienza en el plano epistemológico, a partir del Espacio real y local, debido a que los estudiantes utilizan información de dicho componente para crear una representación mental del cuadrilátero. Los estudiantes deben estar retornando entre el componente y el proceso, por lo tanto, se origina una Génesis Semiótica.

Por otro lado, se presenta una relación bidireccional entre el Artefacto y el Espacio real y local, ya que para poder manipular los materiales es necesario utilizar la información de este último componente. A partir del trabajo con los materiales, el estudiante construye los cuadriláteros solicitados, produciéndose una Génesis Instrumental.

A medida que los estudiantes van construyendo los cuadriláteros crean una representación mental, la cual aporta a dicha Construcción, estableciendo una relación bidireccional entre ambos procesos.

A raíz de la interacción entre los procesos y componentes mencionados anteriormente, se presenta un plano semiótico-instrumental.

Los conocimientos de los estudiantes contribuyen a la progresión de las propiedades de los cuadriláteros, por ende, se relaciona bidireccionalmente el Espacio real y local con el Referencial teórico.

Existe una posible relación bidireccional entre el Artefacto y el Referencial teórico, ya que el material por sí solo, no es el adecuado para aportar al desarrollo de las propiedades de los cuadriláteros, sin embargo, su correcta manipulación podría favorecer al Referencial teórico.

Mediante el proceso de construcción de los cuadriláteros solicitados, los estudiantes comprueban los ángulos rectos presentes en los cuadriláteros haciendo uso del ángulo construido en

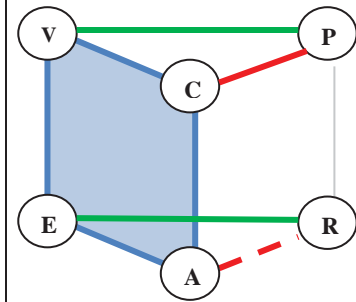


DIAGRAMA 6 a

Componentes y Procesos de la Circulación

E: Cuadrados, rectángulos y forma de ángulo recto.

A: Palitos y bombillas

R: Propiedades de los cuadriláteros.

V: Imagen y/o representación mental ángulos rectos en cuadriláteros.

C: Construcción de cuadriláteros con uno, cuatro y sin ningún ángulo recto.

P: Comprobar con ángulo recto confeccionado.

	<p>la actividad 1, por esta razón se relacionan de manera bidireccional los procesos de Prueba y Construcción.</p> <p>Durante el trabajo geométrico no se presenta el proceso de Argumentación, dado que la actividad no solicita fundamentación de la tarea.</p>	
--	---	--

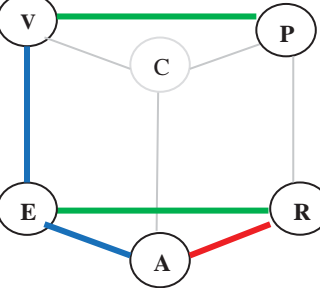
Actividad 7: Confeccionan y describen diferentes cuadriláteros en el geoplano.

Análisis del ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Construyen en el Geoplano diferentes cuadriláteros</p>	<p>La tarea geométrica tiene su inicio en el Artefacto, ya que a través de la manipulación del geoplano los alumnos realizarán las construcciones mecánicas de los cuadriláteros, es por ello que se da origen a una Génesis Instrumental.</p> <p>Por otra parte, desde el geoplano se entabla una relación bidireccional con el Espacio real y local, ya que desde este componente extraen información sobre los cuadriláteros que ya conocen, para hacer uso del Artefacto. A su vez, se origina una Génesis Semiótica, ya que los alumnos realizan las representaciones mentales de estos cuadriláteros para luego construirlos. A continuación, gracias a la Visualización realizada, los estudiantes podrán llevar a cabo el proceso de Construcción de cuadriláteros entablando una relación bidireccional entre ambos procesos, dando origen así al Plano Semiótico Instrumental, lo que significa que tanto procesos como componentes interactúan de manera no jerarquizada dentro de la Circulación.</p> <p>Por otro lado, desde el Espacio real y local se entabla una relación bidireccional con el Referencial, esto porque los cuadriláteros conocidos aportan a desarrollar el concepto de cuadrilátero.</p> <p>Finalmente, y pese a que se encuentran presentes todos los procesos y componentes de ambos planos, no se genera una circulación completa dentro de esta actividad, puesto que, no se requiere que los estudiantes argumenten sus respuestas basándose en el Referencial teórico que están desarrollando.</p>	<div data-bbox="1078 537 1398 842" data-label="Diagram"> </div> <p style="text-align: center;">DIAGRAMA 7</p> <div data-bbox="1078 915 1409 1738" data-label="Text" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p style="text-align: center;">Componentes y Procesos de la circulación</p> <p>E: Cuadriláteros. A: Geoplano. R: Concepto de cuadrilátero. V: Imagen y/o representación mental de cuadriláteros. C: Construcción mecánica de cuadrilátero. P: Realizan pruebas con distintos cuadriláteros.</p> </div>

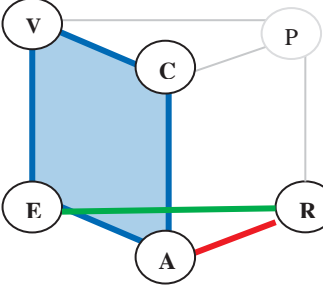
Actividad 8: Investigan figuras 3D según cantidad de ángulos rectos, usando el ángulo recto confeccionado.

Análisis del ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Identifican la cantidad de ángulos rectos en cuerpos geométricos usando el ángulo recto confeccionado en otra actividad.</p>	<p>El trabajo geométrico inicia desde la Génesis Semiótica, debido a que los estudiantes están utilizando los elementos del Espacio real y local con los de la Visualización para realizar la tarea geométrica. Así también, se presenta una relación bidireccional entre el Espacio real y local con el Artefacto, al utilizar este último para identificar los ángulos rectos en los cuerpos geométricos. Además, el Espacio real y local se relaciona bidireccionalmente con el Referencial teórico, ya que la identificación de ángulos rectos aporta a la clasificación de los cuerpos geométricos según el número de ángulos rectos.</p> <p>La tarea geométrica presenta una relación bidireccional entre el Artefacto y el Referencial teórico, debido a que se utiliza el ángulo recto construido para identificar los ángulos rectos y así poder saber la cantidad presente en los cuerpos geométricos y posteriormente clasificarlos.</p> <p>Igualmente, existe una relación bidireccional entre la Prueba-Argumentación y la Visualización, esto se debe a que los estudiantes deben visualizar el ángulo recto para ir probando si los cuerpos geométricos poseen dichos ángulos rectos.</p> <p>Finalmente, no se presenta el proceso de Construcción, ya que los estudiantes no deben utilizar el Artefacto para construir una representación que aporte a la tarea geométrica.</p>	<div style="text-align: center;">  <p>DIAGRAMA 8</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Componentes y Procesos de la circulación</p> <p>E: Ángulo recto, cuerpos geométricos.</p> <p>A: Ángulo recto confeccionado, cuerpos geométricos.</p> <p>R: Clasificación de cuerpos geométricos según cantidad de ángulos rectos.</p> <p>V: Imagen y/o representación mental de ángulo recto, cuerpos geométricos.</p> <p>C: No se presenta.</p> <p>P: Solo prueba.</p> </div>

Actividad 9: Dibujan un ángulo recto, usando una escuadra.

Análisis del ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Construyen mecánicamente ángulo recto usando la escuadra</p>	<p>El trabajo geométrico comienza desde el Referencial teórico, en el nivel epistemológico, esto se sustenta debido a que los alumnos requieren de las propiedades del ángulo recto para lograr construir éste mecánicamente, una vez extraídas aquellas propiedades, se dirigen hacia el Artefacto estableciendo una relación bidireccional con el proceso de Construcción produciéndose la Génesis Instrumental, ya que los alumnos mediante el uso del Artefacto (escuadra) lograrán realizar la construcción mecánica del ángulo solicitado. Simultáneamente, ocurre la Génesis Semiótica, debido a que los estudiantes deberán realizar representaciones mentales del ángulo recto obtenido desde su Espacio real y local, de igual manera la Visualización y la Construcción se relacionan bidireccionalmente puesto que los alumnos requieren de la representación mental de dicho ángulo para llevar a cabo la construcción mecánica solicitada. Así también se establece una relación bidireccional entre el Espacio real y local y el Artefacto porque a través del uso de la escuadra se construye el Espacio real y local de ángulo recto. La conjugación de estas relaciones bidireccionales da origen al Plano Semiótico Instrumental.</p> <p>Finalmente, el proceso de Prueba-argumentación no se encuentra presente en esta actividad puesto que, la tarea no solicita argumentaciones y/o comprobaciones para llevar a cabo la actividad.</p>	 <p style="text-align: center;">DIAGRAMA 9</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Componentes y Procesos de la circulación</p> <p>E: Ángulo recto.</p> <p>A: Escuadra.</p> <p>R: Concepto de ángulo recto.</p> <p>V: Imagen y/o representación mental de ángulos rectos.</p> <p>C: Construcción mecánica de ángulo recto.</p> <p>P: No se presenta.</p> </div>

Actividad 10: Elaboran un cuadro, usando cuadrados de papel lustre.

Ejemplo:



Análisis del ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Realizan un cuadro utilizando cuadrados de papel lustre.</p>	<p>El trabajo geométrico inicia desde la Génesis Semiótica, debido a que los estudiantes deben Visualizar el cuadro y los cuadrados para realizar la tarea geométrica. Así también, existe una relación bidireccional entre el Espacio real y local con el Artefacto, ya que deben utilizar el papel lustre para formar el cuadro. Además de esto, hay una relación bidireccional entre la Visualización y la Construcción, debido a que los alumnos deben utilizar la imagen mental del cuadro para poder construirlo. Por otro lado, se produce una Génesis Instrumental al tener que construir el cuadro con los papeles lustres.</p> <p>Finalmente, no se presenta el proceso de Prueba-Argumentación, puesto que los alumnos no deben comprobar ni dar argumentos sobre la tarea realizada. Así mismo, no se presenta el Referencial Teórico.</p>	<div style="text-align: center;"> <p>DIAGRAMA 10</p> <p>Componentes y Procesos de la circulación</p> <p>E: Cuadro y cuadrado. A: Papel lustre. R: No presenta V: Imagen y/o representación mental del cuadro. C: Construcción del cuadro. P: No se presenta.</p> </div>

4.2.2 Objetivo de Aprendizaje 19 – Cuarto Básico

A continuación, se llevarán a cabo los análisis de las ocho actividades sugeridas por el Programa de Estudio de Matemáticas correspondiente al OA 19 de Cuarto Básico, a partir de los análisis a priori expuestos en el anexo 2 de este trabajo, es indispensable destacar que dichas actividades están extraídas explícitamente desde el Programa.

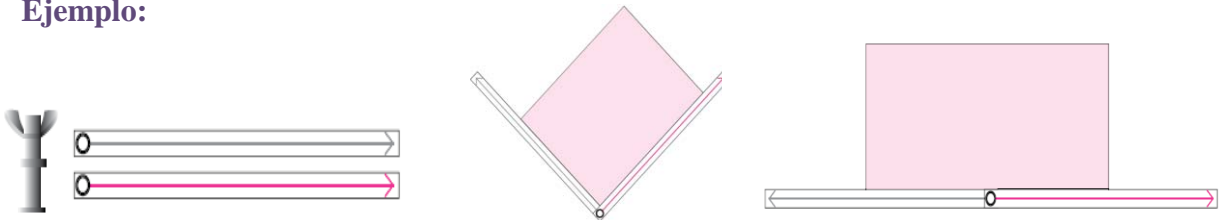
Objetivo de Aprendizaje 19: Construir ángulos con el transportador y compararlos.

Actividades del Programa de Estudio de Matemáticas de Cuarto año básico:

1. Determinan ángulos de objetos de la sala de clase con una herramienta simple.
2. Indican en el cuaderno de matemáticas ángulos de 90° , 180° y 360° , utilizando la herramienta de la actividad 1.
3. Usan la herramienta de la actividad 1 para construir ángulos de 90° , 270° ($180^\circ, 360^\circ$) en el cuaderno de matemáticas.
4. Construyen con la herramienta de la actividad 1 ángulos de 45° , 135° , 225° y 315° , utilizando las líneas diagonales de las cuadrículas.
5. Colorean las áreas entre las flechas de ángulos de 45° , 90° , 135° , 180° , 225° , 270° y 315° en forma separada, para visualizar el concepto de ángulo.
6. Explican y aplican el uso del transportador con ayuda de la herramienta de la actividad 1 para medir y construir ángulos.
7. Construyen ángulos entre 0° y 180° usando el transportador.
8. Identifican y registran en diferentes objetos del entorno, ángulos menor que 90° , mayor de 90° y menor de 180° .

Actividad 1: Determinan ángulos de objetos de la sala de clases con una herramienta simple, como la que aparece a continuación:

Ejemplo:



Observaciones al docente: Para la herramienta para medir ángulos se necesita el siguiente material: 2 tiras semitransparentes firmes (tapas de carpetas, micas u otros), marcar con flechas (dos colores) y un agujero; tornillo de mariposa.

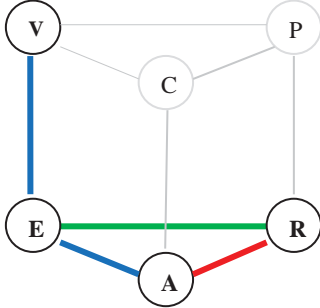
Análisis del ETG:

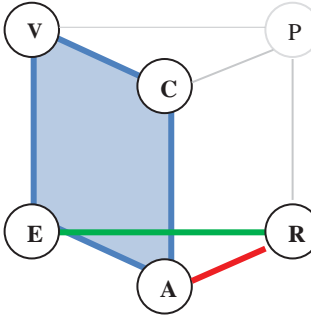
Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Observan objetos de la sala y determinan sus ángulos con unas tiras articuladas.</p>	<p>El trabajo geométrico comienza en el Artefacto y se relaciona bidireccionalmente hacia el Espacio real y local, esto se sustenta debido a que los estudiantes para utilizar las tiras articuladas deberán extraer información desde los conocimientos que ellos ya poseen, respecto a los ángulos de 45° y 90°.</p> <p>Simultáneamente, se produce la Génesis Semiótica, ya que tanto la Visualización, como el Espacio real y local poseen igual importancia al momento de realizar la tarea geométrica, puesto que los estudiantes realizarán las representaciones mentales de los ángulos que ya conocen (45° y 90°), para determinar los ángulos en los objetos de la sala de clases.</p> <p>Del mismo modo, se presenta una relación bidireccional entre el Artefacto y el Referencial teórico, puesto que las tiras, al no ser estáticas aportan a la formación del concepto de ángulo, entregando la característica de que estos poseen un denominado rayo móvil, lo cual, a su vez, aporta al buen uso de las tiras articuladas.</p> <p>Además, el Espacio real y local se relaciona bidireccionalmente con el referencial teórico, debido que la información presente en el primer componente mencionado, aporta al desarrollo de este último, y viceversa, es</p>	<p>DIAGRAMA 11</p>

	<p>decir, el concepto de ángulo entregará información que pasará a ser parte del Espacio real y local.</p> <p>A medida que los estudiantes hacen uso de las tiras articuladas en los objetos, van probando y visualizando los ángulos, por ende, se establece una relación bidireccional entre el proceso de Visualización y sólo Prueba.</p> <p>Finalmente, en la tarea geométrica no se presenta el proceso de Construcción, visto que no se solicita utilizar las tiras articuladas para realizar construcciones mecánicas de ningún tipo. Además, la Argumentación no se lleva a cabo, ya que el Referencial teórico no se utiliza para fundamentar las respuestas obtenidas.</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p style="text-align: center;">Componentes y Procesos de la circulación</p> <p>E: Ángulos de 90° y 45°, objetos del entorno.</p> <p>A: Tiras articuladas.</p> <p>R: Concepto de ángulo.</p> <p>V: Imagen y/o representación mental de los ángulos 90° y 45°.</p> <p>C: No se presenta.</p> <p>P: Prueba de ángulos con tiras articuladas. No se presenta argumentación.</p> </div>
--	---	---

Actividad 2: Indican en el cuaderno de matemáticas ángulos de 90°, 180° y 360°, utilizando la herramienta de la actividad 1.

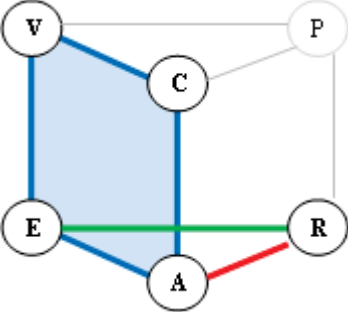
Análisis del ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Caso 1: Señalan y marcan en el cuaderno de matemáticas ángulos.</p>	<p>La tarea geométrica inicia a partir de la Génesis Semiótica, puesto que los alumnos realizan una Visualización del ángulo de 90°, conocimiento perteneciente a su Espacio real y local. El trabajo geométrico circula principalmente en el plano horizontal epistemológico, dentro del cual se dan distintas relaciones bidireccionales. Una de ellas es la relación bidireccional entre el Espacio real y local con el Artefacto, ya que se deben utilizar las tiras articuladas (en primera instancia), en función de los elementos presentes en el Espacio real y local para lograr la tarea planteada. Así también, se genera una relación bidireccional entre el Espacio real y local con el Referencial teórico, puesto que los alumnos utilizan los conocimientos presentes del primero para ampliar sus conocimientos del concepto de ángulo. A su vez, se produce una relación bidireccional entre el Artefacto y el Referencial teórico, lo anterior se sustenta en que, al utilizar el Artefacto para construir los distintos ángulos solicitados, se establece un aporte al desarrollo del concepto de ángulo.</p>	<div style="text-align: center;">  <p>DIAGRAMA 12</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>Componentes y Procesos de la circulación</p> <p>E: Ángulo de 90°. A: Tiras articuladas. R: Concepto de ángulo. V: Imagen y/o representación mental de los ángulo 90°. C: No se presenta. P: No se presenta.</p> </div>

<p>Caso 2:</p> <p>Señalan y marcan en el cuaderno de matemáticas ángulos.</p>	<p>El trabajo geométrico comienza en la Génesis Semiótica, ya que los estudiantes utilizan la información de su Espacio real y local relacionada al ángulo de 90° para ir creando la representación mental que les permitirá ir desarrollando la actividad. Para hacer uso del Artefacto, es necesario nuevamente utilizar la información desde el Espacio real y local, relacionando de manera bidireccional ambos componentes. Así mismo, a partir de dicha manipulación el estudiante realiza una construcción mecánica de los tres ángulos solicitados, por esta razón se produce una Génesis Instrumental. A medida que los alumnos construyen los ángulos solicitados, van apoyándose en las representaciones mentales de estos, por lo tanto, se relacionan de manera bidireccional los procesos de Visualización y de Construcción. Como consecuencia de la interacción entre los componentes y procesos anteriormente mencionados, en la circulación se presenta un Plano Semiótico Instrumental.</p> <p>Por otra parte, con respecto al componente Referencial teórico, se relaciona bidireccionalmente con el Espacio real y local, dado que la información de este último es útil para ir desarrollando el concepto de ángulo y este concepto entrega nueva información que pasará a ser parte de los conocimientos que los alumnos poseerán. Del mismo modo, se relaciona de manera bidireccional con el Artefacto, ya que la manipulación de las tiras articuladas, también aporta con la forma de los ángulos que deben construirse y así se nutre el concepto de ángulo.</p> <p>En la tarea geométrica no se presenta el proceso de Prueba-argumentación, ya que no se solicita dentro de ella.</p>	 <p>DIAGRAMA 12 a</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-top: 10px;"> <p>Componentes y Procesos de la circulación</p> <p>E: Ángulo recto.</p> <p>A: Tiras articuladas.</p> <p>R: Concepto de ángulo.</p> <p>V: Imagen y/o representación mental de ángulo de 90°.</p> <p>C: Construcción de ángulos 90°, 180° y 360°.</p> <p>P: No se presenta.</p> </div>
---	---	--

Actividad 3: Usan la herramienta de la actividad 1 para construir ángulos de 90° , 270° (180° , 360°) en el cuaderno de matemática.

