



PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATOLICA
DE VALPARAISO



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE VALPARAÍSO

MAGÍSTER EN INGENIERÍA INFORMÁTICA

ESCUELA DE INGENIERÍA INFORMÁTICA

**MODELOS DE PRONÓSTICOS BASADOS EN VALORES
SINGULARES DE LA MATRIZ HANKEL PARA LA
CAPTURA ANCHOVETAS Y SARDINAS EN EL ÁREA
NORTE DE CHILE**

JESÚS ALVARADO GUZMÁN

**TESIS PARA OPTAR AL GRADO ACADÉMICO DE
MAGÍSTER EN INGENIERÍA INFORMÁTICA**

VALPARAÍSO, JUNIO 2016



PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATOLICA
DE VALPARAISO



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE VALPARAÍSO

MAGÍSTER EN INGENIERÍA INFORMÁTICA

ESCUELA DE INGENIERÍA INFORMÁTICA

**MODELOS DE PRONÓSTICOS BASADOS EN VALORES
SINGULARES DE LA MATRIZ HANKEL PARA LA
CAPTURA ANCHOVETAS Y SARDINAS EN EL ÁREA
NORTE DE CHILE**

JESÚS ALVARADO GUZMÁN

Profesor guía: Dr. Nivaldo Rodríguez Agurto

VALPARAÍSO, JUNIO 2016

Agradecimientos.

Principalmente a Dios, que me ha dado todo en la vida y siempre ha estado ahí para ayudarme; a mi padre Jorge Q.E.P.D que con su lucha me hizo ser la persona que soy y los valores que tengo; a mi esposa Jhas por estar siempre a mi lado con su apoyo constante; a mi familia por el cariño que me da; al Profesor Nibaldo, que me enseñó y me instruyó en este gran proceso del magíster con su carisma y su gran conocimiento; a la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, por permitirme estudiar y prepararme más profesionalmente; y los que falte por nombrar por estar ahí siempre. Gracias a Todos ellos.

Resumen

En el presente trabajo se proponen dos modelos de predicción basados en valores singulares para series de tiempo no estacionarias. Los Modelos de Predicción hacen uso de valores históricos de capturas de mensuales de anchoveta y sardinas durante los años 1963 al 2007 y de 1976 al 2007 respectivamente, ambos modelos utilizan una técnica de extracción de componentes basada en la matriz Hankel y su descomposición de valores singulares, que permite separar la serie original en dos componentes: una de alta frecuencia, y otra de baja frecuencia, la cuales son utilizadas para la predicción de la serie original. Según los resultados obtenidos nos indican una mejora para ambos modelos respecto al Modelo Convencional(ARM), en base a métricas de bondad, requiriendo entre 7 y 8 datos previos de las series históricas para lograr un coeficiente de determinación por sobre el 98%, con errores relativos menores al 2%.

Palabras claves: Matriz de Hankel, Descomposición de Valores Singulares (DVS), ARX Aditivo, AR Aditivo, Anchovetas, Sardinas, Norte de Chile

Abstract

In this thesis two models of prediction based on singular values for non-stationary time series are proposed. Prediction models make use of historical values of catches monthly anchovy and sardines during the years 1963 to 2007 and 1976 to 2007 respectively, both models use a technique of extraction of components based on Hankel matrix and singular value decomposition allowing separate the original series into two components : a high frequency and a low frequency, which are used for prediction of the original series . Experimental results shows an improvement for both models from the conventional model (ARM), based on metrics kindness, requiring between 7 and 8 previous data from historical series to achieve a coefficient of determination by over 98 % , with relative errors less than 2%

Key Words: Hankel Matrix, Singular Value Descomposition (SVD), ARX Additive, AR Additive, Anchovy, Sardines, North of Chile.

Lista de Abreviaciones (Acrónimos).

ENOS = Fenómeno del niño/oscilación del sur.

NOAA: National Oceanic and Atmospheric Administration.

ANN's = Artificial Neural Networks (Ingles), Redes neuronales artificiales.

ARM = Modelo Auto-Regresivo o modelo de auto-regresión.

AAR= Modelo Auto-Regresivo Aditivo.

AARX= Modelo Auto-Regresivo Aditivo Exogeno.

ACF = Auto-correlation function, Función de Auto-correlacion.

SVD = Singular value decomposition.

DVS = Descomposición de valores singulares.

HSVD = Descomposición de valores singulares de la matriz de Hankel

GCV = Validación Cruzada Generalizada.

Mmin = Componente Mínima

Mmax = Componente Máxima

Contenido

Introducción	1
1.1 Objetivos.....	4
1.1.1 Objetivo General	4
1.1.2 Objetivos Específicos	4
1.2 Organización del Documento.	4
Estado del Arte.	5
2.1 Fenómeno del Niño y su influencia en la captura de peces en Chile.	5
2.2 Serie de Tiempo.....	6
2.2.1 Tendencia.	6
2.2.2 Estacionalidad	7
2.2.3 Ciclicidad.	7
2.2.4 Aleatoriedad	7
2.3 Matriz de Hankel.	8
2.4 Descomposición de Valores Singulares (DVS).....	9
2.5 Pronóstico Regresión Lineal.....	10
Solución Propuesta.	12
3.1 Estacionalidad de la Serie de Tiempo.....	12
3.2 Energía de los Componentes.	14
3.3 Descomposición del Hankel con SVD.	16
3.4 Estructura del Modelo I, Modelo Convencional.	18
3.5 Estructura del Modelo II, Modelo AR Aditivo.....	18
3.5.1 Modelo paso a paso.	19
3.6 Estructura del Modelo III, Modelo ARX Aditivo.	21
3.6.1 Modelo paso a paso	22
3.7 Métricas de Rendimiento.....	24
3.8 Calibración de los Modelos.	25
3.8.1 Modelo Convencional.	25
3.8.2 Modelo AR Aditivo.....	25
3.8.3 Modelo ARX Aditivo.....	26
3.9 Testing de los Modelos.....	26
3.9.1 Modelo Convencional.	26

3.9.2	Modelo AR Aditivo.....	26
3.9.3	Modelo AR Aditivo.....	27
Discusión de Resultados.....		28
4.1	Anchovetas.	28
4.1.1	Modelo Convencional.	29
4.1.2	Cálculo de la Energía de la serie de Tiempo.	32
4.1.3	Modelo AR Aditivo.....	33
4.1.4	Modelo ARX Aditivo.....	48
4.2	Sardinas.	62
4.2.1	Modelo Convencional	63
4.2.2	Modelo AR Aditivo.....	65
4.2.3	Modelo ARX Aditivo.....	68
4.3	Comparativa de Modelos.....	71
4.3.1	Anchovetas.	71
4.3.2	Sardinas.	73
4.4	Tiempos de Cómputo.....	74
Conclusiones.		77
Anexos.		81

Lista de Ilustraciones y Figuras.

Indice del Niño Oceanico.....	6
Matriz de Hankel.....	8
Estructura de la matriz de Hankel	8
Matriz de Hankel de una serie de datos.....	9
Serie de tiempo y ACF de Anchovetas	13
Serie de tiempo y ACF de Sardinas	14
Ejemplo calculo de energia de los componentes.....	15
Modelo de auto-regresion.....	18
Modelo AR aditivo.....	19
HSVD de los datos	20
Componente de baja frecuencia con el modelo de auto-regresivo.....	20
Componente de alta frecuencia con el modelo de auto-regresivo.....	21
Modelo ARX aditivo.....	22
HSVD de los datos	23
Componente de baja frecuencia con el modelo de auto- regresivo.....	23
Componente de alta-baja frecuencia con el modelo de auto- regresivo.....	24
Serie de tiempo Anchovetas.....	28
GCV del Modelo Convencional.....	29
Valor Estimado vs Valor Observado delo Modelo Convencional	29
Mejor Ajuste para el Modelo Convencional	30
Error relativo del Modelo Convencional.....	31
Energia de los componentes de las anchovetas.....	32
Componente Mínima.	
GCV del Modelo AR aditivo	33
Valor Estimado vs Valor Observado del Modelo AR aditivo (Baja Frecuencia).....	34
Mejor Ajuste para el Modelo AR aditivo (Baja Frecuencia)	35
Valor Estimado vs Valor Observado del Modelo AR aditivo (Alta Frecuencia).....	36
Mejor Ajuste para el Modelo AR aditivo (Alta Frecuencia).....	37
Valor Estimado vs Valor Observado del Modelo AR aditivo (Alta+Baja Frecuencia).....	38
Mejor Ajuste para el Modelo AR aditivo (Alta Frecuencia+Baja Frecuencia).....	39

Error relativo del Modelo AR aditivo	39
Componente Máxima.	
GCV del Modelo AR aditivo	40
Valor Estimado vs Valor Observado del Modelo AR aditivo (Baja Frecuencia)	41
Mejor Ajuste para el Modelo AR aditivo (Baja Frecuencia)	42
Valor Estimado vs Valor Observado del Modelo AR aditivo (Alta Frecuencia).....	43
Mejor Ajuste para el Modelo AR aditivo (Alta Frecuencia).....	44
Valor Estimado vs Valor Observado del Modelo AR aditivo (Alta+Baja Frecuencia)	45
Mejor Ajuste para el Modelo AR aditivo (Alta Frecuencia+Baja Frecuencia).....	46
Error relativo del Modelo AR aditivo	46
Componente Mínima.	
GCV del Modelo ARX aditivo.....	48
Valor Estimado vs Valor Observado del Modelo ARX aditivo (Baja Frecuencia)	49
Mejor Ajuste para el Modelo ARX aditivo (Baja Frecuencia)	50
Valor Estimado vs Valor Observado del Modelo ARX Aditivo (Baja-Alta Frecuencia).....	51
Mejor Ajuste para el Modelo ARX aditivo (Alta Frecuencia).....	52
Valor Estimado vs Valor Observado del Modelo ARX aditivo (Baja Frecuencia + Alta-Baja Frecuencia)	53
Mejor Ajuste para el Modelo ARX aditivo (Alta Frecuencia+Alta-Baja Frecuencia)	54
Error relativo del Modelo ARX aditivo	54
Componente Máxima.	
GCV del Modelo ARX aditivo.....	55
Valor Estimado vs Valor Observado del Modelo ARX aditivo (Baja Frecuencia)	56
Mejor Ajuste para el Modelo ARX aditivo (Baja Frecuencia)	57
Valor Estimado vs Valor Observado del Modelo ARX Aditivo (Baja-Alta Frecuencia).....	58
Mejor Ajuste para el Modelo ARX aditivo (Alta Frecuencia).....	59
Valor Estimado vs Valor Observado del Modelo ARX aditivo (Baja Frecuencia + Alta-Baja Frecuencia)	60
Mejor Ajuste para el Modelo ARX aditivo (Alta Frecuencia+Alta-Baja Frecuencia)	61
Error relativo del Modelo ARX aditivo	61
Serie de tiempo Sardinias	63
GCV del Modelo Convencional.....	63

Mejor Ajuste para el Modelo Convencional	64
Error relativo del Modelo Convencional.....	64
GCV del Modelo AR aditivo	65
Mejor Ajuste para el AR aditivo	66
Error relativo del AR aditivo.....	66
GCV del Modelo ARX aditivo.....	68
Mejor Ajuste para el ARX aditivo	69
Error relativo del ARX aditivo.....	69

Lista de Tablas.

Anchovetas

Métricas del Modelo Convencional	31
Componente Mínima.	
Métricas del Modelo AR aditivo (Baja Frecuencia)	35
Métricas del Modelo AR aditivo (Alta Frecuencia).....	37
Métricas del Modelo AR aditivo (Alta+Baja Frecuencia)	40
Componente Máxima	
Métricas del Modelo AR aditivo (Baja Frecuencia)	42
Métricas del Modelo AR aditivo (Alta Frecuencia).....	44
Métricas del Modelo AR aditivo (Alta+Baja Frecuencia)	47
Métricas Comparativas de la salida del Modelo AR aditivo.....	47
Componente Mínima.	
Métricas del Modelo ARX aditivo (Baja Frecuencia)	50
Métricas del Modelo ARX aditivo (Baja-alta Frecuencia)	52
Métricas del Modelo ARX aditivo (Baja Frecuencia + Alta-Baja Frecuencia)	55
Componente Máxima	
Métricas del Modelo ARX aditivo (Baja Frecuencia)	57
Métricas del Modelo ARX aditivo (Baja-alta Frecuencia)	59
Métricas del Modelo ARX aditivo (Baja Frecuencia + Alta-Baja Frecuencia)	62
Métricas Comparativas de la salida del Modelo ARX aditivo.....	62
Sardinas.	
Métricas del Modelo Convencional	65
Métricas del Modelo AR aditivo (Baja Frecuencia)	67
Métricas del Modelo AR aditivo (Alta Frecuencia).....	67
Métricas del Modelo AR aditivo (Alta+Baja Frecuencia)	67
Métricas del Modelo ARX aditivo (Baja Frecuencia)	70
Métricas del Modelo ARX aditivo (Baja-alta Frecuencia)	70
Métricas del Modelo ARX aditivo (Baja Frecuencia + Alta-Baja Frecuencia)	70
Comparativa.	
Métricas de Rendimiento (Anchovetas).....	71
Métricas de Ganancia de los Modelos (Anchovetas).....	72
Métricas de Ganancia de los Modelos II (Anchovetas)	72

Métricas de Rendimiento (Sardinas)73
Métricas de Ganancia de los Modelos (Sardinas)73
Métricas de Ganancia de los Modelos II (Sardinas)73
Tiempos de Computo AR (Anchovetas)74
Tiempos de Computo AAR (Anchovetas)75
Tiempos de Computo AARX (Anchovetas)75
Tiempos de Computo AR (Sardinas)75
Tiempos de Computo AAR (Sardinas)76
Tiempos de Computo AARX (Sardinas)76

Capítulo 1.

Introducción

Desde inicios del Desarrollo de la Humanidad, la pesca es una de las primeras actividades en la historia del hombre encaminada a satisfacer sus necesidades alimenticias. Aunque no existe certeza exacta de la época en que nuestra especie empezó a practicarla, se tienen registros que dan cuenta que el hombre de la edad de piedra ya fabricaba rústicos anzuelos hechos de huesos, piedras, cuernos y maderas [3]. Posteriormente, con la evolución de las tecnologías y de seguir satisfaciendo esta necesidad, se desarrollaron varios métodos de pesca, hasta llegar a la pesquería, la cual se entiende como una amplia gama de actividades pesqueras: desde la utilización de equipos y embarcaciones iguales para la captura de una misma variedad de recursos acuáticos; el manejo, almacenamiento y transporte de la captura; hasta su procesamiento, distribución y venta [3].

Siempre ha existido una tendencia a aumentar la variedad de los recursos explotados, probablemente debido a que se están alcanzando los límites de producción en las principales poblaciones y el aumento de los mercados, para una gama más amplia de productos pesqueros; sin embargo, los indicadores sobre la ecología de la mayoría de las zonas y los ecosistemas indican que estos se hallan próximos a la explotación plena.

Chile hoy en día, se encuentra entre los principales productores pesqueros a nivel mundial y por ello requiere contar con elementos de gestión que permitan diseñar mejores políticas y determinar cuotas de pesca. Asimismo, la industria pesquera busca optimizar sus estrategias de pesca considerando las variables ambientales que afectan los recursos y su captura. El mar de Chile presenta características oceanográficas marcadamente diferentes, ya sea de acuerdo a la latitud, distancia de la costa y profundidad. Así, las propiedades físicas del mar, en especial la salinidad, la temperatura y el oxígeno disuelto en el agua, presentan notables variaciones espaciales y temporales. La corriente de Humboldt o sistema de corrientes Chile-Perú caracteriza el margen occidental del océano Pacífico por la presencia de aguas frías y altamente oxigenadas se desplazan de sur a norte. [1][2]

La tarea de la investigación apoyada por las técnicas científicas se enfoca en el análisis de especies específicas o de comportamiento muy similar. En la zona norte del país, las especies Sardina (*Sardinops sagax*) y Anchoveta (*Engraulis ringens*) [3] son los principales recursos de interés para su captura, presentan variaciones imprevistas de biomasa y alternancia de abundancia entre ellas. Para ello se dispone de una base de datos [4] en la cual se trabaja para el análisis e implementación del pronóstico. La captura de Anchoveta y Sardinias en años anteriores ha sido

destinada básicamente al consumo humano indirecto (en la elaboración de harina y aceite) [5], sin embargo, la producción de conservas elaboradas a base de esta especie ha incrementado su demanda. De acuerdo a registros de los movimientos productivos de esta especie pelágica del norte de Chile, entre Arica y Antofagasta [33], se visualiza que mantienen un comportamiento no lineal (sus cambios no se basan en una simple relación proporcional entre causa y efecto, éstos suelen ser bruscos, inesperados y difíciles de prever) y no estacionario (sus propiedades varían con el tiempo), pues reflejan notables variaciones de biomasa, rápidos colapsos y recuperaciones, asociadas a cambios ambientales como la temperatura superficial del mar y el fenómeno de El Niño Oscilación del Sur” (ENOS) (conocido como “Corriente del Niño”) .[2]

Se evidencia desconocimiento de información científica referente a la dinámica de los recursos pesqueros en el sistema de la corriente de Humboldt. Esto ha afectado la aplicación de un manejo óptimo y racional de recursos. Lo anterior, determina la necesidad de apoyos científicos, que generen información predictiva de la variabilidad del comportamiento de las especies.

Para poder optimizar la recolección de estos recursos es primordial saber pronosticar el comportamiento de estas especies, pero ¿qué es una predicción razonable?, una predicción razonable y verificable, sobre un hecho o acontecimiento nuevo o desconocido. Se caracteriza por anticipar qué va a ocurrir; la inferencia, en cambio, explica o interpreta lo que ocurrió. Se pronostican fenómenos como las horas de salida y la puesta del Sol, los eclipses, el tiempo atmosférico, etc. Las predicciones tienen su base en observaciones, mediciones e inferencias; una predicción que no se sustenta en antecedentes serios no es científica: es un adivinanza o conjetura. Un meteorólogo, por ejemplo, fundamenta sus predicciones en una serie de observaciones (datos) que provienen básicamente de dos fuentes: estaciones meteorológicas terrenas y oceánicas, y satélites meteorológicos. Además, el meteorólogo conoce perfectamente cómo se relacionan los factores del clima y fundamenta sus predicciones en la historia de sus registros y en las regularidades.

La principal dificultad para construir pronósticos con base en un modelo de simulación es la incorporación de la incertidumbre sobre el valor de ciertos parámetros del modelo, que a menudo (en las técnicas para pronóstico) se estiman a partir de datos muestrales (o históricos) disponibles. Para poder optimizar el uso de los recursos, se ha optado por varios modelos de predicción, para saber cuándo es posible su uso en su tiempo futuro, para así aprovechar al máximo cuando está por llegar un alta de las especies en la zona, además de evitar pescar en zona(tiempo) de baja, la cual permitirá no sobreexplotar las especies en dicha época.

Las técnicas de inteligencia computacional son un aliado en el pronóstico de series no estacionarias por su característica en el comportamiento no lineal, entre ellas las Redes Neuronales Artificiales (ANNs) [20], las Maquinas de Soporte Vectorial (SVM) [21]. Los Modelos de las ANNs [16] se han utilizado en distintas áreas de conocimiento (medicina, base de datos, imágenes, etc) y en base a ello se han aplicado diversas estrategias con el fin

de mejorar su funcionalidad, como en, la selección adecuada de funciones de transferencia y de activación [22,23], la variación de la dimensión de entradas y su desfase en la red [24], la cantidad de nudos ocultos [25] o su algoritmo de aprendizaje [26].

Teniendo la información histórica de 44 años de la captura de anchovetas, comprendidas entre 1963 y 2007, y de sardinas de 31 comprendidas entre 1976 y 2007, esta investigación pretende implementar dos modelos predictivos que permitan indicar el número de capturas de peces en el Área Norte de Chile, esta investigación se compara con los resultados del modelo Auto-regresivos convencional, para así destacar las ventajas y desventajas de cada modelo, para poder realizarlo se utilizó el software matemático Matlab [12].

Estos modelos permitirán recibir diferentes series de datos y predecir sus valores futuros con bajo porcentaje de error, para esto se utilizará la auto-regresión lineal para determinar los coeficientes que mejor representen la dinámica de cada serie de datos, para predecir los valores futuros de las series de datos, para eso se basará en una estrategia implementada para identificar componentes de baja y alta frecuencia intrínsecos de cada serie de dato histórico [31]. Consiste en descomponer los valores singulares de la matriz de Hankel, matriz que es construida a partir de la serie de datos originales, posteriormente se comparara con el modelo auto-regresivo para así evidenciar su rendimiento. Se evidenciará la eficiencia de cada modelo en base a los indicadores de bondad, utilizando un set de datos para entrenamiento o training, ajuste de los modelos y un set de datos para el testeo de la predicción, de esta forma se determinará la separación y tratamiento por separado de componentes de una serie la predicción de series de tiempo no estacionarias conlleva a un desafío para las investigaciones debido a la complejidad de su comportamiento [27], por medio de esto se han desarrollado varios modelos los cuales permiten ajustar la estructura de la serie.

Con lo anterior, se busca validar los modelos para ser usado en la proyección del número de captura de peces en cualquier región del país, facilitando la labor de la pesca o entidades pesqueras para planificar sus recursos y controlar la pesca para no acabar o sobreexplotar una especie.

Anteriormente, se han descubierto nuevas técnicas de pronóstico para estas especies de las cuales podemos descubrir la complejidad de cada una de ellas con respecto al método utilizado. Existen varias técnicas de pronóstico, las cuales se irán explicando más adelante en esta tesis, se utilizará la descomposición de valores singulares de la matriz Hankel de los datos como novedad para realizar pronóstico de las sardinas y anchovetas de área norte de Chile.

1.1 Objetivos.

1.1.1 Objetivo General

Desarrollar un modelo auto-regresivo lineal para pronosticar una serie de tiempo mensual de captura de anchovetas y sardinas en el norte de Chile, aplicando la matriz Hankel y la SVD para la extracción de una componente estacionaria de alta frecuencia (HF) y una componente con tendencia de baja frecuencia (LF)

1.1.2 Objetivos Específicos

- Extraer componentes de alta y baja frecuencia de una serie de tiempo usando el método de descomposición de valores singulares
- Diseñar y estimar los parámetros de modelos auto-regresivos usando el método de los mínimos cuadrados lineales.
- Evaluar y comparar el rendimiento de los modelos autoregresivos propuestos usando indicadores de bondad: RMSE, MAE, y R^2 .

1.2 Organización del Documento.

El documento continúa en el Capítulo 2, en donde está el estado del arte, en el cual se presentan los fenómenos que afectan a la captura de anchoveta y sardina en la parte norte de Chile, además de las técnicas que se implementan en esta tesis para la construcción de los modelos propuestos. En el capítulo 3, se muestra la solución propuesta a la predicción de la captura de estas especies, en donde se hace una breve descripción de la estacionalidad de las series de tiempo y cómo determinarlas, se presentan cómo se construye la matriz de Hankel, a su vez cómo se extraen los componentes por medio de la SVD y son distribuidos en dos componentes principales (Alta y baja Frecuencia), también se presentan las estructuras de los modelos propuestos y las métricas usadas para ver la efectividad de los mismos. En el capítulo 4, se muestran los resultados de los modelos y se comparan las métricas de cada uno para ver la ganancia con respecto al otro. Y finalmente, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones de la tesis.

Capítulo 2.

Estado del Arte.

En este estado del Arte, se verá los temas para los modelos propuestos para la tesis, empezaremos hablando del Fenómeno del Niño, el cual es una componente que influye en la serie temporal de datos. Se continua con cómo se componen una serie temporal, tema importante ya que trabajamos con una, la cual influye mucho a en la predicción, identificado sus componentes y según su estacionalidad se verá en el siguiente capítulo (capitulo 3) su complejidad. También se habla de la Matriz de Hankel, como se compone, su estructura, posteriormente la descomposición de la misma, por medio del SVD, ambas esenciales para la construcción de los modelos, y por último, se verá cómo se componen un modelo de pronóstico de regresión lineal, modelo base para nuestros modelos propuestos.

