



PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATOLICA
DE VALPARAISO

Facultad de Filosofía y Educación
Escuela de Pedagogía
Carrera Educación Básica



MÉTODOS DE ENSEÑANZA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO

**TRABAJO DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN
EDUCACIÓN Y AL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN BÁSICA CON
MENCIONES EN PRIMER CICLO Y EN MATEMÁTICAS**

Profesora Guía: Dra. Pamela Reyes Santander

Profesor/a Corrector/a: Andrea Pizarro Canales

Estudiantes: Sandra Guerra Pérez

Suyuky Laos Maquera

Constanza Olave Moreno

Lorena Sánchez Solano

Viña del Mar, Agosto, 2015.

AGRADECIMIENTOS

Al llegar a un punto, donde finaliza nuestro proceso como estudiantes universitarias y se abren las puertas al mundo laboral y profesional, queremos agradecer a todas esas personas que han estado acompañándonos en el camino. Aquellas personas que nos animaron día a día. Familia, amigos, pololos, mascotas, todo aquel que nos apoyó y nos comprendió en este proceso, muchas gracias.

Por medio de este mensaje deseamos expresar nuestra gratitud a nuestra profesora guía, la Profesora Pamela Reyes Santander, quien nos acompañó durante todo este proceso y ayudó a que el día de hoy nosotras finalicemos el último trabajo universitario.

Y por último, pero no menos importante, queremos agradecerlos entre nosotras, las tesisistas y profesionales de la educación que han finalizado un gran camino, pero que a la vez inician uno nuevo. Sufrimos, corrimos, reímos, compartimos y muchas cosas más, todo el proceso fue una gran aventura que ha llegado a su fin, y a pesar de las dificultades que se pudieron haber presentado, esta experiencia grupal, es una gran experiencia para cada una de nosotras y nos quedaremos con los mejores recuerdos de este trabajo de titulación

Muchas gracias por todo.

Sandra Guerra Pérez

Suyuky Laos Maquera

Constanza Olave Moreno

Lorena Sánchez Solano

ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS	2
ÍNDICE	3
RESUMEN.....	5
ABSTRACT	5
INTRODUCCIÓN	6
CAPÍTULO 1. PROBLEMÁTICA	8
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO	13
2. 1 Pensamiento Matemático.....	13
2. 1. 1 Dimensiones del PM.....	15
2. 2 Habilidades en el currículum chileno	20
- Resolver Problemas	20
- Representar	21
- Modelar	21
- Argumentar y Comunicar	21
2. 2. 1 Resolver Problemas	22
2. 3 Nociones Claves del Contexto Educativo	28
2. 3. 1 Aprendizaje significativo	28
2. 3. 1. 1 Cálculo Mental.....	32
2. 3. 2 Aprendizaje colaborativo	34
2. 3. 2. 1 Juegos.....	37
2. 3. 2. 1. 1 Juego de Roles	41
2. 3. 2. 2 Ejercitación	41
CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA	43
3. 1 X: Diseño de la Propuesta o diseño de la Unidad	48
3. 2 Diseño del Test.....	50
3. 3 Contexto	52
3. 3. 1 Grupo Control.....	52
3. 3. 2 Grupo Experimental.....	52

3. 4 Fechas de Implementación	53
CÁPITULO 4. ANÁLISIS Y RESULTADOS	54
4. 1 Números / Gráficos	54
4. 1. 1 Resultados Grupo Control (GC)	54
4. 1. 2 Resultados Grupo Experimental (GE)	66
4. 2 Comparación Test Inicial y Test Final de GC y GE	77
4. 3 Resultados	79
CONCLUSIÓN	82
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	87
ANEXOS	93
- Anexo A: Test Inicial - Validación	93
- Anexo B: Validación del Test Inicial	96
- Anexo C: Test Inicial	98
- Anexo D: Planificación de la secuencia: Clase 1	101
- Anexo E: Ejemplo de presentación para el desarrollo de cálculo mental	104
- Anexo F: Material para el juego de roles	105
- Anexo G: Planificación de la secuencia de clases: Clase 2.....	111
- Anexo H: Ejemplo de presentación para el desarrollo de cálculo mental.....	113
- Anexo I: Ejemplo de Hoja de trabajo.....	114
- Anexo J: Ejemplo de hoja de trabajo resuelta por estudiante GE.	116
- Anexo K: Planificación de la secuencia de clases: Clase 3.....	118
- Anexo L: Ejemplo de presentación para el desarrollo de cálculo mental.	120
- Anexo M: Ejemplo de Hoja de trabajo.....	121
- Anexo N: Ejemplo de guía de trabajo resuelta por estudiante GE.	122
- Anexo Ñ: Planificación de la secuencia de clases: Clase 4.....	123
- Anexo O: Ejemplo de presentación para el desarrollo de cálculo mental.....	125
- Anexo P: Juego Tablero	126
- Anexo Q: Test Final	127

RESUMEN

En la actualidad, a nivel nacional, existe una escasa cantidad de estudios que describan o caractericen el Desarrollo del Pensamiento Matemático. A pesar de la existencia de algunos acercamientos a este término, no se conoce exactamente los métodos de enseñanza que podrían influir en él, por lo que investigar y saber cómo se trabaja este pensamiento en el aula es uno de los temas a abordar en esta investigación, donde se indaga sobre diferentes métodos de enseñanza, que permita a los estudiantes lograr un aprendizaje significativo, es decir, que puedan enlazar los conocimientos previos con los nuevos conocimientos. A la vez, dentro de esta investigación se podrá observar que la resolución de problemas permite el desarrollo del pensamiento matemático, al ser una habilidad que se trabaja de forma transversal y que pone en juego diferentes conocimientos que ayudan en el desarrollo de este pensamiento.

Palabras claves: Pensamiento Matemático, Métodos de enseñanza, Resolver problemas, Aprendizaje Significativo.

ABSTRACT

Currently nationwide, there are a small number of studies that describe or characterize the Development of Mathematical Thinking. Despite the existence of some approaches to this term, there is not exactly known teaching methods that could influence it, so investigating and finding out how this thinking works in the classroom is one of the issues to be addressed in this research which explores different teaching methods that enable students to achieve significant learning, that is to say, that they can link to previous knowledge with the new knowledge. At the same time, in this study we can see that the resolution of problems allows the development of mathematical thinking, since it is a skill that works transversely and which combines a different variety of knowledge that helps to develop this type of thinking.

Keywords: Mathematical, Teaching Methods, Problem Solving, Meaningful Learning.

INTRODUCCIÓN

Cantoral et al. (2002) plantean que en la actualidad, es el docente el principal actor en el proceso de enseñanza, mientras que el estudiante solamente recibe la información, por este hecho, los conocimientos son olvidados fácilmente, impidiendo así el desarrollo del Pensamiento Matemático (p. 35). Lo expuesto por estos autores respalda lo observado durante las diversas prácticas a lo largo de la formación docente, con la que se ha logrado constatar que existen problemas y déficit en la enseñanza de la matemática, y por consecuencia, en el desarrollo del Pensamiento Matemático.

Por otra parte, las Bases Curriculares de Matemática (2012a) elaboradas por el Ministerio de Educación Chileno, declaran el desarrollo del Pensamiento Matemático en todos los estudiantes, a través de cuatro habilidades que se encuentran interrelacionadas, siendo estas: Resolver problemas, Argumentar y comunicar, Modelar y Representar. Dentro de estas habilidades la Resolución de problemas es el principal foco en la enseñanza de las matemáticas, pero ¿Cómo debería trabajarse esta habilidad para lograr desarrollar dicho pensamiento? Cantoral et al. (2000), señalan que el Pensamiento Matemático puede entenderse de diversas maneras (p. 19), por lo que surge la necesidad de estudiarlo y conocer cómo se puede desarrollar mediante el uso de algunos métodos de enseñanza, pues este pensamiento es el eje central de la enseñanza de las Matemáticas y un elemento clave que deben comprender los docentes para lograr su desarrollo en los estudiantes.

Es por lo anterior, que el propósito del presente Trabajo de Titulación es, determinar la influencia de distintos métodos utilizados por el profesor en el desarrollo del Pensamiento Matemático de los estudiantes, y con ello intentar aportar en los futuros estudios que surjan en base a este tema, centrándose principalmente en el rol que cumple el profesor, a través de la metodología que utiliza en el desarrollo del Pensamiento Matemático.

Para el logro de este objetivo, se considerará una metodología de investigación basada en un enfoque cuantitativo y un diseño experimental verdadero, esto permitirá determinar la influencia del método utilizado por el profesor en el desarrollo del Pensamiento

Matemático. Para ello se diseñarán tests que evaluarán a los estudiantes antes y después de ser expuestos a un Diseño de clases, y de esta manera comprobar la eficacia de las intervenciones realizadas. Además, se trabajará con dos grupos, uno experimental y otro control, en donde al grupo experimental se le implementará una serie de sesiones que estarán basadas en distintos métodos, con el objetivo de desarrollar el Pensamiento Matemático.

Mediante esta investigación se conoce que el Pensamiento Matemático “está relacionado con la vivencia de situaciones novedosas e interesantes para el individuo” (Reyes, 2012, p. 227). Lo expuesto refleja que al momento de planificar una clase se deben considerar que las actividades que propone el profesor y la forma en que se aborde el contenido matemático, debe ser de interés para los estudiantes, con el fin de hacer que las matemáticas se relacionen con los contenidos y vivencias que ya poseen y generar de esta manera un anclaje, logrando un aprendizaje significativo entre los conocimientos de los estudiantes.

Por todo lo señalado, en la presente investigación se busca diseñar un secuencia de aprendizajes que, basada en el uso de distintos métodos de enseñanza, permita que los alumnos alcancen un aprendizaje de la matemáticas que sea relevante para ellos, además principalmente se busca detectar, cuál es la influencia que tienen estos métodos de enseñanza en el desarrollo del Pensamiento Matemático.

CAPÍTULO 1. PROBLEMÁTICA

Según Isoda y Olfos (2009), “En los últimos años la investigación en educación se ha focalizado en entender mejor cómo aprenden los alumnos. En muchos países, como por ejemplo en EE.UU., las actividades de clases dan pocas oportunidades a los alumnos para que piensen matemáticamente” (p. 69). Dicho en la cita anterior, se entiende que actualmente se dan pocas oportunidades a los alumnos para que piensen matemáticamente; esto hace reflexionar sobre los problemas de enseñanza en Chile, que afectan de distintas maneras en el aprendizaje de los seres humanos.

Al comparar los resultados obtenidos por Chile en la prueba PISA (2012), con respecto a otros países del mundo, se puede dar cuenta del déficit que existe en la Educación Matemática, ya que a pesar de que Chile se encuentra en el primer lugar a nivel latinoamericano, a nivel mundial se posiciona en el lugar 51 de un total de 65 países, con un puntaje de 423 puntos, ubicándose así 71 puntos bajo el promedio. Aunque la prueba es aplicada a estudiantes de 15 años, estos resultados sirven para evidenciar que los conocimientos que fueron impartidos a lo largo de la Educación Básica, no lograron ser adquiridos en su totalidad por los estudiantes, lo que se ve reflejado en el bajo puntaje obtenido por el país.

Otro estudio que demuestra el nivel de aprendizaje de los estudiantes en matemáticas, pero en cuarto básico, es la prueba TIMSS, la cual señala que:

Un 33% de los estudiantes chilenos alcanza solo el nivel Bajo, que corresponde a capacidades y conocimientos básicos en Matemática. Por otro lado, 30% de los estudiantes llega al nivel Intermedio, ellos logran aplicar conocimientos básicos en situaciones sencillas. El 12% de los estudiantes chilenos ha alcanzado el nivel Alto, lo que indica que logran aplicar su conocimiento y comprensión para resolver problemas matemáticos. (Agencia de Calidad de la Educación, 2011, p. 17)

Como se refleja en ambos estudios internacionales, en Chile existe un bajo nivel de aprendizaje en el área de matemática, lo que demuestra que los estudiantes no adquieren

de manera significativa los conocimientos, es decir, no hay conexión directa entre los conocimientos previos y los conocimientos a alcanzar.

Analizando los resultados anteriores y por medio de las prácticas que se han realizado a lo largo de la formación docente, se han observado diversas dificultades en el aprendizaje de contenidos matemáticos y en especial en la comprensión y aplicación de estos para resolver problemas. Aun así, existe la inquietud de conocer cómo se desarrolla el Pensamiento Matemático (PM) mediante las distintas estrategias utilizadas por el profesor y en particular, cómo la habilidad de resolver problemas puede trabajarse en la enseñanza básica con el objetivo de desarrollar dicho pensamiento.

Como grupo y con respecto a encontrar una solución a la problemática mencionada en el párrafo anterior, se comparte lo señalado en el libro “Metodología para la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas”, en donde se indica que:

El fracaso en matemáticas no es un desastre. Cuando se enseña bien, la matemática interesa a todos los alumnos, no hasta el punto de suscitar en ellos la vocación de convertirse en matemáticos, pero sí como para infundirles la fuerza y el deseo de adquirir la cultura básica que se necesita hoy. (González, 2000, p. 23)

Se está de acuerdo con González, ya que en que muchas ocasiones, si el profesor enseña bien y hace interesante y coherente a la matemática, el alumno será capaz de adquirir de manera significativa los conocimientos. Además, el profesor debe ser un guía en el proceso, permitiendo que el alumno sea el personaje principal en el aprendizaje. Pero, habitualmente se puede observar todo lo contrario en la sala de clases, y esto lo respalda Cantoral et al. (2000), quienes en la siguiente cita dan referencia a la forma en que habitualmente es tratado el desarrollo del PM en los alumnos:

... el profesor es el protagonista principal del proceso de enseñanza-aprendizaje y que el alumno se limita a aceptar pasivamente aquello que se le propone, sin tener una participación activa en la construcción de lo que aprende. Hoy sabemos que los conocimientos así adquiridos se olvidan fácilmente y no quedan integrados en las estructuras lógicas de los alumnos ni parecen fortalecer su pensamiento

matemático. (p. 35)

Lo anterior nos da señales de los métodos de trabajo que utiliza el docente con los alumnos, pero en ellos se descarta la visión existente desde la psicología, donde:

La teoría cognitiva propone que el aprendizaje genuino no se limita a ser una simple absorción y memorización de información impuesta desde el exterior. Comprender requiere pensar. La comprensión se construye activamente desde el interior mediante el establecimiento de relaciones entre informaciones nuevas y lo que ya se conoce, o entre piezas de información conocidas, pero aisladas previamente. (Baroody, 2005, p. 25)

Respaldao la cita, Cantoral et al. (2000) indican que en la sala de clases es habitual ver que:

... algunos profesores enseñan matemáticas igual a como está en el libro de texto; es decir, limitándose a reproducir el contenido en el pizarrón. En general, los libros que se utilizan en las clases provienen frecuentemente de sistemas escolares diferentes al nuestro, y en ese sentido responden a fines múltiples. Esto provoca que la enseñanza se convierta en una exposición de contenidos sin atractivo para los alumnos, donde los ejemplos y ejercicios propuestos no son significativos ni cercanos a su realidad, lo cual conduce al rechazo casi automático de la clase de matemáticas. (p. 35)

A lo largo de los años se ha intentado señalar cómo llevar a cabo un aprendizaje significativo en los estudiantes, proponiendo metodologías de enseñanza y teorías sobre ciertos aspectos del aprendizaje. Según Casanova (2012), “uno de los elementos curriculares más decisivos para la personalización de la enseñanza es la propia metodología, puesto que permite aproximar el aprendizaje a cada persona de acuerdo con sus características particulares” (Citado por Azorín y Arnáiz, 2013, p. 11).

Como señala Casanova, la metodología se acopla a las características de los alumnos, y con ello al aprendizaje y conocimientos que estos poseen. Por estas circunstancias, los

métodos de enseñanza son un apoyo para el aprendizaje de los alumnos, para que estos consigan un aprendizaje significativo.

David Ausubel (1976), es otro autor que se refiere al aprendizaje significativo, considerándolo como “aquel tipo de aprendizaje que ocurre cuando la información nueva se relaciona con algún aspecto relevante de la estructura cognitiva del sujeto” (Citado por Quaas y Crespo, 2003, párr.4, sección I. A.). En otros textos, el mismo autor se refiere al aprendizaje significativo como la “adquisición de significados y a los cambios de organización permanentes de la estructura cognoscitiva que acompañan a este proceso, a medida que el alumno responde a las presentaciones iniciales y sucesivas de la tarea de aprendizaje.” (Ausubel, 1979, p. 319)

Si bien Ausubel plantea dos maneras de ver el aprendizaje significativo, existe un segundo autor, que describe el concepto de aprendizaje, el cual es Bruner (1984, p. 156) quien es citado en el artículo de las autoras Quaas y Crespo (2003). En él, Bruner plantea este concepto desde otro punto de vista, considerando el aprendizaje como el proceso de “reordenar o transformar los datos de modo que permitan ir más allá de ellos, hacia una comprensión o insight nuevos.” Las autoras indican que lo anterior “es un proceso activo, en el que cada sujeto atiende selectivamente a la información y la procesa y organiza de forma particular” (Quaas y Crespo, 2003, párr. 1, sección I. C.). Lo cual nos indica nuevamente que el aprender un nuevo conocimiento es un proceso en donde los estudiantes son los principales protagonistas en construir su propio saber.

Dentro de las aulas se busca que los alumnos adquieran los conocimientos y sean capaces de desarrollar, a través del trabajo con ellos, el PM, pero como afirma Cantoral et al. (2000), se entiende que los procesos para desarrollar el PM no han sido los adecuados y a raíz de esto surgen las preguntas ¿Qué métodos de enseñanza permitirán lograr desarrollar el Pensamiento Matemático de los estudiantes? y ¿Cómo influyen los métodos utilizados por el docente en el desarrollo del Pensamiento Matemático de los estudiantes?

Con el fin de dar respuesta a esta pregunta se han propuesto los siguientes objetivos de investigación:

Objetivo general

Determinar la influencia de los distintos métodos que utiliza el profesor en el desarrollo del Pensamiento Matemático.

Para lograr el Objetivo General se han definido los siguientes Objetivos Específicos:

- Diagnosticar el logro del aprendizaje en los alumnos de tercero básico de los colegios particulares subvencionados de la comuna de Viña del Mar.
- Diseñar Test Inicial y Final para diagnosticar el aprendizaje de los alumnos de tercero básico de los colegios particulares subvencionados de la comuna de Viña del Mar.
- Diseñar y gestionar secuencias de clases para desarrollar el Pensamiento Matemático de los estudiantes de tercero básico de colegios particulares subvencionados de la comuna de Viña del Mar.
- Comparar resultados de dos grupos utilizando diferentes métodos de clase.

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

El siguiente capítulo, tiene como objetivo reunir definiciones y descripciones de los distintos términos que fundamentan esta investigación, siendo el eje central el Pensamiento Matemático, la resolución de problemas y los métodos utilizados para su desarrollo.

Por lo anterior, en este capítulo se reúnen los fundamentos teóricos que serán el respaldo y apoyo de las distintas propuestas que se presentan en el diseño de la investigación.

2. 1 Pensamiento Matemático

La investigación realizada se enfoca principalmente en el desarrollo del Pensamiento Matemático (PM), pero ¿Qué es este pensamiento? ¿Cuáles son las dimensiones por las que está compuesto? ¿Cómo se relaciona con las habilidades propuestas por el Ministerio de Educación Chileno? Estas son algunas de las interrogantes que se pretenden responder con las siguientes descripciones del tema.

Cantoral et al. (2000), describen el desarrollo del PM desde tres puntos de vista, señalando con ello que este término tiene diversas formas de interpretación. La primera visión que presentan sobre este concepto, considera que el proceso de desarrollo del PM “se entiende como una reflexión espontánea que los matemáticos realizan sobre la naturaleza de su conocimiento y sobre la naturaleza del proceso de descubrimiento e invención en matemáticas”. Una segunda visión que proporcionan, describe este término como “parte de un ambiente científico en el cual los conceptos y las técnicas matemáticas surgen y se desarrollan en la resolución de tareas” y finalmente su última visión señala que el pensamiento “se desarrolla en todos los seres humanos en el enfrentamiento cotidiano a múltiples tareas [, las que pueden ser de cualquier tipo]” (p. 19).

Estas tres visiones, aunque se ven desde una perspectiva distinta, tienen en común la

relación del sujeto con el entorno y con las actividades que realiza en su ambiente, es decir que el desarrollo del PM surge en la naturaleza del sujeto y en las actividades que este realiza en su diario vivir. Y tal como indican Cantoral et al. (2000):

... el pensamiento matemático no está enraizado ni en los fundamentos de la matemática ni en la práctica exclusiva de los matemáticos, sino que trata de todas las formas posibles de construir ideas matemáticas, incluidas aquellas que provienen de la vida cotidiana. (p. 19)

Aparte de las visiones descritas por los autores anteriores, también existe otra visión del PM descrita por Reyes (2012), la cual no está alejada de lo expresado por Cantoral et al. Reyes describe el PM como “un proceso cognitivo activo” donde se ven involucradas las “actividades neurológicas, que comprometen un diálogo interno, que relacionan y utilizan representaciones de todo tipo, capacidades racionales y no racionales, capacidades desarrolladas o por desarrollar y conocimientos almacenados en la memoria e información por almacenar”(p. 227). También describe que este proceso está relacionado con:

La vivencia de situaciones novedosas e interesantes para el individuo y con la búsqueda de respuestas a problemas... con el objetivo de obtener y guardar nuevos conocimientos y de esta forma construir un mundo matemático individual, con conexiones propias y con sistemas propios de llamados del conocimiento. (Reyes, 2012, p. 227)

Si bien existen variadas visiones sobre el desarrollo del PM, se puede llegar al consenso de que este proceso ocurre a un nivel cognitivo, donde se ponen en juego sus conocimientos e involucra necesariamente experiencias que tengan relación con la resolución de distintas tareas, sean estas de cualquier tipo, y que pueden ocurrir en el ambiente en el cual se sitúa el individuo, ya que enfrentándose a ellas se podrá ayudar en la construcción de conocimientos relacionados a las matemáticas. Conectando lo anterior con lo dicho por Fernández et al. (2007), “el desarrollo del pensamiento no se consigue solo cuando trabajamos actividades de un contenido específico, sino en el momento en el que una acción o un conjunto de acciones se esfuerzan por conquistar la construcción de

una idea” (p. 15). Con esto se entiende que este proceso a nivel cognitivo, que permite la participación de distintos conocimientos, se llevará a cabo al momento en que una o más acciones busquen la construcción de una idea y en el plano de las tareas, busquen la solución a estas.

2. 1. 1 Dimensiones del PM

El desarrollo del PM trabaja de forma paralela con cuatro dimensiones, las que están estrechamente interrelacionadas. Estas dimensiones son descritas por Reyes (2012), quien indica que las dimensiones abarcadas son: la dimensión de la percepción, la dimensión del pensamiento relacionado con el contenido, la dimensión de las estrategias y procedimientos y la dimensión de las capacidades no racionales (p. 88), estas dimensiones serán descritas brevemente en los siguientes párrafos, con la finalidad de señalar cuáles de ellas serán utilizadas y trabajadas en el transcurso de esta investigación.

La primera dimensión a nombrar es la percepción, la cual se relaciona con los sentidos del individuo. En ella se pueden resaltar algunas percepciones como las del movimiento, espacio, tiempo (Reyes, 2012, p. 228), entre otra, y estas son trabajadas por los sentidos: “visual, el auditivo, el táctil y de la presión, el gustativo, el olfativo, el de la temperatura, el del espacio o de la posición, el de la fuerza y de la tensión, el de la sensación del cuerpo, el de la palabra o el sentido verbal, el del movimiento que incluye el de la rotación, el del equilibrio o sentido estático” (Reyes, 2012, p. 140). Esta dimensión se encuentra constantemente participando en la implementación y en el diseño de la propuesta, debido a que se relaciona con los sentidos del individuo, como por ejemplo el tacto o la visión. Bruner (1964) respalda el hecho de que la percepción es trabajada en todas las implementaciones, y esto lo justifica con las tres formas de representación conocidas como enactiva, icónica y simbólica, las que describe como:

La representación enactiva es <<un modo de representar eventos pasados mediante una respuesta motriz adecuada>>... El segundo modo de representación, el icónico, nos separa un paso de lo concreto y de lo físico para entrar en el campo de las

imágenes mentales... La representación simbólica, que para Bruner es la tercera manera de capturar las experiencias en la memoria, se posibilita sobre todo por la aparición de competencias lingüísticas. Un símbolo es una palabra o marca que representa alguna cosa, pero que no tiene por qué parecerse a dicha cosa. (Citado por Resnick y Ford, 1991, pp. 139 - 140)

Con lo señalado por Bruner, se entiende que la dimensión de percepción será vista en todo el proceso de esta investigación, debido a que los tres tipos de representaciones mencionados son trabajados de manera constante y en conjunto con los métodos de enseñanza, ya que los alumnos siempre estarán haciendo uso de ella en el desarrollo e implementación de la unidad a proponer.

Una segunda dimensión está referida a los pensamientos relacionados con los contenidos matemáticos, “producto del ser humano en la historia humana”, en él están las subdivisiones del pensamiento, como el pensamiento geométrico o numérico, entre varios otros (Reyes, 2012, p. 228). Es decir, en esta dimensión se abarcan todos los conocimientos relacionados a la matemática y las formas en que son pensados.

Las Estrategias y procedimientos, son consideradas como la tercera dimensión del PM, en ella se aprecia la relación del desarrollo del individuo con el contenido y el medio en el cual se sitúa. “En esta dimensión se pone en juego el conocimiento y por lo tanto nuevamente la memoria tiene un papel cognitivo relevante, así como también las capacidades que son puestas en marcha en la búsqueda y desarrollo de un plan”. Por último encontramos la cuarta dimensión relacionada a las capacidades no racionales, que, como indica la autora, “proviene del desarrollo de actividades no racionales”, que involucra la fantasía, la intuición, la creatividad, etc. (Reyes, 2012, p. 228).

Al describir las dimensiones se puede señalar como se interrelacionan las dimensiones, y ejemplo de ello es ver como la dimensión de percepción influye y está presente en cada dimensión del pensamiento, al involucrarse por medio de representaciones y sentidos que permiten al ser humano interactuar de manera cognitiva y física con los conocimientos matemáticos, con las estrategias y procedimientos, y con las capacidades no racionales

como la creatividad. En la siguiente imagen se “muestra la relación que estas dimensiones tienen... y muestra en síntesis la categorización del pensamiento matemático” (Reyes, 2012, p. 229).