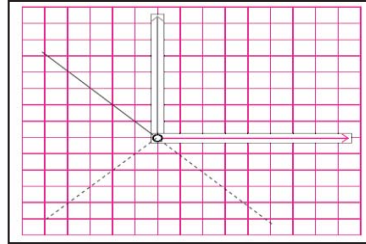
Análisis del ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Construyen ángulos de 90°, 270° (180°, 360°), utilizando tiras articuladas</p>	<p>La tarea geométrica comienza desde la Génesis Semiótica, ya que los alumnos realizan imágenes mentales de los ángulos que se encuentran dentro de su Espacio real y local para lograr lo solicitado.</p> <p>Así mismo, el Espacio real y local tiene una relación bidireccional con el Artefacto, puesto que, a partir de las tiras articuladas, se solicita la construcción de ángulos de 90°, 180° y 360° que son parte de los conocimientos de los estudiantes.</p> <p>Por otro lado, existe una relación bidireccional entre la Visualización y la Construcción, debido a que los estudiantes representan mentalmente los distintos ángulos para luego construirlos.</p> <p>Así también, se origina una Génesis Instrumental, ya que a partir de las tiras articuladas que corresponden al Artefacto, los alumnos construyen los distintos ángulos solicitados. Las conjugaciones de cada una de estas relaciones bidireccionales generan un Plano Vertical Semiótico-Instrumental.</p> <p>Dentro del Plano Horizontal Epistemológico, se origina una relación bidireccional entre el Espacio real y local con el Referencial teórico, puesto que el uso de los conocimientos adquiridos contribuye al desarrollo del concepto de ángulo, el cual a su vez pasará a formar parte de este Espacio real y local, conforme se adquieran más características o propiedades de este.</p> <p>Así mismo, existe una relación bidireccional entre el Referencial teórico y el Artefacto, esto se debe a que las tiras articuladas aportan al concepto de ángulo, debido a sus características.</p> <p>Concepto, que potencia al mismo tiempo</p>	 <p>DIAGRAMA 13</p>

	<p>el uso del artefacto. Finalmente, no es observable el proceso de Prueba-Argumentación, ya que la actividad no solicita probar ni argumentar en la tarea geométrica.</p>	<div style="border: 3px double black; padding: 10px;"> <p style="text-align: center;">Componentes y Procesos de la circulación</p> <p>E: Ángulos de 90°, 180°, 270° y 360° formados por tiras articuladas. A: Tiras articuladas. R: Concepto de ángulo y su medida. V: Imagen y/o representación mental de ángulos de 90°, 180°, 270° y 360°. C: Construcción mecánica de ángulos solicitados. P: No se presenta.</p> </div>
--	--	--

Actividad 4: Construyen con la herramienta de la actividad 1 ángulos de 45° , 135° , 225° y 315° , utilizando las líneas diagonales de las cuadrículas.

Ejemplo:



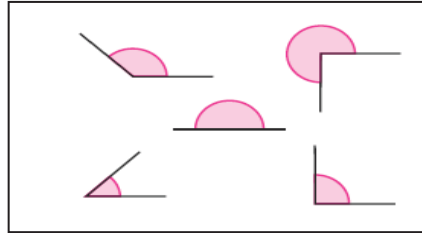
Análisis del ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Construyen ángulos de 45°, 135°, 225° y 315° mediante la suma de ángulos, trazando rectas en una cuadrícula</p>	<p>El trabajo geométrico inicia en la Génesis Semiótica, puesto que, para comenzar con la tarea, se debe realizar una representación mental de los ángulos solicitados, a partir de la utilización de la información del Espacio real y local que poseen los estudiantes.</p> <p>Además, al hacer uso del Artefacto, los estudiantes ponen en práctica nuevamente la información presente en el Espacio real y local, provocando una relación bidireccional entre ambos componentes, puesto que se usarán en reiteradas ocasiones las tiras articuladas para luego realizar las construcciones mecánicas de los ángulos que forman parte de su Espacio real y local. Al ir realizando la construcción mecánica de los ángulos solicitados con las tiras articuladas, se presenta una Génesis Instrumental, debido a que la interacción entre el Artefacto y la Construcción es reiterada y dependiente la una de la otra. Del mismo modo, al construir los ángulos, utilizando las medidas que ya conocen (45° y 90°) y otras no conocidas, se va generando una imagen mental de los ángulos en la cuadrícula, por consiguiente, se relacionan de manera bidireccional los procesos de Visualización y Construcción.</p> <p>A raíz de las interacciones entre los componentes y procesos mencionados, en la tarea geométrica se presenta el Plano Vertical Semiótico-Instrumental.</p>	<p>DIAGRAMA 14</p>

	<p>Respecto al componente Referencial teórico, este por una parte se relaciona de manera bidireccional con el Espacio real y local, ya que a partir de los ángulos ya conocidos (45° y 90°) se da el conocimiento de nuevos ángulos, lo cual aporta al desarrollo del concepto de ángulo. Por otra parte, el Referencial Teórico, también se relaciona bidireccionalmente con el Artefacto, puesto que, al hacer uso de las tiras articuladas para construir distintos ángulos, se refuerza el concepto a desarrollar.</p> <p>Por último, en el trabajo geométrico no se presenta el proceso de Prueba-argumentación, ya que no se solicita explicar, probar ni fundamentar la tarea realizada.</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p style="text-align: center;">Componentes y Procesos de la circulación</p> <p>E: Cuadrícula, diagonales, ángulos de 45°, 135°, 225° y 315° formados con las tiras.</p> <p>A: Tiras articuladas</p> <p>R: Concepto de ángulo y diagonal</p> <p>V: Imagen y/o representación mental de ángulos sobre una cuadrícula.</p> <p>C: Construcción de ángulos 45°, 135°, 225° y 315°.</p> <p>P: No presenta.</p> </div>
--	---	--

Actividad 5: Colorean las áreas entre las flechas de ángulos de 45°, 90°, 135°, 180°, 225°, 270° y 315° en forma separada, para visualizar el concepto de ángulo.

Ejemplo:

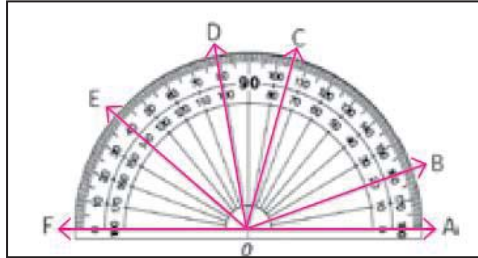


Análisis del ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Colorean áreas entre las flechas de distintos ángulos dados</p>	<p>El trabajo geométrico inicia en la Génesis Semiótica, debido a que los estudiantes al momento de realizar la representación mental del ángulo también hacen uso de la información presente en el Espacio real y local.</p> <p>Por otro lado, no es posible hacer uso del artefacto, puesto que los elementos del Espacio real y local no se relacionan con lo solicitado en la tarea geométrica, ya que el contenido de área es posterior al de ángulos, obstaculizando su desarrollo.</p> <p>Finalmente, no existe Construcción de ningún tipo, ya que solo se pretende que los alumnos colorean, tampoco se presenta un Referencial Teórico dentro de la tarea, así mismo el proceso de Prueba-Argumentación no se lleva a cabo, ya que en la actividad no se solicita a los alumnos generar pruebas o argumentos.</p> <p>Cabe destacar que la redacción de la actividad imposibilita la comprensión y el desarrollo de la tarea, puesto que el concepto de área presente en dicha redacción, no concuerda con los términos expuestos dentro del marco teórico relacionado con ángulos.</p>	<div style="text-align: center;"> <p>DIAGRAMA 15</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>Componentes y Procesos de la circulación</p> <p>E: Forma de ángulos de: 45°, 90°, 135°, 180°, 225°, 270°, 315°</p> <p>A: lápices de colores.</p> <p>R: No se presenta.</p> <p>V: Imagen y/o representación mental de ángulos.</p> <p>C: No se presenta.</p> <p>P: No se presenta</p> </div>

Actividad 6: Explican y aplican el uso del transportador con ayuda de la herramienta de la actividad 1 para medir y construir ángulos como los del dibujo.

Ejemplo:



Análisis del ETG:

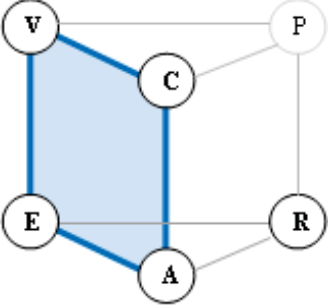
Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Construyen ángulos con tiras articuladas y transportador, explicando el uso de este último.</p>	<p>El trabajo geométrico comienza en el Artefacto, ya que haciendo uso del transportador y las tiras articuladas, los alumnos construyen mecánicamente los ángulos solicitados, dando origen a una Génesis Instrumental.</p> <p>Paralelamente, se presenta una Génesis Semiótica, puesto que tanto el proceso de Visualización y el componente Espacio real y local se dan de manera simultánea, es decir, al momento en que los estudiantes realizan la imagen mental del ángulo, también hacen uso de los conocimientos que poseen con respecto a la tarea (ángulos entre 0° y 180°).</p> <p>Por otro lado, haciendo uso de la información presente en el Espacio real y local, los estudiantes manipulan las tiras articuladas estableciendo una relación bidireccional entre el componente mencionado y el Artefacto, debido a que los ángulos entre 0° y 180° son los que indicarán con las tiras articuladas en el transportador reiteradamente.</p> <p>Así mismo, se da una relación bidireccional entre el proceso de Visualización y Construcción, puesto que a partir de la imagen mental de los ángulos solicitados se realiza la construcción mecánica de estos, del mismo modo al construir ángulos nuevos se logra realizar una imagen mental de</p>	<p>DIAGRAMA 16</p>

	<p>estos.</p> <p>A partir de la interacción entre los componentes y procesos anteriormente mencionados, se completa el plano Semiótico Instrumental.</p> <p>Por otro lado, al utilizar el transportador y las tiras articuladas para la construcción mecánica de los ángulos solicitados, se refuerza y fortalece el concepto de ángulo, estableciendo una relación bidireccional entre el Artefacto y el Referencial teórico. Así mismo, entre este último componente y el proceso de Prueba-argumentación se origina una Génesis Discursiva, puesto que la actividad solicita explicar el uso del transportador, utilizando para esto el Referencial teórico. Además, se da una relación bidireccional entre el proceso de Prueba-argumentación y Construcción, puesto que haciendo uso del transportador los alumnos prueban si los ángulos construidos corresponden a los solicitados en la actividad.</p> <p>Tras lo descrito anteriormente se origina el plano Instrumental-Discursivo.</p> <p>Existe una relación bidireccional entre la Visualización y la Prueba-argumentación, debido que los alumnos, a partir de las representaciones mentales de los distintos ángulos, apoyándose en el transportador, prueban si los ángulos construidos corresponden a los solicitados.</p> <p>En cuanto al Espacio real y local y el Referencial teórico se crea una relación bidireccional, ya que los estudiantes hacen uso de los conocimientos que poseen para fortalecer el Referencial teórico, y viceversa, pues a partir de este último componente se amplía el primero.</p> <p>En base a las relaciones anteriores, se establece la formación del plano Semiótico-Discursivo.</p> <p>En la tarea geométrica se lleva a cabo una circulación completa, puesto que presenta los planos Horizontales (Cognitivo y Epistemológico), así como también los planos (Semiótico-Instrumental, Instrumental-Discursivo y Semiótico-</p>	
--	---	--

	Discursivo).	<div style="border: 3px double black; padding: 10px;"> <p style="text-align: center;">Componentes y Procesos de la circulación</p> <p>E: Ángulos construidos mecánicamente entre 0° y 180°</p> <p>A: Transportador y tiras articuladas.</p> <p>R: Concepto de ángulo.</p> <p>V: Imagen y/o representación mental de ángulos.</p> <p>C: Construcción mecánica de ángulos solicitados.</p> <p>P: Explicación y aplicación del uso del transportador.</p> </div>
--	--------------	--

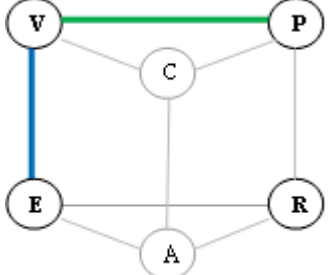
Actividad 7: Construyen ángulos entre 0° y 180° usando el transportador

Análisis del ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Realizan construcciones mecánicas de ángulos entre 0° Y 180° con el transportador.</p>	<p>El trabajo geométrico comienza en el Artefacto, ya que, con el uso del transportador, se construyen los ángulos solicitados, dando origen a una Génesis Instrumental. De forma paralela, se produce la Génesis Semiótica, puesto que, se enriquece el Espacio Real y Local, con los ángulos que se construyen, aportando a las representaciones mentales de las distintas medidas de los ángulos.</p> <p>A medida que los estudiantes construyen, realizan las representaciones mentales de los ángulos solicitados, produciendo una relación bidireccional, entre el proceso de Construcción y Visualización.</p> <p>Por otro lado, se presenta una relación bidireccional entre el Espacio real y local y el Artefacto, debido que, al manipular el transportador, se utiliza de forma constante la información que los estudiantes poseen con respecto a la construcción de ángulos, almacenadas en el primer componente.</p> <p>Como consecuencia de la interacción entre los procesos y componentes anteriormente mencionados se presenta un Plano Vertical Semiótico- Instrumental.</p> <p>El Referencial teórico no es trabajado mediante esta actividad, puesto que la tarea se centra en la construcción mecánica de ángulos.</p> <p>A lo anterior, se agrega que, la tarea geométrica no presenta el proceso de Prueba-argumentación, puesto que no se solicita probar, comprobar y tampoco fundamentar el trabajo realizado.</p>	<div style="text-align: center;">  <p>DIAGRAMA 17</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>Componentes y Procesos de la circulación</p> <p>E: Ángulos contruidos mecánicamente.</p> <p>A: Transportador.</p> <p>R: Concepto de ángulo (medidas de ángulo)</p> <p>V: Imagen y/o representación mental de distintos ángulos.</p> <p>C: Construcción mecánica de ángulos entre 0° y 180°.</p> <p>P: No se presenta.</p> </div>

Actividad 8: Identifican y registran en diferentes objetos del entorno, ángulos menor que 90°, mayor de 90° y menor de 180°.

Análisis del ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Observan objetos del entorno e identifican ángulos y los registran según sus medidas.</p>	<p>La tarea geométrica comienza en el proceso de Visualización hacia el Espacio real y local, debido a que los estudiantes crean una representación mental de la información que poseen con respecto a los ángulos y sus medidas en relación a los objetos del entorno, produciéndose una Génesis Semiótica.</p> <p>A partir de la Visualización, se crea una relación bidireccional con el proceso de Prueba-argumentación, ya que existen distintas formas de constatar si los ángulos hallados en los objetos del entorno, cumplen con las características solicitadas.</p> <p>No se origina una relación entre el Espacio Real y Local y el Referencial teórico, debido a que, la tarea no enriquece este último componente.</p> <p>Esta tarea no presenta Artefacto, pues los estudiantes no deben hacer uso de ninguna herramienta, para llevar a cabo dicha tarea, por lo tanto, tampoco se presenta el proceso de Construcción.</p> <p>Por otro lado, no es posible establecer una relación entre el proceso de Prueba-argumentación y el Referencial teórico, pues no se solicita que los estudiantes argumenten, fundamenten o expliquen el desarrollo de la tarea geométrica.</p>	 <p style="text-align: center;">DIAGRAMA 18</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p style="text-align: center;">Componentes y Procesos de la circulación</p> <p>E: Objetos del entorno</p> <p>A: No se presenta.</p> <p>R: Concepto de ángulo (menor que 90°, mayor de 90° y menor de 180°).</p> <p>V: Imagen mental de ángulos en objetos del entorno.</p> <p>C: No se presenta</p> <p>P: Pruebas a partir de la imagen mental de ángulos de 90° y 180°.</p> </div>

4.3 Categorización de los ETG

A partir del análisis del ETG realizado para cada actividad sugerida del Programa de Estudio de Matemática de tercero y cuarto básico, se originan 27 diagramas de entrada al trabajo geométrico, en vista de esto, nace la necesidad de organizar dichos diagramas en dos categorías:

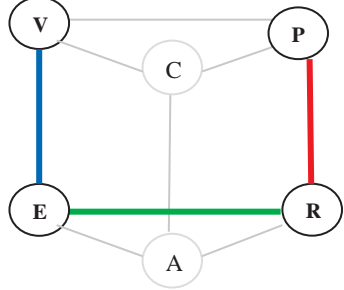
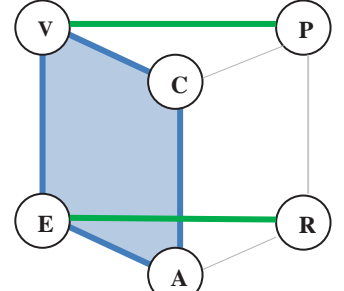
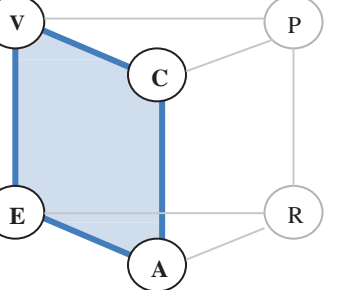
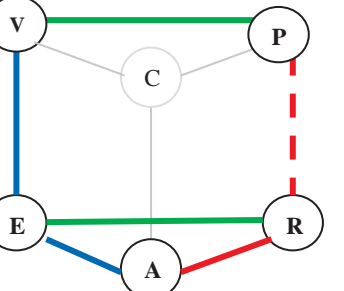
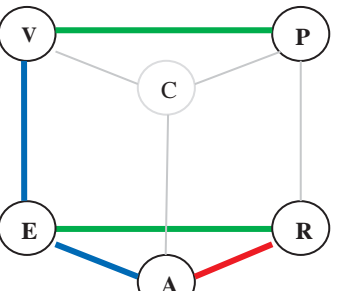
- Según su relación horizontal.
- Según su relación vertical.