2.1 Fenómeno del Niño y su influencia en la captura de peces en Chile.

El fenómeno de El Niño - Oscilación Sur (ENOS) es un patrón climático recurrente que implica cambios en la temperatura de las aguas en la parte central y oriental del Pacífico tropical. En períodos que van de tres a siete años, las aguas superficiales de una franja del Océano Pacífico tropical, se calientan o enfrían entre 1°C y 3°C , en comparación a la normal. Este calentamiento oscilante y el patrón de enfriamiento, es conocido como el ciclo ENOS (o ENSO por sus siglas en Inglés), afectando directamente a la distribución de las precipitaciones en las zonas tropicales y puede tener una influencia sobre el clima en los otras partes del mundo. El Niño y la Niña son las fases extremas del ciclo ENOS; entre estas dos fases existe una tercera fase llamada Neutral [32]

El nombre de El Niño (refiriéndose al niño Jesús) fue dado por los pescadores peruanos a una corriente cálida que aparece cada año alrededor de Navidad. Lo que ahora se llama El Niño, les pareció como un evento más fuerte de la misma, y el uso del término se modificó para hacer referencia sólo a los hechos irregularmente fuertes. No fue hasta la década de 1960 que se notó que este no era un fenómeno local peruano, y se asoció con cambios en todo el Pacífico tropical y más allá. La fase cálida de El Niño suele durar aproximadamente entre 8-10 meses. El ciclo ENOS entero dura generalmente entre 3 y 7 años, y con frecuencia incluye una fase fría (La Niña) que puede ser igualmente fuerte, así como algunos años que no son anormalmente fríos ni cálidos. Sin embargo, el ciclo no es una

oscilación regular como el cambio de estaciones, pudiendo ser variable en tanto en la intensidad como en su duración. En la actualidad, aún no se entiende completamente cuáles son las causas de estos cambios en el ciclo ENOS [32], eso se visualiza en la gráfica 2.1, en la cual se evidencia el fenómeno como tal.

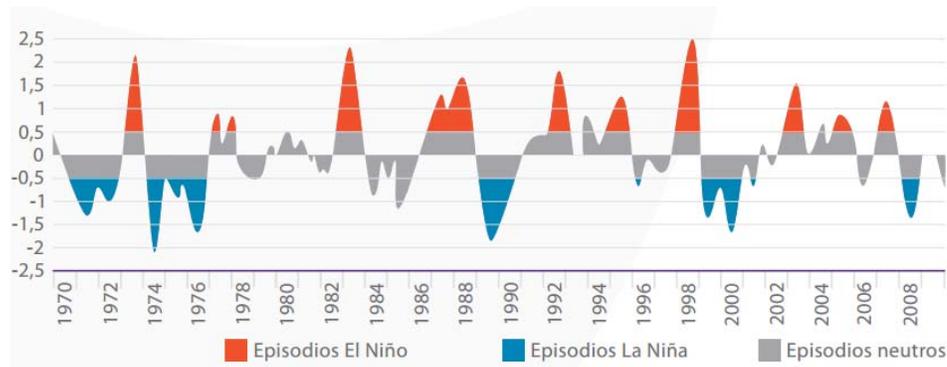


Figura 2.1 Índice del Niño Oceánico 1970-2008
Fuente: Elaborado a partir del NOAA (2009)

La anchoveta y sardina son los principales recursos pesqueros en Arica y se utilizan para fabricar harina y aceite de pescado, según el Servicio Nacional de Pesca (Sernapesca) de Chile [4]. Esta institución precisa que este pez vive predominantemente en las 20 millas aledañas a la costa, aunque los pescadores industriales las encuentran en las 200 millas de la llamada Zona Económica Exclusiva [5]. Algunos de los factores que permiten la aglomeración de la anchoveta en esa porción de mar es la existencia de plancton y la óptima temperatura (17-20 °C) del mar, pues cuando ocurren los fenómenos de El Niño o de La Niña, los cardúmenes buscan el hábitat más adecuado, según los biólogos chilenos [34].

2.2 Serie de Tiempo.

Una serie tiempo es una secuencia de observaciones, medidos en determinados momentos del tiempo, ordenados cronológicamente y, espaciados entre sí de manera uniforme, así los datos usualmente son dependientes entre sí [26].

2.2.1 Tendencia.

La tendencia de una serie de tiempo es el componente de largo plazo que representa el crecimiento o disminución en la serie sobre un periodo amplio. Como se puede ver la tendencia es la propensión al aumento o disminución en los valores de los datos de una serie de tiempo, que permanece a lo largo de un lapso muy extendido de tiempo, es decir, que no cambiará en el futuro lejano mientras no hayan cambios significativos o radicales en el entorno que se encuentra inmersa y que determina el comportamiento de la serie de tiempo en estudio, cambios que podrían ser

originados como por ejemplo, por descubrimientos científicos, avances tecnológicos, cambios culturales, geopolíticos, demográficos, religiosos, etc.

2.2.2 Estacionalidad

El componente estacional es un patrón de cambio que se repite a sí mismo año tras año. El patrón de cambio por lo general es un aumento o una disminución cuantitativa en los valores observados de una serie de tiempo específica. Cabe mencionar que, aunque en la mayor parte de los casos el patrón estacional es un fenómeno que se presenta en lapsos de tiempo de duración aproximada a un año; también puede manifestarse éste fenómeno en periodos de tiempo, ya sean menores o mayores a un año [26]. Como, por ejemplo, el caso de la verificación de vehículos que se eleva en las dos primeras semanas de cada periodo de verificación, ocurriendo esto cada dos meses, siendo éste lapso de tiempo menor a un año. O el caso del aumento en las ventas de panfletos publicitarios, sucedido esto cada cuatro años ocasionado por las elecciones presidenciales, siendo éste un lapso de tiempo mayor a un año.

2.2.3 Ciclicidad.

El componente cíclico es la fluctuación en forma de onda alrededor de la tendencia. La Ciclicidad es un fenómeno que en lo general parece estar relacionado con la variación de la actividad económica ocurrida durante periodos de crisis o prosperidad. La fluctuación también puede presentarse en series de tiempo estacionarias.

2.2.4 Aleatoriedad

El componente aleatorio mide la variabilidad de las series de tiempo después de retirar los otros componentes [28]. La aleatoriedad se puede decir que se presenta en todas las series de tiempo y no es otra cosa que el cambio producido en los valores de una serie de tiempo debido a fenómenos que son en extremo difíciles de explicar y que por lo tanto su ocurrencia cae en el ámbito del azar.

$$X(t) = T(t) + C(t) + S(t) + I(t) \quad (2.2.4)$$

Componentes generales de una serie Tiempo

En la ecuación 2.2.4, se tiene la ecuación de los componentes generales de una serie de tiempo en donde:

- $T(t)$ es la Tendencia.
- $C(t)$ es la Ciclicidad
- $S(t)$ es la Estacionalidad

– $I(t)$ es la Aleatoriedad

2.3 Matriz de Hankel.

La matriz de Hankel es una estructura bidimensional simétrica, sobre la cual una serie de tiempo puede ser mapeada. Denominada así en honor a Hermann Hankel, es cuadrada con todas sus diagonales de derecha a izquierda paralelas numéricamente [18]. Una matriz de Hankel presenta la estructura de la gráfica 2.3.1:

$$H = \begin{pmatrix} a & b & c & d & e \\ b & c & d & e & f \\ c & d & e & f & g \\ d & e & f & g & h \\ e & f & g & h & i \end{pmatrix}$$

Gráfica 2.3.1 Matriz de Hankel

En Notación matemática:

$$\forall a_{i,j} \in H \rightarrow a_{i,j} = a_{i-1,j+1} \quad (2.3.1)$$

La matriz de Hankel está relacionada a la matriz de Toeplitz, ya que la matriz de Hankel es una matriz de Toeplitz rotada [17].

A modo de ejemplo matriz H de Hankel de la secuencia de número entero $\{a_1, a_2, a_3, \dots\}$ es la matriz infinita.

$$H = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & \dots \\ a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & \dots \\ a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & \dots \\ a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

Gráfica 2.3.2 Estructura de la Matriz de Hankel

Con los elementos $h_{i,j} = a_{i+j-1}$.

En otras palabras, según [9], se supone que los datos son $x(n)$

$$H = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_M \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \cdots & x_{M+1} \\ x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & \cdots & x_{M+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_L & x_{L+1} & x_{L+2} & x_{L+3} & \cdots & x_{N-1} \end{bmatrix}$$

Gráfica 2.3.3 Matriz de Hankel de una serie de datos.

Donde $L=N-M-1$, L = Columnas, y M = Filas.

2.4 Descomposición de Valores Singulares (DVS).

La Descomposición de Valores Singulares (DVS o SVD en inglés), aplicada sobre una estructura bidimensional simétrica, entrega los valores singulares y los vectores propios de esa estructura. El mayor número de aplicaciones de DVS que se han publicado están enfocadas a la extracción de la componente principal de una serie, la reducción de la dimensional de los datos de entrada y a la reducción del ruido, por tanto se considerada una técnica de análisis y filtrado de datos.

Una de las más importantes y llamativas aplicaciones de la descomposición DVS es su utilización en la compresión de imágenes digitales de modo que puedan ser transmitidas de manera eficiente por medios electrónicos (internet, satélite, etc.). El problema a considerar es saber cuál es la cantidad mínima de información necesaria para transmitir imágenes nítidas, sin perder las partes esenciales, y por otra parte se ahorre almacenamiento [19].

Supongamos que una matriz A de $m \times n$, representa los tonos de gris de una imagen con un tamaño de $m \times n$ pixeles. La imagen está en un rectángulo y se considera una grilla de $m \times n$. Cada elemento de la grilla (pixel) tendrá un número asociado indicando el valor del tono de gris, entre 0 y 255, de la imagen. Así una matriz A de $m \times n$, tiene en cada lugar (i, j) el valor del gris correspondiente al elemento de la grilla o pixel de la fila i y columna j de la grilla.

Si se conoce la DVS de la matriz A [7], es decir:

$$A = \sigma_1 u_1 v_1^T + \sigma_2 u_2 v_2^T + \dots + \sigma_r u_r v_r^T \quad (2.4.1)$$

Siendo los valores singulares NO NULOS $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \sigma_r > 0$. Los valores singulares más pequeños provienen de las partes de la imagen con menor interés. Eso se puede observar si se representa parcialmente:

$$A_k = \sigma_1 u_1 v_1^T + \sigma_2 u_2 v_2^T + \dots + \sigma_k u_k v_k^T \quad (2.4.2)$$

Con $k \leq r$. entonces A_k es una aproximación de A que corresponde solamente a los k primeros valores singulares y los correspondientes vectores singulares. Se necesita considerar un $k \ll r$ para rescatar la imagen nítida.

En otras palabras, una Matriz A de $m \times n$ ($m \geq n$) se puede factorizar como:

$$A = U\Sigma V^T \quad (2.4.3)$$

Dónde:

- U es una matriz ortogonal de $M \times M$, cuyos elementos columnas son los vectores propios (auto-vector) de AA^T
- Σ es una matriz diagonal de $M \times M$, cuyos elementos diagonales principal son los valores propios de A
- V es matriz ortogonal $N \times N$,, cuyos elementos columnas son los vectores propios de $A^T A$

Este resultado se llama “Descomposición en valores singulares” (DVS), y es una de las más importantes entre las descomposiciones de matrices. [18].

2.5 Pronóstico Regresión Lineal.

También Conocido ARM, es el más usado a nivel mundial [10], y viene a indicar que cada valor de la serie es función lineal de momentos anteriores de la serie [29]. Si dos momentos adyacentes están correlacionados se dice que hay auto-correlación de orden 1 y también que la auto-regresión es de orden 1, al determinarla relación funcional que liga ambos momentos temporales. Esto es:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + e_t \quad (2.5.1)$$

donde e_t hace referencia al componente aleatorio y ϕ_1 el coeficiente de regresión de dicha ecuación, el cual es calculado por medio del GCV (ver ecuación 3.7.4. del capítulo 3)

De lo anterior en términos matriciales sado para el modelo propuesto quedaría de la siguiente forma:

$$X = X_m A = \begin{bmatrix} x_1(n) \\ \vdots \\ x_{N-m}(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11}(n-1) & \dots & x_{1m}(n-\phi) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N-m1}(n-1) & \dots & x_{N-mm}(n-\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_{1p} \end{bmatrix} \quad (2.5.2)$$

Donde x_m corresponde a la matriz desfasada de la serie original X , acorde al orden m (lag o memoria) y corresponde al vector de parámetros del modelo. Para poder estimar un punto en la serie, se puede hacer mediante la siguiente forma:

$$x(n) = [x_1(n-1) \dots x_m(n-m)] \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_{1m} \end{bmatrix} \equiv \hat{x}(n) = \sum_{i=1}^m a_i x(n-i) \quad (2.5.2)$$

Para encontrar los parámetros de a se utiliza la pseudo inversa de Moore Penrose [8], como se muestra a continuación:

$$\hat{A} \equiv \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_{1m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11}(n-1) & \dots & x_{1m}(n-\emptyset) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N-m_1}(n-1) & \dots & x_{N-mm}(n-\emptyset) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x_1(n) \\ \vdots \\ x_{N-m}(n) \end{bmatrix} \quad (2.5.3)$$

Capítulo 3.

Solución Propuesta.

A continuación, se aplica todo lo indicado en el capítulo anterior (Capítulo 2) para la resolución del problema planteado, una de las cuales podemos confrontar por medio de las técnicas de pronóstico convencional (Modelo Auto-Regresivo, más conocido como ARM), la cual es una de las más utilizadas [10] a nivel mundial, tanto en economía, como en modelos matemáticos para el estudio de la población, demografía, pesca, y en algunas ocasiones el clima. Este Modelo se usa como base para así lograr visualizar y determinar qué tan efectivo es en esta serie temporal de datos que se utiliza para el diseño de los nuevos modelos. Pero primero se debe ver si una señal es estacionaria o no para saber el nivel de complejidad que conlleva llevar la predicción.

3.1 Estacionalidad de la Serie de Tiempo

Una serie es estacionaria cuando es estable, es decir, cuando la media y la variabilidad son constantes a lo largo del tiempo [27]. Esto se refleja gráficamente cuando los valores de la serie tienden a oscilar alrededor de una media constante y la variabilidad con respecto a esa media también permanece constante en el tiempo. Es una serie básicamente estable a lo largo del tiempo, sin apreciar aumentos o disminuciones sistemáticos de sus valores. Para este tipo de series tiene sentido conceptos como la media y la varianza [30]. Caso contrario de las series no estacionarias, ya que son series en las cuales la media y/o variabilidad cambian en el tiempo. Los cambios en la media determinan una tendencia a crecer o decrecer a largo plazo, por ello la serie no oscila alrededor de un valor constante. Una de las formas posibles de determinar si la serie de tiempo es Estacionaria o no es observando su función de auto-correlación (ACF), si la gráfica de ACF decae rápidamente la serie es estacionaria, si la gráfica decae suavemente las series es no estacionaria (ver gráfica 3.1.1), ACF se define como:

$$\rho_x(k) = \frac{\gamma_x(k)}{\gamma_x(0)} \quad (3.1.1)$$

Donde γ_x es la función de auto-covarianza, la cual está definida como:

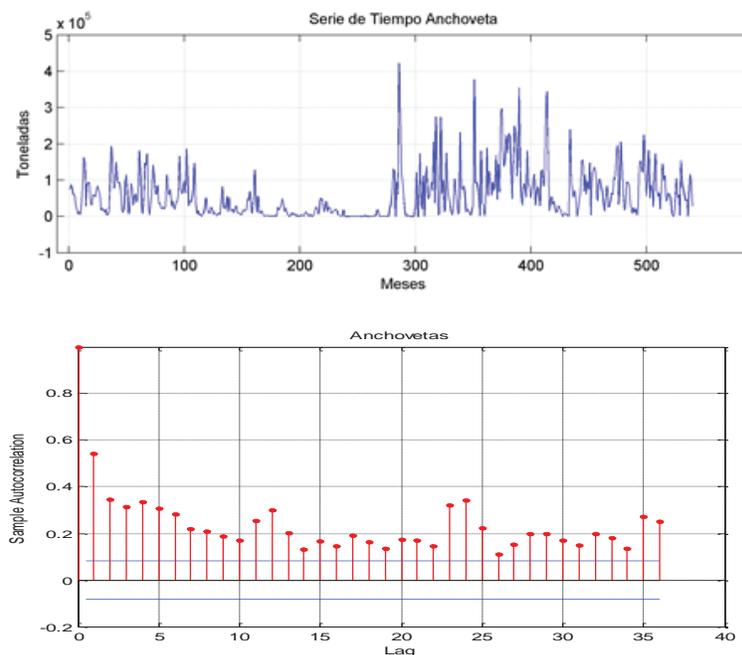
$$\gamma_x(k) = cov(x_t, x_{t+k}) \quad (3.1.2)$$

Donde cov es la función de covarianza, la cual está definida como:

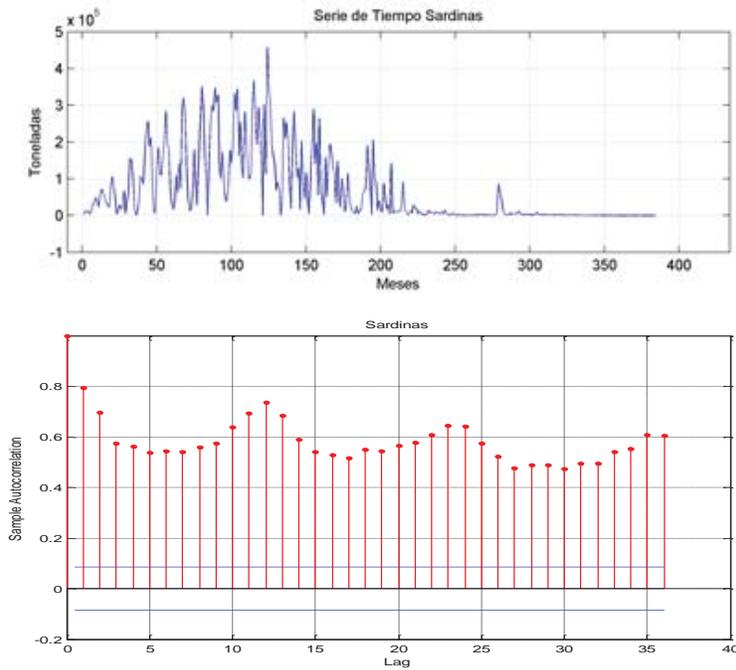
$$cov(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (3.1.3)$$

Cuando se trabaja con series estacionarias se puede obtener predicciones fácilmente, como la media es constante, se puede estimar con todos los datos, y utilizar este valor para predecir una nueva observación. También, se puede obtener intervalos de predicción (confianza) para las predicciones asumiendo que y_t sigue una distribución conocida, por ejemplo, normal [35], caso contrario con las series de tiempo no estacionarias, puesto que al presentar cambios en la media y la varianza hace que sus propiedades estadísticas sean más complejas, lo cual hace más complejo su análisis.

Aplicando esto, a las series de tiempo de anchovetas y sardinas tenemos las siguientes gráficas:



Gráfica 3.1.1 Serie de tiempo y ACF de Anchovetas.



Gráfica 3.1.2 Serie de tiempo y ACF de Sardinas

Como se observa en las gráficas 3.1.1 y 3.1.2 ambas series de tiempo son no estacionarias, puesto que tiene que la ACF tiene un decaimiento suave, por ende tiene más complejidad a la hora de la predicción, para eso se van a tratar ambas series por medio de nuevas e innovadas técnicas de procesamiento por medio de la Matriz de Hankel y la descomposición de los valores Singulares de la Matriz (HSVD) la cual permite separar la serie en varios componentes, uno de baja Frecuencia (LF) y otro de Alta Frecuencia (HF), en la cual será explicado en las siguientes secciones.

3.2 Energía de los Componentes.

Para el adecuado uso de los datos suministrados, se procede a normalizar los datos, esto se hace para poder visualizar los datos de mejor manera. Los modelos desarrollados en esta tesis, son basados en el Modelo Convencional, en los cuales se hará un pre-procesamiento. Para saber de cuántas filas se va componer la Matriz de Hankel para los Modelos AR aditivo y ARX Aditivo (que se explican en la sección 3.3 y 3.4 respectivamente), se debe calcular la energía de los datos de cada serie de tiempo.

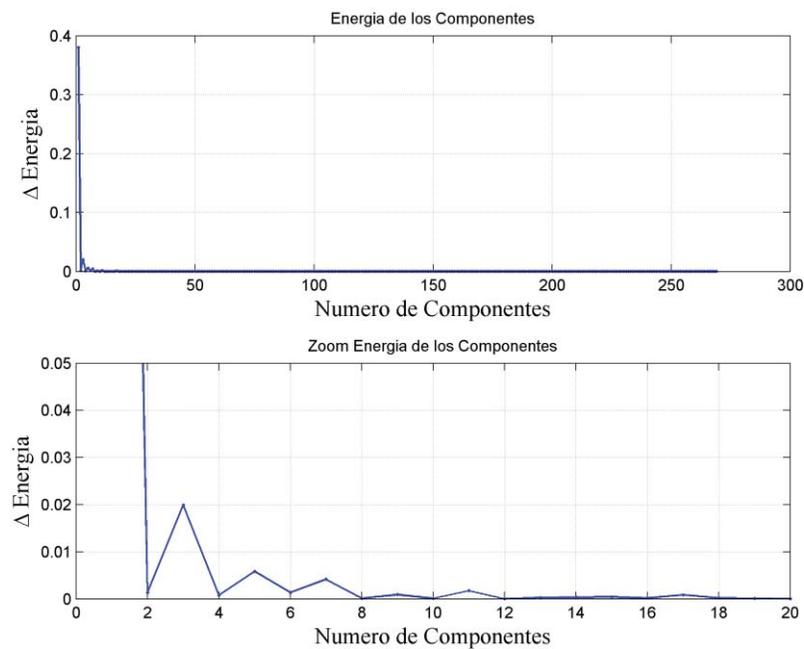
El cálculo de la energía de los valores singulares de la matriz de Hankel se realiza con el objetivo de encontrar el valor óptimo de filas de la matriz de Hankel. El valor óptimo de M se determina a través del cálculo de la energía Diferencial ΔE , la que está contenida en cada par secuencial de valores singulares, por medio de la siguiente ecuación

$$\Delta E = E(i) - E(i+1), \quad i = 1, \dots, M - 1 \quad (3.2.1.1)$$

En donde,

$$E = \frac{s_i^2}{\sum_{i=1}^M s_i^2} \quad (3.2.1.2)$$

El gráfico de la energía diferencial ayuda a identificar los *peaks*, valores que representan la mayor concentración de energía. El “*peak*” de mayor magnitud es usado como valor de m para optimizar el mapeo Hankel y la consiguiente Descomposición de Valores Singulares



Gráfica 3.2.1 Ejemplo Calculo de Energía de los Componentes.

A modo de ejemplo, en la gráfica 3.2.1 se puede observar que hay dos altos o “peaks” en la serie de tiempo, en este caso es la componente 1 y la que le sigue en mayor concentración energía la cual es la Componente 3. El mínimo Número de componentes factible de dividir la serie son 2, por lo que se usará este valor como cota inferior de M , por lo tanto, los componentes a trabajar para esta serie serían con los Componentes 2 como el mínimo de componentes y componentes 3, como el máximo de componentes. En otras palabras, construiremos una matriz de Hankel a partir de las componentes $m=2$ y $m=3$.

3.3 Descomposición del Hankel con SVD.

Considerando una serie de tiempo $x(1:N)$. La serie se descompone en M componentes mediante de la matriz Hankel y la SVD según los siguientes pasos [6]:

Paso 1. Mapeo de la Serie temporal con Hankel.