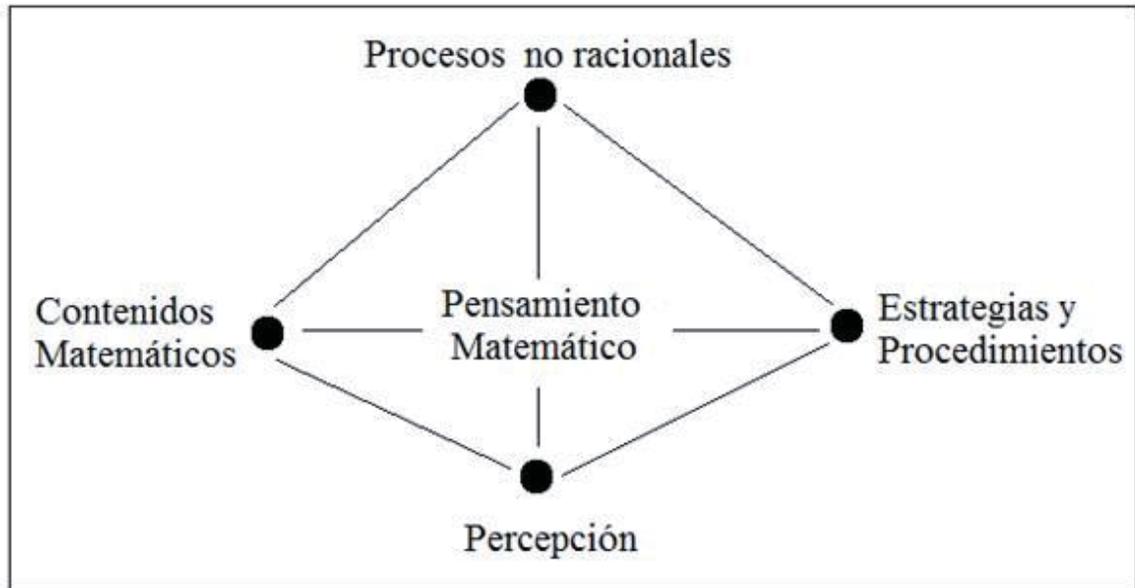


Imagen 1: Dimensiones del PM. Fuente: Reyes, 2012, p. 229.

Como se dijo con anterioridad, la imagen 1 presenta la interrelación que existe entre las dimensiones, pero estas descripciones se realizan con la finalidad de señalar aquellas en que se centrará esta investigación. Aunque las otras dimensiones pueden ser indirectamente trabajadas en el desarrollo de la Unidad Didáctica propuesta en esta investigación, el objetivo en los siguientes párrafos es describir puntualmente las dimensiones del Conocimiento Matemático y el de las Estrategias y Procedimientos, las cuales se verán principalmente trabajadas en el proceso.

La primera dimensión a describir se centra en los Conocimientos Matemáticos, con la finalidad de describir específicamente uno de los pensamientos que este abarca y el cual es el Pensamiento Numérico. Según Cantoral et al. (2000)

Se entiende que el desarrollo del pensamiento numérico requiere de la adquisición de varias habilidades de cuantificación. La noción de número es vista en

este sentido como un concepto lógico matemático que debe ser construido por el niño, en vez de entenderlo como un concepto físico que se descubre a través de percepciones sensoriomotrices. (p. 81)

Como se describe en la cita anterior, en el pensamiento numérico el concepto de número debe ser construido por el alumno, ya que el número es una representación abstracta y es por esa razón que son necesarias las habilidades de cuantificación.

Otra descripción es dada por Castro (s. f.) quien señala que el pensamiento es “toda actividad y creación de la mente, todo aquello creado a través del intelecto...Las manifestaciones del pensamiento se pueden hacer a través del lenguaje, ya sea hablado, escrito, de signos; o mediante representaciones gráficas sobre un soporte material” (p. 1). Castro hace referencia a aquello para explicar que dentro del pensamiento numérico, el número adquiere una visión más profunda, así como lo señala Stewart (2008, p. 11) en el siguiente párrafo:

(...) es mucho más fácil utilizar números que especificar qué son realmente. Los números cuentan cosas, pero no son cosas: podemos coger dos tazas pero no podemos coger el número “dos”. Los números se denotan por símbolos, pero no son símbolos: diferentes culturas utilizan diferentes símbolos para el mismo número. Los números son abstractos y sin embargo nuestra sociedad se basa en ellos y no podría funcionar sin ellos. (Citado por Castro, s. f., p. 1)

Castro considera que el Pensamiento Numérico se encuentra presente en todas las acciones que realiza el ser humano en un medio social y escolar, y las cuales tengan relaciones con los números (pp. 1 - 2), lo que se vincula con lo visto sobre PM por los autores anteriores al mencionar que el pensamiento numérico se desarrolla en el entorno en el cual se desarrolla el individuo. El autor también señala que existen tres elementos de la educación matemática que juegan un papel importante dentro del desarrollo del Pensamiento Numérico, iniciando por los maestros, a quienes se les concede “gran influencia”; un segundo elemento es la “metodología de enseñanza” y por último la “materia a estudiar” (Castro, s. f., p. 7).

En síntesis, y uniendo lo más importante descrito por los autores anteriores, el Pensamiento Numérico es toda actividad humana que implique y ponga en juego la creación de la mente, y en donde las acciones que el sujeto realice se relacionen con los números. Es por lo anterior que Cantoral et al. (2000) señalan que se requiere de habilidades de cuantificación para desarrollar esta subdivisión del PM, ya que uno de los principales puntos de este pensamiento es el trabajo con los números (p. 81), los cuales tienen un sentido abstracto y deben ser construido por los estudiantes en el proceso de aprendizaje.

La segunda dimensión en la que se enfoca esta investigación consiste en las Estrategias y Procedimientos. Reyes (2012) indica que esta dimensión tiene relación con los conocimientos, la memoria y la búsqueda en la resolución de tareas. Otro autor que se vincula con esta dimensión es Mora (2003), quien señala que a veces los profesores, olvidan que lo que permanece en la memoria del ser humano son las estrategias y los métodos que ellos elaboran en su escolaridad (párr. 1, sección 2.3). Esto se debe a que por medio de los Procedimientos y Estrategias que utiliza el alumno, se hace más significativo su aprendizaje y por lo tanto permite que este pueda resolver problemas similares en diferentes contextos. Mora también indica que:

Quienes están vinculados con la didáctica de las matemáticas consideran que las y los estudiantes deben adquirir diversas formas de conocimientos matemáticos en y para diferentes situaciones, tanto para su aplicación posterior como para fortalecer estrategias didácticas en el proceso de aprendizaje y enseñanza. (Mora, 2003, párr. 4, introducción)

Resumiendo lo que señala Mora, lo principal de las estrategias es que son utilizadas con la finalidad de aprender significativamente, influyendo de manera directa en los conocimientos.

Enlazando las dimensiones descritas se concluye que las estrategias, así como son utilizadas para aprender de manera significativa ciertos conocimientos matemáticos, necesitan de ellos para aprender a utilizar en sí las estrategias, es por lo anterior que

ambas dimensiones están interrelacionadas como se muestra en la imagen 1, referente a las dimensiones del PM.

Si bien el PM se va desarrollando por medio de distintas dimensiones, que están interrelacionadas entre sí, nace la duda de como las habilidades juegan un papel dentro de este desarrollo y principalmente, como la resolución de problemas se abarca y se trabaja en este proceso. Es por ello que a continuación se describen las habilidades propuestas por el Ministerio de Educación Chileno, con la finalidad de describir puntualmente la habilidad de resolución de problemas en la cual se centra esta investigación.

2. 2 Habilidades en el currículum chileno

El Ministerio de Educación (2012b) declara por medio de las habilidades “desarrollar el pensamiento matemático”, y para alcanzar ese fin involucra cuatro habilidades que están interrelacionadas: resolver problemas, representar, modelar y argumentar y comunicar. Estas habilidades “tienen un rol importante en la adquisición de nuevas destrezas y conceptos y en la aplicación de conocimientos para resolver los problemas propios de la matemática (rutinarios y no rutinarios) y de otros ámbitos.” (p. 89).

En esta sección se muestra una breve reseña de las cuatro habilidades necesarias para desarrollar el PM en el ciclo básico, para centrarse posteriormente en la habilidad de resolver problemas. Las descripciones que se presentan son extraídas de las Bases Curriculares (2012a), documento a nivel nacional que indica los contenidos a enseñar en el proceso educativo.

- Resolver Problemas

Resolver problemas es tanto un medio como un fin para lograr una buena educación matemática. Se habla de resolver problemas, en lugar de simples ejercicios, cuando el estudiante logra solucionar una situación problemática dada, contextualizada o no, sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir. (MINEDUC, 2012a, p. 3)

- **Representar**

...El alumno transporta experiencias y objetos de un ámbito concreto y familiar a otro más abstracto y nuevo, en que habitan los conceptos que está recién construyendo o aprendiendo... El alumno “representa” para entender mejor y operar con conceptos y objetos ya construidos. (MINEDUC, 2012a, p. 3)

- **Modelar**

Es el proceso de utilizar y aplicar modelos, seleccionarlos, modificarlos y construir modelos matemáticos, identificando patrones característicos de situaciones, objetos o fenómenos que se desea estudiar o resolver, para finalmente evaluarlos.

[Su objetivo es que] el estudiante construya una versión simplificada y abstracta de un sistema, usualmente más complejo, pero que capture los patrones claves y lo exprese mediante lenguaje matemático. (MINEDUC, 2012a, p. 3)

- **Argumentar y Comunicar**

... Tratar de convencer a otros de la validez de los resultados obtenidos. La argumentación y la discusión colectiva sobre la solución de problemas, escuchar y corregirse mutuamente, la estimulación a utilizar un amplio abanico de formas de comunicación de ideas, metáforas y representaciones, favorece el aprendizaje matemático... Apunta principalmente a que los alumnos establezcan progresivamente deducciones que les permitirán hacer predicciones eficaces en variadas situaciones concretas. (MINEDUC, 2012a, p. 3)

Las habilidades mencionadas son trabajadas en la enseñanza básica con la finalidad de apoyar el desarrollo del PM, pero se olvida que el foco está en la habilidad de Resolución de problemas. Muchos de los profesores plantean esta habilidad como una forma de evaluar un contenido o para evidenciar si lograron memorizar la fórmula que otorga la respuesta al problema. En cambio, lo que se busca “promover con la resolución de problemas, es el desarrollo de formas de pensamiento y de acción que posibiliten a los estudiantes procesar

información proveniente de la realidad y así profundizar su comprensión acerca de ella y de los conceptos aprendidos” (MINEDUC, 2012b, p. 87).

El MINEDUC plantea las habilidades descritas en los párrafos anteriores para desarrollar en los alumnos el PM, pero es la Resolución de Problemas el enfoque de ésta investigación; ya que es una habilidad transversal al proceso de aprendizaje, debido a que:

Da al estudiante la ocasión de enfrentarse a situaciones desafiantes que requieren, para su resolución, variadas habilidades, destrezas y conocimientos que no siguen esquemas prefijados y, de esta manera, contribuye a desarrollar confianza en las capacidades propias de aprender y de enfrentar situaciones, lo que genera, además, actitudes positivas hacia el aprendizaje. (MINEDUC, 2012b, p. 87)

La habilidad de resolución de problema, es fundamental para el desarrollo del PM; debido que para lograrse en plenitud, es necesario que los estudiantes utilicen diferentes habilidades, técnicas y estrategia las cuales se complementan con el fin de incrementar y perfeccionar el mismo pensamiento, tal y como lo respalda el MINEDUC al indicar que “La resolución de problemas permite, asimismo, que el profesor perciba el tipo de pensamiento matemático de sus alumnos cuando ellos seleccionan diversas estrategias cognitivas y las comunican”(2012b, p. 87).

Como ya se ha mencionado, la Resolución de Problemas es el enfoque de esta investigación, debido a que es una habilidad que se trabaja de forma transversal y que permite a los alumnos hacer uso de otras habilidades, destrezas y conocimientos que no siguen esquemas. Es por lo anterior que en los párrafos siguientes se describe la habilidad desde otras perspectivas, con la finalidad de respaldar la propuesta de investigación centrada en la Resolución de Problemas.

2. 2. 1 Resolver Problemas

Para esta investigación y con la finalidad de desarrollar el PM de los estudiantes, el diseño metodológico que se propone en este Trabajo de Titulación se centrará en la habilidad de

Resolver Problemas, pues como se señala en las Bases Curriculares de Matemáticas (2012a) “la resolución de problemas es el foco de la enseñanza de la Matemática” (p. 2) y una de las habilidades fundamentales para desarrollar dicho pensamiento. Por ello, a continuación se presentan las definiciones y caracterizaciones de este término.

Como ya se ha mencionado, el MINEDUC (2012a) considera la habilidad de resolver problemas cuando “un estudiante logra solucionar una situación problemática dada, contextualizada o no, sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir” (p. 3).

Por otra parte, el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos de la OCDE (PISA), define la resolución de problemas como “la capacidad de participar en un proceso cognitivo para entender y resolver problemas donde no hay un método de solución inmediatamente obvio” (2014, p. 9). Aunque el primero lo considera una habilidad y el segundo una capacidad, ambas instituciones contemplan la inexistencia de pasos preestablecidos para lograr su solución.

Desde el punto de vista de la metodología educacional, Lesh y Zawojewski (2007), consideran este término como un proceso más complejo. Llegando a definir Resolver Problemas de la siguiente forma:

El proceso de interpretar una situación matemáticamente, la cual involucra varios ciclos interactivos de expresar, probar y revisar interpretaciones - y de ordenar, integrar, modificar, revisar o redefinir grupos de conceptos matemáticos desde varios tópicos dentro y más allá de las matemáticas (p. 782). (Citado por Santos, 2008, p. 3)

En la cita anterior se puede observar una serie de pasos que permiten al ser humano interpretar una situación matemática, y de la misma forma, Barba (1999) en el libro “Resolución de Problemas en las matemáticas”, considera la Resolución de Problemas como un proceso que permite una comprensión y valoración de las matemáticas en la vida de los niños y niñas, señalando que:

La resolución de problemas es el proceso por el que los estudiantes experimentan la

potencia y utilidad de las matemáticas en el mundo que les rodea. Es también un método de indagación y aplicación, integrado a través de los estándares con el objeto de ofrecer un contexto sólido para el aprendizaje y la aplicación de las matemáticas. Las situaciones del problema pueden establecer la necesidad de saber y fomentar la motivación para el desarrollo de los conceptos. (Citado por Abrantes, 2002, p. 56)

Barba, por medio de lo expuesto, indica que la resolución de problemas es un proceso donde el ser humano experimenta con la matemática, además que esta habilidad es un método útil para indagar.

Otra descripción sobre la resolución de problemas en el área de los problemas aritméticos escolares es dada por Puig y Cerdán (Problemas escolares, 1988) quienes afirman que:

La resolución de problemas tiene que ver con la producción de conocimientos significativos para el que aprende. El conocimiento que se valora por su significación no es el conocimiento transmitido, sino el conocimiento producido por el que está en situación de aprender. Así, si la resolución de problemas ha de ser el lugar de la producción del conocimiento, la tarea de resolver problemas es una tarea privilegiada para el aprendizaje. (Citado por Fernández, 2005, p. 39)

Con la descripción entregada en el párrafo anterior, se entiende que la resolución de problemas permite la producción de conocimientos, los cuales logran ser significativos a medida en que la persona se involucre con ellos en las situaciones de aprendizaje.

Una descripción cercana a la entregada por Puig y Cerdán se encuentra dentro de las descripciones basadas en el desarrollo del PM, donde se considera que “La resolución de problemas no es vista como una meta en sí misma, sino como facilitador de logros de otros objetivos y tiene una interpretación mínima: resolver las tareas que han sido propuestas” (Vilanova et al., 2001, p. 3)

Es decir, ambas definiciones consideran la Resolución de Problemas como un medio para facilitar nuevos aprendizajes y conseguir un mejor desarrollo del pensamiento en los estudiantes.

Por último, es relevante mencionar las distintas fases que autores han considerado necesarias para resolver un problema:

Polya identificó cuatro fases para resolver un problema: la de comprensión del problema, la de trazado de un plan de acción, la de ejecución del plan y la de reconsideración o retrospección. Dewey identificó cinco fases: experimentación de una dificultad, definición de la dificultad, construcción de una posible solución, prueba de la solución razonando y verificación de la solución. Las cuatro fases de Wallas son: preparación, incubación, iluminación y verificación. (Citados por Isoda y Olfos, 2009, p. 91)

En base a lo señalado por los autores anteriores, se han seleccionado las fases que serán trabajadas en el diseño de la Secuencia de Aprendizaje, y las que corresponden a la planteadas por Polya, siendo estas: Comprensión del Problema, con las instrucciones escritas “Lee atentamente cada problema”, Trazado de un Plan de acción, con las indicaciones “Piensa cómo puedes resolver el problema”, Ejecución del Plan, con la instrucción “Resuelve el problema” y la fase de Retrospección, a través de las instrucciones “Voltea la página y lee las respuestas” (Citados por Isoda y Olfos, 2009, p. 91).

A partir de las definiciones y caracterizaciones anteriores, y para efectos de esta investigación se considerará Resolver Problemas como la habilidad que pone en juego los procesos cognitivos del ser humano y que lo llevan a interpretar matemáticamente una tarea dada, ya sea contextualizada o no. Esta habilidad implica la búsqueda y aplicación de métodos, procedimientos y estrategias, que no necesariamente se conocen, y que permite aprendizajes significativos y el desarrollo del PM de los estudiantes (ver Tabla N°1).

Una vez declarada la definición de la habilidad de resolver problemas, aún queda un aspecto que destacar y clarificar ¿Qué entendemos por problema? Para dar respuesta a esta pregunta consideramos lo señalado por Isoda y Olfos (2009) en su libro “Enfoque de Resolución de problemas”, en donde se afirma que:

El verdadero problema es aquel que pone al alumno en una situación nueva, ante la

cual no dispone de procedimiento inmediato para su resolución. Por ende, un problema se define en cuanto a su relación con el sujeto que lo enfrenta y no en cuanto a sus propiedades intrínsecas. Un problema puede ser un ejercicio para un alumno de un curso superior y de hecho un enunciado que fue un problema para un alumno deja de serlo una vez que lo resuelve. (p. 101)

Puesto que ya se ha descrito la Resolución de Problemas, en el siguiente apartado se describen las Nociones claves del contexto Educativo, que permiten desarrollar dicha habilidad en los estudiantes, pero ¿De qué manera puede ser trabajada? ¿Qué aprendizajes serán vistos por medio de esta habilidad? A continuación se describe cada término que se vincula de manera directa con la propuesta de investigación, donde uno de los ejes centrales a desarrollar y trabajar es la Resolución de Problemas.

Tabla N° 1: Síntesis de las definiciones y caracterizaciones del concepto Resolver Problemas.							
Autor/es	Puig y Cerdán (1988)	Vilanova, Rocerau, Valdez, Oliver, Vecino, Medina, Astiz y Álvarez (2001)	Barba (2002)	Lesh y Zawojewski (2007)	MINEDUC (2012)	PISA (2014)	Definición de Resolver Problemas considerada en este Trabajo de Investigación
Concepto Clave	No explicitado.	No explicitado.	Proceso	Proceso	Habilidad	Capacidad	Habilidad
Aspectos que involucra	No explicitado.	Resolver las tareas propuestas.	No explicitado.	- Interpretar matemáticamente una situación. - Procesos cognitivos.	- Solucionar una situación problemática dada, contextualizada o no. - Sin indicar un procedimiento a seguir.	- Participar en un proceso cognitivo. - No hay métodos de solución inmediata.	- Procesos cognitivos. - Interpretar matemáticamente una tarea dada, contextualizada o no.
Propósito	Producir conocimientos significativos.	Facilitador de logros.	- Experimentar la potencia y utilidad de las matemáticas. - Motivar y fomentar la necesidad de saber.	No explicitado.	Desarrollar el PM.	No explicitado.	Desarrollar aprendizajes significativos y el PM.

2. 3 Nociones Claves del Contexto Educativo

Cada docente debe tener fundamentos teóricos de por qué utiliza y realiza determinadas actividades con sus alumnos, nociones que van desde lo psicológico y neurológico hasta lo que plantea el MINEDUC en las bases curriculares, pues se necesita algo epistemológico que garantice y respalde las prácticas que se llevan a cabo.

Para lograr comprender qué es el aprendizaje significativo, debemos saber a qué se refieren los métodos de enseñanza y cómo el uso de estos influye en la enseñanza y aprendizaje de los alumnos. Por ello Ausubel (1976) señala que esto sucede:

Sustantivamente, por la presentación de conceptos y principios unificadores inclusivos, con mayor poder explicativo y propiedades integradoras, y curricularmente, por dos vías que se superponen: a) métodos apropiados de presentación y organización de los contenidos programáticos así como de la evaluación del aprendizaje significativo de los mismos y b) manipulación adecuada de las variables cognoscitivas, motivacionales, personales y sociales. (p. 135) (Citado por Quaas y Crespo, 2003, párr. 7, sección I. A.)

Junto con lo anterior, se debe indicar que los métodos de enseñanza corresponden a la “actividad de interrelación entre el profesor y el alumno” y la cual está destinada a “alcanzar los objetivos del proceso de enseñanza-aprendizaje” (Vargas, 2009, p. 1)

En base a lo expuesto, es en esta sección, donde se darán a conocer fundamentos teóricos de algunos métodos de enseñanza, los cuales estarán presentes en la propuesta de la unidad de aprendizaje.

2. 3. 1 Aprendizaje significativo

Al enseñar un conocimiento a los estudiantes, se sabe que el objetivo como docentes, es lograr que todos los alumnos lo adquieran de forma que no solo les sirva para responder una evaluación en una asignatura determinada, sino que puedan utilizar este nuevo saber en

los diferentes aspectos de la vida. Aunque se espera lograr que todos los estudiantes interioricen el conocimiento, se entiende que en el aula existen diferentes ritmos de aprendizaje, por lo que:

No hay una única receta para la enseñanza orientada a un aprendizaje significativo; es decir, ningún método instruccional garantiza la facilitación de la transferencia. Investigadores y docentes han descubierto distintos caminos que pueden conducir al aprendizaje significativo, pero todos necesitan adaptarse a las necesidades del aprendizaje, las exigencias de las tareas de aprendizaje y las destrezas personales del docente. (Mayer, 2004, p. 13)

Con lo anterior se entiende que en el aula, a pesar de los diferentes ritmos de aprendizaje, el proceso de enseñanza debe ser adaptado a las necesidades del profesor y del alumno, por ello Mayer (2004) plantea que al existir diferentes ritmos de aprendizaje en el aula, no existe una estrategia que abarque todas las necesidades de manera simultánea y con óptimos resultados, es por eso que en las propuestas de clases planteadas en esta investigación se presentan diferentes estrategias, las cuales tienen como objetivo el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes.

En el proceso de orientación del aprendizaje, es de vital importancia conocer la estructura cognitiva del alumno; no sólo se trata de saber la cantidad de información que posee, sino cuales son los conceptos y proposiciones que maneja, así como su grado de estabilidad (Ausubel, s. f., p. 1); por lo que el enseñar un nuevo conocimiento va mucho más allá de entregar sólo un contenido, sino que tiene relación con el desarrollo cognitivo de los estudiantes. Basándose en lo anterior, Ausubel (s. f.) plantea que:

[El] Aprendizaje significativo ocurre cuando una nueva información “se conecta” con un concepto relevante “subsuntor” [conocimientos] pre existente en la estructura cognitiva, esto implica que, las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcionen como un punto de “anclaje” a

las primeras” (p. 2).

Es por eso que al momento de querer planificar una clase, es primordial tener en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes; al mismo tiempo se debe considerar que los contenidos a adquirir deben ser asimilados por los estudiantes, de manera que permanezca en su memoria de largo plazo, es decir, que sea un aprendizaje significativo.

A pesar de que autores como Ausubel y Mayer consideran que el aprendizaje significativo es el ideal para que se imparta en el aula, el aprendizaje que se ve reflejado en la mayoría de las clases es el:

Aprendizaje mecánico, [que] contrariamente al aprendizaje significativo, se produce cuando no existen subsunsores [conocimientos] adecuados, de tal forma que la nueva información es almacenada arbitrariamente, sin interactuar con conocimientos pre-existentes, un ejemplo de ello sería el simple aprendizaje de fórmulas en física, esta nueva información es incorporada a la estructura cognitiva de manera literal y arbitraria puesto que consta de asociaciones arbitrarias, [cuando], "el alumno carece de conocimientos previos relevantes y necesarios para hacer que la tarea de aprendizaje sea potencialmente significativo" (independientemente de la cantidad de significado potencial que la tarea tenga)... (Ausubel, 1983, p. 37)

Ausubel (1983) plantea que el aprendizaje mecánico se produce cuando no existen los conocimientos previos adecuados para vincular la nueva información de manera correcta, por lo que los aprendizajes son almacenados de manera arbitraria. Algo similar sucede con el aprendizaje memorístico, donde una gran parte de los conocimientos adquiridos de esta forma, no son asimilados de manera significativa, debido a que los contenidos se relacionan de arbitrariamente, es así como Ausubel (2002) plantea que: “Aunque las tareas de aprendizaje memorista no se dominan en un vacío cognitivo. Se pueden relacionar con la estructura cognitiva pero solo de una manera arbitraria y literal que no produce la adquisición de algún significado” (p.29). Por lo cual, en la teoría cognitiva se propone que el aprendizaje genuino no se limita a ser una simple absorción y memorización de información impuesta desde el exterior. Comprender requiere pensar, “La comprensión se

construye activamente desde el interior mediante el establecimiento de relaciones entre informaciones nuevas y lo que ya se conoce, o entre piezas de información conocidas, pero aisladas previamente” (Baroody, 2005, p. 25).

Es por eso que el aprendizaje significativo, no solo se enfoca en el desempeño y propuestas de los docentes para realizar una clase; sino que también depende de la actitud que tiene el estudiante. Ausubel (1978) plantea que:

[El] Aprendizaje significativo presupone tanto que el alumno manifiesta una actitud hacia el aprendizaje significativo; es decir, una disposición para relacionar, no arbitraria, sino sustancialmente, el material nuevo es potencialmente significativo para él, especialmente relacionable con su estructura de conocimiento de modo intencional, y no al pie de la letra. (Ausubel, 1978, p. 56)

Esto quiere decir que la actitud que presente el estudiante a las diferentes actividades, debe ser activa, participando de manera elocuente a lo pedido, preguntando, cuestionando y planteando nuevas estrategias; y no aceptando lo entregado por el docente como una verdad absoluta.