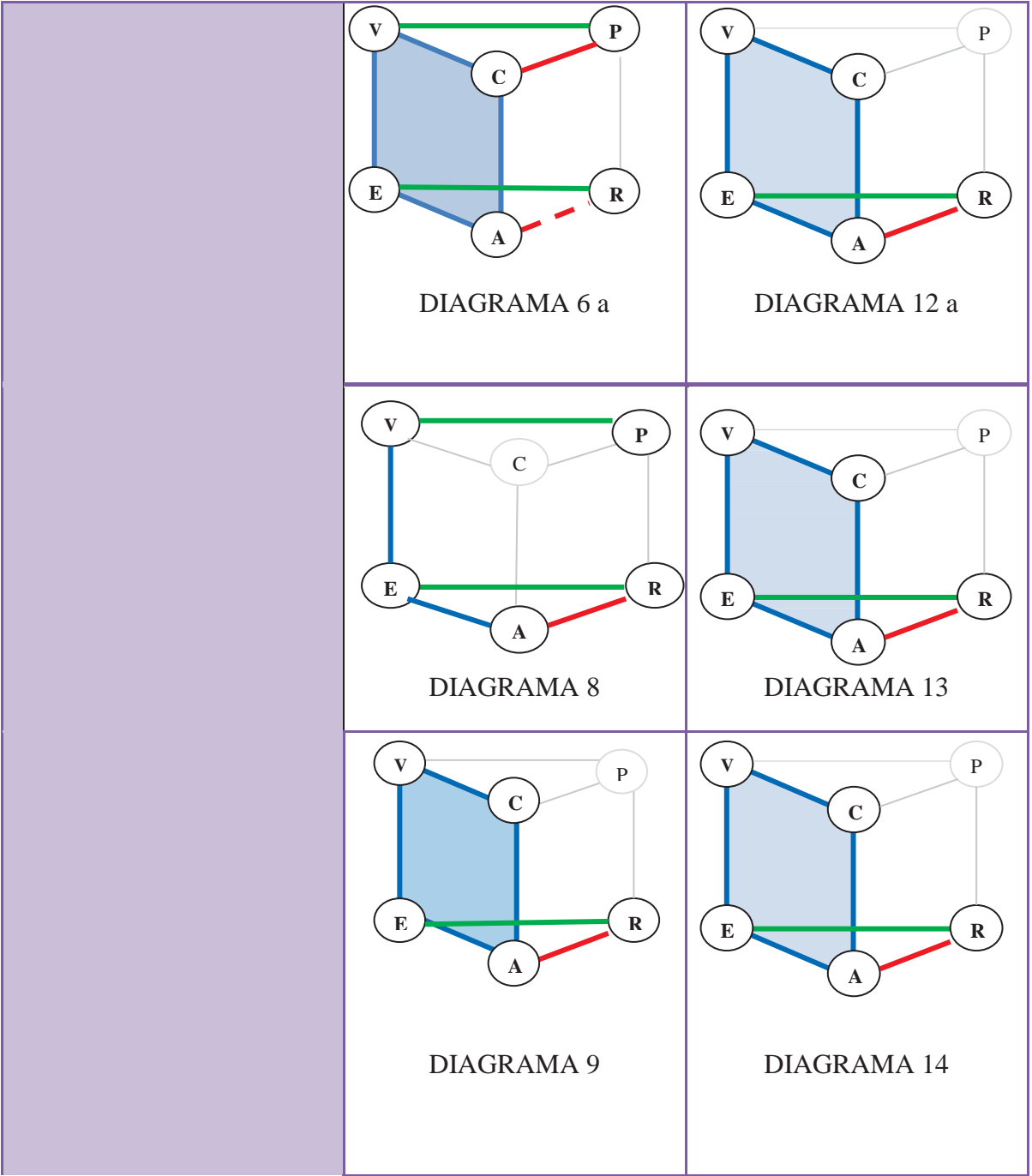
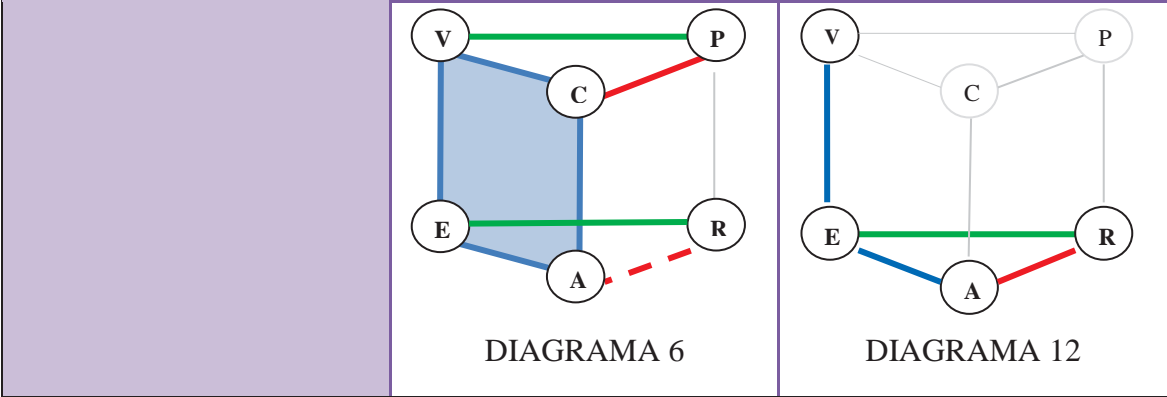
4.3.1 Categorización según relación horizontal

Dentro de esta primera categorización, se presentan las siguientes diagramaciones:

- a. No hay existencia de planos horizontales completos
- b. Hay existencia de solo un plano horizontal completo
- c. Hay existencia de dos planos horizontales completos

	OA18 - 3º Básico	OA19 - 4º Básico
No hay existencia de planos horizontales completos	<p>DIAGRAMA 1</p>	<p>DIAGRAMA 15</p>
	<p>DIAGRAMA 1 a</p>	<p>DIAGRAMA 17</p>
	<p>DIAGRAMA 2</p>	<p>DIAGRAMA 18</p>
	<p>DIAGRAMA 4</p>	

	 <p>DIAGRAMA 5</p>	
	 <p>DIAGRAMA 7</p>	
	 <p>DIAGRAMA 10</p>	
<p>Hay existencia de solo un plano horizontal completo</p>	 <p>DIAGRAMA 3</p>	 <p>DIAGRAMA 11</p>



Hay existencia de dos
planos horizontales
completos

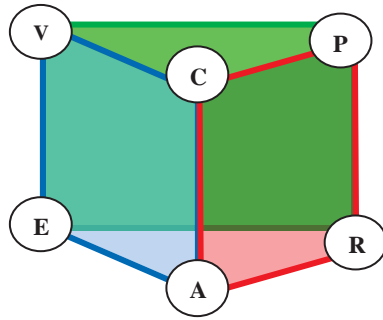


DIAGRAMA 5 a

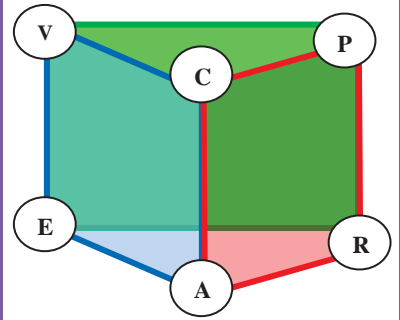


DIAGRAMA 16

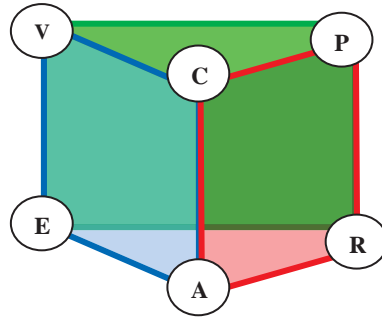


DIAGRAMA 5 b

4.3.2 Categorización según relación vertical

En este apartado, se llevará a cabo la categorización según la relación vertical, las diagramaciones se clasificarán de la siguiente manera:

- a. Hay existencia de al menos una posible relación bidireccional entre planos horizontales.
- b. Hay existencia de al menos una relación bidireccional entre planos horizontales.
- c. Hay existencia de al menos un plano [semi-ins]- [ins-dis]-[sem-dis].

	OA18 - 3º Básico	OA19 - 4º Básico
<p>Hay existencia de al menos una posible relación bidireccional entre planos horizontales.</p>	<p>DIAGRAMA 1 a</p>	
	<p>DIAGRAMA 3</p>	

<p>Hay existencia de al menos una relación bidireccional entre planos horizontales.</p>	<p>DIAGRAMA 1</p>	<p>DIAGRAMA 11</p>
	<p>DIAGRAMA 2</p>	<p>DIAGRAMA 12</p>

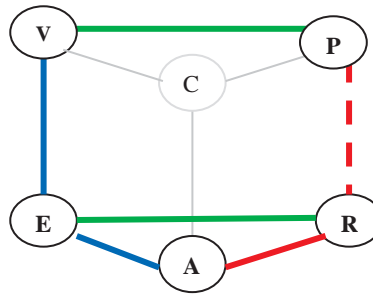


DIAGRAMA 3

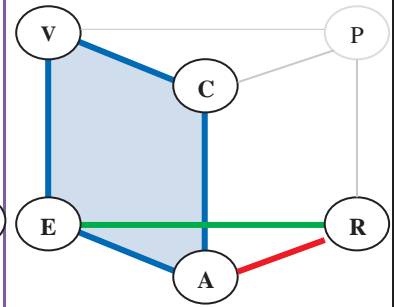


DIAGRAMA 12 a

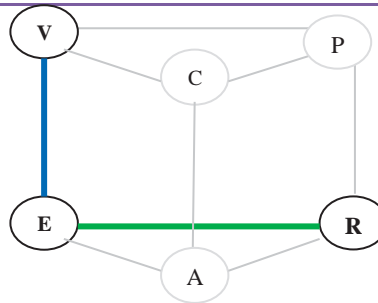


DIAGRAMA 4

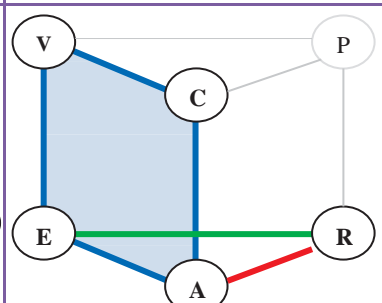


DIAGRAMA 13

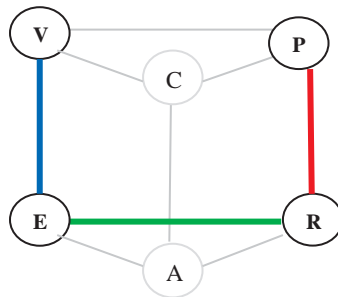


DIAGRAMA 5

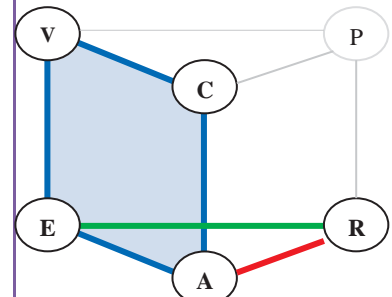


DIAGRAMA 14

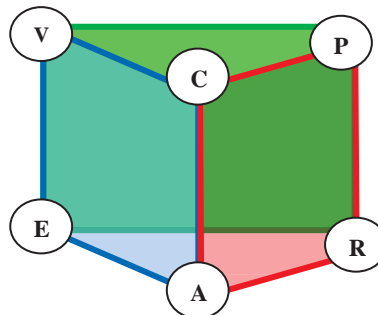


DIAGRAMA 5 a

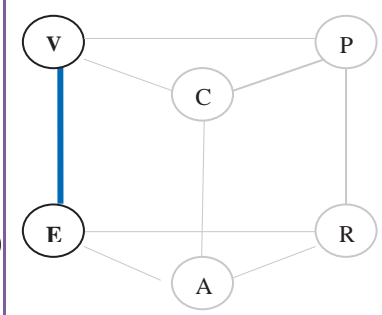


DIAGRAMA 15

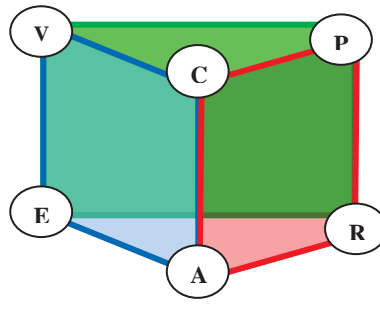


DIAGRAMA 5 b

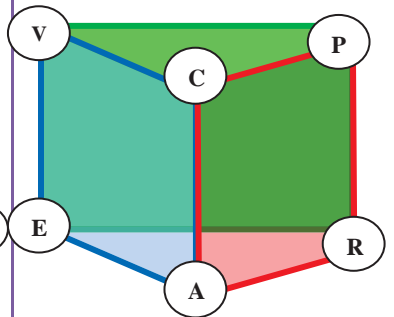


DIAGRAMA 16

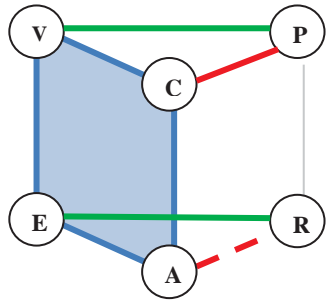


DIAGRAMA 6

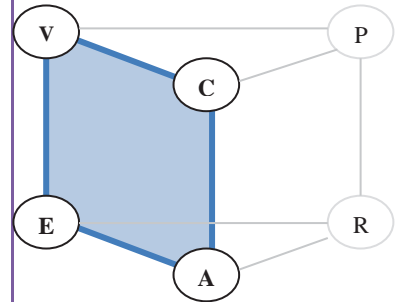


DIAGRAMA 17

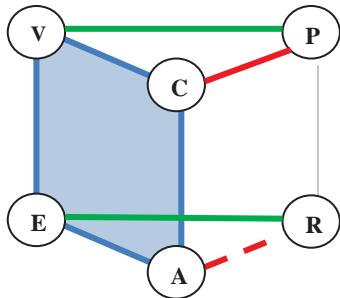


DIAGRAMA 6 a

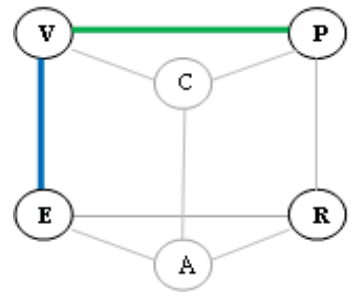


DIAGRAMA 18

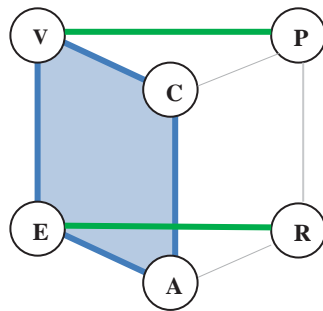


DIAGRAMA 7

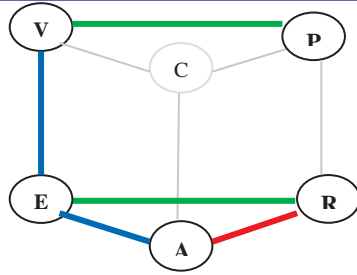


DIAGRAMA 8

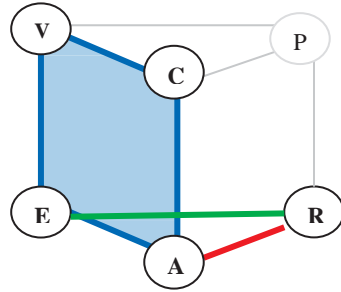


DIAGRAMA 9

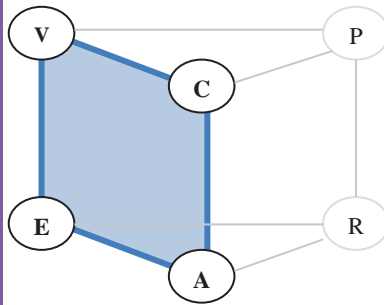


DIAGRAMA 10

Hay existencia de al menos
un plano [semi-ins]- [ins-
dis]-[sem-dis]

