



PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA DE
VALPARAÍSO



Diego Armando Ordenes Olivares

Estudio, modelado y simulación del comportamiento térmico del motor impulsor de una bomba centrífuga que opera en régimen de frecuencia variable

Informe Proyecto de Título de Ingeniero Eléctrico



Escuela de Ingeniería Eléctrica
Facultad de Ingeniería

Valparaíso, 09 de mayo de 2019



Estudio, modelado y simulación del comportamiento térmico del motor impulsor de una bomba centrífuga que opera en régimen de frecuencia variable

Diego Armando Ordenes Olivares

Informe Final para optar al título de Ingeniero Eléctrico,
aprobada por la comisión de la
Escuela de Ingeniería Eléctrica de la
Facultad de Ingeniería de la
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
conformada por

Sr. Jorge Medina Hanke
Profesor Guía

Sr. Werner Jara Montecinos
Segundo Revisor

Sebastián Fingerhuth Massmann
Secretario Académico

Valparaíso, 09 de mayo de 2019

“No hay secretos para el éxito. Es el resultado de la preparación, el trabajo duro y el aprendizaje del fracaso.”

Dedicado a mi abuelo Daniel Olivares Q.E.P.D, mis padres y mi novia.

Agradecimientos

Se marca el término de una etapa y como no agradecer lo que me han entregado, las herramientas adquiridas, los conocimientos compartidos y el simple apoyo que con sus palabras me brindaron día a día.

Es indispensable comenzar por las raíces, mis abuelos: Daniel, Ruth, Héctor, y Mirella, además de mi abuela por lazos de vida, Anita. Todo lo entregado por ellos – hijos del rigor - que me forjó como la persona que soy.

Mis padres, quienes fueron parte importante del proceso, mis desvelos, mis nervios, mis logros, mis caídas, entre muchas cosas más. A mi familia en general, cada uno de ellos expectantes por mi situación universitaria e infaltable una palabra de aliento para poder continuar y evitar perder el rumbo.

A mi novia que ha sido un apoyo emocional importante, por las noches de estudio mutuo y desvelo, compañía incondicional y amor.

Eternamente agradecido de las personas a quienes conocí y compartí, mis amigos.

Creo prudente también, agradecer a cada maestro que me acompañó en el proceso de aprendizaje, aquéllos que me corregían y colaboraban con la formación de un futuro profesional con vocación y servicio a la comunidad. Sólo me queda agregar a mi Facultad, a la Universidad por el apoyo y la formación entregada.

Valparaíso, 9 de mayo de 2019

Diego Ordenes Olivares.

Resumen

Dada la constante necesidad de transportar fluidos por distancias determinadas, las bombas centrífugas han tomado un papel protagónico en procesos asociados a todo tipo de industrias, inclusive en aplicaciones domésticas simples, es preciso mencionar que actualmente es la máquina más utilizada para transportar fluidos.

El estudio del presente proyecto se enfoca en comprender el comportamiento térmico que presenta el motor impulsor de una bomba centrífuga a distintas frecuencias de operación, principalmente evaluar el efecto provocado por las altas temperaturas, las cuales son consecuencia directa del comportamiento de la máquina para valores superiores a los nominales. Junto con esto, lograr determinar rangos de operaciones para las frecuencias impuestas evitando que el motor sufra daños estructurales.

Para esto, se modela el motor de inducción trifásico correspondiente al motor impulsor de una bomba centrífuga Pedrollo CP158, obteniendo su relación de torque mecánico respecto a las variaciones de frecuencias y junto con ello las pérdidas eléctricas y térmicas, para luego poder estudiar y simular el comportamiento térmico del motor.

Palabras claves: Bomba centrífuga, motor de inducción, modelo térmico, puntos de operación.

Abstract

The need of the human kind to transport fluid along determined distance is the main reason that centrifugal pumps has taken protagonist paper in all kind of industries, and even in the quotidian life. Today, the centrifual pump is the most common way to transport fluids.

The goal of this project is to understand the thermal behavior in the driving motor of a centrifugal pump at different frequencies, focusing in to evaluate the effect produced by high temperatures that are caused by the machine when frecuency values are superior to the nominals. Finally, determining with the data colected the operative range of the frequencies choosen by the operator in order to avoid structural damage in the motor.

In concrete, the engine chosen to study this behavior is a three-phase induction driving motor of a Pedrollo CP158 centrifugal pump, and thus obtain by empirical experiments the relations between the mechanical torque, the electrical and termal energy looses and the variations of the frequency . Finally, with the data colected, it is possible to be able to model the thermal behavior of the motor.

Keywords: Centrifugal pump, induction motor, thermal model, operation points.

Índice general

Introducción.....	1
1 Introducción proyecto	3
1.1 Objetivo principal	3
1.2 Objetivos específicos	3
1.3 Justificación de trabajo.....	3
1.4 Descripción del proyecto	4
2 Bomba centrífuga	5
2.1 Bomba centrífuga.....	5
2.2 Componentes que constituyen a la bomba centrífuga	6
2.2.1 Parte eléctrica	6
2.2.2 Parte hidráulica	8
2.2.3 Acoplamiento ambas partes.....	9
2.3 Funcionamiento de una bomba centrífuga.....	10
3 Marco teórico y propuesta de solución.	12
3.1 Motor impulsor de la bomba centrífuga.....	12
3.1.1 Modelo eléctrico del motor de inducción en régimen permanente	14
3.1.2 El variador de frecuencia (VDF) y su impacto sobre el motor impulsor	24
3.1.3 Clases de servicio, temperatura límite y aislante del motor de inducción.....	26
3.2 Relación entre modelo eléctrico, térmico e hidráulico	29
3.2.1 Relación entre modelo hidráulico y el modelo eléctrico	29
3.2.2 Relación modelo térmico y eléctrico del motor de inducción	30
3.3 Problema térmico de la bomba centrífuga a variaciones de frecuencia	31
3.4 Propuesta de solución	34
4 Características motor impulsor bomba centrífuga Pedrollo CP158	36
4.1 Características técnicas del motor impulsor	36
4.2 Parámetros eléctricos del motor impulsor	37
4.3 Características físicas del motor impulsor.....	38
5 Simulación y análisis térmico del motor impulsor	42

5.1 Obtención de datos mediante Simulink MATLAB	42
5.2 Obtención de datos mediante Motor-CAD	45
5.2.1 Simulación de motor impulsor en Motor-CAD	46
5.2.2 Resultados de la simulación de motor impulsor en Motor-CAD	46
5.2.3 Conclusiones de los resultados obtenidos en Motor-CAD.....	57
6 Ensayos reales a la bomba centrífuga Pedrollo CP158	59
6.1 Ensayos térmicos a la bomba centrífuga	59
6.1.1 Instrumentación: materiales y elementos de medición	59
6.1.2 Ensayo realizado.....	61
6.1.3 Descripción de la intalación experimental	62
6.1.4 Resultados de los ensayos.....	63
6.1.5 Disminución de temperatura	72
6.2 Ensayos de capacidad de caudal de la bomba centrífuga	75
6.2.1 Instrumentación (materiales y elementos de medición)	75
6.2.2 Ensayo a realizar	75
6.2.3 Resultado de los ensayos	76
7 Determinación de puntos del rango de operación	78
7.1 Punto más caliente en bobinas a distintas frecuencias de operación	79
7.2 Rangos de operación térmica del motor a distintas frecuencias.....	81
7.3 Puntos del rango de operación para las distintas frecuencias impuestas al motor, que de acuerdo al tiempo de uso no dañen el aislante.....	83
Discusión y conclusiones.....	87
Bibliografía	89



Introducción

En la industria y en la agricultura se presentan con mucha frecuencia problemas de transporte de líquidos a través de sistemas de tuberías, debiendo vencer presiones y desniveles, lo que hace necesario el empleo de máquinas hidráulicas denominadas bombas.

Las bombas con efecto centrífugo son las que han adquirido mayor relevancia por sus grandes posibilidades y amplio campo de aplicación. Estas bombas tienen gran velocidad de funcionamiento y permiten su accionamiento directo por motores eléctricos.

Una bomba centrífuga es una máquina hidráulica, la cual transforma la energía mecánica con la que es accionada, en energía hidráulica del fluido incompresible, por lo que tiene la capacidad de mover fluidos a diferentes distancias.

Dado la relevancia y utilidad de la bomba con efecto centrífugo, es que el presente informe tiene como objeto dar a conocer la importancia, funcionalidad y partes que la componen. Además, de estudiar principalmente la imprescindible labor del motor eléctrico y su comportamiento térmico ante variaciones de frecuencias.

El motor en estudio, corresponde a un motor de inducción trifásico de 1 HP y 2 polos, con una frecuencia nominal de 50 Hz, este es el encargado de suministrar la energía mecánica que acciona la bomba centrífuga.

Lo que se pretende lograr, es determinar el comportamiento térmico que presenta el motor a distintas frecuencias de operación dando principal importancia a los valores de esta sobre la nominal, ya que corresponden a frecuencias que podrían afectar directamente los componentes eléctricos del motor y por ende, su vida útil.

En razón de lo anterior, el presente informe entrega un análisis matemático de la bomba centrífuga, en el cual se estudió el motor de inducción trifásico que será presentando en un esquema eléctrico y térmico. Adicionalmente, se analizan matemáticamente las relaciones de la

bomba centrífuga con dichos esquemas, todo esto con el fin de obtener bases sólidas para comprender el comportamiento matemático y físico de la bomba centrífuga, y así, junto con esto, lograr profundizar en la razón de los problemas térmicos que pueda presentar, para luego lograr implantar una propuesta de solución a dichos problemas.

Para el estudio se definen los datos del motor eléctrico impulsor de una bomba centrífuga Pedrollo CP 158 –objeto a analizar- y se utiliza el programa computacional Motor-CAD el cual es capaz de entregar datos de importancia respecto al comportamiento térmico que presenta el motor de la bomba centrífuga y con ellos localizar los puntos más calientes dentro de él. Además, se utiliza el programa computacional Simulink, esto con el fin de simular el comportamiento eléctrico del motor y obtener datos de importancia respecto a este, incluyendo un diagrama de bloques que arroje los valores de pérdidas térmicas en el motor.

Debido a que se debe pensar en el carácter teórico experimental como un vínculo sólido y de gran importancia se realizan experimentos reales a la bomba centrífuga, experimentos que se caracterizarán por estudiar el fenómeno de la temperatura mediante la manipulación de instrumentos de laboratorio. La medición de la variable mencionada -temperatura- se realiza para el motor operando a distintas frecuencias de operación.

También se realiza un ensayo de capacidad de caudal en la bomba centrífuga para distintas frecuencias de operación. Todo esto con el objetivo de recabar la información y datos necesarios sobre la influencia que presenta la variación de la frecuencia sobre el motor.

Por último, se pretende determinar los puntos del rango de operación térmica del motor impulsor de una bomba centrífuga, esto analizando que la temperatura a la que el motor esté operando no supere el máximo permitido y por ende que el motor no sufra daños en su estructura. Para la realización de este análisis se definieron tipos de servicios a los que el motor puede operar y se recopilaron los datos obtenidos en el programa computacional Motor-CAD y en las pruebas realizadas en laboratorio con el fin de presentar el comportamiento térmico del motor para cada frecuencia de operación y con esto lograr determinar las frecuencias que puedan causar daños al motor y en estas, los puntos del rango de operación.

Las variaciones de frecuencias en el motor impulsor serán realizadas mediante un variador de frecuencias, donde cabe mencionar que para efectos del estudio, no se tendrá en cuenta el comportamiento armónico que este produce y se asume que entrega una onda sinusoidal.

1 Introducción proyecto

1.1 Objetivo principal

- Estudiar, modelar y simular el efecto que produce sobre la temperatura del motor impulsor de una bomba centrífuga que opera en régimen de velocidad variable mediante un variador de frecuencia (VDF).

1.2 Objetivos específicos

- Analizar el comportamiento de las pérdidas del motor en uso.
- Modelar tanto el proceso hidráulico como el motriz.
- Analizar el impacto de la carga sobre el calentamiento del motor, en el rango de frecuencia en uso.
- Analizar, modelar y simular - desde el punto de vista de la continuidad térmica - el proceso de calentamiento del motor.
- Determinar puntos del rango de operación que, de acuerdo al tiempo de uso, puedan dañar el aislante del motor.

1.3 Justificación de trabajo

Hoy en día tanto en el ámbito industrial como en el agrícola e incluso en el doméstico, se hace indispensable el uso de bombas transportadoras de fluidos y junto a ello, se vuelve una necesidad imperiosa el manejar la velocidad a la cual operan, de esta manera, se logrará obtener un funcionamiento adecuado en virtud de los requerimientos de uso de los consumidores.

De acuerdo a lo anterior, surge la necesidad del estudio de esta máquina - particularmente el estudio del motor - el cual es encargado de entregar la potencia mecánica, permitiendo así el funcionamiento óptimo de la máquina en virtud de su capacidad.

Por último, la investigación permitirá determinar los rangos de operación recomendables para el buen funcionamiento del motor, y junto con ello el de la bomba centrífuga, sin perjuicio de considerar los problemas térmicos que puedan afectar la vida útil del motor eléctrico.

1.4 Descripción del proyecto

El estudio del proyecto se enfoca en el análisis del comportamiento térmico de un motor de inducción como consecuencia de la carga impulsada por una bomba centrífuga, de forma preliminar se estudiará: La máquina, sus características y funcionamiento; Y luego, se observará el comportamiento en específico del motor que impulsa la máquina, para esto, se llevarán a cabo tanto análisis teóricos como análisis prácticos. El análisis práctico nos permitirá observar de forma empírica el comportamiento y funcionamiento del motor a distintas frecuencias. Para éste, se hará uso del software “**Motor-CAD**” para simular y respaldar de forma computacional lo antes mencionado, correspondiente al comportamiento térmico de dicha máquina con las diferentes variaciones de frecuencia a la que opera el motor.

Por tanto, la variación que se pondrá en práctica para el estudio será la frecuencia del motor a la que la bomba centrífuga funcionará, para la cual se observarán los distintos cambios en el que este parámetro pueda influir sobre la bomba y los problemas térmicos que puede ocasionar al motor.

2 Bomba centrífuga

Este apartado del documento tiene como finalidad conocer la bomba centrífuga, sus componentes y su principio de funcionamiento.

2.1 Bomba centrífuga

Es una máquina de bombeo de agua que tiene la función de hacer circular está desde el lugar donde se encuentra hacia el terminal donde se utilizará. Para que esto ocurra, se produce una transformación de la energía mecánica en energía hidráulica (velocidad y presión), empleando la fuerza centrífuga para desarrollar un aumento de presión en el movimiento de líquidos a una altura y tiempo determinados.

Se caracterizan por llevar a cabo la transformación de energía por medio de un elemento móvil denominado impulsor, rodete o turbina, que gira dentro de otro elemento estático denominado cuerpo o carcasa de la bomba.



Figura 2-1 Bomba centrífuga
(Fuente: <https://www.kmx.cl>)

2.2 Componentes que constituyen a la bomba centrífuga

Cada bomba centrífuga consiste en tres partes principales: Un impulsor, el cual fuerza al fluido a un movimiento rotacional; una voluta o envoltura de la bomba, la cual dirige el fluido a la salida de alta presión; y un motor para poner el impulsor en movimiento de rotación.

Por lo tanto, una bomba centrífuga se conforma de tres partes:

- Parte eléctrica.
- Parte hidráulica.
- Acoplamiento entre ambas partes.

2.2.1 Parte eléctrica

El motor asíncrono trifásico se impone en la mayoría de las aplicaciones debido a las ventajas que conllevan: sencillez de mantenimiento, facilidad de instalación, bajo costo (especialmente en bombas centrífugas). Además, cabe destacar que será el motor asíncrono trifásico el cual se analizará en el presente proyecto. Por ello, la descripción se realizará sobre él.

Elementos principales de la parte eléctrica:

- Inductor o estator
- Inducido o rotor
- Entre hierro
- Caja de bornes
- Refrigeración

Inductor o Estator

Es la parte fija del motor, está compuesta por la carcasa de acero que contiene al núcleo magnético del devanado estatórico o inductor. Esta carcasa sirve para proteger y disipar el calor generado dentro del motor. También, el estator es el encargado de crear el campo magnético, y está formado por los siguientes circuitos:

- Circuito magnético: Tambor con forma cilíndrica y ranurado, formado de chapas de hierro, separadas entre sí con un aislante inorgánico llamado carlite, para reducir las pérdidas por corrientes parásitas. La misión de las ranuras es alojar a los conductores de los devanados.
- Circuito eléctrico: Formado por tres devanados monofásicos que al conectarlos en estrella o triángulo forman un devanado trifásico.



Figura 2-1: Estator de un motor eléctrico
(fuente: <http://apuntescientificos.org>)

Rotor

Es la parte móvil del motor, está acoplado al eje donde se sitúa el núcleo rotórico, en cuya superficie se alojan cierto número de barras conductoras cortocircuitadas en sus extremos mediante anillos conductores, este tipo de rotores se llaman de jaula de ardilla. El eje de giro se sujeta a la carcasa mediante unos cojinetes o rodamientos, y transmiten el par de fuerzas a la parte hidráulica mediante una transmisión mecánica (eje). Por lo tanto, el rotor corresponde al inducido y está formado por:

- Circuito magnético: Formado de chapas de hierro, separadas entre sí con un aislante inorgánico llamado carlite, para reducir las pérdidas por corrientes parásitas.
- Circuito eléctrico: Formado por un devanado trifásico.

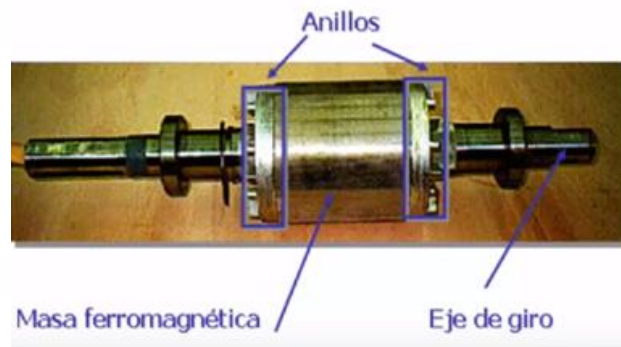


Figura 2-2: Rotor jaula de ardilla de un motor eléctrico
(fuente: <http://apuntescientificos.org>)

Entrehierro

Es el espacio de aire que separa el estator del rotor. Éste debe ser lo más reducido posible para minimizar los flujos de dispersión y reducir la reluctancia del circuito magnético (el aire conduce peor el flujo magnético que el hierro).

Caja de bornes

Aloja a los terminales de los devanados estatóricos para su conexión al cable de alimentación. Cabe destacar que existen dos terminales por devanado, y a su vez, un devanado por fase.

Refrigeración

Si se acopla un ventilador al eje de giro, éste refrigerará al motor cuando gire, evacuando el calor al exterior, esto se llama “autoventilación”. [6]

2.2.2 Parte hidráulica

Es la parte de la bomba donde se transforma la energía mecánica en hidráulica mediante un rodete dentro de la voluta. Sus partes son:

- Impulsor o rodete
- La voluta
- Difusor
- Sello de agua

Impulsor o rodete

El impulsor es el corazón de la bomba centrífuga, ya que recibe el líquido y le imparte una velocidad de la cual depende la carga producida por la bomba. Se compone por un conjunto de álabes (cada una de las paletas curvas de una rueda hidráulica o de una turbina) que pueden adoptar diversas formas, según exigencias y líquido a bombear del sistema de bombeo, los cuales giran dentro una carcasa circular. El rodete, accionado por un motor, va unido solidariamente al eje, siendo una parte móvil de la bomba.

La voluta

La voluta es un rollo con forma de espiral que rodea al impulsor, comienza en la entrada de la bomba y va aumentando su área para ir juntando el aumento del flujo de la periferia del impulsor hasta llegar a la descarga de la voluta.

Difusor

La parte de la cubierta que se encuentra entre la descarga de la voluta es el difusor, este es una región cónica diseñada cuidadosamente para disminuir la velocidad del líquido de 60 a 50 pie/s a 30 o 20 pie/s en la salida de descarga de la bomba. Este cuidadoso aumento en área producido por el difusor convierte la energía de carga por velocidad agregada por el impulsor, en energía de carga por presión para empujar el agua a través del sistema.

Sello de agua

Es el encargado de limitar las fugas de líquido bombeado producidas entre la carcasa de la bomba y el eje de accionamiento del impulsor.

2.2.3 Acoplamiento ambas partes

El acoplamiento de la parte eléctrica (motor) con la parte hidráulica (bomba) que consiste en los apoyos del eje (cojinetes o rodamientos) y el sellado de todos los elementos (juntas, sellos mecánicos, empaquetaduras, entre otros.).

Ejes

Los ejes son el elemento transmisión del par entre motor y bomba. El eje de la bomba se une al eje del motor mediante un acoplamiento. Los ejes pueden ser de distintos materiales según las solicitaciones de carga y la naturaleza del líquido a bombear.

Elementos de sellado

Una bomba tiene muchos puntos críticos donde puede haber una posible fuga o filtración e incluso una succión de aire. Algunos de estos puntos afectan considerablemente al funcionamiento efectivo de la bomba. Dichos puntos están cubiertos por dos clases de elementos de sellado:

- Elementos de sellado estático: Los elementos más típicos de este tipo que se pueden encontrar en bombas, son las juntas o anillos tóricos o de desgaste. Se trata de un elastómero en forma toroidal que puede ser de varios materiales según la aplicación.
- Elementos de sellado dinámicos: Impiden fugas cuando existe una velocidad relativa entre los dos componentes a sellar, y que son los denominados sellos dinámicos
 - Sello mecánico: Elementos de sellado dinámico que realizan estanqueidad entre un eje rotativo y una parte estructural, normalmente fija, del conjunto de la aplicación. La estanqueidad se consigue a partir del movimiento rotativo relativo entre dos caras de rozamiento, de una gran planitud, y de la película de fluido que se genera entre ellas y que impide el paso del resto del fluido.
 - Juntas de laberinto: Elementos de sellado dinámico que se utilizan para proteger a los rodamientos contra la suciedad y los elementos contaminantes y favorecer su lubricación. Normalmente, está formada por dos partes: una fija, montada en el alojamiento; y otra rotante, montada sobre el eje. La geometría de la parte estática hace que el lubricante quede en su interior y retorne a la carcasa del rodamiento.
 - Juntas espejo: Elementos de sellado dinámico -normalmente utilizados en entorno de trabajo extremadamente riguroso – ha experimentado una alta resistencia al desgaste. Son dos aros metálicos idénticos enfrentados uno contra el otro, a través

de una zona lapeada y montados en dos alojamientos separados. Una de las piezas, permanece estática en el alojamiento, mientras que la otra gira con el suyo.

- **Empaquetaduras:** Elementos de sellado dinámico cuyo principio de funcionamiento o estanqueidad se logra por la interferencia conseguida mediante un apriete exterior. Muy usual en bombas convencionales no sumergibles. Tienden a tener una filtración progresiva la cual se soluciona temporalmente apretando o prensando el paquete.

Rodamientos

Elementos que están diseñados para permitir el giro relativo entre dos piezas. Minimizan la fricción que se produce entre el eje y las piezas que están conectadas a él para soportar cargas.

Está constituido por un par de cilindros concéntricos, separados por una serie de bolas o rodillos que sustituye el rozamiento por fricción por el de rodadura que es mucho menor girando de manera libre y en una jaula. Estas bolas o rodillos no se tocan entre sí, van separadas mediante la jaula para minimizar rozamientos. [15]

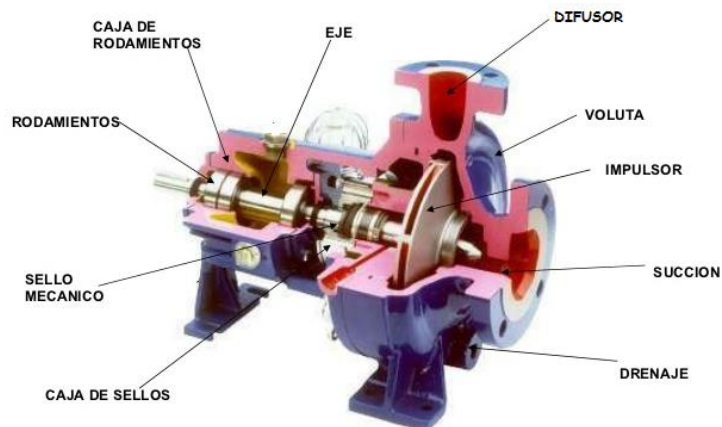


Figura 2-3: Partes de una bomba centrífuga
(Fuente: <https://elbomberonnumero13.wordpress.com>)

2.3 Funcionamiento de una bomba centrífuga

Este tipo de bomba depende de la fuerza centrífuga para cumplir su misión. Se denomina fuerza centrífuga a la fuerza que tiende a mover hacia fuera de su centro un cuerpo en rotación.

La bomba usa el efecto centrífugo para mover el líquido y aumentar su presión. Dentro de una cámara hermética dotada de entrada y salida (voluta), gira una rueda con paleta (rodete), el verdadero corazón de la bomba. El rodete es el elemento rodante de la bomba que convierte la

energía del motor en energía cinética (la parte estática de la bomba, o sea la voluta, convierte, en cambio, la energía cinética en energía de presión). El rodete está, a su vez, fijado al eje bomba, ensamblado directamente al eje de transmisión del motor o acoplado a él por medio de acoplado rígido.

Cuando entra líquido dentro del cuerpo de la bomba, el rodete (alimentado por el motor) proyecta el fluido de dicho líquido a la zona externa del cuerpo-bomba debido a la fuerza centrífuga producida por la velocidad del rodete: el líquido, de esta manera, almacena una energía potencial que se transformará en caudal y altura de elevación o energía cinética. Este movimiento centrífugo provoca, al mismo tiempo, una depresión capaz de aspirar el fluido que se debe bombear. Conectando después la bomba con la tubería de descarga, el líquido se conducirá fácilmente, llegando fuera de la bomba.

Por lo tanto, en lo que al funcionamiento respecta, el fluido ha ganado energía cinética en el rotor absorbiendo energía del motor impulsor, y además ha ganado en energía de presión por el efecto de centrifugado. [15]

3 Marco teórico y propuesta de solución.

Este apartado del documento tiene como finalidad familiarizarse con el modelo eléctrico, hidráulico y térmico de la bomba centrífuga, analizando el motor impulsor de esta en relación a su comportamiento, funcionamiento y representación, logrando así modelar matemáticamente la bomba centrífuga, todo esto con el fin de observar las limitaciones del motor y junto con ello abordar el problema térmico que el motor puede presentar al realizar variaciones de frecuencias y de torque en él. Además, entregar una propuesta de solución el material teórico necesario para la realización del proyecto.

3.1 Motor impulsor de la bomba centrífuga

El motor de la bomba centrífuga en estudio corresponde a un motor asincrónico (inducción), el cual funciona según el principio de inducción mutua de Faraday. Donde al aplicar corriente alterna trifásica a las bobinas inductoras, se produce un campo magnético giratorio, conocido como campo rotante, cuya frecuencia será igual a la de la corriente alterna con la que se alimenta al motor. Este campo al girar alrededor del rotor en estado de reposo, inducirá corrientes en el mismo, que producirán a su vez un campo magnético que seguirá el movimiento del campo estático, produciendo un par motor que hace que el rotor gire (principio de inducción mutua). No obstante, como la inducción en el rotor sólo se produce si hay una diferencia en las velocidades relativas del campo estático y el rotórico, la velocidad del rotor nunca alcanza a la del campo rotante. De lo contrario, si ambas velocidades fuesen iguales, no habría inducción y el rotor no produciría par. A esta diferencia de velocidad se la denomina "deslizamiento" y se mide en términos porcentuales, por lo que ésta es la razón por la cual a los motores de inducción se los denomina asincrónicos, ya que la velocidad rotórica difiere levemente de la del campo rotante.

Características del motor de inducción

Las Características que pueden ayudar para entender de mejor manera el funcionamiento de los motores de inducción son:

- El campo magnético giratorio.
- El deslizamiento.
- El Torque electromagnético o par motor.

El campo magnético giratorio

En los motores trifásicos de inducción el estator es la parte que crea el campo magnético y, el rotor es donde se origina el par de fuerzas causante del giro. El estator está constituido por un devanado trifásico, es decir por tres devanados monofásicos desfasados 120° en el espacio. Al conectarse el devanado a una red trifásica equilibrada, las intensidades absorbidas son también trifásicas equilibradas. Eso da lugar a un campo magnético giratorio, que presenta las siguientes características:

- Su inducción magnética (B) es constante respecto al tiempo y, depende de la tensión y de la frecuencia de la red trifásica.
- Su número de polos depende de las bobinas del devanado y del número de ranuras del estator.
- La velocidad de giro depende del número de polos del devanado estatórico y de la frecuencia de la red:

$$n_s = \frac{60xf}{P} \quad (3-1)$$

Donde:

- n_s Velocidad del campo giratorio, velocidad del sincronismo, en rpm.
- f Frecuencia eléctrica en Hz.
- P número de pares de polos del devanado estatórico.

El deslizamiento (S)

Los motores de inducción son asincrónicos porque el rotor gira más despacio que el campo magnético estatórico ($n_r < n_s$). La diferencia porcentual entre estas velocidades se llama deslizamiento (S), y es una magnitud muy importante, que aporta información interesante sobre el comportamiento del motor.

El deslizamiento se obtiene utilizando la siguiente expresión:

$$S(\%) = \frac{n_s - n_r}{n_s} \times 100 \quad (3-2)$$

Donde:

- S Deslizamiento en %.

- n_s Velocidad de sincronismo, en rpm.
- n_r Velocidad del rotor en rpm.

El torque electromagnético o par motor (T)

El Torque es la fuerza con la que se produce un giro, por tanto, la fuerza a la que trabaja el motor para poner en funcionamiento algún objeto, los motores generan un torque electromagnético.

La potencia desarrollada por el par motor es proporcional a la velocidad angular del eje de transmisión, por lo cual la expresión de torque electromagnético viene dada por: [6]

$$T = \frac{P_{mec}}{\omega_r} \quad (3-3)$$

Donde:

- T es el Torque electromagnético (Nxm).
- ω_r velocidad angular del rotor (rad/s).
- P_{mec} es potencia de salida (W).

3.1.1 Modelo eléctrico del motor de inducción en régimen permanente

El motor de inducción que se analiza corresponde a un sistema trifásico equilibrado, por lo cual su desempeño es posible de caracterizar a través de un circuito equivalente por fase.

Dado que la máquina funciona a través del principio de inducción, su circuito equivalente considera al estator como primario y al rotor como secundario, teniendo en cuenta que la que la frecuencia de las variables eléctricas inducidas en el rotor (f_r) son distintas a las del estator (f).

De este modo es posible definir la relación de transformación de la máquina de inducción de acuerdo al esquema de la figura 3-1.

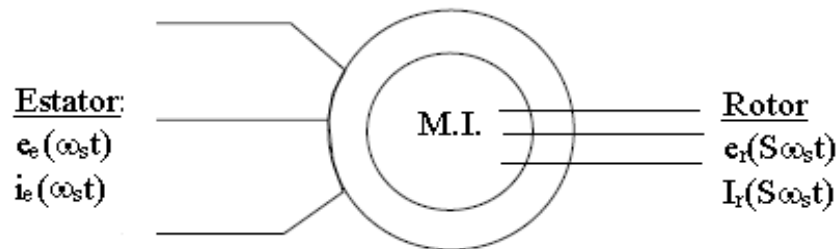


Figura 3-1 Relación de transformación Motor de inducción.
(Fuente: <http://personales.unican.es>)

Tal como se muestra en la figura 3-1, la frecuencia eléctrica de las variables rotóricas debe corregirse en función del deslizamiento S .

Desde el punto de vista del circuito equivalente, el hecho que las variables de rotor y estator compartan una misma frecuencia (frecuencia síncrona) permite que todos los cálculos sean realizados en forma fasorial. Conforme a esto, el circuito equivalente por fase de la máquina de inducción es el que se muestra en la figura 3-2.

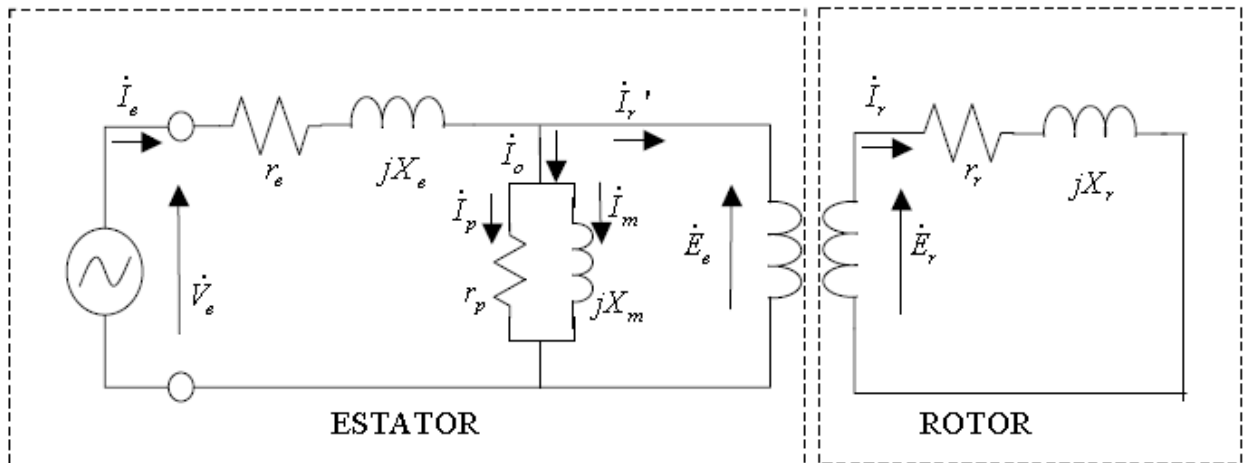


Figura 3-2 Circuito equivalente por fase
(Fuente: <http://personales.unican.es>)

- Las resistencias r_e y r_r , las cuales influyen directamente en las pérdidas de los enrollados de estator y rotor respectivamente.
- Las reactancias X_e y X_r , las cuales influyen directamente en las pérdidas por flujos de fuga en el estator y rotor respectivamente.
- La rama paralela en el estator representa las pérdidas en vacío tales como pérdidas en el hierro en el estator y rotor, pérdidas por roce (que son función de la velocidad) y pérdidas adicionales.