Las teorías cognitivas se dedican a la conceptualización de los procesos de aprendizaje del estudiante y se ocupa de cómo la información es recibida, organizada, almacenada y localizada. El aprendizaje se vincula, no tanto con lo que los estudiantes *hacen*, sino con *que* es lo que saben y *cómo* lo adquieren. (Jonassen, 1991) (Citado por Ertmer y Timothy, 1993, p. 12)

Segarra (1999) plantea que en la enseñanza clásica se da más atención a las operaciones que a su planteamiento y organización previa. Al plantear un problema el alumnado no responde, ya que el enigma que resultaba significativo para el profesorado según su propia estructura cognoscitiva resultaba para el alumnado una situación totalmente desconectada a sus intereses. Es por ello que el mismo autor señala que:

Hay que relacionar el aprendizaje formativo con el aprendizaje activo de la matemática. El alumnado ha de ser protagonista de su propio aprendizaje; ha de

sentirse motivado por los enigmas propuestos, es decir, han de ser protagonistas y propietarios de su conflicto cognoscitivo. Por dicho motivo ellos mismos han de intentar encontrar soluciones, utilizando todos los recursos a su alcance y sin pensar en relacionar que algoritmo o regla de las que ha aprendido le pueden solucionar el problema. (Citado por Abrantes, 2002, p.39)

Es ahí donde el aprendizaje significativo adquiere mayor grado de importancia al momento de enseñar:

El aprendizaje significativo se refiere a la adquisición de significados y a los cambios de organización permanentes de la estructura cognoscitiva que acompañan a este proceso, a medida que el alumno responde a las presentaciones iniciales y sucesivas de la tarea de aprendizaje. (Ausubel, 1979, p. 319).

Basándonos en las definiciones de aprendizaje significativo enunciadas anteriormente, se elaborarán las planificaciones; las cuales utilizarán como base los conocimientos previos que posean los alumnos, además utilizando el proceso de la mecanización, se logrará automatizar las diferentes operaciones aritméticas con el objetivo de que ya no sean un desafío el trabajarlas, más bien sean una herramienta que ayude a resolver los diferentes retos y tareas para que finalmente puedan desarrollar el PM, el cual es el principal objetivo de esta investigación.

Es por eso que en este trabajo se considera como aprendizaje significativo el proceso de interiorización de un nuevo saber, el cual se conectará con un saber anteriormente trabajado (conocimientos previos).

2. 3. 1. 1 Cálculo Mental

El cálculo mental ha perdido lugar dentro de la educación a lo largo de los años y ha sido reemplazada por el uso de la calculadora, pero recientemente ha comenzado a integrarse nuevamente en el sistema educativo y así lo respaldan los autores Gálvez et al. (2011), que

han investigado las estrategias cognitivas para el cálculo mental. Ellos indican que “el cálculo mental perdió su papel primordial debido a la llegada de las calculadoras, las computadoras y los teléfonos celulares; sin embargo, en las últimas décadas ha recobrado su importancia como una actividad cognitiva reveladora en el proceso de enseñanza-aprendizaje temprano de las matemáticas” (Introducción, párr. 1).

Como se mencionó, el cálculo mental ha vuelto al sistema con la finalidad de favorecer en la enseñanza- aprendizaje, pero ¿Qué significa el cálculo mental?

Parra (1994) indica que el cálculo mental “se puede concebir como un conjunto de procedimientos no algorítmicos, es decir, en donde no hay una serie de pasos estables a seguir”. También indica que este tipo de cálculo “no necesariamente es más veloz que el cálculo algorítmico, ni memorístico, aunque se utilicen ciertos cálculos memorizados” (Citado por Broitman, 2010, p. 42).

Como indica Parra, el cálculo mental no se basa en la memorización de procesos algorítmicos como tales, aunque sí son necesarios algunos procesos, debido a que el cálculo mental “se caracteriza por la presencia de una diversidad de técnicas que se adaptan a los números en juego y a los conocimientos del sujeto que las despliega” (Gobierno de la ciudad de Buenos Aires, 2006, p.13).

Dicho lo anterior, se distinguen dos aspectos que se ven involucrados en el trabajo con el cálculo mental (Gobierno de la ciudad de Buenos Aires, 2006, p. 15 -17).

El primero consiste en “la sistematización de un conjunto de resultados”. Se trata de “conocer y utilizar resultados memorizados y procedimientos automatizados sobre la base de la comprensión de las relaciones involucradas y del control consecuente de las acciones”. El segundo aspecto se refiere a la “construcción de procedimientos personales”. Como no se utilizan procesos automatizados, este aspecto consiste en “el despliegue de diferentes caminos a partir de decisiones que los alumnos van tomando durante la resolución”.

Con esto se demuestra que es necesaria la observación o utilización de una o más técnicas, conocer los procesos o tener recuerdo de resultados de algunos procedimientos, que puedan llevar a la construcción de un procedimiento personal para dar respuesta a distintos problemas o ejercicios. Los dos aspectos mencionados en el párrafo anterior respaldan el hecho de que el cálculo mental debe volver a las salas de clase, debido a que pone a los alumnos en diversas situaciones, donde deben pensar y enfrentarse a los números, llevándolos a reflexionar sobre sus decisiones.

Por las descripciones dadas y respaldándose en ellas, se ha decidido utilizar el trabajo con cálculo mental en la propuesta de investigación, ya que es importante que los alumnos puedan resolver de forma mental algunos cálculos.

2. 3. 2 Aprendizaje colaborativo

Alcanzar e interiorizar los diferentes saberes en los alumnos, es una tarea más sencilla si se utilizan métodos que favorezcan un trabajo colaborativo en los estudiantes. Esto se ve respaldado en la siguiente cita, donde se expresa que:

El trabajo colaborativo entre alumnos permite que se pongan en marcha procesos interpsicológicos de construcción del conocimiento que favorecen la significatividad del aprendizaje y la atribución de sentido al mismo, y que difícilmente se producen en la interacción profesor-alumno. Por otra parte, la formación de profesionales capaces de trabajar en equipo, de comunicarse y de colaborar eficazmente entre sí y con otros expertos es uno de los objetivos formativos fundamentales de la asignatura. (Coll, Mauri y Onrubia, 2006, p. 32)

Una manera de lograr que los estudiantes adquieran un nuevo conocimiento es que realicen actividades en grupos, las que no solo enriquecen su nuevo aprendizaje; sino que cuando los alumnos trabajan en equipos de dos a cuatro componentes, cada miembro puede participar más, siendo más probable que los problemas individuales se aclaren y resuelvan (a veces con la ayuda del profesor) y el aprendizaje se puede acelerar. “Al

participar en grupos pequeños, los alumnos aprenden a trabajar en equipo, cómo dar y recibir críticas; cómo planificar, guiar y evaluar sus actividades individuales y las que realizan con otros.” (Herbert y Paik, 2005, p. 27).

Collazos, Guerrero y Vergara (2001) en el artículo “Aprendizaje Colaborativo: Un cambio en el rol del profesor”, definen a este concepto como:

El aprendizaje colaborativo (cooperativo) es el uso instruccional de pequeños grupos de tal forma que los estudiantes trabajen juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás. (Johnson, D. W., Johnson, R., & Holubec, E. Circles of learning (4th ed.). Edina, MN: Interaction Book Company, 1993.)

Los métodos de aprendizaje colaborativo comparten la idea de que los estudiantes trabajan juntos para aprender y son responsables del aprendizaje de sus compañeros tanto como del propio. Todo esto trae consigo una renovación en los roles asociados a profesores y alumnos, tema de este trabajo. Esta renovación también afecta a los desarrolladores de programas educativos. Las herramientas colaborativas deben enfatizar aspectos como el razonamiento, el autoaprendizaje y el aprendizaje colaborativo. (Collazos et al., 2001, p. 2)

A pesar de que los investigadores no recomienden que el aprendizaje en colaboración se desarrolle durante toda la jornada escolar; se considera más productivo emplear una variedad de procedimientos que utilizar sólo este tipo de aprendizaje. Por lo que el profesor no se debe confiar en realizar solo actividades planteadas en grupos, y desligarse del proceso de aprendizaje, sino que debe utilizar esta estrategia como un complemento a su enseñanza, así como lo puede respaldar Collazos et al. (2001) al señalar que:

... existen varias razones por las que los profesores de una u otra forma no han utilizado el aprendizaje colaborativo como un mecanismo para apoyar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Entre las muchas razones se pueden mencionar las siguientes:

- Pérdida de control en la clase.

- Falta de preparación por parte de los profesores.
- Miedo a perder el cubrimiento del contenido.
- Falta de materiales preparados para usar en la clase.
- Ego de los profesores.
- Resistencia de los alumnos al trabajo colaborativo.
- Falta de familiaridad con algunas técnicas del proceso colaborativo y la administración de las clases. (Collazos et al., 2001, p. 4)

Es necesario que los docentes se den cuenta de las ventajas de realizar este aprendizaje, un profesor empoderado en su rol, sabe que no existen excusas lo suficientemente válidas para impedir que los estudiantes logren aprender de manera colaborativa, es probable que en un comienzo los alumnos no logren comprender la dinámica de este tipo de trabajo, pero eso no significa que nunca lo logren asimilar, sino que puede tomar un poco más de tiempo.

Debido a que el aprendizaje colaborativo no es un mecanismo simple, el conocimiento es construido, transformado y extendido por los estudiantes con una participación activa del profesor cambiando su rol. De esta forma, los estudiantes construyen activamente su propio conocimiento. El esfuerzo del profesor está enfocado en ayudar al estudiante a desarrollar talentos y competencia utilizando nuevos esquemas de enseñanza, convirtiéndose en un guía en el proceso de enseñanza-aprendizaje. (Collazos et al., 2001, p. 9)

Según lo expuesto anteriormente, lograr que los estudiantes trabajen de forma colaborativa propicia el proceso de interiorización del conocimiento, el aprendizaje colaborativo es un método efectivo y esto se refleja en los alumnos, quienes al relacionarse entre ellos mismos y trabajar en grupo logran complementarse y ayudarse, de esta manera son capaces de interiorizar el nuevo saber, y a su vez hacer que este sea significativo.

2. 3. 2. 1 Juegos

Dentro de la propuesta de aprendizaje presentada en este Trabajo de Titulación, se utiliza el juego como parte esencial de las clases, pues como señala Segarra (2002) la importancia de los juegos en el aprendizaje de las matemáticas ha adquirido estos últimos años una gran relevancia (p. 38). Esta sección, se centra en rescatar los principales propósitos del juego que propician el trabajo de las dimensiones que contempla el PM y el desarrollo de aprendizajes significativos en los estudiantes. El juego posee diversas definiciones y aplicaciones dentro de la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes. Por un lado se considera como:

Una actividad de contenido simbólico que los niños utilizan para resolver en un nivel inconsciente problemas que no pueden resolver en la realidad; a través del juego, los niños y niñas adquieren una sensación de control que en la realidad están muy lejos de alcanzar. (Bettelheim, 1987) (Citado por Alsina, 2004, p. 12)

Noddings (1985), le agrega un significado más profundo, considerándolo:

El vehículo natural de los niños para explorar y dominar su entorno. Los juegos pueden proporcionar una vía interesante para aprender gran parte de las matemáticas elementales. Todos los tipos de juegos ofrecen oportunidades para aplicar y practicar técnicas aritméticas básicas. (Citado por Baroody, 2005, pp. 30-31)

En ambas definiciones, es posible apreciar la posibilidad que entrega el juego de empoderar al niño o niña para que aplique y refuerce los contenidos que ha aprendido o que debe aprender. Alsina (2004) señala que “Los niños juegan porque el juego es un placer en sí mismo, pero la mayor importancia radica en el hecho de que permite resolver simbólicamente problemas y se pone en práctica distintos procesos mentales”(p. 13).

En el libro “El juego como estrategia didáctica”, se cita a Marcia Ascher (1991), quien considera que “*En general, las actividades que nosotros denominamos juegos se podrían definir con más precisión como objetivos hacia los que tienden los jugadores siguiendo unas reglas en las que todos ellos están de acuerdo*” (p. 30), es decir, el juego se rige por

algunas condiciones declaradas anteriormente y persigue un objetivo compartido por sus participantes.

Considerando las definiciones señaladas anteriormente, se comparte que “COMO ACTO, el juego es inmaterial y por eso escapa a todas las definiciones. Si tratamos de atraparlo desde la teoría para volverlo concepto, se nos escurre entre las manos y nos deja tan sólo una ligera añoranza” (Chapela, 2002, p. 19), debido a que se reconocen las dificultades para definir el concepto y contemplar todos los aspectos que involucra.

A pesar de lo anterior, se intenta definir el concepto juego para efectos de esta investigación, considerándolo como: las actividades que poseen un objetivo determinado y que se rigen por reglas conocidas por todos sus participantes, involucrando distintos procesos mentales del ser humano y que permiten el desarrollo de conocimientos, habilidades y actitudes, la aplicación de técnicas aritméticas básicas y el logro de aprendizajes significativos en los estudiantes.

En la siguiente cita, se expone la importancia del juego, ya que permite justificar la elección realizada para desarrollar en esta investigación una propuesta basada en actividades lúdicas y concretas:

Lo esencial del juego, según nuestros trabajos, no es el placer que causa ni la diversión o apartamiento de la actividad seria. Lo que no se ha visto en el juego es su cometido de terminar los aprendizajes, rematarlos y convertirlos en habilidades que funcionen automáticamente, sin prestarles atención. Gracias al juego, la inteligencia se libera de lo que acaba de aprender, descarga la atención de los contenidos recién aprendidos y del esfuerzo por retenerlos, ejercitándolos placenteramente y trabándolos en automatismos útiles que guarda a mano para cuando hagan falta. (Secadas, 2002, p. 55)

Alsina (2004) escribe en su libro “Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico manipulativos: Para niños y niñas de 6 a 12 años”, un decálogo del juego para las

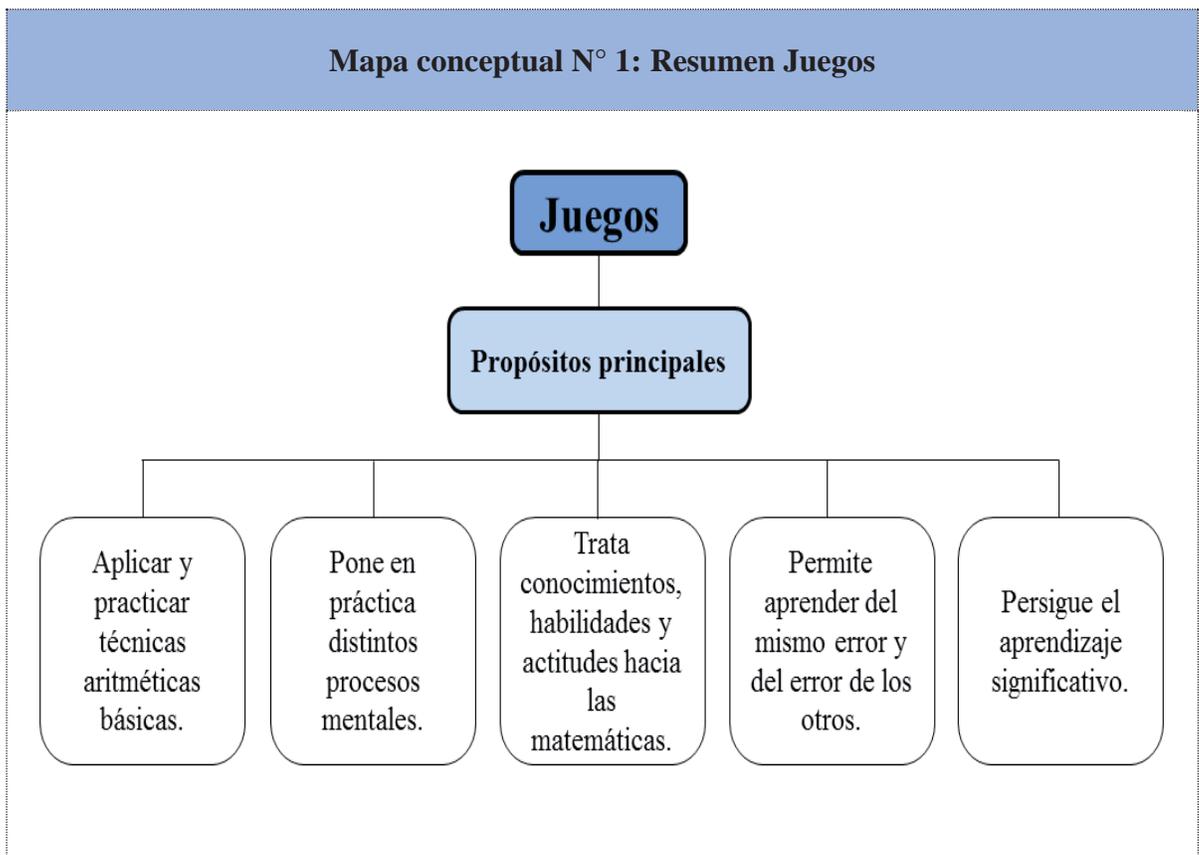
clases de matemáticas (p. 14). A continuación, se presentan los 10 puntos con la finalidad de destacar aquellos que son más relevantes en nuestra investigación:

Decálogo del juego en clases de Matemática

1. Es la parte de la vida más real de los niños. Utilizándolo como recurso metodológico, se traslada la realidad de los niños a la escuela y permite hacerles ver la necesidad y la utilidad de aprender matemáticas.
2. Las actividades lúdicas son enormemente motivadoras. Los alumnos se implican mucho y se las toman en serio.
- 3. Trata distintos tipos de conocimientos, habilidades y actitudes hacia las matemáticas.**
4. Los alumnos pueden afrontar los contenidos matemáticos nuevos sin miedo al fracaso inicial.
- 5. Permite aprender a partir del propio error y del error de los demás.**
6. Respeta la diversidad del alumnado. Todos quieren jugar, pero lo que resulta más significativo es que todos pueden jugar en función de sus propias capacidades.
- 7. Permite desarrollar procesos psicológicos básicos necesarios para el aprendizaje matemático, como son la atención y la concentración, la percepción, la memoria, la resolución de problemas y búsqueda de estrategias, etc.**
8. Facilita el proceso de socialización y, a la vez, la propia autonomía personal.
9. El currículum actual recomienda de forma especial tener en cuenta el aspecto lúdico de las matemáticas y el necesario acercamiento a la realidad de los niños.
- 10. Persigue y consigue en muchas ocasiones el aprendizaje significativo.**

Extraído del libro Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico manipulativos: Para niños y niñas de 6 a 12 años (Alsina, 2004, p. 14).

Los puntos 3, 5, 7 y 10 son destacados, debido a que se conectan directamente con el objetivo de las propuestas diseñadas en la implementación de esta investigación, es decir, se busca que los alumnos sean capaces, por medio del juego, de desarrollar procesos cognitivos, aprender de los errores, tratar distintos conocimientos y conseguir por medio de todas las acciones, un aprendizaje significativo (Ver Mapa conceptual N° 1). Hay que recordar que el desarrollo del PM se va trabajando por medio de las distintas experiencias y acciones que el ser humano realiza y a las que se ve enfrentado. Por ello, el juego es una manera de que el ser humano enfrente situaciones cognitivas de una manera significativa.



2. 3. 2. 1. 1 Juego de Roles

Plantear actividades en donde se realizan juegos de roles, no solo es con la intención de desarrollar el PM, sino que también tiene un trasfondo “Elkonin subraya que el juego de roles es, para el niño, un modelador privilegiado de las relaciones que los adultos establecen entre sí en su vida social y, en este sentido, una actividad organizativa compleja” (Citado por Shuare y Montealegre, 1997, p. 85).

Los resultados muestran que la actividad de juego de roles puede tener efectos importantes no sólo en la esfera cognoscitiva, sino sobre todas las esferas de la psique infantil: la esfera emocional-afectiva, de motivos e intereses, comportamental y de personalidad. Todas ellas constituyen una unidad inseparable e indispensable para el éxito escolar del niño, el cual constituye el objetivo psicológico del desarrollo en la edad pre-escolar (Lázaro, Solovieva, Cisneros & Quintanar, 2009; Solovieva & Quintanar, 2008; Talizina, 2000).

Durante el desarrollo de la propuesta, se considera el trabajo de roles como una herramienta de aprendizaje, debido a que al colocar a los estudiantes en el rol de otra persona, ayuda a que se percate de que lo enseñado no solo lo utiliza para responder de manera correcta en una pregunta o prueba, sino que lo utilizan las diferentes personas en situaciones cotidianas haciendo que el alumno pueda llevar, por medio del juego de roles, el conocimiento adquirido a la realidad.

2. 3. 2. 2 Ejercitación

Una de las principales herramienta utilizadas por los profesores, al momento de enseñar, es utilizar el aprendizaje por recepción, en donde el contenido o motivo de aprendizaje se presenta al alumno en su forma final, sólo se le exige que internalice o incorpore el material (leyes, definiciones, un teorema de geometría, etc.), que se le presenta de tal modo que pueda recuperarlo o reproducirlo en un momento posterior.

Los ejercicios y la práctica sirven para mejorar la velocidad y la precisión, que son dos criterios ampliamente aceptados para medir la destreza en el cálculo. Si los niños son capaces de realizar cálculos con rapidez y precisión, la mayoría de la gente reconoce que “se saben” los cálculos. (Resnick y Ford, 1991, p. 25)

Basándose en lo expuesto anteriormente, se considera la ejercitación como un proceso favorecedor al momento de instaurar un nuevo conocimiento ya que ayuda a interiorizar el nuevo saber; esto se ve reflejado en las diferentes actividades planteadas en las planificaciones, las cuales harán que los estudiantes constantemente ejerciten las operaciones.

El aprendizaje de las matemáticas requiere paciencia, ejercitación y repetición permanente [...] Es ampliamente conocido que tanto las niñas(os) como los jóvenes y adultos pierden lo aprendido con cierta rapidez si se deja pasar mucho tiempo sin ejercitar, repetir o aplicar tales conocimientos. (Mora, 2003, sección 2.2.4, párr. 1)

Lo planteado anteriormente por Mora refleja lo que ocurre actualmente en las aulas, debido a que no solamente se espera que los estudiantes logren ejercitar constantemente los diferentes ejercicios, sino que logren comprender el porqué de ese ejercicio de manera que al trabajarlo de forma reiterada, sean capaces de trabajar en diferentes situaciones pudiendo de esta manera elegir cuál es la mejor forma de abordar el desafío entregado por el docente.

CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA

En este capítulo se dará a conocer la propuesta del diseño con el cual se llevó a cabo este trabajo de investigación, teniendo presente los contenidos y definiciones vistos en los capítulos anteriores, con la finalidad de determinar cómo influyen los métodos utilizados por el docente en el desarrollo del PM de los alumnos.

Para iniciar este capítulo se describe qué se entiende por metodología. Bunge (1979) señala este término como:

La teoría de los procedimientos generales de investigación que describen las características que adopta el proceso general del conocimiento científico y las etapas en que se divide dicho proceso, desde el punto de vista de su producción y las condiciones en las cuales debe hacerse. La metodología hace referencia, entonces, a la teoría de los métodos empleados en la investigación científica y las técnicas conexas con dichos métodos. (p. 22)

Una segunda descripción es otorgada por la Conferencia Mundial de Educación (1999), indicando que:

Promover, generar y difundir el conocimiento por medio de la investigación debe ser parte de los servicios que la universidad ha de presentar a la comunidad, para proporcionar las competencias adecuadas para contribuir al desarrollo cultural, social y económico de las sociedades, fomentando y desarrollando la investigación científica y tecnológicas, a la par que la investigación en el campo de las ciencias sociales, las humanidades y las artes creativas. (p. 21)

En base a las citas anteriores, la investigación que se realiza en esta ocasión, es un proceso responsable, que permite dar respuesta a nuevos retos y exigencias que se presentan en las aulas de clases. Se busca ampliar los horizontes del conocimiento disciplinar investigado, aportando positivamente a la sociedad, información sobre los métodos que utiliza el docente para desarrollar el PM en sus alumnos.

Según Bunge (1979), para dar respuesta a la interrogante central de un trabajo de investigación, ésta debe ser estudiada por medio de un método de investigación científica, el que describe de la siguiente manera:

El método científico se entiende como el conjunto de postulados, reglas y normas para el estudio y la solución de los problemas de investigación, que son institucionalizados por la denominada comunidad científica reconocida. En un sentido más global, el método científico se refiere al conjunto de procedimientos que, valiéndose de los instrumentos con las técnicas necesarias, examina y soluciona un problema o conjunto de problemas de investigación. (p. 41)

De este modo, en la actualidad existen diversos métodos de investigación, los cuales se clasifican según su paradigma investigado, posturas epistemológicas, escuelas filosóficas, instrumentos utilizados, etc.

Sin embargo, Bernal (2006) comenta que:

Otra forma más reciente de caracterizar métodos de investigación es la concepción de métodos cimentada en las distintas concepciones de la realidad social, en el modo de conocerla científicamente y en el uso de herramientas metodológicas que se emplean para analizarla. Desde esta concepción, el método de investigación se suelen dividir en los métodos *cuantitativos*, investigación cuantitativa; *cuantitativo* o, investigación cualitativa. (p. 57)

Dicho lo anterior, la propuesta metodológica de esta investigación se caracteriza por basarse en un enfoque cuantitativo, ya que éste método según el mismo autor (Bernal, 2006)

Se fundamenta en la medición de las características de los fenómenos sociales, lo cual supone derivar de un marco conceptual pertinente al problema analizado, una serie de postulados que expresen relaciones entre las variables estudiadas de forma deductiva. Este método tiende a generalizar y normalizar resultados. (p. 57)

En la investigación se buscaron métodos de trabajo que podría utilizar un profesor para desarrollar el PM en sus estudiantes, y haciendo uso de ellos, se intervendrá por medio de la implementación de una Unidad Didáctica, con la finalidad de identificar cómo las variables de la investigación influirán en el desarrollo del PM de los estudiantes del grupo experimental. Esto se realiza con el objetivo de analizar los datos obtenidos por medio de la utilización de valores numéricos, los que serán representados mediante gráficos.

Se utiliza un diseño experimental verdadero, sabiendo que se caracteriza porque “el investigador actúa conscientemente sobre el objeto de estudio, en tanto que los objetivos de estos estudios son precisamente conocer los efectos de los actos producidos por el propio investigador como mecanismo o técnica para probar sus hipótesis”. (Bunge, 1979, p. 118)

Un tema a considerar dentro de esta investigación, son las variables que influyen en el proceso. Basados en lo anterior, se determinan las siguientes variables:

Variable Independiente: Diseño y gestión de las clases.

Variable Dependiente: Desarrollo del PM, de las operaciones básicas y de la resolución de problemas en los niños.

A continuación se describe el sistema de notación para el estudio de experimentos que señala Bernal (2006), el cual utilizaremos en nuestra investigación:

X: Indica la variable independiente (acción realizada sobre la población objeto de estudio); también se le conoce como tratamiento.

O: Se emplea para indicar la medición de la variable dependiente.

R: Se utiliza para indicar la asignación aleatoria de las unidades de prueba a los grupos en el experimento.

G: Indica el grupo de objeto de estudio

GE: Grupo experimental

GC: Grupo control

Extraído del libro Metodología de Investigación (Bernal, 2006, p. 156).