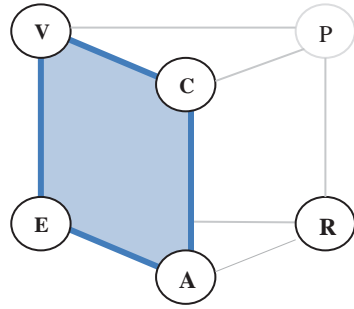


DIAGRAMA 1

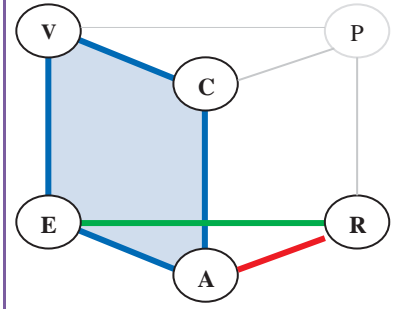


DIAGRAMA 12 a

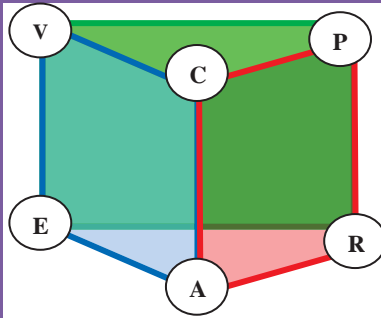


DIAGRAMA 5 a

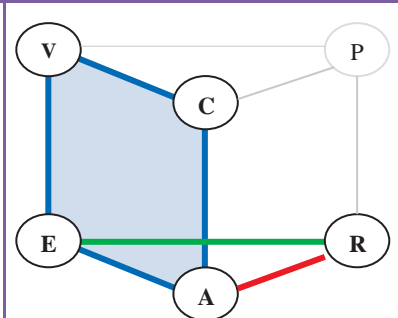


DIAGRAMA 13

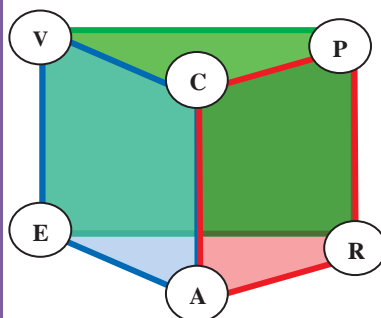


DIAGRAMA 5 b

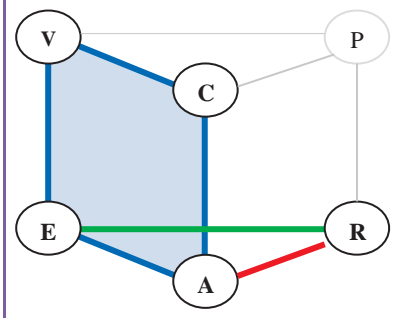


DIAGRAMA 14

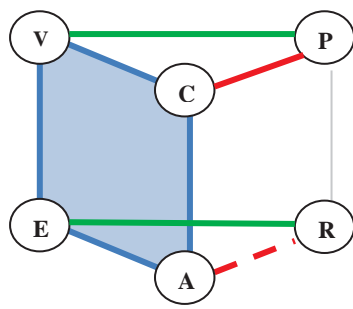


DIAGRAMA 6

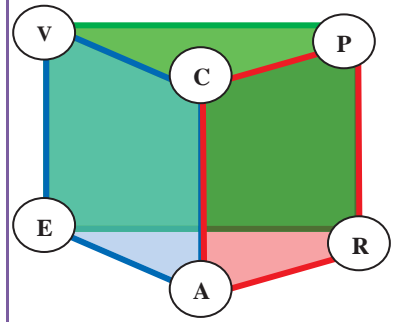


DIAGRAMA 16

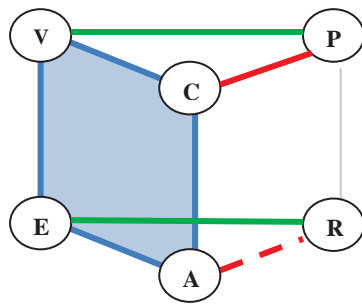


DIAGRAMA 6 a

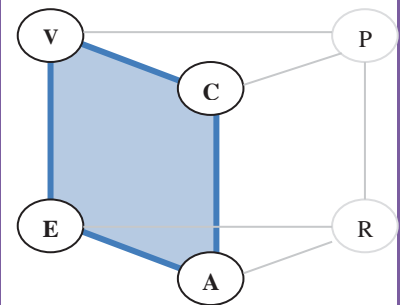


DIAGRAMA 17

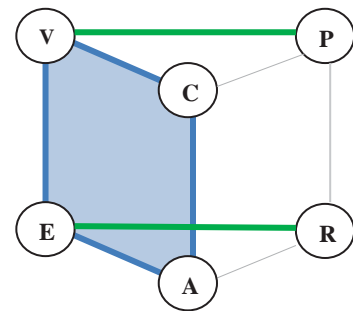


DIAGRAMA 7

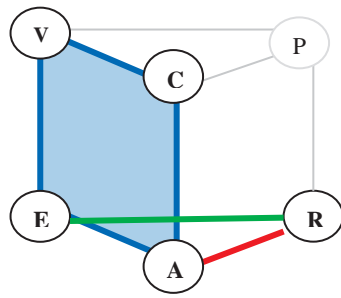


DIAGRAMA 9

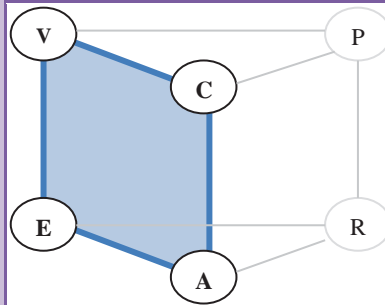
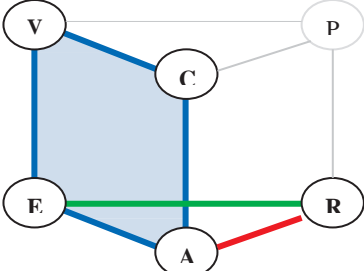
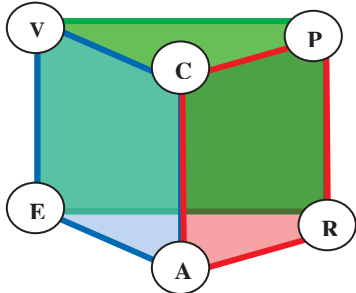
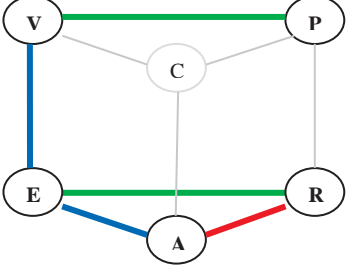
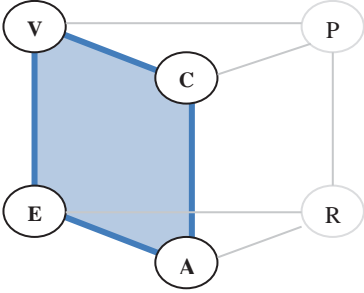
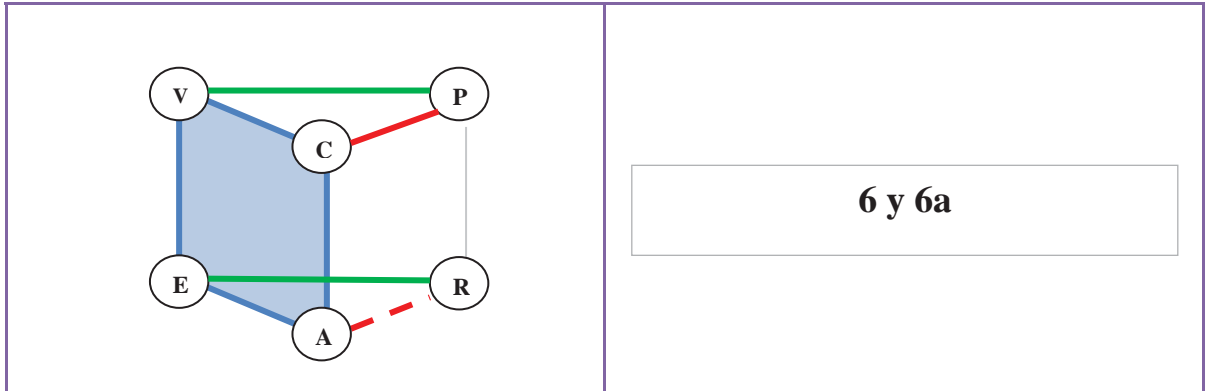


DIAGRAMA 10

Como ya se señaló anteriormente, a partir de los análisis y categorizaciones realizadas, se instituyeron diagramaciones que representan el ingreso y la circulación del Trabajo Geométrico en base a las actividades sugeridas en los Programas de Estudio. Estas diagramaciones son muy diversas, por lo que solo 13 de ellas presentan congruencia con otro diagrama, y estas congruencias se presentan a continuación:

Esquema	Número de esquema
	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center;"> 9, 12 a, 13, 14 </div>
	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center;"> 5 a, 5 b y 16 </div>
	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center;"> 8 y 11 </div>
	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center;"> 10 y 17 </div>



Producto de la diversidad de las diagramaciones encontradas, la categorización realizada no se llevó a cabo por congruencia, sino más bien, a través de la relación que surgían entre sus partes, naciendo así dos categorías

- 1) Según la relación entre los elementos o procesos de sus planos horizontales.
- 2) Según la relación vertical entre planos horizontales.

A partir de la primera opción de categorización expuesta anteriormente, se establece la siguiente tabla, la cual se organizan las diagramaciones desde la más básica hasta la más íntegra.

1) **Categorización 1:** Según la relación entre los elementos o procesos de sus planos horizontales.

	OA 18 (tercero básico)		OA19 (cuarto básico)		TOTAL
No hay existencia de planos	7	30,4%	3	13,1%	43,5%
Hay existencia de un plano	5	21,7%	5	21,7%	43,4%
Hay existencia de ambos planos	2	8,7%	1	4,4%	13,1%
	14	60,8%	9	39,2%	100%

Tabla N°5: Porcentaje de categorización horizontal

*Los porcentajes fueron calculados considerando un total 23 diagramas, puesto que dentro de esta categorización existen dos diagramas que comparten más de una categoría.

Una vez expuesta la tabla con sus respectivos porcentajes, se extraen los siguientes resultados en Tercero Básico:

- ❖ Hay 7 diagramas que presentan nula existencia de planos horizontales, lo que representa el 30,4% de los casos totales.
- ❖ 5 diagramas presentan existencia de un plano horizontal completo, siendo estos el 21,7% de los casos totales.
- ❖ Hay existencia de 2 diagramas que presentan ambos planos horizontales completos, correspondiendo estos al 8,7%.

Una vez expuesta la tabla con sus respectivos porcentajes, se extraen los siguientes resultados en Cuarto Básico:

- ❖ Existen 3 diagramas en cuarto básico que presentan la nula existencia de planos horizontales, siendo estos el 13,1% de los casos totales.
- ❖ Existen 5 diagramaciones en cuarto básico que evidencian la existencia de un plano horizontal completo, lo que representa el 21,7% de los casos totales.
- ❖ Existe 1 diagrama en cuarto básico que presenta la existencia de ambos planos horizontales completos, correspondiendo este al 4,4% de los casos totales.

Mencionado lo anterior, es evidente que las circulaciones de cada actividad sugerida por el Programa de Estudio resultan diversas en cuanto a la circulación del Espacio de Trabajo Geométrico, siendo la mayoría de estas básicas para lo que debería propender la enseñanza de la geometría y más aún en nuevo contenido como lo es ángulo, queda al manifiesto que las circulaciones llevadas a cabo para cuarto básico resultan inferiores en comparación a tercero básico, ya que existe un porcentaje menor de 4,4% contra un 8,7% en la categoría de existencia de ambos planos completos.

2) **Categorización 2:** Según la relación vertical entre planos horizontales.

	OA 18 (tercero básico)		OA19 (cuarto básico)		TOTAL
Hay existencia de al menos una posible relación bidireccional entre planos horizontales	2	5,4%	0	0%	5,4%
Hay existencia de al menos una relación bidireccional entre planos horizontales	13	35,2%	9	24,3%	59,5%
Hay existencia de al menos un plano [semi-ins]-[ins-dis]-[semi-dis]	8	21,6%	5	13,5%	35,1%
	23	62,2%	14	37,8%	100%

Tabla N°5: Porcentaje de categorización según relación vertical entre planos horizontales

*Los porcentajes fueron calculados considerando un total de 37 diagramas, puesto que dentro de esta categorización existen catorce que comparten más de una categoría.

A partir de la tabla expuesta anteriormente, se extraen los siguientes resultados para tercero básico:

- ❖ No hay presencia de obstáculos entre planos horizontales.
- ❖ Se presentan dos casos en los cuales existe la posibilidad de una relación bidireccional entre planos horizontales, siendo un 4,9% del total.
- ❖ Se detallan trece casos en los cuales hay existencia de al menos una relación bidireccional entre planos horizontales, esto significa que se da al menos una génesis. Esto corresponde a un 31,7% del total de los 41 casos.
- ❖ Finalmente, la existencia de al menos un plano [semi-ins]- [ins-dis]-[semi-dis] se resume a ocho casos, lo que en porcentajes se traduce a un 19,5%.

A partir de la tabla expuesta anteriormente, se extraen los siguientes resultados para cuarto básico:

- ❖ Tampoco se presentan diagramas que exhiben una posible relación bidireccional entre planos horizontales.
- ❖ Existen 9 casos en cuarto básico en los cuales hay presencia de al menos una relación bidireccional entre planos horizontales, lo que corresponde a un 24,3%.
- ❖ Finalmente, la existencia de al menos un plano [semi-ins]- [ins-dis]-[semi-dis] corresponde a 5 casos dentro de este nivel, lo cual se representa en un 13,5% de los casos totales categorizados

A partir del desglose informativo de la tabla expuesta se puede señalar que, el total de diagramaciones realizadas corresponde a 23, por ende, en todas las actividades, tanto de tercero como de cuarto básico, presentan al menos una relación bidireccional entre planos horizontales, lo que significa que en todas las actividades sugeridas, tomando en consideración sus diversos casos, se da origen al menos a una génesis, ya sea semiótica, instrumental o discursiva. Esta información no se ve reflejada explícitamente en la tabla, puesto que al existir veinte diagramas que comparten más de una categoría, el total de estos aumenta al momento de extraer los porcentajes.

Por otro lado, pese a que se hallen posibles relaciones bidireccionales, existen trece diagramas que presentan al menos un plano [semi-ins]-[ins-dis]-[sem-dis], lo cual corresponde a un 35,1% del total real de diagramas realizados (23), por tanto, este porcentaje de actividades sugeridas correspondientes a los niveles señalados, movilizan, en el más básico de los casos, al menos dos procesos del plano horizontal cognitivo y al menos dos componentes del plano horizontal epistemológico.

A continuación, se presenta un gráfico que se desprende a partir de las relaciones establecidas entre los planos [semi-ins]-[ins-dis]-[sem-dis] y horizontales (Epistemológico y Cognitivo) y categorizaciones involucradas y mencionadas con anterioridad.

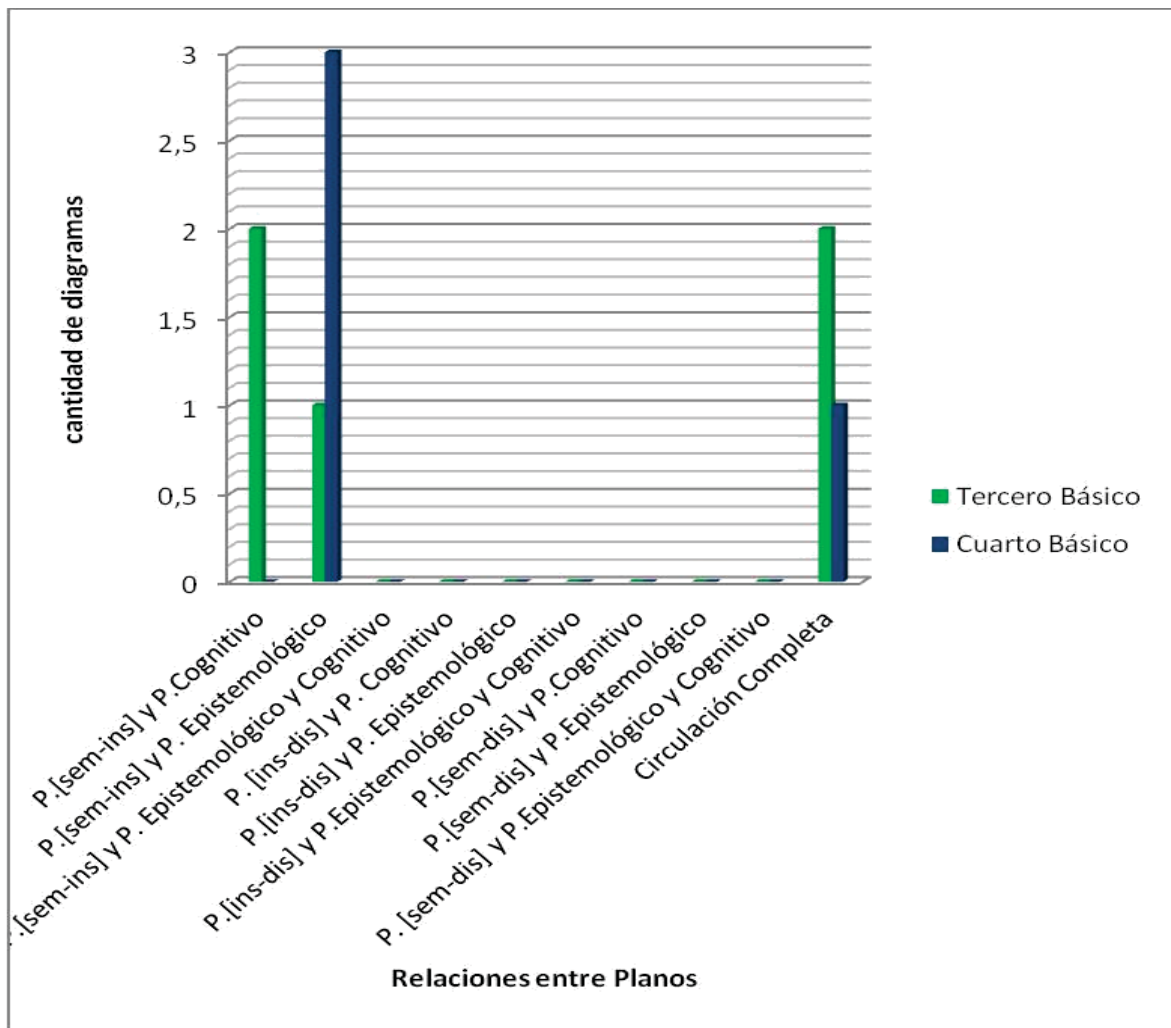


Gráfico 1: Relaciones desprendidas de la categorización de Tercer y Cuarto año básico

Especificaciones con respecto al gráfico:

*Circulación Completa: Implica la circulación de los planos [semi-ins]- [ins-dis]-[sem-dis] y planos horizontales.

*El total de diagramas encontrados en las actividades son 23, sólo 9 de estos logran ingresar a las relaciones mencionadas.

A partir de lo presentado anteriormente, se pueden desprender las siguientes conclusiones:

- En primer lugar, el 44,4% de las actividades propuestas para tercero básico movilizan los procesos del Plano Cognitivo, mientras que en cuarto básico las actividades tienen su foco en los componentes del Plano Epistemológico.
- En segundo lugar, las actividades expuestas tanto para tercero como para cuarto básico, presentan casi en su totalidad, salvo dos excepciones, el inicio de la tarea geométrica en la Génesis Semiótica, lo que permite situar al proceso y componente presente en ésta como fundamentales para desarrollar las actividades.
- Como tercer aspecto a concluir, se hace patente mencionar el hecho de que todas aquellas actividades que presentan una circulación completa de todos los procesos y componentes involucrados (dos en tercero y una en cuarto), poseen su orientación en la aplicación y utilización de artefactos para efectuar construcciones, y finalmente argumentar los resultados de la tarea geométrica.
- Las relaciones [sem-ins] y Planos Epistemológicos y Cognitivos – [ins-dis] y Plano Cognitivo – [ins-dis] y Plano Epistemológico – [ins-dis] y Planos Epistemológicos y Cognitivos – [sem-dis] y Planos Cognitivos – [sem-dis] y Planos Epistemológicos – [sem-dis] y Planos Epistemológicos y Cognitivos, se presentan en 0% de las actividades.
- En base a lo anterior, es posible establecer que el resto de las actividades presentan solo un plano completo o solo existen algunas relaciones entre procesos y componentes, por ende, en la tarea geométrica no se originan otros planos completos y no se puede establecer relaciones entre los planos antes descritos.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES

5. CONCLUSIONES

Como resultado de esta investigación, conformada por los análisis de documentos emanados desde el Ministerio de Educación como son los Programas de Estudio, Bases Curriculares y Progresiones, surgen una gama diversa de conclusiones que pretenden dar respuesta a las preguntas guías de la investigación que se plantearon en el primer capítulo de este trabajo.

En consideración a la pregunta número 1 planteada en la problemática: En base a las actividades sugeridas por el Programa de Estudio ¿Qué habilidades cognitivas se pretenden desarrollar y cuáles de estas se privilegian?

En primer lugar, en las actividades propuestas para tercero básico, las habilidades que se propician son Modelar y Argumentar y comunicar, ya que algunas de las actividades pretenden que los estudiantes se apropien de los patrones claves de un sistema matemático y los expresen utilizando un lenguaje matemático adecuado en el caso de Modelar. Por otra parte, mientras que Argumentar y comunicar se propicia mediante actividades en las que estos patrones y regularidades matemáticas se argumentan en torno a su validez y se efectúan implicaciones lógicas de las cuales puedan realizar predicciones eficaces y conclusiones en forma correcta.

Con respecto a las actividades expuestas para cuarto básico, las habilidades que se intentan desarrollar son: Representar, Modelar, Resolver problemas y Argumentar y comunicar. Dichas habilidades se privilegian puesto que tienen por finalidad enriquecer y favorecer la comprensión de la realidad, descubrir patrones, configuraciones, estructuras y procesos, facilitar la elección de estrategias para resolver problemas y desarrollar el pensamiento crítico, autónomo y libre en los estudiantes.

En relación a la pregunta número 2 ¿Existe relación entre las actividades sugeridas por el Programa de Estudio y los demás elementos de este?, cabe destacar que el análisis realizado a partir de la relación entre el OA_18 de tercero básico con las actividades sugeridas, poseen escasa relación, puesto que el primero apunta a la comprensión del concepto de ángulo, mientras que las segundas tienen su foco en diversos conceptos que no se encuentran necesariamente vinculados con éste, siendo una actividad, de un total de diez, la que posee una correspondencia parcial con el Objetivo, dicha parcialidad es producto de que la correlación se genera hacia solo uno de los descriptores del objetivos.

En esta misma línea, el OA_19 de cuarto básico en relación a las actividades sugeridas, no presentan concordancia, ya que el Objetivo de Aprendizaje se enfoca a la construcción y comparación de ángulos a partir del uso del transportador. Es por esto que existen seis actividades que no tienen congruencia con éste, mientras que por otro lado, son dos las actividades que poseen coherencia parcial con el objetivo, ya que se relacionan exclusivamente con la construcción de ángulos con el transportador, pero no así con la comparación de estos.

Por otro lado, es necesario establecer conclusiones a partir de la relación entre los indicadores de evaluación y las actividades sugeridas de tercero y cuarto básico. En cuanto al primer nivel mencionado, se debe destacar el hecho de que un total de diez actividades, solo tres de ellas presentan relación con el 50% de los indicadores de evaluación que se muestran en el Programa de Estudio, dichas actividades promueven el desarrollo de estos indicadores, puesto que involucran el trabajo con la construcción mecánica de un ángulo recto, el cual será utilizado para identificar ángulos de esta misma medida en figuras y objetos que se encuentran en el entorno. Finalmente, siete actividades no sostienen relación con los seis indicadores de evaluación propuestos para el OA 18, puesto que las actividades se concentran en el aprendizaje del ángulo recto, y no considera trabajar con el ángulo de 45 grados, además se opta por realizar tareas que poco involucran la estimación de ángulos y comprobación de estos mismos. Por ende, las actividades sugeridas al no poseer una relación estrecha y en concordancia con los indicadores de evaluación, repercute en el desarrollo total del Objetivo de Aprendizaje.