Para poder observar el comportamiento de la máquina de inducción a partir del circuito equivalente es necesario determinar cómo afecta el deslizamiento a la magnitud de los parámetros del rotor, es decir, encontrar una razón de transformación entre las variables del rotor y estator:

1. Para establecer la relación entre las magnitudes de \dot{E}_e y \dot{E}_r , se considera el principio de inducción, donde se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$E_e = |\dot{E}_e| = 4,44 * f * N_e * \phi \text{ [V]} \quad (3-4)$$

$$E_r = |\dot{E}_r| = 4,44 * S * f * N_r * \phi \text{ [V]} \quad (3-5)$$

Donde:

- f es la frecuencia de alimentación (estator) [Hz].
- N_e es el número de espiras del estator.
- N_r es el número de espiras del rotor.
- Φ es el flujo mutuo que es enlazado tanto por rotor como por el estator $\left(\frac{Nm^2}{c}\right)$.
- S el deslizamiento.

De este modo la relación queda:

$$\frac{\dot{E}_e}{\dot{E}_r} = \frac{N_e}{S * N_r} = \frac{a}{S} \quad (3-6)$$

Donde:

$$a = \frac{N_e}{N_r} \quad (3-7)$$

2. En el caso de las corrientes se considera la relación entre las fuerzas magnetomotrices del rotor y estator y el flujo mutuo enlazado, quedando:

$$R * \phi = N_e * \dot{I}_r = N_r * I_r \quad (3-8)$$

$$\frac{\dot{I}_r}{I_r} = \frac{N_r}{N_e} = \frac{1}{a}$$

Donde:

- \dot{I}_r es la corriente efectiva que produce el flujo mutuo (descontada la corriente de pérdida de la rama paralela del estator).
- I_r Corriente efectiva inducida en el rotor.

3. Para las magnitudes entre las impedancias se tiene:

$$\dot{z}_r = r_r + j * S * w_s * L_r = r_r + j * S * X_r \quad (3-9)$$

$$\dot{z}_e = r_e + j * w_s * L_e = r_e + j * X_e \quad (3-10)$$

Donde:

- \dot{z}_e es la impedancia del estator [Ω].
- \dot{z}_r es la impedancia del rotor [Ω].

Además:

$$\dot{z}_r = \frac{\dot{E}_r}{\dot{I}_r} = \frac{S}{a} * \frac{\dot{E}_e}{\dot{I}_r * a} = \frac{S}{a^2} * \dot{z}'_r \quad \Rightarrow \quad \frac{\dot{z}'_r}{\dot{z}_r} = \frac{a^2}{S} \quad (3-11)$$

Donde:

➤ \dot{z}'_r es la impedancia del rotor referida al estator.

Analizando el caso particular de las componentes resistiva e inductiva de la impedancia del rotor se tiene:

$$\dot{z}'_r = \frac{a^2}{S} * (r_r + j * S * X_r) = \left(\frac{a^2 * r_r}{S} + j * a^2 * X_r \right) \quad (3-12)$$

Se define:

$$r'_r = a^2 * r_r \quad [\Omega] \quad (3-13)$$

$$X'_r = a^2 * X_r \quad [\Omega] \quad (3-14)$$

Por lo tanto, la expresión (\dot{z}'_r) puede escribirse como:

$$\dot{z}'_r = \frac{r'_r}{S} + j * X'_r \quad [\Omega] \quad (3-15)$$

Conforme al análisis anterior se obtiene el circuito equivalente por fase referido al estator, el cual se muestra en la figura 3-3.

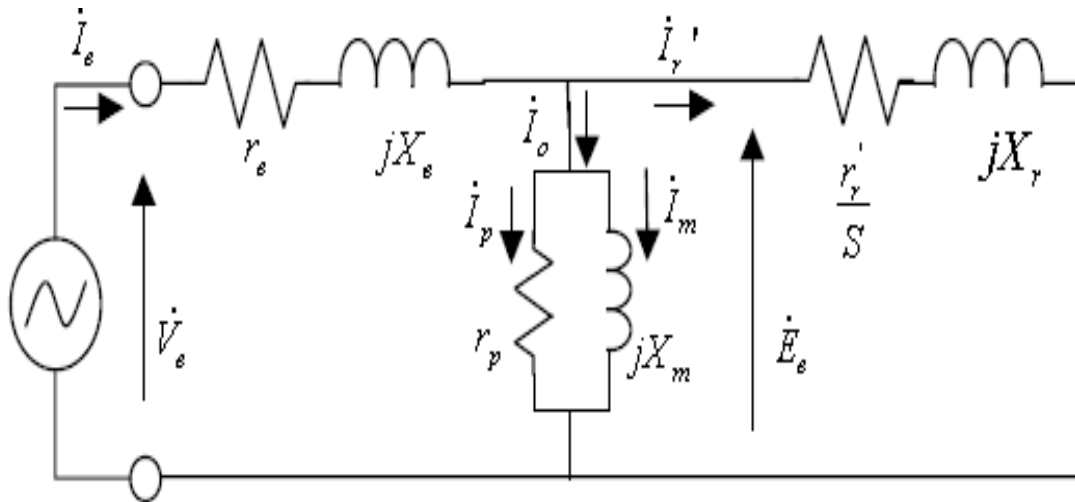


Figura 3-3 Circuito equivalente por fase (Referido al estator).
(Fuente: <http://personales.unican.es>)

Es común que, en el circuito presentado en la figura 3-3, la resistencia del rotor $\frac{r'_r}{s}$ sea representada como una resistencia fija (independiente del deslizamiento) más una resistencia variable. De este modo se tiene una analogía de un circuito con carga como muestra la figura 3-4.

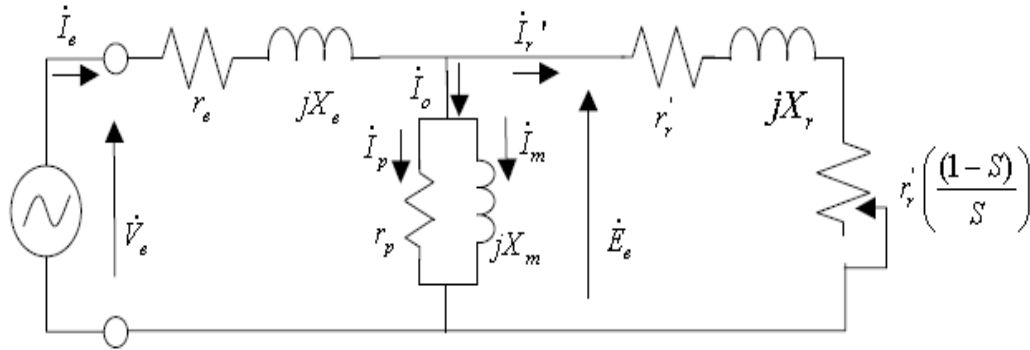


Figura 3-4 Circuito equivalente por fase (con carga representada).

(Fuente: <http://personales.unican.es>)

De este modo, r'_r representa la resistencia equivalente de los enrollados del rotor referidos al estator y la expresión $r'_r \left(\frac{1-S}{S} \right)$ corresponde a la resistencia en el eje, es decir, a la carga mecánica de la máquina.

Como la carga en el eje es función del deslizamiento S , se tiene que:

- Cuando el motor está en vacío: $r'_r \left(\frac{1-S}{S} \right) \rightarrow \infty$ por lo cual $S \rightarrow 0$ y $w_r = w_s$
- Cuando el motor está detenido: $r'_r \left(\frac{1-S}{S} \right) \rightarrow 0$ por lo cual $S = 1$ y $w_r = 0$

Cálculo de parámetros

Es posible determinar los parámetros del circuito equivalente monofásico de una máquina de inducción real mediante pruebas de circuito abierto (prueba en vacío) y de cortocircuito (rotor bloqueado).

- **Prueba en vacío (sin carga en el eje)**

Esta prueba permite determinar la rama paralela del estator en el circuito equivalente de la máquina de inducción.

La prueba se realiza de modo que la única corriente circulante sea I_0 . Para ello, se procede a llevar la máquina a velocidad síncrona mediante una máquina motriz externa. De modo que el deslizamiento es nulo y la expresión correspondiente a la carga mecánica $r'_r \left(\frac{1-S}{S} \right)$ tienda al infinito.

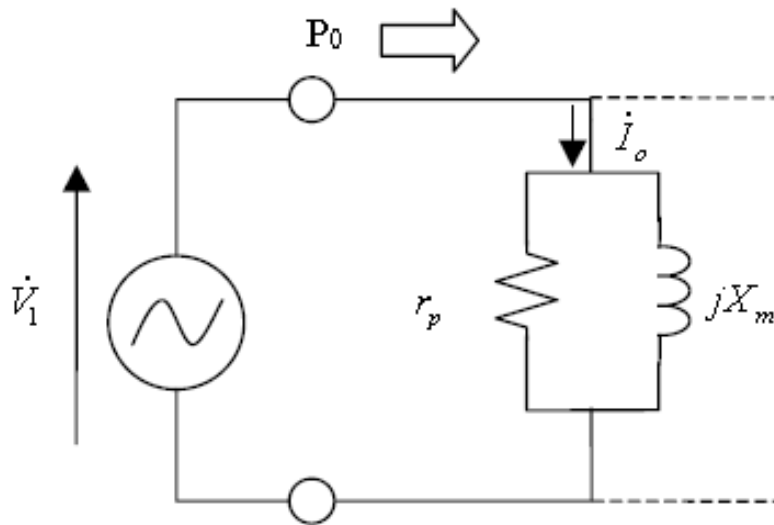


Figura 3-5 Circuito equivalente, prueba en vacío.
(Fuente: <http://personales.unican.es>)

Esta prueba se realiza con voltaje y frecuencia nominal en el estator. Dado que impedancia paralela es grande, la corriente circulante durante la prueba es más bien pequeña, con lo cual es válido omitir la rama serie del estator.

Las mediciones obtenidas en la prueba son el voltaje aplicado al estator (V_1), la corriente circulante (I_0) y la potencia activa (P_0). Con esta información es posible calcular la reactancia de magnetización (X_m), la componente de pérdidas del núcleo (r_p) y la potencia reactiva (Q_0):

$$r_p = \frac{V_1^2}{P_0} \quad (3-16)$$

$$X_m = \frac{V_1^2}{Q_0} \quad (3-17)$$

$$Q_0 = \sqrt{(V_1 * I_0)^2 - P_0^2} \quad (3-18)$$

- **Prueba del rotor bloqueado**

Esta prueba permite encontrar los parámetros serie de la máquina de inducción.

Para esto se procede a detener (mediante fuerza externa) el rotor de la máquina de modo que el deslizamiento sea unitario y la expresión $r'_r \left(\frac{1-s}{s} \right)$ tienda a cero.

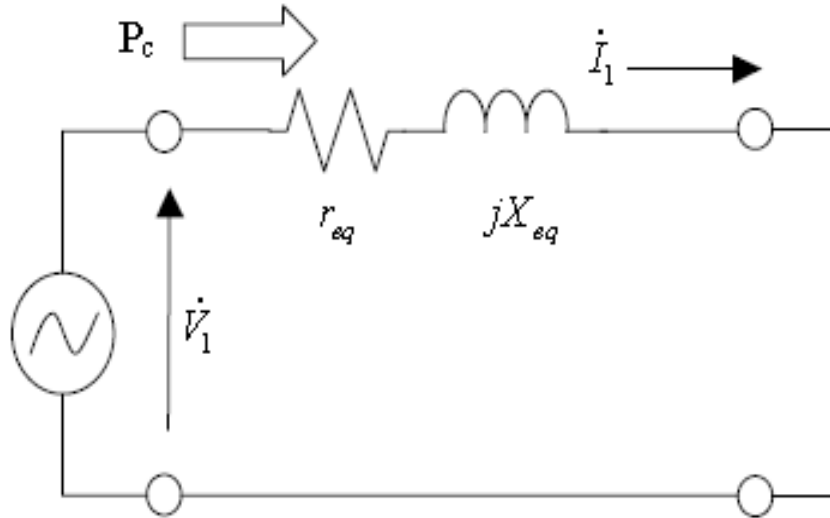


Figura 3-6 Prueba de cortocircuito.
(Fuente: <http://personales.unican.es>)

Para esta prueba el voltaje V_1 debe ser reducido, de modo que la corriente I_1 sea la corriente nominal y así no dañar los enrollados. Esto implica que las pérdidas en la rama paralela pueden despreciarse obteniendo directamente los valores de la rama serie.

De acuerdo a la figura 3-6, la rama serie, mediante los valores r_{eq} y X_{eq} , representan los valores de los parámetros de estator y rotor según las siguientes expresiones:

$$r_{eq} = r_e + r'_r \quad (3-19)$$

$$X_{eq} = X_e + X'_r \quad (3-20)$$

Las mediciones obtenidas en la prueba son el voltaje aplicado al estator (V_1), la corriente circulante (I_1) y la potencia activa (P_c). Con esta información es posible calcular los parámetros dados por:

$$r_{eq} = \frac{P_c}{I_1^2} \quad (3-21)$$

$$X_{eq} = \frac{Q_c}{I_1^2} \quad (3-22)$$

Con:

$$Q_c = \sqrt{(V_1 * I_1)^2 - P_c^2} \quad (3-23)$$

Además, se puede suponer con buena aproximación que:

$$r_e = r_r = 0,5 * r_{eq} \quad (3-24)$$

$$X_e = X_r = 0,5 * X_{eq} \quad (3-25)$$

Análisis del motor a partir de su modelo equivalente

- **Potencias en estator**

La potencia que la máquina absorbe de la red, si V_e es la tensión aplicada por fase, I_e la corriente por fase y φ_1 el desfase entre ambas magnitudes, será:

$$P_e = V_e * I_e * \varphi_1 \quad (3-26)$$

- **Potencia transferida al eje**

La potencia monofásica transferida al eje corresponde a la potencia transferida al rotor:

$$P_{rotor} = \frac{r'_r}{S} * (I'_r)^2 \quad (3-27)$$

Sin embargo, parte de esta potencia se pierde en calor:

$$P_{r\ cu} = r'_r * (I'_r)^2 \quad (3-28)$$

Las pérdidas en el hierro del rotor son despreciables debido a que la frecuencia en el rotor tiene un valor pequeño en comparación con la frecuencia del estator. Por lo tanto, la potencia efectiva transferida al eje es:

$$P_{mec} = r'_r * \left(\frac{1-S}{S}\right) * (I'_r)^2 \quad (3-29)$$

Para el caso del motor trifásico basta con multiplicar la potencia monofásica por tres:

$$P_{mec\ 3\phi} = 3 * r'_r * \left(\frac{1-S}{S}\right) * (I'_r)^2 \quad [W] \quad (3-30)$$

La potencia útil en el eje será algo menor debido a las pérdidas mecánicas por rozamiento y ventilación.

- **Torque electromagnético**

A partir de la ecuación (3-29) es posible obtener la siguiente expresión para el torque electromecánico:

$$T_{3\phi} = \frac{P_{mec\ 3\phi}}{W_m} = \frac{3 * r'_r * \left(\frac{1-S}{S}\right) * (I'_r)^2}{(1-S) * W_s} = \frac{1}{W_s} \left[\frac{3 * r'_r * (I'_r)^2}{S} \right] \quad (3-31)$$

El valor de la corriente $I'_r = |i'_r|$ se obtiene al resolver el circuito de la figura 3-4

$$i'_r = \frac{\dot{V}_e}{\left(r_e + \frac{r'_r}{S}\right) + j * (X_e + X'_r)} \quad (3-32)$$

Con lo cual:

$$T_{3\phi} = \frac{3 * r'_r}{S * W_s} * \frac{V_e^2}{\left(r_e + \frac{r'_r}{S}\right)^2 + (X_e + X'_r)^2} \quad (3-33)$$

El torque máximo en función del deslizamiento es:

$$\frac{dT_{3\phi}}{dS} = 0 \Rightarrow T_{max} = \frac{3}{2 * W_s} * \frac{V_e^2}{r_e + \sqrt{r_e^2 + (X_e + X'_r)^2}} \quad (3-34)$$

Es importante mencionar que la ecuación de torque máximo muestra que el valor del torque máximo no depende de la resistencia r'_r . Sin embargo, no ocurre lo mismo al considerar el deslizamiento al cual se produce dicho torque:

$$S_{Tmax} = \frac{r'_r}{\sqrt{r_e^2 + (X_e + X'_r)^2}} \quad (3-35)$$

- **Punto de operación**

Cuando la máquina opera como motor de inducción, se tiene que el punto de operación de equilibrio frente a una determinada carga en el eje, corresponde a aquel punto donde el torque generado por la máquina se iguala a la suma de los torques resistentes ($T_{mec} = T_r$).

En efecto, visto desde un punto de vista transiente, la partida o cualquier otro cambio en las referencias de velocidad o carga mecánica en torno a un punto de operación, produce un torque acelerante dado por:

$$T_{ac} = T_{mec}(s) - T_r(S) \quad (3-36)$$

Donde:

- T_{ac} es el torque acelerante.
- T_r es el torque resistente.

Este torque corresponde a un torque transiente que desaparece una vez que se llega a régimen permanente, definiendo un nuevo punto de operación donde los torques

resistente y generado son idénticos.

- **Pérdidas eléctricas por fase en el motor de inducción**

Pérdida en los devanados (cobre) del estator:

$$P_{e\ cu} = r_e * I_e^2 \quad (3-37)$$

Donde:

- r_e resistencia del estator [Ω].
- I_e Corriente en el estator [A].

Pérdidas en el hierro del estator:

$$P_{e\ fe} = r_p * I_p^2 \quad (3-38)$$

Donde:

- r_p Resistencia de pérdidas del núcleo del estator [Ω].
- I_p Corriente de pérdida en el núcleo del estator [A].

Pérdidas producidas en los dientes del estator

$$P_{Feds} = P_{fe} * 0.082 \quad (3-39)$$

Donde:

- P_{fe} Pérdidas en el hierro [W].

Pérdidas en el rotor:

$$P_{r\ cu} = r'_r * (I'_r)^2 \quad (3-40)$$

Donde:

- r'_r resistencia en el rotor [Ω].
- I'_r corriente en el rotor [A].

Las pérdidas del hierro del rotor son despreciables debido al pequeño valor de frecuencia en el rotor. [10]

Pérdidas adicionales:

$$P_{ad} = 0.01 * P_{motor} \quad (3-41)$$

Donde:

- P_{motor} es la potencia que consume el motor [W].

3.1.2 El variador de frecuencia (VDF) y su impacto sobre el motor impulsor

Si se cambia la frecuencia aplicada al estator de un motor de inducción, la velocidad de rotación de sus campos magnéticos n_s cambiara en proporción directa al cambio de frecuencia eléctrica, y el punto de vacío sobre la curva característica par-velocidad cambiara con ella. Utilizando el control de frecuencia variable, es posible ajustar la velocidad del motor por encima o por debajo de la velocidad base.

Relación voltaje V/S Frecuencia:

La relación V/Hz afecta al flujo del motor, la corriente de magnetización y el par. Si la frecuencia se incrementa sin aumento correspondiente en el voltaje, la velocidad del motor aumenta, pero el flujo, la corriente de magnetización y el par disminuyen. Esto ocurre para valores de frecuencia mayores a la nominal, debido a que en estos valores el voltaje de salida no se puede aumentar porque tendría que ser mayor a su valor máximo.

Cuando se opera a velocidades inferiores a la velocidad nominal del motor, es necesario reducir el voltaje en los terminales del estator. Para obtener una operación adecuada, el voltaje deberá disminuir linealmente con la disminución de frecuencia, de lo contrario se saturará el acero del núcleo del motor de inducción y fluirán corrientes de magnetización excesivas en la máquina.

Un variador de frecuencia es capaz de operar un motor con flujo constante desde aproximadamente 0 Hz a la frecuencia de placa nominal (por lo general 50 Hz). Este es el rango de par constante. Siempre que se mantenga una relación constante de volts por Hertz, el motor tendrá características de par constante. Por lo tanto, para valores de frecuencia sobre la nominal la capacidad de torque del motor, disminuye.

- Relación frecuencia v/s voltaje

$$V_{fi} = V_N * \frac{f_i}{f_N} \quad (3-42)$$

Donde:

- V_N voltaje nominal del motor.
- V_{fi} es el voltaje aplicado para la frecuencia f_i .
- f_i frecuencia aplicada al motor.
- f_N frecuencia nominal del motor.

Característica par- velocidad a distintas frecuencias

Para un motor de 60 Hz con velocidad nominal de 1800 rpm, se muestra la curva de par-velocidad para las distintas frecuencias en la figura 3-7

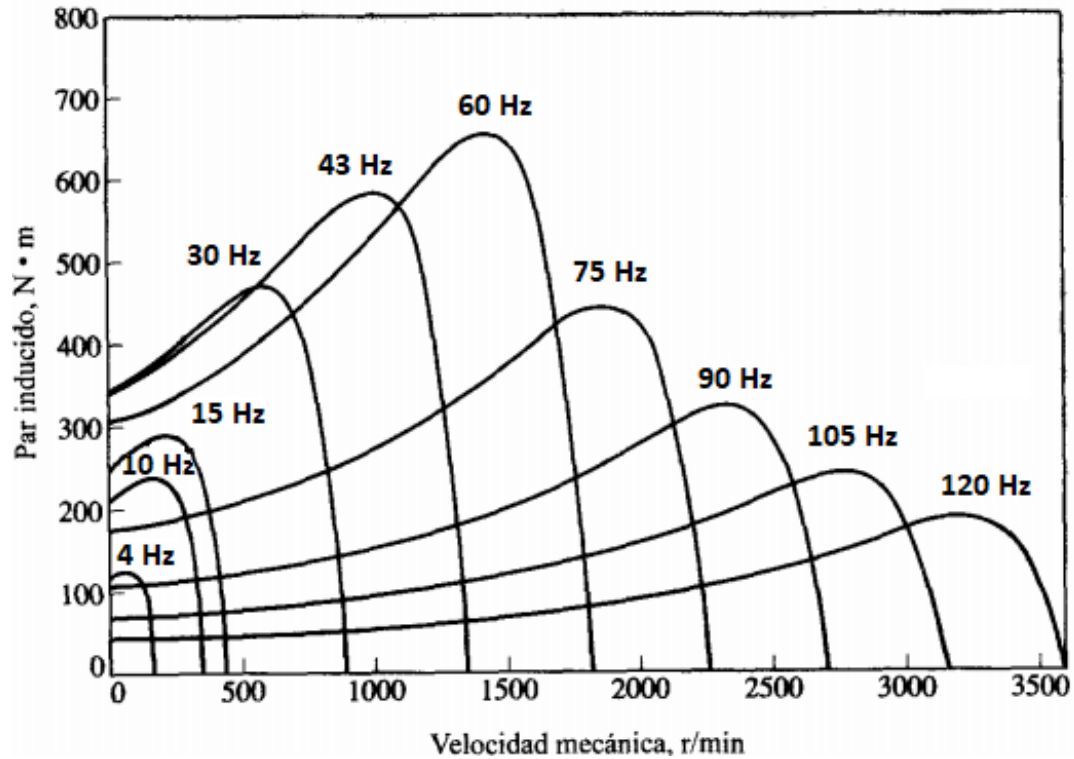


Figura 3-7 Gráfico par-velocidad del rotor de un motor de inducción a distintas frecuencias.

De la figura 3-7 se puede observar que:

- El par inducido desde 0 rpm hasta su velocidad base, va en crecimiento respecto al aumento de frecuencia, suponiendo que el voltaje aumenta linealmente con la frecuencia.
- A mayor frecuencia, mayor es la velocidad mecánica producida.
- El par inducido a valores mayores al nominal va decreciendo respecto al aumento de la frecuencia.

Por lo tanto, un aumento de velocidad sobre los valores nominales del motor, afecta notablemente la capacidad de torque que se puede inducir sobre la máquina.

Respecto a la característica de frecuencia v/s velocidad, se puede observar la relación directa que tienen en la ecuación 3-1, donde se ve claramente que a un aumento de frecuencia la velocidad aumenta directamente mientras el torque de carga no crezca muy pronunciadamente. [8]

- Relación frecuencia v/s torque mecánico

$$T_{mec} = T_{mec N} * \left(\frac{f_i}{f_N}\right)^2 \quad (3-43)$$

Donde:

- $T_{mec N}$ torque mecánico nominal del motor.
- T_{mec} torque mecánico aplicado para la frecuencia f_i .
- f_i frecuencia aplicada al motor.
- f_N frecuencia nominal del motor.

Observación: Los variadores de frecuencias tienen incorporado inversores de 3 niveles que entregan la tensión de salida. Lo que se desea es que está tensión de salida presente cero distorsión armónica, por lo tanto, una senoide pura, la cual se consigue al utilizar un numero infinito de niveles. Desafortunadamente el número de niveles posibles de obtener a la salida está limitado.

Para efectos del presente proyecto, se asumirá que la forma de onda entregada por el variador de frecuencia corresponde a una onda completamente sinusoidal, esto debido a que no se profundizará en el efecto armónico y en el comportamiento del variador como consecuencia de las corrientes de magnetización pequeñas debido a frecuencias mayores a las nominales.

3.1.3 Clases de servicio, temperatura límite y aislante del motor de inducción

Clases de servicios en el motor eléctrico

A continuación, se presentan las clases de servicio que puede presentar el motor de la bomba centrífuga a analizar, las cuales corresponden a las estandarizadas por las normas IEC 60034-1.

Tipo de servicio S1: Régimen continuo funcionamiento con carga constante, cuya duración es suficiente para alcanzar el estado de equilibrio térmico del motor.

Tipo de servicio S2: régimen de duración limitada. este se caracteriza debido a que el uso del motor es breve, es decir, la pausa en la que la máquina es tan larga que este prácticamente se refrigera por efectos de la temperatura ambiente.

Tipo de servicio S3: Consiste en una sucesión de ciclos de trabajos continuos iguales, y otro de reposo (intermitente), lo suficientemente corto como para que la máquina no alcance su estado de equilibrio térmico.

Tipo de servicio S8: régimen continuo periódico con variaciones de la carga y de la velocidad correspondiente.

Tipo de servicio S9: régimen con variaciones no periódicas de la carga y de la velocidad. Régimen típico de motores alimentados por un variador de frecuencia.

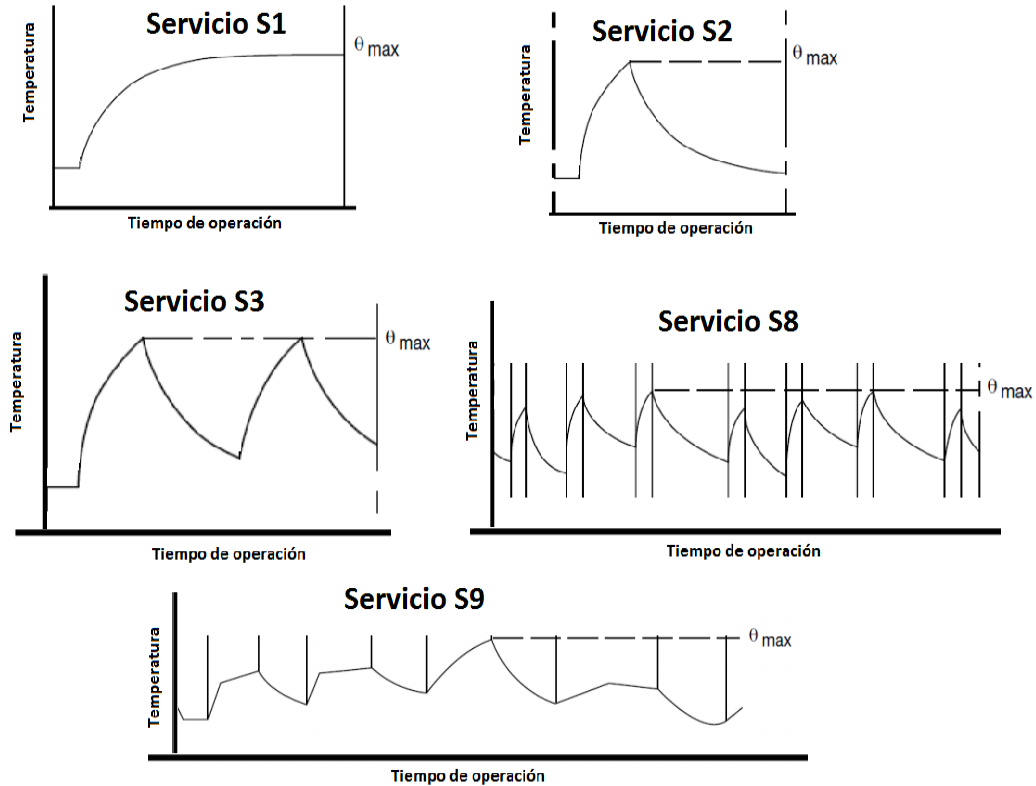


Figura 3-8 Formas de onda Temperatura V/S tiempo de operación para los distintos servicios de operación.

En muchos casos las condiciones de trabajo son una combinación entre diferentes tipos de servicio. [12]

¿Qué define la vida útil del motor?

Son innumerables los factores que pueden producir daños a los motores eléctricos. Respecto a estos daños se podría concluir que las fallas de un motor eléctrico se pueden dividir en dos grandes grupos, una de tipo eléctrico y otra de tipo mecánico, aunque a algunas otras fallas, se le puede atribuir al entorno de trabajo como de condiciones de funcionamiento, los cuales generaran sin embargo alguno de los problemas anteriores. Con el propósito de alargar su vida útil y obtener de ellos la mayor prestación de sus servicios resulta necesario indagar en aquellos factores que producen sus averías.

Siendo el motor de inducción, una máquina resistente y de construcción simple, su vida depende casi únicamente de la vida útil del aislamiento del devanado, incluido a esto el hecho de que el proyecto se enfoca en el **entorno de trabajo y de funcionamiento de un motor eléctrico**, es que se hará énfasis en las fallas más comunes atribuidas a estas particularidades, las cuales corresponden a las fallas relacionadas con el aislamiento de sus bobinas, pues su resistencia como vida útil se ve afectada por:

-Temperatura de operación.

-Tipo de servicio.

Se sabe que la temperatura en las bobinas del motor puede superar los 100°C y debe ser soportada sin problemas por las aislaciones de los devanados, típicamente barnices que, aplicados en una o dos capas, resisten elevadísimas temperaturas en algunos puntos localizados del devanado. Por lo tanto, estos devanados se pueden ver seriamente afectados si el motor presenta un calentamiento continuo a una temperatura excesiva.

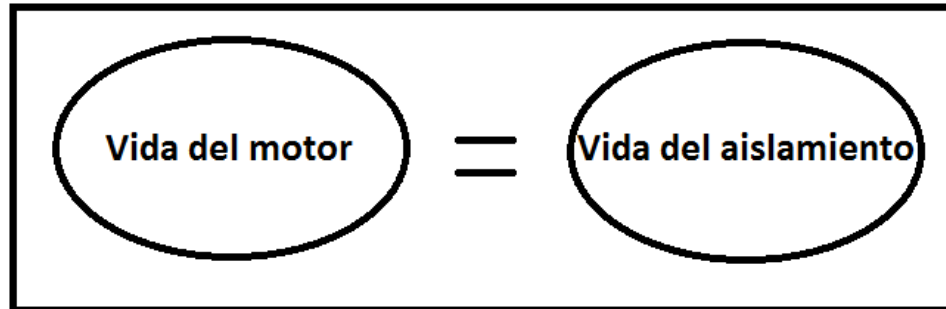


Figura 3-9 Vida útil del motor eléctrico.

La norma NEMA ha desarrollado un sistema de identificación con letras, en la cual cada tipo de motor comercial de inducción de jaula de ardilla se fabrica de acuerdo con una determinada norma de diseño y se coloca en determinada clase, identificada con una letra. Esta norma incluye la clase de aislamiento de los bobinados de las máquinas, los cuales son definidos por la temperatura máxima que pueden soportar sin deteriorarse, por tanto, en la placa de características de cada motor se puede encontrar indicado mediante una letra el tipo de aislamiento que presenta, donde: [3]

- Aislamiento clase Y = Temperatura máxima admisible de 90° C.
- Aislamiento clase A = Temperatura máxima admisible de 105° C.
- Aislamiento clase E = Temperatura máxima admisible de 120° C.
- Aislamiento clase B = Temperatura máxima admisible de 130° C.
- Aislamiento clase F = Temperatura máxima admisible de 155° C.
- Aislamiento clase H = Temperatura máxima admisible de 180° C.
- Aislamiento clase C = Temperatura máxima admisible de más de 180° C.

Por lo tanto, basta con identificar en la placa característica la letra que presenta la clase de aislamiento del motor que se pretende estudiar para poder determinar la temperatura máxima que logran soportar las bobinas en su punto más caliente.

3.2 Relación entre modelo eléctrico, térmico e hidráulico

Las ecuaciones que se presentan en este apartado tienen la finalidad de ayudar a entender mejor el problema térmico que presenta la bomba centrífuga al variar su frecuencia.

El modelo térmico del motor impulsor se encuentra en el apéndice A y el modelo hidráulico de la bomba centrífuga en el apéndice B.

- **Relación de torque mecánico respecto a la velocidad en la máquina**

La bomba centrífuga presenta un torque de tipo cuadrático o parabólico, donde el torque de carga es: [7]

$$T_l = T_0 + K_t * N_r^2 \quad (3-44)$$

Donde:

- T_l es el torque de carga a velocidad n .
- T_0 es el torque de carga a velocidad 0.
- N_r es la velocidad de rotación en r.p.m.
- K_t constante que depende de la carga.

- **Relación de potencia mecánica respecto a la velocidad en la máquina**

La potencia requerida por la carga es el producto del torque por la velocidad, luego: [2]

$$P_{mec} = T_0 * n + K_t * N_r^3 \quad (3-45)$$

3.2.1 Relación entre modelo hidráulico y el modelo eléctrico

- **Relación de caudal respecto a velocidad en la máquina**

Esta relación se obtiene mediante las leyes de afinidad, donde:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{Q_2}{Q_1} \quad (3-46)$$

Donde:

- n_2 es la velocidad final a la que la bomba girara [rpm].
- n_1 es la velocidad inicial a al que la bomba girara [rpm].
- Q_2 caudal final que se tendrá en la bomba $\left[\frac{m^3}{s}\right]$.

➤ Q_1 Caudal inicial que se tendrá en la bomba $\left[\frac{m^3}{s}\right]$.

- **Relación altura manométrica respecto a la velocidad en la máquina**

Esta relación se obtiene mediante las leyes de afinidad, donde: [15]

$$\left[\frac{n_2}{n_1}\right]^2 = \frac{H_2}{H_1} \quad (3-47)$$

Donde:

- n_2 es la velocidad final a la que la bomba girara [rpm].
- n_1 es la velocidad inicial a al que la bomba girara [rpm].
- H_2 altura final que se tendrá en la bomba $\left[\frac{m}{s}\right]$.
- H_1 altura inicial que se tendrá en la bomba $\left[\frac{m}{s}\right]$.