Basados en el tipo de diseño de investigación realizado, las descripciones de variables y el sistema de notación anterior, la investigación realizada se presenta mediante el siguiente esquema:

Diseño experimental verdadero				
GE	(R)	O1	X	02
GC	(R)	O3		04

Las notaciones expresadas en el esquema anterior representan en esta investigación la siguiente información:

X: Alude al Diseño y gestión de las clases implementada al GE. Este diseño consta de 6 sesiones en las que se trabaja el PM y las operaciones básicas (adición, sustracción y multiplicación) por medio de la resolución de problemas. Cada uno de los objetivos de las sesiones implementadas fue formulado en base al OA10 [Resolver problemas rutinarios en contextos cotidianos, que incluyan dinero e involucren las cuatro operaciones (no combinadas)] del tercer año básico y que es señalado en las Bases Curriculares del MINEDUC, dejando la primera y la última clase para realizar el Test Inicial y Test Final. Dichas sesiones fueron aplicadas por las cuatro estudiantes que conforman la investigación.

En los test implementados se podrá observar el trabajo con tres de las cuatro operaciones básicas debido a la complejidad que presentó la división en la validación del Test Inicial y se trabajará con operaciones combinadas de adición y sustracción para sustituir la ausencia de dicha operación.

R: La investigación presenta un muestreo no probabilístico, pues “no se basan en un proceso de azar sino que es el investigador el que elige la muestra. La elección puede realizarse de diferentes formas utilizando la información previa del investigador o buscando maneras sencillas de elección.” (Grande y Abascal, 2005, p. 69). En este caso la muestra corresponde a dos terceros básicos del Colegio Casteliano, los que han sido

denominados para la investigación como GE y GC. Esta muestra fue extraída por conveniencia, debido a que se escogió un colegio al cual se accedió por medio del proceso de práctica final de primer ciclo.

O1 y O3: Corresponde al Test Inicial aplicado al GE y GC respectivamente. Fue aplicado el día 28 de Octubre al GE y el día 29 de Octubre al GC. El puntaje máximo esperado es de 47 puntos los cuales están distribuidos en 5 ítems. En los tres primeros ítems se deben resolver cálculos dados, en el cuarto ítem deben resolver cálculos con una incógnita y en el último ítem se deben resolver 4 problemas de planteo, en el test se trabaja con las 3 operaciones básicas escogidas (adición, sustracción y multiplicación).

O2 y O4: Corresponde al Test Final aplicado al GE y GC respectivamente. Fue aplicado el día 04 de Diciembre a GC y GE. El puntaje máximo esperado es de 47 puntos los cuales están distribuidos en 5 ítems. En los tres primeros ítems se deben resolver cálculos dados, en el cuarto ítem deben resolver cálculos con una incógnita y en el último ítem se deben resolver 4 problemas de planteo, en el test se trabaja con las 3 operaciones básicas escogidas (adición, sustracción y multiplicación).

GE: Hace referencia al grupo experimental, es decir al grupo de estudiantes al cual fue aplicado el Diseño de las clases.

GC: Hace referencia al grupo control, es decir el grupo de estudiantes que llevo con normalidad el trabajo del OA10 de las Bases Curriculares del MINEDUC. Este grupo trabajó con la metodología tradicional empleada por el docente.

A partir de la descripción de cada notación vinculada al desarrollo de esta investigación, se presenta en esta sección un resumen de las clases realizadas e implementadas al GE. En esta tabla se podrá visualizar el objetivo trabajado en cada sesión, las actividades realizadas y con qué dimensión del PM están relacionadas, además de poder identificar cuál fue el método empleado para poder lograr el objetivo.

3. 1 X: Diseño de la Propuesta o diseño de la Unidad

Tabla 2: Resumen de las cuatro planificaciones implementadas.			
Objetivo	Actividad	Dimensión del PM	Método de Clases
Clase N° 1 Objetivo: Utilizar operaciones básicas en situaciones problemas rutinarios	Cálculo Mental	Dimensión de los contenidos matemáticos	Ejercitación
	Feria	Dimensión de Estrategias y procedimientos	Juego de roles Trabajo colaborativo
Clase N°2 Objetivo: Utilizar operaciones de adición y sustracción para resolver guía de trabajo	Cálculo Mental	Dimensión de los contenidos matemáticos	Ejercicios de adición y sustracción
	Desarrollo en Hoja de trabajo	Dimensión de los contenidos matemáticos. Dimensión de Estrategias y procedimientos.	Problemas de adición y sustracción
Clase N°3 Objetivo: Identificar la multiplicación y los productos de	Cálculo Mental	Dimensión de los contenidos matemáticos.	Ejercitación, Ejercicios de multiplicación
	Juego de Memoricé multiplicaciones	Dimensión de Estrategias y procedimientos.	Ejercitación Aprendizaje colaborativo

estas resolviendo problemas	Desarrollo Hoja de trabajo	Dimensión de los contenidos matemáticos. Dimensión de Estrategias y procedimientos.	Problemas de planteo de multiplicación
Clase N°4 Objetivo: Utilizar operaciones básicas y explicar procedimientos para resolver problemas rutinarios que las contemplen	Cálculo Mental	Dimensión del contenido matemático	Ejercicios de adición, sustracción y multiplicación
	Juego de tablero	Dimensión de los contenidos matemáticos. Dimensión de Estrategias y procedimientos.	Problemas de planteo de adición, sustracción y multiplicación.

Cabe destacar que los métodos utilizados para la planificación de las cuatro sesiones de clases están basados en lo propuesto en las secciones “Dimensiones del PM” y “Nociones claves del contexto Educativo” presentes en el Marco Teórico.

Las actividades planteadas hacen referencias a las dimensiones del PM en las cuales se ha centrado la descripción de esta investigación. Se plantean actividades diferentes a las trabajadas por los estudiantes en las clases de matemática, encontrándose entre ellas el cálculo mental al inicio de las sesiones, lo cual no solo se realizará como una forma de motivar a los estudiantes, sino que además servirá para monitorear y desarrollar esta habilidad.

Las actividades en grupo, poseen un objetivo transversal, el cual no solo consiste en lograr un trabajo colaborativo entre ellos para que generen en conjunto su propio conocimiento,

también se hace con la finalidad de desarrollar en ellos valores como la empatía, solidaridad, respeto, etc.

3. 2 Diseño del Test

Como se indicó, el Test Inicial y el Test Final cuentan con 5 ítems cada uno, los que están relacionados a tres de las cuatro operaciones básicas que son trabajadas mediante el OA 10 para este nivel, propuesto en las Bases Curriculares por el MINEDUC (2012a, p. 15).

A continuación se describe brevemente cada ítem visualizado en los test (anexados al término de esta investigación), con la finalidad de indicar la relación que existe en su diseño y en las nociones educativas que respaldan esta investigación.

Tabla 3: Descripción Ítems de los Test Inicial y Test Final.	
Ítem 1	En este ítem los alumnos deben resolver cálculos que involucran los tres tipos de operaciones mencionados. Las cantidades involucradas en este ítem no son mayor a 100, pero sí pueden ser sus resultados. Aquí se pone en práctica la ejercitación y principalmente el cálculo mental, debido a que el alumno puede hacer uso de sus propias estrategias o algoritmos enseñados con anterioridad para dar respuesta a los 12 cálculos.
Ítem 2	Agregando complejidad a los diversos cálculos, las cantidades que se pueden encontrar tanto en las respuestas como en las cantidades a trabajar son menores a 1000. En la resolución de los cálculos propuestos también se ven aspectos del cálculo mental y se puede hacer uso de procesos algorítmicos memorizados.
Ítem 3	Este ítem varía de un test a otro. En el Test Inicial, las cantidades para trabajar no superan los dos dígitos, pero en sus resultados, las cifras pueden llegar a los tres dígitos. Mientras en el Test Final, tanto los resultados como las cantidades a trabajar pueden alcanzar un máximo de tres dígitos, además se hace uso de

	<p>paréntesis, para trabajar la propiedad asociativa.</p> <p>Si bien, varían las cantidades de un test a otro, este ítem tiene en común el trabajo con solo dos tipos de operaciones (adición y sustracción) y con la complejidad de encontrar en algunos cálculos ambos tipos de operaciones (ejemplo: $80 - 50 + 10$).</p>
Ítem 4	<p>Los alumnos, por medio de estos cálculos se ven enfrentados a buscar la incógnita que permitirá completar la operación. Las cantidades observadas no superan los 4 dígitos y están en un rango de 1 a 130. Aquí se trabajan los procesos algorítmicos y la construcción de procedimientos personales, ya que los alumnos pueden utilizar estrategias propias para llegar a la resolución del cálculo.</p>
Ítem 5	<p>Se trabajan los tres tipos de operaciones en la resolución de los problemas, donde los alumnos deben identificar el tipo de operación que se necesita para desarrollar el problema. Este ítem consta de 4 preguntas de resolución de problemas, pero se halla una diferencia entre un test y otro. En el Test Inicial no se utilizan recursos visuales, mientras que en el Test Final, hay presencia de imágenes que no necesariamente dan pistas a los alumnos de la posible respuesta, solo ayuda en la imaginación o representación mental del problema.</p>

3. 3 Contexto

El colegio que participó en el desarrollo de esta investigación es el Colegio Casteliano, mencionado en el capítulo de metodología, ubicado en Av. Cardenal Samoré # 1600, Villa Dulce Norte, en la comuna Viña del Mar, siendo éste de dependencia Particular Subvencionado.

De este establecimiento participaron los alumnos de tercero básico, y en este apartado se describirá brevemente cada grupo.

3. 3. 1 Grupo Control

El grupo control, quien se vio implicado solo en el Test Inicial y Test Final se conformaba por un grupo de 38 alumnos. La edad de los alumnos circula entre los 8 y 9 años.

Las características externas que podrían influenciar el aprendizaje o trabajo en clases de estos alumnos se vincula a:

- El tamaño de la sala, esta era amplia y con buena ventilación e iluminación, además contaban con el espacio necesario para que los alumnos no quedaran encerrados entre ellos.
- Hora en que se trabajaba la asignatura. Los alumnos trabajaban en el área de matemática a primera hora de la mañana, por lo que su actitud era más pasiva y atenta.

3. 3. 2 Grupo Experimental

El grupo experimental, quien estuvo vinculado con ambos tests y las implementaciones que buscaban lograr un cambio en el aprendizaje de los alumnos, estaba conformado por

39 alumnos cuyas edades están entre los 8 y 9 años.

Las características externas:

- El tamaño de la sala, era estrecho para la cantidad de alumnos, quedando estos muy juntos y sin espacio para poder circular libremente por la sala. Además la ventilación e iluminación no era la adecuada.
- Relación con la hora en que se llevaba a cabo el desarrollo de la asignatura. Las clases tenían un horario que se comprendía entre antes de la hora de almuerzo o después del almuerzo en sí.

3. 4 Fechas de Implementación

Las propuestas de clases diseñadas fueron realizadas en las siguientes fechas:

28 de octubre del 2014, implementación Test Inicial a GE.

29 de octubre del 2014, implementación Test Inicial a GC.

03 de noviembre del 2014, primera intervención en el GE. En clases realizan una feria, haciendo uso de materiales concretos.

04 de noviembre del 2014, segunda intervención en el GE. Se basa en actividades de la feria, pero en ella resuelven operaciones de suma y resta.

01 de diciembre del 2014, tercera intervención en el GE. Trabajan con un memorice multiplicativo y resuelven guía con operaciones que los llevan a multiplicar.

02 de diciembre del 2014, cuarta intervención en el GE. Juego donde los alumnos deben hacer uso de tres de las operaciones básicas (sumar, restar y multiplicar).

04 de diciembre del 2014, implementación Test Final a GC y GE.

CÁPITULO 4. ANÁLISIS Y RESULTADOS

En el presente capítulo se muestran los resultados obtenidos a través de los test implementados en el GE y GC, con la finalidad de comparar ambos grupos y señalar quienes mantuvieron o mejoraron en el aprendizaje.

Mediante el análisis realizado, se busca identificar cómo la propuesta de investigación influyó en el aprendizaje de los alumnos partícipes de esta instancia.

Para realizar la comparación entre los grupos mencionados, se implementaron dos test a los grupos. El Test inicial fue previamente validado el día 14 de Octubre del 2014. Este test fue aplicado a un 3° año Básico de la Escuela Santa Rosa del Huerto, ubicado en la comuna de La Calera, Región de Valparaíso. El curso estuvo conformado por 20 niños y niñas, todos de nacionalidad Chilena, 11 de ellos son hombres y 9 son mujeres. Al analizar los resultado y comprobar el nivel de fiabilidad que posee el test, según el Alfa de Cronbach, este obtuvo un puntaje de 0,631.

Posterior a este análisis, se procedió a eliminar una operación y cálculos que se presentaban. Las descripciones de los elementos eliminados se podrán encontrar en el anexo B, al término de esta investigación, junto con los resultados obtenidos por esos alumnos.

4. 1 Números / Gráficos

4. 1. 1 Resultados Grupo Control (GC)

En los siguientes gráficos, se da a conocer los resultados obtenidos por el GC en los test realizados. Aquí se verán comparaciones de cada ítem, para indicar cómo las respuestas de los alumnos varían entre un test y otro, considerando que en este grupo no se realizó la implementación de la propuesta de investigación.

- Ítem 1 GC

En el primer ítem del GC, solo fueron dos estudiantes quienes mantuvieron los resultados entre ambos test, los 17 estudiantes restantes, disminuyeron el número de respuestas correctas. Si bien se presentan dos gráficos, esto se realiza con el fin de señalar quienes obtuvieron un puntaje menor a 6 en este ítem, lo que corresponde a la mitad del puntaje total.

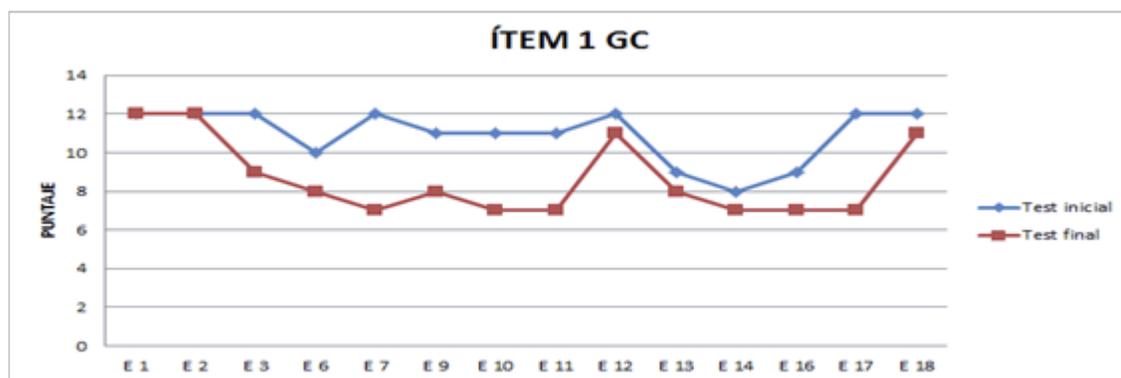


Gráfico 1: Resultados GC en ítem 1.

En el gráfico 1 y 2 se observan los resultados obtenidos por los estudiantes del GC en el Test Final, los cuales disminuyeron de manera considerable en casi la totalidad de los estudiantes, siendo la excepción los E1 y E2 que obtuvieron excelentes resultados a pesar del tiempo transcurrido. Con lo observado se puede indicar que estos estudiantes tienen interiorizados los contenidos de adición, sustracción y multiplicación, y por lo que se muestra en el gráfico 1, los E12 y E18 también tendrían el aprendizaje interiorizado, aunque en menor grado que los estudiantes anteriormente mencionados.

Los estudiantes E3, E6, E7, E9, E10 y E11 están en proceso de interiorizar su aprendizaje, esto se refleja en la baja de los resultados, ya que no responden de manera correcta los cálculos propuestos.

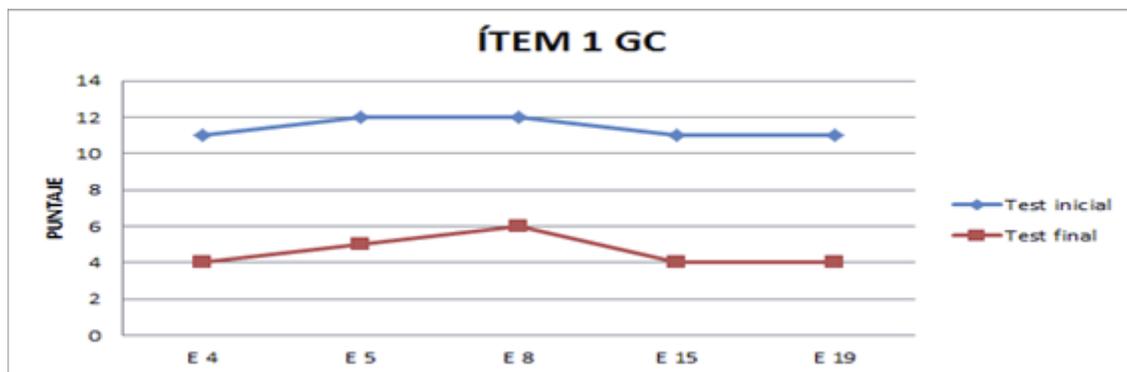


Gráfico 2: Resultados GC en ítem 1

En el gráfico 2 se encuentran los E4, E5, E8, E15 y E19, quienes están apartados de la totalidad del GC debido a que los puntajes obtenidos en el Test Final fueron inferiores a 6 puntos, lo cual refleja que los contenidos trabajados, no fueron significativos para estos estudiantes.

En cuanto a los errores visualizados en ambos Test, se logra identificar los siguientes:

Tabla 4: Comparación de errores de Test Inicial y Test Final para el ítem 1	
Test Inicial	Test Final
$80 + 45 =$ Son 4 alumnos que cometieron algún error al sumar estas cifras. Algunos olvidaron poner el dígito de la decena, otros sumaron y les dio 120 o 135, e incluso hubo un alumno que restó y obtuvo como resultado 40.	$90 - 25 =$ En esta ocasión son 13 alumnos quienes cometieron errores en este cálculo. En su mayoría contestaron que el resultado era 75, los otros resultados que fueron observados son 70, 11, 55 y 34.

La tabla 4 nos muestra que los estudiantes aún no logran realizar los procedimientos de adición, sustracción y multiplicación de forma correcta, no hay una adquisición de estos conceptos.

- Ítem 2 GC

En el segundo ítem, el primer gráfico señala el resultado de aquellos alumnos que mantuvieron o aumentaron sus puntajes, mientras que el segundo gráfico muestra el resultado de aquellos estudiantes que bajaron el puntaje obtenido en el Test Inicial.

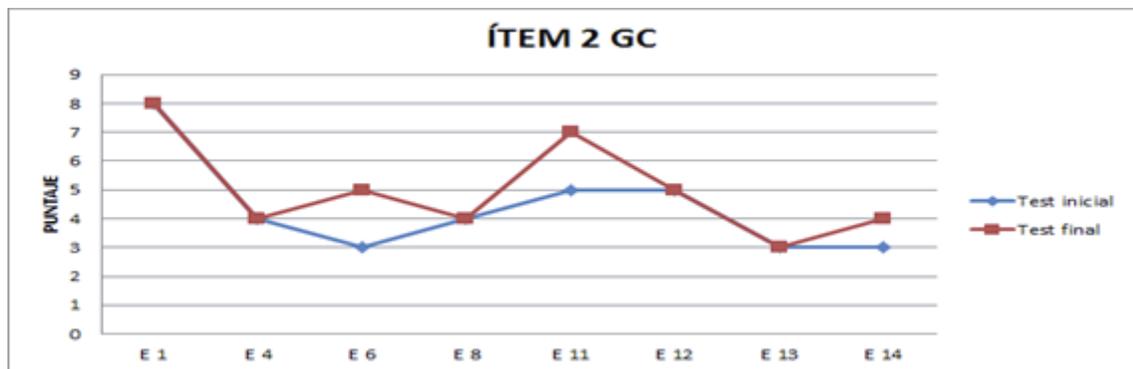


Gráfico 3: Resultados GC en ítem 2

En el gráfico 3 se aprecian los resultados obtenidos por los estudiantes del GC en el ítem 2, observándose que los E6, E11 y E14 son los únicos que subieron su rendimiento en comparación con el Test Inicial. Aunque este incremento no fue de manera considerable, se puede concluir que ellos asimilaron los contenidos de adición, sustracción y multiplicación.

Los resultados obtenidos en ambos test por el GC, muestran que ningún estudiante obtuvo el puntaje total del ítem, por lo que refleja que los conceptos abordados en esta sección no fueron interiorizados y asimilados de manera significativa por los estudiantes.

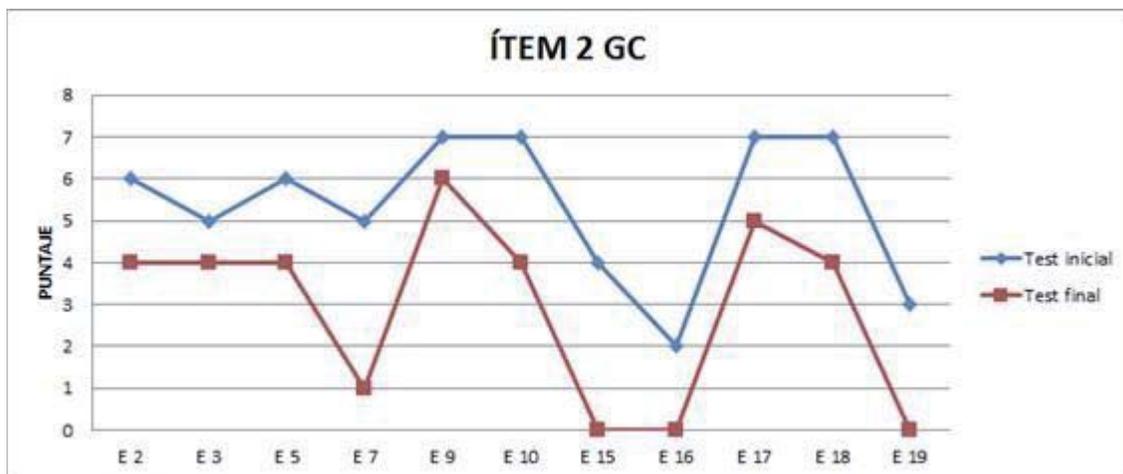


Gráfico 4: Resultados GC en ítem 2

En el gráfico 4 se observa que los resultados obtenidos por los estudiantes del GC, en el Test Final, disminuyeron de manera considerable en la totalidad de los estudiantes, siendo los E3 y E9 quienes obtuvieron menor diferencia entre ambos test, y que a pesar del tiempo transcurrido, fueron quienes disminuyeron en menor cantidad las respuestas incorrectas, por lo que se puede decir que ellos tienen los contenidos de adición, sustracción y multiplicación más interiorizados que el resto de sus compañeros. También por lo que muestra el gráfico, los E15, E16 y E19 no lograron interiorizar su aprendizaje, y esto se refleja en la baja de los resultados y en no responder de manera correcta los cálculos propuestos.

Mediante la revisión y posterior corrección de ambos test, se pudo observar los cálculos con mayores errores.

Tabla 5: Comparación de errores de Test Inicial y Test Final para el ítem 2	
Test Inicial	Test Final
$900 - 90 =$ $50 \cdot 6 =$	$22 \cdot 8 =$
<p>En el caso del Test Inicial, hay dos cálculos que obtuvieron la misma cantidad de errores. Aquí cada cálculo fue respondido 16 veces de forma errónea. Algunas de las respuestas que dieron los alumnos en el primer cálculo fueron: 967, 900, 990, 701, 880, 891, 99, 190, 100 y 890, mientras que en el segundo cálculo, las respuestas erróneas fueron: 56, 60, 165, 1000 y 306.</p>	<p>A diferencia de los resultados anteriores, en el Test Final, el cálculo que obtuvo más errores fue el señalado anteriormente. De las cuales 19 personas respondieron erróneamente este cálculo, y las respuestas más recurrentes son: 198, 132, 49, 98, 266, 10, 42 y 30.</p>

La tabla 5 muestra que los estudiantes aún no logran realizar los procedimientos de sustracción y multiplicación de forma correcta, y esto se observa por la gran cantidad de alumnos que cometieron errores en ese tipo de operaciones. Por lo anterior, se indica que no hay una adquisición de estos conceptos.

- Ítem 3 GC

En el tercer ítem trabajado, solo 7 alumnos mantuvieron o subieron su puntaje, pero hay que considerar que no necesariamente el mantener un puntaje se refiere a que el

estudiante alcanzó el puntaje mínimo del respectivo ítem. Como se puede observar en el gráfico 5, el E16 mantuvo su puntaje, pero no respondió de manera correcta los cálculos que se presentaban en los test.

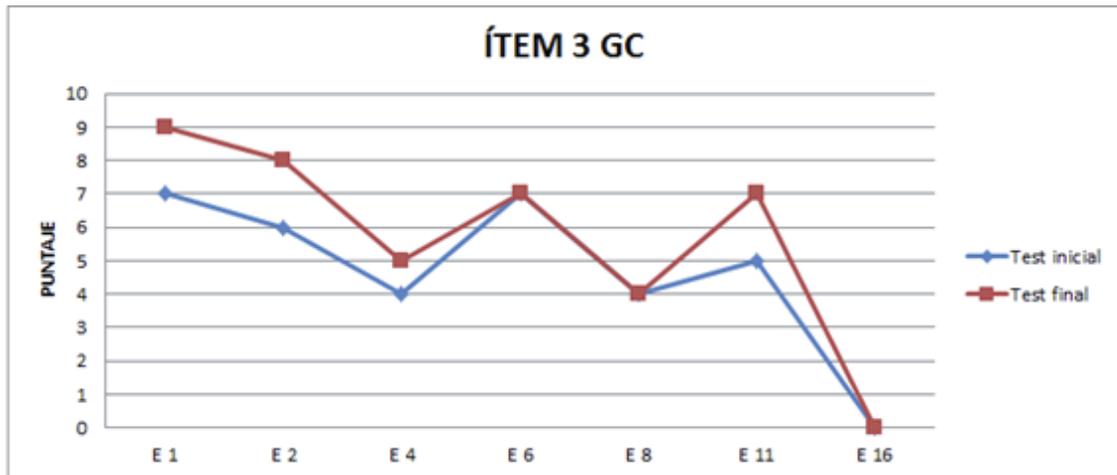


Gráfico 5: Resultados GC en ítem 3

En el gráfico 5 y 6 se observa que los resultados obtenidos por los estudiantes del GC en el Test Final, bajó de manera considerable en casi la totalidad de los estudiantes. En el gráfico 5 se muestra la excepción de los E6 y E8 quienes mantuvieron la cantidad de respuestas correctas a pesar del tiempo transcurrido, y se puede observar que el E1 fue capaz de obtener el mayor puntaje de este ítem. Con ello se indica que estos alumnos están en un proceso de interiorizar los contenidos de adición, sustracción y multiplicación.

Los estudiantes E9, E10 y E18, están en proceso de interiorizar su aprendizaje y esto se refleja en la baja de los resultados y en no responder de manera correcta los cálculos propuestos. El E16 no reflejó ningún cambio en ambos test, pudiéndose inferir que para este estudiante, no existió un aprendizaje significativo durante el proceso de aprendizaje.