En lo que se refiere a cuarto básico, 4 de las actividades, correspondiente al 50%, no presenta relación con ninguno de los indicadores de evaluación que se describen para determinar el desarrollo completo del Objetivo de Aprendizaje. El otro 50% se vincula parcialmente con algunos de los 7 indicadores. Por lo expuesto anteriormente, si el planteamiento de cada actividad considerara un indicador de los que se plantean en el Programa de Estudio, se podrían desarrollar todos y no dejar de lado aquellos referentes a la medición, construcción de ángulos entre 180° y 360° , la estimación y comprobación de estos (indicadores de evaluación 6 y 7 respectivamente).

Desde otro aspecto a concluir, es indispensable detenerse a observar y relacionar los Objetivos de Aprendizaje de tercero y cuarto básico, y establecer el nivel de progresión entre ellos, en vista de esto, el OA 18 de tercero básico apunta a la comprensión del concepto de ángulo a través de la identificación, dicha habilidad se encuentra dentro del primer nivel de los Dominios del Conocimiento planteados por Robert Marzano en su Taxonomía del 2001, ya que los estudiantes solo reconocen la forma del ángulo, pero no logran adueñarse y comprender a cabalidad el concepto. Por otro lado, el OA 19 de cuarto básico se enfoca en la construcción y comparación de ángulos, estando esta última en el tercer nivel “Análisis” de Dominio del conocimiento y la construcción en el cuarto nivel “Utilización”. A partir de lo anteriormente dicho, se aprecia de forma clara que existe una distancia no menor entre lo que se pretende desarrollar en cada uno de los objetivos, lo cual presenta un efecto en la adecuada adquisición de los conocimientos.

Otro punto a destacar, es el propósito integrador que realiza el Programa de Estudio dentro de las actividades sugeridas de Matemáticas, como lo es en el caso de la actividad 10 de tercero básico, la cual favorece la integración de Artes visuales a través de la creación de un cuadro con cuadrados de papel lustre, en vista de esto, comprendemos la importancia de la integración puesto que:

“El objetivo es que por la vía de la Integración Curricular los alumnos comprenderán las relaciones entre cuerpos de conocimiento aparentemente dispares y apreciarán mejor la creciente complejidad del mundo en el que viven” (Martín-Kniep. Feige; Soodak, 1995).

Pero cuando una actividad que se encuentra dentro de la asignatura de Matemáticas, más específicamente en el subsector de Geometría, sitúa su foco en habilidades que contemplan específicamente la asignatura de Artes Visuales, se está desviando el propósito de enriquecer los aprendizajes de los estudiantes en el área geométrica, generando así debilidades en la o las actividades.

Por otro parte, existe un problema de redacción en algunas de las actividades sugeridas puesto que en estas se presentan ambigüedades, lo cual permite distintas interpretaciones por parte del profesorado, esto trae consigo tanto posibilidades como desafíos y dificultades. Lo mencionado anteriormente, se sustenta en el hecho de que si el ETG personal del profesor se correlaciona de buena manera con los objetivos y habilidades que pretenden desarrollar las actividades sugeridas, esto potenciaría el Espacio de Trabajo Geométrico personal de cada estudiante. Por otro lado, y en contraparte, si es que este ETG personal del docente no es propicio, se ocasionaría un desaprovechamiento de las actividades para enriquecer y potenciar el ETG personal de cada alumno y alumna.

Otro ámbito a destacar, es la utilización inexacta de ciertos conceptos cómo:

- Confeccionar
- Figuras 2D
- Figuras 3D
- Área entre flecha

Mencionado esto último, y en relación al primer concepto, éste presenta una imprecisa utilización, puesto que confeccionar hace alusión a la hechura de una prenda de vestir según la Real Academia española, siendo el concepto a utilizar, construcción.

El segundo concepto figuras 2D presenta una redundancia, puesto que al referirse al término de figura se hace alusión a que estas poseen dos dimensiones, y agregarle el “2D” dentro de las actividades sugeridas, objetivos de aprendizaje e indicadores de evaluación, se vuelve a hacer referencia a la característica de las dos dimensiones que poseen todas las figuras presentadas en un plano.

El tercer concepto figuras 3D presenta una imprecisión, debido a que el concepto de figura hace alusión a dos dimensiones como se mencionó anteriormente, en vista de esto el concepto a utilizar corresponde a cuerpos geométricos puesto que posee tres dimensiones largo, ancho y alto.

En alusión al cuarto concepto, éste presenta un desacierto, puesto que en la actividad cinco de cuarto básico, se menciona que los estudiantes deben “colorear las áreas entre las flechas de los ángulos”, siendo que área se entiende por “número que mide la superficie de una figura plana, se explicita que una figura plana tiene largo y ancho” (Guzmán, I. Pizarro, A. Fibla, H. Cárdenas, L. 2005) por tanto, un ángulo no corresponde a una figura cerrada por lo que éste no posee área, en vista de esto, el concepto adecuado que se debiese ocupar en dicha actividad es el de arco.

Al realizar el análisis a priori, se identificaron en las actividades sugeridas instrucciones preestablecidas y guiadas que no entregaban espacio para la búsqueda de diversas estrategias por parte de los alumnos, coartando la posibilidad de nuevas resoluciones para llegar al concepto.

A modo general, las Bases Curriculares y Programas de Estudio presentan una escasa relación entre sus elementos (Habilidades, Objetivos de Aprendizaje, Indicadores de Evaluación y las actividades sugeridas) lo que dificulta el correcto desarrollo del pensamiento geométrico. Estas insuficiencias podrían ser remediadas por el docente, siempre y cuando su ETG personal cuente con las herramientas necesarias para facilitar y enriquecer el ETG personal de cada alumno.

En cuanto a los estudios realizados de los ETG de cada actividad sugerida por los Programas de Estudio, y así también de las diagramaciones encontradas en cada una de ellas, se originan relevantes conclusiones acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje de ángulos en tercero y cuarto básico. En vista de lo anterior, un aprendizaje significativo en Geometría se produce cuando existe una circulación completa en los tres planos [semi-ins]-[ins-dis]-[sem-dis] de la teoría de Kuzniak expuesta en el marco teórico, ya que éstos permiten el incremento del ETG personal del estudiante.

A partir del análisis realizado del ETG de cada actividad, fue necesario llevar a cabo una categorización de las diagramaciones, a partir de esto se establecen las siguientes conclusiones:

- Las diagramaciones que cumplen con la circulación completa, presentan en común principalmente dos habilidades, fundamentar o explicar y construir, haciendo uso para esta última de un artefacto.
- El planteamiento de las tareas geométricas, presenta una insuficiencia en cuanto a la progresión, esto se evidencia en las diagramaciones del ETG, puesto que, al observar las circulaciones de las actividades, estas presentan variaciones en la movilización y complejidad de sus procesos y componentes, situación desfavorable para el enriquecimiento del ETG personal del estudiante.

A raíz de los análisis realizados, se puede concluir la necesidad de la incorporación de esta teoría a la práctica de la enseñanza de la Geometría en la escuela, puesto que esta favorece y enriquece el aprendizaje de los alumnos en esta disciplina.

Esta investigación, promueve la motivación del estudio, análisis de los documentos y recursos pedagógicos emanados desde el Ministerio de Educación en el área de las Matemáticas, pudiendo ser estos los textos escolares, el plan de apoyo compartido, cuadernillos de trabajo, entre otros, de esta manera la observación e investigación permitirá mejorar la enseñanza de la Geometría en Chile.

Así también, es necesario que la teoría de Espacio de Trabajo Geométrico expuesta por Kuzniak, se masifique en todos los docentes que hoy en día ejercen en las escuelas chilenas puesto que, ésta contribuye a fundamentar las prácticas pedagógicas en la enseñanza de las Matemáticas.

Un aspecto importante a concluir y retomar en este apartado, se centra en el hecho de que la presente investigación, la cual gira en torno a las actividades propuestas por los Programas de Estudio de Matemáticas de tercer y cuarto año básico, tiene su énfasis en el tipo de geometría GI o Geometría Natural, ya que las actividades señaladas, en su mayoría, trabajan en relación a la representación de objetos, en este caso ángulos, a partir de la utilización de artefactos. Aún así, existe un número menor de tareas que promueven el uso

de fundamentaciones basadas en axiomas matemáticos, situándose éstas en el tipo GII o Geometría Axiomática Natural. Mencionado lo anterior, y a partir del análisis de cada actividad sugerida por el Programa de Estudio de Matemáticas, es necesario señalar que las actividades que allí se exponen, en su mayoría debiesen propiciar las argumentaciones apoyadas desde las definiciones, propiedades y axiomas matemáticos, siendo solo dos actividades de un total de 18, entre tercer y cuarto año básico, las que lo solicitan explícitamente.

Por otra parte, y en alusión al tipo de ETG en el que se enmarca la investigación, se debe enfatizar que ésta se sitúa en el ETG de referencia ya que se analizan los documentos oficiales en los que yacen los axiomas, definiciones y propiedades emanadas por la entidad rectora. En otro aspecto a señalar, pero que guarda relación con lo expuesto anteriormente, se hace patente mencionar el hecho de que si el profesorado siguiera a la perfección lo emitido por los Programas de Estudio, el ETG idóneo que se podría desprender se centra casi unánimemente en desarrollar acciones mecánicas de construcción de ángulos, por ende, el logro y adquisición de los axiomas pertinentes a esta área del conocimiento se verían afectados.

Por otro lado, es relevante y fundamental reflexionar en torno a las limitaciones que presentan el trabajo de investigación. En primer lugar, es necesario mencionar que la teoría de Espacio de Trabajo Geométrico de Kuzniak es aún incipiente y se encuentra en constantes cambios debido a las investigaciones realizadas por el autor, esto entrega la posibilidad de que la tesis expuesta adquiriera un grado de desactualización en torno a los nuevos hallazgos de Espacio de Trabajo Geométrico.

En segundo lugar, el hecho de que los análisis y circulaciones se realizan dentro de un mismo equipo de trabajo el cual posee la misma perspectiva de análisis en cada uno de sus integrantes, el estudio puede verse afectado ya que no existe una validación externa del trabajo realizado por ende podrían presentarse subjetividades en relación a los análisis.

En tercer lugar, una limitante relevante de señalar, es el desconocimiento de la teoría de Espacio de Trabajo Geométrico que se poseía como equipo de trabajo, lo cual se debe a que se pertenecía a diferentes menciones, Historia, Geografía y Ciencias Sociales y Lenguaje y Comunicación.

En cuarto lugar, como esta investigación se suscribe sólo a ángulos y se analizan las actividades sugeridas por el programa de estudio de matemáticas específicamente en dicho contenido, no se puede llevar a cabo una generalización de los resultados conseguidos. Así también el hecho de abarcar particularmente los niveles de tercero y cuarto año básico y no considerar quinto y sexto de enseñanza básica, limita esta investigación a pluralizar el producto obtenido.

En cuanto a las proyecciones de este trabajo, la tesis presentada entrega la posibilidad de continuar el estudio con los textos escolares de matemáticas entregados por el Ministerio de Educación, estableciendo comparaciones con los resultados obtenidos, de esta manera la revisión e investigación de los documentos oficiales permitiría concretar un estudio más completo y acabado en torno a la teoría del Espacio de Trabajo Geométrico.

Así también, esta tesis entrega la oportunidad de llevar a cabo una investigación a partir de las clases de Geometría realizadas por los docentes dentro de las aulas, para estudiar la efectividad de las clases en torno a lo efectuado en ellas, y basándose en lo propuesto por los Programas de Estudio, y así establecer criterios para realizar mejorías, tanto en el caso de que el o los docentes sigan las instrucciones y actividades propuestas por éstos de manera completa, o en el supuesto de que ejecuten variaciones. En otras palabras, la investigación se tomaría como punto de evaluación para las prácticas pedagógicas en geometría, específicamente en el subsector de ángulos.

Así mismo, esta teoría proporciona la realización de clases fundamentada, aspecto indispensable para la enseñanza, mencionado esto, la teoría expuesta por Kuzniak, podría significar la apertura de una nueva línea investigativa en otra área del conocimiento, permitiendo así el desarrollo de habilidades en los estudiantes.

En definitiva, como futuros docentes debemos conocer distintas teorías que promuevan la enseñanza y aprendizajes de calidad, es por esto que, perteneciendo este equipo investigativo al área humanista, optamos por profundizar una disciplina de la cual no nos sentíamos empoderados, con la finalidad de potenciar los aprendizajes de nuestros futuros estudiantes en todas las áreas del conocimiento.

REFERENCIAS

Bisquera, A. (2014). *Metodología de la investigación educativa*. Madrid. La Murralla.

Castela, C., Consigliere, L., Guzman, I., Houdement, C., Kuzniak, A., Rauscher, J.C.
(2006). *Paradigmes géométriques et géométrie enseignée au Chili et en France*.
Editorial IREM. Francia.

Chamorro, M. (2003). *Métodos Alternativos de Investigación en Didáctica de las Matemáticas: La observación*. Universidad Complutense de Madrid.

Chile, Ministerio de Educación. (2012). *Bases Curriculares*. Recuperado de
http://www.curriculumenlineamineduc.cl/605/articles-30013_recurso_008.pdf

Chile, Ministerio de Educación. (2012). *Matemática: Programa de Estudio Tercer Año Básico*.
Recuperado de http://curriculumenlinea.mineduc.cl/sphider/search.php?query=&t_busca=1&results=&search=1&dis=0&category=10111

Chile, Ministerio de Educación. (2012). *Matemática: Programa de Estudio Cuarto Año Básico*. Recuperado de
http://curriculumenlinea.mineduc.cl/sphider/search.php?query=&t_busca=1&results=&search=1&dis=0&category=10111

Días, S. Rojas, K. Véliz, N. Silva, M. (2015). *Circulación y progresión del Espacio de Trabajo Geométrico en los programas de Matemáticas, en tercero y cuarto básico, en torno al objeto de estudio Transformaciones Isométricas*. Tesis de pregrado no publicada, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

Díaz Barriga, Á; (1998). *La investigación en el campo de la didáctica. Modelos históricos*. Perfiles Educativos, () Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=13208002>

Kuzniak A. (2004). *Paradigmes et espaces de travail géométriques. Note pour l'habilitation à diriger des recherches*, Irem Paris7

Kuzniak, A. (2011). *L'Espace de Travail Mathématique et ses Genèses. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 16, 9-24*

Kuzniak, A., Richard, P. (2014) *Espacios de trabajo matemático. Puntos de vista y perspectivas*. Recuperado de http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/~kuzniak/publi/ETM_ES/Relime_Intro_es.pdf

Kuzniak, A., Nechache A. (2015). *Using the geometric working spaces in order to plan the teaching of geometry*. Rescatado de http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/~kuzniak/publi/ETM_FR/Cerme.pdf

Latorre, A., Del rincón, D., y Arnal, J. (1996). *Bases metodológicas de la investigación educativa*. Barcelona: Hurtado ediciones.

Ley Chile. *Establece bases curriculares para la educación básica en asignatura que indica*. Recuperado de <http://www.leychile.cl/Navegar?idNorma=1036799>

Ley General de la Educación N° 20.370, (2009)

Muñoz, P., y Muñoz, I. (2001). *Intervención en la familia: Estudio de Caso*. En G. Pérez Serrano (Coord.). *Modelos de investigación cualitativa en educación social y animación sociocultural*. Madrid: Narcea.

PARZYSZ B (1989). *Représentations planes et enseignement de la géométrie de l'espace au lycée. Contribution à l'étude de la relation voir/savoir*. Thèse de doctorat, Université Denis Diderot, Paris VII.

Osses, S. Sánchez, I. Ibáñez, F. (2006). *Investigación Cualitativa en Educación Hacia la Generación de Teoría a través del Proceso Analítico*. Universidad de la Frontera. Temuco. Chile.

SIMCE Síntesis de resultados 4° Educación Básica. (2013). Agencia de Calidad de Educación. Gobierno de Chile

BIBLIOGRAFÍA

Houdement, C., Kuzniak, A. (2006) *Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie*. Recuperado el 5 de noviembre de 2015, de <https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00858709/document>

Kuzniak, A. (2011) *L'espace de Travail Mathématique et ses genèses*. Recuperado de <http://turing.scedu.umontreal.ca/Annales/documents/volume%2016/Kuzniak.pdf>

Martín-Kniep, G. Feige, D. Soodak, L. *Curriculum integration: an expanded view of an abused idea*. *Journal of Curriculum and Supervision*, v. 10, n. 3, p. 227-538, 1995.

Marzano, R. J. (2001). *Designing a new taxonomy of educational objectives*. *Experts in Assessment Series*, Guskey, T. R., & Marzano, R. J. (Eds.). Thousand Oaks, CA: Corwin

ANEXOS

Anexo

Anexo 1

Tabla de progresión Objetivos de Aprendizaje en matemáticas en Educación Básica.

1° Básico	2° Básico	3° Básico
13 Describir la posición de objetos y personas con relación a sí mismos y a otros objetos y personas, usando un lenguaje común (como derecha e izquierda).	14 Representar y describir la posición de objetos y personas con relación a sí mismos y a otros objetos y personas, incluyendo derecha e izquierda y usando material concreto y dibujos.	14 Describir la localización de un objeto en un mapa simple o en una cuadrícula.
14 Identificar en el entorno figuras 3D y figuras 2D y relacionarlas, usando material concreto.	15 Describir, comparar y construir figuras 2D (triángulos, cuadrados, rectángulos y círculos) con material concreto.	15 Demostrar que comprenden la relación que existe entre figuras 3D y figuras 2D: › construyendo una figura 3D a partir de una red (plantilla) › desplegando la figura 3D.
15 Identificar y dibujar líneas rectas y curvas.	16 Describir, comparar y construir figuras 3D (cubos, paralelepípedos, esferas y conos) con diversos materiales.	16 Describir cubos, paralelepípedos, esferas, conos, cilindros y pirámides de acuerdo a la forma de sus caras y el número de aristas y vértices.
		17 Reconocer en el entorno figuras 2D que están trasladadas, reflejadas y rotadas.
		18 Demostrar que comprenden el concepto de ángulo: › identificando ejemplos de ángulos en el entorno › estimando la medida de ángulos, Usando como referente ángulos de 45° y de 90°.

Anexo 2

Para llevar a cabo los análisis del ETG, resultó primordial analizar la coherencia existente entre los elementos que conforman el currículo nacional.

2.1 Análisis de coherencia y suficiencia de los Objetivos de aprendizajes

2.1.1 Objetivo de Aprendizaje 18 de Tercero Básico

Demostrar que comprenden el concepto de ángulo:

› **identificando ejemplos de ángulos en el entorno**

› **estimando la medida de ángulos, usando como referente ángulos de 45° y de 90°**

Elementos del OA:

-*Concepto de Ángulo:* Para realizar un acercamiento al concepto es necesario activar conocimientos previos como líneas rectas (OA 15 de 1°) y vértices (OA 16 de 3°), debido a que estos elementos conforman el ángulo.

-*Ángulos en el entorno:* El entorno considera tanto figuras como cuerpos, es por lo anterior que resulta necesario especificar donde fueron encontrados los ángulos, con el fin de diferenciar ambos conceptos.

- *Estimar medidas de ángulos:* Es necesario especificar a los alumnos que la unidad de medida de los ángulos es en grados y que mientras mayor sea la abertura, mayor será la medida de dichos grados.

Habilidades

- **Argumentar y Comunicar: Describir una situación del entorno con una expresión matemática, con una ecuación o con una representación pictórica. (OA g)**

Según la Taxonomía de Marzano (2001), “describir” es considerada dentro del segundo nivel en cuanto a las categorizaciones de las habilidades, por lo tanto, corresponde a una habilidad coherente en relación al curso donde se pretende llevar a cabo, es decir, para Tercer Año Básico.

El término “expresión matemática” no se presenta de manera suficientemente clara, por lo que resulta complejo establecer una relación con respecto a la habilidad y al cómo desarrollarla.