3.2.2 Relación modelo térmico y eléctrico del motor de inducción

La bomba centrífuga influye directamente en el valor del torque asociado al motor, en donde este aumenta cuadráticamente respecto a la frecuencia o velocidad impuesta. se sabe que:

$$T_{3\phi} = \frac{1}{W_s} \left[\frac{3 * r' * (I'_r)^2}{s} \right]$$

Con:

$$W_s = \frac{2 * \pi * N_s}{60}$$

$$N_s = \frac{60 * f}{P}$$

$$S = \frac{N_s - N_r}{N_s}$$

$$T_{3\phi} = T_0 + K_t * N_r^2$$

Con las ecuaciones anteriormente mostradas y al tener en cuenta que la variable modificable es la frecuencia en la bomba y por ende la velocidad de giro de esta. Se observa que, al modificar la variable mencionada, ya teniendo un K_t definido nos quedaría la corriente I'_r como única incógnita, donde:

$$I'_r = \sqrt{\frac{T_{3\phi} * S * W_s}{3 * r' * r}} [A] \quad (3-48)$$

Además, del circuito mostrado en la figura 3-4 se puede obtener el valor de I_e , donde:

$$I_e = I_p + I'_r \quad (3-49)$$

Con:

$$I_p = E_e * \left[\frac{1}{r_p} + \frac{1}{jx_m} \right] \quad (3-50)$$

Conociendo el valor de las corrientes se puede obtener el valor de la potencia que se disipa por calor en el motor, potencia correspondiente a las pérdidas eléctricas definidas en las ecuaciones (3-37) a la (3-41). Estas pérdidas se ingresan a las ecuaciones (3-94) a la (3-99) correspondientes a las pérdidas por calor en los nodos del modelo térmico del motor de inducción. [14]

3.3 Problema térmico de la bomba centrífuga a variaciones de frecuencia

Para entender el funcionamiento del motor de inducción trifásico debido a la carga que impone la bomba centrífuga, es fundamental analizar la "curva de Torque v/s frecuencia", la "curva de Torque v/s velocidad" y la "curva de intensidad de corriente" que presenta la bomba centrífuga.

- **Par provocado sobre el motor impulsor por la bomba centrífuga**

En una bomba centrífuga a través de un sistema cerrado, se encuentra que el Torque requerido para mover el fluido es una función cuadrática de la frecuencia. Esto significa que el torque en la bomba no es directamente proporcional a la frecuencia, sino que varía en proporción al cambio al cuadrado de la frecuencia. Por lo tanto, si se cambia la frecuencia de operación de 50 a 55 Hz, la velocidad aumenta y el torque resultante será $\left(\frac{55}{50}\right)^2 = 1,21$ veces el torque del motor operando a 50 Hz. Esto significa que el torque aumenta un 21% del valor original.

La figura 3-10 muestra la relación torque v/s Frecuencia, si se aumentara la velocidad en un 10% sobre el valor nominal de frecuencia (50Hz): [5]

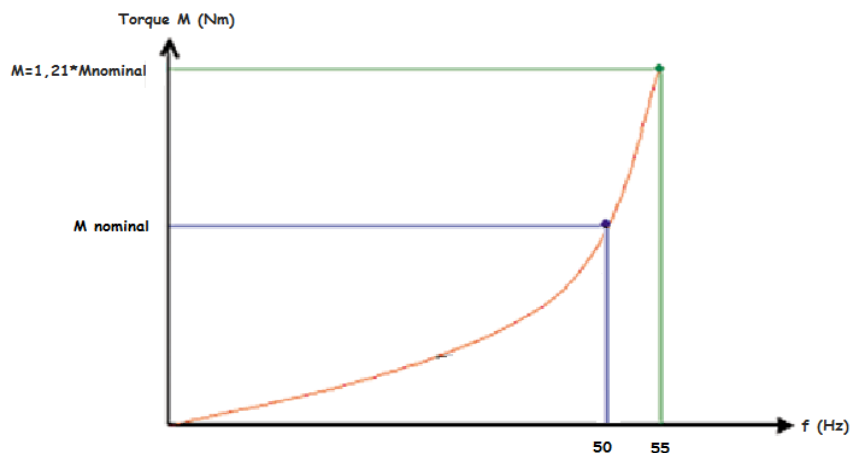


Figura 3-10 Gráfico torque-frecuencia del rotor de un motor de inducción con una carga cuadrática

Parecería que en una bomba centrífuga el aumento de la frecuencia y por ende de la velocidad no genera inconvenientes, sin embargo, ese aumento del 10% en frecuencia significa un 21% más de torque y un 33% más de potencia del motor. Por lo tanto, se debe ser muy cuidadoso cuando se considera aumentar la velocidad sobre el valor nominal en cargas cuadráticas. Tampoco se debe olvidar que al subir la velocidad sobre el valor nominal se está trabajando en una zona de debilitamiento de flujo y por ende de torque, lo que sin duda empeora el panorama.

Esta es una de las causas de daños en el motor porque el usuario desconoce este hecho y desea tener “más salida” de sus bombas. Este comportamiento lleva a otra conclusión, pequeñas disminuciones de velocidad pueden llevar a una gran disminución de potencia y un ahorro de energía.

- **Curva característica torque- velocidad del rotor**

El gráfico de la figura 3-11 presenta puntos de operación de torque en un motor de inducción para una velocidad de sincronismo dada.

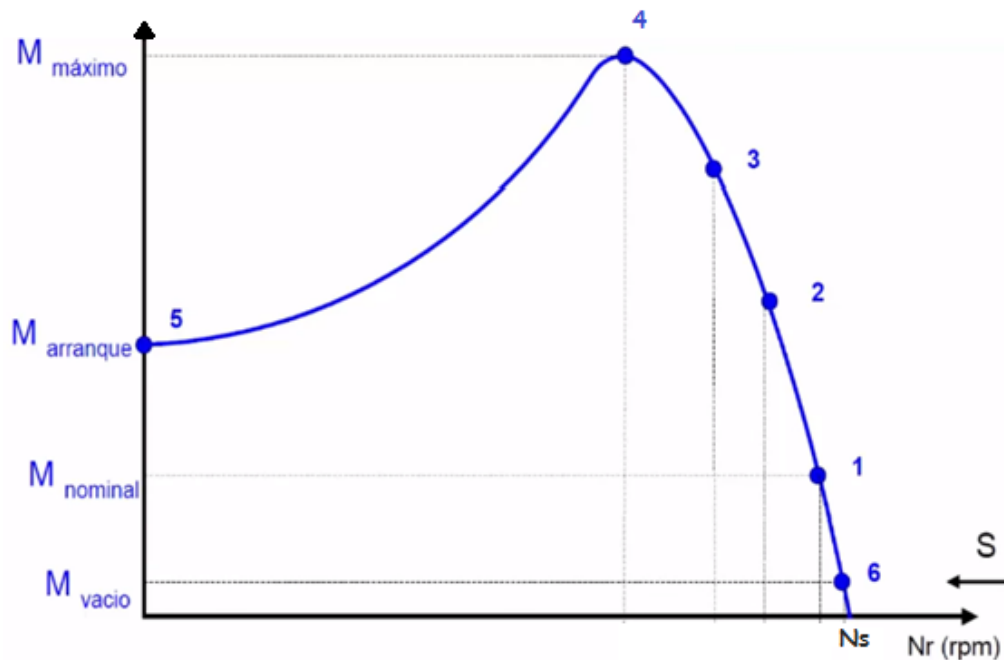


Figura 3-11 : Gráfico torque-velocidad del rotor de un motor de inducción

(Fuente: <http://catarina.udlap.mx>)

De la imagen 3-11 se tiene lo siguiente:

- Torque nominal (punto 1): par que puede mover el motor sin ningún tipo de problema, todo lo que esté por encima de este par, serán sobrecargas del motor.

Por lo tanto, puede mover cargas que estén por debajo del punto 1 sin ningún problema.

- Torque máximo (punto 4): es la carga máxima que puede mover el motor en funcionamiento, cualquier carga que supere el torque provocado en el punto numero 4 no se podrá mover con el motor.
- Torque de arranque (punto 5): el par de arranque debe ser superior al par resistente de la carga, en otras palabras, si el motor tiene una carga, este al partir debe provocar un par mayor al que tiene la carga del motor. De lo contrario nunca podrá partir.
- torque en vacío (punto 6): el par en vacío corresponde en hacer funcionar al motor, a tensión nominal, sin ninguna carga mecánica acoplada al eje, es decir, la máquina trabaja a rotor libre.

Del gráfico se puede concluir que, a mayor carga o torque inducido en el motor, menor es la velocidad de este.

- **Curva característica corriente-velocidad rotor**

El gráfico de la figura 3-12 presenta puntos de operación de corriente para un motor de inducción con una velocidad de sincronismo dada.

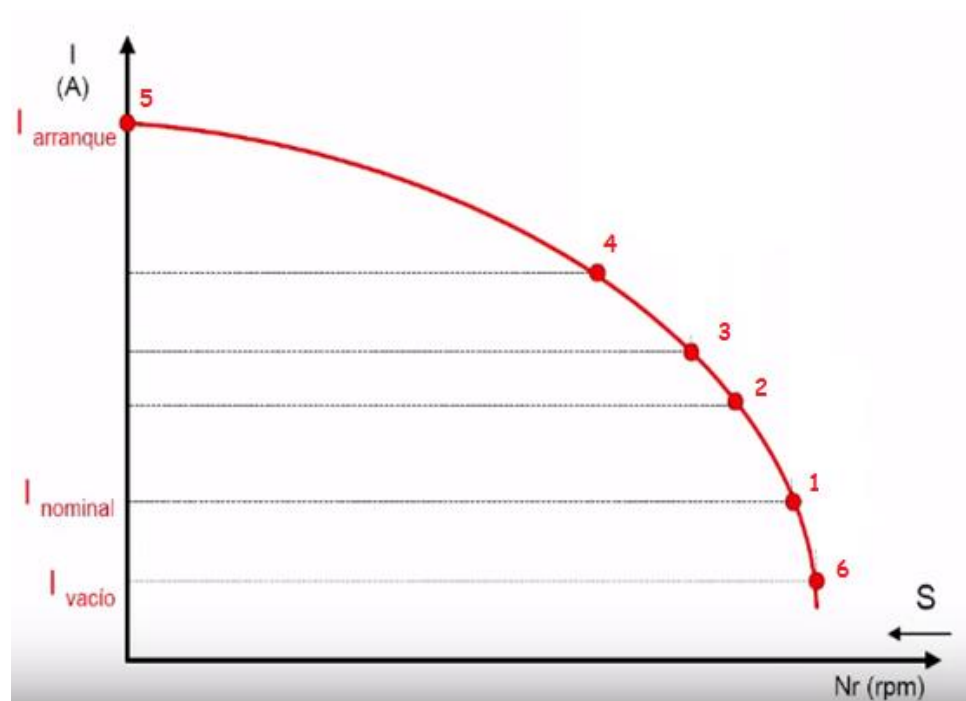


Figura 3-12 Gráfico corriente-velocidad del rotor de un motor de inducción
(Fuente: <http://catarina.udlap.mx>)

El gráfico de corriente está basado en los mismos 6 puntos que se analizan en el gráfico torque-velocidad del rotor (figura 3-11).

De la figura 3-12 se tiene lo siguiente:

- Corriente nominal: bajo el punto 1 la intensidad de corriente no produciría un gran calentamiento en el motor debido a que se encuentra bajo el nominal y el motor está diseñado para funcionar adecuadamente para esas condiciones y así resistir temperaturas provocadas por el flujo de corriente.
- Corriente de arranque: se puede apreciar que la corriente máxima que circula por el motor corresponde a la corriente al momento del arranque de este y su magnitud respecto a la corriente nominal depende de la clase del tipo de motor en estudio. [12]

- **Problema térmico del motor impulsor**

Como se estudió en capítulo 3, la vida del motor de inducción depende del aislamiento de los devanados, aislamiento que se puede ver afectado por temperaturas excesivas.

En la figura 3-11 se observa que el torque exigido al motor por la bomba centrífuga presenta valores considerables para frecuencias de operación sobre los nominales, al tener estos aumentos considerables de torque en el motor de inducción, disminuye la velocidad y a la vez aumenta el consumo de corriente, encontrándose en valores de corriente superiores a los nominales. Estos valores de corrientes se reflejan en las pérdidas eléctricas que presenta el motor de inducción en su modelo eléctrico y a su vez influye en los puntos calientes que presentan las pérdidas del modelo térmico del motor de inducción.

Por lo tanto, el aumento de frecuencias sobre los nominales desemboca en un aumento en magnitud de los puntos calientes que presenta el modelo térmico del motor impulsor y por ende un aumento de temperatura en él, temperatura que puede superar fácilmente la máxima permitida por la clase de aislante del motor y reducir así su vida útil.

También es de importancia tomar en cuenta que, para valores de frecuencias sobre los nominales, la capacidad de torque que se puede inducir sobre la máquina disminuye tal como se muestra en la figura 3-7. Por lo tanto, al disminuir esta capacidad y a la vez aumentar cuadráticamente el torque aplicado al motor, este puede presentar problemas debido a que el torque podría ser superior a torque máximo permitido.

3.4 Propuesta de solución

La propuesta de solución corresponde a encontrar los puntos de operación del motor impulsor de la bomba centrífuga donde no presente daños a sus componentes eléctricos para variaciones de frecuencias mayores a las nominales. Para definir estos puntos de operación, será necesario

utilizar lo visto en el marco teórico del presente capítulo y relacionarlo con simulaciones y ensayos reales realizados al motor.

Simulaciones propuestas:

- Simulación del modelo eléctrico en programa computacional Simulink: Con el propósito de obtener las pérdidas eléctricas que presenta el motor para las distintas frecuencias de operación.
- Simulación bloques matemáticos correspondientes a pérdidas térmicas en Simulink: Debido a que las pérdidas eléctricas están relacionadas con las pérdidas térmicas, se pretende incorporar bloques matemáticos a la simulación del modelo eléctrico del motor con el fin de obtener inmediatamente los valores de las pérdidas térmicas (Apéndice A).
- Simulación de motor de inducción en Motor-CAD: Con el propósito de obtener los perfiles de temperatura y punto más caliente en bobinas que presenta el motor para las distintas frecuencias de operación.

Ensayos propuestos:

- Ensayos térmicos en el motor impulsor: Con el propósito de obtener los tiempos que demora el motor en llegar al estado térmico estacionario y además, obtener la ecuación exponencial que representa el comportamiento térmico para cualquier frecuencia de operación. También se pretende obtener el comportamiento de disminución de temperatura en el motor, una vez que este se deja de alimentar eléctricamente.
- Ensayo de capacidad de caudal: Con el propósito de obtener la frecuencia máxima a la que el motor impulsor aumenta su caudal en relación al aumento de frecuencia.

Una vez realizados los ensayos y simulaciones se recopilará la información que será de ayuda para determinar los puntos y rangos de operación del motor para las distintas frecuencias impuestas en él.

4 Características motor impulsor bomba centrífuga Pedrollo CP158

La bomba centrífuga que se estudiará en el presente proyecto corresponde a la bomba Pedrollo CP158, la cual tiene un motor de inducción trifásico y será el motor en estudio para todo el proyecto a realizar.

Este apartado del documento tiene como finalidad definir todos los datos de importancia del motor de la bomba centrífuga Pedrollo CP 158. Estos datos, serán útiles para las simulaciones y estudios térmicos que se realizarán posteriormente.

4.1 Características técnicas del motor impulsor

El motor que se analizará corresponde a un motor de inducción trifásico de 1 HP y 2 polos, el cual tiene las siguientes especificaciones técnicas:

Tabla 4-1 Datos técnicos

Descripción	Valor	U.M.
Potencia nominal	1	<i>HP</i>
Tensión nominal línea línea	380	<i>V</i>
Corriente nominal	2,4	<i>A</i>
Velocidad nominal	2900	<i>RPM</i>
Torque nominal	2,47	<i>Nm</i>
Momento de inercia	0,0013	<i>J/Kgm²</i>

4.2 Parámetros eléctricos del motor impulsor

Para la obtención de los parámetros del circuito, se realizó las pruebas de rotor bloqueado y vacío, obteniendo así los datos mostrados en la tabla 4-2 y tabla 4-3:

Tabla 4-2 Valores obtenidos prueba de vacío

Corriente [A]	Voltaje [v]	Potencia [W]	Factor de potencia
2	220	51	0,12

Tabla 4-3 Valores obtenidos prueba rotor bloqueado

Mediciones	Corriente [A]	Potencia [W]	Factor de potencia	Voltaje [V]
1	1	12	0,55	23
2	1,5	27	0,61	30
3	2	52	0,67	37
4	2,5	77	0,7	44

Con los valores obtenidos en las pruebas y utilizando las fórmulas -ya vistas en el capítulo 3- se obtienen los siguientes datos para el motor:

Tabla 4-4 Parámetros de la máquina de inducción

Parámetro	Variable	Valor
Resistencia estator	r_e	6,16[Ω]
Reactancia estator	X_e	7,67[Ω]
Inductancia estator	L_e	24,4144[mH]
Resistencia rotor	r_r	6,16[Ω]
Reactancia rotor	X_r	7,67[Ω]
Inductancia rotor	L_r	24,4144[mH]
Reactancia de magnetización	X_m	110,75[Ω]
Inductancia de magnetización	L_m	352,5282[mH]
Resistencia de pérdidas de núcleo	r_p	949[Ω]

Por lo tanto, el circuito equivalente por fase del motor de inducción en estudio queda plasmado en la figura 4-1 que se ve a continuación.

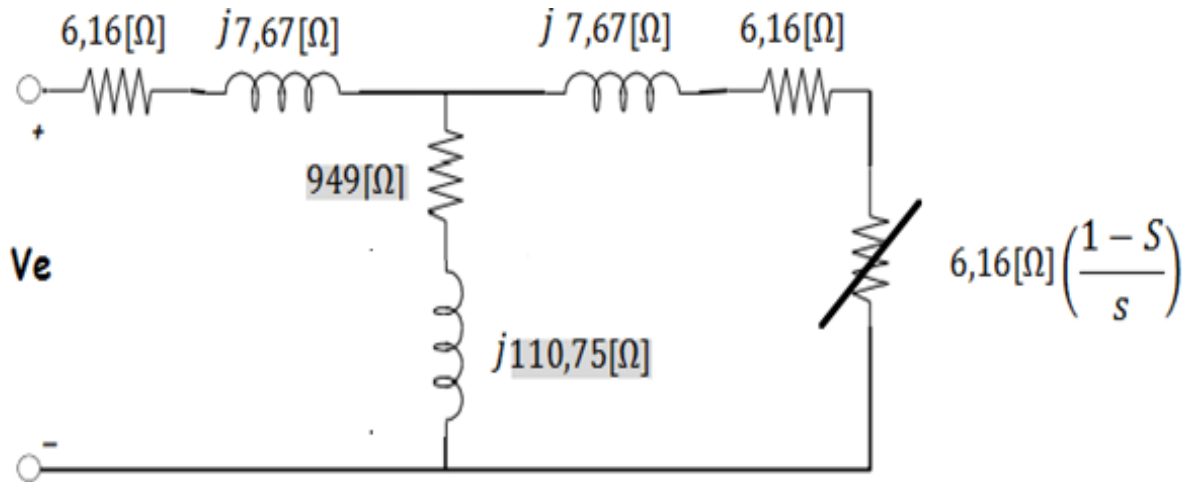


Figura 4-1 Circuito equivalente del motor de inducción con los parámetros reales.

4.3 Características físicas del motor impulsor

Para obtener las características físicas, se desarmó el motor para tomar las medidas radiales y axiales de cada pieza que lo compone, todo esto se realizó con el uso de una herramienta llamada pie de metro.

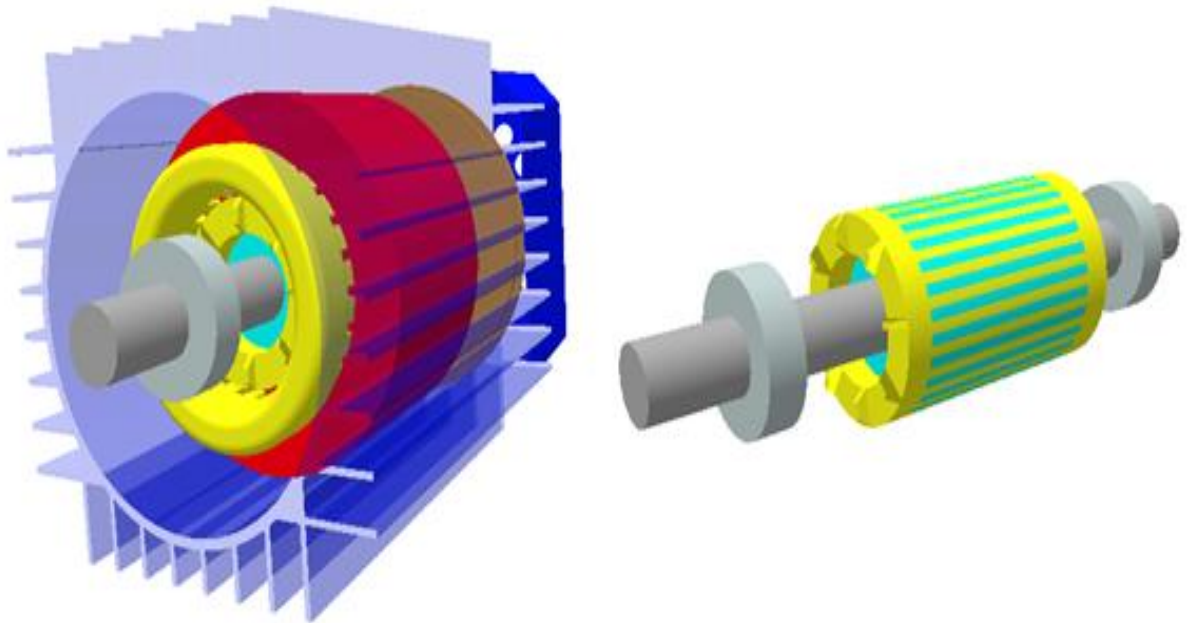


Figura 4-2 Características físicas del motor simulado en motor-CAD.

Tabla 4-5 Dimensiones físicas del estator y carcasa del motor.

Dimensiones estator y carcasa	Valor
Número de ranuras	24
Diámetro exterior de la carcasa [mm]	116
Diámetro exterior de la laminación del estator [mm]	110
Diámetro del agujero del estator [mm]	56
Ancho del diente (dientes paralelos) [mm]	3
Profundidad de ranura (agujero en la parte inferior de la ranura) [mm]	10
Radio de la esquina en la base de la ranura [mm]	0
Abertura de la ranura [mm]	2
Profundidad de la abertura de la ranura desde el orificio hasta la región cónica del diente [mm]	1
Ángulo de la punta del diente [° grados]	30
Espesor radial de la manga del agujero del estator [mm]	0
Extensión de la aleta más allá del diámetro [mm]	11
Espesor de la aleta [usar grosor promedio si las aletas son cónicas] [mm]	1,9
Relación paso/ espesor de la aleta [mm]	6,5
Paso de aleta [calculado a partir del espesor de la aleta y el paso de la aleta] [mm]	12,35
Recorte de la esquina de la carcasa para insertar pernos montados en la brida (% del diámetro de la carcasa (SQ) o ¼ de la periferia (RND) [%]	21
Recorte de esquina adicional (la esquina de la carcasa corta el diámetro y la adición de espesor del material) [mm]	0
Altura de la placa de enfriamiento montada en la brida [mm]	195
Anchura de la placa de enfriamiento montada en la brida [mm]	195
Espesor de la pared del captador del ventilador [mm]	1

Tabla 4-6 Dimensiones físicas rotor del motor.

Dimensiones rotor	Valor
Número de barras del rotor	28
Apertura de barras (Apertura del rotor) (encima de la barra superior) [mm]	3
Profundidad de la apertura de la barra (encima de la barra superior) [mm]	3
Ancho de barra (barra superior) [mm]	3
Apertura de la barra (encima de la barra inferior) [mm]	2
Profundidad de apertura de la barra (encima de la barra inferior) [mm]	6
Profundidad de la barra (barra inferior) [mm]	0
Ancho de barra (barra inferior) [mm]	0
Entrehierro (incluyendo cualquier manga del agujero del estator o bandas de retención de imán) [mm]	0,8
Espesor de bandas (espesor radial de bandas) [mm]	0
Diámetro del eje (sección activa del motor) [mm]	19
Diámetro del orificio del eje [mm]	0



Figura 4-3 Motor de bomba centrífuga Pedrollo CP 158.

Tabla 4-7 Características físicas del devanado

Características del devanado	Datos
Tipo de enrollamiento	superposición
Definición de devanado	llenado de ranura
Modelo de cuña	material no conductor
Lamina de revestimiento	impregnación
llenado de ranura requerido (define el número de vueltas del bobinado por ranura)	0,46% (32 conductores por ranura)
Espesor del revestimiento de la ranura	0,2 [mm]
Separación del conductor	0,2 [mm]
Tipo de alambre	AWG Table
Calibre del alambre	AWG 20

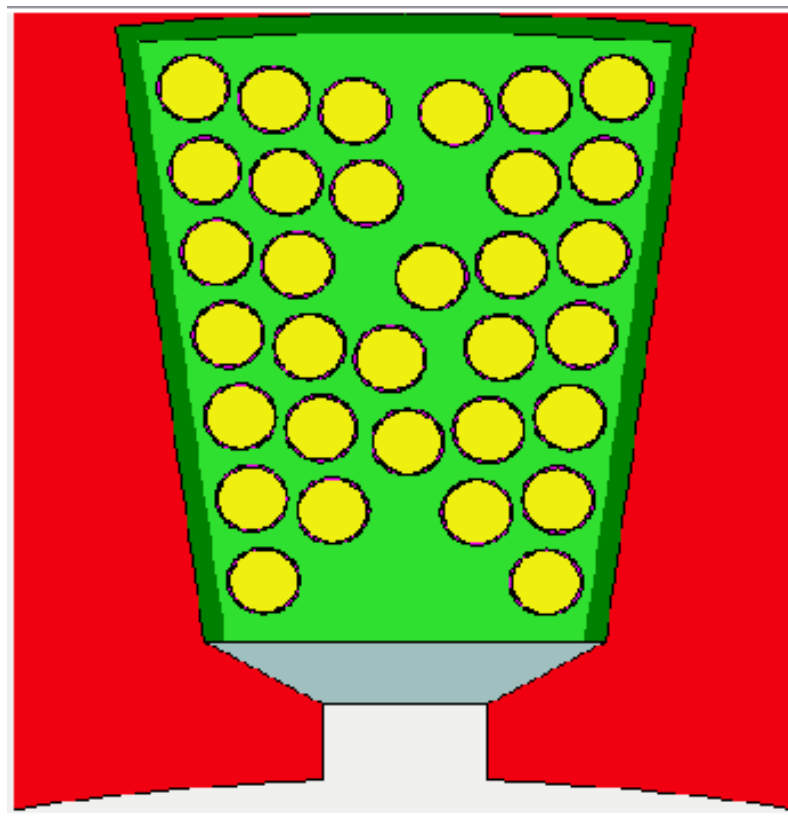


Figura 4-4 Características físicas del devanado y su distribución dentro de dientes del estator (simulación en programa Motor-CAD)

5 Simulación y análisis térmico del motor impulsor

Este apartado tiene como finalidad el análisis del comportamiento térmico del motor dentro de un programa computacional llamado Motor-CAD. Para esto, se analizará el motor a diferentes cargas y velocidades, debido a variaciones de frecuencias.

En la versión que se utilizará de Motor-CAD (Versión 7.4) sólo se puede ingresar las variables de pérdidas térmicas, por ello, se utilizará el programa Simulink de MATLAB para obtener las pérdidas eléctricas, y así mismo simular los bloques de operaciones que entregarán los datos equivalentes a las pérdidas que se presentan en los nodos del modelo térmico, para posteriormente ingresarlos a Motor-CAD. [4]

5.1 Obtención de datos mediante Simulink MATLAB

SIMULINK es un entorno de desarrollo especial de MATLAB que sirve para simular el comportamiento de los sistemas dinámicos. Puede simular sistemas lineales y no lineales, modelos en tiempo continuo y tiempo discreto y sistemas híbridos de todos los anteriores. Es un entorno gráfico en el cual el modelo a simular se construye clicando y arrastrando los diferentes bloques que lo constituyen.

Para la simulación del motor en el programa computacional Simulink, se hizo uso de los datos obtenidos en la tabla (4-1) y tabla (4-4).

La simulación que se muestra en la figura 5-1 corresponde al motor de inducción trifásico alimentado por una fuente de voltaje, en la cual se variara la frecuencia y voltaje de operación para simular el comportamiento del variador de frecuencias. Esta simulación entregará los datos correspondientes a las pérdidas del modelo térmico del motor impulsor para diferentes frecuencias de operación.

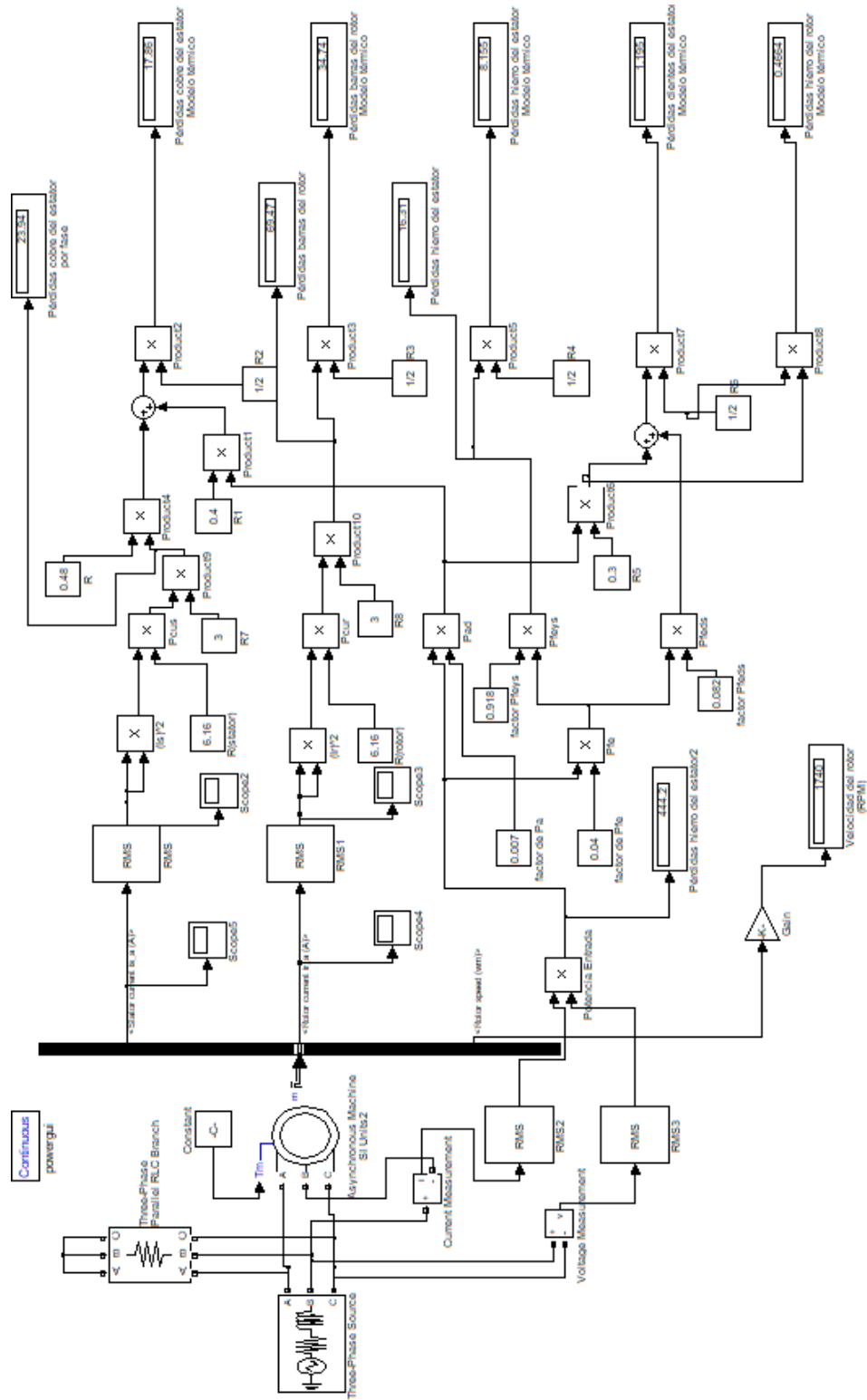


Figura 5-1 Simulación de motor de inducción para la obtención de datos.

Lo que se desea obtener, es el comportamiento térmico del motor para valores de frecuencias mayores a las nominales, las cuales pueden provocar daños estructurales al motor. Para entender este comportamiento térmico se realizarán pruebas a distintas frecuencias de operación, las cuales se presentan a continuación:

- **Frecuencias dentro del rango de operación sin daños estructurales.**

Estas pruebas se harán con el fin de obtener el comportamiento térmico del motor cuando no se supera la frecuencia de operación nominal y además obtener la temperatura nominal que presenta el motor para su frecuencia nominal de operación.

Para esto se tomarán 4 frecuencias de operación correspondientes a:

- 20 Hz.
- 30 Hz.
- 40 Hz.
- 50 Hz.

- **Frecuencias mayores a la nominal, que puedan dañar el aislante del motor.**

Estas pruebas se harán con el fin de obtener el comportamiento térmico del motor cuando se supera la frecuencia de operación nominal. Para esto se tomarán 2 frecuencias de operación correspondientes a:

- 55 Hz.
- 60 Hz.

Para alcanzar la simulación requerida y que esta sea coherente con el comportamiento de la bomba centrífuga, se debe considerar que, al variar la frecuencia bajo los valores nominales, varía el voltaje, y además, el comportamiento del torque mecánico está directamente relacionado con la frecuencia, por lo que los datos que se ingresaran a la simulación son frecuencia, torque mecánico y voltaje, los cuales se obtienen de las relaciones ya vistas en la ecuación 3-100 y la ecuación 3-101 obtenidas en el capítulo 3.

Los datos ingresados se observan en la tabla 5-1 y los datos obtenidos de la simulación se encuentran en la tabla 5-2.