Se mapea la Serie en una matriz de Hankel de L filas con M columnas, donde L se selecciona acorde a lo descrito en la sección 3.2

$$H = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_M \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \cdots & x_{M+1} \\ x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & \cdots & x_{M+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_L & x_{L+1} & x_{L+2} & x_{L+3} & \cdots & x_{N-1} \end{bmatrix} \quad (3.3.1)$$

Paso 2. Descomposición de Componentes mediante el SVD.

Primero se realiza el SVD:

$$A = SVD(H) = U\Sigma V^T \quad (3.3.2)$$

Después se obtiene la diagonal de la matriz de valores propios:

$$Diag = diag(\Sigma) \quad (3.3.3)$$

Posterior se obtiene rango según el tamaño de la matriz Σ :

$$r = \text{size}(\text{Diag}) \quad (3.3.3)$$

Luego se multiplica el i -ésimo valor propio con los i -ésimos vectores columna de las matrices U y V y se obtienen r matrices en las cuales se extraen las M componentes:

$$A_i = \text{Diag}_i * U_i * V_i^T, \text{ donde } i = 1 \dots r \quad (3.3.4)$$

Después de esto se obtienen las componentes de la matriz:

$$C_i = [A_i(1,:)A_i(2:end,end)^T] = C_{i1}, C_{i2}, \dots, C_{iN} \quad (3.3.5)$$

Paso 3. Comprobación.

Se puede comprobar al recuperar la serie Original mediante la suma de las M componentes extraídas.

$$Y = \sum_{i=1}^r C_i \quad (3.3.6)$$

A modo de ejemplo se puede apreciar mejor en la sección de anexos (ver anexo 1).

3.4 Estructura del Modelo I, Modelo Convencional.

MODELO CONVENCIONAL O AUTO-REGRESIVO



Gráfica 3.4.1 Modelo de Auto-regresión.

Donde $x(n)$ es la señal de entrada, es decir nuestra serie temporal que son los datos [11] suministrados por subpesca.

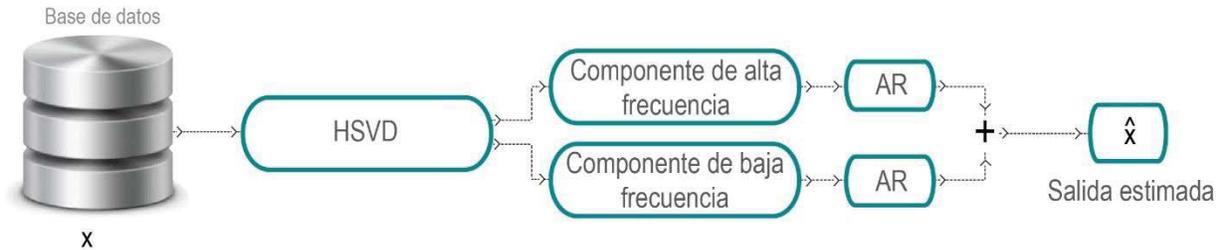
Donde salida $\hat{x}(n)$ es la salida estimada, estaría de la siguiente forma.

$$\hat{x}(n) = \sum_{i=1}^m a_i x(n-i) \quad (3.4.1)$$

3.5 Estructura del Modelo II, Modelo AR Aditivo.

Este Modelo es basado en la matriz de Hankel, y su descomposición de valores singulares (SVD), la cual se conoce como HSVD, con este método se obtiene una matriz con las componentes principales, matriz fundamental que permitirá un paso importante para nuestra predicción, la cual se menciona a continuación.

MODELO AAR



Gráfica 3.5.1 Modelo AR Aditivo.

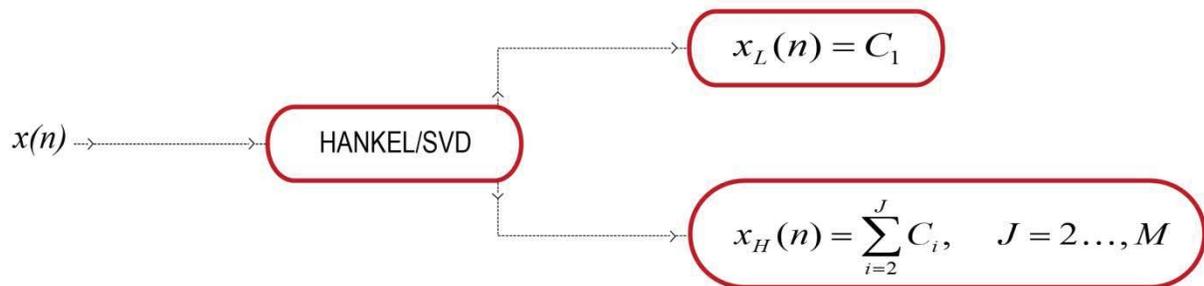
Ahora se explica adecuadamente el funcionamiento del modelo:

1. Se transforma la serie de datos a una matriz Hankel.
2. A la Matriz Hankel, se aplica el método de descomposición de valores singulares, donde se obtiene una matriz con los valores propios de la matriz Hankel.
3. Una vez obtenida esa matriz se pasa a separar a dos componentes, una de alta frecuencia, y el otro de baja Frecuencia.
4. A cada componente obtenido, se aplica el método de auto-regresión.
5. El resultado de cada componente de auto-regresión, se suma y pasa a obtener la salida estimada.

3.5.1 Modelo paso a paso.

Pre-procesamiento.

En el Pre-procesamiento, se pasa a transformar los datos a una matriz Hankel, posteriormente, se descompone por los valores singulares, y se separa según las componentes establecidas por el cálculo de la energía, Con las Componente Mínima ($M=2$) y la Componente Máxima (Dependiendo del tipo de dato), la cual es calculada por la energía de la serie temporal.

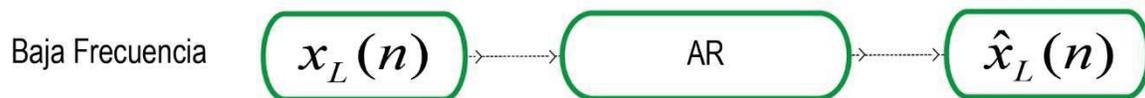


Gráfica 3.5.1.1 HSVD de los datos.

Una vez separada las componentes principales, se dividen en las componentes de alta frecuencia, y las de baja frecuencia.

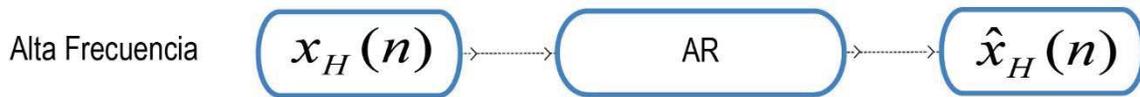
La componente de baja frecuencia, es la componente $C_1, x_L(n) = C_1$, la cual tiene la mayor concentración de energía, y tiene la mayor información de la serie de datos.

Esta componente se pasa por el modelo de auto-regresión y se obtiene la componente de baja frecuencia estimada $\hat{x}_L(n)$



Gráfica 3.5.1.2 Componente de Baja Frecuencia con el Modelo Auto-regresivo

La componente de Alta Frecuencia, es la sumatoria desde la Componente 2 hasta la última $x_H(n) = \sum_{i=2}^J C_i, \quad J = 2 \dots, M$, estas componentes son las que menor energía tienen y las que tienen un comportamiento muy variable, esta Componente se pasa por el modelo de auto-regresión y se obtiene la componente de alta frecuencia estimada $\hat{x}_H(n)$.



Gráfica 3.5.1.3 Componente de Alta Frecuencia con el Modelo Auto-regresivo

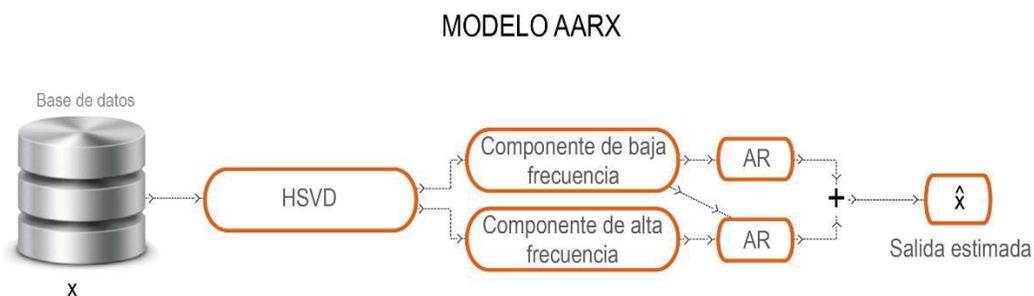
Una vez se tiene las salidas estimadas de las componentes $\hat{x}_H(n)$ y $\hat{x}_L(n)$, pasamos a sumarlas, para luego tener nuestra salida estimada $\hat{x}(n)$ y posterior aplicar las métricas de rendimientos entre las salidas deseada y la señal de entrada $x(n)$.

$$\hat{x}(n) = \hat{x}_L(n) + \hat{x}_H(n) \tag{3.5.1.1}$$

Salida estimada.

3.6 Estructura del Modelo III, Modelo ARX Aditivo.

Este Modelo se basado en la matriz de Hankel, y su descomposición de valores singulares(SVD), la cual se conoce como HSVD, con este método obtenemos una matriz con las componentes principales, matriz fundamental que nos permitirá un paso importante para nuestra predicción, la cual se menciona a continuación.



Gráfica 3.6.1 Modelo ARX

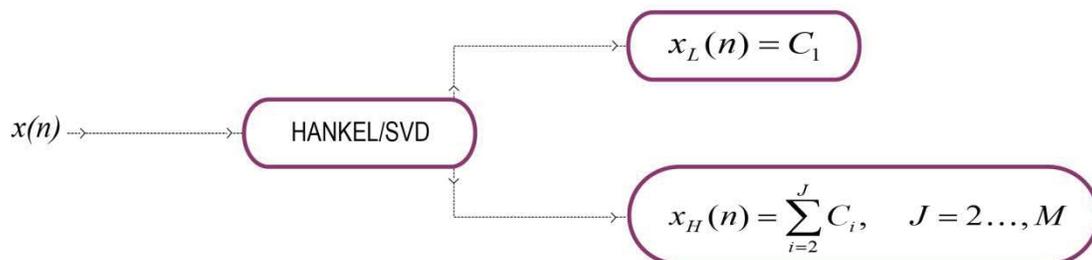
Ahora se explica adecuadamente el funcionamiento del modelo:

1. Se transforma la serie de datos a una matriz Hankel.
2. A la Matriz Hankel, se aplica el método de descomposición de valores singulares, donde se obtiene una matriz con los valores propios de la matriz Hankel.
3. Una vez obtenida esa matriz se pasa a separar a dos componentes, una de alta frecuencia, y el otro de baja Frecuencia.
4. A cada componente obtenido, se aplica el método de auto-regresión.
5. El resultado de cada Componente de auto-regresión, se suma y pasa a obtener la salida estimada.

3.6.1 Modelo paso a paso

Pre-procesamiento.

En el pre-procesamiento, se pasa a transformar los datos a una matriz Hankel, posteriormente, se descompone por los valores singulares, y se separa según las componentes establecidas por el cálculo de la energía, con la componente Mínima ($M=2$) y la componente máxima (dependiendo del tipo de dato), la cual es calculada por la energía de la serie temporal.

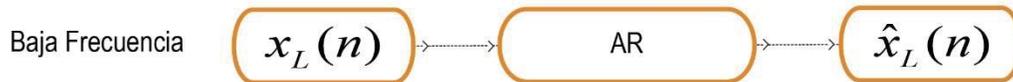


Gráfica 3.6.1.1 HSVD de los Datos

Una vez separada las componentes principales, se dividen en las componentes de alta frecuencia, y las de alta-baja frecuencia.

La componente de baja frecuencia, es la Componente C_1 , $x_L(n) = C_1$, la cual tiene la mayor concentración de energía, y tiene la mayor información de la serie de datos.

Esta Componente se pasa por el modelo de auto-regresión y se obtiene la componente de baja frecuencia estimada $\hat{x}_L(n)$

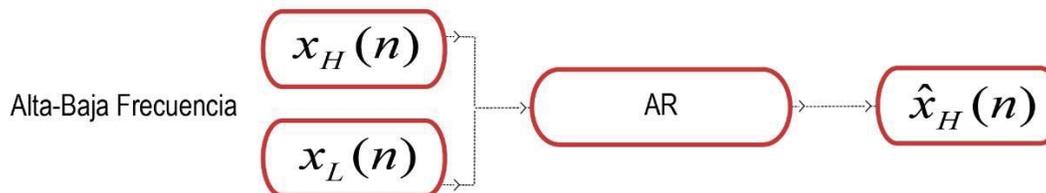


Gráfica 3.6.1.2 Componente Baja frecuencia con el Modelo Auto-regresivo

La componente de alta frecuencia, es la sumatoria desde la componente 2 hasta la última

$x_H(n) = \sum_{i=2}^J C_i$, $J = 2, \dots, M$, estas componentes son las que menor energía tienen y las que tienen un comportamiento muy variable.

Esta Componente se pasa por el Modelo de auto-regresión y se obtiene la Componente de Alta-Baja Frecuencia Estimada $\hat{x}_H(n)$



Gráfica 3.6.1.3 Componente Alta-baja frecuencia con el Modelo Auto-regresivo

$$\hat{x}_H(n) \tag{3.6.1.1}$$

Componente de Alta-Baja Frecuencia con el Modelo Auto regresivo

Una vez se tiene las salidas estimadas de las componentes $\hat{x}_H(n)$ y $\hat{x}_L(n)$, pasamos a sumarlas, para luego tener nuestra salida estimada $\hat{x}(n)$ y posterior aplicar las métricas de rendimientos entre las salidas deseada y la señal de entrada $x(n)$.

$$\hat{x}(n) = \hat{x}_L(n) + \hat{x}_H(n) \quad (3.6.1.2)$$

Salida estima

3.7 Métricas de Rendimiento.

En el presente estudio, se utiliza un conjunto de métricas de exactitud calculadas entre los datos observados (valores reales) y los datos pronosticados (entregados por el modelo). Estas métricas se nombran a continuación. [12]

- Error Medio Absoluto (MAE). Proporciona una indicación de que tan grandes son los errores de pronóstico comparados con los valores reales de la serie. También, corresponde a la operación interna de la sumatoria se encuentra el Porcentaje de Error Absoluto (APE).

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^N \left| \frac{d_i - y_i}{d_i} \right|}{N} \quad d_i \neq 0 \quad (3.7.1)$$

- Raíz Error Cuadrático Medio (RMSE). Consiste en la suma de las diferencias entre los datos observados y los datos proyectados por el modelo.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (d_i - y_i)^2}{N}} \quad (3.7.2)$$

- Coeficiente de Determinación (R^2) [15]. Mide la dependencia entre los datos reales y los pronosticados. La 0 muestra independencia y el 1 lo contrario.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (d_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^N (d_i - \bar{d})^2} \quad (3.7.3)$$

- Validación Cruzada Generalizada(GCV) [13], Consiste en evaluar los resultados de un análisis estadístico y garantizar que son independientes de la partición entre datos de entrenamiento y prueba.

$$GCV = \frac{RMSE}{(1 - (\frac{K}{N}))^2} \quad (3.7.4)$$

Donde K= Parámetros del Modelo.

Se define para las formulas presentadas a d_i al valor observado en el mes i , y_i al valor pronosticado en el mes i , \bar{d} como la media de la data observada y N como el número total de meses computados.

3.8 Calibración de los Modelos.

Esta calibración corresponde a encontrar los parámetros de los modelos, para realizar estas etapas en cada modelo se trabaja con el 70% de los datos suministrados, reservando el 30% restante para la etapa de testing.

3.8.1 Modelo Convencional.

3.8.1.1 Memoria del Modelo

El orden del Modelo o la memoria del mismo(lag) se obtiene mediante el GCV (ver ecuación 3.7.4).

3.8.1.2 Coeficientes del Modelo

Una vez obtenido la memoria del modelo, se construye la Matriz x_m según la sección 2.5, en donde se encuentran los coeficientes que minimizan el error, los cuales nos permiten realizar la predicción deseada.

3.8.2 Modelo AR Aditivo.

3.8.2.1 Memoria del Modelo.

El orden del Modelo o la memoria del mismo(lag) se obtiene mediante el GCV (ver ecuación 3.7.4).

3.8.2.2 Extracción de Componentes.

Utilizando el proceso de la sección 3.3, se obtiene la extracción de componentes de baja frecuencia y de Alta frecuencia (explicado en la sección 3.5), para seleccionar el número de componentes M de la matriz de Hankel se optará a lo explicado en la sección 3.2, en los cuales obtenemos los componentes de Mínima y los de Máxima para la matriz de Hankel, donde la componente de Baja frecuencia corresponde a la tendencia de la serie, y la componente de alta frecuencia corresponde al termino estacional de la serie.

3.8.3 Modelo ARX Aditivo.

3.8.3.1 Memoria del Modelo

El orden del Modelo o la memoria del mismo(lag) se obtiene mediante el GCV (ver ecuación 3.7.4).

3.8.3.2 Extracción de Componentes.

Utilizando el proceso de la sección 3.3, se obtiene la extracción de componentes de baja frecuencia y de Alta frecuencia (explicado en la sección 3.6), para seleccionar el número de componentes M de la matriz de Hankel se optará a lo explicado en la sección 3.2, en los cuales obtenemos los componentes de Mínima y los de Máxima para la matriz de Hankel, donde la componente de Baja frecuencia corresponde a la tendencia de la serie, y la componente de alta frecuencia corresponde al termino estacional de la serie.

3.9 Testing de los Modelos.

El testing de cada modelo se realiza con el 30% restantes de datos suministrados, con la calibración obtenida del proceso de calibración.

3.9.1 Modelo Convencional.

3.9.1.1 Ajustes del Modelo.

El Ajuste de este modelo es el que se observa en la sección 4.1, para su construcción se utiliza el 30% restante de los datos.

3.9.2 Modelo AR Aditivo.

3.9.2.1 Ajustes del Componente de Baja Frecuencia.

El Ajuste de este modelo es el que se observa en la sección 4.1.3.1.1 y 4.1.3.2.1, con las componentes Mínima y máxima respectivamente para la reconstrucción de la matriz Hankel. para su construcción se utiliza el 30% restante de los datos.

3.9.2.2 Ajustes del Componente de Alta Frecuencia.

El Ajuste de este modelo es el que se observa en la sección 4.1.3.1.2 y 4.1.3.2.2, con las componentes mínima y máxima respectivamente para la reconstrucción de la matriz Hankel. para su construcción se utiliza el 30% restante de los datos.

3.9.2.3 Ajustes del Componente de Baja Frecuencia + Alta Frecuencia.

El Ajuste de este modelo es el que se observa en la sección 4.1.3.1.3 y 4.1.3.2.3, con las componentes mínima y máxima respectivamente para la reconstrucción de la matriz Hankel. para su construcción se utiliza el 30% restante de los datos.

3.9.3 Modelo AR Aditivo.

3.9.3.1 Ajustes del Componente de Baja Frecuencia.

El Ajuste de este modelo es el que se observa en la sección 4.1.4.1.1 y 4.1.4.2.1, con las componentes Mínima y máxima respectivamente para la reconstrucción de la matriz Hankel. para su construcción se utiliza el 30% restante de los datos.

3.9.3.2 Ajustes del Componente de Alta Frecuencia.

El Ajuste de este modelo es el que se observa en la sección 4.1.4.1.2 y 4.1.4.2.2, con las componentes mínima y máxima respectivamente para la reconstrucción de la matriz Hankel. para su construcción se utiliza el 30% restante de los datos.

3.9.3.3 Ajustes del Componente de Alta-Baja Frecuencia + Alta Frecuencia.

El Ajuste de este modelo es el que se observa en la sección 4.1.4.1.3 y 4.1.4.2.3, con las componentes mínima y máxima respectivamente para la reconstrucción de la matriz Hankel. para su construcción se utiliza el 30% restante de los datos.

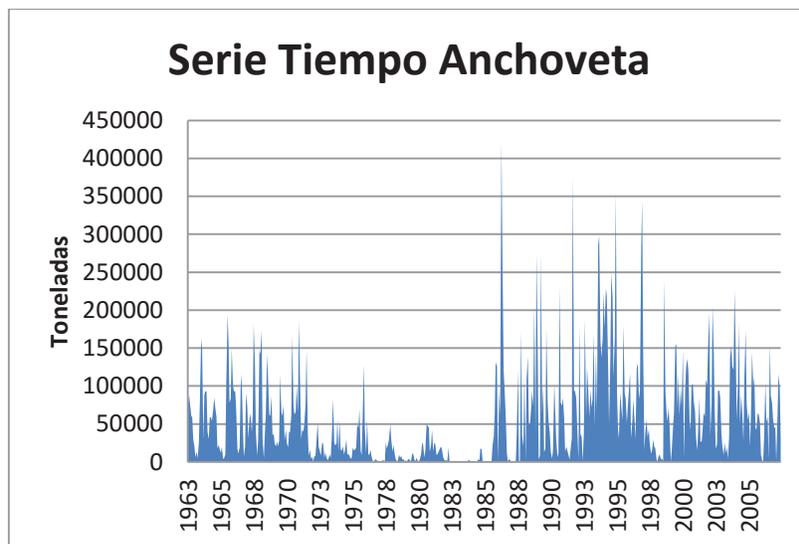
Capítulo 4.

Discusión de Resultados.

En este capítulo procedemos a discutir y analizar los resultados, gráficas y métricas de los Modelos que se han presentado en los Capítulos anteriores (capítulo 4). Empezando con las series de datos que se trataron en esta tesis, las cuales son las anchovetas y la sardina, se hará una representación gráfica de las series, al igual que los resultados obtenidos por los modelos de Auto-regresión y sus principales ventajas desventajas entre cada modelo.

4.1 Anchovetas.

El set de datos de las anchovetas, están separadas por meses, los cuales datan desde 1963 hasta el 2007, a continuación, el gráfico de la serie de datos.

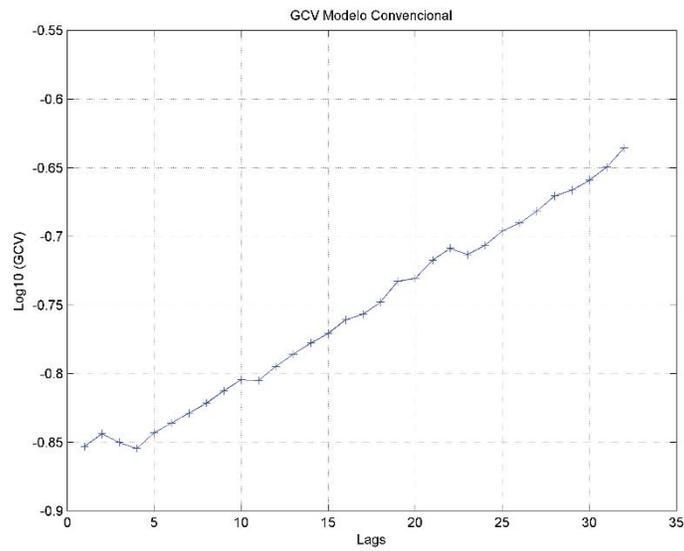


Gráfica 4.1 Serie de Tiempo Anchovetas.

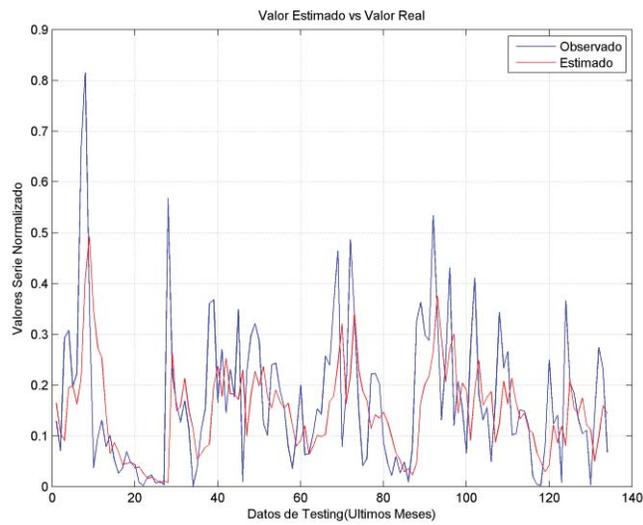
Una vez analizados los datos procedemos aplicar los modelos mencionados anteriormente, se procede con el mismo orden el cual están explicados en el Capítulo 3.