Por otro lado, con respecto al enunciado que hace referencia a describir mediante “una ecuación”, y según las Bases Curriculares de Matemáticas (2012), considera una expresión que ha sido abordada por los estudiantes de Tercer Año Básico. Sin embargo, carece de coherencia con respecto al objeto de estudio.

Finalmente, en relación a la expresión “representación pictórica”, es coherente y acorde con respecto al objeto de estudio, ángulos y el nivel de los estudiantes, tercer año básico.

- **Modelar: Aplicar un modelo que involucra la ubicación en el plano. (OA i)**

La habilidad de modelar considera construcción, la cual a su vez implica el uso de instrumentos o herramientas. Dicho esto último, el planteamiento de esta habilidad para el objetivo de tercero básico carece de coherencia.

Análisis Comparativo

En primer lugar, el OA carece de información y detalles, es decir, no se especifican por ejemplo, los materiales o herramientas a utilizar. Lo mismo ocurre en cuanto a las

habilidades que se establecen. Dichas habilidades si bien son coherentes con respecto al nivel, no lo son en relación al objeto de estudio y por ende al OA. Sin embargo, si los descriptores, ya sea del OA o las habilidades presentaran más claridad o entregaran más información, sería posible establecer una relación más coherente y por ende el logro óptimo hacia el objetivo.

2.1.2 Objetivo de Aprendizaje 19 de Cuarto Básico

Construir ángulos con el transportador y compararlos.

Elementos del OA:

Construir ángulos con el transportador: la construcción implica el uso de herramientas o instrumentos. En este objetivo se especifica el uso del transportador, por ende el elemento del OA es coherente.

Por otro lado, las construcciones que se llevan a cabo mediante las actividades de este curso, corresponden a construcciones de tipo mecánicas y no así de tipo geométrica, es decir, en el primer tipo de construcción, se hace uso principalmente de reglas (escuadra, transportador, etc), mientras que en la construcción geométrica se hace uso del compás y considera por tanto una complejidad mayor.

Comparación de ángulos: la expresión se presenta de manera muy general y no especifica cómo deben realizar los estudiantes las comparaciones, es decir, si en cuanto a medidas, a formas, dirección, etc.

Habilidades

- **Modelar: Identificar regularidades en expresiones numéricas y geométricas. (OA k)**

“Identificar” corresponde según la Taxonomía de Marzano (2001), a la primera categoría de las habilidades, por lo tanto es acorde al nivel de cuarto año básico.

El descriptor de “expresiones numéricas”, no guarda relación con el eje en cuestión, puesto que los alumnos solo podrían identificar regularidades geométricas.

- **Resolver problemas: Transferir los procedimientos utilizados en situaciones ya resueltas a problemas similares. (OA c)**

Esta habilidad es coherente en relación al OA, pues si bien no entrega información detallada, en cuanto al desarrollo de la habilidad, es considerada de tipo transversal, por lo que puede llevarse a cabo mediante distintas actividades, objetivos o ejes.

- **Representar: Utilizar formas de representación adecuadas con los símbolos matemáticos correctos. (OA l)**

Esta habilidad implica transferir una realidad concreta a una abstracta, por lo que se relaciona con el OA, ya que el alumno mediante sus conocimientos transitan desde representaciones simbólicas a pictóricas y viceversa.

- **Argumentar y Comunicar: Comprobar una solución y fundamentar su razonamiento. (OA g)**

Comprobar, requiere realizar demostraciones o pruebas para aclarar la certeza de algún dato o resultado obtenido y a partir de esta demostración argumentar el razonamiento inicial. A raíz de lo dicho anteriormente se puede establecer que no existe relación con el OA, ya que se encuentra enfocado en la construcción y comparación.

Análisis Comparativos

El objetivo pretende que los alumnos lleguen a una construcción y comparación de ángulos, sin entregar descriptores para ello, por lo que la redacción del objetivo no permite extraer información acerca de las habilidades matemáticas que se deben desarrollar en el nivel. Sin embargo, las primeras tres habilidades presentan coherencia con el OA, mientras que la última no se relaciona, debido a que los alumnos deben solo construir y comparar, lo que no da pie a argumentación ni a una comunicación.

Conclusiones parciales

Para resumir, cabe señalar que en la redacción de ambos objetivos, carece de especificaciones en torno a cuáles y cómo desarrollar habilidades matemáticas planteadas en los Programas de Estudios.

Por otro lado, redacción de los objetivos y su progresión en los niveles en los que se encuentran, dejan un vacío entre la transición de identificar para comprender el concepto de ángulo (OA 18) y el tener que realizar una construcción de estos (OA19), ya que ambas habilidades tienen una marcada distancia entre sus niveles de complejidad en el desarrollo de estas (identificar ángulos tiene menos complejidad cognitiva que el construirlos). Así mismo, no se hace referencia a la progresión de los contenidos que serán abordados, lo que dificulta el desarrollo de las habilidades matemáticas.

2.2 Análisis coherencia y suficiencia de Indicadores de Evaluación

2.2.1 Indicadores del OA 18 de Tercero Básico

- 1. Elaboran un ángulo recto, plegando una hoja de papel según instrucción.**
- 2. Confeccionan un ángulo recto y de 45° .**
- 3. Identifican ángulos en figuras 2D del entorno.**
- 4. Identifican ángulos en figuras 3D del entorno.**
- 5. Reconocen ángulos en figuras 2D del entorno, mayores y menores de 90° , y ángulos en figuras 2D del entorno, mayores y menores de 45° .**
- 6. Estiman ángulos de 45° y de 90° y comprueban, midiéndolos.**

Indicador 1

Este indicador apunta a la elaboración de un ángulo recto, lo cual propicia que se identifique la forma del ángulo, sin embargo, este indicador no presenta ejemplos sobre cómo utilizar el ángulo recto confeccionado, ni su utilidad, solo se da una indicación para lograr elaborar el ángulo pedido. Este indicador no aporta al logro de ningún aspecto presente en el OA

Indicador 2

A partir de este indicador se pretende que los alumnos confeccionen ángulos rectos y de 45° , lo que aporta desarrollar en parte la identificación de ángulos, sin embargo, no se presentan ejemplos de cómo confeccionarlos o qué técnicas utilizar para hacerlo, además no se da una relación directa con el OA.

Indicador 3 y 4

Se apunta a la identificación de ángulos en figuras y cuerpos geométricos en el entorno, lo cual está directamente relacionado con el primer descriptor del objetivo de aprendizaje, sin embargo, la identificación de las formas de los ángulos no implica la comprensión del concepto de ángulo presente en el OA.

Indicador 5

Este indicador apunta a reconocer ángulos en figuras geométricas del entorno, mayores y menores tanto de ángulos de 90° como de 45° , lo cual tiene relación con los descriptores presentes en el OA en cuanto a la identificación de figuras en el entorno y en la utilización de estos ángulos como referentes (parte del segundo descriptor), sin embargo, el uso de solo dos ángulos como los de 45° y 90° no aportan directamente a la comprensión del concepto de ángulo expuesto en el OA.

Indicador 6

A partir de este indicador, se pretende que se estimen medidas de ángulos de 45° y de 90° por lo que tiene una relación con el segundo descriptor del OA, sin embargo, se solicita además, que se compruebe al realizar la medida de los ángulos, sin dar ejemplos o técnicas para hacer esta comprobación, ni con qué fin se realiza esta. Cabe destacar que la estimación de solo estos ángulos no aporta a la comprensión del concepto de ángulo.

Relación entre indicadores, OA y habilidades

Dentro de los indicadores solo tres de ellos tienen en parte relación con los descriptores del OA, lo cual no aportan ni son suficientes para evaluar el logro del objetivo planteado, así como al mismo tiempo no logran desarrollar las habilidades que se plantean. Los indicadores de evaluación se enfocan en otras áreas que no están directamente relacionadas con el objetivo de aprendizaje.

2.2.2 Indicadores del OA 19 de Cuarto Básico

1. Reconocen los ángulos de 90° y 180° en figuras del entorno.

Este indicador, considera una habilidad más básica con respecto a la que plantea el OA, correspondiente a “construir”. Por otro lado, no se entrega especificaciones con respecto a las figuras del entorno donde los estudiantes deben reconocer las medidas de ángulos solicitados.

2. Confeccionan con dos cintas un transportador simple para medir ángulos.

El indicador, señala la confección de un transportador simple para medir ángulos, sin embargo, dicho término, se aplica a la herramienta que tiene forma semicircular y contiene además unidades de medida expresadas en grados, alcanzando los 180° . Por ende, mediante el uso de dos cintas no es posible la confección de dicha herramienta, que además, no contiene unidades de medida y por tanto, no permite la medición de ángulos. Así también el concepto confección está mal utilizado puesto que confección hace alusión según la RAE a

la hechura de una prenda de vestir, o a la preparación de determinadas cosas que impliquen mezcla o combinación como bebidas, perfumes, medicamentos etc.

3. Usan un transportador simple para identificar ángulos 90° y 180° .

Este indicador, presenta confusiones, pues no es posible establecer si el “transportador simple” a utilizar corresponde a la herramienta semicircular que contiene grados o al que ha sido confeccionado por los estudiantes mediante el uso de dos cintas. Si se presenta el último caso, las mediciones no pueden ser más que estimaciones.

4. Miden ángulos de entre 0° y 180° con el transportador.

El indicador carece de información con respecto al origen de los ángulos a medir, es decir, no se detalla información de si los estudiantes deben medir ángulos entregados por el docente o extraídos del entorno, de figuras, etc.

5. Construyen ángulos entre 0° y 180° con el transportador.

El indicador es coherente con respecto al OA, sin embargo no se presenta de manera completa, pues no se solicita la comparación de los ángulos construidos.

6. Miden y construyen ángulos de entre 180° a 360° .

El indicador no presenta detalles con respecto a la herramienta de medición a utilizar, ni con el instrumento de construcción.

7. Estiman ángulos y comprueban la estimación realizada.

No se especifica si la estimación de ángulos se realiza en figuras geométricas, elementos del entorno, imágenes, o ángulos entregados por el docente, ni se menciona, además, el instrumento a utilizar para comprobar la estimación de dichos ángulos.

Relación entre indicadores, OA y habilidades

Solo dos de los indicadores presenta directa relación con el OA, dichos indicadores corresponden al número 5 y 6. Sin embargo, ninguno de los dos señala la comparación de ángulos que también establece el OA. El resto de los indicadores presentan habilidades de menor complejidad, es decir, que sugieren el desarrollo de una habilidad de menor orden, esto podría tener su origen en la necesidad del dominio de habilidades más sencillas, pertenecientes a la primera categoría que postula la Taxonomía de Marzano (2001), para alcanzar luego el logro de la habilidad de “construir”, perteneciente a la cuarta categoría de utilización.

En relación a los indicadores y las habilidades que presenta el programa de estudio para el objetivo en cuestión, se establece coherencia entre la habilidad de representar y los indicadores 1, 5 y 6, donde se solicita de manera indirecta la representación del ángulo, ya sea mediante el reconocimiento de elementos del entorno, como mediante la construcción de estos.

La habilidad de modelar, presenta relación con los indicadores 1, 3, 5, 6 y 7, donde se espera la identificación de regularidades en expresiones geométricas. Mediante estos indicadores se espera que los estudiantes establezcan dichas regularidades para desarrollar las actividades adjudicadas a los indicadores.

La habilidad de argumentar y comunicar no presenta coherencia con ningún indicador, pues no se señala en estos, realizar fundamentación o explicación.

Según la mediación del docente, la habilidad de resolver problemas, podría verse implicada en todos los indicadores, considerando que la mencionada habilidad apunta a hacer uso de estrategias ya utilizadas anteriormente para resolver los problemas que se presentan en las nuevas tareas.

Conclusiones parciales

Mediante el análisis de los indicadores de cuarto básico, es posible establecer que estos carecen de detalles e información útil para desarrollar las actividades que se relacionan a ellos, pues, no se especifican por ejemplo instrumentos de medición o construcción, así como también materiales o elementos, a partir de los cuales se identificarán medidas de ángulos.

2.3 Progresión de Tercero a Cuarto Básico

Por lo que se refiere al OA 18 (tercero básico) y 19 (cuarto básico), estos no presentan una progresión, puesto que el primero a pesar de enfocarse en la comprensión del concepto de ángulo, a través de la identificación de estos y la estimación de sus medidas, no se logra a cabalidad la comprensión del concepto por medio del desarrollo de dichas habilidades, por esta razón el estudiante no adquiere lo necesario para continuar en el siguiente nivel.

Por otro lado, para alcanzar efectivamente el OA19, el cual apunta hacia la construcción y comparación de ángulos, es necesario haber comprendido en profundidad el concepto de ángulo, lo que no ocurre durante el nivel anterior, motivo por el cual dificultaría el logro del segundo OA.

Así mismo, cabe señalar que la complejidad del primer objetivo es menor que la del segundo, quedando ambos muy distantes, perdiendo parte de la secuenciación necesaria para generar aprendizajes en los alumnos.

ANEXO 3

A continuación, se despliegan los análisis a priori de las actividades sugeridas por el Programa de Estudio de Matemática de tercero y cuarto básico, es necesario señalar que dicho análisis considera ciertos elementos del programa de estudio los cuales son los siguientes:

- Relación entre la actividad sugerida y el Objetivo de Aprendizaje.
- Relación entre la actividad sugerida y los indicadores.
- Relación entre la actividad sugerida y habilidades a desarrollar por dicha actividad.

3.1 Análisis de actividades sugeridas en el Programa de Estudio de Matemáticas de tercero y cuarto básico.

3.1.1 Actividades sugeridas para el Objetivo de Aprendizaje 18 de Tercero Básico

“Demostrar que comprenden el concepto de ángulo: identificando ejemplos de ángulos en el entorno, estimando la medida de ángulos, usando como referentes ángulos de 45° y de 90° ”

Indicadores

- **Elaboran un ángulo recto, plegando una hoja de papel según instrucción.**
 - Confeccionan un ángulo recto y de 45° .
 - Identifican ángulos en figuras 2D del entorno.
 - Identifican ángulos en figuras 3D del entorno.
- **Reconocen ángulos en figuras 2D del entorno, mayores y menores de 90° , y ángulos en figuras 2D del entorno, mayores y menores de 45° .**
 - **Estiman ángulos de 45° y de 90° y comprueban, midiéndolos.**

Habilidades

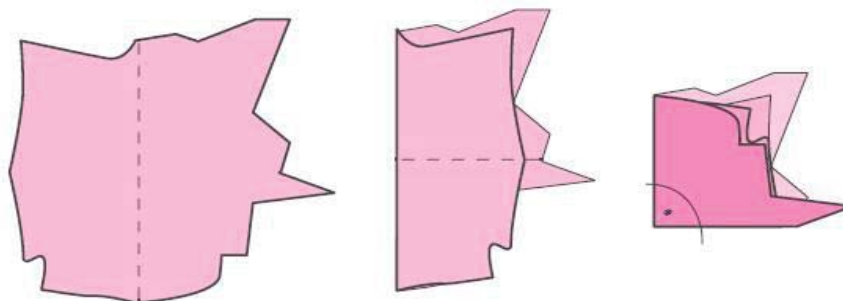
- **Argumentar y Comunicar: Describir una situación del entorno con una expresión matemática, con una ecuación o con una representación pictórica (OAg)**
- **Modelar: Aplicar un modelo que involucra la ubicación en el plano. (OA i)**

Actividad 1: Confeccionan un ángulo recto, doblando dos veces un trozo de papel.

📌 Observaciones al docente:

El ángulo recto resulta:

- > *rasgando un pedazo de papel en forma circular*
- > *doblándolo por la mitad*
- > *doblándolo nuevamente por la mitad*



Análisis de la relación entre actividad y OA

No existe relación entre estos elementos puesto que la actividad planteada por el programa de estudio de Matemáticas en primer lugar no busca trabajar el concepto de ángulo como tal, por otro lado no abarca la estimación ni identificación de ejemplos de ángulos en el entorno.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

Esta actividad, es coherente con el OA en su primer y segundo indicador, no obstante, el segundo indicador implica confeccionar un ángulo de 45° , aspecto que los alumnos no realizan ya que solo se comprende el confeccionar un ángulo recto.

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

No existe relación entre la actividad y la habilidad puesto que no se involucra la habilidad de argumentar y comunicar ya que el estudiante no debe entregar sus resultados ni tampoco demostrar a través de la argumentación el por qué de sus conclusiones.

Tampoco se trabaja la habilidad de modelar puesto que no existe una construcción en donde se requiera instrumentos o herramientas que el alumno manipule.

Análisis a priori

Si se implementa la actividad 1 tal como lo establece el programa de estudio de Matemáticas, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores de los alumnos junto con la intervención del docente.

Posibles respuestas:

Los estudiantes recibirán el trozo de papel y lo rasgarán hasta conseguir una forma circular, luego doblarán el trozo de papel por la mitad, posteriormente realizarán un nuevo doblez por la mitad.

Los estudiantes rasgarán el trozo de papel con la finalidad de realizar una forma circular, doblarán el trozo de papel por la mitad, luego abrirán el trozo y lo darán vuelta para doblarlo nuevamente.

Posibles errores e intervención docente:

Esta actividad no presenta posibles errores puesto que al ser una actividad guiada por el docente la confección del ángulo recto debiese ser correcta.

Por otro lado, si las instrucciones que el docente entrega resultan imprecisas, podría generarse una dificultad al momento de realizar la actividad ya que las instrucciones deben ser claras y precisas para la confección de dicho ángulo, debido a que los alumnos podrían desde realizar más dobleces en el trozo de papel, o simplemente los dobleces a realizar podrían resultar líneas paralelas que no coincidirían para la realización del ángulo recto.

Actividad 2: Exploran todas las figuras 2D conocidas e identifican aquellas que poseen un ángulo recto, usando el ángulo recto confeccionado anteriormente.

Análisis de la relación entre actividad y OA

Los alumnos en esta actividad deberán explorar en figuras geométricas de su entorno, con la finalidad de identificar ángulos rectos en ellas, utilizando el ángulo de 90° confeccionado en la actividad número 1.

La actividad no tiene coherencia ni relación con el OA ya que éste no menciona el trabajo con figuras geométricas, además nuevamente aparta los ángulos de 45° y solo se trabaja con ángulos rectos. Por otro lado, tampoco considera la estimación de ángulos.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

Se puede establecer que la actividad tiene relación con sólo un indicador ya que como se mencionó anteriormente los alumnos únicamente deberán identificar ángulos rectos en figuras geométricas, sin embargo, se limita a ángulos rectos sin tomar en cuenta el hecho de que se debe trabajar con figuras del entorno.

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

No se puede establecer relación entre la actividad y las habilidades planteadas por el programa de estudio ya que el argumentar y comunicar no se evidencia pues los alumnos solo deberán identificar ángulos rectos en figuras geométricas y no entregar un argumento o justificación del por qué esa figura contiene un ángulo de 90° .

La habilidad de modelar no se trabaja durante esta actividad.

Análisis a priori

Si se implementa la actividad 2 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con la intervención del docente.

Posibles respuestas:

Los alumnos mencionan figuras geométricas que se encuentran en la sala como: cuadrado y rectángulo, mencionando la cantidad de ángulos rectos que posee cada figura, utilizando el ángulo de 90° confeccionado en la clase anterior.

Mencionan figuras geométricas que no poseen ángulos rectos como triángulos.

Posibles errores e intervención docente:

La mal confección del ángulo de 90° en la actividad anterior podría ser un impedimento para la identificación de ángulos en figuras geométricas.

Los alumnos pueden confundir la figura geométrica con algún cuerpo geométrico que exista en la sala de clases.

Los alumnos pueden hacer que el ángulo recto calce dentro de la figura geométrica, sin tomar en cuenta los vértices de ésta.