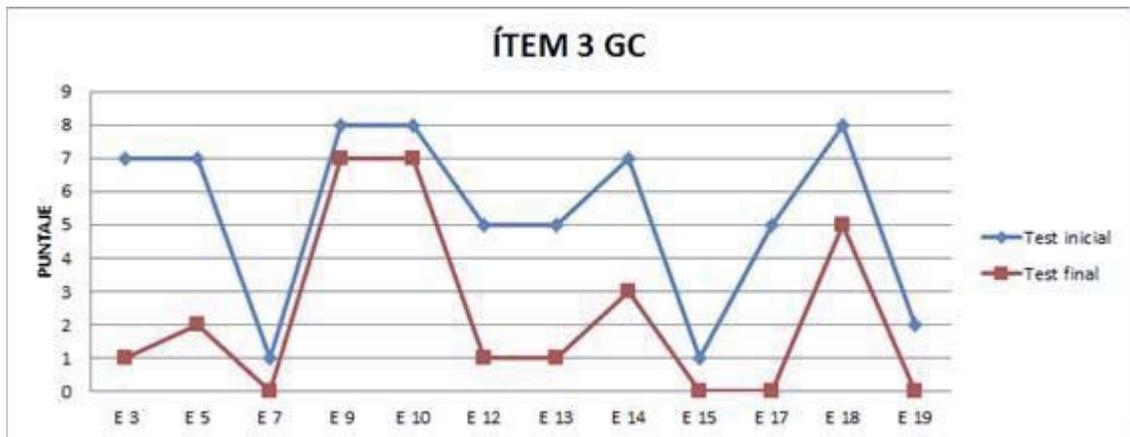


Gráfico 6: Resultados GC en ítem 3

Los estudiantes E3, E12, E13 y E17 evidencian un significativo descenso de respuestas correctas, y se destaca en este gráfico que los E7, E15, E17 y E19 no obtuvieron ningún tipo de respuesta correcta en comparación al Test Inicial.

Al igual que en el ítem anterior, los gráficos presentados están divididos en dos grupos. El gráfico 5 corresponde a los alumnos que mantuvieron o incrementaron su puntaje en relación al Test Inicial y Final, mientras que en el gráfico 6, se puede observar a todos los estudiantes que disminuyeron el puntaje obtenido en relación a ambos test.

Tabla 6: Comparación de errores de Test Inicial y Test Final para el ítem 3

Test Inicial	Test Final
$90 - 25 - 10 =$ En este cálculo, fueron 16 alumnos quienes cometieron errores. Siendo las respuestas más comunes por parte de los alumnos: 50, 15, 60 y con mayor frecuencia 65.	$85 + 13 + 98 =$ Este cálculo cuenta con 14 errores, pero en su mayoría son omisión del mismo cálculo, aunque hay respuestas como: 288, 120 y 199.

Observando la tabla 6, se puede indicar que la mayoría de los estudiantes aún no logran realizar los procedimientos de adición y sustracción como operaciones combinadas, de forma correcta, evidenciando que no se ha logrado adquirir estos conceptos.

- Ítem 4 GC

En el cuarto ítem, la mayoría de los alumnos se mantuvo o subió su puntaje en relación al obtenido en el Test Inicial, pero hay que considerar, como se dijo en el ítem anterior, que no necesariamente esos alumnos que mantuvieron su puntaje, tienen un puntaje mínimo correspondiente al ítem. También se puede observar por medio de los gráficos, que algunos estudiantes bajaron considerablemente su puntaje anterior, así como otros lo subieron.

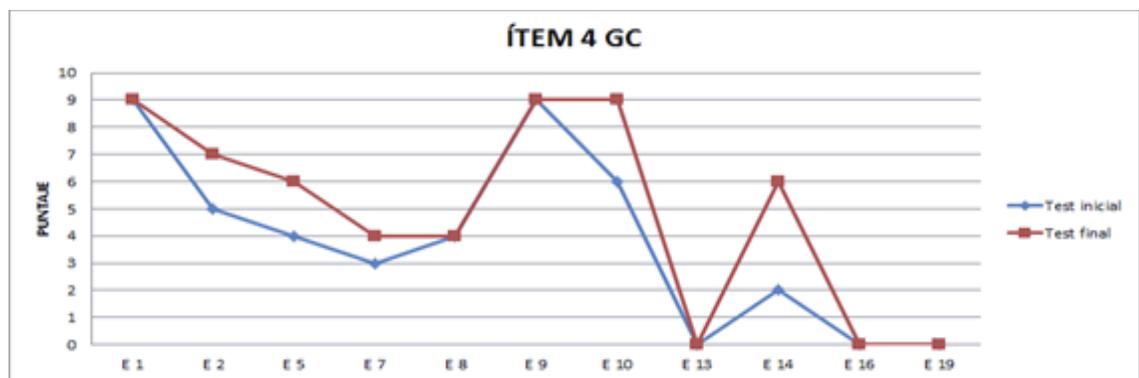


Gráfico 7: Resultados GC en ítem 4

En los gráficos 7 y 8, se observa que los resultados obtenidos por los estudiantes del GC en el Test Final, bajó de manera considerable en casi la totalidad de los estudiantes, siendo la excepción los E1, E9 y E10 quienes obtuvieron la totalidad de respuestas correctas, pudiéndose afirmar que ellos lograron adquirir los contenidos de adición, sustracción y multiplicación.

Los estudiantes E13, E16, y E19, no lograron responder de manera correcta los cálculos propuestos tanto en el Test Inicial como en el Test Final.

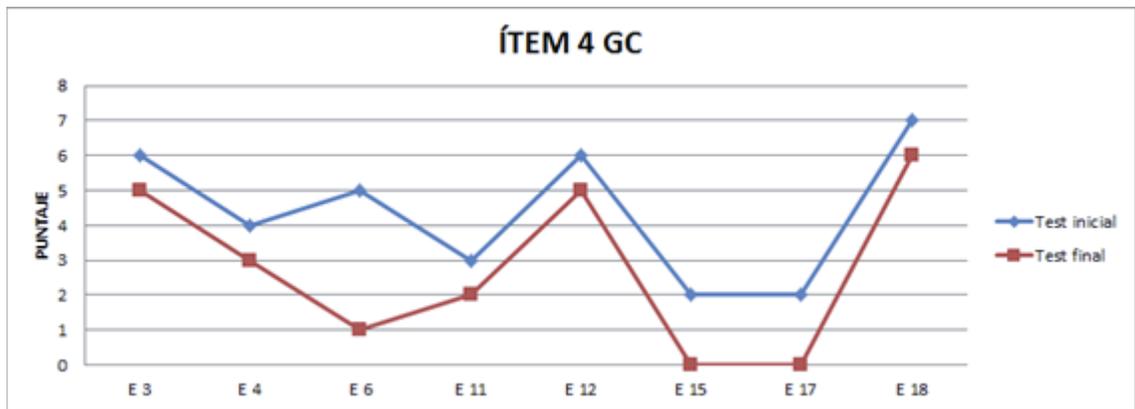


Gráfico 8: Resultados GC en ítem 4

A través de la corrección y análisis de las respuestas, se encontraron los siguientes errores:

Tabla 7: Comparación de errores de Test Inicial y Test Final para el ítem 4	
Test Inicial	Test Final
$23 + \square = 70$ $\square - 42 = 50$ En cada cálculo 16 estudiantes respondieron erróneamente. En el primero, las respuestas más comunes fueron: 63, 50, 61, 67 y 93. Mientras en el segundo cálculo, las respuestas más recurrentes fueron: 64, 100, 32 y 62.	$89 - \square = 32$ Siendo 14 los estudiantes que respondieron de manera equivocada en este cálculo u omitieron, hay respuestas que son comunes para algunos, estas son: 71, 40 y 10.

La tabla 7, indica que los estudiantes aún no logran realizar los procedimientos de adición y sustracción de forma correcta para lograr encontrar la incógnita, por lo que se entiende que no hay una adquisición mecanizada de estos conceptos.

- Ítem 5 GC

El quinto ítem corresponde a la resolución de problemas. Mediante los gráficos se puede observar que solo 5 alumnos lograron subir su puntaje en relación al Test Inicial, sumándose a ellos 4 estudiantes que se mantuvieron en el puntaje. También se observa que muchos estudiantes bajaron de manera significativa su puntaje obtenido en el primer test.



Gráfico 9: Resultados GC en ítem 5

Por lo que se observa en el gráfico 9, los E1, E9 y E14 lograron incrementar de manera significativa sus puntajes, alcanzando la mayor puntuación de este ítem, a diferencia de los E5, E12, E17, E18 y E19, quienes no respondieron de manera correcta alguno de los problemas que les fueron planteados en el Test Final.

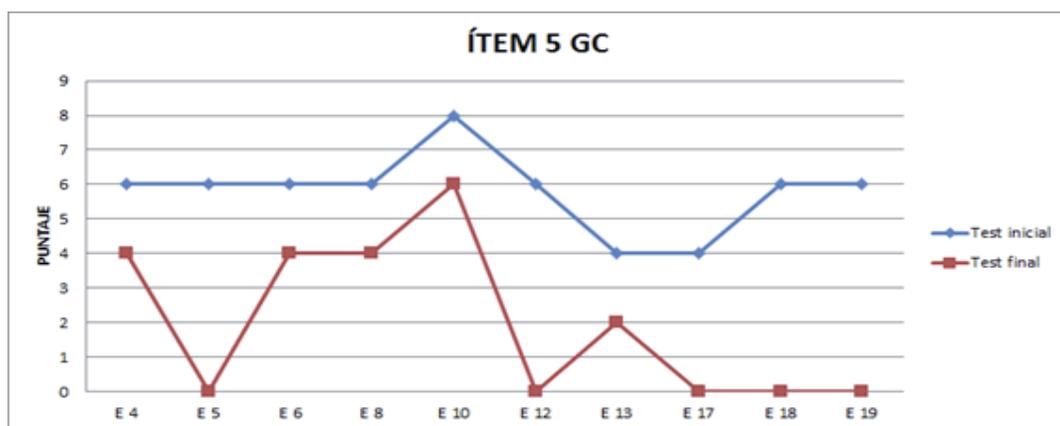


Gráfico 10: Resultados GC en ítem 5

Observando la comparación entre ambos gráficos, se puede indicar que 10 de los 19 estudiantes no adquirieron los conceptos y contenidos relacionados a las operaciones de adición, sustracción y multiplicación.

Posterior al análisis y corrección de ambos test, se identificaron los problemas que obtuvieron mayor error:

Tabla 8: Comparación de errores de Test Inicial y Test Final para el ítem 5	
Test Inicial	Test Final
<p>En el caso del Test Inicial, hubo dificultades en la pregunta número 4. La mayoría de los estudiantes identificó la operación de sustracción y solo un estudiante identificó el problema como adición. Pero aun así, cometieron errores en el procedimiento, por lo que 11 de los 19 alumnos no respondieron de manera correcta el siguiente enunciado:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>La señora Matus vende huevos de campo en la feria. Al principio tenía 164 huevos, al final solamente le quedan 27. ¿Cuántos vendió?</p> </div>	<p>Analizando el Test Final, se identificó que el problema con mayor cantidad de error, también fue la pregunta número 4, pero en este caso el enunciado es diferente y consiste en una operación de multiplicación, donde se podría recurrir a la operación de adición o bien, al dibujo del propio alumno.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>Daniel tiene 9 pack de yogurt. Si cada pack tiene 4 yogures ¿Cuántos yogures tiene Daniel?</p> </div>

La tabla 8 señala que los estudiantes aún no logran realizar los procedimientos de adición, sustracción y multiplicación como herramientas para resolver problemas de forma correcta, por lo que esto indica que no hay una adquisición de estos conceptos.

4. 1. 2 Resultados Grupo Experimental (GE)

En los siguientes párrafos se darán a conocer, mediante el uso de gráficos, los resultados de los test realizados por el GE, quienes participaron de forma activa en el desarrollo e implementación de la propuesta de investigación.

Hay que destacar que en el período de implementación se trabajó de forma constante en la resolución de problemas, para que los alumnos desarrollaran esta habilidad y pudieran utilizarla en otros contextos.

Comparando los resultados obtenidos en los distintos ítems, se puede apreciar mediante los gráficos lo siguiente:

- Ítem 1 GE

En el ítem uno, centrado en la resolución de operatoria, se observa que solo 7 alumnos de los 18 por los que estaba compuesto el GE, lograron subir su puntaje o mantenerlo, a diferencia de los otros once alumnos, quienes bajaron su puntaje obtenido en el Test Inicial.

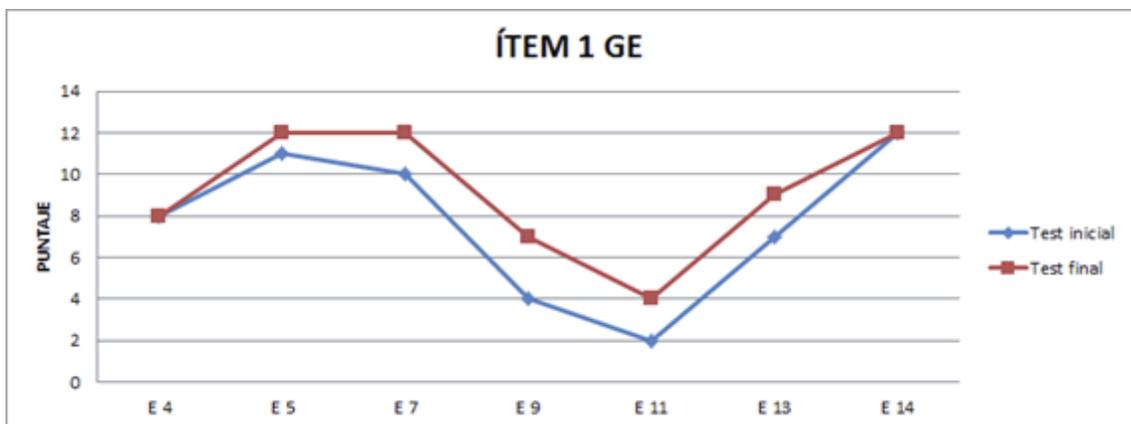


Gráfico 11: Resultados GE en ítem 1

Al comparar la cantidad de estudiantes que bajaron su puntaje con respecto al ítem 1 en el

Test Final, se evidencia un problema de aprendizaje a lo largo del tiempo de las operaciones básicas en el ámbito numérico del 0 al 100.

Con respecto a la implementación, este resultado nos indica que se requiere una mayor cantidad de tiempo para lograr una adecuada apropiación de la operatoria básica, aun así se rescata el progreso del aprendizaje en relación al GC.

Como se mencionó con anterioridad, este ítem trabaja operatorias que corresponden a la dimensión de Estrategias y Procedimientos del PM. En este ítem no hay grandes avances y los procedimientos no se están realizando correctamente, ejemplo de esto es el E17, quien obtuvo bajos puntajes en el Test Inicial y Test Final, por ende el estudiante no practica ni desarrolla la dimensión mencionada. Pero a diferencia de este alumno destaca el E14, quien a pesar de las condiciones mantiene buenos puntajes en ambos test.

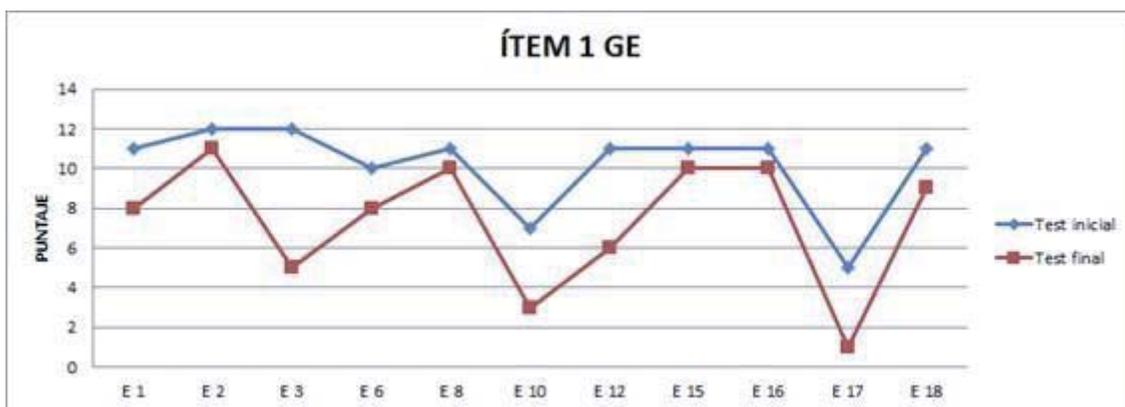


Gráfico 12: Resultados GE en ítem 1

Al observar los gráficos 11 y 12, se puede destacar el bajo progreso de los alumnos del gráfico 12, lo que demuestra que estos estudiantes no adquirieron de manera significativa los conceptos trabajados durante las sesiones.

Posteriormente al analizar los resultados, se logran identificar los siguientes errores:

Tabla 9: Comparación de errores de Test Inicial y Test Final para el ítem 1	
Test Inicial	Test Final
$98 - 43 =$ Nueve alumnos son los que se equivocaron en este cálculo. Algunas de sus respuestas fueron: 53, 65, 143 y 69.	$38 - 19 =$ $90 - 25 =$ En este caso, cada cálculo posee el error de doce alumnos, siendo las respuestas más comunes: 1° cálculo: 29, 16, 21, 20 y 10. 2° cálculo: 75, 70 y 40.

Por medio de la tabla 9, se puede observar que los estudiantes tienen grandes dificultades con la operación de sustracción, e incluso esta dificultad aumenta en comparación al Test Inicial.

- Ítem 2 GE

El segundo ítem, se caracteriza por trabajar la dimensión de Estrategias y Procedimientos, y mediante los dos gráficos que se muestran a continuación se pueden apreciar los siguientes resultados.

Como se observa, solo cinco alumnos fueron capaces de incrementar su puntuación entre ambos test, mientras que los otros 13 bajaron su puntaje o no respondieron de manera correcta en alguno de estos, como es el caso del E4 y E11, quienes se mantuvieron en 0 y no son considerados en los gráficos 13 o 14.

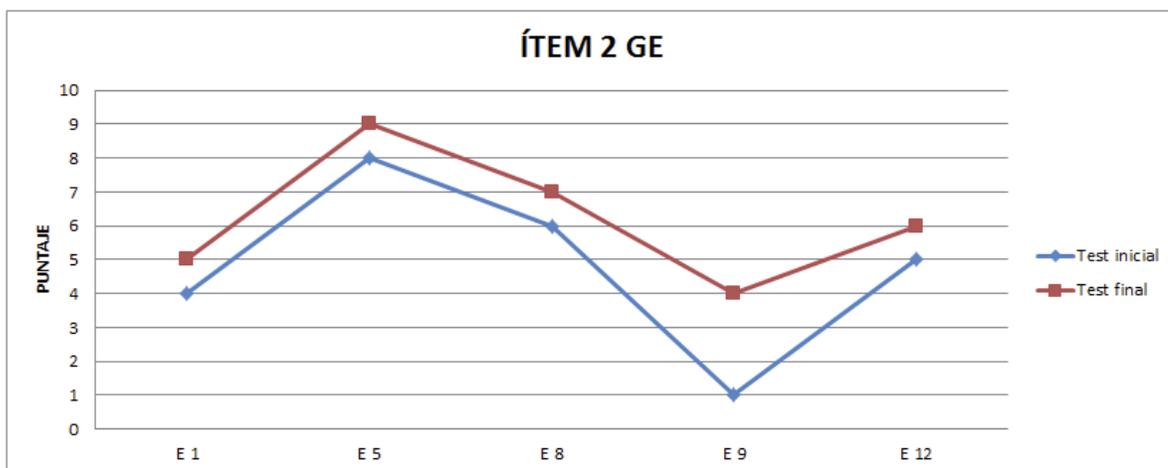


Gráfico 13: Resultados GE en ítem 2

Por el hecho de que varios estudiantes descendieron su puntaje, se logra entender que no han puesto en práctica el desarrollo de procesos, pero dentro de la situación, se destaca el E5, que logró obtener el máximo puntaje de este ítem.



Gráfico 14: Resultados GE en ítem 2

Al observar los gráficos 13 y 14, se puede indicar que hubo un gran descenso en los resultados obtenidos en Test Final a diferencia del Test Inicial. Lo anterior demuestra que estudiantes como el E15 y E17 no adquirieron los conceptos trabajados durante las sesiones implementadas, ni tampoco practicaron o utilizaron los procedimientos aprendidos en el transcurso.

Al analizar las respuestas entregadas por los estudiantes en ambos test, encontramos que los errores más comunes son:

Tabla 10: Comparación de errores de Test Inicial y Test Final para el ítem 2	
Test Inicial	Test Final
<p>$50 \cdot 6 =$</p> <p>En el análisis se observó que doce alumnos no lograron responder de manera correcta este cálculo, apareciendo respuestas como:</p> <p>30, 270, 350, 130, 60 y 600.</p>	<p>$17 \cdot 6 =$</p> <p>A diferencia del cálculo anterior, en esta ocasión, una de los factores era menor (17), pero aun así dificultó a los estudiantes, lo que llevó a que dieciséis alumnos se equivoquen y respondan lo siguiente: 22, 52, 56, 112 y 75.</p>

Al observar la tabla 10, se puede señalar que la operación más compleja para los estudiantes fue la relacionada a la multiplicación, lo que permite indicar que no hubo una adquisición del concepto o una práctica frecuente de cálculos relacionados al mismo.

- **Ítem 3 GE**

En el ítem 3, al igual que en los ítems anteriores, se destaca el uso de la dimensión de Estrategias y Procedimientos. A continuación, se presentan los gráficos que resumen los resultados de los alumnos, en ellos se puede identificar que solo seis estudiantes lograron superar sus dificultades y mejorar sus puntajes en relación al Test Inicial, y tres de ellos alcanzaron el puntaje máximo de dicho ítem.

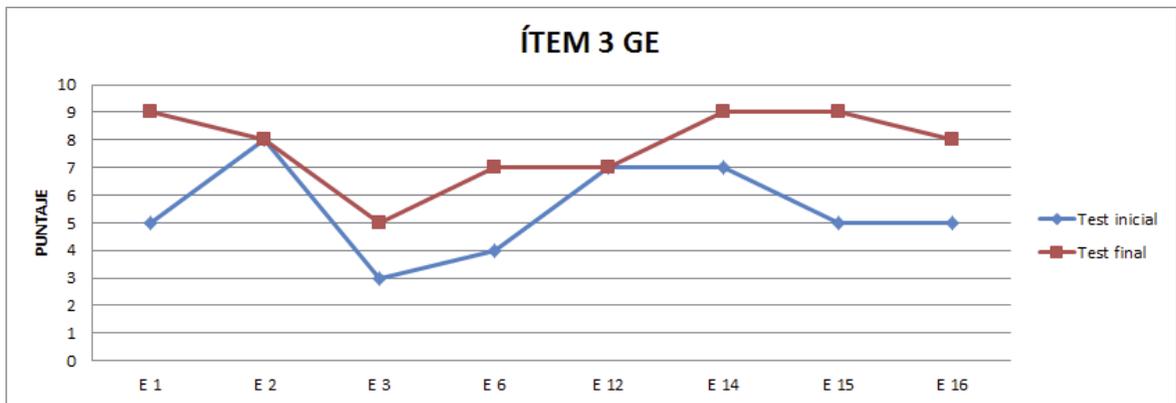


Gráfico 15: Resultados GE en ítem 3

Se puede destacar los resultados obtenidos por E1, E14 y E15, quienes aumentaron su puntaje en esta área y trabajaron de manera correcta la dimensión de Estrategias y Procedimientos y por ello han obtenido el puntaje máximo de este ítem. Aun así, a diferencia de estos estudiantes, en el gráfico 16 se puede observar como algunos estudiantes disminuyeron sus puntajes, como los E9 y E10, que no obtuvieron respuestas correctas ni puntuación en este ítem. Como los alumnos mencionados, existe el caso de tres estudiantes que mantuvieron sus puntajes en 0 y por lo tanto no se consideran dentro de los gráficos 15 y 16 (E4, E11 y E17)

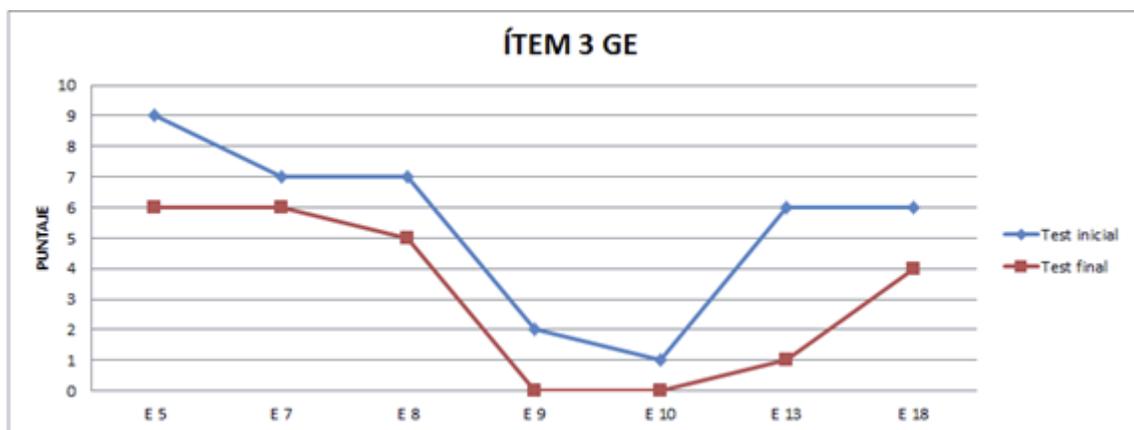


Gráfico 16: Resultados GE en ítem 3

Al observar estos gráficos, se puede indicar que los alumnos no adquirieron los conceptos de adición y sustracción, ni tampoco pusieron en práctica los procedimientos que han

aprendido para resolver este tipo de operaciones. Luego de esta observación y al analizar las respuestas de los alumnos, se identificaron los siguientes cálculos con mayores errores:

Tabla 11: Comparación de errores de Test Inicial y Test Final para el ítem 3	
Test Inicial	Test Final
<p>$57 + 24 + 33 =$</p> <p>$90 - 25 - 10 =$</p> <p>Como se observa, los cálculos solo contemplan las operaciones de adición o sustracción, pero en ningún caso mixto, aun así, cada ejercicio es respondido erróneamente por 12 estudiantes, identificándose las siguientes respuestas:</p> <p>1° cálculo: 112, 44, 110, 49 y 104.</p> <p>2° cálculo: 25, 685, 65 y 50.</p>	<p>$(420 - 20) + 57 =$</p> <p>Este cálculo si es de operación mixta y la cantidad de errores identificados son de once alumnos, quienes respondieron 453 o 440.</p>

Con la tabla 11 podemos dar cuenta que los alumnos tienen dificultades para dar respuesta a cálculos que poseen la misma operación. Por lo anterior, se requiere una práctica y adquisición de estas operaciones, para que los alumnos puedan dar respuesta a los cálculos propuestos.