4.1.1 Modelo Convencional.

Se procede a calcular el GCV, lo cual nos permitirá saber los Lags o la cantidad de meses previos que se necesitan para el pronóstico.



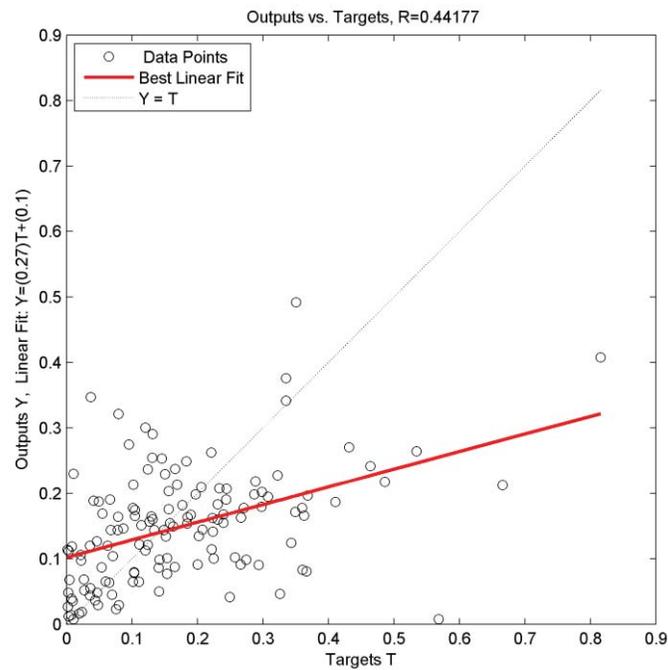
Gráfica 4.1.1 Gráfica del GCV del Modelo Convencional.



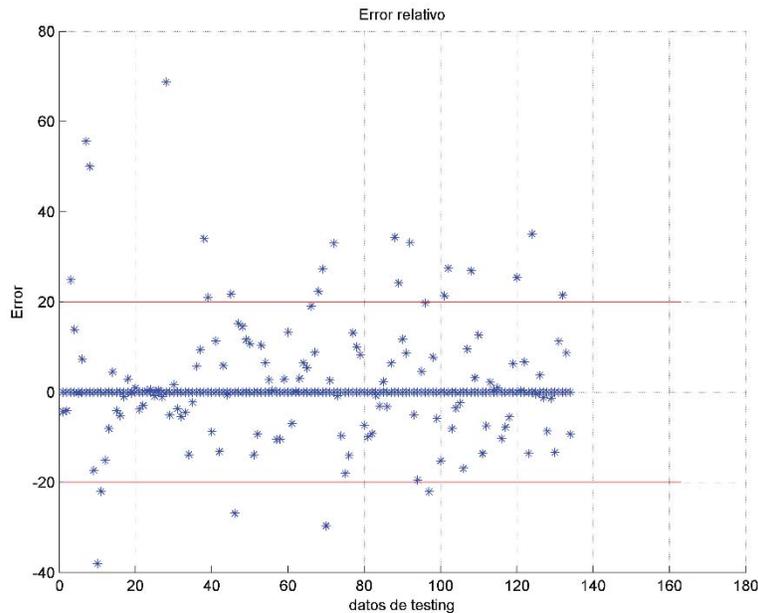
Gráfica 4.1.2.1 Valor Estimado vs Valor Observado del Modelo Convencional.

En la gráfica 4.1.1 se observa, según los datos, para este modelo el mejor lag es 4 por ello se requiere de 4 meses previos para realizar un pronóstico adecuado. Esto nos permite saber el orden del Modelo Auto-regresivo propuesto, que en este caso es de orden 4, lo que quiere decir es que necesitamos los 4 meses previos para poder predecir el siguiente mes (mes 4) y así consecutivamente.

Como se observa en la gráfica 4.1.2, las líneas de tanto el valor estimado (Color Rojo), como la del valor Observado o Valor Real (Color Azul) están desfasadas, lo que nos indica que el modelo trata de predecir, pero no predice de manera correcta lo cual conlleva a un error que se verá reflejado en las métricas de Rendimiento, a la vez se distingue que cuando hay cambios repentinos o bruscos, el modelo tarda en procesarlos.



Gráfica 4.1.2.2 Mejor Ajuste para el Modelo Convencional.



Gráfica 4.1.2.3 Error Relativo del Modelo Convencional.

En la Gráfica 4.1.2.3 se observa que el error relativo del modelo convencional es del 20, puesto que la mayor concentración de error (95%) están dentro del este rango.

Procedemos a ver las métricas de rendimiento, para así poder evidenciar el comportamiento de este modelo.

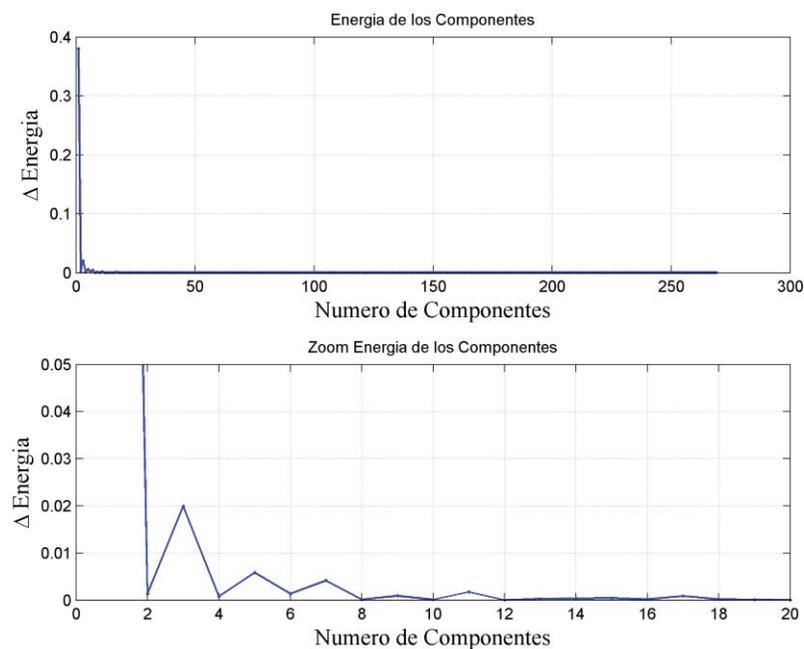
Lags	MAE	RMSE	R2
4	2,4360	0,1316	16,69

Tabla 4.1.1.1 Métricas Modelo Convencional.

Según la Tabla 4.1.1.1, con estas métricas se observa que este modelo no es muy conveniente para pronosticar, dado que el error porcentual (MAE) da muy alto, además que el coeficiente de determinación dio muy bajo, por ende, el pronóstico no es recomendable por este método, pero no significa que no sirve, nos sirve para medir y comparar los otros métodos y también para verificar que pueden existir varios métodos o modelos en las cuales podemos mejorarlo.

4.1.2 Cálculo de la Energía de la serie de Tiempo.

Como se ha mencionado en el capítulo 4, primero se procede a calcular la energía de la serie de datos para así tener las componentes a trabajar generar la matriz de Hankel y posteriormente continuar con la descomposición de valores singulares de la misma matriz, el resultado de la Energía de este set de datos esta al comienzo de este capítulo en la sección energía del set de datos.



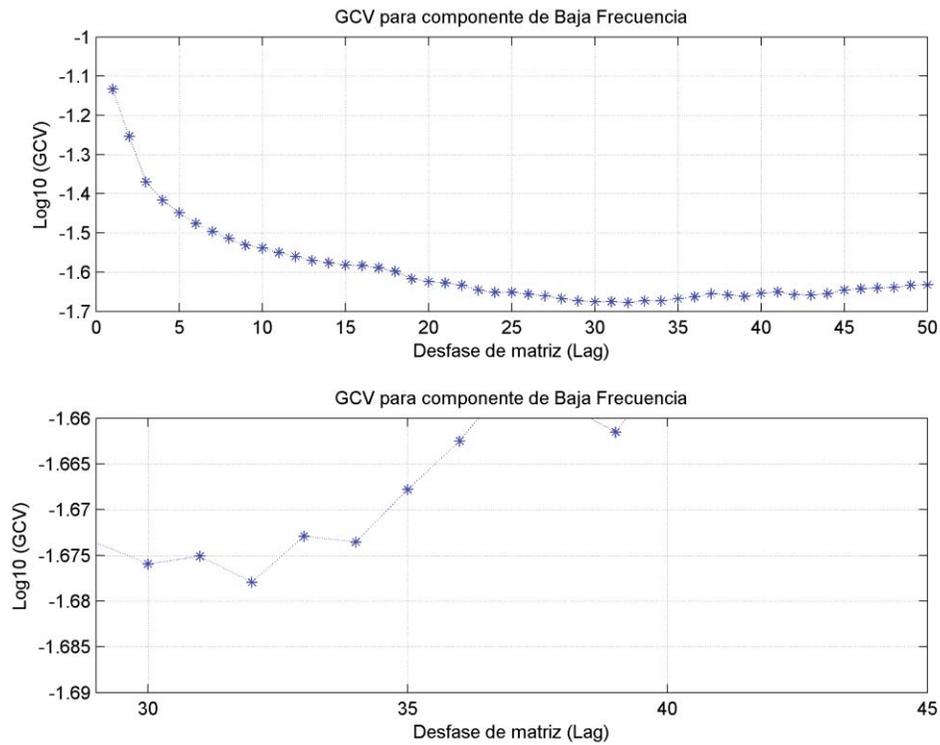
Gráfica 4.1.2 Energía de los componentes de Anchovetas.

Con el cálculo de la Energía, se observa que, para los datos de Anchovetas, el $M_{max}=3$, por consiguiente, los componentes a trabajar van a ser $M=2$ y $M=3$. Por qué $M=2$, es la cantidad mínima de componentes con las que se puede trabajar, en teoría se puede trabajar con una componente, pero no estaríamos separándolas, lo cual perdería la funcionalidad del modelo.

Para el modelo AR aditivo se utilizará estos componentes encontrados.

4.1.3 Modelo AR Aditivo.

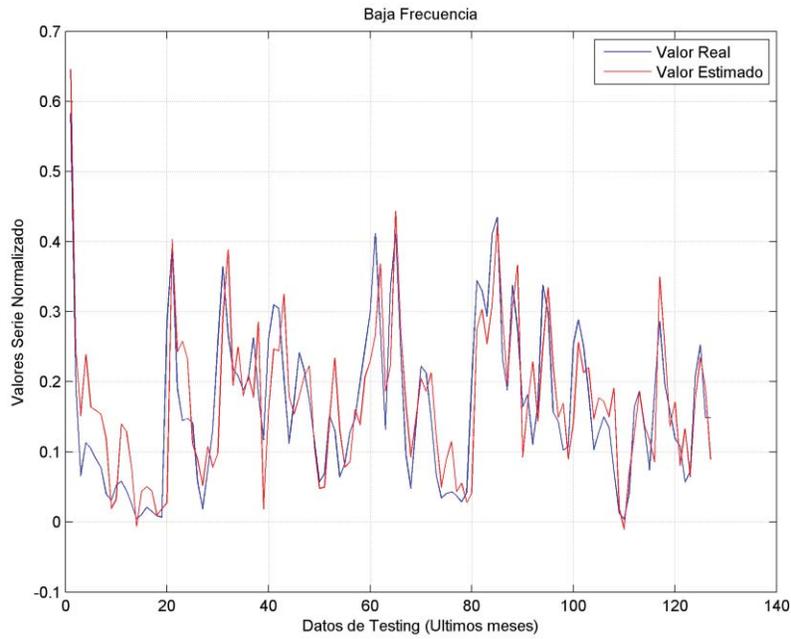
4.1.3.1 Componente Mínimo (Mmin=2)



Gráfica 4.1.3.1. GCV del Modelo AR Aditivo.

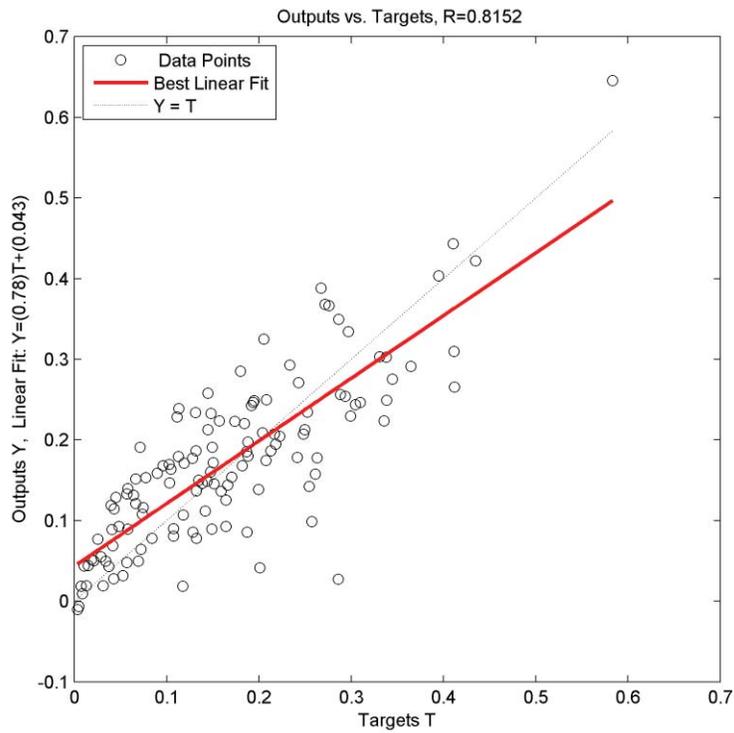
En la Gráfica 4.1.3.1. se observa, según los datos, para este modelo el mejor lag es 32 por ello se requiere de 32 meses previos para realizar un pronóstico adecuado. Esto nos permite saber el orden del modelo auto-regresivo propuesto, que en este caso es de orden 32, lo que quiere decir es que necesitamos los 4 meses previos para poder predecir el siguiente mes (mes 33) y así consecutivamente.

4.1.3.1.1 Componente de Baja Frecuencia.



Gráfica 4.1.3.1.1 Valor Estimado vs Observado del Modelo AR Aditivo (Baja Frecuencia).

Como se observa en la Gráfica 4.1.3.1.1, las líneas de tanto el valor estimado (Color Rojo), como la del valor Observado o Valor Real (Color Azul) están desfasadas, lo que nos indica que el modelo de baja frecuencia se acopla en la mayor parte a la serie de datos original.



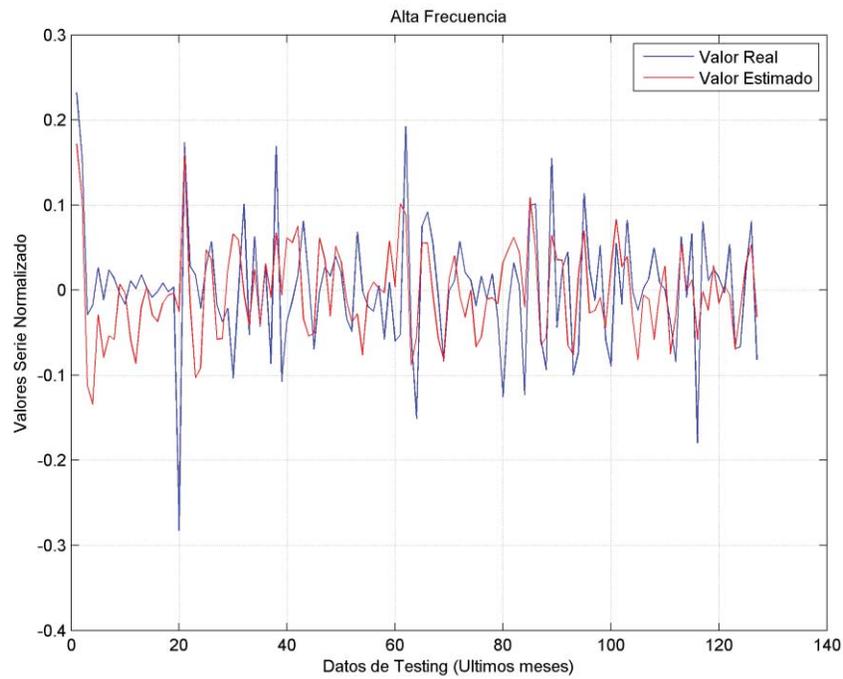
Gráfica 4.1.3.1.2 Mejor Ajuste para el Modelo AR Aditivo (Baja Frecuencia)

Procedemos a ver las métricas de rendimiento, para así poder evidenciar el comportamiento de este modelo (Baja Frecuencia).

Lags	MAE	RMSE	R2
32	0.53899	0,066	64,5486

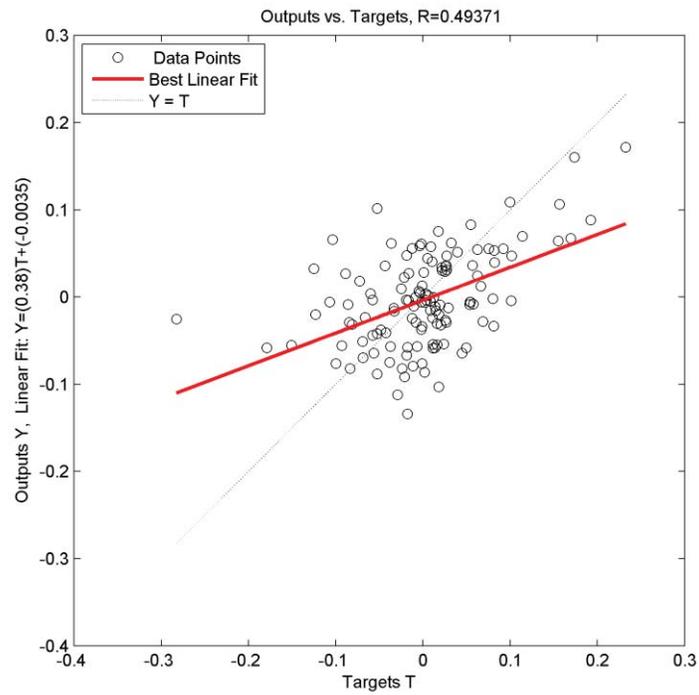
Tabla 4.1.3.1.1 Métrica Modelo AR aditivo (Baja Frecuencia).

4.1.3.1.2 Componente de Alta Frecuencia.



Gráfica 4.1.3.1.2 Estimado vs Observado del Modelo AR Aditivo (Alta Frecuencia).

Como se observa en la Gráfica 4.1.3.1.2, las líneas de tanto el valor estimado (color rojo), como la del valor observado o valor real (color azul) están desfasadas, lo que nos indica que el modelo trata de predecir, pero no predice de manera correcta lo cual conlleva a un error que se verá reflejado en las métricas de rendimiento, a la vez se distingue que cuando hay cambios repentinos o bruscos, el modelo tarda en procesarlos, esto es debido a que el comportamiento en alta frecuencia es muy variante.



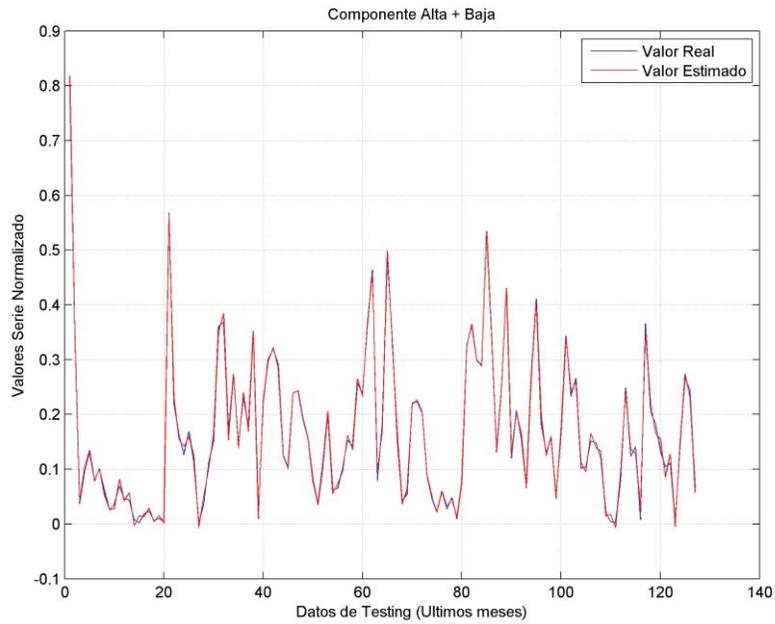
Gráfica 4.1.3.1.2.1 Mejor Ajuste para el Modelo AR Aditivo (Alta Frecuencia).

Procedemos a ver las métricas de rendimiento, para así poder evidenciar el comportamiento de este modelo (Alta Frecuencia).

Lags	MAE	RMSE	R2
32	0,37207	0,034	17,092

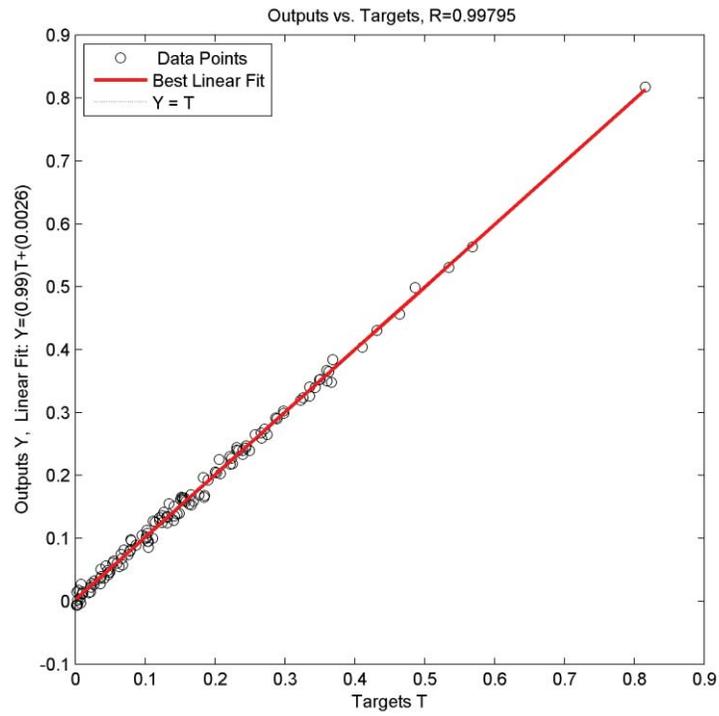
Tabla 4.1.3.1.2 Métricas Modelo AR aditivo (Alta Frecuencia).

4.1.3.1.3 Componente de Baja Frecuencia + Componente de Alta Frecuencia.

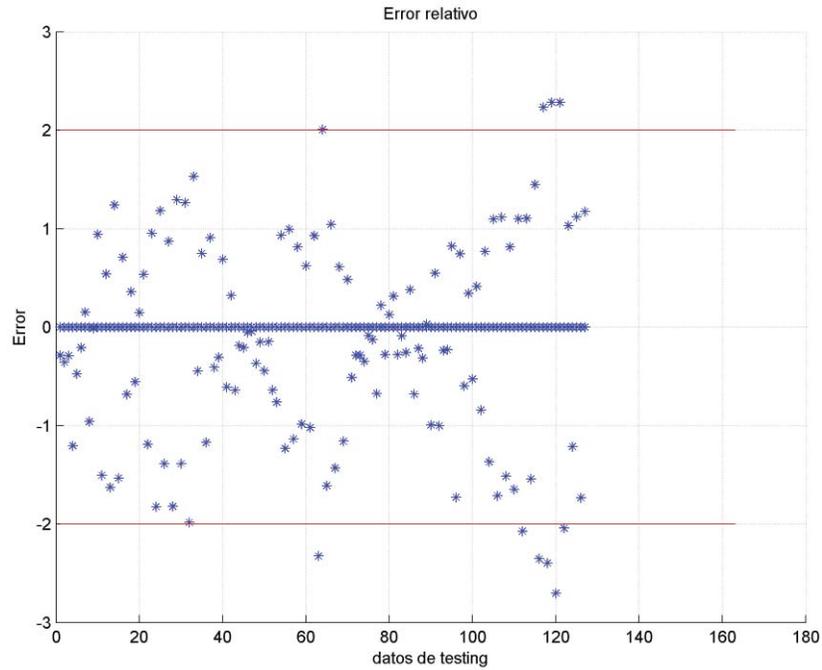


Gráfica 4.1.3.1.3. Estimado vs Observado del Modelo AR Aditivo (Baja frecuencia + alta frecuencia).