Otro error posible, es que los alumnos confundan la medida de los ángulos de las figuras geométricas, siendo este menor o mayor a 90° .

Frente a este error es pertinente que el docente busque que los alumnos comparen el ángulo que perciben como recto con el ángulo confeccionado anteriormente y encontrar cuáles son sus diferencias.

Actividad 3: Revisan objetos del entorno e indican ángulos rectos, usando para comprobarlo el ángulo recto confeccionado anteriormente.

Análisis de la relación entre actividad y OA

Existe relación medianamente entre la actividad y el objetivo de aprendizaje, ya que ambos señalan el trabajar con objetos del entorno usando como referente un ángulo de 90° , por otro parte no se toma en consideración el trabajo con ángulos de 45° , aspecto que es mencionado en el OA pero no en la actividad a desarrollar. Además no existe un trabajo con la estimación de ángulos.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

Para esta actividad, solo se cumplen con los indicadores 3 y 4 del programa de estudio. Dichos indicadores están orientados al reconocimiento de ángulos en figuras y cuerpos geométricos en el entorno. Sin embargo, esta actividad está planteada hacia el reconocimiento específico de ángulos rectos en objetos del entorno, es decir, no se determina si la identificación debe realizarse en figuras geométricas o cuerpos geométricos.

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

En esta actividad no se lleva a cabo la habilidad de argumentar y comunicar, pues no se especifica en ella, que el estudiante deba fundamentar o explicar, ya sea de manera escrita u oral, la elección de los objetos en el entorno, que poseen un ángulo recto. En cuanto a la habilidad de modelar, sí está presente en esta actividad, ya que, los estudiantes deben ubicar (y comprobar) en el plano su modelo de ángulo recto en los objetos seleccionados de su entorno.

Análisis a priori

Si se implementa la actividad 3 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con la intervención del docente.

Posibles respuestas:

Los alumnos observan su entorno y dan como posibles respuestas las siguientes:

“La puerta tiene 4 ángulos rectos al igual que la pizarra y la mesa”

“Mi cuaderno tiene 4 ángulos rectos”

“La goma tiene 4 ángulos rectos”

“La ventana tiene 4 ángulos rectos”

Posibles errores y intervención docente:

Los estudiantes podrían escoger objetos que no tengan ángulos rectos y al comprobarlos con su ángulo confeccionado, dar cuenta de su error.

Los alumnos podrían confundir o asociar la mesa a un rectángulo dando por hecho que tiene 4 ángulos rectos, pero esta puede corresponder a objetos con puntas redondeadas.

La posible devolución se halla en el hecho de que el docente les solicite a los estudiantes que busquen otra figura que se asemeje a un rectángulo y comparen estos nuevos ángulos con los de las mesas a partir del ángulo recto confeccionado anteriormente.

Actividad 4: Examinan polígonos dados, identificando ángulos rectos.

Análisis de la relación entre actividad y OA

La actividad busca que los alumnos examinen polígonos entregados por el docente y que identifiquen en dichos polígonos si poseen ángulos rectos.

La actividad no presenta coherencia con respecto al OA pues la actividad no especifica que los polígonos entregados a los estudiantes formen parte de su entorno. Ni tampoco, se busca que los estudiantes estimen medidas con respecto a los ángulos de los polígonos dados

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

No existe relación entre los indicadores y la actividad propuesta por el programa de estudio, ya que si bien los estudiantes deben identificar ángulos rectos en polígonos, no se especifica si dichos polígonos forman parte de su entorno o no. Además, no hay confección de ángulos ni estimación de estos.

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

Nuevamente no existe una relación entre la actividad propuesta y las habilidades a desarrollar, ya que los alumnos dentro de la actividad planteada no deben argumentar ni comunicar sus resultados y métodos para llegar a esas respuestas.

Análisis a priori

Si se implementa la actividad 4 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con la intervención del docente.

Posibles respuestas:

En la actividad no se mencionan los tipos de polígonos a trabajar por ende no se puede realizar un análisis a priori.

Por otro lado, si pensáramos en los posibles polígonos que se podrían dar a los estudiantes las posibles respuestas podrían ser las siguientes:

Los alumnos dan como respuestas posibles las siguientes:

“El cuadrado tiene 4 ángulos rectos”

“El rectángulo tiene 4 ángulos rectos”

“El rombo tiene 4 ángulos rectos”

Posibles errores e intervención docente:

Podrían generarse errores a partir de los polígonos dados por el docente, como el pentágono, hexágono, trapecio isósceles etc.

Si el docente, solamente les menciona el nombre de los polígonos que deben examinar, uno de los errores más posibles de suceder, es que, los estudiantes no conozcan alguno y no sean capaces de dibujarlos o realizar una representación mental de ellos.

Ante estos posibles errores el docente debe entregar la instancia para que sus alumnos puedan comprender el por qué aquellos polígonos no poseen ángulos rectos, y para ello podrían comparar los objetos anteriormente vistos con los polígonos.

Actividad 5: Investigan, si es posible que haya triángulos con dos ángulos rectos y fundamentan su respuesta.

Análisis de la relación entre actividad y OA

Esta actividad sugiere que los estudiantes investiguen los tipos de triángulos existentes y reconozcan en ellos la posibilidad de tener más de un ángulo recto. Fundamentando, además, el resultado encontrado.

Bajo este parámetro, la actividad no tendría coherencia con el OA, pues en primer lugar, centra el contenido de ángulos solo en aquellos que son rectos y además, de manera específica en las características de los triángulos. Dicho de otro modo, el foco está inclinado más hacia las características de los triángulos que al concepto de ángulo en sí. O ángulos rectos, para este caso.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

No existe relación entre actividad e indicadores, ya que en ninguno de estos se aborda el tema de la investigación, por otro lado, la actividad se refiere netamente a triángulos, siendo que los indicadores abordan a todas las figuras geométricas.

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

Para esta actividad, se busca que los estudiantes, luego de realizar la investigación, sean capaces de fundamentar su respuesta. Aunque, no se especifica de qué manera deba llevarse a cabo esa fundamentación, es decir si de manera oral o escrita, o si lo hacen a su compañero, al curso o al docente. Por ende, es de esperar que la situación quede a criterio del profesor. En base a esto, la habilidad de comunicar y argumentar se encuentra aplicada, no así la de modelar, pues el estudiante solo investiga y fundamenta.

Análisis a priori

Si se implementa la actividad 5 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con la intervención del docente.

Posibles respuestas:

Los alumnos dan como posibles respuestas lo siguiente:

“No, no existen triángulos con dos ángulos rectos porque la suma de los ángulos de adentro de los triángulos debe ser 180° y al tener dos ángulos de 90° ya sumaría 180° y solo tendría dos.”

“No, no existen porque solo tendrían dos ángulos, y los triángulos tienen tres.”

“No hay triángulo con dos ángulos rectos porque sus vértices no se juntan”

Posibles errores e intervención docente:

Podrían generarse errores producto de la falta de conocimiento por parte de los estudiantes en relación a las propiedades de los triángulos, indicando que si pueden existir triángulos con dos ángulos de 90° cada uno.

Ante estas respuestas el profesor podría entregar material concreto, como por ejemplo: bombillas, palos de helado, plasticina, etc., para que los estudiantes construyan triángulos con estos materiales, y luego intenten construir un triángulo con dos ángulos de 90° , reformulando así sus respuestas anteriores y argumentando nuevamente por qué si o por qué no de la existencia de triángulos con dos ángulos de 90° .

Actividad 6: Confeccionan con palitos y bombillas cuadriláteros que tienen:

- un ángulo recto.
- cuatro ángulos rectos.
- ningún ángulo recto y comprueban con el ángulo recto confeccionado.

Análisis de la relación entre actividad y OA

No existe relación entre la actividad a realizar por los estudiantes con el objetivo de aprendizaje propuesto por el programa de estudio de matemáticas puesto que éste no menciona que los alumnos deberán confeccionar cuadriláteros con la finalidad de observar cuántos ángulos se pueden encontrar en ellos, por ende, no hay una concordancia en lo planteado. Además, nuevamente no existe una estimación de ángulos por parte de los alumnos.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

En cuanto a la relación entre la actividad propuesta con los indicadores planteados, no existe una coherencia ya que el trabajo que realizarán los alumnos va orientado a construir cuadriláteros para ver sus ángulos, pero esto no se menciona en ningún indicador formulado por el programa de estudio.

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

Por otro lado, la habilidad de argumentar y comunicar no está presente ni se desarrolla en esta actividad, puesto que ésta va enfocada a que los alumnos construyan y no así a fundamentar sus resultados.

Sí es fundamental mencionar que la habilidad de modelar está presente pues el estudiante luego de confeccionar el cuadrilátero, debe hacer uso del ángulo recto elaborado en la primera actividad para comprobar efectivamente si la figura creada tiene o no ángulos rectos y el número de estos.

Análisis a priori

Si se implementa la actividad 6 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores de los alumnos junto con la intervención del docente.

Posibles respuestas:

Los alumnos al construir cuadriláteros con ciertos materiales podrían dar como posibles respuestas las siguientes:

CASO 1: El estudiante confecciona los cuadriláteros que conoce y comprueba si poseen o no ángulos rectos y el número de éstos, haciendo uso del ángulo recto elaborado en la primera actividad.

CASO 2: El estudiante piensa en los cuadriláteros que conoce y en cuáles de ellos, cree que están conformados por un ángulo recto, cuatro ángulos rectos o ninguno, los confecciona y comprueba mediante el uso del ángulo recto elaborado en la primera actividad.

Posibles errores e intervención docente:

Los estudiantes confeccionan cuadriláteros conocidos por ellos y ninguno de ellos o alguno(s) no cumple(n) con el objetivo a alcanzar.

Los estudiantes elaboran cuadriláteros que sí poseen ángulos rectos, sin embargo, la confección presenta errores o desperfectos y al comprobar los ángulos con el elaborado en la primera actividad, éste no calza o pareciera que poseen medidas distintas.

El profesor debe cautelar la confección de los cuadriláteros. Favorecer la construcción en una superficie plana.

Mediar los conocimientos que poseen los estudiantes con respecto al tema, es decir, hacer énfasis en las figuras que ya conocen. Favorecer la representación mental y/o gráfica, antes de iniciar la confección manual.

Actividad 7: Confeccionan y describen diferentes cuadriláteros en el geoplano.

Análisis de la relación entre actividad y OA

Por medio de esta actividad, se sugiere que los estudiantes confeccionen cuadriláteros y los describan, haciendo uso para esto, de un geoplano.

Frente a lo anterior, y con respecto al OA, no se presenta coherencia, pues no hay estimación de ángulos ni un uso del entorno para desarrollar la actividad. Además, no hay especificaciones con respecto al contenido de ángulos, es decir, si bien se solicita descripción de los cuadriláteros que realizan los estudiantes, estas descripciones no necesariamente involucren el reconocimiento de sus ángulos rectos o la estimación de aquellos que no lo son.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

Ninguno de los indicadores está relacionado con la actividad, ya que, ésta se centra en la representación de cuadriláteros en el geoplano.

Como se señaló anteriormente, al analizar la actividad tal y como se plantea, el foco se sitúa en los cuadriláteros y no así en los ángulos.

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

Esta actividad, permite el desarrollo de la habilidad de modelar, pues, los estudiantes deben como objetivo principal elaborar modelos y ubicarlos dentro de un plano, en este caso específico, del geoplano. Sin embargo, en cuanto a la habilidad de comunicar y argumentar, en esta actividad no se ven implicadas. Solamente se busca confeccionar y describir, y dicha descripción no presenta detalles del cómo llevarse a cabo.

Análisis a priori

Si se implementa la actividad 7 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores de los alumnos junto con la intervención del docente.

Posibles respuestas:

Los estudiantes elaboran en el geoplano distintos cuadriláteros, señalados por el docente o escogidos por ellos. Describen sus características señalando por ejemplo: número de lados, diferencias o igualdad de lados, número de ángulos rectos.

Posibles errores e intervención docente:

- Los estudiantes no señalan ninguna característica referida con el contenido de ángulos.
- Los estudiantes no son capaces de identificar los ángulos rectos que poseen los cuadriláteros confeccionados.
- Los estudiantes describen los cuadriláteros y su posición entre ellos sin tomar en cuenta los ángulos presentes en ellos puesto que se les pide describir los cuadriláteros.

El docente debe profundizar en la conformación de los cuadriláteros, más que en el hacer, o el trabajo manual. Hacer énfasis en el número y medidas de los ángulos.

El docente debe realizar preguntas que guíen el trabajo de los alumnos tales como:

¿Sus medidas son mayores o menores a 90° ? ¿Cuáles miden más de 90° ? ¿Cuáles miden menos de 90° ?

Actividad 8: Investigan figuras 3D según cantidad de ángulos rectos, usando el ángulo recto confeccionado.

Análisis de la relación entre actividad y OA

A través de esta actividad se busca que los estudiantes investiguen distintos cuerpos geométricos e identifiquen sus ángulos rectos, utilizando el que han confeccionado anteriormente.

La actividad no presenta coherencia con el OA, ya que, no se estipula de manera explícita que los cuerpos geométricos que investiguen deban formar parte de su entorno. Así también, no se solicita a los estudiantes que estimen las medidas de los cuerpos geométricos investigados.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

No existe coherencia entre la actividad y los indicadores ya que no detalla respecto al origen de los cuerpos geométricos, es decir, si éstas forman o no parte del entorno de los estudiantes. Tampoco solicita la confección de uno o más ángulos ni la estimación en base a las referencias del ángulo recto y de aquel que mide 45° o exactamente la mitad.

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad no favorece el desarrollo de las habilidades que señala el programa de estudio, pues se trabaja en base a la investigación de cuerpos geométricos y a la comprobación de sus ángulos rectos mediante uno previamente confeccionado. No hay un trabajo posterior tampoco que permita llevar a cabo las habilidades de comunicar, argumentar y modelar.

Análisis a priori

Si se implementa la actividad 8 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores de los alumnos junto con la intervención del docente.

Posibles respuestas:

Caso 1: usan elementos del entorno para representar los cuerpos geométricos y haciendo uso del ángulo recto confeccionado en la primera actividad, van examinando si dichos cuerpos poseen o no ángulos y el número de estos en caso que hayan.

Caso 2: usan cuerpos geométricos dados por el docente. Identifican los ángulos rectos en dichos cuerpos y comprueban sus respuestas haciendo uso del modelo anteriormente.

Posibles errores e intervención docente:

Los estudiantes identifican incorrectamente ángulos rectos en los cuerpos y al comprobarlos con su modelo, se percatan.

Los estudiantes utilizan erróneamente el ángulo confeccionado en la primera actividad superponiéndolo en el cuerpo geométrico, pero no en sus vértices más bien en las caras de dicha figura.

Los estudiantes no logran identificar ángulos rectos en los cuerpos geométricos, pues no han sido proporcionadas como material concreto, por ende, la representación mental, incluso la gráfica les dificulta el proceso de reconocimiento de ángulos.

El docente debiese intencionar el trabajo con material concreto que facilite el proceso de comprensión hacia todos los lados y ángulos que podrían conformar a un cuerpo geométrico. Favoreciendo, además, el uso de elementos de su entorno, y por ende que le resulten familiares y significativos.

Actividad 9: Dibujan un ángulo recto, usando una escuadra.

Análisis de la relación entre actividad y OA

Mediante esta actividad se espera que los estudiantes dibujen un ángulo recto, haciendo uso de una escuadra.

La actividad se presenta confusa en cuanto a su relación con el OA, pues si bien se hace uso de un elemento del entorno para llevar a cabo la tarea, dicho elemento se utiliza como una herramienta. Por otro lado, implícitamente el estudiante debería estimar medidas para escoger qué ángulo que conforma a la escuadra le es útil para desarrollar la actividad. Sin embargo, en la actividad no se especifica el uso de esta habilidad.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

Ninguno de los indicadores señalados por el programa de estudio, guarda relación con la actividad planteada. Pues los estudiantes identifican en la escuadra el ángulo recto y lo marcan. De manera indirecta podría verse involucrada la tarea de estimar medidas, al momento de reconocer los distintos ángulos de una escuadra y determinar cuál sería uno recto.

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La habilidad implicada en esta actividad corresponde solamente a “dibujar”. Por ende, no presenta relación con las habilidades expuestas en el programa de estudio.

Análisis a priori

Si se implementa la actividad 9 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores de los alumnos junto con la intervención del docente.

Posibles respuestas:

Caso 1: Los estudiantes utilizan la escuadra trazando con un lápiz el contorno que forma un ángulo recto.

Caso 2: Utilizan la escuadra para medir y trazar puntos, los cuales formaran los rayos y su punto de origen.

Posibles errores e intervención docente:

-Los estudiantes utilizan la escuadra trazando con un lápiz el contorno que forma un ángulo agudo, es decir menor a un ángulo recto.

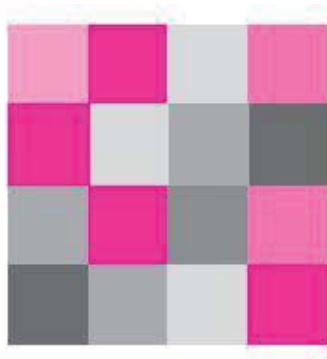
-Los estudiantes no miden bien los puntos que luego formarán el ángulo recto y al unirlos, dar cuenta de su error.

-Los alumnos forman ángulos de distinta medida al no tener un punto de referencia.

El docente debiese en primer lugar dar a conocer a los estudiantes la escuadra como herramienta de trabajo. Analizar los ángulos que la conforman, para dar cuenta que si bien, está compuesta por un ángulo recto, posee además dos ángulos menores que son llamados agudos. Explicar a los estudiantes que la escuadra representa un triángulo que lleva por nombre rectángulo.

Actividad 10: Elaboran un cuadro, usando cuadrados de papel lustre.

Ejemplo:



Análisis de la relación entre actividad y OA

Mediante esta actividad se espera que los estudiantes elaboren un cuadro, haciendo uso de cuadrados de papel lustre.

La actividad no presenta directa relación con el OA, pues no se solicita a los estudiantes la estimación de medidas de ángulos, sin embargo, la herramienta que se utiliza para desarrollar la tarea constituye parte de su entorno, pues resulta cercano para los estudiantes.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

Ninguno de los indicadores mantiene coherencia con la actividad, pues la tarea tiene su foco en la asignatura de Artes Visuales, y si bien sería posible establecer relación entre la tarea y algún indicador, esto no se especifica, centrandolo la importancia solamente en la confección.

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

Mediante el desarrollo de esta tarea, no se ven implicadas las habilidades de comunicar y argumentar, sin embargo, podría establecerse una relación con la habilidad de modelar, pues la tarea considera en parte la representación del objeto de estudio (ángulos dentro de los cuadrados), aunque esto no se especifica ni se aborda.

Análisis a priori

Si se implementa la actividad 10 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores de los alumnos junto con la intervención del docente.

Posibles respuestas:

Los estudiantes colocan cuadrados de papel lustre, de tal manera de formar un cuadro, poniendo por ejemplo un cuadrado de papel al lado del otro o abajo, siempre considerando la formación de un cuadro.

Posibles errores e intervención docente:

-Dibujan un cuadro grande en una hoja, y van colocando los cuadrados de papel lustre hasta completar el cuadro grande, sin embargo no consideran las medidas de dicho cuadro y algunos cuadrados de papel superarán las líneas del cuadro y por ende, deberán ser cortados.

-Los estudiantes pegan o colocan los cuadrados de papel uno al lado del otro o debajo de anterior, sin embargo, no forman un cuadro, sino, un rectángulo u otra figura geométrica.