- Ítem 4 GE

En el ítem 4, donde se trabajaron operaciones con una incógnita y se desarrolla la dimensión de Estrategias y Procedimientos, se obtuvieron los siguientes resultados, donde se logra observar que ocho estudiantes fueron capaces de subir sus puntajes y tres de ellos alcanzaron el puntaje máximo de este ítem.

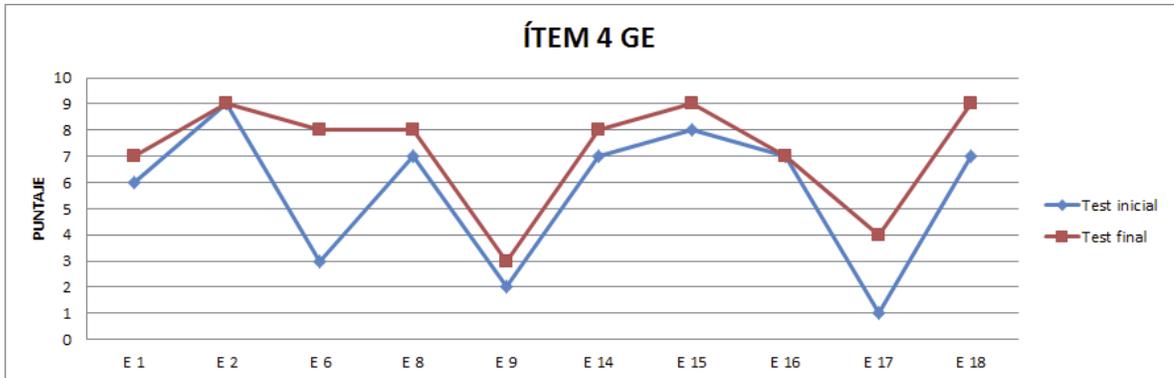


Gráfico 17: Resultados GE en ítem 4

Los estudiantes E15 y E18 incrementaron su puntaje, logrando alcanzar la mayor puntuación junto con el E2, se puede indicar que adquirieron los conceptos vistos en clase y aprendieron a identificar y buscar una cantidad desconocida para dar solución a los cálculos que se les planteaban. Pero, también se puede observar que varios estudiantes bajaron significativamente su puntaje, así como el E10, quien no obtuvo puntajes en el Test Final, lo que significa que no práctico ni desarrollo la dimensión de Estrategias y Procedimientos.

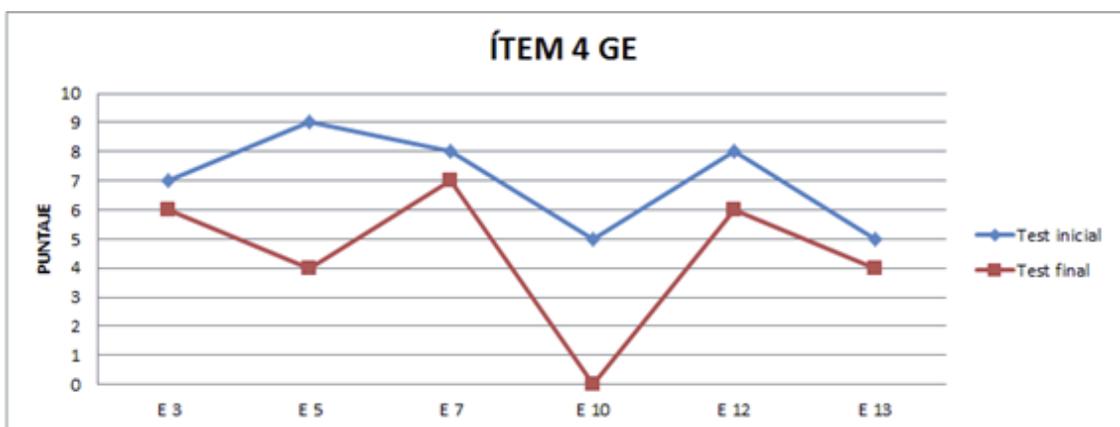


Gráfico 18: Resultados GE en ítem 4

Observando ambos gráficos, se destaca el hecho de que 10 estudiantes hayan sido capaces de incrementar su puntaje, lo que demuestra que han adquirido la mayor parte de los conceptos trabajados en las secciones y que solo falta una mayor ejercitación y puesta en práctica de los procedimientos relacionados a ellos.

Por los resultados obtenidos, se destacan dos alumnos que mantuvieron su puntuación en 0, por lo que no son considerados en los gráficos 17 y 18 (E4 y E11).

A partir de los resultados en los test y por las respuestas de los estudiantes, se logran identificar los siguientes errores en cada uno de los test:

Tabla 12: Comparación de errores de Test Inicial y Test Final para el ítem 4	
Test Inicial	Test Final
$23 + \square = 70$ <p>Este cálculo consta de encontrar la incógnita para poder llegar al resultado de 70, pero el error de doce alumnos se centró en indicar que la respuesta era 50, 58, 40 o 57.</p>	$89 - \square = 32$ <p>En este caso los alumnos se enfrentaban a una operación de sustracción. Once alumnos cometieron el error de indicar que las respuestas podrían ser 10, 67, 58 o 40.</p>

A través de la tabla 12, se puede observar que los alumnos tienen dificultades en encontrar la incógnita cuando las operaciones tienen relación con la adición o sustracción, más que con la operación de multiplicación, por lo que falta una mayor adquisición y trabajo con estas operaciones.

- Ítem 5 GE

El quinto ítem se basa en la resolución de problemas, y es en este apartado donde ellos ponen en juego el desarrollo de habilidades y dimensiones trabajadas en el transcurso de la implementación, debido a que necesitan ordenar la información entregada, buscar una estrategia que los lleve al resultado y finalmente obtener mediante el pensamiento y desarrollo, la respuesta necesaria para dar solución a la pregunta dada.

A través de los gráficos 19 y 20 se puede observar que solo 5 alumnos lograron subir sus puntajes en relación al Test Inicial, alcanzando el puntaje máximo de este ítem, también se logra observar que muchos bajaron e incluso no obtuvieron puntajes.

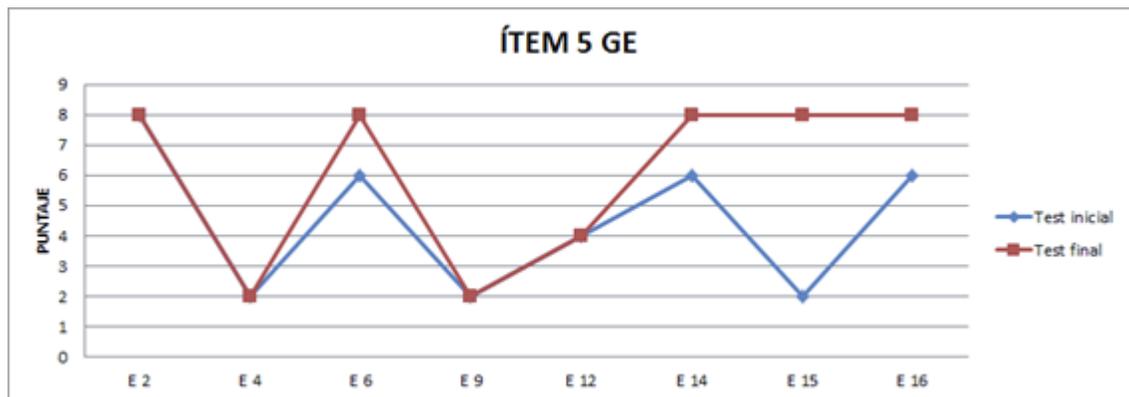


Gráfico 19: Resultados GE en ítem 5

Por medio del gráfico 19 se destaca a los E2, E6, E14, E16 y en especial al E15, quienes incrementaron su puntaje en relación al Test Inicial y el E15 incrementó considerablemente. La participación de estos cinco alumnos permite dar cuenta de la adquisición de los conceptos trabajados y de la puesta en práctica de los procedimientos aprendidos. Sin embargo, se puede observar a través del gráfico 20 el descenso significativo de dos estudiantes, quienes no fueron capaces de utilizar los procedimientos aprendidos en el transcurso de la implementación, por lo que no obtuvieron puntajes en el Test Final.

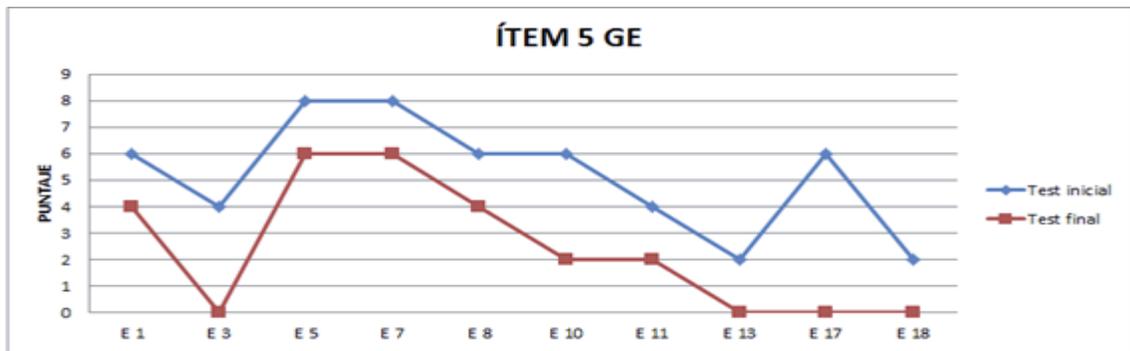


Gráfico 20: Resultados GE en ítem 5

Luego de revisar y analizar las respuestas de los alumnos, se logró identificar las preguntas que más dificultades presentaron a los estudiantes.

Tabla 13: Comparación de errores de Test Inicial y Test Final para el ítem 5

Test Inicial	Test Final
<p>La señora Matus vende huevos de campo en la feria. Al principio tenía 164 huevos, al final solamente le quedan 27. ¿Cuántos vendió?</p> <p>Este problema consistía en una operación de sustracción. Los alumnos lograron identificarla, pero muchos tuvieron dificultades para realizar la operación.</p>	<p>La señora Matus vende huevos de campo en la feria. Al principio tenía 270 huevos, al final solamente le quedaron 39. ¿Cuántos (huevos) fueron vendidos?</p> <p>Roberto compró un helado de \$250. Si paga con una moneda de \$500 ¿Cuánto dinero recibe de vuelto</p> <p>En este ítem del Test Final, los problemas que más dificultades dieron a los alumnos son los anteriores. Ambos consistían en la operación de sustracción, pero muchos</p>

	sumaban o restaban erróneamente los números, por lo que las respuestas se alejaban bastante del resultado final.
--	--

Observando la tabla 13, se puede indicar que los estudiantes tenían mayor dificultad en la resolución de problemas con sustracción, y esto se debe a que la mayoría no sustraía de manera correcta cuando se les presentaba el problema. Con lo anterior se señala que faltó adquirir el concepto de sustracción y los procedimientos que pueden ser utilizados para resolverlos.

4. 2 Comparación Test Inicial y Test Final de GC y GE

En el siguiente apartado, y con apoyo de los gráficos diseñados para observar los resultados obtenidos, se realizan las comparaciones entre ambos grupos, con la finalidad de identificar como influyó en el aprendizaje las implementaciones del diseño de clases propuesta en esta investigación.

Para obtener estos gráficos, se sacó un promedio de los resultados de cada ítem pertenecientes a los distintos test, posterior a esta acción, se graficaron los promedios de ambos grupos individualizando entre Test Inicial y Test Final.

Como se observa en el gráfico 21 correspondiente al Test Inicial, el GC predominó en los ítems 1 y 3, donde los cálculos se destacaban por dar respuestas a operaciones de adición, sustracción y multiplicación en el ítem 1, y adición y sustracción en el ítem 3. Pero aun así, compartieron los mismos resultados en el ítem 2 y 5 con el GE, donde hay presencia de operaciones haciendo uso de la adición, sustracción y multiplicación.

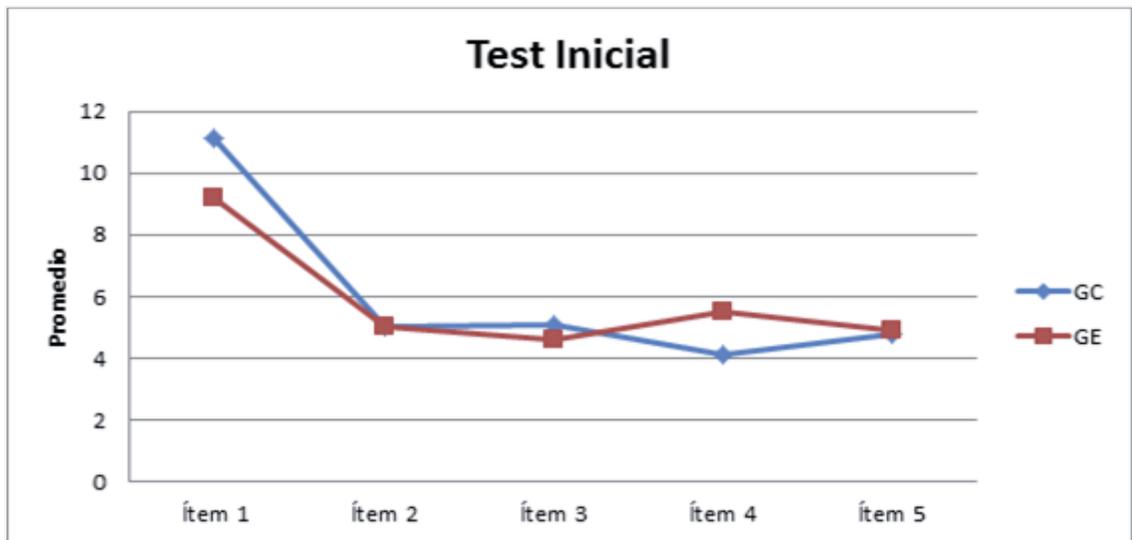


Gráfico 21: Comparación de resultados GC y GE

Luego de las cuatro clases realizadas al GE, se aplicó el Test Final a ambos grupos y se obtuvieron los resultados señalados en el gráfico 22, en el cual se puede observar que en los 5 ítems, el GE consiguió un mejor puntaje que el GC. Si bien en el segundo ítem los puntajes fueron cercanos, los alumnos que participaron en el diseño consiguieron mejores puntajes.

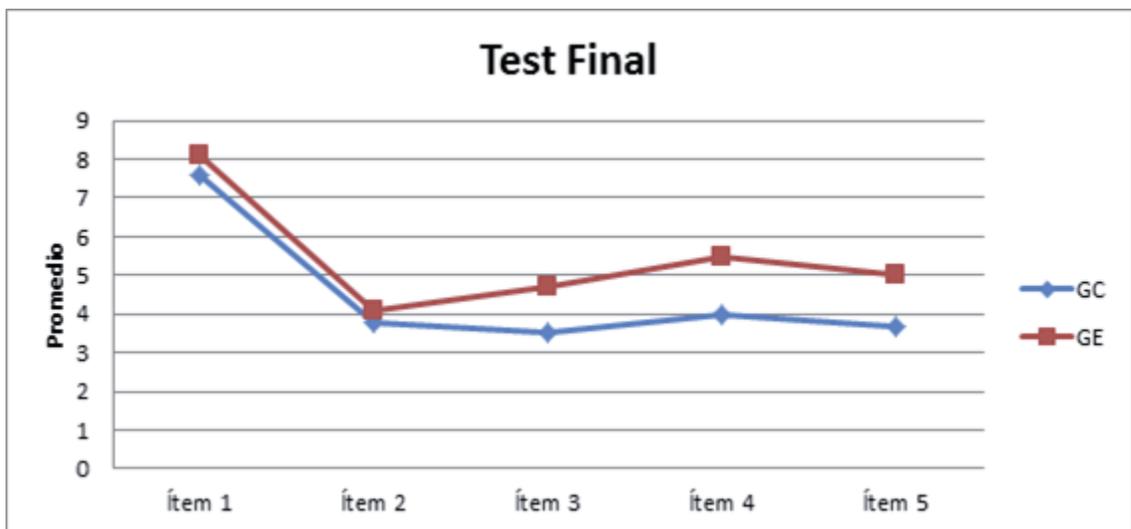


Gráfico 22: Comparación de resultados GC y GE

Con la observación de los gráficos 21 y 22, se puede demostrar la influencia positiva de los métodos utilizados en la implementación, ya que permitieron que los alumnos del GE logran obtener mejores resultados en comparación con el GC. Al analizar los resultados

de ambos grupos, se puede destacar los resultados de los ítems 3, 4 y 5 correspondientes al GE, donde se demuestra de manera notoria que este grupo se vio afectado de manera favorable por la implementación.

4.3 Resultados

Posterior al análisis de las respuestas que entregaron los dos grupos tanto en el Test Inicial como en el Test Final, se pueden destacar diversos factores que influyeron en los resultados obtenidos, algunos de estos son:

- El desfase de tiempo en el transcurso de la implementación. Debido a que las fechas no fueron continuas, se crearon periodos de tiempo donde factores externos como la familia, intervenía, al igual que la implementación de clases del docente a cargo del curso.
- Errores en las operaciones que no estaban contempladas. Al realizar el diseño, no se consideró posibles errores de los estudiantes relacionados a la resolución de operaciones o problemas. Luego de la realización de ambos test, se observaron distintos errores, como la suma de factores en la multiplicación o la comprensión del algoritmo de la sustracción.
- En el diseño de la propuesta no se consideró la creación de una sesión de clases destinada a retroalimentación y corrección de errores más comunes observados en el Test Inicial, y que hubiera permitido mejorar el nivel de aprendizaje de los alumnos.

Al observar los diversos gráficos que nos permiten comparar a ambos grupos, se puede destacar que el GE obtuvo mejores puntajes, aunque disminuyeron en comparación con los resultados obtenidos en el Test Inicial. Con ello se cree, que si la implementación hubiera sido de manera continua y contara con alguna sesión de retroalimentación, los puntajes y resultados obtenidos serían mayores a los observados a través de los gráficos.

De igual manera, para que los estudiantes del GE lograran mejores resultados, en el

transcurso de las implementaciones se utilizaron métodos de clases relacionados a juegos de roles, juegos, cálculo mental y de forma continua se observó la participación de la dimensión de Percepción, la cual fue descrita por Bruner (1964) para respaldar el hecho de trabajar con diferentes formas de representación. Por ello, se da cierto énfasis y se destaca el uso de estos métodos que permitieron mejorar el aprendizaje de los estudiantes del GE, y su influencia positiva se comprueba al comparar a este grupo con GC a través de los test realizados.

Sintetizando la información obtenida a través del análisis de las respuestas entregadas por los alumnos, y observando los gráficos correspondientes al GE, se destacan a los estudiantes E1, E6, E14 y E15, quienes lograron incrementar sus puntajes en tres de los ítems propuestos en el Test Final, alcanzando en varias ocasiones los puntajes máximos de dichos ítems. También se destaca a los E2, E5, E7, E8 y E16, quienes a pesar de no haber incrementado notoriamente su puntaje en relación al Test Inicial, obtuvieron buenos resultados. Lo dicho anteriormente se puede observar en la siguiente tabla, donde se encuentran los resultados obtenidos en cada ítem.

Tabla 14: Resultados de los estudiantes del GE en el Test Final						
Estudiante	Ítem 1	Ítem 2	Ítem 3	Ítem 4	Ítem 5	Puntaje Total
E1	8	5	9	7	4	33
E2	11	8	8	9	8	44
E3	5	2	5	6	0	18
E4	8	0	0	0	2	10
E5	12	9	6	4	6	37
E6	8	4	7	8	8	35
E7	12	5	6	7	6	36
E8	10	7	5	8	4	34

E9	7	4	0	3	2	16
E10	3	1	0	0	2	6
E11	4	0	0	0	2	6
E12	6	6	7	6	4	29
E13	9	3	1	4	0	17
E14	12	7	9	8	8	44
E15	10	4	9	9	8	40
E16	10	3	8	7	8	36
E17	1	0	0	4	0	5
E18	9	5	4	9	0	27

A través de la Tabla 14, también se puede observar el resultado de aquellos estudiantes que no fueron capaces de adquirir los conceptos vistos en la implementación y transcurso del proceso, destacándose de mayor manera los E4, E10, E11 y E17, cuyos puntajes no superaron los 10 puntos.

CONCLUSIÓN

Al analizar el objetivo general de esta investigación y todos los procedimientos realizados en el transcurso, se puede distinguir, mediante los distintos resultados obtenidos, la influencia que tuvieron los métodos aplicados en el diseño y gestión de las clases, en el aprendizaje y desarrollo del PM.

La propuesta realizada se caracterizó por trabajar cinco métodos distintos, que permitieron a los alumnos desarrollar el PM, específicamente las dimensiones de Estrategias y Procedimientos y Contenidos Matemáticos, y a la vez abordar la habilidad de Resolver Problemas.

Como se señala en el párrafo anterior, se utilizaron diversos métodos en la propuesta de investigación y estos corresponden a cálculo mental, juego de roles, juegos, ejercitación y por último el trabajo colaborativo, los que se pueden apreciar en cada sesión implementada.

Los métodos mencionados y destacados en la propuesta son descritos a continuación, para señalar la finalidad de estos en el diseño y gestión de clases:

- El desarrollo del cálculo mental, con la finalidad de que los alumnos practiquen continuamente las operaciones, usando procedimientos y estrategias de resolución.
- Los juegos de roles, donde los estudiantes manejaban roles distintos al habitual. Este método implica trabajar procesos cognitivos de reflexión acerca de un rol diferente y desarrollar la habilidad de Resolución de Problemas, al analizar las situaciones a las que se enfrentan y buscar posibles soluciones.
- El juego, que se caracteriza por ser una actividad donde los alumnos resuelven en un nivel inconsciente, problemas que en la realidad podrían o no encontrar. Proporciona una vía de aprendizaje interesante y diferente a la comúnmente observada en clases.
- Ejercitación, desarrollada junto al cálculo mental. Ambas pretenden que el estudiante pueda ser capaz de identificar las operaciones y buscar el procedimiento

más conveniente para dar respuesta a un determinado cálculo o problema, los que no necesariamente pueden ser trabajados por medio de un algoritmo, pero que sí serán el camino para el aprendizaje del mismo. Está enfocada en la reiterada y constante resolución de cálculos, para que los procedimientos utilizados no sean olvidados fácilmente.

- Trabajo colaborativo, el cual tiene como finalidad trabajar en grupos, para que los conocimientos sean significativos para todos. Los alumnos crean y construyen sus conocimientos en base a la interacción con otros.

Cada uno de los cinco métodos de aprendizaje implementados en la investigación, ayudan a desarrollar el PM en los estudiantes, debido a que en su mayoría, permiten que el estudiante reflexione y utilice procesos cognitivos relacionados a los conocimientos y procedimientos, los que habitualmente son observados y trabajados en el aula y en la vida cotidiana. Conjuntamente, permitió el desarrollo continuo de las dimensiones que el pensamiento abarca y de la habilidad de Resolver Problemas, donde se conectaron los conocimientos matemáticos, las estrategias y planes de acción, para dar solución a diversas situaciones que resultan desafiantes en diferentes contextos.

Por otro lado retomando los cuatro objetivos específicos planteados en la problemática, se puede señalar el logro de estos, debido a que se diseñó un Test Inicial y Final, los que permitieron evidenciar el desarrollo del PM en los estudiantes correspondientes al GC y GE, siendo este último quienes trabajaron de forma paulatina por medio de los distintos métodos utilizados y descritos en el Marco Teórico.

Posterior a la realización del Test Inicial a ambos grupos, se implementó una secuencia de clases al GE, la que estaba constituida por 4 sesiones, y cuyo principal objetivo era influir en el desarrollo del PM de los alumnos mediante el uso de los métodos descritos. Lo anterior se da por logrado al observar la influencia que estos tuvieron en los conocimientos, estrategias y procedimientos que previamente conocían.

Con los test mencionados y los resultados que otorgan luego de su realización, se concluye que los estudiantes pertenecientes al GE alcanzaron un mejor aprendizaje que el GC.

Aunque ambos grupos descendieron en el nivel de puntajes, el GE logró incrementar y superar al otro grupo en el ítem vinculado a la Resolución de problemas, además aumentó en dos puntos el puntaje obtenido en el Test Inicial, lo que permite inferir, que las clases realizadas influyeron en esta área. Aun así, se reconoce que la secuencia diseñada careció de métodos que permitieran la adquisición de las operatorias básicas y una mayor influencia del desarrollo del PM.

Como se indicó en el párrafo anterior, el GE obtuvo mejores resultados luego de implementar la Unidad Didáctica, esto fue evidenciado en la aplicación del Test Final, ya que se pudo demostrar la influencia positiva que tuvieron los cinco métodos trabajados. Por ello en los siguientes párrafos se destacan los resultados obtenidos que dan cuenta de este logro.

- En el ítem 1, un 28% de los estudiantes incrementaron su puntaje en relación al Test Inicial. Sin embargo el E17 no logra desarrollar la dimensión de Estrategias y Procedimientos del PM, ya que a pesar de la unidad implementada, en ambos tests obtuvo bajo puntaje. Por otro lado E5, E7 y E14 destacan y sobresalen en el grupo, logrando alcanzar un puntaje máximo en el Test Final.

- En el ítem 2 que pone en juego la dimensión de Estrategias y Procedimientos del PM, un 28% de los alumnos lograron incrementar su puntaje, donde el E5 sobresale nuevamente y logra alcanzar el puntaje máximo del ítem.

- En el ítem 3 se trabaja la dimensión de Estrategias y Procedimientos del PM, 33% de los estudiantes lograron mejorar su puntaje inicial, donde E1, E14 y E15 alcanzaron el puntaje máximo del ítem los cuales demuestran un dominio de la dimensión señalada anteriormente. Mientras que E9 y E10 no lograron el propósito del ítem y presentaron un puntaje por debajo del resto.

- En el ítem 4 donde se trabajaron las operaciones mixtas, un 44% de los estudiantes aumentaron sus puntajes. E2, E15 y E18 lograron alcanzar el puntaje máximo esperado, sin embargo el E10 no obtuvo el puntaje en ambos tests, lo que hace referencia a que no

logró desarrollar la dimensión de Estrategias y Procedimientos del PM ni adquirir los conceptos trabajados en la implementación.

- Finalmente en el ítem 5 donde se trabaja la resolución de problemas, habilidades y dimensiones del PM, un 28% de los estudiantes lograron incrementar y alcanzar el puntaje máximo en el Test Final.

Esto demuestra que la unidad implementada apoyada de los cinco métodos de enseñanza antes descritos influyó positivamente en el desarrollo del PM de los alumnos del GE. Por otra parte aunque se observó una diferencia positiva para el GE en relación al GC, se reconoce que la secuencia diseñada no fue suficiente para la adquisición de operatorias básicas en los estudiantes.