Como se observa en la gráfica 4.1.3.1.3, las líneas de tanto el valor estimado (color rojo), como la del valor observado o valor real (color azul) tienen un comportamiento similar, lo que nos indica que el modelo se acopla en la mayor parte a la serie de datos original, permitiéndonos tener una buena predicción.



Gráfica 4.1.3.1.3.1 Mejor Ajuste para el Modelo AR Aditivo (Baja Frecuencia +Alta Frecuencia).



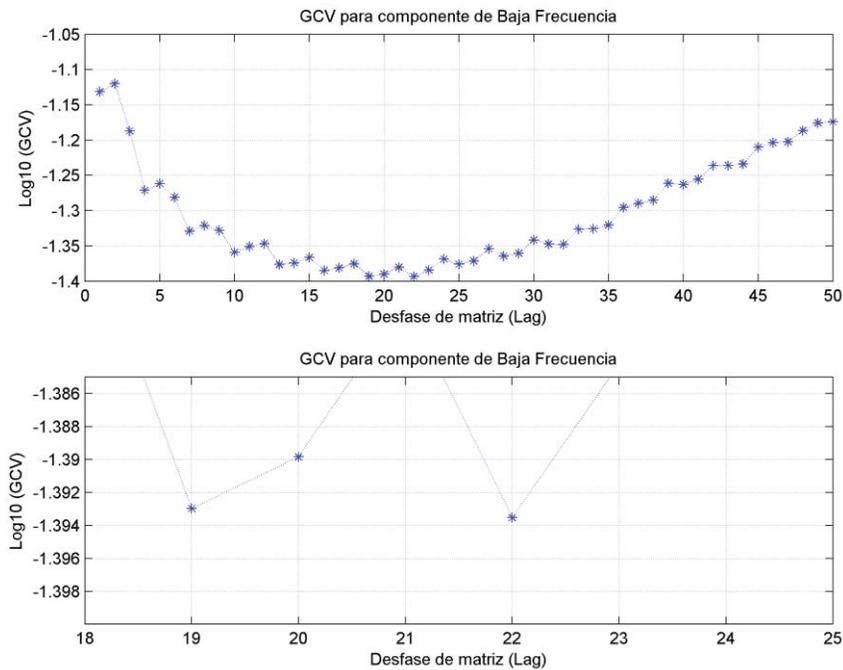
Gráfica 4.1.3.1.3.2 Error Relativo del Modelo AR Aditivo

Lags	MAE	RMSE	R2
32	0.28082	0,0089	99,5909

Tabla 4.1.3.1.3 Métricas Salida del Modelo.

Según la tabla 4.1.3.1.3, analizándola, se obtiene que tiene un coeficiente de determinación de 99.5909%, lo que significa que es un excelente modelo de pronóstico con Mmin, además que el MAE, es un poco alto, pero esto es debido a su proximidad a cero (0) de la serie de datos.

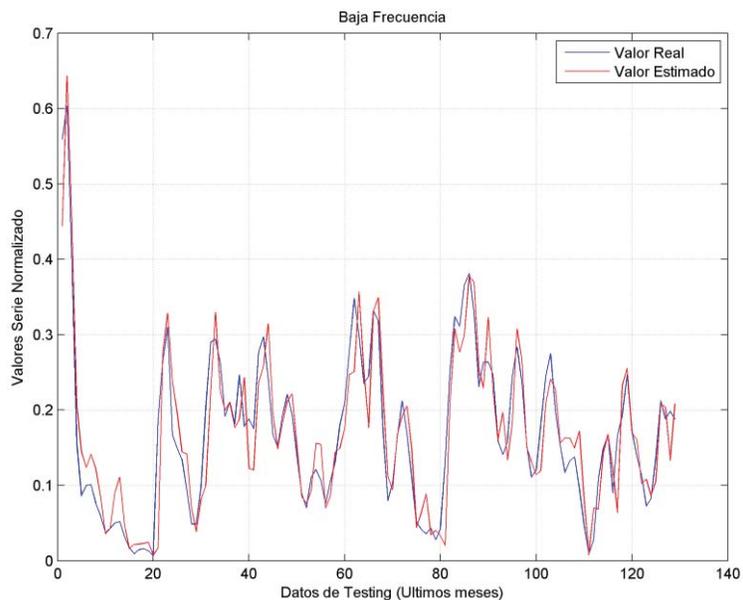
4.1.3.2 Máximo de Componentes (Mmax=3).



Gráfica 4.1.3.2. GCV del Modelo AR Aditivo.

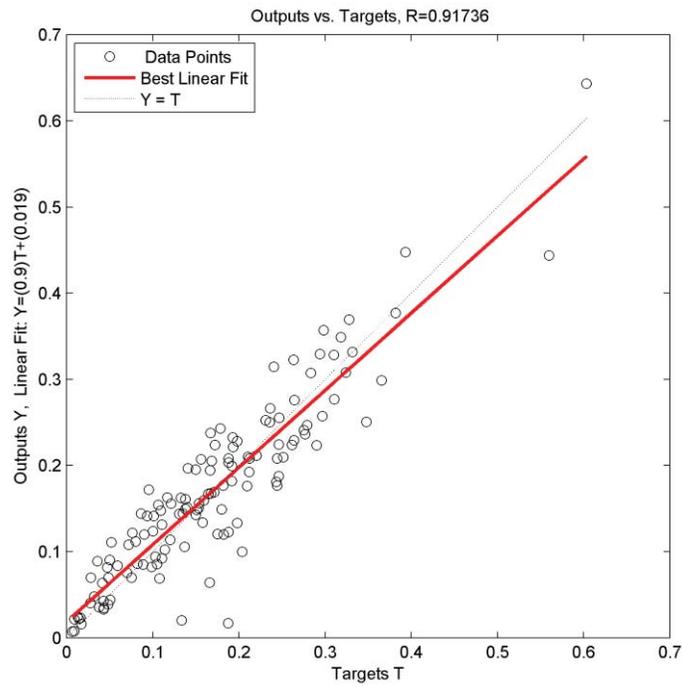
En la gráfica 4.1.3.2. se observa, según los datos, para este modelo el mejor lag es 22 por ello se requiere de 22 meses previos para realizar un pronóstico adecuado. Esto nos permite saber el orden del Modelo Auto-regresivo propuesto, que en este caso es de orden 22, lo que quiere decir es que necesitamos los 22 meses previos para poder predecir el siguiente mes (mes 23) y así consecutivamente.

4.1.3.2.1 Componente de Baja Frecuencia.



Gráfica 4.1.3.2.1 Estimado vs Observado del Modelo AR Aditivo (Baja Frecuencia).

Como se observa en la gráfica 4.1.3.2.1, las líneas de tanto el valor estimado (color rojo), como la del valor observado o valor real (color azul) están levemente desfasadas, lo que nos indica que el modelo se acopla en la mayor parte a la serie de datos original, permitiéndonos tener una buena predicción.



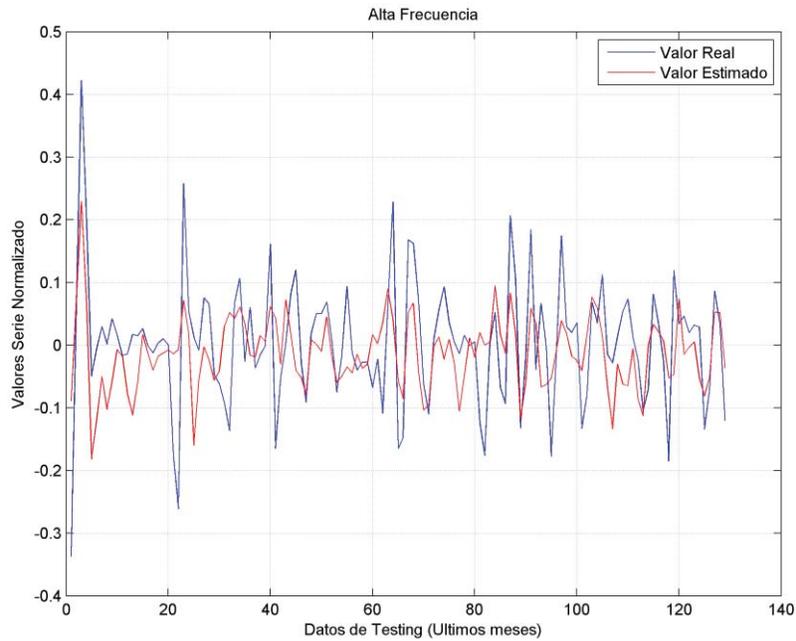
Gráfica 4.1.3.2.1.1 Mejor Ajuste para el Modelo AR Aditivo (Baja Frecuencia)

Procedemos a ver las métricas de rendimiento, para así poder evidenciar el comportamiento de este modelo (Baja Frecuencia).

Lags	MAE	RMSE	R2
22	0,2624	0,089	89,8022

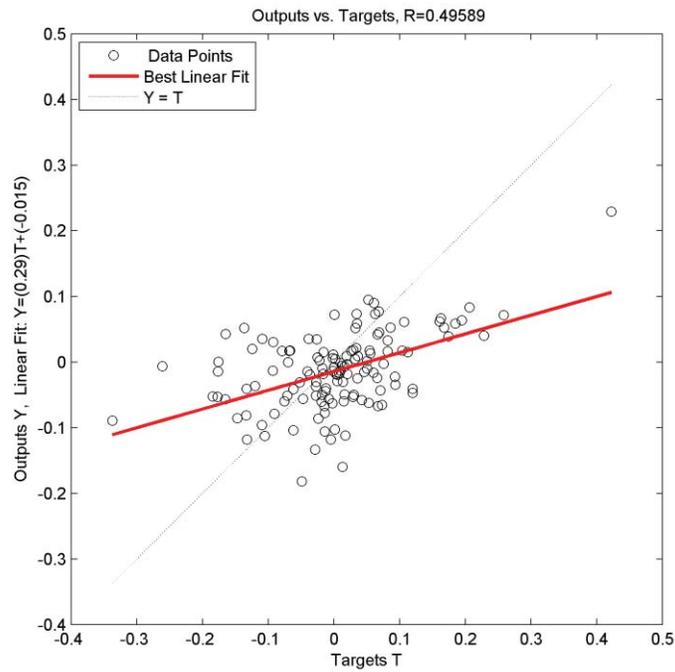
Tabla 4.1.3.2.1 Métrica AR Aditivo (Baja Frecuencia).

4.1.3.2.2 Componente de Alta Frecuencia.



Gráfica 4.1.3.2.2 Estimado vs Observado del Modelo AR Aditivo (Alta Frecuencia).

Como se observa en la gráfica 4.1.3.2.2, las líneas de tanto el valor estimado (color rojo), como la del valor observado o valor real (color azul) están desfasadas, lo que nos indica que el modelo trata de predecir, pero no predice de manera correcta lo cual conlleva a un error que se verá reflejado en las métricas de Rendimiento, a la vez se distingue que cuando hay cambios repentinos o bruscos, el modelo tarda en procesarlos, esto es debido a que el comportamiento en alta frecuencia es muy variante.



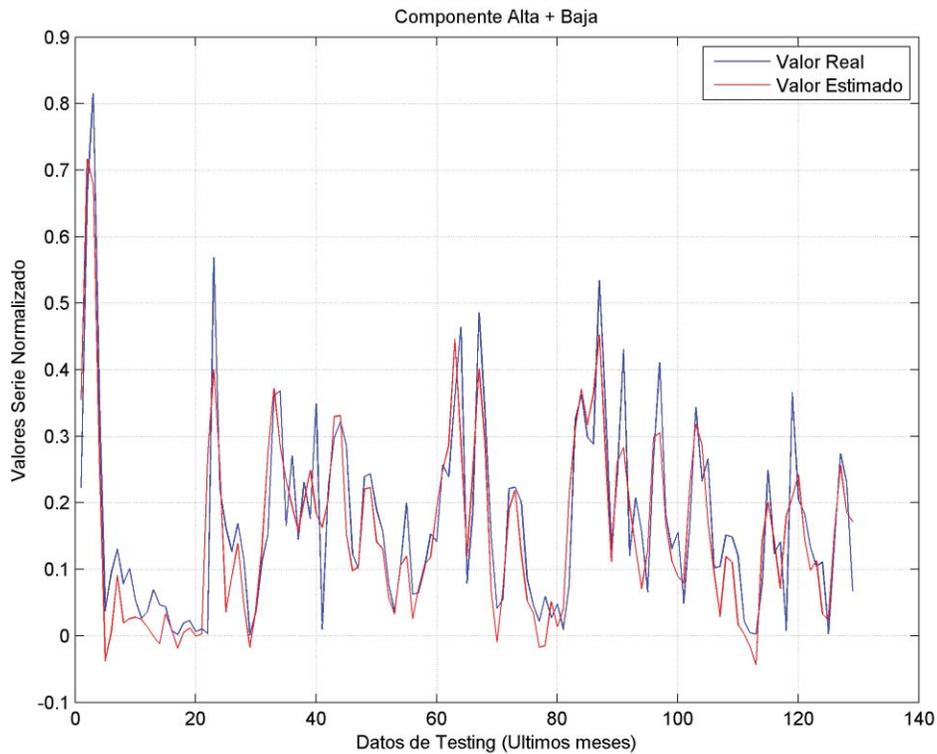
Gráfica 4.1.3.1.2.2.1 Mejor Ajuste para el Modelo AR Aditivo (Alta Frecuencia).

Procedemos a ver las métricas de rendimiento, para así poder evidenciar el comportamiento de este modelo (Alta Frecuencia).

Lags	MAE	RMSE	R2
22	0,40826	0,089	23,9428

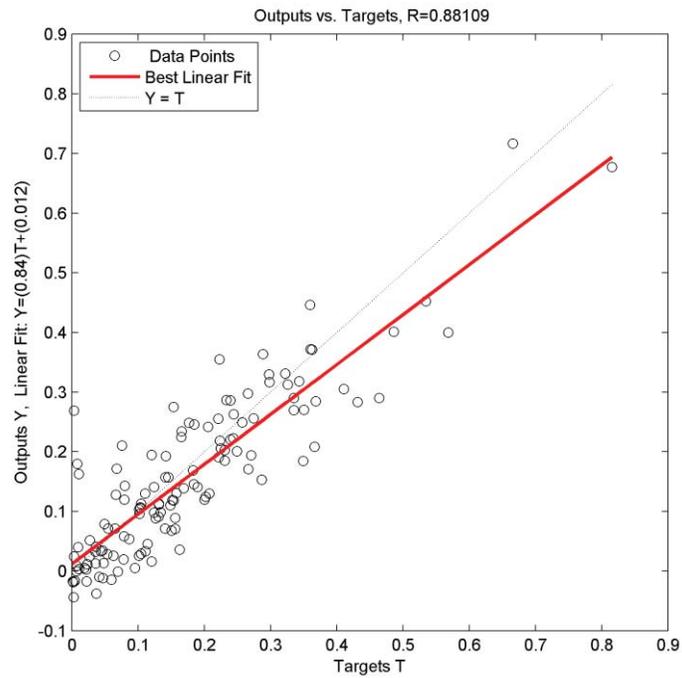
Tabla 4.1.3.2.2 Métricas Modelo AR Aditivo (Alta Frecuencia).

4.1.3.2.3 Componente de Baja Frecuencia + Componente de Alta Frecuencia. (Salida del Modelo)

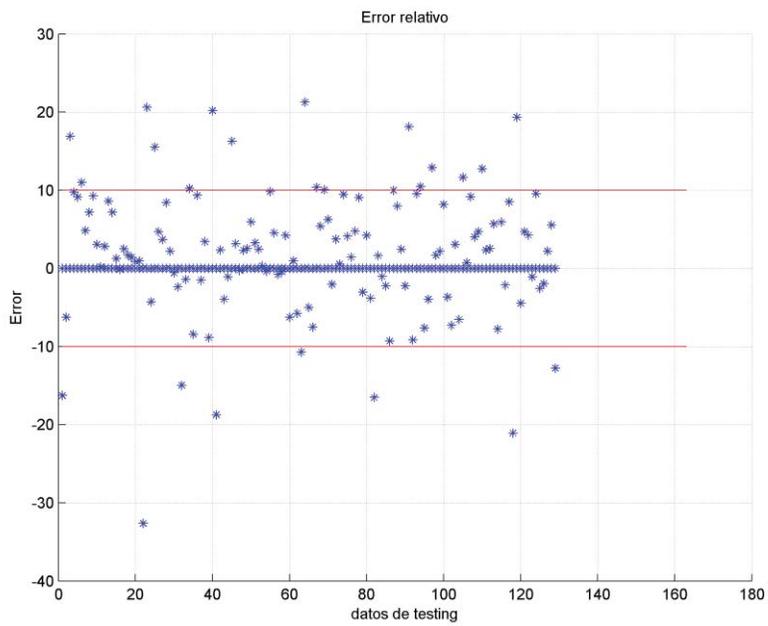


Gráfica 4.1.3.2.3.1 Estimado vs Observado del Modelo AR Aditivo (Baja frecuencia + alta frecuencia).

Como se observa en la gráfica 4.1.3.2.3, las líneas de tanto el valor estimado (color rojo), como la del valor observado o valor real (color azul) tienen un desfase, lo que nos indica que el modelo cuando se trabaja con número de componentes máximos ($M_{max}=3$), no es un buen predictor.



Gráfica 4.1.3.2.3.2 Mejor Ajuste para el Modelo AR Aditivo (Baja Frecuencia +Alta Frecuencia).



Gráfica 4.1.3.2.3.3 Error Relativo del Modelo AR Aditivo.

En la gráfica 4.1.3.2.3.3, se observa que el error relativo del modelo AR Aditivo es del 10., puesto que la mayor concentración de error (95%) están dentro del este rango.

Procedemos a ver las métricas de rendimiento, para así poder evidenciar el comportamiento de este modelo (Alta Frecuencia+ Baja Frecuencia)

Lags	MAE	RMSE	R2
22	1,1746	0,007	77,1693

Tabla 5.1.3.2.3 Métricas Salida del Modelo.

Como se observa en la Tabla 4.1.3.2.3, analizándola, se obtiene que tiene un coeficiente de determinación de 77.1693%, lo que significa que es un no es un buen modelo de pronóstico con Mmax, además que el MAE, es un muy alto, pero esto es debido a su proximidad a cero (0) de la serie de datos, por consiguiente, el modelo AR Aditivo con Mmax, no es muy recomendable para la predicción.

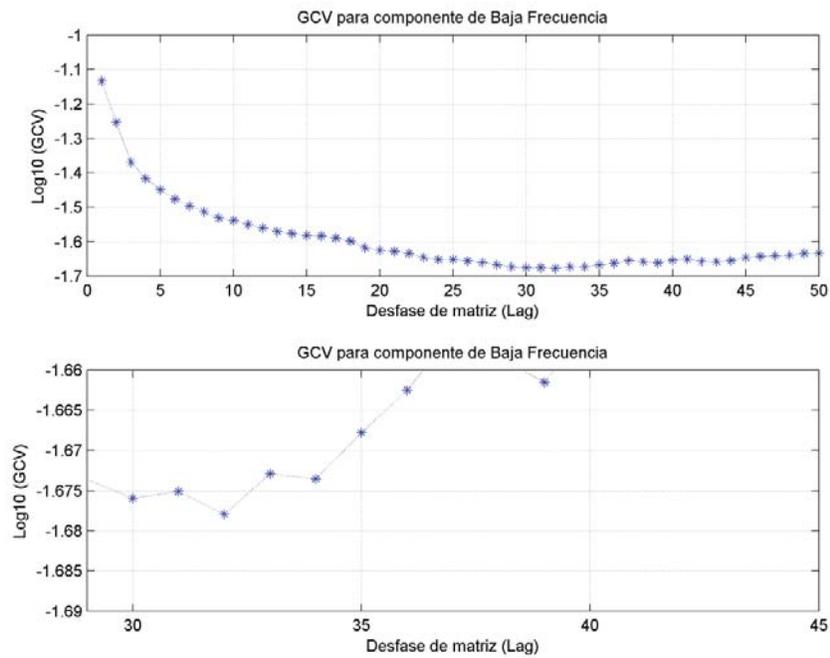
M	Lags	MAE	RMSE	R2
2	32	0,2808	0,0089	99,5909
3	22	1,7463	0,007	77,1693

Tabla 4.1.3.2.4 Métricas Comparativa de la Salida del Modelo AR Aditivo.

En la Tabla 4.1.3.2.4, comparamos las métricas del modelo AR aditivo de los componentes máximo y mínimo, obtenemos que el Modelo que tiene mayor rendimiento con el Mmin, por consiguiente, de ahora en adelante cuando se compare los modelos, el Mmin del Modelo será el óptimo a Evaluar.

4.1.4 Modelo ARX Aditivo.

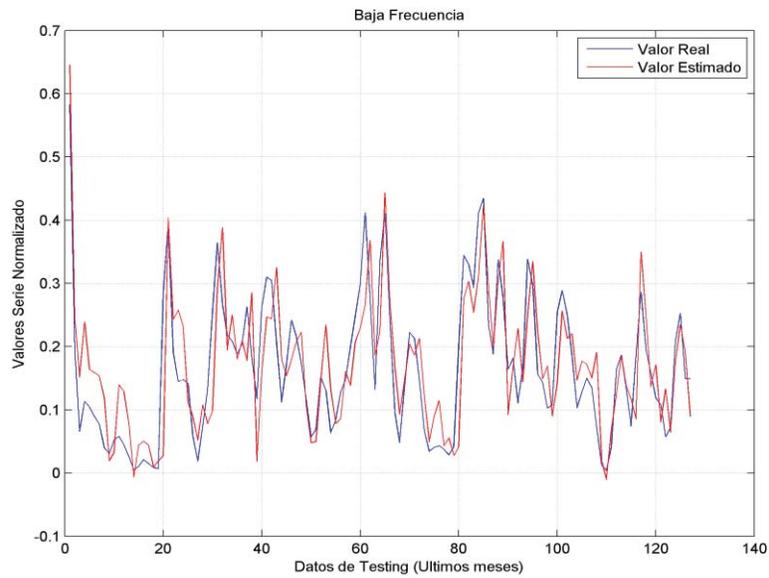
4.1.4.1 Mínimo de Componentes (Mmin=2)



Gráfica 4.1.4.1. GCV Modelo ARX Aditivo.

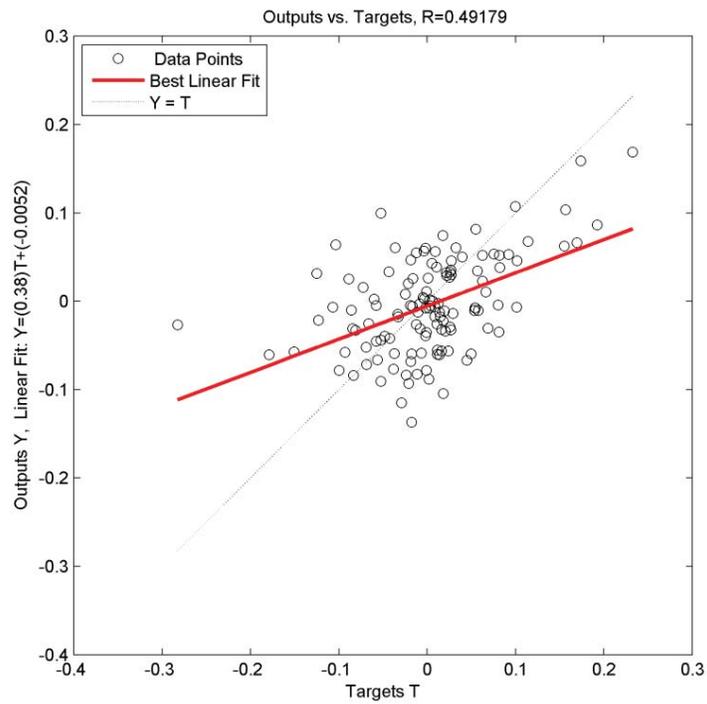
En la gráfica 4.1.4.1. se observa, según los datos, para este modelo el mejor lag es 32 por ello se requiere de 32 meses previos para realizar un pronóstico adecuado. Esto nos permite saber el orden del modelo auto-regresivo propuesto, que en este caso es de orden 32 lo que quiere decir es que necesitamos los 32 meses previos para poder predecir el siguiente mes (mes 33) y así consecutivamente.