Tabla 5-1 Datos de entrada a la simulación

Frecuencia [Hz]	Voltaje [v]	Torque mecánico [Nm]
20	152	0,3952
30	228	0,8892
40	304	1,581
50	380	2,47
55	380	2,9887
60	380	3,5568

Tabla 5-2 Datos obtenidos mediante la simulación

Frecuencia rotor [Hz]	Velocidad del rotor [RPM]	P. cobre estator [W]	P. barras rotor [W]	P. hierro estator [W]	P. dientes estator [W]	P. hierro rotor [W]
0,915	1145	16,11	3,119	5,224	0,8933	0,4268
1,63	1702	20,02	9,81	8,681	1,485	0,4965
2,564	2247	27,8	23,47	13,6	2,325	1,111
3,7	2777	41,81	48,35	20,83	3,563	1,5
5,6	2965	58,67	83,95	24,78	4,239	2,025
8,66	3081	91,41	147,3	31,08	5,316	2,539

De la tabla 5-2 que corresponde a los datos obtenidos en la simulación, se puede crear el gráfico de la figura 5-2, esto para analizar gráficamente las pérdidas del motor por disipación de energía:

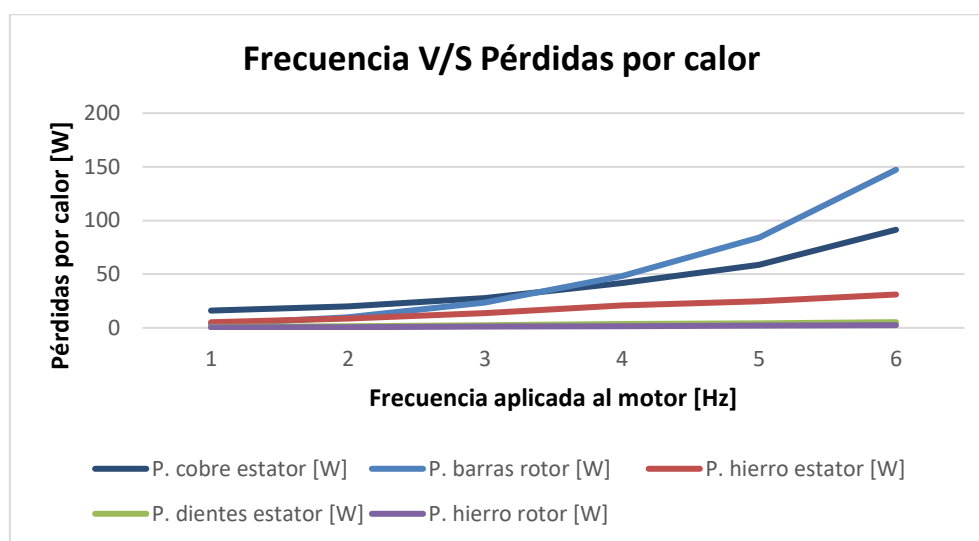


Figura 5-2 Curvas correspondientes a las pérdidas por efecto joule del motor ante una variación de frecuencia.

De la figura 5-2 se puede observar que:

- Las pérdidas por disipación de calor aumentan en relación al aumento de la frecuencia en el motor.

5.2 Obtención de datos mediante Motor-CAD

Motor-CAD es un software dedicado al análisis térmico de motores y generadores eléctricos. Proporciona la capacidad para llevar a cabo un análisis de rendimiento electromagnético y térmico rápido y fácil, permitiendo así introducir variaciones en los diseños de prototipo. Sus

algoritmos basados en modelos de parámetros concentrados permiten la obtención de resultados de forma instantánea, y su representación permite entender e interpretar fácilmente los resultados obtenidos con el fin de que el diseñador pueda tomar decisiones de una manera eficiente.

Todos los componentes térmicos del modelo de Motor-CAD se calculan automáticamente a partir de las dimensiones geométricas, las propiedades de los materiales y los tipos de refrigeración seleccionados, para esto Motor-CAD incluye una amplia variedad de tipos de motores, carcasas, métodos de refrigeración, y paquetes de datos con las características térmicas y de conductividad de cada material.

5.2.1 Simulación de motor impulsor en Motor-CAD

Para la simulación del motor de la bomba centrífuga Pedrollo CP158, se escogió el tipo de motor IM que para efectos de Motor-CAD corresponde a una máquina de inducción trifásica a la cual se le deben ingresar los siguientes datos:

- Dimensiones radiales y axiales de las partes que constituyen el motor (**tabla 4-5 y tabla 4-6**).
- Datos correspondientes a las características del bobinado del motor (**tabla 4-7**).
- Datos de entrada correspondiente a las pérdidas del motor y a la velocidad a la que está trabajando (**tabla 5-2**). Todo esto para la obtención del comportamiento térmico del motor ante las variaciones que estos datos presentan.

5.2.2 Resultados de la simulación de motor impulsor en Motor-CAD

Consideraciones:

- La simulación en 3-D y 2-D de Motor-CAD presenta un registro de colores para cada componente del motor, los cuales se mantendrán para todos los análisis de simulación realizados. Estos registros se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 5-3 Partes del motor y sus respectivos colores asignados para la simulación de Motor-CAD.

Parte del motor	Color
Carcasa	Azul
Tapas delantera y trasera	Beige
Estator	Rojo
Rotor	Celeste
Bobinas, barras y anillos de corto circuito	Amarillo
Eje	Gris
Rodamientos	Gris claro

- Los datos obtenidos corresponden a una simulación donde la temperatura ambiente se asume es de 40 °C, esto debido a que es donde el motor presenta su comportamiento térmico en condiciones extremas.

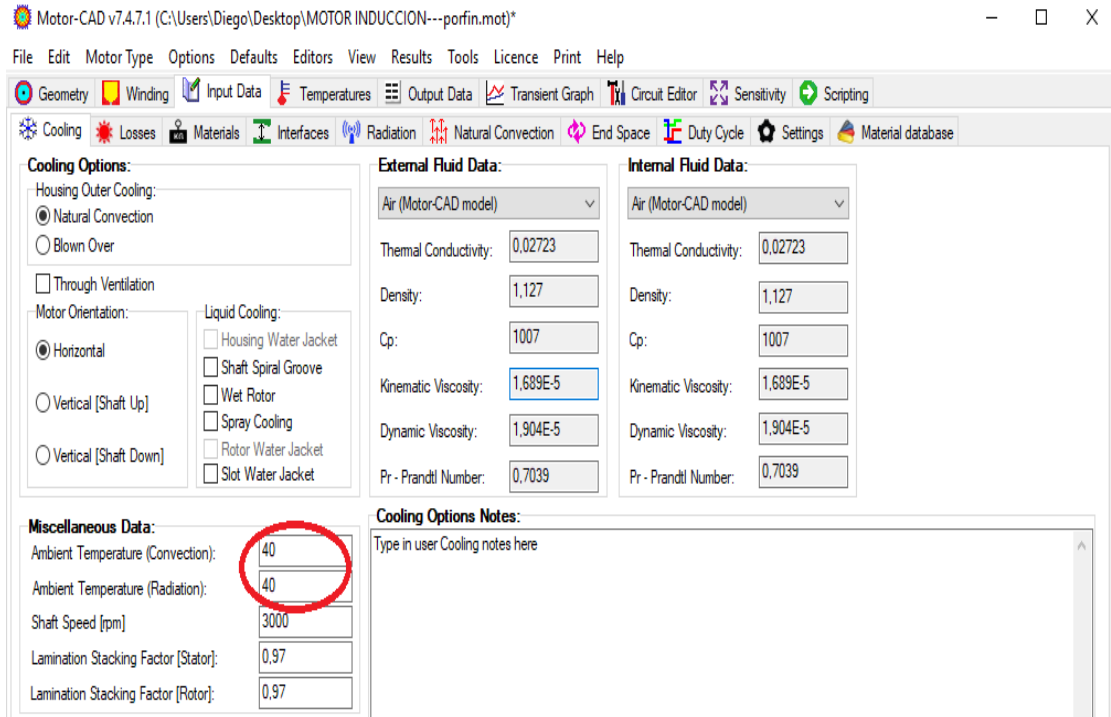


Figura 5-3 Simulación Motor-CAD a 40°C

- Los datos de importancia que se obtendrán de las simulaciones de Motor-CAD, corresponden al perfil de temperaturas radial y axial de motor de inducción. Además de un perfil térmico de elementos finitos a una sección del estator, los cuales entregarán la distribución de temperaturas que presenta la máquina.
- Los perfiles térmicos que se muestran en los resultados, corresponden al estado térmico estacionario para el motor de inducción.
- El perfil térmico por el método de elementos finitos realizados a una sección del estator, muestran la distribución de temperaturas que la sección presenta, indicando el punto más caliente y más frío que se encuentra en el estator - todo esto en un estado térmico estacionario -.

Los Resultados obtenidos son:

1_Análisis térmico para el motor de la bomba centrífuga funcionando a una frecuencia de 20 [Hz]:

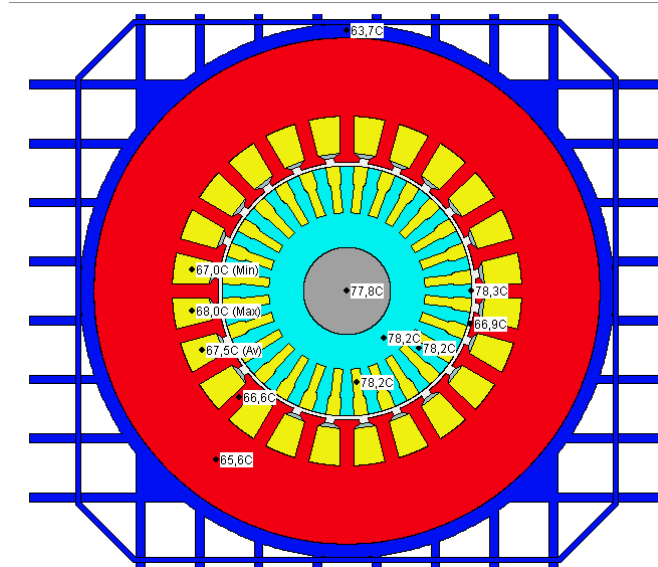


Figura 5-4 Perfil térmico radial.

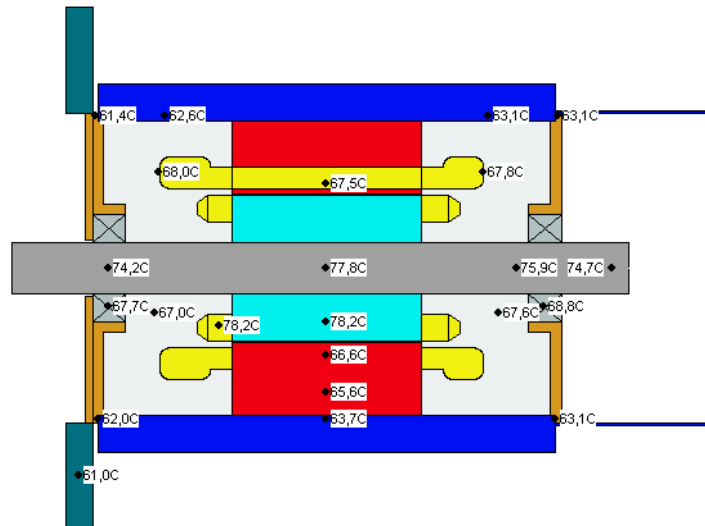


Figura 5-5 Perfil térmico axial.

Distribución de temperaturas en la sección del motor correspondiente al estator, mostrando temperaturas en ranura (lugar donde se alojan las bobinas) para su estado térmico estacionario:

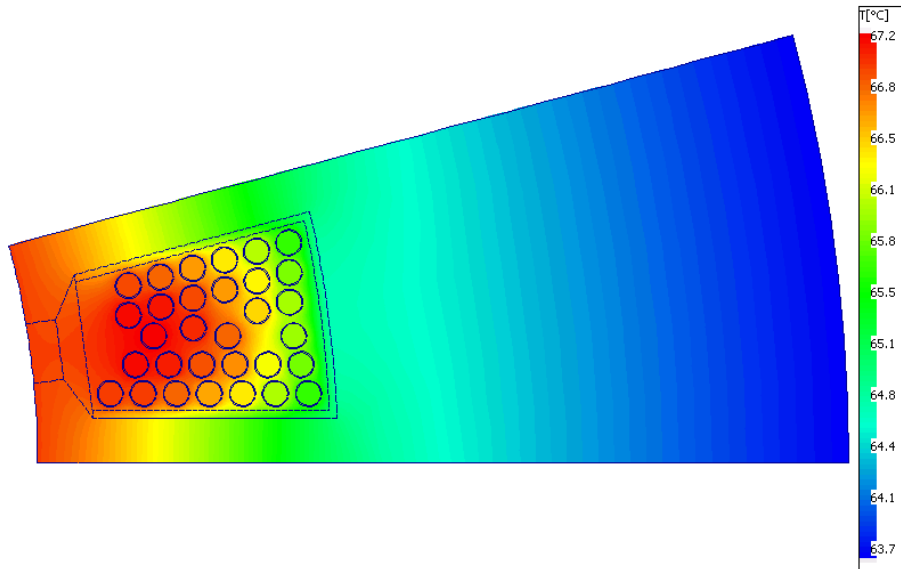


Figura 5-6 Sección del estator del motor.

2_ Análisis térmico para el motor de la bomba centrífuga funcionando a una frecuencia de 30 [Hz]:

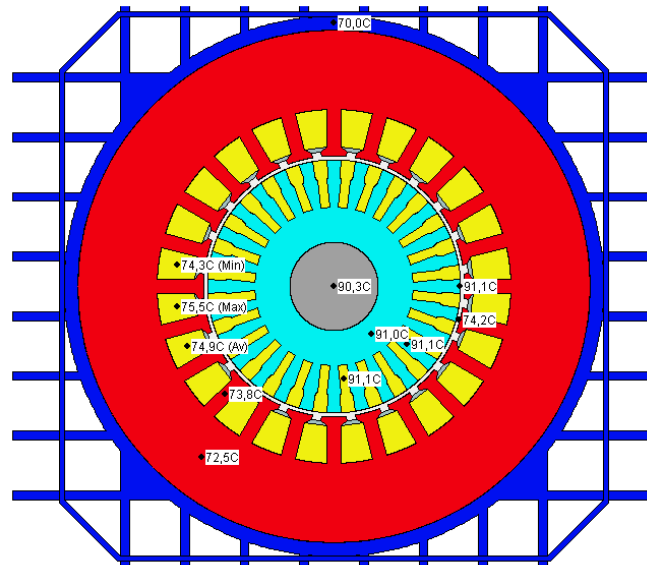


Figura 5-7 Perfil térmico radial.

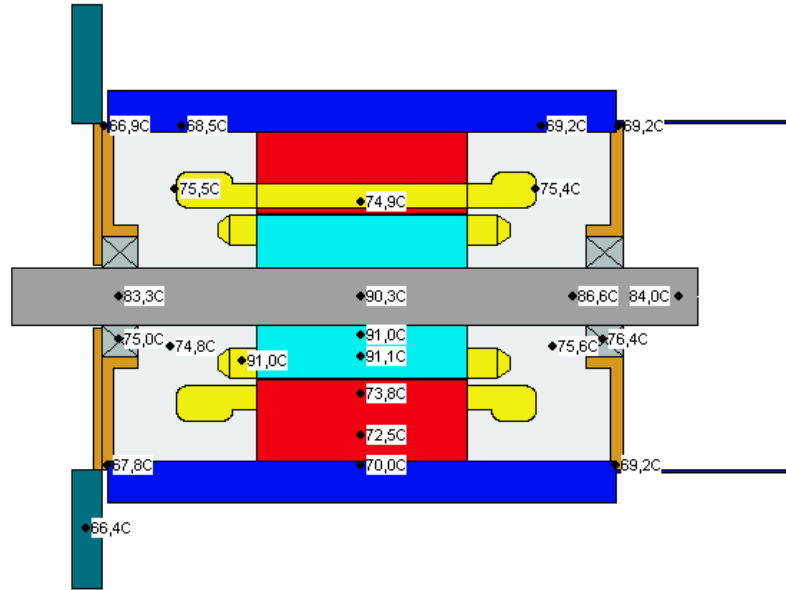


Figura 5-8 Perfil térmico axial.

Distribución de temperaturas en la sección del motor correspondiente al estator, mostrando temperaturas en ranura (lugar donde se alojan las bobinas) para su estado térmico estacionario:

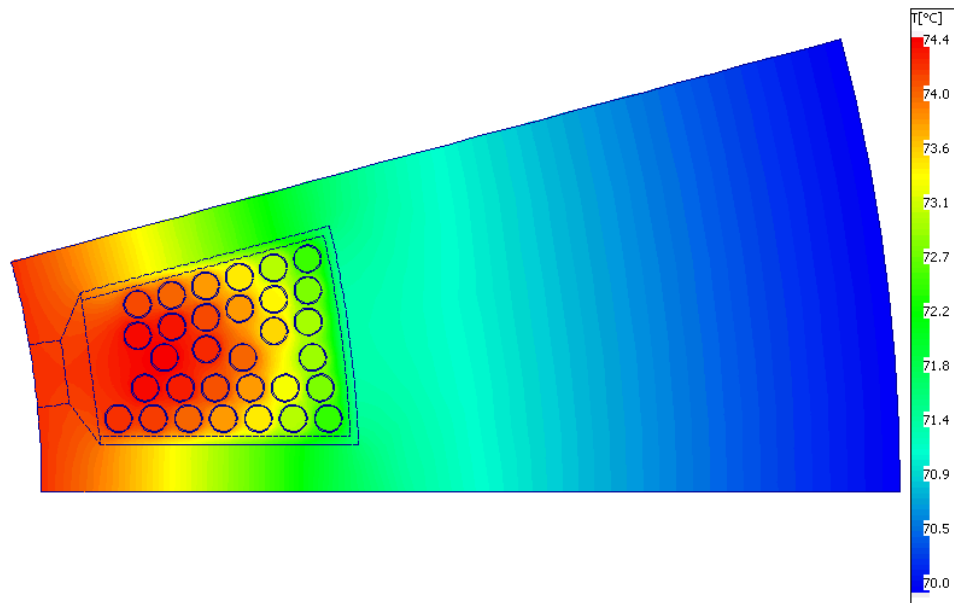


Figura 5-9 Sección del estator del motor.

3_ Análisis térmico para el motor de la bomba centrífuga funcionando a una frecuencia de 40 [Hz]:

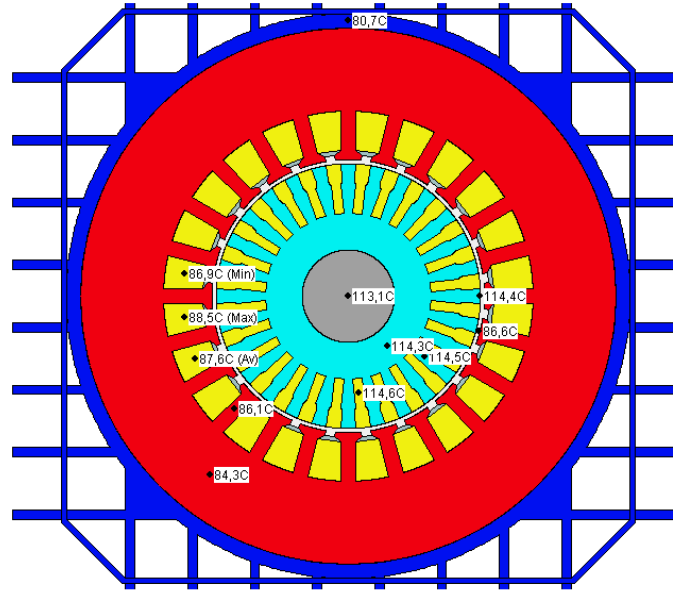


Figura 5-10 Perfil térmico radial.

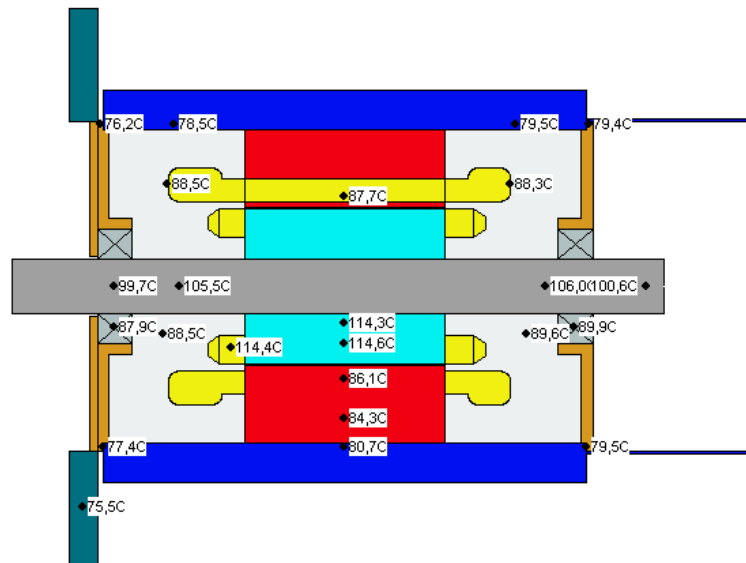


Figura 5-11 Perfil térmico axial.

Distribución de temperaturas en la sección del motor correspondiente al estator, mostrando temperaturas en ranura (lugar donde se alojan las bobinas) para su estado térmico estacionario:

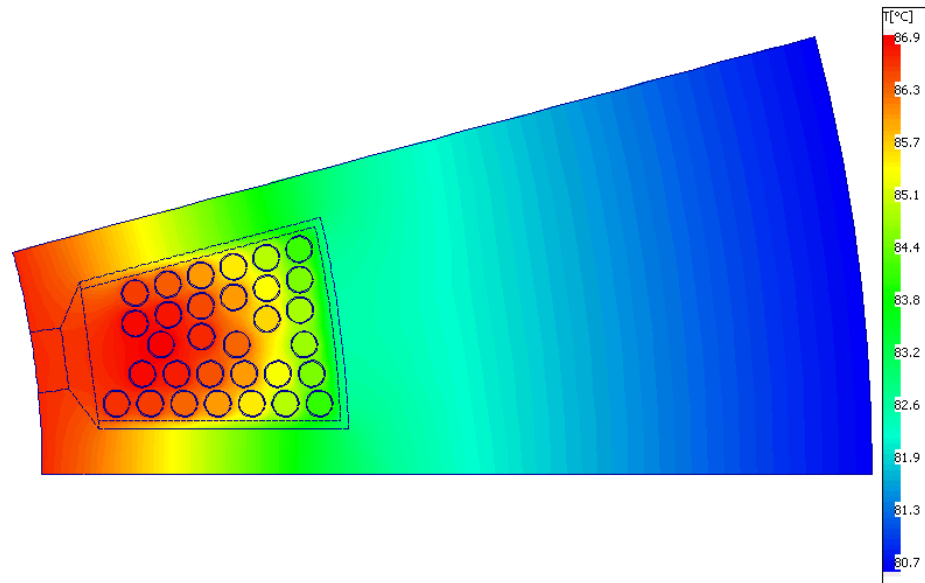


Figura 5-12 Sección del estator del motor.

4_ Análisis térmico para el motor de la bomba centrífuga funcionando a una frecuencia de 50 [Hz]:

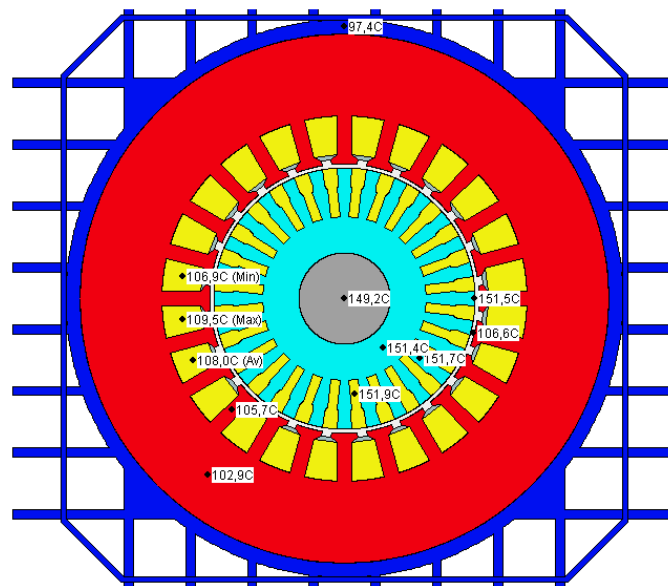


Figura 5-13 Perfil térmico radial.

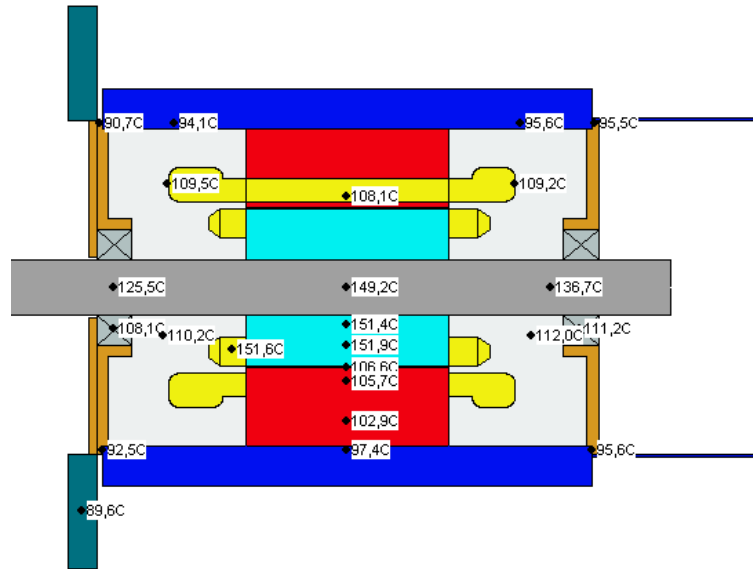


Figura 5-14 Perfil térmico axial.

Distribución de temperaturas en la sección del motor correspondiente al estator, mostrando temperaturas en ranura (lugar donde se alojan las bobinas) para su estado térmico estacionario:

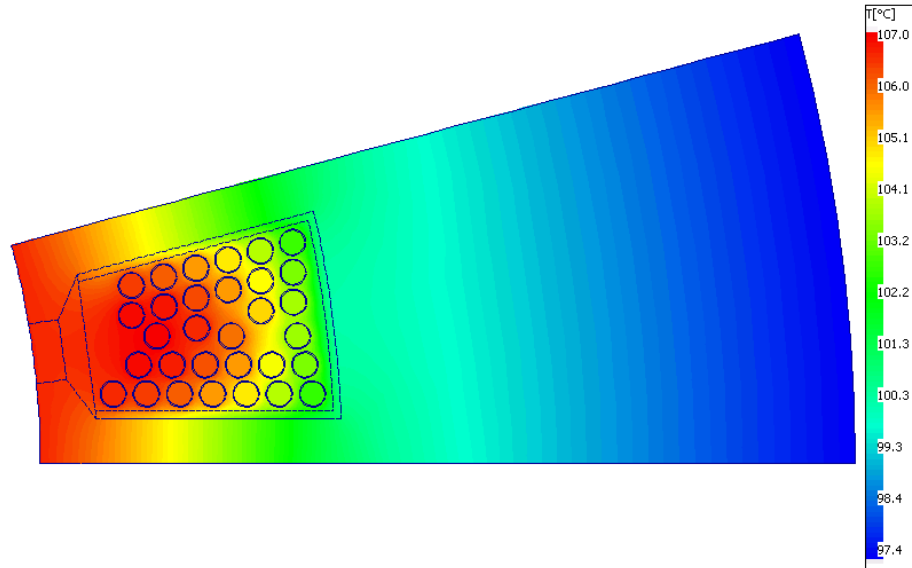


Figura 5-15 Sección del estator del motor.

5_ Análisis térmico para el motor de la bomba centrífuga funcionando a una frecuencia de 55 [Hz]:

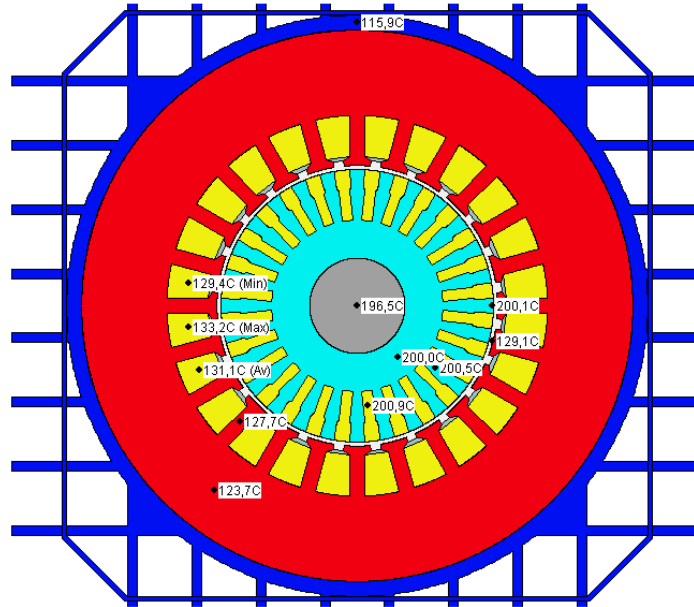


Figura 5-16 Perfil térmico radial.

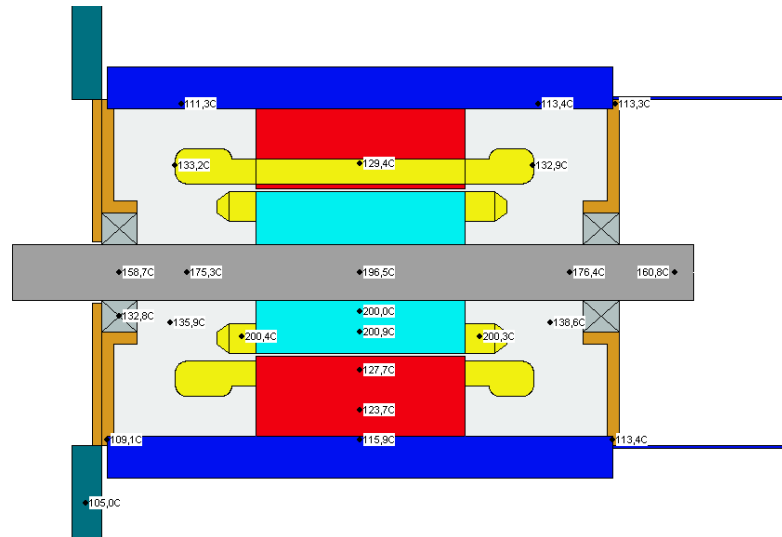


Figura 5-17 Perfil térmico axial.

Distribución de temperaturas en la sección del motor correspondiente al estator, mostrando temperaturas en ranura (lugar donde se alojan las bobinas) para su estado térmico estacionario:

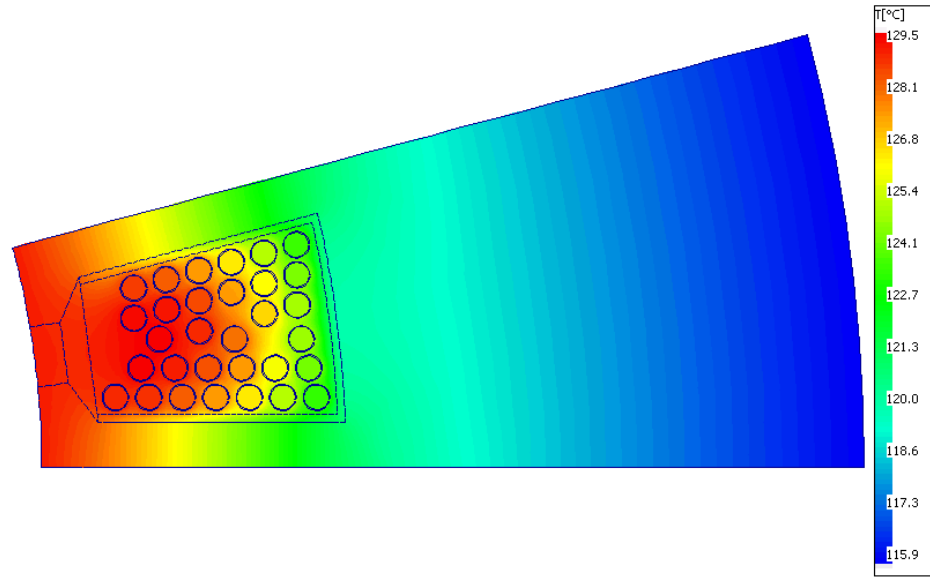


Figura 5-18 Sección del estator del motor.

6_ Análisis térmico para el motor de la bomba centrífuga funcionando a una frecuencia de 60 [Hz]:

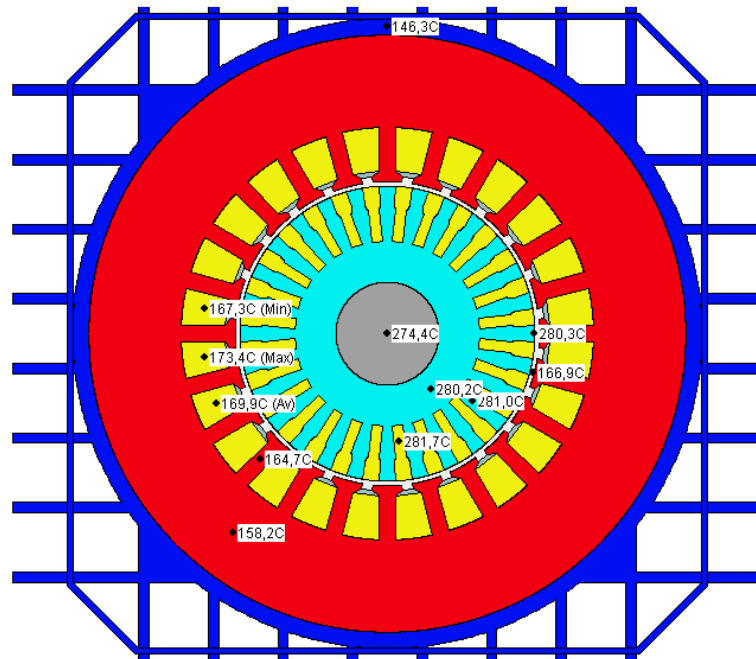


Figura 5-19 Perfil térmico radial.