Se cree que los factores que afectaron en los desmedros fueron:

- Factores externos al diseño.
 - Tiempo de implementación, debido a que las sesiones no se realizaron de manera continua, por lo que en el proceso intervinieron sesiones de la profesora a cargo del curso e intervención de apoderados.
- Factores internos al diseño.
 - Secuencias de clase destinadas al trabajo y retroalimentación de errores cometidos por los estudiantes, para apoyar y mejorar la adquisición de conceptos trabajados.

Aunque estos factores interfirieron en el proceso, la propuesta implementada obtuvo buenos logros, debido a que los estudiantes pertenecientes al GE obtuvieron mayores y mejores puntajes en relación al GC, a pesar de la discontinuidad y la forma en que se llevaron a cabo el desarrollo de las sesiones propuestas.

Los métodos propuestos en esta investigación se aplicaron a un grupo particular de individuos, denominados GE y GC, y se obtuvieron destacados resultados en el GE. A pesar de estos resultados, esto no puede ser extrapolado como información general, es decir, los resultados obtenidos solamente describen a los grupos señalados en esta investigación.

Una de las proyecciones de esta investigación tiene relación con la posibilidad de aplicar estos métodos a un grupo mayor o similar, intentando en el proceso, gestionar de forma continua la secuencia presentada, para que la conexión entre las sesiones no pierda el anclaje y permita que los alumnos desarrollen el PM.

Teniendo presente los métodos descritos a lo largo de esta investigación, al momento de planificar y desarrollar una clase de Matemática, sea esta de cualquier nivel y en cualquier tipo de establecimiento, los cinco métodos trabajados ayudarán en el desarrollo del PM de los estudiantes, debido a que permiten el trabajo continuo de las dimensiones descritas que contempla el PM y transversalmente se trabaja con las habilidades declaradas por el MINEDUC.

Sería interesante proyectar este tipo de investigación a otras áreas del conocimiento, focalizando el aprendizaje de otros contenidos matemáticos que no fueron tratados en el proceso y así evidenciar la influencia que estos tienen en las cuatro dimensiones características del PM, con la finalidad de demostrar cómo éstos permiten un desarrollo completo del Pensamiento.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Agencia de Calidad de la Educación. (2011). *Resultados TIMSS 2011 Chile: Estudio internacional de tendencias en matemáticas y ciencias*. Recuperado de: [http://www.mineduc.cl/usuarios/acalidad/doc/201301151653440.Informe_Resultados_TIMSS_2011_Chile_\(10-01-13\).pdf](http://www.mineduc.cl/usuarios/acalidad/doc/201301151653440.Informe_Resultados_TIMSS_2011_Chile_(10-01-13).pdf)
- Agencia de Calidad de la Educación. (2012). *Informe Nacional Resultados Chile PISA 2012*. Recuperado de: https://s3.amazonaws.com/archivos.agenciaeducacion.cl/documentos-web/Estudios+Internacionales/PISA/Informe_Nacional_Resultados_Chile_PISA_2012.pdf
- Alsina, Á. (2004). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdicos - manipulativos: Para niños y niñas de 6 a 12 años*. Madrid: Narcea.
- Abrantes, P., Barba, C., Batlle, I., Bofarull, M., Colomer, T., Fuertes, M., García, J., Madruga, J., Marti, E., Ramos, N., Recarens, E., Segarra, Ll., Serra, T. y Torra, M. (2002). *La resolución de problemas en matemáticas*. Venezuela: Laboratorio Educativo.
- Ausubel, D. (s. f.). *Teoría de los aprendizajes significativos*. Recuperado de: http://delegacion233.bligoo.com.mx/media/users/20/1002571/files/240726/Aprendizaje_significativo.pdf
- Ausubel, D. (1976). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. 1° ed. México D.F.: Trillas.
- Ausubel, D. (1978). *Psicología Educativa. Un Punto de Vista Cognoscitivo*. 2° ed. México: Trillas.
- Ausubel, D. (1979). *Psicología educativa: Un punto de vista*. México: Trillas.
- Ausubel, D. (1983). *El desarrollo infantil*. Barcelona: Paidós.

- Ausubel, D. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento: una perspectiva cognitiva*. Barcelona: Paidós.
- Bañeres, D., Bishop, A. y Claustre, M. (2002). *El juego como estrategia didáctica*. España: GRAÓ.
- Baroody, A. (2005). *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid: Aprendizaje.
- Bernal, C. (2006). *Metodologías de la investigación*. Pearson Educación.
- Broitman, C. (2010). Capítulo 3. En *Las operaciones en el primer ciclo: aportes para el trabajo en el aula*. Argentina: Novedades Educativas.
- Bruner, J. (1963). *El proceso de la educación*. México: Hispano- Americana.
- Bruner, J. (1964). Some theorems on instruction illustrated with reference to mathematics. En *E. R. Anderson* (Ed.) *Theories of learning and instruction*. 66th Yearbook of the NSSE. University of Chicago Press.
- Bruner, J. (1984). *Acción, pensamiento y lenguaje*. Madrid: Alianza Psicología.
- Bunge, M. (1979). *La ciencia un método y filosofía, Bogotá, siglo XX*.
- Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F., Alanís, J., Rodríguez, R. y Garza, A. (2000). *Desarrollo del pensamiento matemático*. México: Trillas.
- Carrillo, J., y Contreras, L. (2000). *Resolución de problemas en los albores del siglo XXI: Una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos*. España: Hergué.
- Castro, E. (s. f). *Pensamiento Numérico y Educación Matemática*. Universidad de Granada. Recuperado de:

<http://wdb.ugr.es/~encastro/wp-content/uploads/CONFERENCIA- PN1.pdf>
- Chapela, L. (2002). *El juego en la escuela*. México: PAIDÓS.

- Coll, C., Mauri, T. y Onrubia, J. (2006). *Análisis y resolución de Casos-Problema mediante el aprendizaje colaborativo*. Revista de Universidad y Sociedad del conocimiento, Vol. 3, 29
- Collazos, C., Guerrero, L., & Vergara, A. (2001). Aprendizaje Colaborativo: Un cambio en el rol del profesor. In *Proceedings of the 3rd Workshop on Education on Computing, Punta Arenas, Chile*.
- Ertmer, P. y Newby, T. (1993). Conductismo, cognitivismo y constructivismo: Una comparación de los aspectos críticos desde la perspectiva del diseño de instrucción. En *Performance Improvement Quarterly*, 6 (4), 50 - 72.
- Fernández, J. (2005). *Desarrollo del pensamiento matemático en educación infantil*. Recuperado de:
<http://www.grupomayeutica.com/documentos/desarrollomatematico.pdf>
- Fernández, J., Aizpún, A., Cerezo, S., Canals, S., Peralta, F., Ramírez, L. y Marín, M. (2007). Metodología didáctica para la enseñanza de la matemática: variables facilitadoras del aprendizaje. En *Aprender Matemática. Metodología y modelos europeos*. España: Secretaría General Técnica, Subdirección General de Información y Publicaciones.
- Gacel, J. (1999). *Internacionalización de la educación superior en América Latina y el Caribe: reflexiones y lineamientos*. México: SN Publishing Company.
- Gálvez, G., Cosmelli, D., Cubillos, L., Leger, P., Mena, A., Tanter, E., Flores, X., Luci, G., Montoya, S. y Soto, J. (2011). Estrategias cognitivas para el cálculo mental. En *Revista latinoamericana de investigación en matemáticas educativas*, 14, s.n. Recuperado de:
http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362011000100002

- Gobierno de la ciudad de Buenos Aires. (2006). Introducción. En *Matemática: Cálculo mental con números naturales (pp.13-22)*. Argentina: Dirección de Currícula.
- González, T. (2000). *Metodología para la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas*. Barcelona: Cedecs.
- Grande, I. y Abascal, E. (2005). *Análisis de encuestas*. Madrid: ESIC.
- Isoda, M. y Olfos, R. (2009). *El enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas a partir del estudio de clases*. Ediciones Universitarias de Valparaíso PUCV.
- Johnson, D. W., Johnson, R., & Holubec, E. (1993). *Circles of learning* (4th ed.). Edina, MN: Interaction Book Company.
- Lázaro, E., Solovieva, Y., Cisneros, N. & Quintanar, L. (2009). *Actividades de juego y cuento para el desarrollo psicológico del niño preescolar*. Revista Internacional Magisterio, 37, 80-85.
- Mayer, R. (2004). *Psicología de la educación: enseñanza para un aprendizaje significativo Volumen II*. Madrid: Pearson Educación.
- Maza, C. (1991). *Multiplicar y dividir: A través de la resolución de problemas*. Madrid. Visor.
- Ministerio de Educación de Chile. (2012a). *Bases Curriculares de Matemática*. Chile: MINEDUC. Recuperado de:
http://curriculumenlinea.mineduc.cl/descargar.php?id_doc=201306051003270
- Ministerio de Educación de Chile. (2012b). *Matemática: Programa de Estudios Tercer Año Básico*. Chile: MINEDUC. Recuperado de:
http://curriculumenlinea.mineduc.cl/descargar.php?id_doc=201308161230350

- Mora, C. (2003. Mayo). Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. En *Revista de Pedagogía*, 24 (70), (s. n). Recuperado de:
http://www.scielo.org.ve/scielo.php?pid=s0798-97922003000200002&script=sci_arttext
- PISA. (2014). Los jóvenes de 15 años son creativos a la hora de resolver problemas. En *Revista OECD*. Recuperado de:
<http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisainfocus/PISA-in-Focus-N38-%28esp%29.pdf>
- Quaas, C. y Crespo, N. (2003). ¿Inciden los métodos de enseñanza del profesor en el desarrollo del conocimiento metacomprendido de sus alumnos? En *Revista Signos*, 36 (54), 225 - 234. Recuperado de:
http://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-09342003005400007
- Resnick, L. y Ford, W. (1991). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona: Paidós
- Reyes, P. (2012). *Caracterización del pensamiento matemático - escenarios con estudiantes universitarios y de liceo utilizando temas de la teoría de grupos*. Recuperado de:
https://opus.bibliothek.uniaugsburg.de/opus4/files/2627/Dissertation_Reyes_Santander.pdf
- Riveros, M. y Zanocco, P. (1981). *¿Cómo aprenden matemática los niños? Una metodología para la enseñanza de la matemática en la Educación General Básica*. Santiago Chile: Universitaria.

- Santos, M. (2008). La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica. En *Centro de investigación y de estudios avanzados*. Recuperado de:
<http://www.uv.es/puigl/MSantosTSEIEM08.pdf>
- Secadas, F. (2002). Aprender a enseñar: A propósito de las matemáticas. En *Revista Tendencias pedagógicas*, 7, 49-91. Recuperado de:
http://www.tendenciaspedagogicas.com/Articulos/2002_07_02.pdf
- Solovieva, Y. & Quintanar, L. (2008). *Enseñanza de la lectura. Método práctico para la formación lectora*. México: Trillas.
- Shuare, M. y Montealegre, R. (1997). La Situación Imaginaria, el Rol y el Simbolismo en el Juego infantil. En *Revista Colombiana de Psicología*, 5- 6, 82-88.
- Talizina, N. F. (2000). *Manual de Psicología Pedagógica*. México: Universidad Autónoma de San Luis Potosí.
- Vargas, A. (2009). Métodos de enseñanza. Granada. Recuperado de:
http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_15/ANGELA_VARGAS_2.pdf
- Vilanova, S., Rocerau, M., Valdez, G., Oliver, M., Vecino, S., Medina, P., Astiz, M. y Álvarez, E. (2008). *La educación matemática: El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje*. Departamento de matemática, Facultad de ciencias exactas y naturales. Universidad Nacional del Mar del Plata, Argentina.
- Walberg, H. y Paik, S. (2005). *Prácticas Eficaces*. Series Prácticas Educativas. Recuperado de:
<http://www.ibe.unesco.org/publications/EducationalPracticesSeriesPdf/prac03s.pdf>

ANEXOS

- Anexo A: Test Inicial - Validación

TEST INICIAL	
Nombre estudiante:	
Curso: 3° Básico ____	Fecha Aplicación: ____ de Octubre

Puntaje máximo: 62 puntos.

Puntaje Obtenido:

I. Resuelve:

$27 + 31 =$	$25 : 5 =$	$46 + 39 =$
$8 \cdot 2 =$	$45 + 13 =$	$32 : 4 =$
$27 : 9 =$	$9 - 2 =$	$5 \cdot 10 =$
$90 - 30 =$	$70 : 10 =$	$48 - 25 =$
$3 \cdot 5 =$	$5 - 3 =$	$16 : 2 =$
$21 : 3 =$	$2 \cdot 10 =$	$98 - 43 =$

II. Resuelve:

$300 + 20 =$	$210 \cdot 3 =$	$400 : 20 =$
$100 \cdot 4 =$	$230 - 20 =$	$300 : 50 =$
$200 : 50 =$	$150 \cdot 5 =$	$500 - 90 =$
$100 : 10 =$	$170 \cdot 20 =$	$100 \cdot 6 =$

III. Resuelve:

$20 + 80 - 50 =$	$(500 : 10) + 40 =$	$57 - 24 + 33 =$
$80 - 50 + 10 =$	$70 + 10 - 40 =$	$(900 : 30) + 70 =$
$(600 : 20) - 20 =$	$63 \cdot 40 + 50 =$	$79 - 12 - 34 =$
$30 - 20 + 10 =$	$740 : 10 - 59 =$	$49 - 15 + 58 =$

IV. Completa:

$$\square + 10 = 70$$

$$9 \cdot \square = 27$$

$$\square : 6 = 6$$

$$\square \cdot 2 = 18$$

$$60 + \square = 90$$

$$\square \cdot 5 = 35$$

$$\square : 2 = 8$$

$$\square \cdot 20 = 30$$

$$\square \cdot 42 = 50$$

$$90 : \square = 9$$

$$87 \cdot \square = 32$$

$$23 + \square = 70$$

V. Resolver los siguientes problemas.

1. En la feria venden 24 pollos distribuidos en 8 cajas. ¿Cuántos pollos deben ponerse en cada caja?

Respuesta: _____

2. Luisa está recolectando piedras bonitas en la playa, ya tienen 23. Su amigo Carlos le regala 19 piedras. ¿Cuántas piedras lleva a su casa?

Respuesta: _____

3. Anita tiene 4 nidos y cada nido tiene dos pichones. ¿Cuántos pichones hay en total?

Respuesta: _____

4. La señora Matus vende huevos de campo en la feria. Al principio tenía 164 huevos, al final solamente le quedan 27. ¿Cuántos vendió?

Respuesta: _____

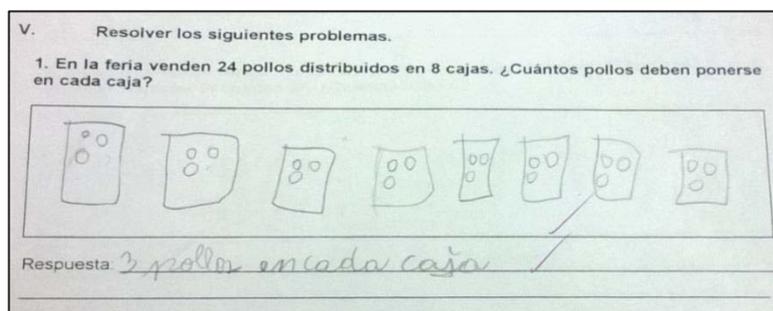
- **Anexo B: Validación del Test Inicial**

Tabla: Resultados Validación Test Inicial.							
Estudiante	Tiempo	Puntaje Ítem 1	Puntaje Ítem 2	Puntaje Ítem 3	Puntaje Ítem 4	Puntaje Ítem 5	Puntaje Total
V 1	59 Minutos	10	7	8	0	0	25
V 2	84 Minutos	12	5	3	0	6	26
V 3	59 Minutos	10	4	3	0	3	20
V 4	59 Minutos	9	7	4	6	6	32
V 5	68 Minutos	10	5	4	6	8	33
V 6	84 Minutos	9	7	0	4	5	25
V 7	56 Minutos	10	5	2	2	6	25
V 8	88 Minutos	11	5	4	0	4	24
V 9	120 Minutos	11	5	4	2	0	22
V 10	30 Minutos	3	2	0	2	2	9
V 11	83 Minutos	13	5	2	1	4	25
V 12	77 Minutos	2	4	0	3	5	14
V 13	84 Minutos	8	3	2	0	0	13
V 14	59 Minutos	10	8	8	2	0	28
V 15	58 Minutos	7	3	4	2	4	20
V 16	75 Minutos	3	3	0	1	3	10
V 17	84 Minutos	14	9	4	3	5	35
V 18	48 Minutos	10	6	5	7	8	36
V 19	157 Minutos	9	4	4	2	0	19
V 20	44 Minutos	10	6	3	6	6	31

Al analizar las respuestas de los estudiantes en dicho test se decidió:

- **Eliminar la operación de división:**

Se constató que solo el 5% del grupo logró resolver la operación $25 : 5 =$, mientras que el 20% pudo realizar la división $27 : 9 =$, 20% pudo dividir $16 : 2 =$ y 40% de los estudiantes resolvieron correctamente el problema que involucraba la operación de división “**En la feria venden 24 pollos distribuidos en 8 cajas. ¿Cuántos pollos deben ponerse en cada caja?**”, pero realizando representaciones simbólicas para su resolución, por ejemplo, el estudiante V4 realizó el siguiente procedimiento para resolver el problema planteado:



Validación Test Inicial ítem 5 - Problema 1

Lo anterior se explica, debido a que la división es un contenido matemático que no se trabajó con los estudiantes dentro de la asignatura de Matemáticas, y el porcentaje de niños y niñas que respondieron correctamente utilizaron sus conocimientos previos, es decir, representaciones pictóricas y tablas de multiplicar para obtener la respuesta del ítem propuesto.

- Disminuir el número de ejercicios por ítem:

Si bien el 90% de los estudiantes a los que se les aplicó el Test Inicial logró resolverlo dentro de los 90 minutos estipulados, 100% de ellos no logró resolver correctamente el 60% del test, obteniendo un puntaje menor a 40 puntos. Debido a lo anterior, se decide disminuir el número de ejercicios por ítem, para propiciar que los estudiantes posean tiempo para pensar y reflexionar los procedimientos, métodos y estrategias que utilicen, logrando evidenciar y analizar correctamente los conocimientos matemáticos que los estudiantes poseen, sus estrategias y procedimientos y el conocimiento que han alcanzado en las tres operaciones básicas involucradas en esta investigación.

- Anexo C: Test Inicial

TEST INICIAL	
Nombre estudiante:	
Curso: 3° Básico _____	Fecha Aplicación: _____ de Octubre

Puntaje máximo: 47 puntos.

Puntaje Obtenido:

I. Resuelve:

$27 + 31 =$	$45 + 13 =$	$16 + 4 =$
$8 \cdot 2 =$	$80 + 45 =$	$98 - 43 =$
$90 - 30 =$	$5 \cdot 3 =$	$5 \cdot 10 =$
$12 - 8 =$	$2 \cdot 10 =$	$48 - 25 =$

II. Resuelve:

$300 + 20 =$	$250 + 538 =$	$900 - 90 =$
$100 \cdot 4 =$	$230 - 20 =$	$50 \cdot 6 =$
$170 - 20 =$	$15 \cdot 5 =$	$42 + 900 =$

III. Resuelve:

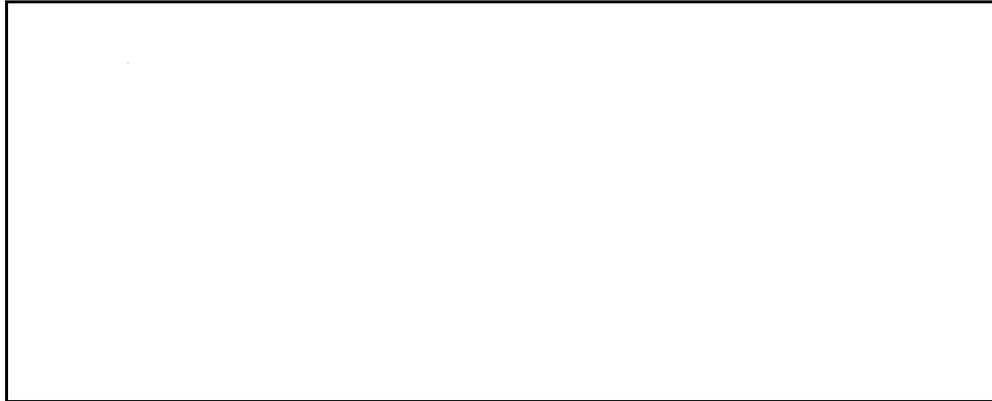
$20 + 85 - 50 =$	$79 - 12 - 34 =$	$57 + 24 + 33 =$
$80 - 50 + 10 =$	$70 + 10 - 40 =$	$49 + 15 + 58 =$
$30 + 20 + 10 =$	$63 + 40 + 50 =$	$90 - 25 - 10 =$

IV. Completa:

<input type="text"/> + 10 = 70	$9 \cdot$ <input type="text"/> = 27	<input type="text"/> \cdot 5 = 35
<input type="text"/> \cdot 2 = 16	$60 +$ <input type="text"/> = 90	<input type="text"/> - 20 =
$23 +$ <input type="text"/> = 70	$87 \cdot$ <input type="text"/> = 32	<input type="text"/> - 42 = 50

V. Resolver los siguientes problemas.

1. En la feria venden pollos. Si quedan 3 cajas con 8 pollos en cada una. ¿Cuántos pollos quedan en la feria?



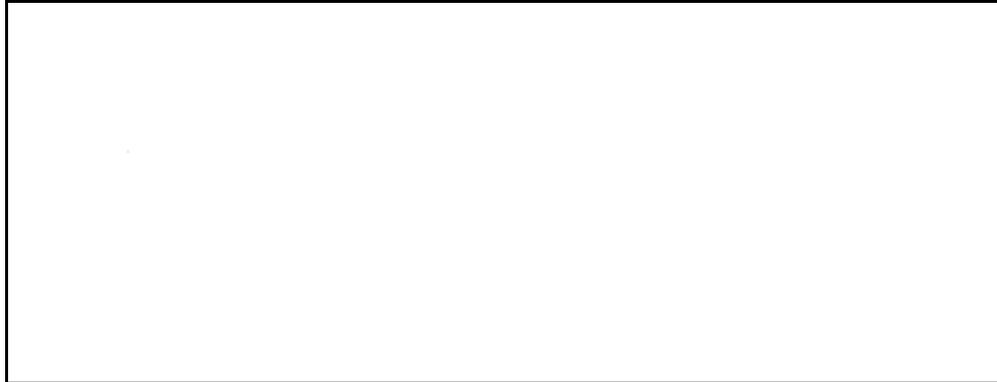
Respuesta: _____

2. Luisa está recolectando piedras bonitas en la playa, ya tienen 23. Su amigo Carlos le regala 19 piedras. ¿Cuántas piedras lleva a su casa?



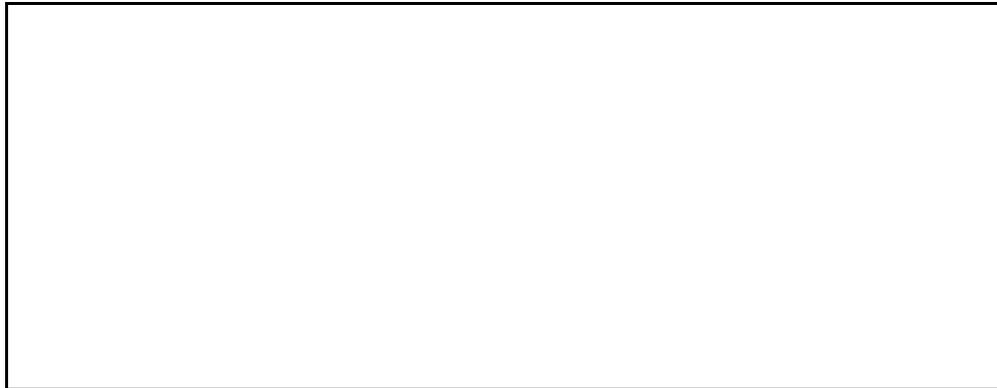
Respuesta: _____

3. Anita tiene 4 nidos y cada nido tiene dos pichones. ¿Cuántos pichones hay en total?



Respuesta: _____

4. La señora Matus vende huevos de campo en la feria. Al principio tenía 164 huevos, al final solamente le quedan 27. ¿Cuántos vendió?



Respuesta: _____

- **Anexo D: Planificación de la secuencia: Clase 1**

Docentes: Sandra Guerra, Suyuky Laos, Constanza Olave, Lorena Sánchez.