4.1.4.1.1 Componente de Baja Frecuencia.



Gráfica 4.1.4.1.1 Estimado vs Observado del Modelo ARX Aditivo (Baja Frecuencia).

Como se observa en la gráfica 4.1.4.1.1., las líneas de tanto el valor estimado (color rojo), como la del valor observado o valor real (color azul) están desfasadas, lo que nos indica que el modelo de baja frecuencia se acopla en la mayor parte a la serie de datos original.



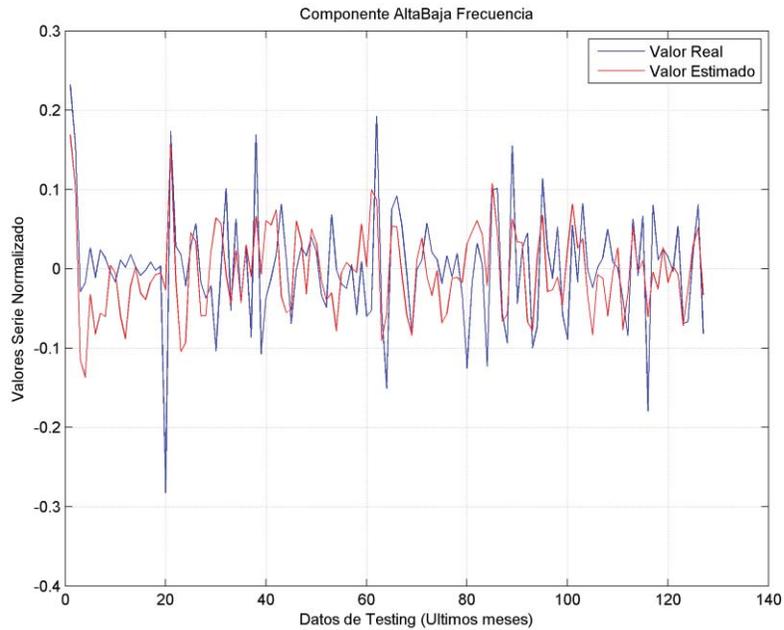
Gráfica 4.1.4.1.1.1 Mejor Ajuste para el Modelo ARX Aditivo (Baja Frecuencia)

Procedemos a ver las métricas de rendimiento, para así poder evidenciar el comportamiento de este modelo (Baja Frecuencia).

Lags	MAE	RMSE	R2
32	0,5389	0,066	64,5486

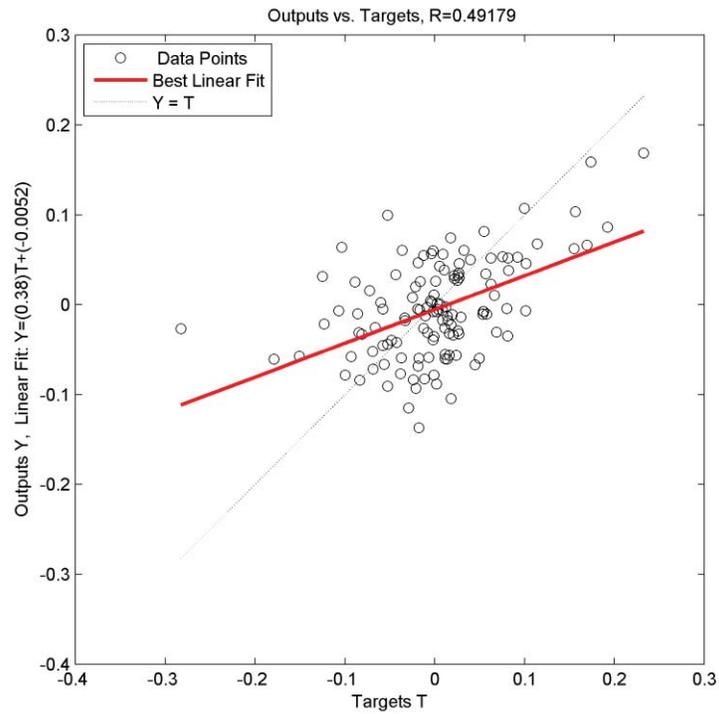
Tabla 4.1.4.1.1 Métrica Bi-Variado (Baja Frecuencia).

4.1.4.1.2 Componente de Alta-Baja Frecuencia.



Gráfica 4.1.4.1.2 Estimado vs Observado del Modelo ARX Aditivo (Alta-Baja Frecuencia).

Como se observa en la gráfica 4.1.4.1.2., las líneas de tanto el valor estimado (color rojo), como la del valor observado o valor real (color azul) están desfasadas, lo que nos indica que el modelo trata de predecir, pero no predice de manera correcta lo cual conlleva a un error que se verá reflejado en las métricas de rendimiento, a la vez se distingue que cuando hay cambios repentinos o bruscos, el modelo tarda en procesarlos, esto es debido a que el comportamiento en alta-baja frecuencia es muy variante.



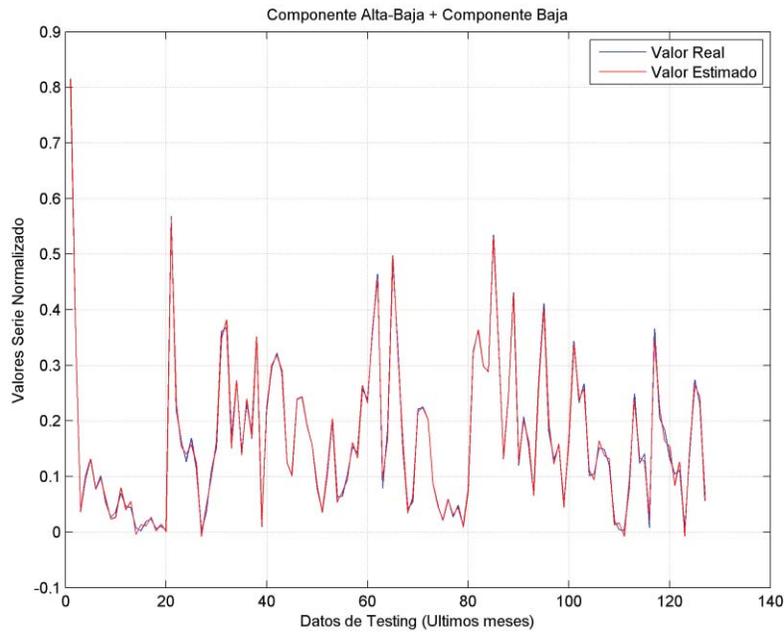
Gráfica 4.1.4.1.2.1 Mejor Ajuste para el Modelo ARX Aditivo (Alta-Baja Frecuencia).

Procedemos a ver las métricas de rendimiento, para así poder evidenciar el comportamiento de este modelo (Alta-Baja Frecuencia).

Lags	MAE	RMSE	R2
32	0,37425	0,064	16,7493

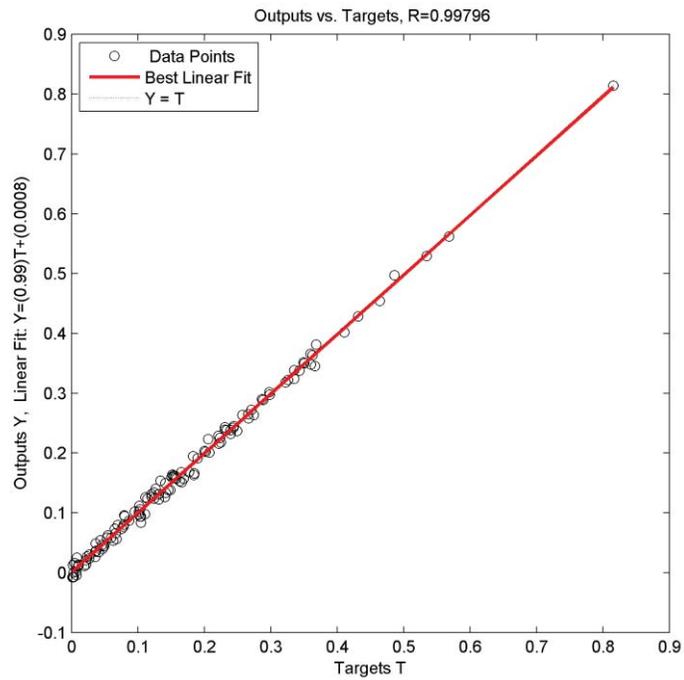
Tabla 4.1.4.1.2 Métricas Modelo ARX Aditivo (Alta-Baja Frecuencia).

4.1.4.1.3 Componente de Baja Frecuencia + Componente de Alta-Baja Frecuencia. (Salida del Modelo)

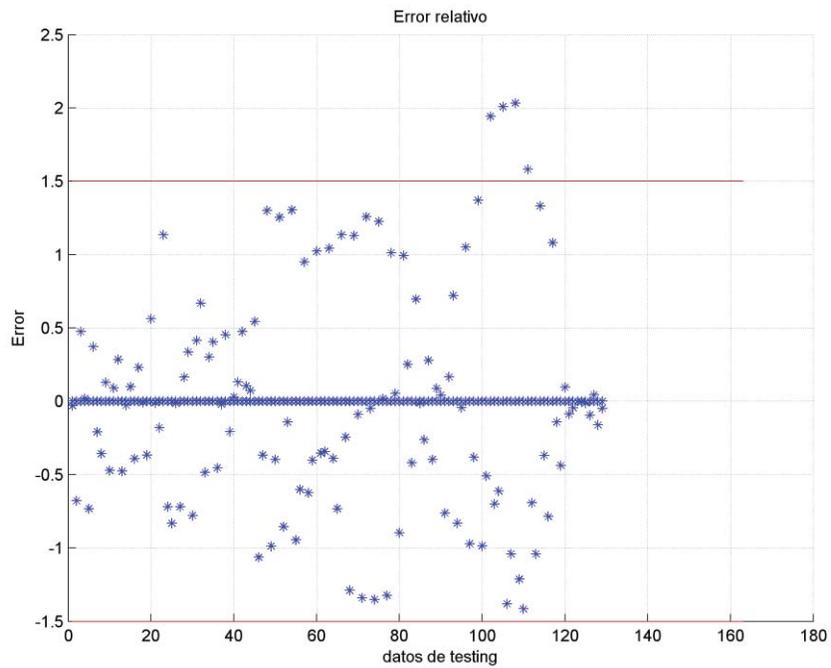


Gráfica 4.1.4.1.3. Estimado vs Observado del Modelo ARX Aditivo (Baja frecuencia + Alta-Baja frecuencia).

Como se observa en la gráfica 4.1.4.1.3, las líneas de tanto el valor estimado (color rojo), como la del valor observado o valor real (color azul), lo que nos indica que el modelo cuando se trabaja con número de componentes máximos($M_{\min}=2$), tiene un muy buen comportamiento.



Gráfica 4.1.4.1.3 Mejor Ajuste para el Modelo ARX Aditivo (Baja Frecuencia + Alta-Baja Frecuencia).



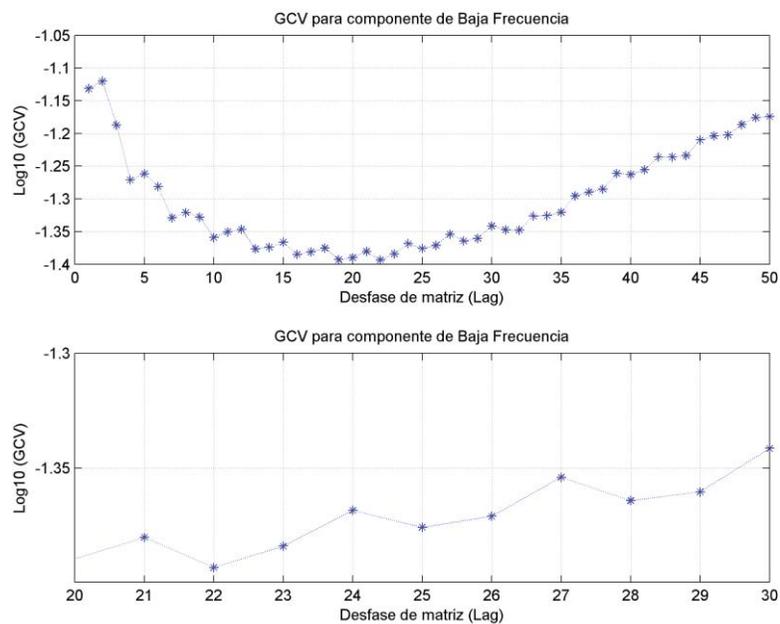
Gráfica 4.1.4.1.4 Error Relativo del Modelo ARX Aditivo.

Procedemos a ver las métricas de rendimiento, para así poder evidenciar el comportamiento de este modelo (Baja frecuencia + Alta-Baja frecuencia).

Lags	MAE	RMSE	R2
32	0,294	0,008	99,5928

Tabla 4.1.4.1.3 Métricas del Modelo ARX Aditivo
(Baja frecuencia + Alta-Baja frecuencia).

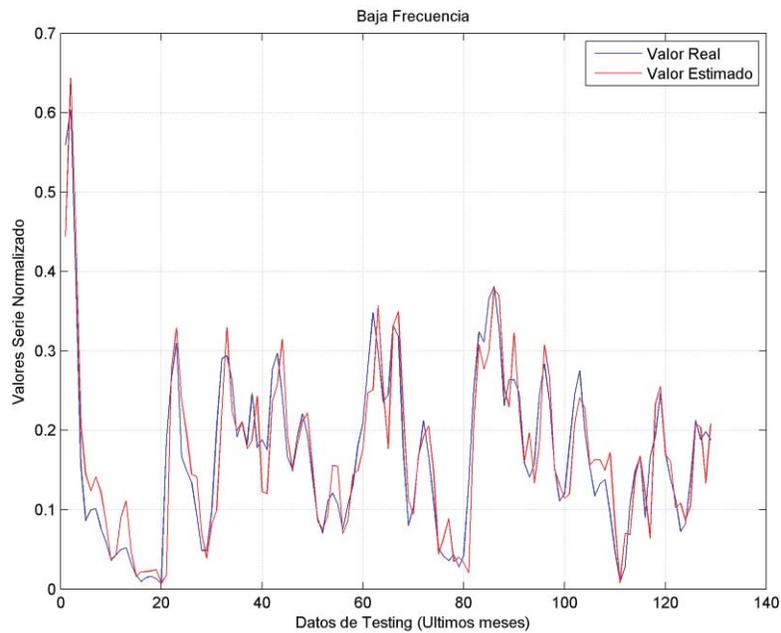
4.1.4.2 Máximo de Componentes (Mmax=4).



Gráfica 4.1.4.2. GCV Modelo ARX Aditivo.

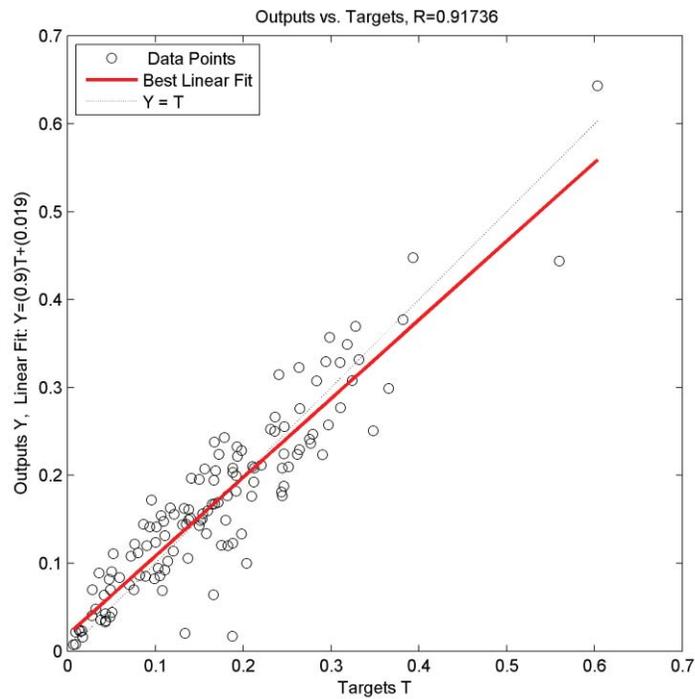
En la gráfica anterior se observa, según los datos, para este modelo con el número de componentes máximo (Mmax=4) el mejor lag es 22, lo cual nos indica que necesitamos 22 meses previos para realizar un pronóstico adecuado. Esto nos permite saber el orden del modelo Auto regresivo, que en este caso es de orden 22, lo que quiere decir es que necesitamos los 22 meses previos para poder predecir el siguiente mes (mes 23) y así consecutivamente.

4.1.4.2.1 Componente de Baja Frecuencia.



Gráfica 4.1.4.2.1 Estimado vs Observado del Modelo ARX Aditivo (Baja Frecuencia).

Como se observa en la gráfica 4.1.4.2.1, las líneas de tanto el valor estimado (color rojo), como la del valor observado o valor real (color azul) están desfasadas, lo que nos indica que el modelo de baja frecuencia se acopla en la mayor parte a la serie de datos original.



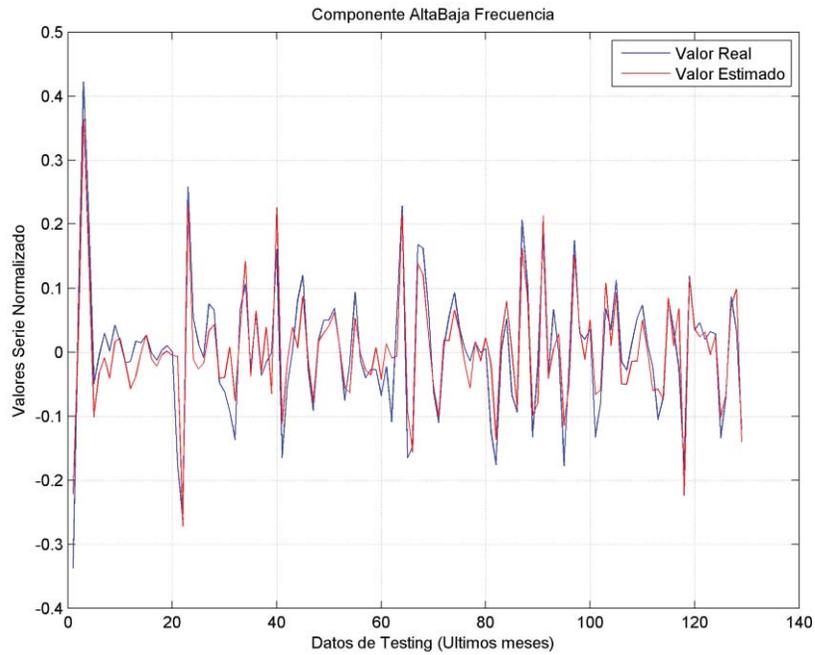
Gráfica 4.1.4.2.1.1 Mejor Ajuste para el Modelo ARX Aditivo (Baja Frecuencia)

Procedemos a ver las métricas de rendimiento, para así poder evidenciar el comportamiento de este modelo (Baja Frecuencia).

Lags	MAE	RMSE	R2
22	0,24480	0,041	82,9171

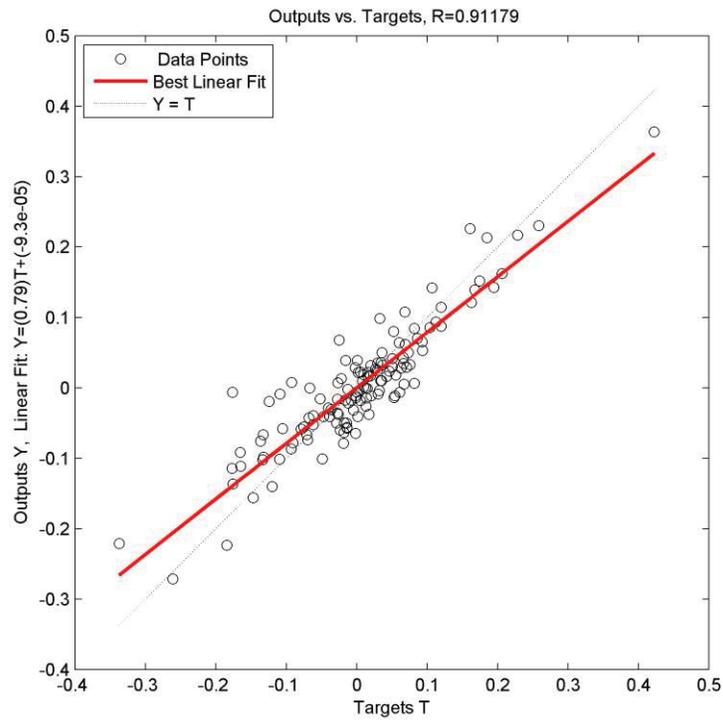
Tabla 4.1.4.2.1 Métrica ARX Aditivo (Baja Frecuencia).

4.1.4.2.2 Componente de Alta-Baja Frecuencia.



Gráfica 4.1.4.2.2 Estimado vs Observado del Modelo ARX Aditivo (Alta-Baja Frecuencia).

Como se observa en la gráfica 4.1.4.2.2, las líneas de tanto el valor estimado (color rojo), como la del valor observado o valor real (color azul) están desfasadas, lo que nos indica que el modelo trata de predecir, pero no predice de manera correcta lo cual conlleva a un error que se verá reflejado en las métricas de rendimiento, a la vez se distingue que cuando hay cambios repentinos o bruscos, el modelo tarda en procesarlos, esto es debido a que el comportamiento en alta-baja frecuencia es muy variante.



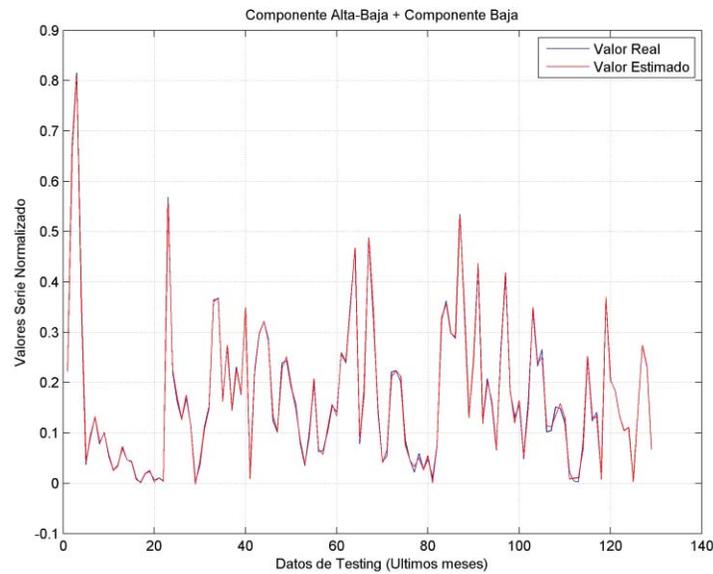
Gráfica 4.1.4.2.2.1 Mejor Ajuste para el Modelo ARX Aditivo (Alta-Baja Frecuencia).

Procedemos a ver las métricas de rendimiento, para así poder evidenciar el comportamiento de este modelo (Alta-Baja Frecuencia).