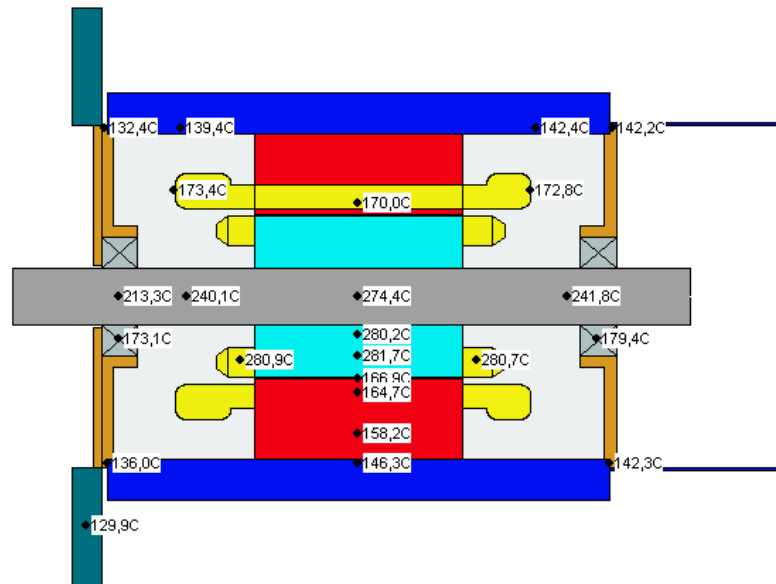


Figura 5-20 Perfil térmico axial.

Distribución de temperaturas en la sección del motor correspondiente al estator, mostrando temperaturas en ranura (lugar donde se alojan las bobinas) para su estado térmico estacionario:

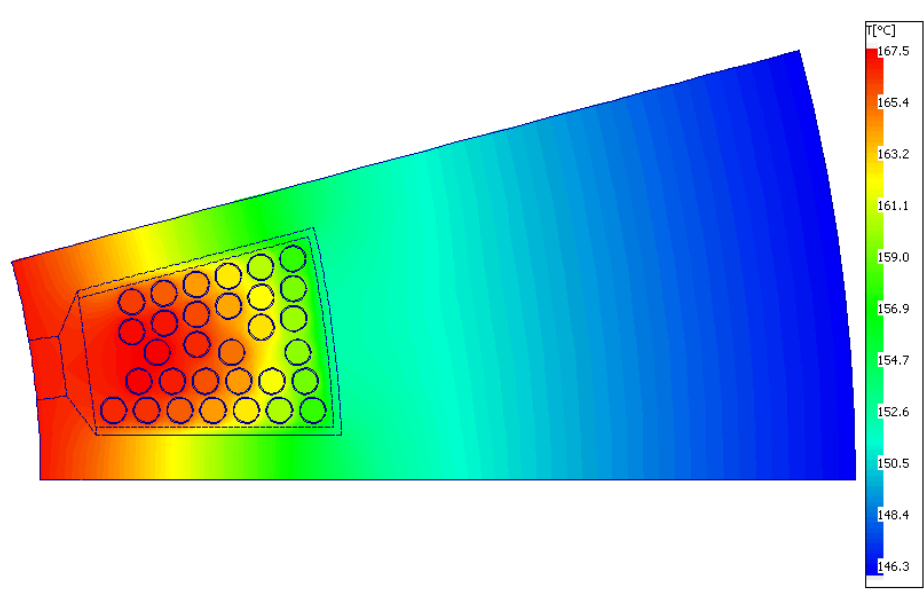


Figura 5-21 Sección del estator del motor.

5.2.3 Conclusiones de los resultados obtenidos en Motor-CAD

En relación a los perfiles térmicos, se expresa evidentemente que el motor de una bomba centrífuga tiene un incremento de temperatura respecto al aumento de la frecuencia al que opera, notándose que este crecimiento de la temperatura supera 100°C para valores de frecuencia mayores o igual a la nominal. Con lo anterior se puede comprobar que el motor operando a valores de frecuencia altos tendrá un comportamiento térmico que podría causar daños considerables a su estructura.

En virtud a los datos obtenidos en las simulaciones, se precisan los puntos más calientes en el motor. Determinando el punto de mayor efecto térmico en las bobinas, además, al tomar en cuenta la temperatura de la carcasa, se obtiene la tabla 5-4.

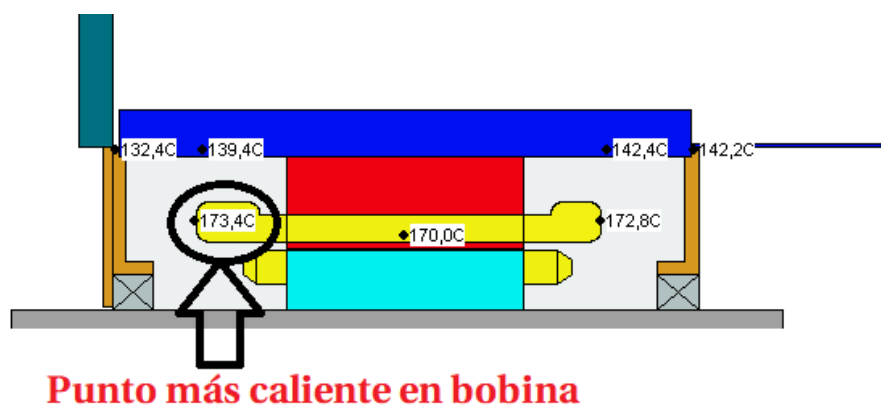


Figura 5-22 Punto más caliente en las bobinas del estator.

Tabla 5-4 Temperaturas carcasa y puntos más calientes en bobinas del motor a distintas frecuencias.

Frecuencia de operación del motor	Temperatura de la Carcasa [°C]	Punto más caliente bobinas [°C]
20 [Hz]	63,7	68
30 [Hz]	70	75,5
40 [Hz]	80,7	88,5
50 [Hz]	97,4	109,5
55 [Hz]	115,9	1133,4
60 [Hz]	146,3	173,4

De la tabla 5-4 se puede obtener el siguiente gráfico:

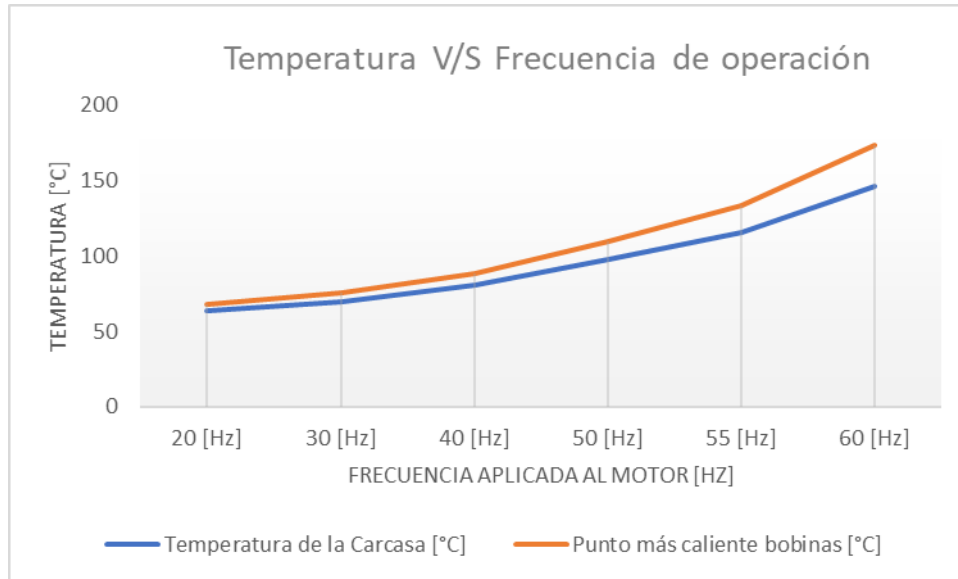


Figura 5-23 Gráfico de temperaturas a distintas frecuencias de operación.

Del gráfico de la figura 5-23 se pueden obtener las siguientes observaciones:

- Para frecuencias mayores a la nominal (50 [Hz]) el aumento de temperatura en las bobinas es notable, alcanzando para una frecuencia de 60 [Hz] un valor superior a los 160°C.
- En cuanto a la carcasa, se puede observar que sobre los valores nominales el motor en su punto exterior alcanza un valor de temperatura sobre los 140°C, lo que podría ser un riesgo para el operador de la máquina, esto debido a que el contacto físico con está puede provocar quemaduras.

6 Ensayos reales a la bomba centrífuga Pedrollo CP158

Este apartado del documento tiene como finalidad mostrar los pasos y resultados de las mediciones térmicas obtenidas en la bomba centrífuga Pedrollo CP158, con el propósito de verificar el comportamiento térmico real que presenta el motor impulsor. Además de obtener el comportamiento térmico de disminución de temperatura en el motor de la bomba, cuando este se deja de operar.

También se realizó un ensayo de caudal para determinar la frecuencia útil máxima de operación de la bomba centrífuga.

Es importante mencionar que todas las mediciones se obtuvieron mediante ensayos realizados en laboratorio.

6.1 Ensayos térmicos a la bomba centrífuga

Se realizó ensayos a diferentes frecuencias de operación para observar el comportamiento térmico transitorio y estacionario que presenta el motor impulsor de la bomba centrífuga. Además, se observará cómo se comporta el motor al momento de enfriarse debido a su no operación después de un tiempo de operación prolongado.

6.1.1 Instrumentación: materiales y elementos de medición

- **Termocupla:** La termocupla es un sensor de temperatura, está se compone de dos alambres de distinto material unidos en un extremo (soldados generalmente). Al aplicar temperatura en la unión de los metales se genera un voltaje muy pequeño del orden de los milivolts, el cual aumenta con la temperatura. Este efecto de conversión de una diferencia de temperatura (ΔT) a un voltaje (ΔV) es el que se utiliza como principio en las mediciones de las termocuplas.

La termocupla a utilizar en el experimento es "tipo J", la cual está hecha con un alambre de hierro y otro de constantán (aleación de cobre y nickel) y logra medir un rango de temperaturas desde los 0°C hasta los 750°C, lo que en milivolts se traduce a un rango desde 0 milivotts hasta 42.2 milivolts. [13]



Figura 6-1 Termocupla tipo J.

- **Silicona roja altas temperaturas:** Adhesivo/sellador en pasta, provee un sello de goma-silicona fuerte, flexible, a prueba de agua, y altas temperaturas (hasta + 343°C). Resiste el envejecimiento, intemperie y altos ciclos térmicos sin endurecerse, encogerse o agrietarse. La silicona Roja # 650, fue creada para motores de altas revoluciones y funcionamiento bajo altas temperaturas.
- **Cronómetro:** función de reloj que sirve para medir fracciones de tiempo, normalmente cortos y con exactitud. Será de gran utilidad para medir el tiempo que tarda cada ensayo.
- **Multitester:** Es un aparato eléctrico y portátil usado para medir magnitudes eléctricas activas: corrientes y potenciales (tensiones), o magnitudes eléctricas pasivas: resistencias, capacidades y otras. El manejo del multímetro también suele incluir otras funciones adicionales. Una de ellas corresponde a la medición de temperaturas, para la cual solo basta con conectar una termocupla y realizar las mediciones.

El multímetro que se utilizará para para la realización de las mediciones, corresponde al modelo M890G.



Figura 6-2 Multímetro digital M890G

6.1.2 Ensayo realizado

El ensayo realizado consiste en obtener mediante el uso de una termocupla y un multímetro, las variaciones que presenta la temperatura en las ranuras del motor impulsor (puesto que es el lugar donde se fijó la termocupla). Temperatura que es consecuencia directa de la frecuencia a la que el motor esté operando. [16]

Cada prueba se hizo con el motor a temperatura ambiente y se realizó un servicio tipo S1, en el cual la máquina funciona con carga constante durante un tiempo suficientemente largo como para alcanzar el equilibrio térmico.

Para la obtención de resultados se hicieron tres ensayos a la bomba centrífuga, cada uno operando a una frecuencia distinta.

Debido a que el interés de este proyecto se enfoca en la máquina trabajando a valores sobre los nominales que corresponden a los valores en los que el motor puede sufrir daños, y además teniendo en cuenta que el comportamiento térmico del motor para cualquier frecuencia aplicada llega al estado térmico estacionario aproximadamente en la misma cantidad de tiempo, se decidió analizar el motor para las siguientes frecuencias:

- 50HZ frecuencia nominal del motor, frecuencia que es de interés para obtener el tiempo en que se llega al estado térmico estacionario y el valor térmico al cual el motor no presenta daños.
- 30HZ frecuencia bajo el valor nominal, frecuencia que es de interés para corroborar el tiempo al que el motor llega al estado térmico estacionario.
- 60HZ frecuencia sobre el valor nominal, frecuencia que es de interés para obtener el comportamiento térmico del motor para valores que podrían ocasionar daños.

Los ensayos realizados se lograron tomando las mediciones de temperaturas por cada 30 segundos transcurridos, esto hasta llegar a los 12 minutos. Una vez transcurridos 12 minutos se procedió a tomar mediciones por cada 5 minutos transcurridos hasta que la máquina llegue a su estado térmico estacionario.

Ya que el ensayo es en un motor real, se obtuvo la medición a 60HZ hasta llegar a una temperatura que no provoque daños al motor, por lo que basándose en los datos obtenidos en las frecuencias de 50HZ y 30HZ se logró obtener una ecuación aproximada sobre el motor operando a 60HZ para el resto de su ciclo de tiempo.

También se agregó un ensayo para medir la disminución de temperatura que presenta el motor impulsor al dejar de alimentarlo después de haber llegado a su comportamiento térmico estacionario a los 50 Hz. Esto con el fin de obtener una ecuación que represente el enfriamiento del motor.

6.1.3 Descripción de la instalación experimental

La infraestructura del área experimental está constituida por una instalación clásica de bombeo, que se esquematiza en la figura 6-3:

Depósito acumulador: Se encuentra en la parte más baja del sistema de bombeo, constituye el único depósito de líquido de la instalación, está conformado de plástico y tiene una capacidad máxima de app. $0,12759m^3$.

Tubería de aspiración: Tubo de policloruro de vinilo (pvc) de 35 mm de diámetro exterior, dispone de su extremo inicial dentro del depósito acumulador y tiene una longitud total de 1,1 metros hasta llegar a la bomba centrífuga.

Bomba: De la marca "Pedrollo". Modelo CP 158 con una potencia de 0,75KW y 1HP. Es capaz de impulsar 90 litros/minuto a una altura geométrica de 25 metros. Está situada a 0,73 metros por sobre la parte más baja del sistema de bombeo.

Tubería de impulsión: Tubería de cobre de 24,83 mm de diámetro exterior, su extremo inicial se encuentra en la parte superior de la bomba centrífuga, tiene una longitud total de 2,42 metros desembocando en el depósito acumulador.

Estructura de soporte: Estructura metálica que sirve de soporte para todo el sistema de bombeo del área experimental.

El esquema del área experimental mostrada en la figura 6-3 presenta sus mediciones en metros y hace referencia al área utilizada en los tres ensayos realizados y expuestos en el desarrollo del informe.

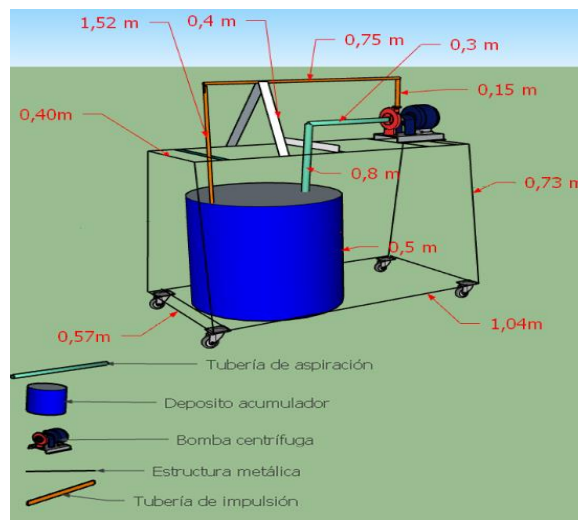


Figura 6-3 Esquema instalación experimental.

6.1.4 Resultados de los ensayos

El calor producido por las pérdidas de una máquina eléctrica en funcionamiento provoca una elevación de su temperatura, al incrementar la cantidad de calor aumenta la temperatura evacuada al exterior a través de su superficie. Al final la temperatura de la máquina aumenta hasta que alcanza un equilibrio térmico en el que se genera tanto calor debido a las pérdidas como el que se disipa a través de la superficie externa y, entonces, la temperatura se mantiene constante.

En la práctica, según la norma IEC 60034-1 se considera que una máquina eléctrica ha alcanzado el equilibrio térmico cuando la temperatura no varía más de 2 grados Kelvin por hora. Basado en esta norma, los ensayos realizados se ejecutaron buscando el equilibrio térmico que la máquina presenta a diferentes frecuencias. [11]

Ensayo a 50 Hz

El primer ensayo que se realizó es para el motor operando a una frecuencia de 50 Hz, esto debido a la importancia que tiene la obtención de los datos operando a valores nominales.

Para la obtención de los datos, la temperatura ambiente a la que se encuentra el área experimental es de 17°C, valor que se utilizó para la temperatura inicial del motor.

Datos obtenidos: Tabla 6-1 mediciones de temperatura a 50Hz.

Temperatura [°C]	Tiempo en minutos	Temperatura [°C]	Tiempo en minutos	Temperatura [°C]	Tiempo en minutos
17	0,5	63	8,5	95	57
24	1	64	9	95	62
29	1,5	65	9,5	96	67
34	2	66	10	96	72
38	2,5	69	10,5	96	77
41	3	70	11	96	82
43	3,5	71	11,5	96	87
46	4	72	12	96	92
48	4,5	77	17	96	97
50	5	84	22	96	102
52	5,5	88	27	96	107
54	6	90	32	96	112
56	6,5	92	37	96	117
58	7	94	42	96	122
60	7,5	94	47		
61	8	95	52		

En la figura 6-4, la tabla 6-1 se muestra gráficamente, obteniendo visualmente el comportamiento térmico que presenta el motor de la bomba centrífuga en el transcurso del tiempo.

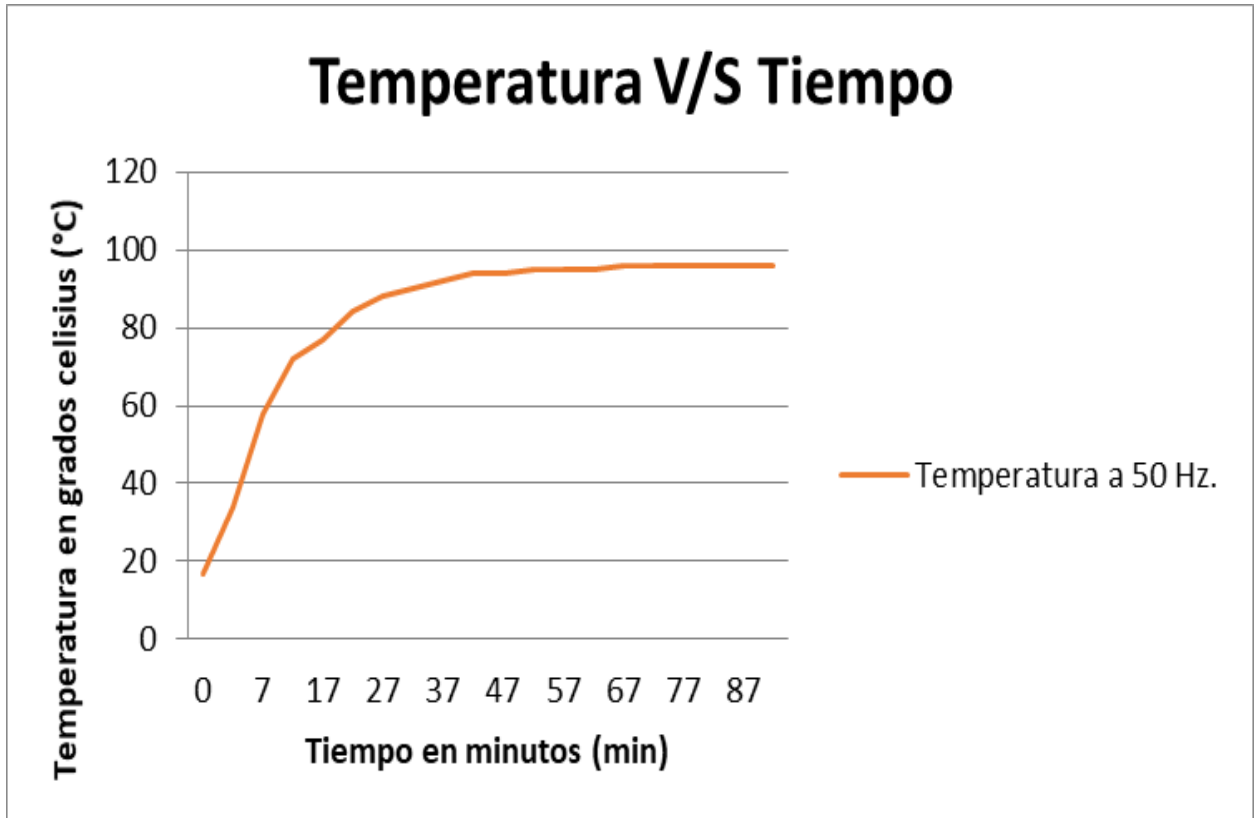


Figura 6-4 Curva de temperatura para motor a 50Hz.

De la figura 6-4 se obtienen las siguientes conclusiones:

- El motor operando a 50 Hz llega a su estado térmico estacionario a los 67 minutos de operación continua, alcanzando a ese tiempo una temperatura de 96°C.
- Debido a que a los 50Hz el motor opera a sus valores nominales, con este ensayo se logró obtener el aumento nominal de temperatura en relación a la temperatura ambiente a la que se realizó el ensayo, este aumento nominal es de 79°C.

Ensayo a 30 Hz

El objetivo de este ensayo es corroborar el tiempo en el que el motor llega a su estado térmico estacionario.

Para la obtención de los datos, la temperatura ambiente a la que se encuentra el área experimental es de 19°C, valor que se utilizó para la temperatura inicial del motor.

Datos obtenidos:

Tabla 6-2 mediciones de temperatura a 30Hz.

Temperatura [°C]	Tiempo en minutos	Temperatura [°C]	Tiempo en minutos
19	0,5	43	12
21	1	46	17
24	1,5	48	22
27	2	50	27
28	2,5	51	32
30	3	52	37
31	3,5	53	42
32	4	53	47
33	4,5	53	52
34	5	54	57
35	5,5	54	62
36	6	54	67
37	6,5	54	72
38	7	54	77
38	7,5	54	82
39	8	54	87
40	8,5	54	92
40	9	54	97
41	9,5	54	102
41	10	54	107
42	10,5	54	112
42	11	54	117
43	11,5	54	122

En la figura 6-5, la tabla 6-2 se muestra gráficamente, obteniendo visualmente el comportamiento térmico que presenta el motor de la bomba centrífuga en el transcurso del tiempo.

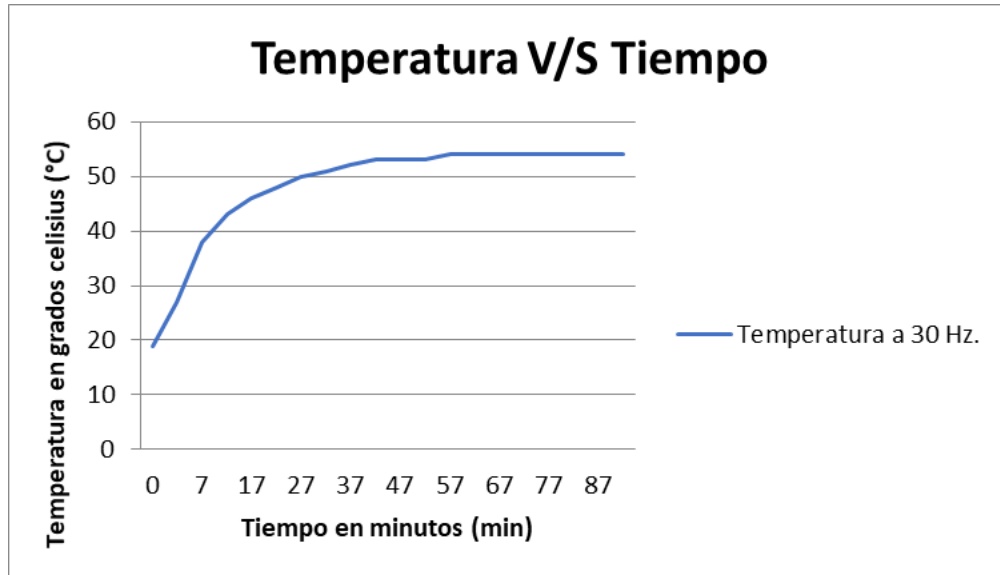


Figura 6-5 Curva de temperatura para motor a 30Hz.

De la figura 6-5 se obtiene la siguiente conclusión:

- El motor operando a 30 Hz llega a su estado térmico estacionario a los 57 minutos de operación continua, alcanzando a ese tiempo una temperatura de 54°C.

Conclusiones de los ensayos a 50 y 30 Hz

Los ensayos a 50 y 30 Hz se realizaron con el objetivo de obtener los siguientes datos de importancia:

- Temperatura máxima a la que el motor no está propenso a presentar daños.
- Tiempo que demora el motor en llegar al estado térmico estacionario.
- Ecuación para la obtención de curvas a valores mayores que los nominales.
- **Temperatura máxima a la que el motor no está propenso a presentar daños:**
En un principio se puede aumentar la potencia que suministra una máquina eléctrica y consecuentemente, las pérdidas que se producen en ella. Esto mientras que la temperatura que se alcance no deteriore los materiales con los que está construida (normalmente los elementos más sensibles a la temperatura son los materiales aislantes).

Por lo tanto, la potencia máxima que puede dar una máquina está limitada por la máxima temperatura admisible que puede soportar.

La potencia nominal es la máxima potencia que puede suministrar la máquina sin que sufra temperaturas peligrosas para su integridad, dicha potencia está definida en la norma IEC 60034-1 y corresponde a la máxima potencia a la que el fabricante de la máquina garantiza que cuando se encuentra a una altitud sobre el nivel de mar inferior a 1000 metros y la temperatura ambiente no supera los 40°C , no da lugar a calentamientos peligrosos para un servicio dado

Por lo tanto, de la figura 6-4 se puede obtener la temperatura que la máquina estudiada en laboratorio puede alcanzar sin provocar daños a su estructura, la cual corresponde al aumento nominal de temperatura más los 40°C correspondientes a la temperatura ambiente nominal del motor, con lo cual se obtiene $79^{\circ}\text{C} + 40^{\circ}\text{C} = 119^{\circ}\text{C}$ siendo este valor el máximo admitido para el motor operando a sus valores nominales (50Hz)

- **Tiempo que demora el motor en llegar al estado térmico estacionario**

Evidentemente el proceso de calentamiento lleva un tiempo desde que comienza hasta que alcanza el equilibrio térmico. Dado que en primera aproximación una máquina eléctrica desde un punto de vista térmico se la puede considerar como un cuerpo homogéneo, para la evolución temporal de la temperatura hasta conseguir alcanzar el equilibrio térmico se puede aceptar que sigue una ley exponencial, con una constante de tiempo T_c , tal como se muestra en la figura 6-6

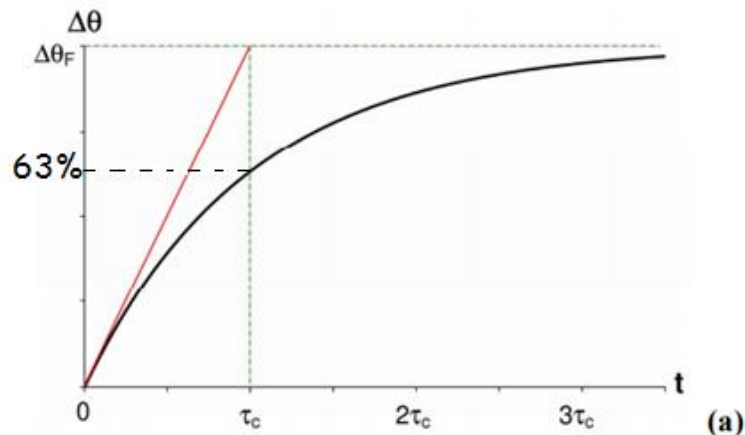


Figura 6-6 Relación de temperatura con la ley exponencial.

Se puede observar de la figura 6-4 y la figura 6-5, que el comportamiento de las curvas de temperaturas se aproxima al comportamiento de una ecuación exponencial, además, para ambos ensayos realizados (30Hz y 50Hz) el tiempo que demora la curva en llegar a

su estado térmico estacionario se encuentra en un promedio aproximadamente de 60 minutos de trabajo continuo. [9]

Debido a que el tiempo que el motor se demora en llegar a su estado térmico estacionario es el mismo para las distintas frecuencias de trabajo, se puede deducir que para cualquier frecuencia a la que el motor opere, este llegará a su estado térmico estacionario app. a los 60 minutos de trabajo continuo.

- Ecuación para la obtención de curvas a valores mayores que los nominales
El comportamiento de la curva de temperatura v/s tiempo, se aproxima al comportamiento de una ecuación exponencial de la siguiente forma:

$$T_t = T_0 + K_1 * (1 - e^{(-t*K_2)}) \quad (6-1)$$

Donde:

- T_t es la temperatura a un tiempo t .
- T_0 Temperatura inicial o temperatura ambiente.
- K_1, K_2 constantes.

Por lo tanto, para la obtención de la curva se deben encontrar las constantes K_1 y K_2 , además tener la temperatura inicial a la que se realizó el experimento.

Para la obtención de la constante de tiempo T_c se analizó la curva exponencial mostrada en la figura 6-6, donde el valor de su primera constante de tiempo corresponde al 63% de la temperatura final.

Es de importancia tener en cuenta que todas las curvas llegan aproximadamente en la misma cantidad de tiempo a su estado térmico estacionario, por lo que basta con obtener el valor T_c en una curva para determinar que será el mismo valor de tiempo para todas las curvas. Debido a esto se analizó la curva experimental que corresponde a los datos obtenidos para el motor operando a 50 Hz, donde:

- La temperatura final a 50 Hz es de 96°C con una temperatura ambiente de 17°C.
- Tal como se muestra en la curva de la figura 6-6, el 63% corresponde al de la curva en el origen, por lo que se toma como referencia $96^\circ C - 17^\circ C = 79^\circ C$, estos 79°C corresponden al incremento exponencial de temperatura desde el inicio del experimento, donde su 63% son 49°C, este incremento en la tabla de valores se debe considerar con su temperatura inicial quedando $49^\circ C + 17^\circ C = 66^\circ C$, por lo tanto 66°C es la temperatura que tiene la máquina transcurrido un tiempo T_c .
- La constante de tiempo T_c corresponde a 10 minutos, tiempo donde la curva alcanza los 66°C.

Por lo tanto, la primera constante de tiempo es de $T_c = 10$ minutos, tiempo que se podrá utilizar para la obtención de cualquier curva de temperatura.

Ensayo a 60 Hz

En la realización de este ensayo se logró hacer mediciones solo hasta los 10,5 minutos de trabajo continuo, esto con el fin de lograr obtener la ecuación de la curva exponencial y debido a que sobre los 9 minutos transcurridos la curva empieza a mostrar valores de temperaturas elevados.

Para la obtención de los datos, la temperatura ambiente a la que se encuentra el área experimental es de 17°C, valor que se utilizó para la temperatura inicial del motor.

Datos obtenidos:

Tabla 6-3 mediciones de temperatura a 60Hz.

Temperatura	Tiempo en minutos
17	0,5
24	1
32	1,5
39	2
45	2,5
51	3
60	3,5
64	4
68	4,5
72	5
76	5,5
80	6
83	6,5
86	7
89	7,5
91	8
94	8,5
96	9
99	9,5
101	10
103	10,5

- Obtención de la ecuación exponencial a 60Hz.

De los análisis anteriormente mencionados se sabe que $T_c = 10$ minutos. Y corresponde al 63% del incremento de la temperatura, lo cual en la tabla 6-3 equivale a 101°C , además $T_0 = 17^\circ\text{C}$, por lo tanto, de la ecuación 6-1 se pueden obtener las siguientes relaciones:

➤ Cálculo de K_2

$$(1 - e^{(-10 * K_2)}) = 0,63 \quad (6-2)$$

$$K_2 = 0,099425227$$

➤ Cálculo de K_1

$$101 = 17 + K_1 * 0,63 \quad (6-3)$$

$$K_1 = 133,333$$

Luego la ecuación exponencial para la temperatura del motor operando a 60Hz es:

$$T_t = 17 + 133,333 * (1 - e^{(-t * 0,099425227)}) \quad (6-4)$$

La figura 6-7 muestra la curva de temperatura obtenida experimentalmente y la curva de temperatura que entrega la ecuación exponencial, ambas para 60 Hz.

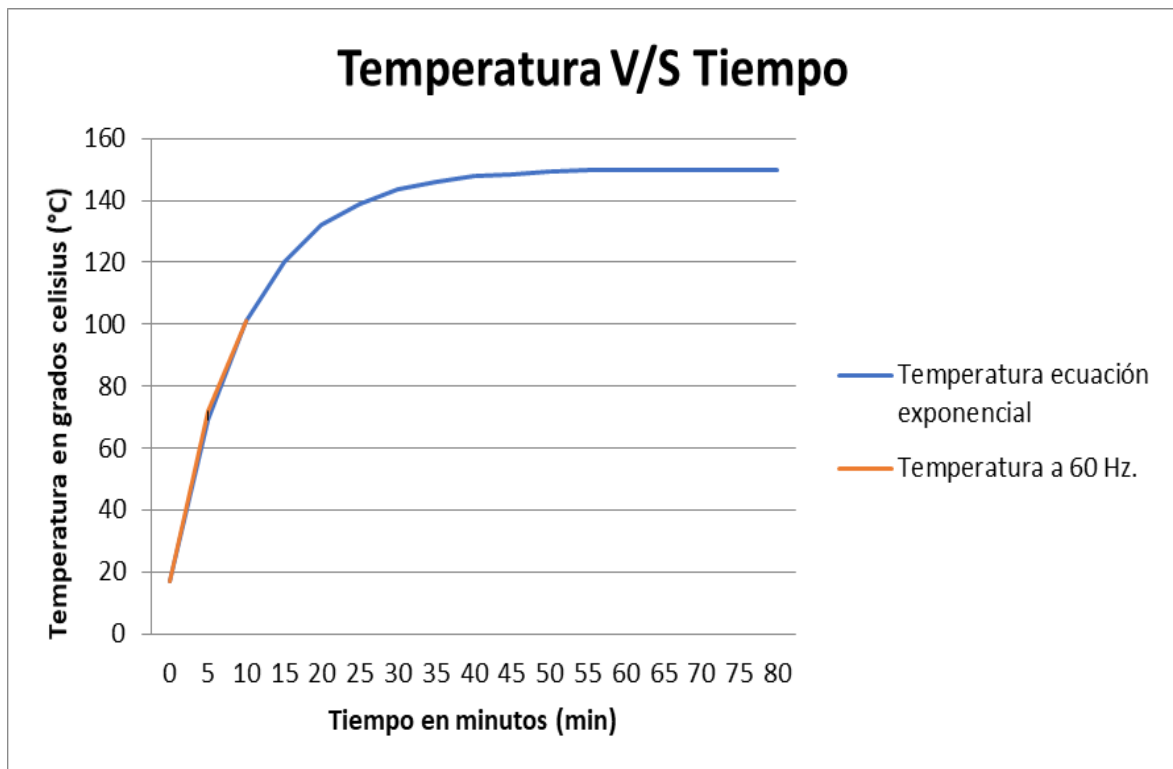


Figura 6-7 curvas de temperatura del motor operando a 60Hz.