Asignatura: Matemáticas

Curso: 3° básico

Fecha implementación: 03 de Noviembre, 2014

Clase 1

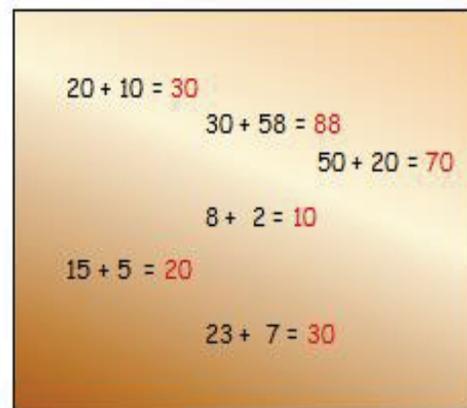
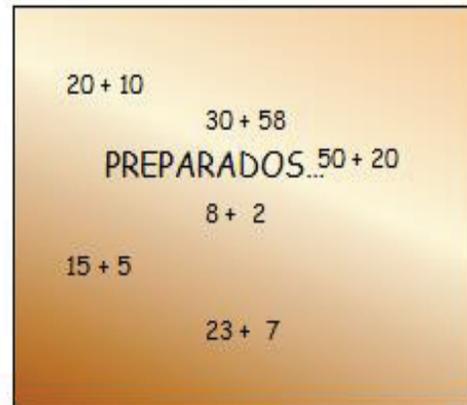
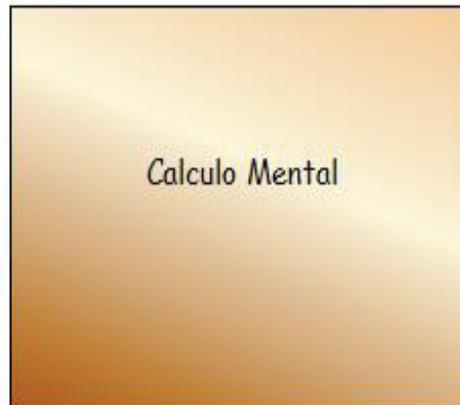
Meta(s) de aprendizaje:	“Utilizar operaciones básicas en situaciones problemas rutinarios”
--------------------------------	---

	Intervención docente	Actividades de los alumnos	Recurso de aprendizaje	Tiempo estimado
Inicio	<p>Cálculo mental</p> <ul style="list-style-type: none"> - Suma: 20 + 10 30 + 58 50 + 20 8 + 2 15 + 5 23 + 7 <p>Indica que en la clase se realizará una feria de las pulgas, donde habrá 2 roles. El primero será de vendedores y el segundo de compradores.</p> <p>Escribe el objetivo de la clase en la pizarra.</p>	<p>Resuelven cálculo mental.</p> <p>Escuchan las instrucciones.</p>	PowerPoint con cálculo mental.	15 minutos.
Desarrollo	<p>Organiza el grupo curso en grupos de 4 niños.</p> <p>Designa el rol de cada grupo de</p>	<p>Se organizan en grupos de 4 personas.</p> <p>Vendedor: tendrán una</p>	<p>Monedas</p> <p>Billetes</p>	65 minutos

	<p>forma aleatoria (vendedores y compradores).</p> <p>Da las instrucciones de la feria</p> <p>A cada grupo se le hará entrega de una lista distinta, dependiendo si son compradores o vendedores.</p> <p>Entrega el material.</p> <p>Observa el desarrollo de la clase y ayuda en caso de confusiones o de problemas de compra y venta, actúa como juez si es necesario.</p>	<p>lista de productos y los precios de esto. Con ellos deberán vender al comprador.</p> <p>Comprador: tendrán una lista con la cantidad de productos a comprar, pero ellos desconocen los valores de estos.</p> <p>Reciben el material, lo revisan, miran y leen.</p> <p>Suman y restan.</p> <p>Intercambian dinero.</p> <p>Llevan un registro de los movimientos que realizan con el dinero.</p> <p>Si es necesario desensillan.</p> <p>(ej.: anotar con cuánto pagan, cuánto cancelan y cuánto de vuelto les entregan.)</p> <p>Los estudiantes vendedores: realizan operaciones como sumas para saber cuánto deben pagarles, restas cuando necesiten dar vuelto y multiplicación cuando la cantidad del producto sea distinta a 1.</p> <p>Los estudiantes compradores: deben</p>	<p>Lista de compras</p> <p>Lista productos a la venta</p> <p>Formato para anotar las operaciones realizadas.</p>	
--	--	---	--	--

		realizar operaciones de suma, para saber cuánto pagarán, resta para comprobar que su vuelto es el correcto cuando cancelen con un monto mayor al que deben pagar y multiplicación cuando la cantidad del producto sea mayor a 1.		
Cierre	<p>En los mismos grupos, se les indica a los alumnos analizar las estrategias usadas en la actividad, con la finalidad de reconocer las operaciones matemáticas que más fueron ocupadas en el proceso. Posteriormente deben comentar junto con los otros grupos sus análisis.</p> <p>Preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿Qué estrategias utilizaron para saber cuánto dinero gastaron en la feria? - ¿Cuál de estas es la más eficiente? ¿Por qué? 	<p>En los mismos grupos de la actividad, analizan sus estrategias y reconocen las operaciones matemáticas que más utilizaron. Luego comentan con sus compañeros sus análisis.</p> <p>Responden preguntas.</p>		10 minutos

- Anexo E: Ejemplo de presentación para el desarrollo de cálculo mental



Anexo F: Material para el juego de roles

Lista de compras. (Grupo 1)

Cantidad	Producto	Precio unitario	Precio total
2	Lápices grafitos		
3	Gomas de borrar		
1	Cartulina		
4	Anillos		
1	Guantes		
3	Collares		
2	Trabas		
1	Bufanda		

Lista de compras. (Grupo 2)

Cantidad	Producto	Precio unitario	Precio total
5	Lápices grafitos		
2	Gomas de borrar		
1	Estuche		
3	Plumones		
1	Collar		
2	Aros		
2	Cuellos		
9	Clip		

Lista de compras. (Grupo 3)

Cantidad	Producto	Precio unitario	Precio total
2	Tijera		
2	Cartulina		
3	Lápiz pasta		
4	Trabas		
1	Aros		
3	Collares		
6	Clips		
2	Gorros		

Lista de compras. (Grupo 4)

Cantidad	Producto	Precio unitario	Precio total
5	Collares		
3	Aros		
1	Gorro		
2	Pulseras		
4	Cartulinas		
5	Lápices grafitos		

Lista de productos. (Útiles escolares)

Producto	Precio unitario
Lápices grafitos	10
Gomas de borrar	15
Cartulina	20
Plumón	30
Estuche	50
Lápiz pasta	25
Clip	5
Tijera	40

Lista de productos. (Bisutería)

Producto	Precio unitario
Pulsera	8
Anillo	5
Aros	12
Collares	11
Trabas	8

Lista de productos. (Ropa)

Producto	Precio unitario
Bufandas	45
Cuellos	18
Guantes	23
Gorros	7

Lista de productos (mezcla)

Producto	Precio unitario
Bufandas	45
Trabas	8
Lápices de pasta	25
Collares	11
Anillos	5

Registro compradores

Dinero con cual parten a compra.	Cuanto cancelan	Con cuanto cancelan	Cuanto le deben dar de vuelto	Cuánto dinero le queda

Registro vendedores

Dinero inicial	Cuánto les pagan	Con cuánto les pagan	Cuanto deben dar de vuelto	Cuánto hay en caja

- **Anexo G: Planificación de la secuencia de clases: Clase 2**

Docentes: Sandra Guerra, Suyuky Laos, Constanza Olave, Lorena Sánchez.

Asignatura: Matemáticas

Curso: 3° básico

Fecha implementación: 04 de Noviembre, 2014

Clase 2

Meta(s) de aprendizaje:	“Utilizar operaciones de adición y sustracción para resolver guía de trabajo”
--------------------------------	--

	Intervención docente	Actividades de los alumnos	Recurso de aprendizaje	Tiempo estimado
Inicio	<p>Cálculo mental</p> <ul style="list-style-type: none"> - Suma y resta 35 + 5 80 - 10 17 + 5 6 - 4 20 - 15 90 + 10 <p>Indica que trabajarán en una guía, la cual se refiere a los objetos vistos en la feria de las pulgas.</p> <p>Escribe el objetivo de la clase en la pizarra.</p>	<p>Resuelven cálculo mental.</p> <p>Escuchan las instrucciones.</p>	PowerPoint con cálculo mental.	15 minutos.
Desarrollo	<p>Realiza las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿Recuerdan que objetos se vendían en la feria? - ¿Cuáles más? - ¿Cuáles eran sus precios? 	<p>Recuerdan objetos utilizados en la feria de las pulgas.</p>		60 minutos

	<p>Entrega Hoja de trabajo, lee las instrucciones y pide desarrollarla.</p> <p>Observa el desarrollo de la hoja de trabajo y ayuda a los estudiantes que presenten problemas.</p>	<p>Leen las instrucciones y realizan la hoja de trabajo.</p>	<p>Hoja de trabajo</p>	
	<p>Revisar la hoja de trabajo en conjunto.</p> <p>Se entrega una segunda hoja de trabajo, donde deben pintar un dibujo en base a los resultados de sumas y restas.</p>	<p>Revisar la hoja de trabajo</p> <p>Reciben hoja de trabajo, resuelven y pintan según los resultados.</p>	<p>Hoja de trabajo</p>	
Cierre	<p>Pide comentar el trabajo con la hoja de trabajo.</p> <p>Preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿Qué estrategias utilizaron para resolver la guía de trabajo? - ¿Qué operaciones utilizaron? - ¿Cómo lo hicieron? - ¿Qué fue lo que más les costó? - ¿Cómo lo lograron resolver? - ¿Qué fue lo que más les gusto? 	<p>Analizan sus estrategias y reconocen las operaciones matemáticas que utilizaron.</p> <p>Responden preguntas.</p>		<p>15 minutos</p>

- Anexo H: Ejemplo de presentación para el desarrollo de cálculo mental

Objetivo de la clase: **"Utilizar operaciones de adición y sustracción para resolver guía de trabajo"**

- Actividades
 - Cálculo mental
 - Hoja de trabajo

Cálculo Mental

35 + 5
80 - 10
PREPARADOS... 17 + 5
6 - 4
20 - 5
90 + 10

Comprobemos

35 + 5 = 40
80 - 10 = 70
17 + 5 = 22
6 - 4 = 2
20 - 5 = 15
90 + 10 = 100



¡BUEN TRABAJO!

- Anexo I: Ejemplo de Hoja de trabajo



Hoja de trabajo:

Nombre: Fecha:

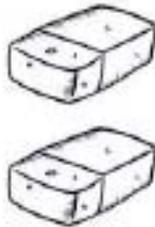
Objetivo de aprendizaje:

Los alumnos serán capaces de:

- Utilizar operaciones de adición y sustracción para la resolución de problemas.

I. Responde las siguientes preguntas

1) Martina quiere comprar dos gomas de borrar, cada goma cuesta \$15 y cancela con \$50 ¿Cuánto dinero tendrán que darle de vuelto?



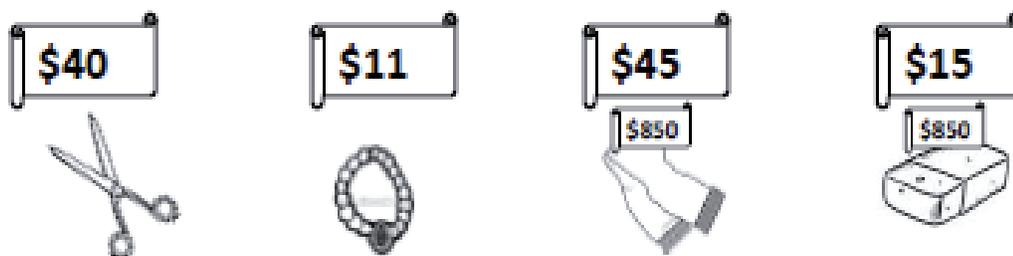
2) Pedro tenía un puesto en la feria y vendió 1 estuche (\$15), 1 anillo (\$8) y 2 gorros (\$13 c/u) ¿Cuánto dinero junto en el día?



3) Pedro tenía \$90 y compró dos plumones, cada plumón cuesta \$ 30 ¿Cuánto dinero le quedó a Pedro?



II. Comprando en la feria de las pulgas



a) Si quiero comprar dos collares y una bufanda ¿Cuánto dinero debo pagar?

R:

b) Si cancelas con \$50 y deseas comprar una tijera ¿Cuánto dinero me deben dar de vuelto?

R:

c) Si tengo \$25 en mi billetera ¿Cuánto dinero me falta para comprar tres gomas?

R:

Anexo J: Ejemplo de hoja de trabajo resuelta por estudiante GE.



Guía de trabajo:

Nombre: Matias Donoso Fecha: 4/11/2014

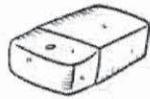
Objetivo de aprendizaje:

Los alumnos serán capaces de:

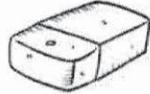
- Utilizar operaciones de adición y sustracción para la resolución de problemas.

I. Responde las siguientes preguntas

1) Martina quiere comprar dos gomas de borrar, cada goma cuesta \$15 y cancela con \$50 ¿Cuánto dinero tendrán que darle de vuelto?

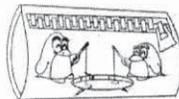


15 X gomas



20 pesos ✓
$$\begin{array}{r} 15 \\ + 15 \\ \hline 30 \end{array}$$

2) Pedro tenía un puesto en la feria y vendió 1 estuche (\$15), 1 anillo (\$8) y 2 gorros (\$13 c/u) ¿Cuánto dinero junto en el día?



13

13

8

+13

49

49 pesos ✓



3) Pedro tenía \$90 y compró dos plumones, cada plumón cuesta \$30 ¿Cuánto dinero le quedó a Pedro?



30 pesos ✓

30

30

-90

30

II. Comprando en la feria de las pulgas

\$40



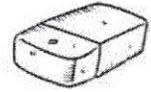
\$11



\$45



\$15



a) Si quiero comprar dos collares y una bufanda ¿Cuánto dinero debo pagar?

R:

67 pesos ✓

b) Si cancelas con \$50 y deseas comprar una tijera ¿Cuánto dinero me deben dar de vuelto?

R:

10 pesos ✓

$$\begin{array}{r} 50 \\ - 40 \\ \hline 10 \end{array}$$

c) Si tengo \$25 en mi billetera ¿Cuánto dinero me falta para comprar tres gomas?

R:

20 pesos ✓

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 15 \\ \hline 45 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ - 25 \\ \hline 20 \end{array}$$

Anexo K: Planificación de la secuencia de clases: Clase 3

Docentes: Sandra Guerra, Suyuky Laos, Constanza Olave, Lorena Sánchez.

Asignatura: Matemáticas

Curso: 3° básico

Fecha implementación: 01 de Diciembre, 2014.

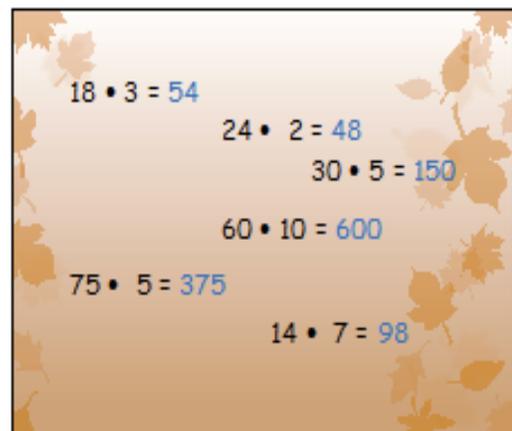
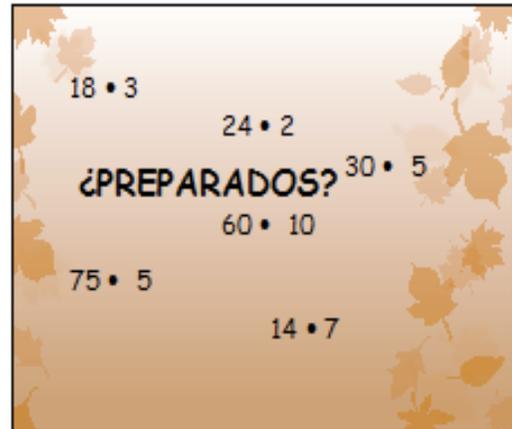
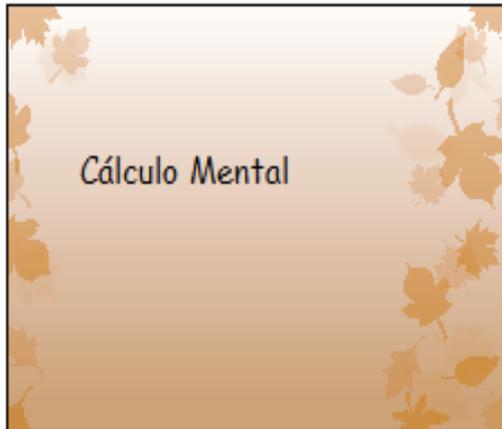
Clase 3

Meta(s) de aprendizaje:	“Identificar la multiplicación y los productos de estas resolviendo problemas”
--------------------------------	---

	Intervención docente	Actividades de los alumnos	Recurso de aprendizaje	Tiempo estimado
Inicio	<p>Cálculo mental</p> <p>- Multiplicación:</p> <p>18 • 3 24 • 2 30 • 5 60 • 10 75 • 5 14 • 7</p> <p>Preguntas:</p> <p>-¿Qué actividades realizaron la clase anterior? -¿Resolvieron toda la guía? -¿Qué tipo de operaciones trabajaron? -¿Les fue difícil esa actividad? -¿Qué les costó más resolver? Indica el objetivo de la clase.</p>	<p>Resuelven cálculo mental.</p> <p>Responden preguntas.</p>	PowerPoint de cálculo mental	20 minutos.
Desarrollo	<p>Organiza a sus alumnos en grupos de 3.</p> <p>Entrega un memorice</p>	<p>Se organizan en grupos de 3 personas.</p> <p>Reciben un memorice</p>	<p>Memorice multiplicativo</p> <p>Hoja de</p>	60 minutos

	<p>multiplicativo.</p> <p>Da las instrucciones.</p> <p>Media en la actividad.</p> <p>Preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿En qué situaciones ocupamos las multiplicaciones? - ¿De qué manera calculamos? - <p>Presenta un ejemplo y pide a los alumnos desarrollar e indicar como calcularon el resultado.</p> <p>Entrega una hoja de trabajo con problemas de planteo multiplicativo. Indica resolverlas de manera individual y media en el desarrollo de esta.</p> <p>Revisa la hoja de trabajo junto con el curso y corrige los errores cometidos.</p>	<p>multiplicativo.</p> <p>Escuchan las instrucciones del profesor.</p> <p>Juegan con las tablas de multiplicar.</p> <p>Responden preguntas del docente relacionadas a la multiplicación.</p> <p>Resuelven ejercicio propuesto como ejemplo.</p> <p>Resuelven hoja de trabajo entregada por el docente, en ella dibujan y realizan los cálculos pertinentes que los llevaron a los resultados.</p> <p>Revisan la hoja de trabajo en conjunto con el curso y corrigen los errores cometidos.</p>	<p>Actividades.</p>	
Cierre	<p>Preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> -¿Qué operaciones trabajaron? -¿Han realizado estas operaciones en otros momentos? <p>(Dan ejemplos)</p> <ul style="list-style-type: none"> -¿En la feria se enfrentaron a estas situaciones? -¿Como las solucionaron? 	<p>Responden preguntas hechas por el docente y dan ejemplos de situaciones en las que ellos se han enfrentado a las multiplicaciones.</p>		10 minutos

- Anexo L: Ejemplo de presentación para el desarrollo de cálculo mental.



- Anexo M: Ejemplo de Hoja de trabajo



Hoja de trabajo:

Nombre: Fecha:

Objetivo de aprendizaje:

Los alumnos serán capaces de:

- Resolver problemas de planteo sobre operaciones multiplicativas.

I. Responde las siguientes preguntas

- 1) En una caja hay 10 lápices de cera ¿Cuántos lápices habrá en 13 cajas?



- 2) Un grupo de 12 compañeros compramos 5 estuches cada uno ¿Cuántos estuches hay en total?



- 3) Una niña compró 9 bolsas de canicas a \$17 cada una ¿Cuánto dinero gasto?



- 4) Si compro 7 tijeras a \$40 cada una ¿Cuánto dinero gastaré?



Anexo N: Ejemplo de guía de trabajo resuelta por estudiante GE.

g



Guía de trabajo:

Nombre: Sofia Aguilera Fecha:

Objetivo de aprendizaje:

Los alumnos serán capaces de:

- Resolver problemas de planteo sobre operaciones multiplicativas.

I. Responde las siguientes preguntas

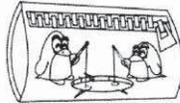
1) En una caja hay 10 lápices de cera ¿Cuántos lápices habrá en 13 cajas?



tienen 130 lápices

10	10	10	10	
10	10	10	10	
10	10	10	10	
10	10	10	10	130

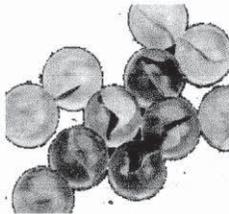
2) Un grupo de 12 compañeros compramos 5 estuches cada uno ¿Cuántos estuches hay en total?



hay 60 estuches

12	x	5	
60			

3) Una niña compró 9 bolsas de canicas a \$17 cada una ¿Cuánto dinero gastó?



$17 \times 9 = 153$

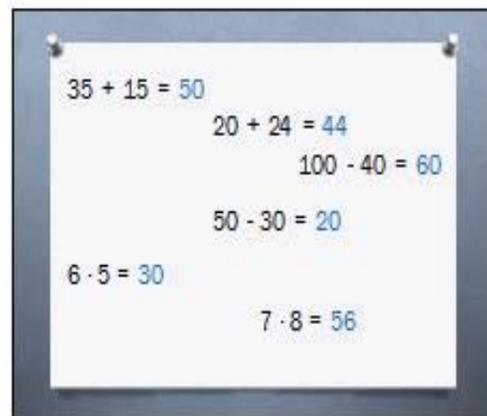
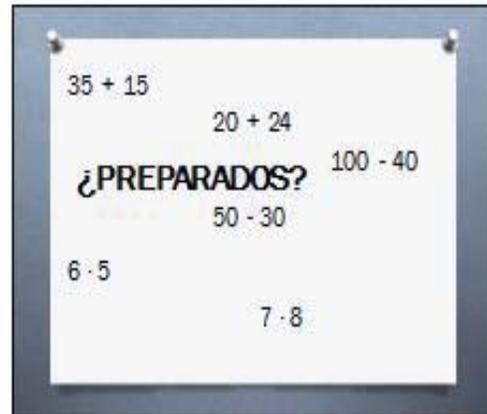
4) Si compro 7 tijeras a \$40 cada una ¿Cuánto dinero gastaré? *280 pesos*



$40 \times 7 = 280$

Desarrollo	<p>Organiza el grupo curso en grupos de 4 niños.</p> <p>Entrega a cada grupo un tablero, un instructivo del juego y fichas.</p> <p>Monitorea el trabajo de los estudiantes.</p>	<p>Forman grupos de 4 personas.</p> <p>Todos los estudiantes deberán leer las instrucciones del juego y resolver los problemas que se le presenten utilizando la operación correspondiente. Avanzará en el tablero los espacios que se le indiquen en cada pregunta, siempre que responda correctamente.</p>	<p>Tablero de Juego</p> <p>Instrucciones Juego</p> <p>Fichas</p>	70 minutos
Cierre	<p>Pregunta a sus estudiantes: ¿Cómo podemos resolver un problema? ¿Cuál es la forma más fácil de hacerlo? Y asigna los turnos de habla.</p> <p>Realiza preguntas de metacognición: ¿Qué fue lo más difícil? ¿Cómo lograron realizarlo?</p>	<p>Realizan una síntesis de los principales aprendizajes tratados durante la clase.</p> <p>Responden preguntas.</p>		10 minutos

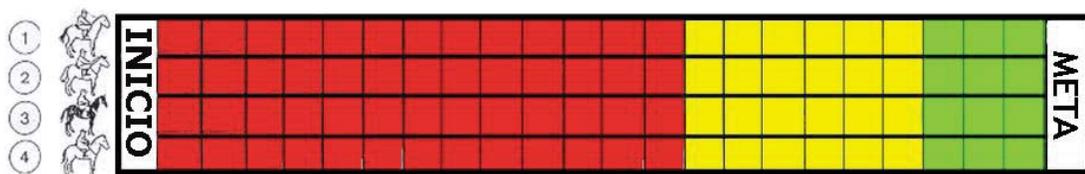
- Anexo O: Ejemplo de presentación para el desarrollo de cálculo mental



- Anexo P: Juego Tablero

<p>PROBLEMA 3:</p> <p>Josefa tiene 24 trabas. Si su mamá le compra 12 trabas nuevas ¿Cuántas trabas tiene Josefa ahora?</p>	<p>Lee, piensa y... ¡Resuelve!</p>  <p><small>Ahorra: Sandra Guerra, Soledad Laza, Constanza Olave y Larena Sánchez.</small></p>	<p>¿CÓMO LO HICISTE?</p> <p>Si llegaste al camino verde... ¡Felicitaciones! Hiciste un gran trabajo.</p> <p>Si llegaste al camino amarillo... ¡Buen trabajo! Pero puedes mejorar.</p> <p>Si llegaste al camino rojo... Voltea la página y ¡Prueba con nuevos problemas!</p>
<p>PROBLEMA 3:</p> <p>Respuesta: Josefa tiene 36 trabas.</p> <p>Si respondiste correctamente avanza 3 espacios. ☺</p>	<p>INSTRUCCIONES:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Lee atentamente cada problema. 2) Piensa cómo puedes resolver el problema. 3) Resuelve el problema. 4) Espera que todo el grupo resuelva el problema. 5) Voltea la página y lee la respuesta. 6) Si respondes correctamente, avanza los espacios que se indican. ☺ 	
<p>PROBLEMA 10:</p> <p>El 3° año básico tiene 351 lápices. Si su profesora Catalina les regala 39 lápices ¿Cuántos lápices tiene ahora el 3° año básico?</p>	<p>PROBLEMA 1:</p> <p>Florencia tiene 12 bolsas con pulseras. Si en cada bolsa hay 7 pulseras ¿Cuántas pulseras tiene Florencia?</p>	<p>PROBLEMA 2:</p> <p>Wilma tiene \$250. Si se compra un yogurt de \$120 ¿Con cuánto dinero se queda Wilma?</p>
<p>PROBLEMA 10:</p> <p>Respuesta: El 3° año básico tiene 390 lápices.</p> <p>Si respondiste correctamente avanza 3 espacios. ☺</p>	<p>PROBLEMA 1:</p> <p>Respuesta: Florencia tiene 84 pulseras.</p> <p>Si respondiste correctamente avanza 1 espacio ☺</p>	<p>PROBLEMA 2:</p> <p>Respuesta: Wilma se queda con \$130.</p> <p>Si respondiste correctamente avanza 2 espacios. ☺</p>

Tablero de juego



- Anexo Q: Test Final

TEST FINAL	
Nombre estudiante:	
Curso: 3° Básico _____	Fecha Aplicación: _____ de Diciembre
Puntaje máximo: 47 puntos.	
Puntaje Obtenido:	

I. Resuelve:

$68 + 30 =$	$90 - 25 =$	$78 + 45 =$
$8 \cdot 6 =$	$48 + 27 =$	$2 \cdot 12 =$
$38 - 19 =$	$9 \cdot 3 =$	$30 - 9 =$
$9 \cdot 4 =$	$3 \cdot 7 =$	$4 \cdot 9 =$

II. Resuelve:

$320 + 78 =$	$178 - 20 =$	$450 + 70 =$
$12 \cdot 10 =$	$98 + 45 =$	$31 \cdot 5 =$
$270 - 50 =$	$22 \cdot 8 =$	$17 \cdot 6 =$

III. Resuelve:

$120 + 50 - 30 =$	$60 - 20 + 30 =$	$(420 - 20) + 57 =$
$(64 - 4) + 140 =$	$30 + 15 + 23 =$	$33 + 10 - 12 =$
$90 - 70 + 10 =$	$60 + 20 - 30 =$	$85 + 13 + 98 =$

IV. Completa:

$\square + 20 = 90$	$100 - \square = 10$	$\square - 20 = 110$
$\square \cdot 3 = 21$	$9 \cdot \square = 72$	$89 - \square = 32$
$\square \cdot 5 = 15$	$50 + \square = 80$	$\square \cdot 6 = 6$

V. Resolver los siguientes problemas.

1. Tengo un juego de 26 pelotas ¿Cuántas tendré si le agrego 234 pelotas más?



Respuesta: _____

2.



La señora Matus vende huevos de campo en la feria. Al principio tenía 270 huevos, al final solamente le quedaron 39. ¿Cuántos  fueron vendidos?

Respuesta: _____

3. Roberto compró un helado de \$250. Si paga con una moneda de \$500 ¿Cuánto dinero recibe de vuelto?

Respuesta: _____

4. Daniel tiene 9 pack de yogurt. Si cada pack tiene 4 yogures ¿Cuántos yogures tiene Daniel?

Respuesta: _____