Lags	MAE	RMSE	R2
22	0,127	0,006	99,8151

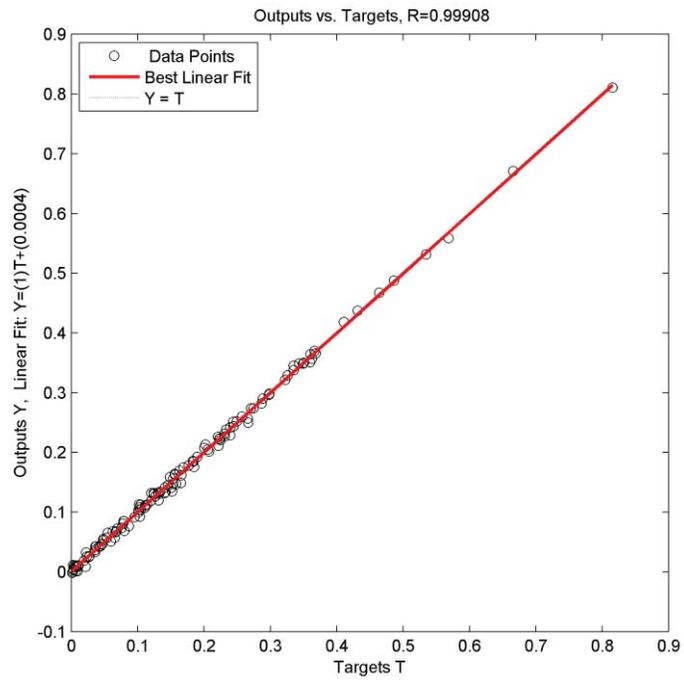
Tabla 4.1.4.2.2 Métricas del Modelo ARX Aditivo (Alta-Baja frecuencia).

4.1.4.2.3 Componente de Baja Frecuencia + Componente de Alta-Baja Frecuencia.

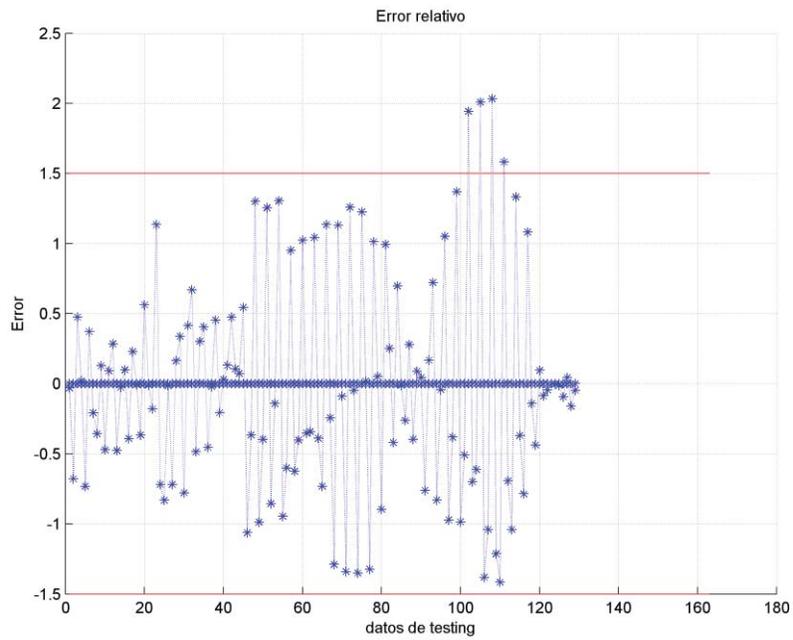


Gráfica 4.1.4.2.3. Estimado vs Observado del Modelo ARX Aditivo (Baja frecuencia + Alta-Baja frecuencia).

Como se observa en la gráfica 4.1.4.2.3. las líneas de tanto el valor estimado (color rojo), como la del valor observado o valor real (color azul), lo que nos indica que el modelo cuando se trabaja con número de componentes máximos(Max=4), tiene un muy buen comportamiento.



Gráfica 4.1.4.2.3.1 Mejor Ajuste para el Modelo ARX Aditivo (Baja Frecuencia + Alta-Baja Frecuencia).



Gráfica 4.1.4.2.3.2 Error Relativo del Modelo ARX Aditivo

Procedemos a ver las métricas de rendimiento, para así poder evidenciar el comportamiento de este modelo (Baja frecuencia + Alta-Baja frecuencia).

Lags	MAE	RMSE	R2
22	12,759	0,006	99,8151

Tabla 4.1.4.2.3 Métricas del Modelo ARX Aditivo
(Baja frecuencia + Alta-Baja frecuencia).

Como se observa en la Tabla 4.1.4.2.3, analizándola, se obtiene que tiene un coeficiente de determinación de 99.8151%, lo que significa que es un buen modelo de pronóstico con $Mmax$, además que el MAE, es un poco alto esto es debido a su proximidad a cero (0) de la serie de datos, por consiguiente, el modelo ARX aditivo con $Mmax$, es recomendable para la predicción.

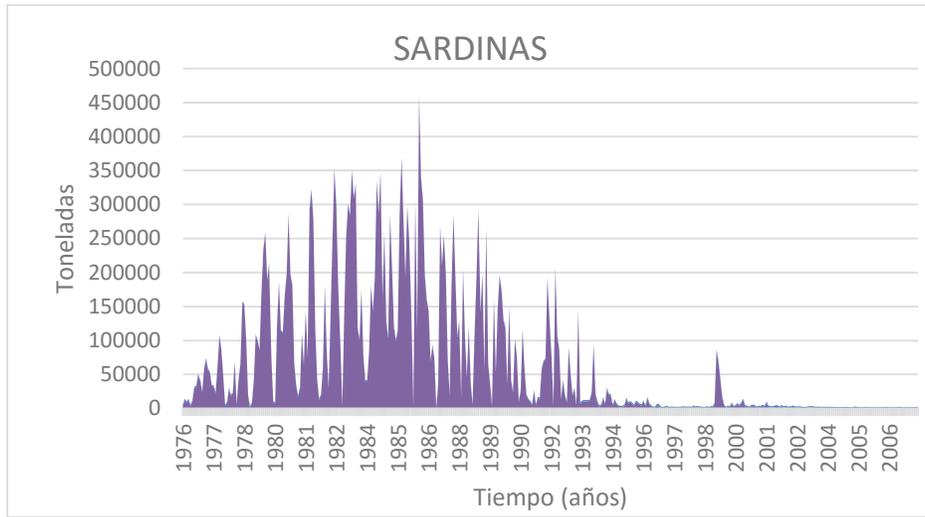
Lags	MAE	RMSE	R2
32	0,2947	0,008	99,5928
22	0,1275	0,006	99,8151

Tabla 4.1.4.2.4 Métricas Comparativas del Modelo ARX Aditivo
(Baja frecuencia + Alta-Baja frecuencia).

En la Tabla 4.1.4.2.4, se obtiene las métricas del modelo ARX Aditivo de los componentes máximo y mínimo, obtenemos que el modelo que tiene mayor rendimiento con el $Mmax$, por consiguiente, de ahora en adelante cuando se compare los modelos, el $Mmax$ de ARX aditivo será el óptimo a evaluar.

4.2 Sardinas.

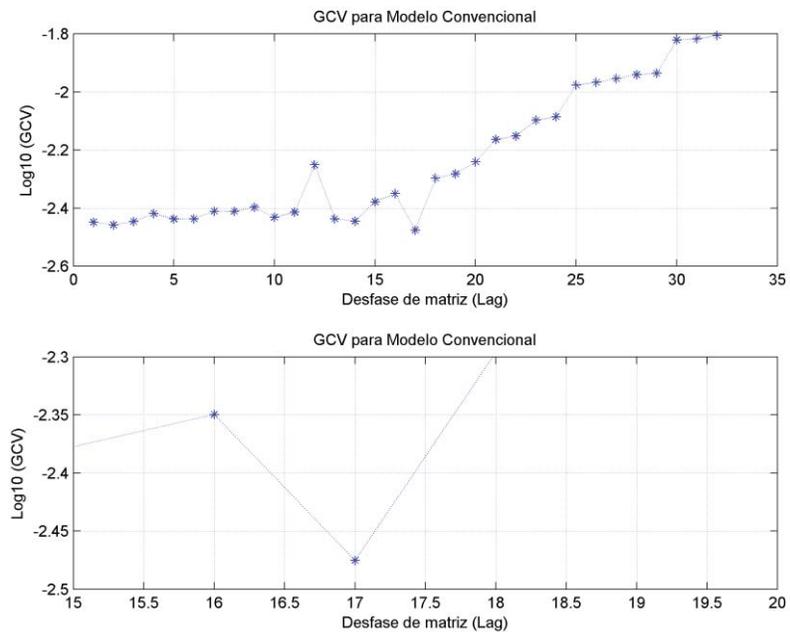
Puesto que el comportamiento de las sardinas en la serie de datos es diferente a las anchovetas, se trataron con el mismo procedimiento, por ende, el procesamiento es el mismo (en cuanto a los modelos propuestos), los contrastes de las gráficas de rendimiento fueron muy similares a las de las anchovetas, y hubo gran ventaja en los modelos propuesto, en las cuales se procederá a mostrar los indicadores del rendimiento de esta serie de datos, así como los gráficos de los mejores modelos.



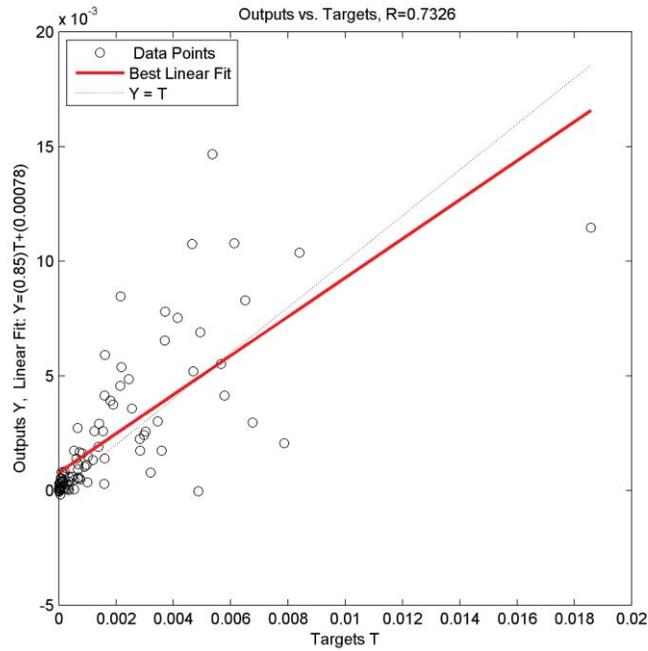
Gráfica 4.2.1.1 Serie de tiempo Sardinias.

A continuación, los resultados de los modelos propuesto en la a base de datos de las sardinias.

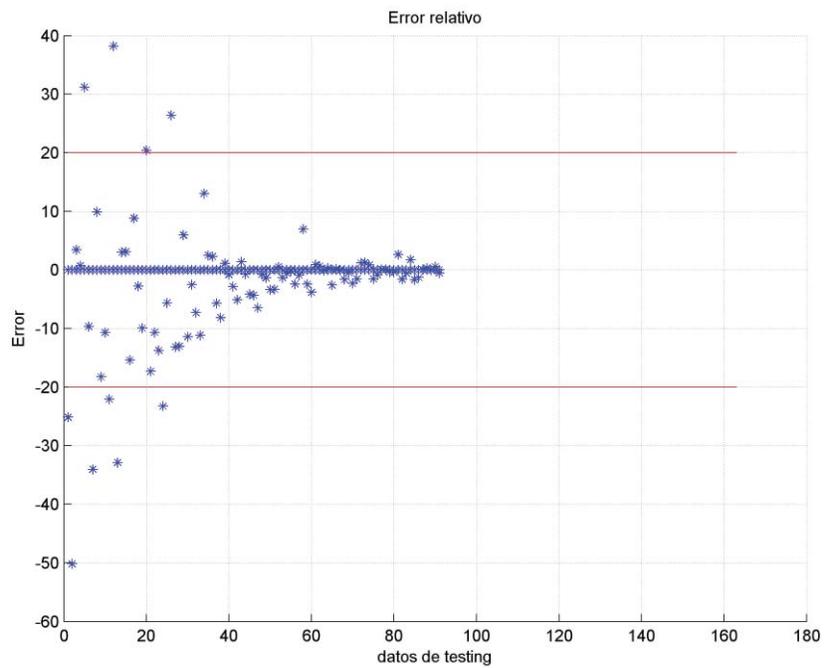
4.2.1 Modelo Convencional



Gráfica 4.2.1.1 GCV Modelo Convencional.



Gráfica 4.2.1.2 Mejor Ajuste para el Modelo Convencional.



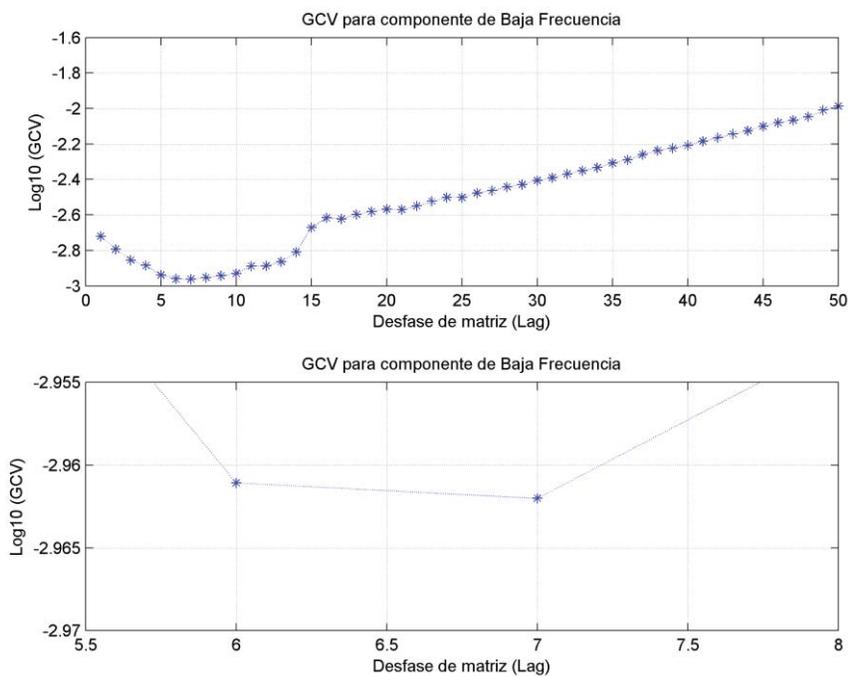
Gráfica 4.2.1.3 Error Relativo del Modelo Convencional.

Modelo Convencional	Lags	MAE	RMSE	R2
	17	197,867	0,0022	35,3011

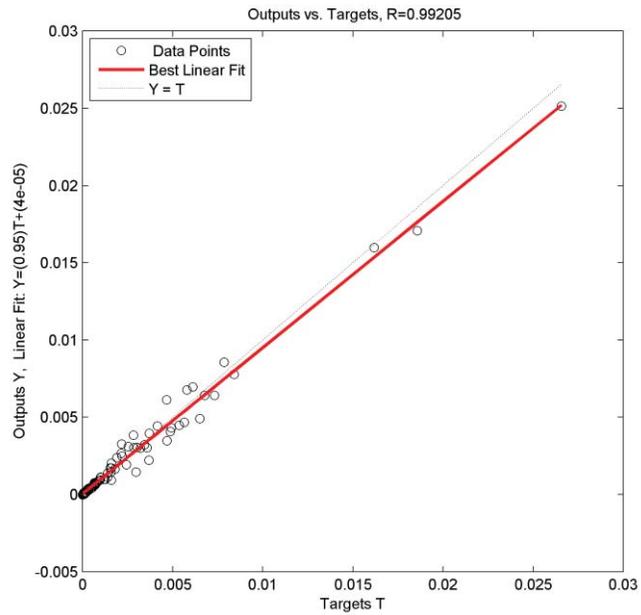
Tabla 4.2.1.1 Métricas del Modelo Convencional

4.2.2 Modelo AR Aditivo

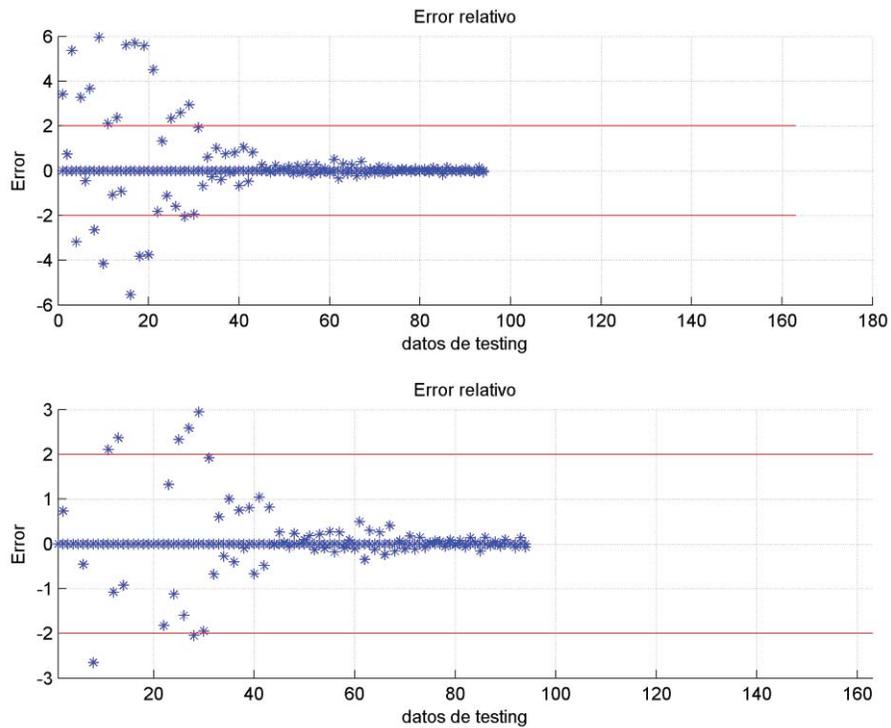
Como se ha mencionado al principio de esta sección, se muestra ahora las gráficas del mejor modelo, en este caso con $M=2$, puesto como se ha demostrado anteriormente en la sección 4.1, mostrando paso a paso y gráfica a gráfica los resultados del rendimiento, y a su vez se observa en la tabla 4.2.2.3.



Gráfica 4.2.2.1 GCV Modelo AR Aditivo.



Gráfica 4.2.2.2 Mejor Ajuste para el Modelo AR Aditivo



Gráfica 4.2.2.3 Error Relatico para el Modelo AR Aditivo

A continuación, se muestra las métricas de rendimiento del modelo, las que están con color verde fondo o sombreadas son las de mejor rendimiento.

Modelo AR Aditivo				
M	Lags	MAE	RMSE	R2
2	7	0,562	0,001626	78,6464
4	8	33,3946	0,000714	93,4998

Tabla 4.2.2.1 Métricas del Modelo AR Aditivo (Baja Frecuencia)

Modelo AR Aditivo				
M	Lags	MAE	RMSE	R2
2	7	3,8500	0,001624	20,277
4	8	21,6757	0,0026	4,6944

Tabla 4.2.2.2 Métricas del Modelo AR Aditivo (Alta Frecuencia)

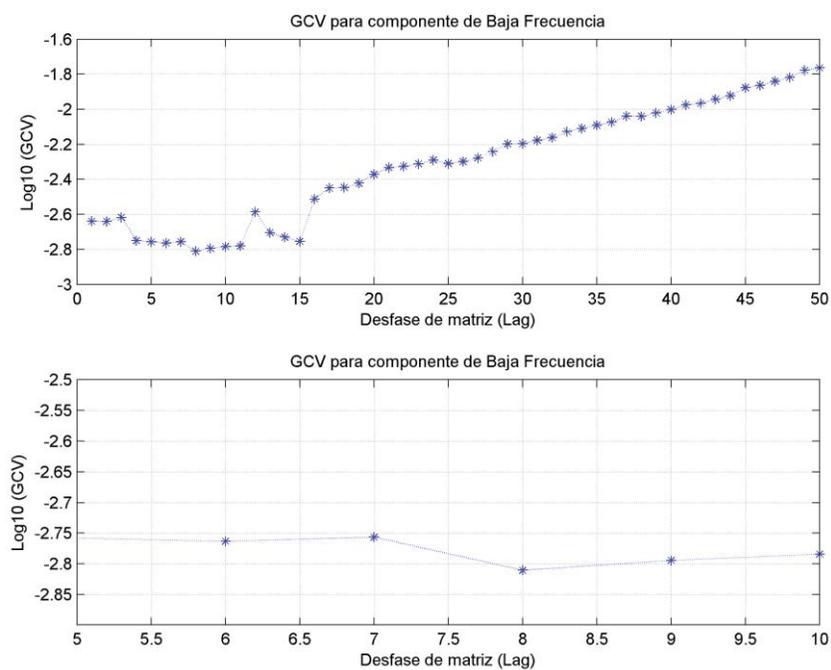
Modelo AR Aditivo				
M	Lags	MAE	RMSE	R2
2	7	0,3994	0,0016	98,2753
4	8	1,7783	0,0028	49,3309

Tabla 4.2.2.3 Métricas del Modelo AR Aditivo (Baja Frecuencia + Alta Frecuencia)

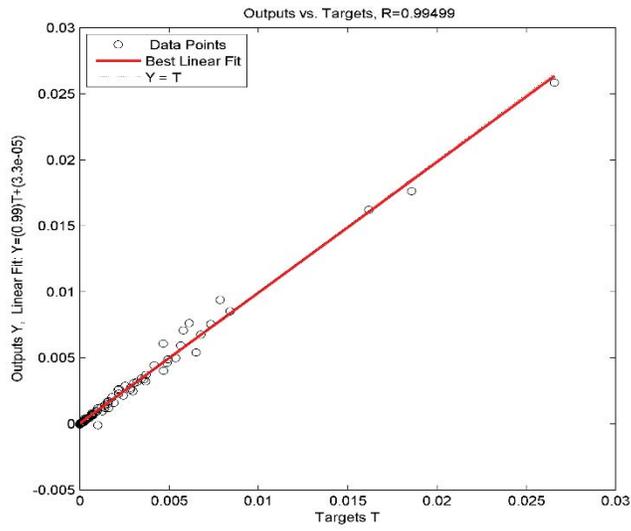
Según los resultados obtenidos en las tablas 4.2.2, 4.2.3 y 4.2.4, se observa que el mejor Modelo Uní-variado es el componente 2(M=2), comparamos las métricas del modelo AR Aditivo de los componentes máximo y mínimo, obtenemos que el modelo que tiene mayor rendimiento con el *Mmin*, por consiguiente, de ahora en adelante cuando se compare los modelos, el *Mmin* de AR Aditivo será el óptimo a Evaluar.

4.2.3 Modelo ARX Aditivo.

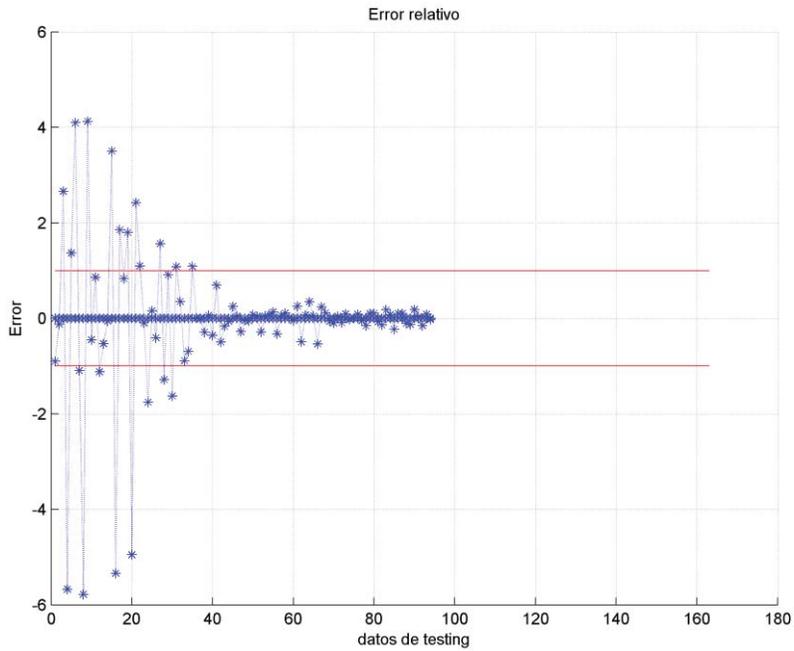
Como se ha mencionado al principio de esta sección, se muestra ahora las gráficas del mejor modelo, en este caso con $M=4$, puesto como se ha demostrado anteriormente en la sección 4.1, mostrando paso a paso y gráfica a gráfica los resultados del rendimiento, y a su vez se observa en la tabla 4.2.3.3.