De la figura 6-7 se obtienen las siguientes conclusiones:

- La ecuación exponencial obtenida se aproxima bastante a los puntos entregados por el ensayo experimental mostrados en la tabla 6-3.
- El motor operando a 60 Hz llega a su estado térmico estacionario aproximadamente a los 60 minutos de operación continua, alcanzando a ese tiempo una temperatura de 150°C.

Una vez analizados los ensayos se puede comparar los comportamientos que presenta el motor para cada frecuencia, los cuales se muestran en la figura 6-8 que se ve a continuación:

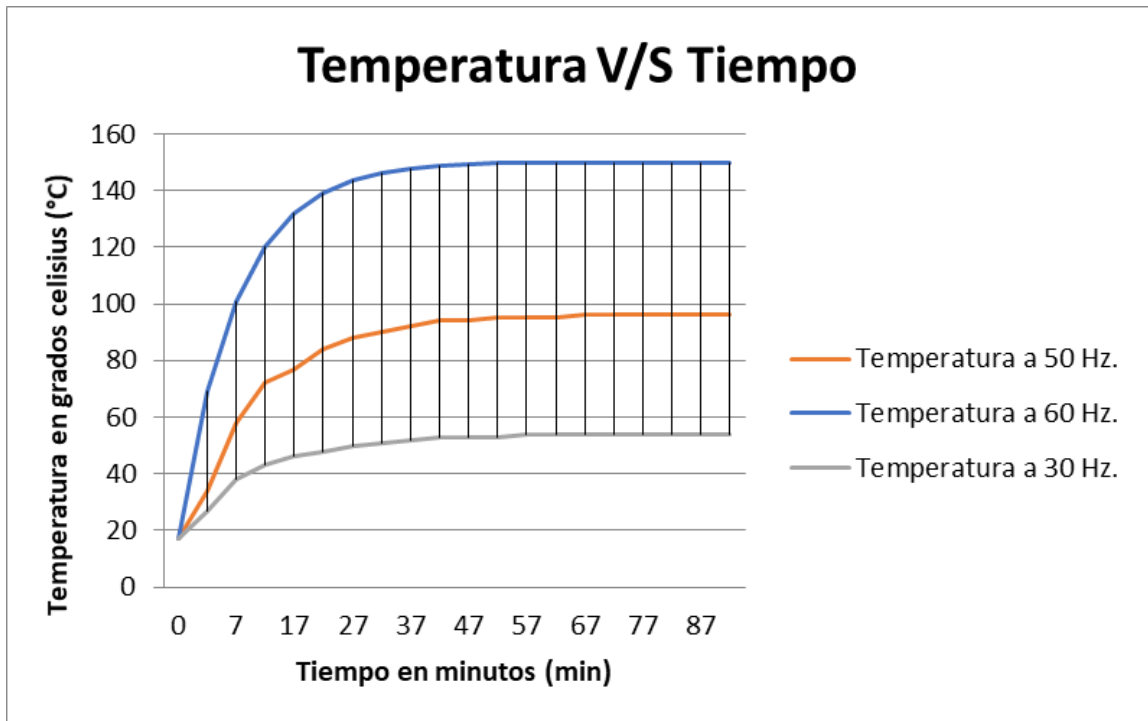


Figura 6-8 Curvas de temperaturas para los 3 ensayos realizados.

De la figura 6-8 se observa las siguientes particularidades:

- Que para las 3 frecuencias en estudio el motor presenta curvas muy similares pero con distintas magnitudes, las cuales confirman que con un aumento de frecuencia, la temperatura aumenta considerablemente comprobando que en un aumento de frecuencia sobre la nominal del 20%, la temperatura aumenta un 56,25%.
- Respecto a la temperatura que el motor de la bomba centrífuga alcanza, al ajustar la simulación Motor-CAD respecto a una temperatura del ensayo, se observa que la temperatura en el punto medido se aproxima bastante a las entregadas por las

simulaciones de "Motor-Cad" mostradas en la figura 6-9, lo que confirma la eficacia que tiene el programa computacional, además de afirmar que puede ser una herramienta potente al momento de buscar resultados sin necesidad de interferir directamente en la máquina.

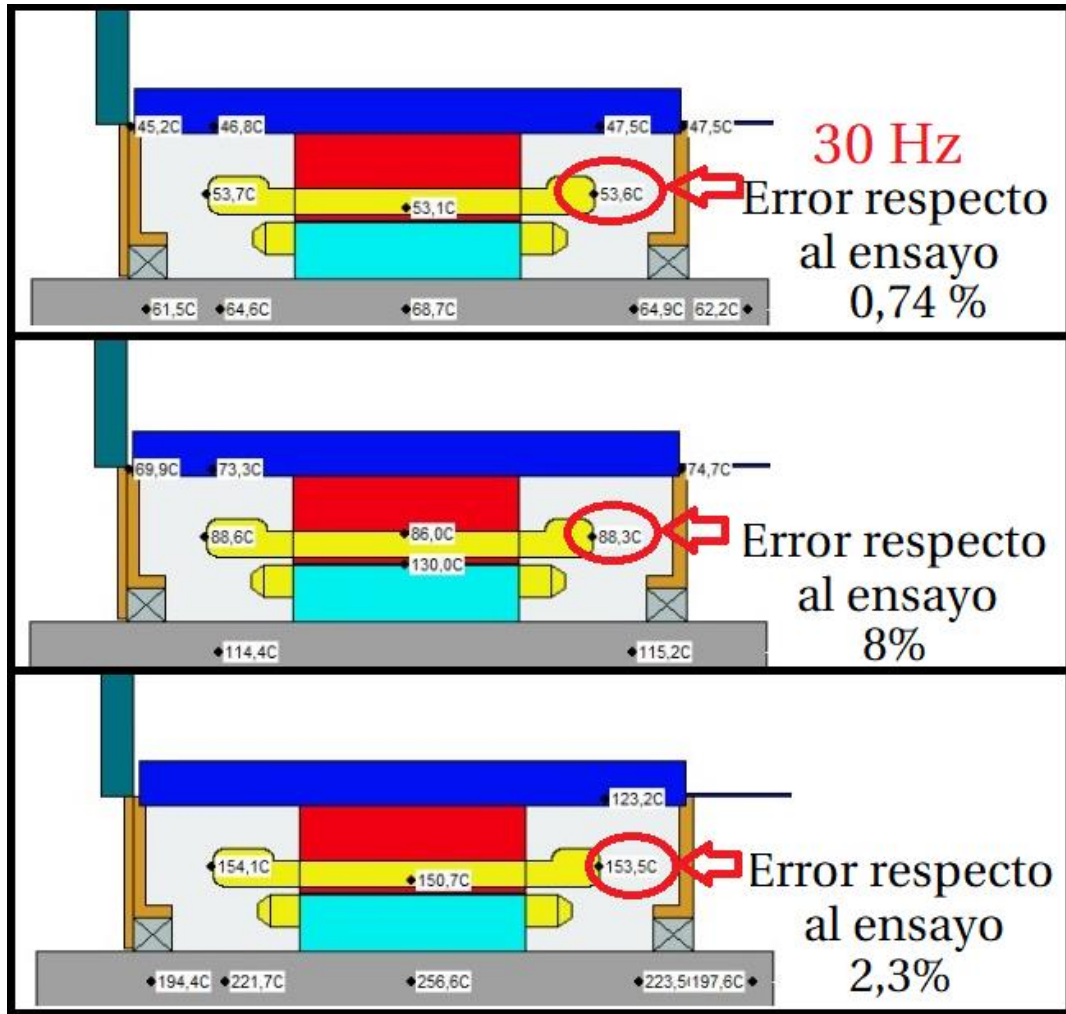


Figura 6-9 Simulaciones Motor-CAD indicando temperaturas donde se ubicó termocupla.

6.1.5 Disminución de temperatura

Se tomó como referencia el motor operando a 50Hz para obtener la curva de disminución de temperatura, donde una vez que el motor llegó a su estado térmico estacionario (96°C), este se dejó de alimentar eléctricamente provocando que el motor se detenga y consecuentemente que la temperatura comience a disminuir. Los datos de esta disminución de temperatura se muestran en la tabla 6-4.

Tabla 6-4 mediciones de disminución de temperatura con el motor detenido.

Temperatura ensayo [°C]	Tiempo en minutos
96	0
92	0,5
87	1
82	1,5
79	2
76	2,5
73	3
72	3,5
65	8,5
60	13,5
55	18,5
50	23,5
47	28,5
42	38,5
37	48,5
34	58,5
29	78,5
25	98,5
22	118,5
19	138,5
17	158,5
17	178,5
17	198,5

La temperatura disminuye exponencialmente con el tiempo hasta que en un intervalo de tiempo grande la temperatura del motor se iguala a la temperatura ambiente T_0 .

Al igual que para el ensayo a 60Hz, se puede obtener una ecuación exponencial que represente la curva de enfriamiento del motor, la cual tendrá la siguiente expresión:

$$T_t = T_a + K_1 * e^{(-t*K_2)} \quad (6-5)$$

Los parámetros de esta curva se pueden obtener al elegir un punto de la curva y verificar el porcentaje de temperatura respecto a la temperatura inicial, además del tiempo en el que el punto se encuentra.

Para este caso se elegirá el punto correspondiente a los 56,5°C donde el tiempo es de 17 minutos y respecto a la temperatura, esta es el 50% de la temperatura sujeta al decrecimiento ($96^{\circ}\text{C} - 17^{\circ}\text{C}$).

Por lo tanto, se obtienen las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} &\text{➤ Cálculo de } K_2 \\ &e^{(-17 * K_2)} = 0,5 \\ &K_2 = 0,0408 \end{aligned} \tag{6-6}$$

$$\begin{aligned} &\text{➤ Cálculo de } K_1 \\ &56,5 = 17 + K_1 * 0,5 \\ &K_1 = 79 \end{aligned} \tag{6-7}$$

Luego la ecuación exponencial para la disminución de la temperatura del motor operando es:

$$T_t = 17 + 79 * e^{(-t * 0,0408)} \tag{6-8}$$

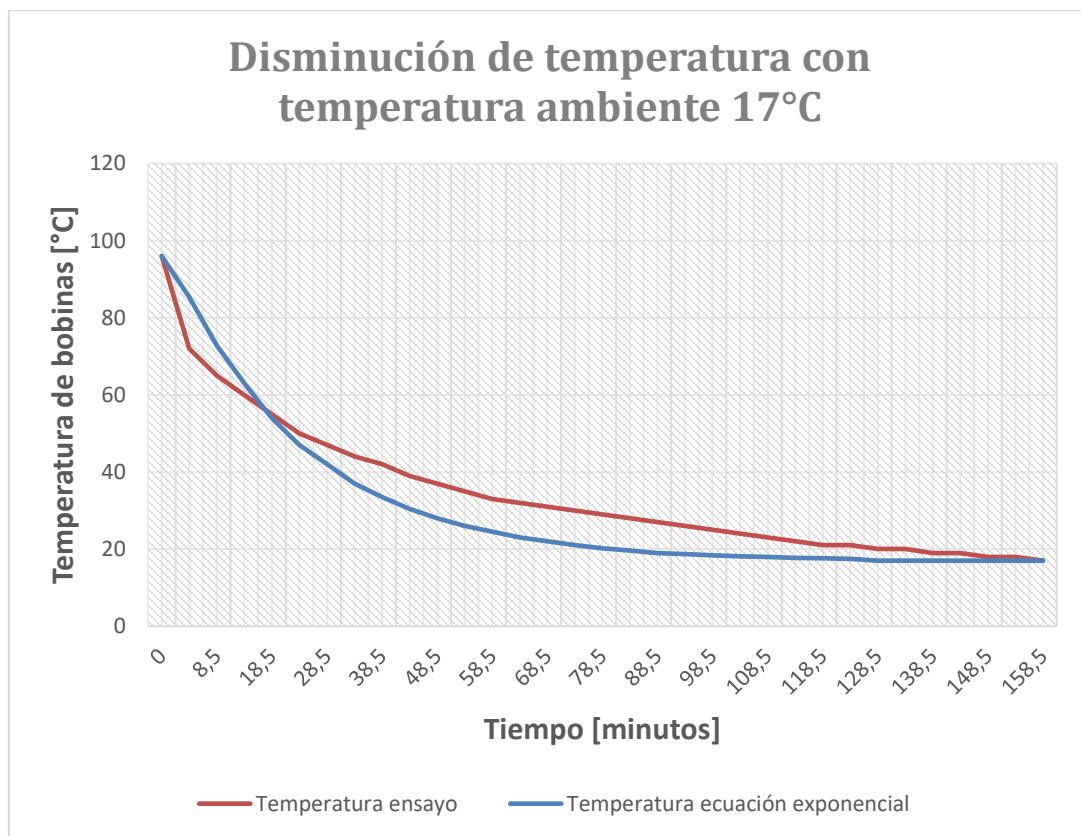


Figura 6-10 Curva de disminución de temperaturas con motor detenido.

De la figura 6-10 se puede observar que:

- La disminución de temperatura del motor para una temperatura inicial de 96°C, llega a la temperatura ambiente en aproximadamente en 2,6 horas. esto para el motor en reposo.
- La ecuación obtenida para la curva de temperatura se aproxima a los datos obtenidos en el experimento, esto con un margen de error del +/- 12% de los datos obtenidos en laboratorio.

6.2 Ensayos de capacidad de caudal de la bomba centrífuga

La bomba centrífuga convierte la energía mecánica (torque y velocidad del motor) en energía hidráulica (**caudal**), por lo tanto, al estudiar la capacidad de caudal, se está estudiando implícitamente la capacidad de torque que presenta la máquina.

6.2.1 Instrumentación (materiales y elementos de medición)

- **Cronómetro:** función de reloj que sirve para medir fracciones de tiempo, normalmente cortos y con exactitud. Será de gran utilidad para medir el tiempo que demora cada ensayo.
- **Caudalímetro:** Es un instrumento de medida para la medición de caudal o gasto volumétrico de un fluido. Estos aparatos suelen colocarse en línea con la tubería que transporta el fluido. También suelen llamarse medidores de caudal, medidores de flujo o flujómetros. El caudalímetro que se utilizará será uno del tipo mecánico.



Figura 6-11 medidor de caudal.

6.2.2 Ensayo a realizar

EL ensayo consiste en medir la expulsión de 100 litros de agua que produce la bomba centrífuga, los cuales se miden con el caudalímetro, esto para un rango de tiempo determinado que se mide con el uso de un cronómetro para luego ingresar los datos obtenidos a la siguiente ecuación de flujo de caudal volumétrico:

$$Q = \frac{V}{t} \quad (6-9)$$

Donde:

- V Volumen del caudal en [litros].
- t tiempo [segundos].
- Q caudal $\left[\frac{\text{litros}}{\text{segundos}}\right]$.

Este ensayo se realizó para distintas frecuencias de operación, dando énfasis en las frecuencias que superen la nominal debido a que es donde se puede encontrar la frecuencia de operación que entrega el máximo torque que puede entregar la máquina, debido a la disminución del flujo que está presente a frecuencias mayores a la nominal. Por lo tanto, las frecuencias que se imponen serán:

- **Frecuencias bajo el valor nominal**

Frecuencias que se imponen con el fin de observar el comportamiento lineal de caudal del motor respecto a su aumento de frecuencia.

- 20 Hz.
- 30 Hz.
- 40 Hz.
- 50 Hz.

- **Frecuencias mayores a la nominal**

Frecuencias que se imponen con el fin de observar el comportamiento de saturación de caudal del motor respecto a su aumento de frecuencia. Y con esto determinar la frecuencia máxima útil de operación.

- 52 Hz.
- 54 Hz.
- 56 Hz.
- 58 Hz.
- 60 Hz.

Respecto al área experimental, está es la misma utilizada para los ensayos térmicos reales del motor impulsor.

6.2.3 Resultado de los ensayos

Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 6-5 que se presenta a continuación.

Tabla 6-5 datos obtenidos mediante prueba de caudal volumétrico.

Frecuencia de operación [Hz]	Cantidad de agua entregada [litros].	Tiempo de operación del motor [segundos]	Caudal entregado [litros/segundos]
20	100	234	0,4273
30	100	150	0,6667
40	100	114	0,8772
50	100	100	1
52	100	98	1,0204
54	100	96	1,0417
56	100	94	1,0638
58	100	94	1,0638
60	100	94	1,0638

De la tabla 6-5 se obtiene el gráfico de la figura 6-12, donde se puede observar que el motor se satura para valores de frecuencias superiores a 56 Hz provocando que el caudal que entrega la bomba centrífuga no aumente y por ende demostrando que la frecuencia útil máxima de operación en la bomba centrífuga sea 56 [Hz].

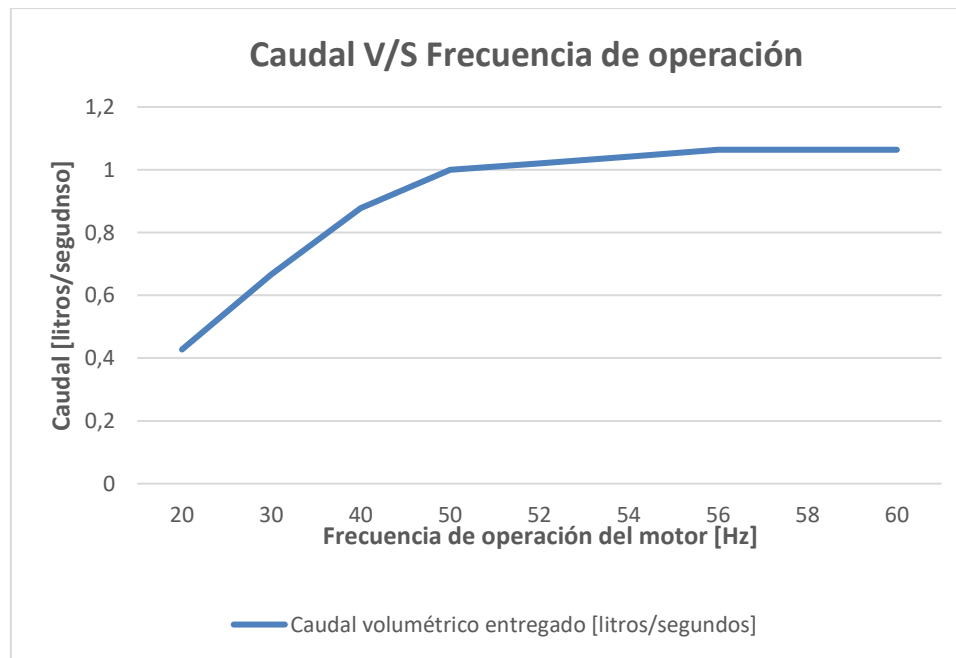


Figura 6-12 relación caudal v/s frecuencia de operación.

7 Determinación de puntos del rango de operación

Este apartado del documento tiene como finalidad analizar y obtener los rangos de operación que puede presentar el motor a distintas frecuencias de operación, todo esto tomando en cuenta las temperaturas máximas permisibles que no dañen el motor impulsor de la bomba centrífuga Pedrollo CP158.

El motor impulsor de la bomba presenta una clase de aislamiento tipo B, tal como se muestra en la figura 7-1.

Por lo tanto, se sabe que la vida útil del motor depende de los aislantes de sus bobinas y las bobinas del motor en estudio para el presente proyecto soportan un valor nominal de temperatura igual a 130° Celsius.



Figura 7-1 Placa característica del motor en estudio.

7.1 Punto más caliente en bobinas a distintas frecuencias de operación

Al tener en cuenta que la temperatura en las bobinas del motor define su vida útil, se tomará como referencia el punto más caliente en las bobinas para cada rango de frecuencia de operación. Para esto se utilizarán los datos que arroja el programa computacional Motor-CAD, datos que se muestran en la tabla 7-1 y corresponden al valor térmico estacionario en las bobinas para cada frecuencia. Debido a que la frecuencia de 50 Hz es quien presenta el mayor error respecto a los valores reales del motor, se ajustará al valor obtenido en el ensayo real. Esto para obtener una mejor aproximación a la realidad.

Tabla 7-1 mediciones de temperatura a distintas frecuencias de operación.

Frecuencia [Hz]	Punto más caliente en bobinas [°C]
20	68
30	75,5
40	88,5
50	119
55	133,4
60	173,4

De la tabla 7-1 es necesario tomar en cuenta que los resultados obtenidos por el programa Motor-CAD están definidos para el motor operando con una temperatura ambiente de 40°C, esto con la finalidad de obtener la temperatura de las bobinas en sus condiciones máximas de operación definidas por la norma IEC 600034-1.

La figura 7-2 muestra un gráfico de los datos obtenidos en las simulaciones de Motor-CAD, este gráfico será de utilidad para encontrar un estimado de la temperatura máxima que presenta el motor en sus bobinas para distintas frecuencias de operación, por ejemplo, para una frecuencia de 52 Hz se tiene por el gráfico que la temperatura de las bobinas del motor en su punto más caliente alcanza aproximadamente 120°C.

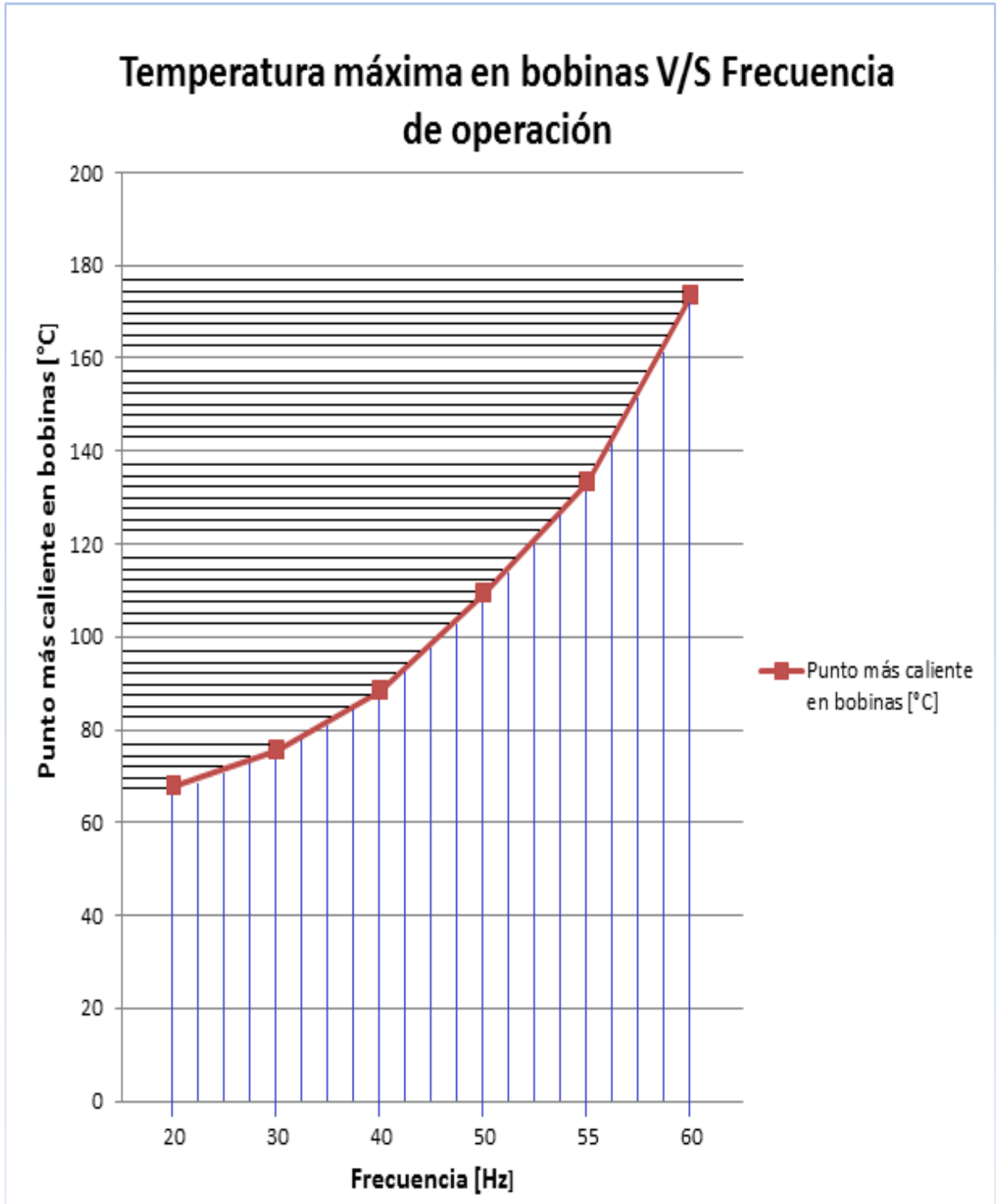


Figura 7-2 Gráfico temperatura en bobinas para distintas frecuencias.

7.2 Rangos de operación térmica del motor a distintas frecuencias

En el transcurso de presente proyecto se logró definir mediante pruebas en el programa Motor-CAD y pruebas físicas al motor en estudio, los siguientes datos de importancia que pueden permitir encontrar el rango de operación térmico del motor a distintas frecuencias:

- **Temperatura máxima que presenta el motor en el punto más caliente de sus bobinas**, para el estado térmico estacionario y a distintas frecuencias de operación (Gráfica figura 7-2 obtenida por datos de Motor-CAD).
- **El tiempo que demora el motor en llegar al estado térmico estacionario** con un servicio de tipo S1, el cual corresponde a 1 hora de trabajo continuo y además que el 63% de su temperatura final ocurre a los 10 minutos de trabajo continuo (Dato obtenido de las pruebas en laboratorio).
- **La determinación de la ecuación exponencial que presenta el transitorio y estacionario de temperaturas para cada frecuencia de operación**, la cual corresponde a la siguiente expresión:

$$T_t = T_a + K_1 * (1 - e^{(-t*K_2)}) \quad (7-1)$$

Donde:

- T_t es la temperatura a un tiempo t .
- T_a temperatura ambiente.
- K_1, K_2 constantes.

Por lo tanto, con los datos obtenidos en el transcurso del proyecto se puede determinar la ecuación exponencial para cada frecuencia, ya que el motor en un tipo de servicio S1 y en el transcurso de 10 minutos de trabajo alcanza un 63% de su valor térmico final, a esto teniendo en cuenta que el 100% ocurre en el transcurso de 1 hora de trabajo continuo y este 100% de la temperatura se puede obtener del gráfico 7-1.

Con este análisis es posible determinar la ecuación exponencial de temperatura para cualquier frecuencia de operación.

- **Curva de enfriamiento del motor una vez detenido**, la cual es posible determinar mediante la ecuación 7-1 y su comportamiento se visualiza en gráfica de la figura 7-3, esta curva fue posible determinarla mediante las pruebas que se realizaron en laboratorio.

$$T_t = T_a + (T_0 - T_a) * e^{(-t*K_2)} \quad (7-2)$$

Donde:

- K_2 se determinó en el transcurso del proyecto, tomando el valor de 0,0408.
- T_a corresponde a la temperatura ambiente, que en este caso son los 40°C.
- T_0 corresponde a la temperatura que se somete a la disminución. Debido a que el análisis se tomará para temperaturas que no superen los 130°C y sabiendo que la temperatura ambiente es de 40°C, T_0 tomará el valor de 90°C.

Luego la ecuación de disminución de temperatura para una temperatura ambiente de 40°C queda de la siguiente forma:

$$T_t = 40 + 90 * e^{(-t*0,0408)}$$

Por lo tanto, con la ecuación 7-1 se puede crear el gráfico de la figura 7-3, el cual muestra el comportamiento de la temperatura en disminución.

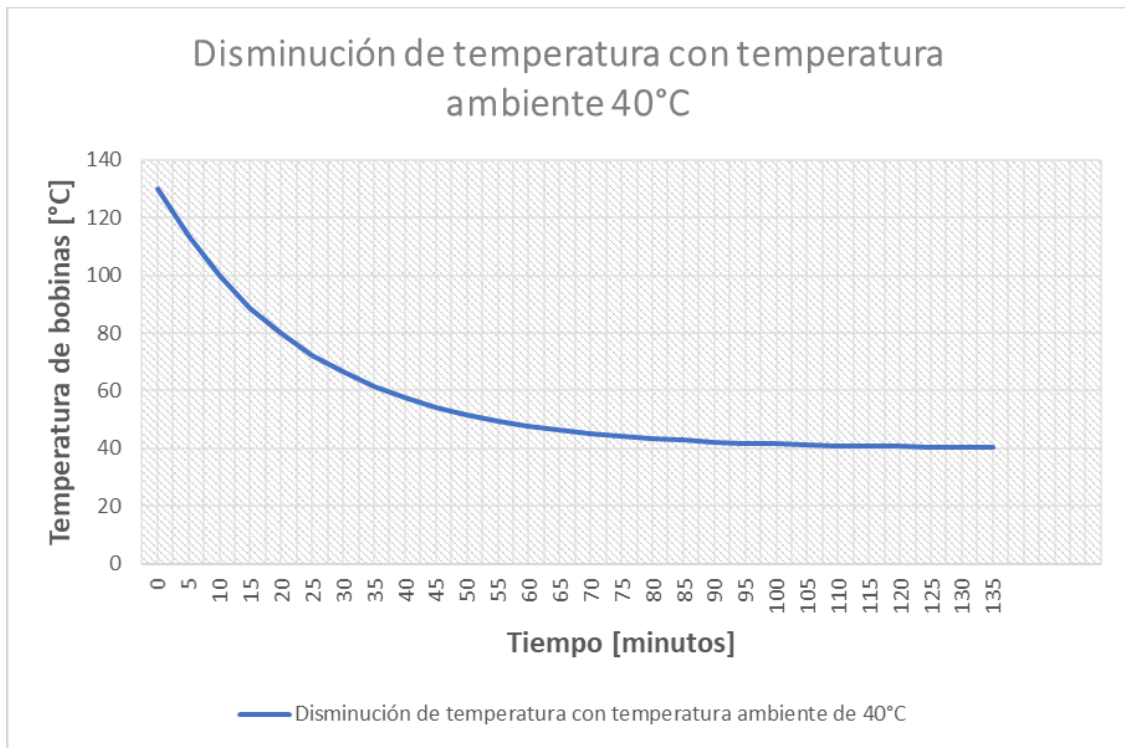


Figura 7-3 Comportamiento de la disminución de temperatura con motor detenido

- **Frecuencia máxima útil del motor impulsor**, la cual se determinó con el ensayo de caudal realizado a la bomba centrífuga en el capítulo 6, llegando a la conclusión que el

aumento de frecuencia sobre los 56 [Hz] no influyen en un aumento de caudal, por lo tanto, no son de utilidad para el estudio a realizar.

7.3 Puntos del rango de operación para las distintas frecuencias impuestas al motor, que de acuerdo al tiempo de uso no dañen el aislante.

Se entiende que para no dañar el aislante no se debe obtener una temperatura en las bobinas mayor a 130°C, por lo tanto, una vez determinada la ecuación exponencial que entrega el comportamiento térmico para una frecuencia de operación, se puede obtener el tiempo que el motor logra trabajar a dicha frecuencia sin sobrepasar los 130°C.

Se determina el rango de operación térmica que el motor presenta sin provocar daños a las bobinas, esto se realiza para una frecuencia de 56 [Hz] con una temperatura ambiente de 40°C y con el fin de obtener el procedimiento a realizar para las demás frecuencias de operación.

Debido a que hay una pequeña diferencia entre los datos arrojados por el programa Motor-CAD y las pruebas realizadas al motor en laboratorio, se tomará como temperatura máxima para las bobinas el valor de 125°C, esto con el fin de poder utilizar en el motor real los datos obtenidos en el presente informe sin correr riesgo de provocar daños a la estructura.

1. **Temperatura máxima a la frecuencia de operación:** Del gráfico que se encuentra en la figura 7-2 se puede obtener un aproximado de la máxima temperatura que las bobinas pueden alcanzar para la frecuencia de 56[Hz], donde está corresponde a 140°C.
2. **Determinación de la ecuación térmica:** 140°C corresponden al 100% de la temperatura para la frecuencia de operación, y el 63% del aumento de temperatura por sobre la temperatura ambiente ocurre a los 10 minutos de trabajo continuo. Luego se puede determinar la ecuación, donde:

➤ Cálculo de K_2

$$(1 - e^{(-10 * K_2)}) = 0,63 \quad (7-3)$$

$$K_2 = 0,099425227$$

➤ Cálculo de K_1

$$140 = 40 + K_1 \quad (7-4)$$

$$K_1 = 100$$

Luego la ecuación exponencial para la temperatura del motor operando a 56Hz es:

$$T_t = 40 + 100 * (1 - e^{(-t*0,099425227)}) \quad (7-5)$$

3. **Determinación de tiempo de operación sin daños:** se debe determinar el tiempo que el motor trabaja a frecuencia de 56[Hz] sin sobrepasar los 125°C, por lo tanto:

$$125 = 40 + 100 * (1 - e^{(-t*0,099425227)}) \quad (7-6)$$

$$t = 19,081 \text{ [minutos]}$$

Con este análisis se puede concluir que el motor operando a 56[Hz] logra tener un trabajo continuo máximo de 19,081 minutos alcanzando en ese tiempo una temperatura de 125°C.

Del mismo modo se obtienen los puntos del rango de operación mostrados en la tabla 7-2, los cuales corresponden a cada frecuencia sobre la nominal, esto debido a que sobre los valores nominales el motor podría presentar temperaturas superiores a las máximas permitidas por las bobinas.