3.1.2 Actividades sugeridas para el Objetivo de Aprendizaje 19 de Cuarto Básico. “Construir ángulos con el transportador y compararlos”

Indicadores

- **Reconocen los ángulos de 90° y 180° en figuras del entorno.**
 - Confeccionan con dos cintas un transportador simple para medir ángulos.
 - Usan un transportador simple para identificar ángulos 90° y 180° .
 - Miden ángulos de entre 0° y 180° con el transportador.
 - Construyen ángulos entre 0° y 180° con el transportador.
 - Miden y construyen ángulos de entre 180° a 360° .
 - Estiman ángulos y comprueban la estimación realizada.

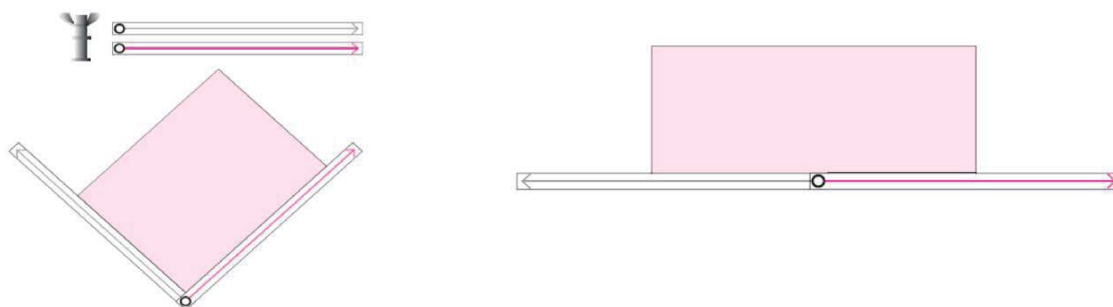
Habilidades

- **Argumentar y Comunicar:** Describir una situación del entorno con una expresión matemática, con una ecuación o con una representación pictórica (OA g)
- **Modelar:** Aplicar un modelo que involucra la ubicación en el plano. (OA i)
- **Resolver Problemas:** Transferir los procedimientos utilizados en situaciones ya resueltas a problemas similares. (OA c)
- **Representar:** Utilizar formas de representación adecuadas con los símbolos matemáticos correctos. (OA l)

Actividad 1: Determinan ángulos de objetos de la sala de clases con una herramienta simple, como la que aparece a continuación.

📌 Observaciones al docente:

Para la herramienta para medir ángulos se necesita el siguiente material: 2 tiras semitransparentes firmes (tapas de carpetas, micas u otros), marcar con flecha (dos colores) y un agujero; tornillo de mariposa.



Análisis de la relación entre actividad y OA

Mediante esta actividad se busca que los estudiantes, determinen ángulos de objetos de su entorno, haciendo uso de una herramienta de estimación de ángulos.

En base a lo anterior, la actividad no presenta coherencia con el OA, pues, no se lleva a cabo una construcción de ángulos, además no se hace uso de un transportador para desarrollar la actividad y finalmente no existe una comparación entre ángulos.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

En esta actividad, se encuentran implicados los primeros dos indicadores. Donde el primero corresponde al reconocimiento de ángulos en el entorno, sin embargo, en dicho indicador se especifican medidas (90° y 180°) mientras que en la actividad no se detalla aquella información, por tanto, la relación que se establece no es completa.

Por otro lado, el segundo indicador, trata sobre la confección de un transportador simple para facilitar la medida de ángulos, tarea que es realizada en esta actividad.

Además, el indicador tres también se encuentra presente medianamente puesto que utilizan el transportador simple para identificar ángulos, dejando de lado las medidas mencionadas (90° y 180°).

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

En la actividad no se desarrolla la habilidad de “modelar”, expuesta por el programa de estudio, ya que dicha habilidad se centra en la identificación de regularidades en expresión numérica y geométrica. En cambio, la actividad posee su foco en la determinación de ángulos en el entorno.

Análisis a priori

Si se implementa la actividad 1 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores de los alumnos junto con la intervención del docente.

Posibles respuestas:

CASO 1: Los estudiantes haciendo uso de la herramienta confeccionada, determinan las medidas de los ángulos de los objetos que se encuentran en la sala de clases: pizarra, puerta, mesa, cuaderno, etc.

CASO 2: Los estudiantes estiman la medida de los ángulos de los objetos que se encuentran en la sala de clases, como por ejemplo: la pizarra, la puerta, la mesa, un cuaderno, etc. Y a continuación, haciendo uso de la herramienta confeccionada comprueban su estimación.

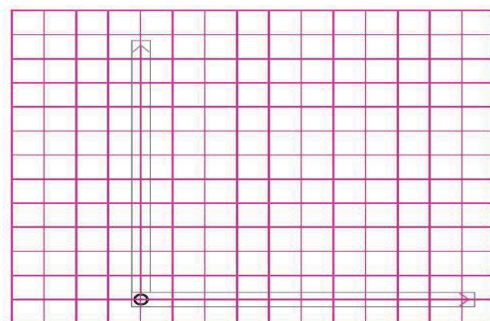
Posibles errores e intervención docente:

Los principales errores que podrían presentarse están inclinados hacia el campo conceptual, es decir, que los estudiantes al realizar la determinación de las medidas de los ángulos en los objetos, dichas medidas sean erróneas, porque aún no presentan dominio sobre el contenido.

Como devolución ante estos errores, el docente debe realizar aclaraciones en torno a las distintas clasificaciones y medidas de los ángulos, apoyándose para ello en imágenes, dibujos y/o material concreto.

Actividad 2: Indican en el cuaderno de matemáticas ángulos de 90° , 180° y 360° , utilizando la herramienta de la actividad 1.

Ejemplos:



Análisis de la relación entre actividad y OA

En esta actividad se espera que los estudiantes haciendo uso de la herramienta confeccionada en la actividad 1, indiquen distintos ángulos dados: 90° , 180° y 360° .

La actividad no es coherente con respecto al OA, ya que el estudiante solo debe indicar medidas de ángulos y no así, construir ni comparar dichos ángulos.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

El indicador que presenta relación con respecto a la actividad corresponde al que está relacionado con el uso de un transportador simple para la identificación de ángulos de 90° y 180° , sin embargo no considera la medida de 360° .

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

Esta actividad sí presenta relación con la habilidad de modelar, enfocada en la identificación de regularidades en expresión matemática y geométrica, porque los estudiantes trabajarán con medidas equivalentes, es decir, ángulo de 90° , para el cual el doble de este es exactamente 180° y el doble de este último es 360° .

Análisis a priori

Si se implementa la actividad 2 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores de los alumnos junto con la intervención del docente.

Posibles respuestas:

Los alumnos utilizan la herramienta para formar las medidas de los ángulos solicitados (90° , 180° y 360°) y luego superponen la herramienta sobre el cuaderno para indicar en donde se ubica.

Posibles errores e intervención docente:

Dentro de los posibles errores se encuentra el mal uso de la herramienta, por lo que se generaría que indiquen mal los ángulos dentro del plano.

Los estudiantes no logran indicar el ángulo de 360° pues genera confusiones con respecto a que retorna al punto de origen.

Como posible devolución se halla el hecho de que el docente enfatice el correcto uso de la herramienta, ya que de lo contrario, produciría errores en las medidas de los ángulos. Por otro lado, el docente podría ejemplificar, con el material concreto realizado, en torno a la suma de dos ángulos de 90° , el cual es el más conocido por ellos, para llegar al de 180° y realizar lo mismo para concluir en el ángulo de 360° .

Actividad 3: Usan la herramienta de la actividad 1 para construir ángulos de 90° , 270° (180° , 360°) en el cuaderno de matemática.

Análisis de la relación entre actividad y OA

Si bien los estudiantes construyen ángulos al igual que lo establecido por el OA, no hacen uso del transportador para llevar a cabo esta tarea, utilizando en cambio la herramienta confeccionada en la primera actividad. Además, no se especifica que los estudiantes deban comparar los ángulos una vez construidos.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

No existe relación entre la actividad y algún indicador, puesto que a pesar de que se realizan construcciones de ángulos, no se llevan a cabo con el transportador, aspecto que es mencionado en los indicadores, sino que con la herramienta confeccionada en la primera actividad.

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad es coherente con respecto a la habilidad que señala el programa de estudio, ya que los estudiantes deben resolver una tarea haciendo uso de procedimientos ya utilizados en tareas anteriores y que resultan similares.

Análisis a priori

Si se implementa la actividad 3 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores de los alumnos junto con la intervención del docente.

Posibles respuestas:

CASO 1: Los estudiantes construyen los ángulos dados: 90° , 180° , 270° , 360° , haciendo uso de la herramienta confeccionada en la primera actividad.

CASO 2: Los estudiantes construyen solamente los ángulos que resultan conocidos por ellos: 90° , 180° , (360°).

CASO 3: Los estudiantes construyen los ángulos sin hacer uso de la herramienta confeccionada anteriormente.

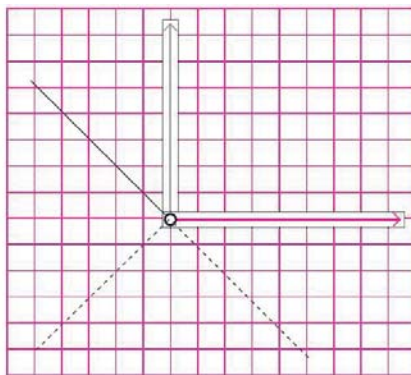
Posibles errores e intervención docente:

Los posibles errores radican en el mal uso de la herramienta para poder construir los ángulos solicitados. Además de la dificultad en construir el ángulo de 270° .

El docente debiese esclarecer las regularidades que poseen las medidas de los ángulos dados. Es decir, a partir del ángulo de 90° , posteriormente se van agregando 90° , para obtener 180° , luego se repite este proceso para obtener 270° y nuevamente se agregan 90° para obtener 360° . Dicho de otro modo, al construir un ángulo recto e ir agregando otro ángulo recto se van obteniendo las medidas solicitadas.

Actividad 4: Construyen con la herramienta de la actividad 1 ángulos de 45° , 135° , 225° y 315° , utilizando las líneas diagonales de las cuadrículas.

Ejemplos:



Análisis de la relación entre actividad y OA

Los estudiantes construyen ángulos al igual que lo esperado en el OA, sin embargo, no hacen uso de un transportador para esto, ni tampoco comparan los ángulos construidos.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

Ninguno de los indicadores responde en totalidad a la actividad señalada. Pues no hay uso de transportador, ni medición de ángulos y los ángulos a construir no están solamente entre el rango de 180° a 360° .

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad es coherente con respecto a la habilidad que señala el programa de estudio, ya que los estudiantes deben resolver una tarea haciendo uso de procedimientos ya utilizados en tareas anteriores y que resultan similares.

Análisis a priori

Si se implementa la actividad 4 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores de los alumnos junto con la intervención del docente.

Posibles respuestas:

CASO 1: Los estudiantes construyen los ángulos dados: 45° , 135° , 225° , 315° , haciendo uso de la herramienta confeccionada en la primera actividad.

CASO 2: Los estudiantes construyen solamente los ángulos que resultan conocidos por ellos: 45° (según el programa de matemática de Tercero Básico).

CASO 3: Los estudiantes construyen los ángulos sin hacer uso de la herramienta confeccionada anteriormente.

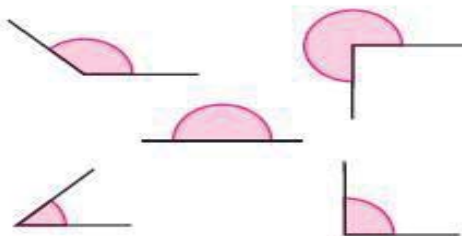
Posibles errores e intervención docente:

Como posibles errores se encuentra que los estudiantes presentan dificultades para llevar a cabo la construcción de los ángulos de 135° , 225° , 315° .

Para la posible intervención docente, el profesor podría esclarecer las regularidades que poseen las medidas de los ángulos dados. Es decir, a partir del ángulo de 45° , posteriormente se van agregando 90° , para obtener 135° , luego se repite este proceso para obtener 225° y nuevamente se agregan 90° para obtener 315° . Dicho de otro modo, al construir un ángulo de 45° , se le van agregando ángulos rectos para obtener las medidas solicitadas.

Actividad 5: Colorean las áreas entre las flechas de ángulos de 45° , 90° , 135° , 180° , 225° , 270° y 315° en forma separada, para visualizar el concepto ángulo.

Ejemplos:



Análisis de la relación entre actividad y OA

La actividad presenta falta de claridad con respecto a lo que el estudiante debe realizar. Sin embargo, a partir de lo que se puede desprender, sería posible establecer que por medio de esta tarea, se espera que los estudiantes visualicen el concepto de ángulo, coloreando las áreas de las figuras de ángulos, según las medidas dadas.

La actividad no tiene coherencia con respecto al OA, pues, el foco está centrado en colorear distintas medidas de ángulos y no así de construir, ni compararlas. Además, no se hace uso de herramientas, como el transportador.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

Ninguno de los indicadores tiene coherencia con la actividad, ya que, tal como se señaló anteriormente, a través de esta tarea se pretende acercarse al concepto de ángulo, de manera visual. Por lo tanto, no hay construcción de ángulos, ni uso de transportador, ni estimación de medidas.

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La habilidad tiene coherencia con respecto a la actividad, pues, los estudiantes deben colorear ángulos dados para representar las medidas de dichos ángulos, lo cual se relaciona a un símbolo matemático, específicamente, el símbolo de los ángulos.

Análisis a priori

Si se implementa la actividad 5 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores de los alumnos junto con la intervención del docente.

Posibles respuestas:

Caso 1: Los estudiantes colorean el área de los ángulos, según las medidas que se les entregan.

Caso 2: los estudiantes colorean el área de los ángulos e indican a qué medida corresponde.

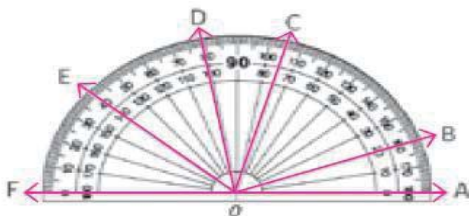
Posibles errores e intervención docente:

Dentro de las medidas que se les entrega a los estudiantes, hay algunas que comparten la misma forma, por ejemplo, el ángulo de 45° con el ángulo de 315° , así también el ángulo de 90° , con el ángulo de 270° . Lo anterior, podría constituir un error muy posible, al colorear el área incorrecta.

El docente debiese solicitar a los estudiantes, la comprobación de sus respuestas, mediante el uso del transportador, superpuesto en los ángulos coloreados.

Actividad 6: Explican y aplican el uso del transportador con ayuda de la herramienta de la actividad 1 para medir y construir ángulos como los del dibujo.

Ejemplos:



Análisis de la relación entre actividad y OA

Esta actividad presenta cierta coherencia con respecto al OA, pues los estudiantes realizan construcciones de ángulos y además hacen uso del transportador para llevar a cabo esta tarea. Sin embargo, no se sugiere una comparación de ángulos.

Vale agregar que, a través de esta actividad recién los estudiantes comienzan a acercarse al transportador como herramienta de medida de ángulos.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad presenta relación solo con dos indicadores (4° y 5°), los cuales están relacionados específicamente con la medición de ángulos entre 0° y 180° y la construcción de ángulos de las mismas medidas mencionadas. Donde en dichos indicadores, además, se detalla el uso del transportador para llevar a cabo la(s) tarea(s).

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

En cuanto a la relación de la actividad con las habilidades que expone el programa de estudio, existe coherencia, pues, los estudiantes deben dar explicación acerca del uso del transportador para medir y construir ángulos, entregando así una relación con la habilidad de “argumentar y comunicar”. Por otro lado, con respecto a la habilidad de “resolver problemas”, existe gran relación con la actividad, ya que los estudiantes han estado desarrollando variadas tareas haciendo uso de una herramienta confeccionada previamente y la que ahora los acercará a una nueva herramienta.

Análisis a priori

Si se implementa la actividad 6 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores de los alumnos junto con la intervención del docente.

Posibles respuestas:

Los estudiantes miden y construyen todos los ángulos que se les solicitan, haciendo uso de ambos instrumentos de medición, a través de la superposición la herramienta elaborada en la actividad 1 sobre el transportador, deteniendo el rayo móvil para formar la medida del ángulo.

Los estudiantes miden y construyen solo los ángulos que ya han estudiado anteriormente, haciendo uso de solo uno de los instrumentos de medición.

Posibles errores e intervención docente:

Dentro de los posibles errores se pueden mencionar que los estudiantes no hacen uso correcto del transportador, por lo que la actividad no se desarrolla de manera adecuada.

Otro posible error es que los estudiantes no hacen coincidir las herramientas de medición (transportador y herramienta confeccionada). Es decir, rayos y puntos de origen, así también no considerar el sentido horario u antihorario para la medición de los ángulos.

Las posibles intervenciones docentes radican en el hecho de que éste les explique la manera de utilizar el transportador, ejemplificando con los ángulos ya conocidos anteriormente como el de 45° y 90° .

Actividad 7: Construyen ángulos entre 0° y 180° usando el transportador.

Análisis de la relación entre actividad y OA

La actividad presenta concordancia con respecto a una parte del OA, porque si bien los estudiantes deben construir ángulos y hacer uso del transportador para dicha construcción, no se establece una comparación de los ángulos.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad presenta relación con solo el quinto indicador, el cual hace referencia a la construcción de ángulos entre 0° y 180° , haciendo uso de un transportador.

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

Esta actividad presenta concordancia con la habilidad de “resolver problemas”, pues los estudiantes deben hacer uso de elementos y conocimientos ya adquiridos para lograr el desarrollo de esta nueva actividad.

Análisis a priori

Si se implementa la actividad 7 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores de los alumnos junto con la intervención del docente.

Posibles respuestas:

Caso 1: Los estudiantes construyen ángulos dados por el docente, utilizando el transportador.

Caso 2: Los estudiantes construyen ángulos conocidos (45° , 90° , 180° y 135° utilizando el transportador.

Caso 3: Los estudiantes construyen ángulos, sin hacer uso del transportador.

Posibles errores e intervención docente:

Incorrecto uso del transportador.

En cuanto a las intervenciones del docente, estas deben estar enfocadas al uso del transportador y a sus respectivas características.

Actividad 8: Identifican y registran en diferentes objetos del entorno, ángulos menor que 90° , mayor de 90° y menor de 180° .

Análisis de la relación entre actividad y OA

La actividad plantea medir los ángulos de diferentes objetos del entorno, identificarlos y posteriormente registrarlos según su medida, menor que 90° , mayor de 90° y menor de 180° .

La actividad no presenta relación con respecto al OA, pues no existe construcción de ángulos ni comparación de éstos y además, no hay uso del transportador.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

Ninguno de los indicadores expuestos por el programa de estudio, guarda relación con la actividad, ya que las habilidades cognitivas están enfocadas hacia la identificación y el registro de ángulos de objetos del entorno y no así de la construcción, medición y/o comparación de estos.

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad no tiene concordancia con la habilidad, ya que esta última refiere a la argumentación y comunicación, situaciones que no se generan durante el desarrollo de la tarea.

Análisis a priori

Si se implementa la actividad 8 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores de los alumnos junto con la intervención del docente.

Posibles respuestas:

Registran diferentes objetos de su entorno: mesa, goma, cuaderno, pizarra, reloj analógico, etc.; e identifican los ángulos de cada objeto. Sin son menores de 90° , mayores de 90° y menores de 180° .

Posibles errores e intervención docente:

Los estudiantes podrían Identificar ángulos que no fueron solicitados: ángulos rectos, ángulos de 180° , ángulos de 360° .

Los estudiantes identifican y registran erróneamente los objetos, según las medidas de sus ángulos.

El docente debe generar una instancia para que los alumnos puedan recordar las características de los ángulos menores de 90° , mayores de 90° y menor de 180° , haciendo uso de ejemplos, imágenes y material concreto si es necesario.