Gráfica 4.2.3.1 GCV Modelo ARX Aditivo.



Gráfica 4.2.3.2 Mejor Ajuste para el Modelo AARX Aditivo



Gráfica 4.2.3.3 Error Relatico para el Modelo ARX Aditivo

Modelo ARX Aditivo				
M	Lags	MAE	RMSE	R2
2	7	0,5621	0,0016	78,6464
4	8	0,3339	0,0007	93,4998

Tabla 4.2.3.1 Métricas del Modelo ARX Aditivo (Baja Frecuencia)

A continuación, se muestra las métricas de rendimiento del modelo, las que están con color verde fondo o sombreadas son las de mejor rendimiento.

Modelo ARX Aditivo				
M	Lags	MAE	RMSE	R2
2	7	3,4382	0,0016	21,9122
4	8	8,3869	0,0005	94,7532

Tabla 4.2.3.2 Métricas del Modelo ARX Aditivo (Alta-Baja Frecuencia)

Modelo ARX Aditivo				
M	Lags	MAE	RMSE	R2
2	7	0,4022	0,0005	98,346
4	8	0,4849	0,0003	98,999

Tabla 4.2.3.3 Métricas del Modelo ARX Aditivo (Baja Frecuencia+ Alta-Baja Frecuencia)

Según los resultados obtenidos en las tablas 4.2.5, 4.2.6 y 4.2.7, se observa que el mejor Modelo Bi-variado es el que tiene la segunda mayor cantidad de energía en el componente, que es este caso es el componente 4(M=4). las métricas del modelo ARX Aditivo de los componentes máximo y mínimo, se demuestra que el Modelo que tiene mayor rendimiento con el M_{max} , por consiguiente, de ahora en adelante cuando se compare los modelos, el M_{max} de ARX aditivo será el óptimo a Evaluar.

4.3 Comparativa de Modelos.

En esta Sección se procede a analizar y comparar los resultados obtenidos de los modelos anteriormente mencionados, aquí se tomarán los mejores modelos de cada uno, como en el caso de Modelo AR Aditivo va a ser el en el componente, que es este caso es el componente 2 (M=2), el cual dio el mismo valor tanto para la serie de Anchovetas como para la de Sardinas.

En el caso del Modelo ARX Aditivo va a ser el que tiene la tercera mayor cantidad de energía en el componente, pero aquí si se diferencia en que los segundos mayores componentes que tienen energía son diferentes, en el caso d las anchovetas es el Componente 3 (M=3) y en las anchovetas es la componente 4 (M=4).

4.3.1 Anchovetas.

A continuación, las tablas de las métricas de los Modelos.

Métricas	Modelo Convencional	Modelo AR	Modelo ARX
MAE	2,4360	0,2808	0,1257
RMSE	0,131	0,008	0,006
R2	16,6913	99,5909	99,8151

Tabla 4.3.1.1 Métricas de Rendimiento (Anchovetas).

Analizando la tabla 4.3.1.1, se comparan todas las métricas de los modelos (ARM, AR Aditivo, ARX Aditivo) para concluir que el mejor modelo con los mejores indicadores es el Modelo ARX Aditivo, a su vez también podemos observar que el modelo Uní-variado es mejor que el Modelo ARM, y que las diferencias entre los modelos Propuesto (AR Aditivo y ARX Aditivo, es muy poca, pero queda en evidencia que el mejor es el Bi-variado, lo cual se había anunciado al inicio de este párrafo.

Ahora se procede a ver qué tanta diferencia hay entre un modelo y otro, para esto compararemos del peor modelo al mejor modelo, viendo que tanta ganancia tiene uno respecto al otro, la ganancia sirve para ver cuánto gana un modelo a otro, en otras palabras, para ver cuando mejoro las métricas entre ellos.

Métricas	Modelo Convencional	Modelo AR Aditivo	Ganancia
MAE	2,4360	0,2808	767,48%
RMSE	0,131	0,008	1537%
R2	16,6913	99,5909	83,24%

Tabla 4.3.1.2 Métricas de Ganancia de los Modelos (Anchovetas)

En la Tabla 4.3.1.2, tenemos la comparación entre los Modelos ARM y AR aditivo, en donde se destaca la gran ganancia que tiene una respecto a la otra, en este caso el modelo AR aditivo deja en claro que es superior al modelo ARM, además que mejora en cada métrica, comportamiento del otro modelo, por consiguiente, este modelo propuesto demuestra aparte de ser novedoso, es superior al modelo que se utiliza casi por todos [10] para hacer pronóstico, el ARM.

Métricas	Modelo AR Aditivo	Modelo ARX Aditivo	Ganancia
MAE	0,2808	0,1257	55,20%
RMSE	0,008	0,006	25%
R2	99,5909	99,8151	0,22%

Tabla 4.3.1.3 Métricas de Ganancia de los Modelos II. (Anchovetas)

En la Tabla 4.3.1.3, Comparamos los Modelos Propuesto en esta Tesis, El Modelo AR Aditivo y el Modelo ARX Aditivo, como se observa en la tabla, El Modelo ARX aditivo es superior al otro, eso es debido al cambio que hay en el manejo de las componentes internas (alta y baja frecuencia). Se observa que el nuevo modelo desarrollado, tiene una gran mejora con respecto al Modelo Convencional, lo cual nos indica que es un avance para este tipo de pronóstico, además que el modelo ARX aditivo supera significativamente más al modelo uní-variado haciendo ambos unos buenos modelos comparados con el modelo convencional.

4.3.2 Sardinas.

A continuación, las tablas de las métricas de los Modelos.

Métricas	Modelo Convencional	Modelo AR Aditivo	Modelo ARX Aditivo
MAE	1,9786	0,3994	0,484988
RMSE	0,0022	0,0016	0,0003
R2	35,3011	98,2753	98,999

Tabla 4.3.2.1 Métricas de Rendimiento (Sardinas).

Analizando la tabla 4.3.2.1, se comparan todas las métricas de los modelos (ARM, AR Aditivo, ARX Aditivo) para concluir que el mejor modelo con los mejores indicadores es el Modelo ARX Aditivo, a su vez también podemos observar que el modelo Uní-variado es mejor que el Modelo ARM, y que las diferencias entre los modelos Propuesto (Uní-Variado y Bi-Variado, es muy poca, pero queda en evidencia que el mejor es el Bi-variado, lo cual se había anunciado al inicio de este párrafo.

Ahora se procede a ver qué tanta diferencia hay entre un modelo y otro, para esto compararemos del peor modelo al mejor modelo, viendo que tanta ganancia tiene uno respecto al otro, la ganancia sirve para ver cuánto gana un modelo a otro, en otras palabras, para ver cuando mejoro las métricas entre ellos.

Métricas	Modelo Convencional	Modelo AR Aditivo	Ganancia
MAE	1,9786	0,3994	394,85%
RMSE	0,0022	0,0016	38%
R2	35,3011	98,2753	64,07%

Tabla 4.3.2.2 Métricas de Ganancia de los Modelos (Sardinas).

En la Tabla 4.3.2.2, se tiene la comparación entre los Modelos ARM y Uní-Variado, en donde se destaca la gran ganancia que tiene una respecto a la otra, en este caso el modelo Uní-variado deja en claro que es superior al modelo ARM, además que mejora en cada métrica, comportamiento del otro modelo, por consiguiente, este modelo propuesto demuestra aparte de ser novedoso, es superior al modelo que se utiliza casi por todos [10] para hacer pronóstico, el ARM.

Métricas	Modelo AR Aditivo	Modelo ARX Aditivo	Ganancia
MAE	0,3994	0,3857	3,55%
RMSE	0,0016	0,003	43%
R2	98,2753	98,999	0,73%

Tabla 4.3.2.3 Métricas de Ganancia de los Modelos II. (Sardinas)

En la Tabla 4.3.2.3, se compara los Modelos Propuesto en este Tesis, El Modelo AR Aditivo y el Modelo ARX Aditivo, como se observa en la tabla, El Modelo Bi-variado es superior al otro, eso es debido al cambio que hay en el manejo de las componentes internas (alta y baja frecuencia).

Se observa que el nuevo modelo desarrollado, tiene una gran mejora con respecto al Modelo Convencional, lo cual nos indica que es un avance para este tipo de pronóstico, además que el modelo ARX aditivo supera significativamente más al modelo uní-variado haciendo ambos unos buenos modelos comparados con el modelo convencional.

En la Gráfica 4.3.2.2, se observa que el error relativo del modelo ARX Aditivo es del 1., puesto que la mayor concentración de error (95%) están dentro del este rango.

Según las gráficas 4.3.2.1, 4.3.2.2, 4.3.2.3 se observa los errores relativos de los distintos modelos, en la cual se ve la diferencia y la gran ventaja de los modelos propuestos contra el modelo convencional, de lo que se cabe destacar la gran disminución desde el 20 de error relativo del modelo convencional al 1 de error relativo del modelo AR Aditivo, y posteriormente la disminución al 1.5 del modelo ARX Aditivo.

4.4 Tiempos de Cómputo.

Los Tiempos de computo que se muestran a continuación, son de los mejores modelos mencionados anteriormente, en donde se aprecia que el porcentaje (%) training es el porcentaje de los datos totales iniciales de la base de datos o de los datos de entrada, por consiguiente, el porcentaje restante serán para los de testing. Se usaron tiempo promedios de 10 ejecuciones.

Tiempos promedios de Computo Modelo AR		
% Training	Training	Testing
65	0,459279 s	0,013884 s
70	0,472801 s	0,013819 s
75	0,481325 s	0,012873 s
80	0,491681 s	0,012640 s

Tabla 4.4.4.1 Tiempos de Computo(Anchovetas)

Tiempos promedios de Computo Modelo AAR		
% Training	Training	Testing
65	0,778623 s	0,070012 s
70	0,792190 s	0,068246 s
75	0,801236 s	0,058611 s
80	0,811870 s	0,053365 s

Tabla 4.4.4.2 Tiempos de Computo(Anchovetas)

Tiempos promedios De Computo Modelo AARX		
% Training	Training	Testing
65	1,508036 s	0,08054 s
70	1,536159 s	0,07995 s
75	1,605671 s	0,07235 s
80	1,708954 s	0,05954 s

Tabla 4.4.4.3 Tiempos de Computo(Anchovetas)

Tiempos promedios de Computo Modelo AR		
% Training	Training	Testing
65	0,918289 s	0,029266 s
70	0,925756 s	0,027952 s
75	0,942355 s	0,026235 s
80	0,960181 s	0,024736 s

Tabla 4.4.4.4 Tiempos de Computo(Sardinias)

Tiempos promedios de Computo Modelo AAR		
% Training	Training	Testing
65	1,458853 s	0,090492 s
70	1,484210 s	0,095465 s
75	1,515236 s	0,099831 s
80	1,598740 s	0,105689 s

Tabla 4.4.4.5 Tiempos de Computo(Sardinas)

Tiempos promedios de Computo Modelo AARX		
% Training	Training	Testing
65	1,508036 s	0,08054 s
70	1,536159 s	0,07995 s
75	1,605671 s	0,07235 s
80	1,708954 s	0,05954 s

Tabla 4.4.4. Tiempos de Computo(Sardinas)

Capítulo 5.

Conclusiones.

En la presente tesis, se desarrolló el estado del arte de los componentes fundamentales que se utilizan en diseño del modelo predictivo para la captura mensual de anchovetas y sardinas en el norte de Chile mediante la los modelos auto-regresivos y la implementación de la matriz de Hankel, cumpliendo así los primeros objetivos específicos de la tesis. Los modelos de predicción planteados incorporan varias teorías y métodos con la finalidad de capturar la dinámica de eventos no estacionarios representados en la mayoría de series de tiempo existentes en el mundo real. La no estacionalidad de la serie de tiempo implica un comportamiento difícil de predecir por su comportamiento altamente variable, tanto en media como en varianza y en su distribución de probabilidad.

La Descomposición en Valores Singulares (SVD), nos ha enseñado cómo mejorar la representación de los datos originales, reduciendo su dimensión mientras se mantiene la mayor cantidad de información. La HSVD es una técnica potente que nos permite encontrar las componentes de una serie temporal, en la cual podemos analizar la mayor concentración de los datos, también se demuestra que es una novedad en la cual actualmente no se ha enfatizado. Por medio del cálculo de la energía, se puede obtener la segunda concentración de energía, la cual nos indica el componente máximo u óptimo para nuestros modelos, con esto se consigue las dos Componentes sin necesidad de ir probando una por una, lo cual se hace más tedioso cuando los datos son muy grandes.

Para la serie de tiempo de las Anchovetas tenemos que el mejor modelo es el ARX aditivo, el cual tiene mejores métricas con un R^2 de 99.81 % superando el modelo AR aditivo con una ganancia del 0.22% y este a su vez es mejor que el Modelo convencional superando la ganancia de la métrica por un 83.24%, lo cual demuestra la gran ventaja de estos modelos con respecto al modelo Convencional.

Para la serie de tiempo de las Sardinas tenemos que el mejor modelo es el ARX aditivo, el cual tiene mejores métricas con un R^2 de 98.99% superando el modelo AR aditivo con una ganancia del 0.73% y este a su vez es mejor que el Modelo convencional superando ampliamente la ganancia de la métrica por un 64.07%, lo cual demuestra la gran ventaja de estos modelos con respecto al modelo Convencional.

Para ambas series de tiempo (anchovetas y Sardinas) el modelo convencional (ARM) Error porcentual, y el R^2 son muy pésimos, lo cual indica que el modelo no se ajusta al tipo de serie temporal, en especial a ese tipo de datos. En el Modelo AR Aditivo se observa que en cuando se utiliza el mínimo Componente, tiene más exactitud, y menor error porcentual, esto se debe a que en el proceso se trata cada componente por separado, a su vez con el Modelo ARX aditivo, el cual supera en muy pocas proporciones al Modelo AR aditivo, pero una mejora que a largos plazos es muy significativa. Las métricas alcanzadas por los modelos AR Aditivo y ARX Aditivo alcanzan rendimientos por sobre el 98% y 99% respectivamente con errores relativos del 2% y 1,5%, lo que es bastante aceptable para clasificarlos como buenos modelos predictores de valores futuros en estas series de dato. Una vez obtenidos los resultados de cada serie de datos, según lo analizado y observado, podemos concluir que el mejor Modelo de pronóstico es el Modelo ARX Aditivo, esto se debe a que, en la implementación del mismo a la componente de alta, que es la que menos energía tiene, y a su vez la que mayor ruido de los datos tiene, se le suma la componente de la baja, permitiéndonos que se concentre un poco más la energía y por consiguiente obtener un mejor rendimiento.

Los nuevos modelos desarrollados, tienen una gran mejora con respecto al Modelo Convencional, lo cual nos indica que es un avance para este tipo de pronóstico, además que el modelo ARX aditivo supera significativamente más al modelo AR aditivo haciendo ambos unos buenos modelos comparados con el modelo convencional.

Como trabajo futuro quedan la propuesta de modelos que permiten realizar un pronóstico con horizonte a varios meses futuros y otras técnicas que permitan ver mejor la estacionalidad de las series de tiempo no estacionarias. Como por ejemplo las redes neuronales, máquinas vectoriales o wavelets.

REFERENCIAS.

- [1] M.A. Barbieri B., M. Bravo R, M. Farías S., A. González C., O. Pizarro A. y E. Yáñez R. Fenómenos asociados a la estructura térmica superficial del mar observados a través de imágenes satelitales en la zona norte de Chile. Universidad Católica de Valparaíso.
- [2] Aliaga R., Bernardo, Gómez U., Daniel y Neira A., Sergio. Análisis bioeconómico de la pesquería de sardina (*Sardinops sagax*) y anchoveta (*Engraulis ringens*) de la zona norte de Chile. Valparaíso. s.n., 2001. 0717-7178.
- [3] FAO. 2012. El estado mundial de la pesca y la acuicultura 2012. Roma. 209 págs. (disponible también en www.fao.org/docrep/016/i2727s/i2727s00.htm).
- [4] SERNAPESCA, Anuarios Estadísticos de Pesca. Servicio Nacional de Pesca, Chile.
- [5] Aranís, A. 1989. La Pesquería de la Zona Norte de Chile. En: El Norte Grande, III Jornadas Territoriales. Editorial Universitaria, Santiago: 145 – 155.
- [6] Bernard Kolman, David R. Hill, Algebra Lineal, Octava edición, Editorial Pearson, Capitulo 6.
- [7] Stanley I. Grossman, Algebra Lineal, Quinta edición, Editorial Mc Graw Hill, Capitulo 1 y Capitulo 6.
- [8] Kincaid, D. y Cheney, W., Numerical Analysis: Mathematics of Scientific Computing, Brooks/Cole Publishing Company, 1991, Chapter 5.
- [9] Alberto Peña Fernandez, Análisis de Espectros por Resonancia Magnética usando métodos de SVD, Master en Física y Tecnología física, Universidad de Cantabria, 2013
- [10] Pulido, A. y A. López, (1999), Predicción y simulación aplicada a la economía y gestión de empresas, Pirámide, Madrid.
- [11] Subsecretaria de pesca y Acuicultura, Informe Sectorial de Pesca y acuicultura, 2013.
- [12] Software Matematico, MATLAB, <http://www.mathworks.es>.
- [13] Nivaldo Rodriguez, Orlando Duran, Reduced Multivariate Polynomial Model for Manufacturing Costs Estimation of Piping Elements, 2013
- [14] Nash, J. (1990). Compact numerical methods for computers. Adam Hilger.
- [15] J. C. Gutiérrez-Estrada, C. Silva, E. Yáñez, N. Rodríguez, and I. Pulido-Calvo, “Monthly catch forecasting of anchovy *Engraulis ringens* in the north area of Chile: non-linear univariate approach,” Fisheries Research, vol. 86, no. 2-3, pp. 188–200, 2007.
- [16] E. Yáñez, F. Plaza, J. C. Gutiérrez-Estrada, “Anchovy (*Engraulis ringens*) and sardine (*Sardinops sagax*) abundance forecast off northern Chile: a multivariate ecosystemic neural network approach,” Progress in Oceanography, vol. 87, no. 1–4, pp. 242–250, 2010.
- [17] Bonami A., An introduction to Hankel and Toeplitz operators. Escuela Argentina CIMPA-UNESCO 2008. Citado en página(s) 1, 7

- [18] J. Demmel, Applied Numerical Linear Algebra, SIAM, Philadelphia, 1997.
- [19] TeavVuthy, Using the Singular Value Decomposition (SVD) for Image Compression, Royal University of Phnom Penh, September 2010
- [20] Brahim-Belhouari, S., Bermak, A.. Gaussian process for nonstationary time series prediction. Computational Statistics & Data Analysis 2004;47(4):705 – 712.
- [21] Wang, X., Han, M. Online sequential extreme learning machine with kernels for nonstationary time series prediction. Neurocomputing 2014;145(0):90 – 97.
- [22] Rojas, I., Pomares, H., Bernier, J., Ortega, J., Pino, B., Pelayo, F., et al. Time series analysis using normalized PG-RBF network with regression weights. Neurocomputing 2002;42(1):267 – 285.
- [23] Roh, S.B., Oh, S.K., Pedrycz, W. Design of fuzzy radial basis function-based polynomial neural networks. Fuzzy Sets and Systems 2011;185(1):15 – 37.
- [24] Liu, F., Ng, G., Quek, C. RLDDE: a novel reinforcement learning-based dimension and delay estimator for neural networks in time series prediction. Neurocomputing 2007;70(7):1331 – 1341.
- [25] Scarselli, F., Tsoi, A.C. Universal approximation using feedforward neural networks a survey of some existing methods, and some new results. Neural Networks 1998;11(1):15 – 37.
- [26] Gheyas, I.A., Smith, L.S. A novel neural network ensemble architecture for time series forecasting. Neurocomputing 2011;74(18):3855 – 3864.
- [27] Wei, W. (2006) Time Series Analysis, Second Edition, Addison-Wesley.
- [28] Cryer, J. y Chang, K. (2008) Time Series Analysis, Springer, Second Edition.
- [29] Bartlett, M. S. 1947. “Multivariate Analysis.” Journal of the Royal Statistical Society Suppl. 9B:176-197.
- [30] Peña Sánchez de Rivera, D. (1987): “Estadística. Modelos y Métodos. Volumen 2”. Alianza Editorial. Madrid. ISBN: 84-206-8110-5
- [31] Lida Barba, Nivaldo Rodríguez, and Cecilia Montt, “Smoothing Strategies Combined with ARIMA and Neural Networks to Improve the Forecasting of Traffic Accidents”, Agosto 2014
- [32] Camus, P. A. (1990). Procesos regionales y fitogeografía en el Pacífico Suroriental: el efecto de «El Niño-Oscilación del Sur». Revista Chilena de Historia Natural 63:11-17.
- [33] SUBPESCA. 2006. Informe Técnico (R.Pesq.) N° 100-06: Cuota global anual de captura para las unidades de pesquería de anchoveta y sardina española Regiones I y II, año 2007. 47 pp.
- [34] IFOP, Segundo Informe, subsecretaria de Economía, Septiembre 2013
- [35] Box, G.E.P., Jenkins, G.M. y Reinsel, G. (1994) Time Series Analysis: Forecasting and Control, Editorial Prentice-Hall.

Anexos.

Anexo 1. Ejemplo de la descomposición Utilizando Hankel con SVD.

Considerando que $x = [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5]$

Con $M=3$

Paso 1. Mapeo de la Serie temporal con Hankel

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Paso 2. Descomposición de Componentes mediante el SVD. $A=SVD(H.M)$, $C=C1+C2+....Cm$

Aplicando la ecuación 3.3.2, tendremos $A=SVD(H.M)$, De la cual sale la ecuación 2.4.3

$$U = \begin{bmatrix} -0.3851 & 0.8277 & 0.4082 \\ -0.5595 & 0.1424 & -0.8165 \\ -0.7339 & -0.5428 & 0.4082 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} -0.3851 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1424 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} -0.3851 & -0.8277 & 0.4082 \\ -0.5595 & -0.1424 & -0.8165 \\ -0.7339 & 0.5428 & 0.4082 \end{bmatrix}$$

Aplicando la ecuación 3.3.3 Obtenemos la Diagonal.

$$Diag = \begin{bmatrix} 9.6235 \\ 0.6235 \\ 0.000 \end{bmatrix}$$

De lo anterior con la ecuación 3.3.3 obtenemos:

$$r = 3$$

Aplicando la ecuación 3.3.5, Obtenemos las Matrices A_1 , A_2 y A_3 , como se muestra a continuación:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1.4271 & 2.0735 & 2.7199 \\ 2.0735 & 3.0126 & 3.9518 \\ 2.7199 & 3.9518 & 5.1837 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -0.4271 & -0.0735 & 0.2801 \\ -0.0735 & -0.0126 & 0.0482 \\ 0.2801 & 0.0482 & -0.1837 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Después obtenemos las componentes con la ecuación 3.3.5

$$C_1 = [1.4271 \ 2.0735 \ 2.7199 \ 3.9518 \ 5.1837]$$
$$C_2 = [-0.4271 \ -0.0735 \ 0.2801 \ 0.0482 \ -0.1837]$$
$$C_3 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

Paso 3. Comprobación.

Para comprobar que se recupera la serie, sumamos todas las componentes como se muestra en la ecuación 3.3.6

$$C_1 + C_2 + C_3 = x$$

$$[1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5] = x$$