Tabla 7-2 Puntos de operación máximos para distintas frecuencias sin daños al aislante.

Frecuencia de operación	Temperatura Máxima de operación	Temperatura Máxima permitida	Constante K1	Constante K2	Tiempo máximo de trabajo continuo sin dañar bobinas
50 [Hz]	109,5 [°C]	125 [°C]	69,5	0.099425227	Sin daños
51 [Hz]	115 [°C]	125 [°C]	75	0.099425228	Sin daños
52 [Hz]	120 [°C]	125 [°C]	80	0.099425229	Sin daños
53 [Hz]	124 [°C]	125 [°C]	84	0.099425230	Sin daños
54 [Hz]	130 [°C]	125 [°C]	90	0.099425231	29,071 [minutos]
55 [Hz]	133,2 [°C]	125 [°C]	93,2	0.099425232	24,447 [minutos]
56 [Hz]	140 [°C]	125 [°C]	100	0.099425233	19,081 [minutos]

De la tabla 7-2 se puede observar que:

- El motor puede operar sin límite de tiempo para un máximo de frecuencia de 53 [Hz], esto debido a que es la frecuencia que presenta la máxima temperatura permitida (125°C) para su estado térmico estacionario.
- Sobre los 53 [Hz] el tiempo de operación sin daños disminuye directamente con el aumento de la frecuencia.

Por lo tanto, con la tabla 7-2 se puede determinar que el motor logra operar con **un tipo de servicio S1** hasta una frecuencia de 53 [Hz]

La figura 7-4 muestra el comportamiento térmico de cada frecuencia, tomando en cuenta solamente las frecuencias que pueden presentar daños térmicos al motor y mostrando para estas el máximo punto de temperatura permitido.

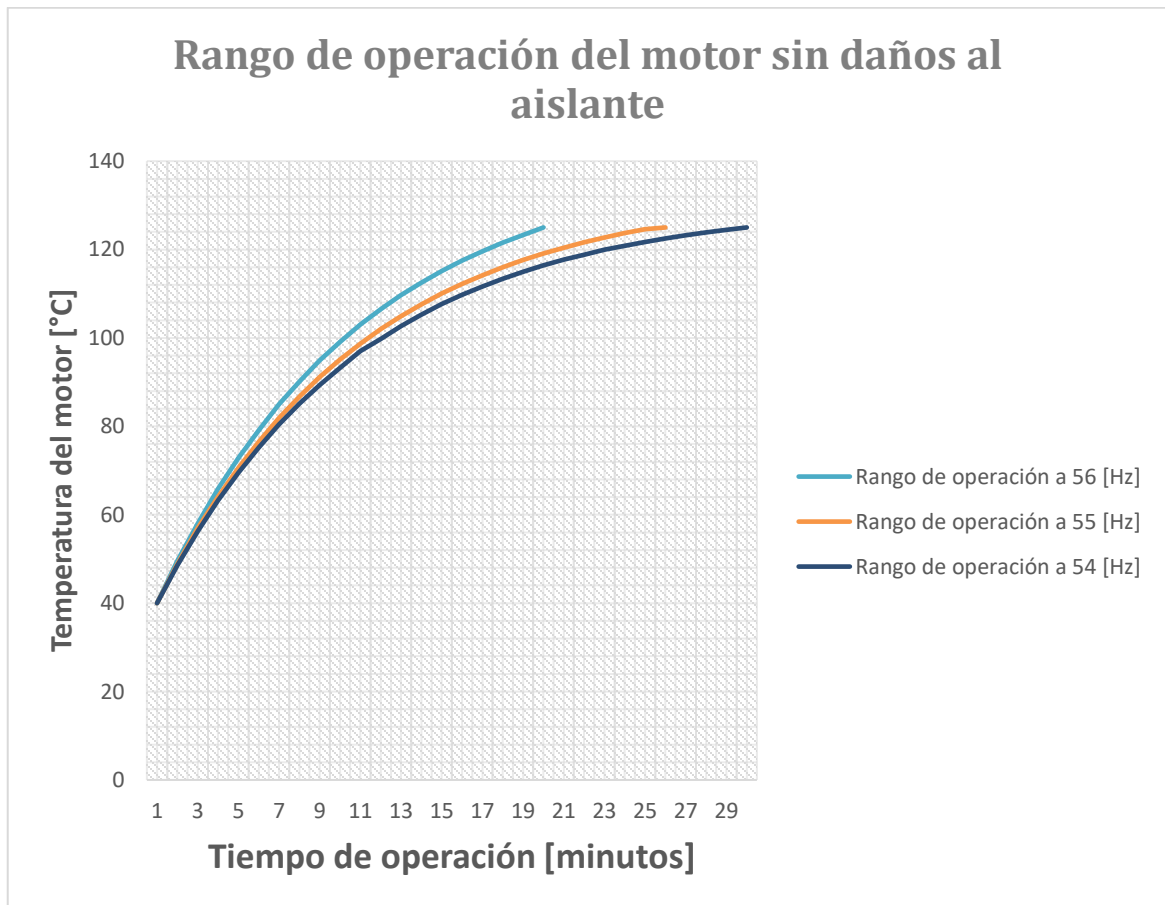


Figura 7-4 Rangos de operación del motor sin daños a su aislante.

La figura 7-4 es de utilidad para saber los límites de tiempo que se podrían utilizar en un **tipo de servicio S2 o S3**, lo cual se complementa con la figura 7-3 que nos indica el tiempo que el motor se demora en enfriar.

Por lo tanto, al realizar la determinación de los puntos de operación para cada frecuencia, se llegó a las siguientes conclusiones:

- **Comportamiento térmico para cada frecuencia:** Se puede determinar la ecuación que presenta el comportamiento térmico para cada frecuencia de operación, esto al utilizar el gráfico de la figura 7-2 y sabiendo que el 63% de la temperatura de equilibrio térmico en cada frecuencia ocurre a los 10 minutos de trabajo continuo.
- **Servicio S1:** Se determino que cualquier frecuencia bajo los 54 Hz puede presentar un tipo de servicio S1, esto debido a que no entrega temperaturas superiores a la máxima permitida en su estado de equilibrio térmico y por ende no provocaría daños al aislante.
- **Servicio S2 y S3:** Se pueden determinar los puntos de rango de operación para un servicio S2 y S3 utilizando los gráficos de las figuras 7-3 y 7-4, esto para frecuencias superiores a 53 Hz que son las que pueden presentar daños al aislante del motor. Para frecuencias inferiores a 54 Hz se puede determinar los puntos de operación tan solo utilizando la ecuación que presenta el comportamiento térmico para cada frecuencia y junto con esto, el gráfico de la figura 7-3.
- **Vida útil del motor:** Todo lo anteriormente mencionado se logra manteniendo la vida útil del motor respecto a los daños por temperatura, esto debido a que lo que se busca es no sobre exigir el motor, manteniéndolo en temperaturas menores a la máxima permitida y por ende que no puedan dañar su estructura.

Discusión y conclusiones

La identificación del problema es fundamental en el desarrollo de un proyecto, ya que es la base del estudio que se plantea y de los pasos a seguir para poder solucionarlo.

El estudiante se familiarizó con conceptos y elementos principales que constituyen a la bomba centrífuga, además de profundizar en el estudio y modelado del comportamiento eléctrico, térmico e hidráulico de la máquina, concluyendo así, que la razón del problema térmico principal que presenta el motor impulsor al variar su frecuencia de operación por sobre los valores nominales, corresponde al aumento de las pérdidas provocado por el aumento considerable de la corriente. Entendiendo que estas pérdidas son disipadas por calor y considerando que el aislamiento de las bobinas soporta temperaturas limitadas.

El fruto de esta investigación permite definir el rango de frecuencias que logren producir un aumento de caudal a la salida de una bomba centrífuga, además de obtener el rango de tiempo de operación del motor impulsor para estas frecuencias, considerando el comportamiento térmico tanto transitorio como estacionario donde el motor de la bomba centrífuga no supere la temperatura máxima permitida por los aislantes de sus bobinas, logrando así impedir que el motor sufra daños por los efectos de la temperatura impuesta en él.

Con los resultados obtenidos en Simulink, se logró relacionar frecuencia, torque y voltaje para la obtención de las pérdidas eléctricas del motor impulsor y junto con ellas, las pérdidas térmicas que presenta la bomba centrífuga, corroborando que el aumento de frecuencias de operación en una bomba centrífuga está directamente relacionado con el incremento de su temperatura.

En lo que respecta a los resultados obtenidos mediante el programa computacional Motor-CAD, estos fueron fundamentales para el desarrollo del proyecto, logrando simular el comportamiento térmico de cada componente del motor impulsor y entregando perfiles de éstos, con lo cual se pudo identificar el punto más caliente en las bobinas del estator para cada frecuencia de operación y con ello obtener una base importante respecto a las frecuencias que presentan temperaturas en estado de equilibrio térmico que puedan provocar daños al motor. Cabe

mencionar, que se comprobó que el programa entrega resultados confiables debido a que los resultados obtenidos en laboratorio se aproximan bastante a los simulados.

Con los resultados obtenidos en los ensayos reales a la bomba centrífuga en laboratorio, se logró determinar que el comportamiento térmico del motor impulsor presenta aproximadamente la misma cantidad de tiempo en llegar a su estado térmico estacionario en relación a las distintas frecuencias a las que opera, junto con esto se puede comprobar que las curvas de temperaturas a cualquier frecuencia de operación, pueden ser expresadas mediante una ecuación exponencial que entrega resultados bastante aproximados a la realidad, lo que proporciona una herramienta potente para lo que respecta al análisis de los puntos de operación para frecuencias que puedan provocar daños al motor.

Respecto a los resultados obtenidos del ensayo de capacidad de caudal, estos fueron de gran importancia debido a que se demostró que existen aumentos de frecuencias de operación que no aportan mayor caudal a la bomba y por ende se vuelve innecesario hacer uso de estas, ya que no cumplen con el propósito principal que tiene una bomba centrífuga que corresponde a la entrega de un caudal requerido acorde a la frecuencia de operación impuesta.

Una vez que se realizaron los ensayos y simulaciones de la bomba centrífuga, se logró determinar los puntos de operación del motor impulsor, donde se concluyó que es posible determinar el comportamiento térmico y los puntos de operación de tiempo versus temperatura para cualquier frecuencia impuesta al motor.

Para finalizar, se puede concluir que la bomba centrífuga Pedrollo CP 158 no presenta un gran aumento de caudal para la máxima frecuencia de operación útil en ella, ya que está entrega un 6,38% más de caudal respecto a su valor nominal y por ello se encuentra expuesta a un comportamiento térmico que puede alcanzar su máxima temperatura admisible por el aislante de sus bobinas, por lo cual, se puede decir que la bomba centrífuga Pedrollo CP 158 no presenta una relación eficiente de caudal V/S frecuencia de operación impuesta, esto para valores de frecuencia sobre la nominal.

Bibliografía

- [1] R. Bagalló, J. Morón y J. Rahuet, «Programa de análisis térmico de máquinas eléctricas rotativas,» Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, 2013.
- [2] M. Torrent, J. Perat, B. Blanqué y S. Soriano, «Caracterización de motores de inducción para tracción ferroviaria a partir del circuito equivalente, incluyendo todas las pérdidas del motor», Barcelona, 2014.
- [3] F. A. Soto Cifuentes, «Evaluación térmica de motor de inducción impulsor de prensa excéntrica en función de ciclo de trabajo, Tesis PUCV», Valpariso, 2017.
- [4] Indielec, «Empresa especializada en software CAD y CAE», [En línea]. Available: <http://www.indielec.com/informacion-adicional-cms-4-50-84/> [Último acceso 08 de Agosto del 2018].
- [5] Electro industria, «revista especializada en temáticas focalizadas en productos y soluciones eléctricas, electrónicas, de automatización, comunicaciones e informática industrial.» [En línea]. Available: <http://www.emb.cl/electroindustria/articulo.mvc?xid=7/> [Último acceso 28 de abril del 2018].
- [6] “Apuntes científicos”, «sitio ha sido creado con la finalidad de concentrar la información que de diversas materias científicas pueden ser útiles,» [En línea]. Available: <http://apuntescientificos.org/motores.html> [Último acceso 24 de abril del 2018].
- [7] J. L. Medina Hanke, «Accionamiento de máquinas eléctricas», Valparaiso, 2003.
- [8] Control de velocidad de los motores de inducción «Tesis profesional presentada por Marco Salvatori Artezán » 2006. [En línea]. Available: http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lep/salvatori_a_m/capitulo3.pdf [Último acceso: 25 de abril del 2018].

- [9] AADECA revista, «Asociación profesional civil, especializada en control automático y sus aplicaciones», [En línea]. Available: <http://www.aadeca.org> [Último acceso 02 de octubre del 2018].
- [10] J. F. Mora, Máquinas eléctricas, Quinta edición, 2003.
- [11] IEC, «Normas de motores eléctricos IEC 60034-1», [En línea]. Available: <https://www.une.org/encuentra-tu-norma/busca-tu-norma/norma/?c=N0047178> [Último acceso 20 de octubre del 2018].
- [12] M. A. Rodríguez Pozueta, «Potencias, calentamiento, rendimiento y caracterización de las máquinas eléctricas», España, 2011.
- [13] Arian, «Empresa especializada en control y instrumentación», [En línea]. Available: <http://www.arian.cl/downloads/nt-002.pdf> [Último acceso 05 de octubre del 2018].
- [14] L. D. Murillo Soto, G. Figueroa Mata, O. Guerrero Castro «Identificación de parámetros de un modelo térmico para un motor trifásico de inducción usando algoritmos genéticos», Costa Rica, 2015.
- [15] Antonio Viedma Robles, Blas Zamora Parra, «Máquinas hidráulicas», [En línea]. Available: <http://repositorio.upct.es/bitstream/handle/10317/5476/isbn9788416325191.pdf> [Último acceso 27 de febrero del 2019].
- [16] "Módulo de electrotécnica para el ciclo formativo de técnico en montaje y mantenimiento de instalaciones de frío, climatización y producción de calor", Javier Cueli Llera.

A Modelo térmico del motor de inducción

La transferencia de calor es el proceso de propagación del calor en distintos medios. La transferencia de calor se produce siempre que existe un gradiente térmico o cuando dos sistemas con diferentes temperaturas se ponen en contacto. El proceso persiste hasta alcanzar el equilibrio térmico, es decir, hasta que se igualan las temperaturas.

Respecto a la transmisión de calor desde las fuentes del motor, donde se producen las pérdidas hasta el medio ambiente. Esta se produce mediante conducción, convección, radiación y contacto. Para que se dé lugar a la conducción es necesario que haya un medio material de transporte de calor y una diferencia de temperatura entre dos puntos. Para que se produzca la convección y la radiación, debe haber una diferencia de temperaturas entre el cuerpo que evacua calor y el medio ambiente.

- **Conducción:**

Cuando en un cuerpo existe un gradiente de temperatura, la energía se transfiere del punto más caliente al más frío. Esta transferencia de calor se puede definir mediante la ley de Fourier de transferencia de calor, donde:

$$\phi_{th} = -\lambda * S * \nabla T \quad (A-1)$$

Donde:

- ϕ_{th} es el flujo de calor [W].
- λ conductividad térmica del material $\left[\frac{W}{m \cdot K}\right]$.
- S es la sección del material entre el punto caliente y el punto frío $[m^2]$.
- ∇T gradiente de temperatura $\left[\frac{K}{m}\right]$.

Resistencia térmica equivalente:

Existe una analogía entre la difusión de calor y la corriente eléctrica. De la misma manera que se asocia una resistencia eléctrica con la conducción de electricidad, se asocia una resistencia térmica con la conducción de calor. Al definir la resistencia térmica como la

razón de un potencial térmico de transmisión a la transferencia de calor correspondiente, la resistencia térmica (R_{th}), para la conducción es:

$$R_{th} = \frac{\theta}{\phi_{th}} = \frac{l}{\lambda * S} \quad (A-2)$$

Donde:

- θ es el incremento de temperatura [K].
- l es la longitud entre el punto caliente y el punto frío.

Basándose en las ecuaciones (A-1) y (A-2) se puede obtener la representación térmica de un cilindro, quedando de la siguiente manera:

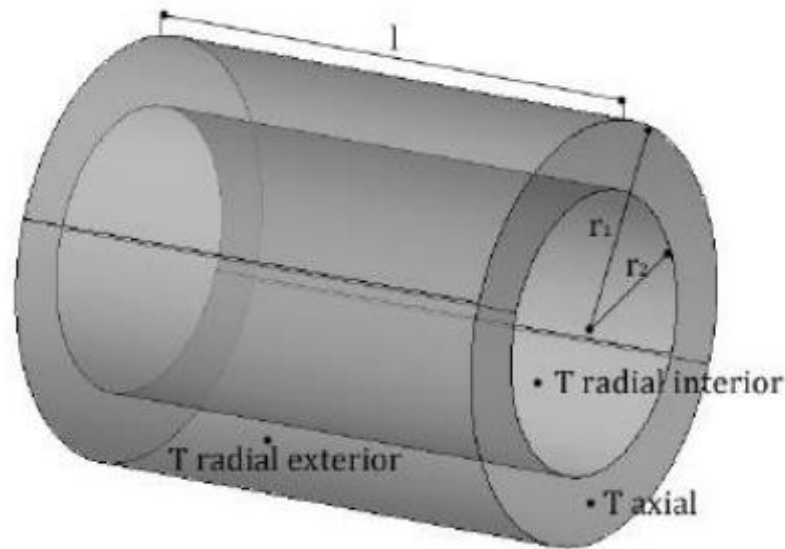


Figura A-1 Forma cilíndrica
(Fuente: <https://upcommons.upc.edu>)

Figura A-1 T radial exterior: Temperatura en la superficie exterior del cilindro [T].

- T radial interior: Temperatura en la superficie interior del cilindro [T].
- T axial: Temperatura en las superficies laterales del cilindro [T].
- T media: Temperatura media del cilindro [T]

Suponiendo que presenta las siguientes condiciones:

- ❖ El flujo de calor en dirección radial y axial son independientes.

- ❖ Solamente se tiene una temperatura media para ambas direcciones.
- ❖ No existe flujo de calor en dirección tangencial.
- ❖ La generación de calor es uniforme.

Por tanto, la representación térmica del cilindro queda:

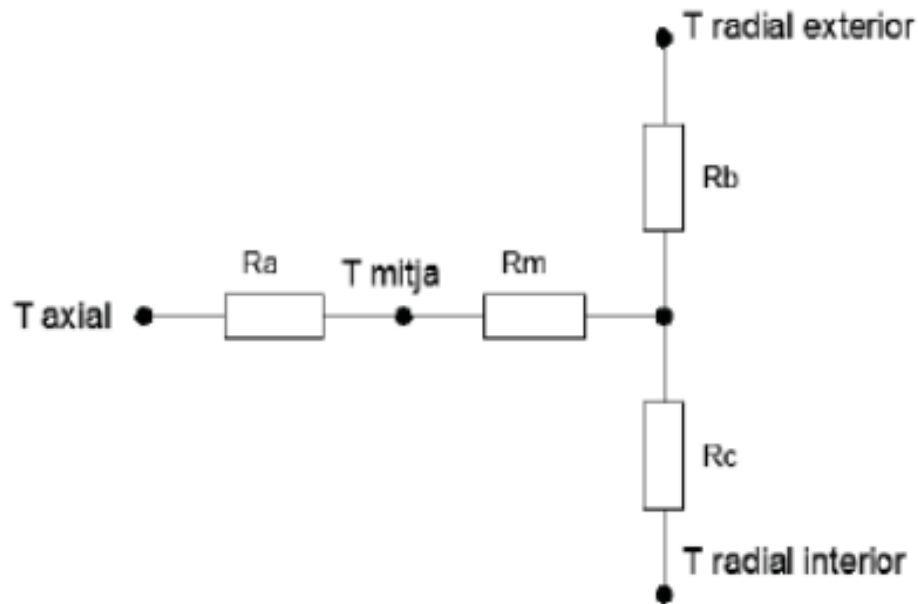


Figura A-2 Representación térmica de un cilindro
(Fuente: <https://upcommons.upc.edu>)

De la figura 3-8 se puede observar que basados en la ecuación (A-2) es posible representar el cilindro mediante resistencias térmicas, lo cual es de gran ayuda debido a que el estator del motor de inducción tiene forma cilíndrica.

Por tanto, las resistencias térmicas del cilindro tienen las siguientes características:

$$R_a = \frac{l}{6 * \pi * \lambda_a * (r_1^2 - r_2^2)} \quad (A-3)$$

$$R_b = \frac{1}{2 * \pi * \lambda_r * l * S} * \left[1 - \frac{2 * r_2^2 * \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}{(r_1^2 - r_2^2)} \right] \quad (A-4)$$

$$R_c = \frac{1}{2 * \pi * \lambda_r * l * S} * \left[1 - \frac{2 * r_1^2 * \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}{(r_1^2 - r_2^2)} \right] \quad (A-5)$$

$$R_m = \frac{1}{4 * \pi * (r_1^2 - r_2^2) * \lambda_r * l * S} * \left[r_1^2 + r_2^2 - \frac{4 * r_1^2 * r_2^2 * \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}{(r_1^2 - r_2^2)} \right] \quad (A-6)$$

Donde:

- R_a, R_b, R_c, R_m resistencias térmicas del cilindro $\left[\frac{K}{W}\right]$.
- λ_a es la conductividad térmica del material en dirección axial $\left[\frac{W}{m \cdot K}\right]$.
- λ_r es la conductividad térmica del material en dirección radial $\left[\frac{W}{m \cdot K}\right]$.
- r_1 radio exterior del cilindro [m].
- r_2 radio interior del cilindro [m].
- S superficie a atravesar por el flujo de calor [m^2].

• **Convección:**

El proceso de convección es la forma de transmisión de calor cuando se debe pasar una cierta cantidad de calor a través de una superficie sólida y un fluido en movimiento. Para que este tipo de transferencia de calor tenga lugar, debe haber una diferencia de temperatura entre la pared y el medio ambiente, como lo es en el caso del motor de inducción.

Para el caso del calor evacuado desde la carcasa del motor hacia el exterior, una parte de la transferencia de calor se realiza por convección.

El proceso de convección se modela como una resistencia térmica con la siguiente función:

$$R_{th} = \frac{l}{\lambda_c * S} \quad (A-7)$$

Donde:

- λ_c coeficiente de convección $\left[\frac{W}{m^2 \cdot K}\right]$.

El coeficiente λ_c toma diferentes valores dependiendo de la geometría de la superficie, de las características del fluido, velocidad del fluido, temperatura. Por este motivo es difícil obtener el valor de este coeficiente de forma analítica. El coeficiente vendrá dado por funciones semiempíricas en las cuales se utilizarán los nombres adimensionales para describir el comportamiento del fluido. En una máquina eléctrica se puede definir tres zonas donde se produce el proceso de convección:

- λ_{c1} Coeficiente de convección entre la carcasa y el exterior.
- λ_{c2} Coeficiente de convección entre el rotor y el estator a través del entrehierro
- λ_{c3} Coeficiente de convección entre el aire de las cabezas de bobina de la máquina, rotor, estator, cabezas de bobina y eje.

El coeficiente λ_{c1} se recomienda que se obtenga a partir de ensayo de la máquina. Este ensayo consiste en medir la diferencia de temperatura entre la carcasa y el ambiente, funcionando a carga constante. El calor disipado por la carcasa será igual a la potencia eléctrica consumida para su estado estacionario.

El coeficiente λ_{c2} se considera el coeficiente de transferencia térmica entre dos cilindros concéntricos, rotativos entre si. Se asume que todo el calor procedente del rotor se transmita al estator directamente a través del entrehierro. Se supone que el aire del entrehierro y de las cabezas de bobina es independiente. Es válido para la mayoría de fluidos.

$$\lambda_{c2} = \frac{N_u * \lambda_{air}}{\delta} \quad (A-8)$$

Donde:

- δ es el grosor del entrehierro entre el rotor y el estator [m].
- λ_{air} conductividad térmica del fluido $\left[\frac{W}{m \cdot K}\right]$.
- N_u Número de Nusselt.

El número de Nusselt puede obtenerse de la siguiente aproximación:

$$\begin{array}{lll} N_u = 2 & \text{para} & T_{am} < 1700 \\ N_u = 0,128 * T_{am}^{0,367} & \text{para} & 1700 < T_{am} < 10^4 \\ N_u = 0,128 * T_{am}^{0,367} & \text{para} & 10^4 < T_{am} < 10^7 \end{array} \quad (A-9)$$

Donde:

- T_{am} Número de Taylor modificado.

Una forma de encontrar el número de Taylor según Kylander es:

$$T_a = \frac{w_r^2 * \frac{D_\delta}{2} * \delta^3}{\nu^2} \quad (A-10)$$

Donde:

- w_r es la velocidad de rotación del rotor $\left[\frac{rad}{s}\right]$.
- D_δ es el diámetro del entrehierro entre el rotor y el estator [m].
- ν viscosidad cinemática del fluido $\left[\frac{m^2}{s}\right]$.

El coeficiente λ_{c3} se puede hallar utilizando una o diversas ecuaciones experimentales. Luke considera que una sola ecuación es suficiente para todas las regiones en contacto con el aire en las cabezas de bobina, donde:

$$\lambda_{c3} = 15,5 * (0,29 * v_f + 1) \quad (A-11)$$

Donde:

- v_f es la velocidad del fluido en las cabezas de bobina $\left[\frac{m}{s}\right]$.

$$v_f = r_8 * w_r * n_f \quad (A-12)$$

Donde:

- r_8 radio del rotor [m]
- n_f Eficiencia de las aletas del rotor. Es la velocidad del aire en las cabezas de bobina respecto a la velocidad de las aletas.

- **Radiación:**

La radiación es un tipo de transferencia de calor que no precisa de ningún medio para transmitirse. Se basa en el hecho de que todo cuerpo que alcanza una temperatura tiene una energía térmica que puede transmitir al medio. En este caso la temperatura del medio es menor que la del motor y la radiación es emitida por el motor al medio. En máquinas eléctricas se trata siempre de la radiación emitida hacia un gran espacio, esta se puede eliminar si se compara con la transferencia de calor por conducción y convección.

La resistencia térmica equivalente en caso de radiación queda de la siguiente manera:

$$R_{th} = \frac{1}{\lambda_r * S} \quad (A-13)$$

Donde:

- λ_r coeficiente de transferencia de calor por radiación $\left[\frac{W}{m^2 * K}\right]$.
- S es la superficie del cuerpo frío expuesta al cuerpo caliente $[m^2]$

El coeficiente λ_r se puede encontrar con la siguiente ecuación:

$$\lambda_r = \sigma * \varepsilon * F * \frac{T_1^4 - T_2^4}{T_1 - T_2} \quad (A-14)$$

Donde:

- σ constante de Stefan-Boltzmann $\left[\frac{W}{m^2 * K^4}\right]$.
- ε factor de emisión de la superficie del cuerpo caliente.
- F factor de visión entre superficies.
- T_1 temperatura de la superficie 1 [K].
- T_2 temperatura de la superficie 2 [K].

- **Contacto:**

La transferencia por contacto no sigue un proceso propio, sino que es una fusión entre conducción, convección y radiación. La transferencia de calor por contacto se produce en aquellos cuerpos que están unidos mediante presión y que a nivel microscópico quedan bolsas de aire entre ambos cuerpos.

La resistencia térmica equivalente en caso de contacto queda de la siguiente manera:

$$R_{th} = \frac{1}{\lambda_{cont} * S} \tag{A-15}$$

Donde:

- λ_{cont} es el coeficiente de contacto $\left[\frac{W}{m^2 * K^4} \right]$.
- S es la superficie de contacto $[m^2]$.

Según Pyrhönen, el coeficiente de contacto es:

Tabla A-1 Coeficiente de contacto

Tipo de unión	Coeficiente de contacto $\left[\frac{W}{m^2 * K^4} \right]$
carcasa de aluminio y cuerpo del estator	650-870
carcasa de acero y cuerpo del estator	350-550
eje y rotor	430-2600

Modelo térmico equivalente del motor de inducción

El esquema térmico equivalente es un método simple, pero suficiente para identificar la temperatura en la mayoría de regiones de la máquina de inducción. Las pérdidas en forma de calor se sitúan en los nodos de forma concentrada y los diversos componentes de la máquina se reducen a componentes simples utilizando las simplificaciones pertinentes. Este método soluciona las redes térmicas utilizando la analogía con los circuitos eléctricos. Dado que se cumple la ley de Ohm, se pueden aplicar los métodos matemáticos destinados a solucionar circuitos eléctricos.

Respecto al esquema térmico equivalente del motor de inducción, este se forma por resistencias y fuentes de corriente. La temperatura se representa por la tensión. Se toma como tensión de referencia la temperatura ambiente.

El motor de inducción que se estudiará tendrá la representación constructiva de la figura A-3 y la figura A-4.

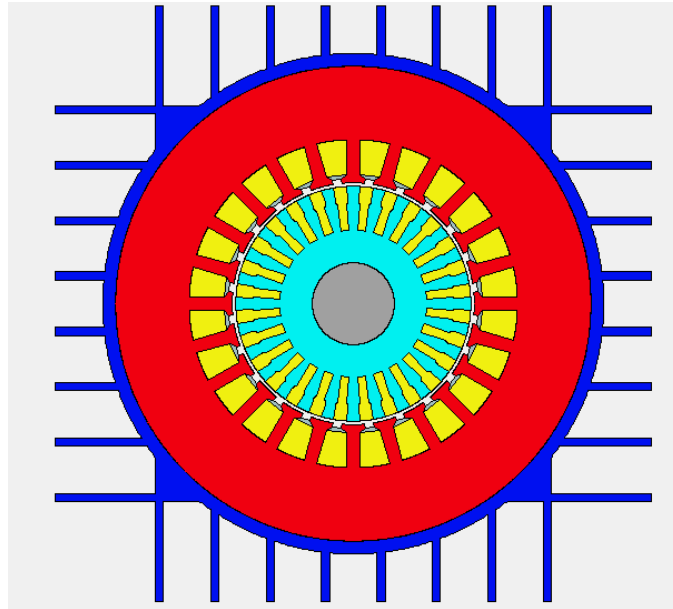


Figura A-3 Representación radial del motor de inducción
(Simulación motor de inducción en Motor-CAD)

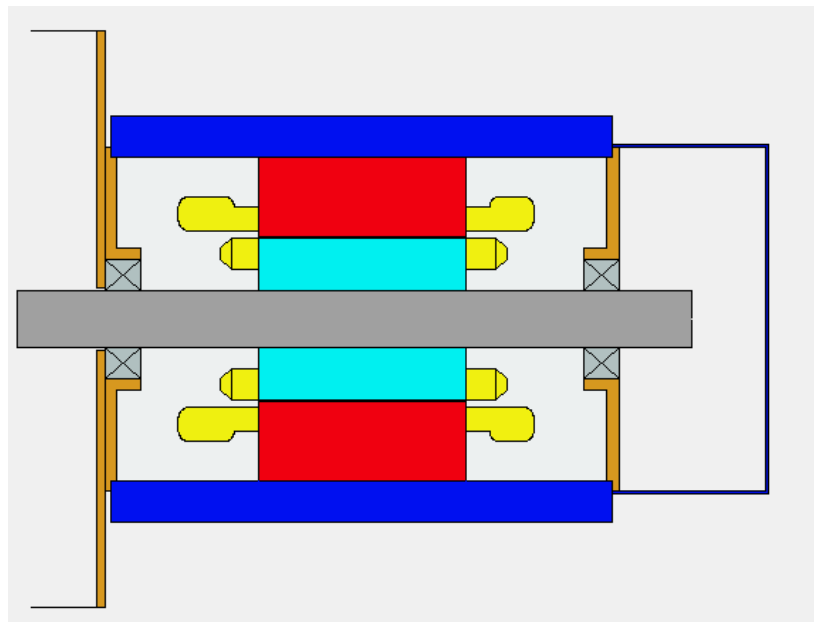


Figura A-4 Representación axial del motor de inducción
(Simulación motor de inducción en Motor-CAD)

Para el estudio térmico del motor impulsor se hará el análisis térmico de 10 componentes de importancia térmica en el motor, las cuales se presentan a continuación:

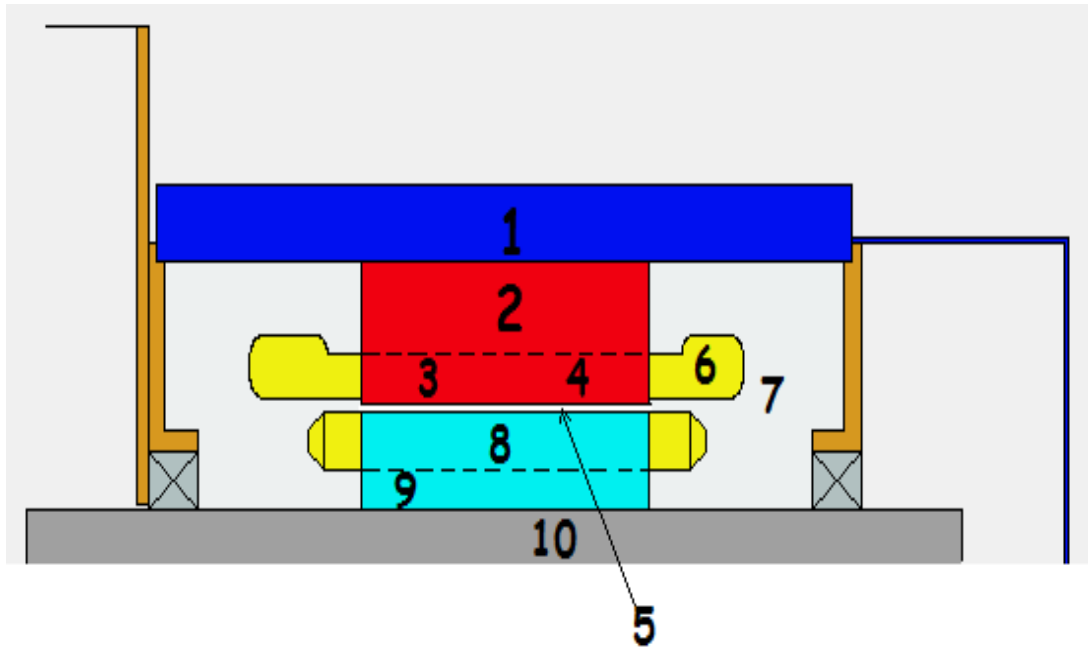


Figura A-5 Componentes de importancia térmica en el motor de inducción
(Simulación motor de inducción en Motor-CAD)

Donde:

- 1 : carcasa
- 2 : hierro del estator
- 3 : dientes del estator
- 4 : bobinas del estator
- 5 : entrehierro
- 6 : cabezas de bobina
- 7 : aire en las cabezas
- 8 : bobinas del rotor
- 9 : hierro en el rotor
- 10 : eje

Dado la simetría de la máquina en el eje axial, se puede dividir la máquina en dos. Esto será tenido en cuenta tanto en el momento de hallar las resistencias térmicas como en el momento de aplicar las pérdidas como fuentes de corriente.

La representación térmica equivalente resultante para el motor de inducción queda representado en la figura A-6 que se ve a continuación.

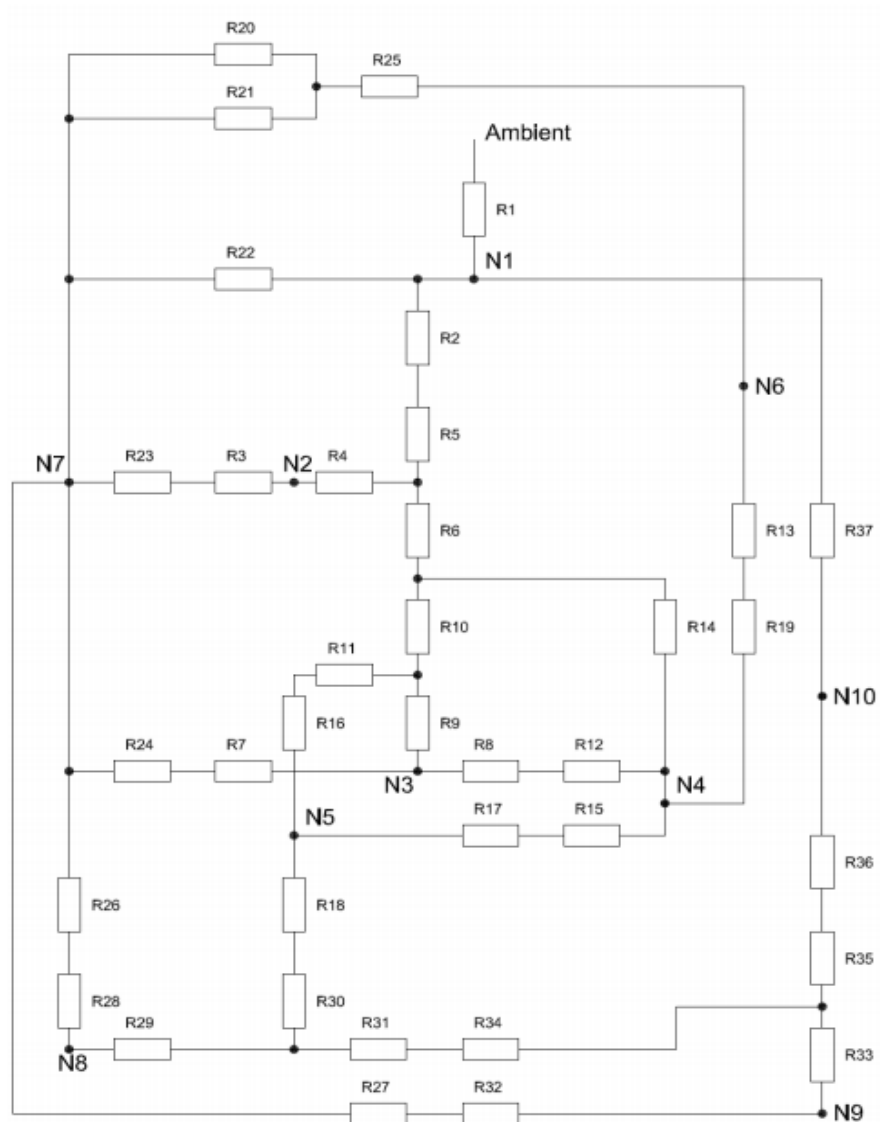


Figura A-6 Representación térmica del motor de inducción

De la figura A-6 se puede observar que los nodos principales son: carcasa (N1), Corona del estator (N2), Dientes del estator (N3), Bobinado estatórico (N4), Entrehierro (N5), Cabezas de bobinas (N6), Aire de la zona de cabezas (N7), Bobinado del rotor (N8), Hierro del rotor (N9), Eje (N10).

Resistencias térmicas de la figura A-6

- **Carcasa:**

Se considera como carcasa el cilindro cerrado que recubre el rotor con sus aletas pertinentes. Para tener en cuenta el efecto de las aletas se considera que la superficie del

cilindro es la mitad más amplia. A partir de la ecuación (A-3) se obtiene R_1 , que representa la oposición a la disipación de calor de la máquina hacia el ambiente.

$$R_1 = \frac{1}{2 * \lambda_{c1} * 1,5 * S_{f\ rame}} \quad (A-16)$$

Donde:

- $S_{f\ rame}$ es la superficie de la carcasa, considerada un cilindro tapado [m^2].
- λ_{c1} es el coeficiente de convección [$\frac{W}{m^2 * K}$].

Para el cálculo de R_2 , que es la resistencia térmica entre la carcasa y el estator. Se tiene la siguiente ecuación:

$$R_2 = \frac{1}{\pi * \lambda_{cont} * l_e * r_1} \quad (A-17)$$

Donde:

- λ_{cont} es el coeficiente de contacto [$\frac{W}{m^2 * K}$].
- l_e es la longitud del estator [m].
- r_1 es el radio del estator [m].

• **Hierro del estator:**

Se considera como hierro del estator, el laminado entre la carcasa y los dientes del estator. El cilindro tendrá una conductividad diferente en dirección axial o radial. Al ser un cilindro se puede basar en las ecuaciones (A-3) a la (A-6) para encontrar las resistencias térmicas del hierro del estator:

$$R_3 = \frac{l_e}{6 * \pi * \lambda_{la} * (r_1^2 - r_2^2)} \quad (A-18)$$

$$R_4 = \frac{1}{4 * \pi * (r_1^2 - r_2^2) * \lambda_{lr} * l_e * F_a} * \left[r_1^2 + r_2^2 - \frac{4 * r_1^2 * r_2^2 * \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}{(r_1^2 - r_2^2)} \right] \quad (A-19)$$

$$R_5 = \frac{1}{2 * \pi * \lambda_{lr} * l_e * F_a} * \left[1 - \frac{2 * r_2^2 * \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}{(r_1^2 - r_2^2)} \right] \quad (A-20)$$

$$R_6 = \frac{1}{2 * \pi * \lambda_{lr} * l_e * F_a} * \left[1 - \frac{2 * r_1^2 * \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}{(r_1^2 - r_2^2)} \right] \quad (A-21)$$

Donde:

- λ_{lr} es la conductividad térmica del laminado en dirección radial $\left[\frac{W}{m^2 \cdot K}\right]$.
- λ_{la} es la conductividad térmica del laminado en dirección axial $\left[\frac{W}{m^2 \cdot K}\right]$.
- l_e es la longitud del estator [m].
- F_a factor de apilamiento.
- r_1 radio exterior del estator [m].
- r_2 radio exterior de los dientes del estator [m].

- **Dientes del estator:**

El laminado que forma los dientes del estator se puede modelar como segmentos de cilindro, conectados en paralelo. En este caso, se tendrá conducción circular hacia las bobinas del estator. Por este motivo se añadirá una resistencia entre las caras de los dientes y el punto de temperatura media.

$$R_7 = \frac{l_e * T_u}{6 * \pi * \lambda_{la} * b_{ds} * (r_2^2 - r_3^2)} \quad (A-22)$$

$$R_8 = \frac{\pi * b_{ds} * (r_2^2 - r_3^2)}{l_e * T_u * \lambda_{lr} * F_a * (r_2^2 - r_3^2) * Q_s^2} \quad (A-23)$$

$$R_9 = \frac{-T_u}{4 * \pi * (r_2^2 - r_3^2) * \lambda_{lr} * l_e * F_a * b_{ds}} * \left[r_2^2 + r_3^2 - \frac{4 * r_2^2 * r_3^2 * \ln\left(\frac{r_2}{r_3}\right)}{(r_2^2 - r_3^2)} \right] \quad (A-24)$$

$$R_{10} = \frac{T_u}{2 * \pi * \lambda_{lr} * l_e * F_a * b_{ds}} * \left[1 - \frac{2 * r_3^2 * \ln\left(\frac{r_2}{r_3}\right)}{(r_2^2 - r_3^2)} \right] \quad (A-25)$$

$$R_{11} = \frac{T_u}{2 * \pi * \lambda_{lr} * l_e * F_a * b_{ds}} * \left[\frac{2 * r_3^2 * \ln\left(\frac{r_2}{r_3}\right)}{(r_2^2 - r_3^2)} - 1 \right] \quad (A-26)$$

Donde:

- Q_s es el número de ranuras en el estator
- b_{ds} es el grosor de los dientes en el estator [m]
- T_u es la distancia entre dientes [m].

• **Bobinas del estator:**

Las bobinas del estator se modelan como barras solidas que consisten en un conjunto de hilos y aislamientos. Se considera que axialmente el cobre es el conductor de calor, pero radialmente la conductividad es 2.5 veces la conductividad del aislante solo.

$$R_{12} = \frac{2 * d_i}{\pi * \lambda_i * l_e * r_4 * Q_s} + \frac{1}{2 * \pi * \lambda_v * l_e * F_r * Q_s} \quad (A-27)$$

$$R_{13} = \frac{l_e}{6 * \lambda_{cu} * S_c * Q_s} \quad (A-28)$$

$$R_{14} = \frac{4 * d_i}{\pi * \lambda_i * l_e * r_4 * Q_s} + \frac{1}{\pi * \lambda_v * l_e * F_r * Q_s} \quad (A-29)$$

$$R_{15} = \frac{1}{\pi * \lambda_v * l_e * F_r * Q_s} \quad (A-30)$$

Donde:

- d_i es el espesor del aislante de la ranura del estator [m]
- λ_i conductividad térmica del aislante de la ranura del estator $\left[\frac{W}{m^2 * K}\right]$.
- λ_v conductividad térmica del barniz que recubre los hilos de cobre $\left[\frac{W}{m^2 * K}\right]$.
- λ_{cu} conductividad térmica del cobre $\left[\frac{W}{m^2 * K}\right]$.
- r_4 radio equivalente del bobinado del estator [m].
- F_r factor de conductividad radial (2.5)
- S_c es la sección del cobre para cada ranura del estator [m^2].

• **Entrehierro:**

El entrehierro es ese espacio de aire que queda entre los dientes del rotor y del estator. También queda entrehierro entre las bobinas del estator y el rotor.

$$R_{16} = \frac{T_u}{\pi * \lambda_{c2} * b_{ds} * l_e * r_3} \quad (A-31)$$

$$R_{17} = \frac{T_u}{\pi * \lambda_{c2} * (T_u - b_{ds}) * l_e * r_3} \quad (A-32)$$

$$R_{18} = \frac{1}{\pi * \lambda_{c2} * l_e * r_5} \quad (A-33)$$

Donde:

- b_{as} Grosor de los dientes del estator [m].
- T_u Distancia entre dientes [m].
- λ_{c2} coeficiente de convección a partir de la ecuación (3-49) $\left[\frac{W}{m^2 \cdot K}\right]$.
- r_3 radio interior de los dientes del estator [m].
- r_5 radio exterior de los dientes del rotor [m].

- **Cabezas de bobina:**

Las cabezas de bobina se consideran como estructura homogénea. Se considera un toroide sostenido por la prolongación de los bobinados. La temperatura pico es más importante que la temperatura media, por este motivo se aplicará un factor ω para simular los picos de temperatura. Se considera que axialmente el cobre es el conductor de calor, pero radialmente la conductividad es 2.5 veces la conductividad del aislante solo.

$$R_{19} = \frac{l_0 * \omega}{Q_s * S_{Cu} * \lambda_{Cu}} \quad (A-34)$$

$$R_{20} = \frac{\omega}{16 * \pi^2 * r_t * F_r * \lambda_v} \quad (A-35)$$

$$R_{21} = \frac{\omega * r_6^2}{8 * \pi * r_4^2 * l_0 * F_r * \lambda_v * Q_s} \quad (A-36)$$

Donde:

- l_0 longitud del bobinado que sobresale de la ranura del estator [m].
- ω factor corrector para simular los picos de temperatura
- S_{Cu} sección de cobre por cada ranura del estator [m^2].
- λ_{Cu} conductividad térmica del cobre $\left[\frac{W}{m^2 \cdot K}\right]$.
- r_t radio del toroide [m]
- r_4 radio equivalente del bobinado del estator [m].
- r_6 radio de sección del cobre [m].
- F_r factor de conductividad radial
- λ_v conductividad térmica del barniz que recubre los filamentos de cobre $\left[\frac{W}{m^2 \cdot K}\right]$.

- **Aire en las cabezas:**

El aire en las cabezas es aire que queda alrededor de las cabezas de bobina. Este aire se impulsa por las aletas del rotor. El área de contacto con el toroide considerado para las cabezas de bobina, se incrementa en un 50% para tener en cuenta las irregularidades de la superficie:

$$R_{22} = \frac{1}{S_1 * \lambda_{c3}} \quad (A-37)$$

$$R_{23} = \frac{1}{S_2 * \lambda_{c3}} \quad (A-38)$$

$$R_{24} = \frac{1}{S_3 * \lambda_{c3}} \quad (A-39)$$

$$R_{25} = \frac{1}{1,5 * S_4 * \lambda_{c3}} \quad (A-40)$$

$$R_{26} = \frac{1}{S_5 * \lambda_{c3}} \quad (A-41)$$

$$R_{27} = \frac{1}{S_6 * \lambda_{c3}} \quad (A-42)$$

Donde:

- S_1 área de la carcasa en contacto con el aire de las cabezas [m^2].
- S_2 área del estator en contacto con el aire de las cabezas [m^2].
- S_3 área de los dientes del estator en contacto con el aire de las cabezas [m^2].
- S_4 área del toroide en contacto con el aire de las cabezas [m^2].
- S_5 área del bobinado rotórico en contacto con el aire de las cabezas [m^2].
- S_6 área del hierro del rotor en contacto con el aire de las cabezas [m^2].
- λ_{c3} coeficiente de convección a partir de la ecuación (3-52) $\left[\frac{W}{m^2 * K}\right]$.

• **Bobinas del rotor:**

El bobinado del rotor es del tipo de jaula de ardilla, construido a partir de las barras de aluminio inyectadas en las ranuras del rotor. Dado que el contacto entre las barras del rotor y el rotor es bueno, se puede suponer que se tiene una capa de aluminio uniforme. Se modela entonces, como un cilindro de aluminio.

$$R_{28} = \frac{l_e}{6 * \pi * \lambda_{Al} * (r_5^2 - r_8^2)} \quad (A-43)$$

$$R_{29} = -\frac{1}{4 * \pi * (r_5^2 - r_8^2) * \lambda_{Al} * l_e} * \left[r_5^2 + r_8^2 - \frac{4 * r_5^2 * r_8^2 * \ln\left(\frac{r_5}{r_8}\right)}{(r_5^2 - r_8^2)} \right] \quad (A-44)$$

$$R_{30} = \frac{1}{2 * \pi * \lambda_{Al} * l_e} * \left[1 - \frac{2 * r_8^2 * \ln\left(\frac{r_5}{r_8}\right)}{(r_5^2 - r_8^2)} \right] \quad (A-45)$$

$$R_{31} = \frac{1}{2 * \pi * \lambda_{Al} * l_e} * \left[1 - \frac{2 * r_5^2 * \ln\left(\frac{r_5}{r_8}\right)}{(r_5^2 - r_8^2)} \right] \quad (A-46)$$

Donde:

- λ_{Al} conductividad térmica del aluminio $\left[\frac{W}{m^2 * K}\right]$.
- r_5 radio exterior de los dientes del rotor [m].
- r_8 radio interior de los dientes del rotor [m].

- **Hierro del rotor:**

Se considera como hierro del rotor el laminado entre el eje y el bobinado del rotor. El cilindro tendrá una conductividad diferente en dirección axial o radial.

$$R_{32} = \frac{l_e}{6 * \pi * \lambda_{la} * (r_8^2 - r_9^2)} \quad (A-47)$$

$$R_{33} = -\frac{1}{4 * \pi * (r_8^2 - r_9^2) * \lambda_{lr} * F_a * l_e} * \left[r_8^2 + r_9^2 - \frac{4 * r_8^2 * r_9^2 * \ln\left(\frac{r_8}{r_9}\right)}{(r_8^2 - r_9^2)} \right] \quad (A-48)$$

$$R_{34} = -\frac{r_8^2 - r_9^2}{2 * \pi * (r_8^2 - r_9^2) * \lambda_{lr} * F_a * l_e} * \left[1 - \frac{2 * r_9^2 * \ln\left(\frac{r_8}{r_9}\right)}{(r_8^2 - r_9^2)} \right] \quad (A-49)$$

$$R_{35} = -\frac{r_8^2 - r_9^2}{2 * \pi * (r_8^2 - r_9^2) * \lambda_{lr} * F_a * l_e} * \left[\frac{2 * r_8^2 * \ln\left(\frac{r_8}{r_9}\right)}{(r_8^2 - r_9^2)} - 1 \right] \quad (A-50)$$

Donde:

- λ_{lr} conductividad térmica del laminado en dirección radial $\left[\frac{W}{m^2 * K}\right]$.
- λ_{la} conductividad térmica del laminado en dirección axial $\left[\frac{W}{m^2 * K}\right]$.
- F_a factor de apilamiento.
- r_8 radio interior de los dientes del rotor [m].
- r_9 radio del eje [m].

- **Eje:**

El eje se considera un cilindro macizo, con buen contacto con los cojinetes y con el rotor. Se considera que no se tienen pérdidas en los cojinetes, a bajas velocidades. Los cojinetes y la parte del eje que sobresale se consideran parte de la carcasa en el modelo térmico.

El punto de temperatura media se sitúa a 1/6 parte de la longitud del eje entre ambos cojinetes.

$$R_{36} = \frac{1}{2 * \pi * \lambda_s * l_e} + \frac{l_m}{2 * \pi * \lambda_s * r_9^2} \quad (A-51)$$

$$R_{37} = \frac{1}{4 * \pi * \lambda_s * l_b} + \frac{l_m}{2 * \pi * \lambda_s * r_9^2} \quad (A-52)$$

Donde:

- l_m longitud del estator [m].
- l_b longitud entre el punto de temperatura media del rotor y el punto de temperatura media del cojinete. Se mide desde el centro del cojinete a 1/6 parte del rotor [m].
- λ_s conductividad térmica del acero del eje $\left[\frac{W}{m^2 * K}\right]$.

• **Pérdidas:**

Las pérdidas en una máquina eléctrica se producen a lo largo de todo el material, pero en el esquema térmico equivalente están situadas en puntos, como fuentes de corriente. Estos puntos se corresponden a los nodos del esquema térmico equivalente.

Se considera que la carcasa, el eje y el aire que contiene la máquina, no se tienen pérdidas. El esquema térmico equivalente de la máquina de inducción se ha obtenido a partir de media máquina, por tanto, las pérdidas se dividen entre dos. Empíricamente se demuestra la siguiente distribución de pérdidas: [1]

Pérdida en el cobre del estator

$$P_{\text{cobre del estator (N4)}} = \frac{0.48 \cdot P_{ecu} + 0.4 \cdot P_{ad}}{2} \quad (A-53)$$

Pérdida en las barras del rotor

$$P_{\text{barras del rotor (N8)}} = \frac{P_{rcu}}{2} \quad (A-54)$$

Pérdida en los dientes del estator

$$P_{\text{dientes del estator (N3)}} = \frac{P_{Feds} + 0.3 \cdot P_{ad}}{2} \quad (A-55)$$

Pérdida en el hierro del estator

$$P_{\text{hierro del estator (N2)}} = \frac{P_{efe}}{2} \quad (A-56)$$

Pérdida en el hierro del rotor

$$P_{\text{hierro del rotor } (N9)} = \frac{0.3 \cdot P_{ad}}{2} \quad (\text{A-57})$$

Pérdidas en cabezas de bobinas

$$P_{\text{Cabezas de bobinas } (N6)} = \frac{0,52 * P_{ecu}}{2} \quad (\text{A-58})$$

Donde:

- P_{efe} pérdidas producidas en el hierro del estator [W].
- P_{Feds} pérdidas producidas en los dientes del estator [W].
- P_{ecu} pérdidas producidas en el bobinado del estator [W].
- P_{rcu} pérdidas producidas en el bobinado del rotor [W].
- P_{ad} pérdidas adicionales [W].

B Modelo hidráulico de la bomba centrífuga

Para obtener los valores deseados respecto a la cantidad de líquido que se requiere, es necesario hacer pruebas a la bomba centrífuga y de acuerdo a los datos obtenidos poder usar las representaciones matemáticas que se presentaran en este capítulo.

Datos requeridos

Datos a obtener mediante pruebas:

➤ **Caudal volumétrico (Q)**

El caudal volumétrico o tasa de flujo de fluidos es la cantidad de fluido que circula por unidad de tiempo en un determinado sistema o elemento. Usualmente es representado con la letra Q mayúscula.

Medición:

La forma más sencilla de calcular los caudales en bombas pequeñas, es la medición directa del tiempo que se tarda en llenar un recipiente de volumen conocido. El líquido se desvía hacia un recipiente con su volumen conocido y el tiempo que demora su llenado se mide por medio de un cronómetro. El tiempo que se tarda en llenarlo se medirá con precisión, especialmente cuando sea de sólo unos pocos segundos. La variación entre diversas mediciones efectuadas sucesivamente dará una indicación de la precisión de los resultados.

➤ **Velocidad del rodete en r.p.m (n)**

➤ **Diámetro exterior rodete (D_2).**

➤ **Número de álabes (N).**

➤ **Anchura de álabes en la entrada (b_1).**

➤ **Anchura de álabes en la salida (b_2).**

➤ **Ángulo de álabes respecto a la sección de salida del rodete (β_2).**

➤ **Coefficiente de reducción en la sección de la salida ψ_2 .**

➤ **Longitud de tubería de aspiración (L_a).**

- Longitud de tubería de aspiración (L_a).
- Longitud de tubería de impulsión (L_i).
- Diámetro de tubería de aspiración (D_a).
- Diámetro de tubería de impulsión (D_i).

Análisis matemático

- **Caudal y rendimiento volumetrico de una bomba centrífuga**

En la figura B-1 que se muestra a continuación, se puede visualizar las relaciones de caudal en una bomba centrífuga:

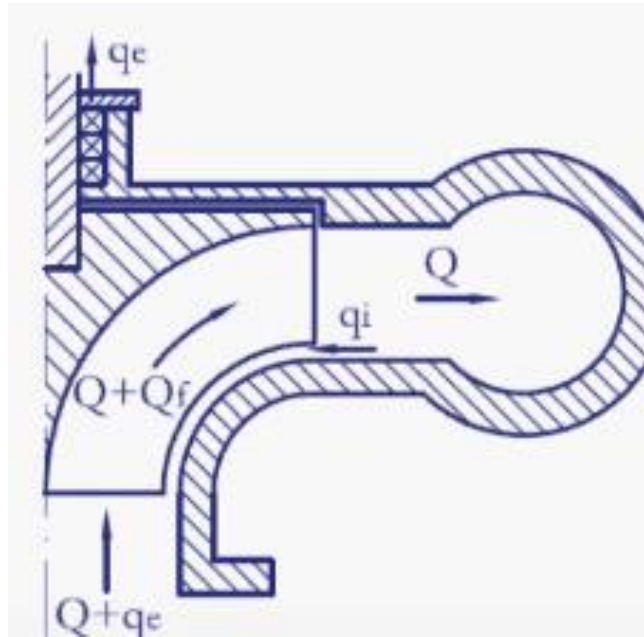


Figura B-1 Caudal en una bomba centrífuga

Caudal brida de aspiración:

$$Q_{asp} = Q + q_e \quad (B-1)$$

Rendimiento volumétrico:

$$n_v = \frac{Q}{Q_r} = \frac{Q}{Q + Q_f} = \frac{Q}{Q + q_e + q_i} \quad (B-2)$$

Donde:

- Q caudal suministrado por la bomba (sale por la brida de impulsión) $\left[\frac{m^3}{s}\right]$.
- Q_{asp} caudal de aspiración de la brida $\left[\frac{m^3}{s}\right]$.
- n_v rendimiento volumétrico.
- Q_r caudal que circula por el rodete (entra por la brida de aspiración) $\left[\frac{m^3}{s}\right]$.
- q_e fugas externas del caudal (se pierde hacia el exterior) $\left[\frac{m^3}{s}\right]$.
- Q_f suma de las fugas externas más fugas internas $\left[\frac{m^3}{s}\right]$.
- q_i fugas internas (se devuelve debido a la diferencia de presión entre brida de impulsión y aspiración) $\left[\frac{m^3}{s}\right]$.

- **Coefficiente de disminución de trabajo:**

$$\mu = \frac{H_{uN}}{H_{u\infty}} \quad (B-3)$$

Donde:

- H_{uN} es la altura teórica con un número finito de álabes.
- $H_{u\infty}$ altura teórica con un número infinito de álabes.
- μ coeficiente de disminución de trabajo.

Para obtener la altura teórica con un número infinito de álabes se usará la ecuación de Euler, donde:

$$g * H_{u\infty} = u_2 * V_{u2} - u_1 * V_{u1} \quad (B-4)$$

Que corresponde a los productos de la velocidad de arrastre y la componente acimutal de velocidad absoluta entre la salida y entrada del rodete.

Teniendo en cuenta que el fluido entra axialmente al rodete, este no tendría componente acimutal de velocidad por lo que $V_{u1} = 0$, quedando:

$$H_{u\infty} = \frac{u_2 * V_{u2}}{g} \quad (B-5)$$

Donde:

- u_2 es la velocidad de arrastre $\left[\frac{m}{s}\right]$.
- V_{u2} componente acimutal de velocidad de salida $\left[\frac{m}{s}\right]$.
- g aceleración de gravedad $\left[\frac{m}{s^2}\right]$.

Velocidad de arrastre:

$$u_2 = \frac{\pi * n}{30} * \frac{D_2}{2} \quad (B-6)$$

Donde:

- n es la velocidad del rodete en r.p.m.
- D_2 es el diámetro exterior del rodete

Componente acimutal de velocidad de salida:

$$V_{u2} = u_2 - V_{m2} * \cot(\beta_2) \quad (B-7)$$

Con:

$$V_{m2} = \frac{Q}{n_v * \pi * D_2 * b_2 * \psi_2} \quad (B-8)$$

Donde:

- V_{m2} componente meridiana de la velocidad absoluta en la sección de la salida $\left[\frac{m}{s}\right]$.
- b_2 anchura de álabes en la salida [mm].
- ψ_2 coeficiente de reducción en la sección de la salida.
- β_2 ángulo geométrico en la sección de la salida de los álabes [°].

Para obtener la altura teórica con un número finitos de álabes se utiliza la siguiente ecuación:

$$g * H_{uN} = g * H_{u\infty} - u_2^2 * \epsilon * \frac{\pi}{N} * \sin(\beta_2) \quad (B-9)$$

Donde:

- ϵ Coeficiente de corrección de Stodola.
- N número de álabes.

El factor de la corrección de Stodola se puede obtener de la siguiente tabla:

Tabla_apéndice B-1 Corrección de Stodola

Factor ϵ de la corrección de Stodola					
	$\beta_2 = 20^\circ$	$\beta_2 = 30^\circ$	β_2	β_2	β_2
$N = 4 \text{ a } 8$	1,10	0,90	0,75	0,60	0,55
$N = 8 \text{ a } 16$	1,15	1,00	0,85	0,70	0,65

En caso de que el ángulo no coincida con los mostrados en la tabla, se puede interpolar.

• **Altura manométrica y pérdidas de carga**

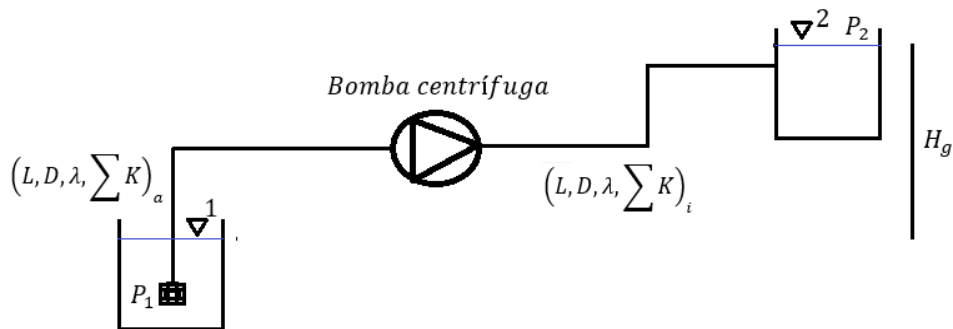
La altura manométrica es la elevación a la que el líquido debe subir, esta se calcula basada en la ecuación de conservación de la energía mecánica:

$$\frac{P_1}{\rho * g} + \frac{v_1^2}{2 * g} + Z_1 + H^r_m - h_{r,12} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2 * g} + Z_2 \quad (B-10)$$

Donde:

- P_1 presión manométrica sobre la superficie del punto 1.
- P_2 presión manométrica sobre la superficie del punto 2.
- v_1 velocidad media en la tubería en el punto 1, calculada a partir del caudal.
- v_2 velocidad media en la tubería en el punto 2, calculada a partir del caudal.
- H^r_m altura resistente (energía que proporciona la bomba).
- ρ densidad del líquido.
- g fuerza de gravedad.
- $h_{r,12}$ pérdidas por fricción del fluido (con las tuberías y pérdidas secundarias en codos, válvulas, etc.).

Se hará énfasis en el cálculo de la altura manométrica para la siguiente situación:



Figura_apéndice B-2 Ejemplo de aplicación de bomba centrífuga

Con el ejemplo de la figura B-2 se podrán calcular las alturas manométricas que corresponde al caso de la bomba centrífuga que se analizara en el presente proyecto, en donde la energía suministrada al fluido se invierte a menudo simplemente en vencer una diferencia de cotas, como ocurre en la instalación de la figura B-2. La bomba impulsa agua desde el depósito 1 al depósito 2. La condición de funcionamiento consiste en que la altura manométrica suministrada por la bomba tiene que ser igual a la denominada altura resistente de la instalación H^r_m , por lo tanto:

$$H^r_m = h_{T,12} + \left(\frac{P_2}{\rho * g} - \frac{P_1}{\rho * g} \right) + \left(\frac{v_2^2}{2 * g} - \frac{v_1^2}{2 * g} \right) + (Z_2 - Z_1) \quad (B-11)$$

Donde la diferencia de cotas corresponde a la altura geométrica:

$$H_g = (Z_2 - Z_1) \quad (B-12)$$

Donde:

- H_g es la altura geométrica.

Para el cálculo de las pérdidas por fricción del fluido se utiliza la expresión general de Darcy-Weisbach, donde:

$$h_{T,12} = \left(\lambda_a * \frac{L_a}{D_a} + \sum K_a \right) * \frac{8 * Q_a^2}{\pi^2 * g * D_a^4} + \left(\lambda_i * \frac{L_i}{D_i} + \sum K_i \right) * \frac{8 * Q_i^2}{\pi^2 * g * D_i^4} \quad (B-13)$$

Donde:

- λ_a el coeficiente de pérdida de presión por fricción en lado de aspiración.
- λ_i el coeficiente de pérdida de presión por fricción en el lado de impulsión.
- L_a Longitud de tubería de aspiración.
- L_i longitud de tubería de impulsión.
- D_a diámetro de tubería de aspiración.
- D_i diámetro de tubería de impulsión.
- K_a es el coeficiente de pérdida de presión en el lado de aspiración (por torbellinos, desprendimientos, etc.).
- K_i es el coeficiente de pérdida de presión en el lado de impulsión (por torbellinos, desprendimientos, etc.).
- Q_a caudal de aspiración de la bomba.
- Q_i caudal de impulsión de la bomba.
- g gravedad

El coeficiente de pérdida de presión λ se lee en general en el diagrama teórico-experimental de Moody en función del número de Reynolds y de la rugosidad relativa de la tubería, donde: [

$$R_e = \frac{\rho * v * D}{u} \quad (B-14)$$

Donde:

- u viscosidad dinámica.
- R_e número de Reynolds.

Válida para tubo liso:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 0,87 * \ln(Re * \sqrt{\lambda}) - 0,8 \quad (B-15)$$

Válida para un tubo muy rugoso:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 0,87 * \ln\left(\frac{D}{k}\right) + 1,14 \quad (B-16)$$

Siendo k la rugosidad absoluta de la tubería.

Para situaciones intermedias entre rugoso y liso, se utiliza frecuentemente la fórmula de DarcyColebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -0,87 * \ln\left(\frac{k}{D} + \frac{2,51}{Re * \sqrt{\lambda}}\right) \quad (B-17)$$

- **Potencia consumida por la bomba**

Potencia interna que recibe el rodete:

$$W_i = \rho * g * (Q + Q_f) * (H_m + H_L) = \rho * g * Q_r * H_{uN} \quad (B-18)$$

Donde:

- ρ es la densidad de la sustancia $\left[\frac{Kg}{m^3}\right]$.
- H_L es la altura manométrica que se precisa para vencer las pérdidas hidráulicas [m]
- W_i potencia interna que recibe el rodete [W].
- Q caudal suministrado por la bomba (sale por la brida de impulsión) $\left[\frac{m^3}{s}\right]$.
- Q_r caudal que circula por el rodete (entra por la brida de aspiración) $\left[\frac{m^3}{s}\right]$.
- Q_f suma de las fugas externas más fugas internas $\left[\frac{m^3}{s}\right]$.
- g Fuerza gravitatoria $\left[\frac{m}{s^2}\right]$.

- ❖ Pérdidas volumétricas:

$$P_v = \rho * g * Q_f * (H_m + H_L) \quad (B-19)$$

Donde:

➤ P_v pérdidas volumétricas [W].

❖ Potencia útil que recibe el fluido:

$$W_u = \rho * g * Q * (H_m + H_L) \quad (\text{B-20})$$

Donde:

➤ W_u potencia útil que recibe el fluido [W].

❖ Pérdidas hidráulicas:

$$P_h = \rho * g * Q * H_L \quad (\text{B-21})$$

Donde:

➤ P_h pérdidas hidráulicas [W].

❖ Potencia manométrica o real del fluido:

$$W = \rho * g * Q * H_m \quad (\text{B-22})$$

Donde:

➤ W potencia manométrica [W].