



PONTIFICIA UNIVERSIDAD  
**CATOLICA**  
**DE VALPARAISO**

**Facultad de Filosofía y Educación**

**Escuela de Pedagogía**

**Educación Básica**

**“CIRCULACIÓN Y PROGRESIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO  
GEOMÉTRICO EN LOS PROGRAMAS DE MATEMÁTICAS EN TERCERO Y  
CUARTO BÁSICO, EN TORNO AL OBJETO DE ESTUDIO,  
TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS”**

**Trabajo de Titulación para optar al grado de Licenciado en Educación y al Título de  
Profesor de Educación Básica con menciones en Primer Ciclo y Matemáticas o Historia y  
Ciencias Sociales.**

**Profesoras Guías:** Andrea Pizarro Canales

Patricia López Cepeda

**Estudiantes:**

- Susana Díaz Oyanedel

- Karla Rojas Vásquez

- M<sup>a</sup> Fernanda Silva Fernández

- Nataly Véliz González

Agosto del 2015

## RESUMEN

La presente investigación consiste en el estudio de la Circulación y Progresión del Espacio de Trabajo Geométrico presente en las Actividades Sugeridas por el Ministerio de Educación, en los Programas de Estudio de tercero y cuarto básico, en torno al contenido de Transformaciones Isométricas. Para lo cual, se realizan los análisis de coherencia y suficiencia entre los distintos elementos del Programa de Estudio e identifican los elementos epistemológicos y procesos cognitivos que cada actividad moviliza -a la luz de la teoría del Espacio de Trabajo Geométrico propuesta por Alain Kuzniak et al.- para diagramarlos con el fin de organizar los distintos tipos de movilizaciones encontradas, estableciendo una visión panorámica de dichos documentos oficiales.

**Palabras Claves:** Transformaciones Isométricas, Espacio de Trabajo Geométrico, Génesis Semiótica, Génesis Instrumental, Génesis Discursiva, Plano Epistemológico, Plano Cognitivo, Circulación y Progresión.

## ABSTRACT

This research consists in the study of the Circulation and Progression of the Geometric Working Spaces as part of the suggested activities given by the Chilean educational Ministry for third and fourth grades, related to the content of Isometric Transformations. For which, the analysis of coherence and sufficiency between the different elements of the Program is made, considering the epistemological elements as well as the cognitive processes that each activity mobilizes -in contrast to Alain Kuzniak et al theory, Geometric Working Spaces – due to make a diagram in order to organize the different types of Circulations found, establishing a panoramic view of these official documents.

**Key Words:** Isometric Transformations, Geometric Working Space, Semiotic Dimension, Instrumental Dimension, Discursive Dimension, Epistemological Plane, Cognitive Plane, Circulation, Progression.

## ÍNDICE

<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	7
<b>CAPÍTULO I</b>	
<b>PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b> .....	9
1. Planteamiento del problema.....	10
<b>CAPÍTULO II</b>	
<b>MARCO TEÓRICO</b> .....	13
2. Marco Teórico.....	14
2.1. Área Disciplinar en las matemáticas.....	15
2.1.1. Transformaciones Isométricas.....	15
2.1.1.1 Simetría.....	16
2.1.1.1.1. Simetría Axial o Reflexión. ....	16
2.1.1.1.2. Simetría Central.....	17
2.1.1.2. Rotación.....	17
2.1.1.3. Traslación.....	19
2.2 Área Didáctica.....	20
2.2.1. Espacio de Trabajo Matemático.....	20
2.2.2. Entrada al Trabajo Geométrico.....	22
2.2.3. Tipos de ETG.....	24
2.2.4. Paradigmas Geométricos.....	25
2.3. Área pedagógica.....	27
2.3.1. Bases Curriculares.....	27
2.3.2 Programa de Estudio.....	29
<b>CAPÍTULO III</b>	
<b>METODOLOGÍA</b> .....	33
3. Metodología.....	34

3.1. Tipo de Investigación.....	34
3.2. Unidad de Estudio.....	35
3.3. Procedimientos utilizados para el desarrollo de la investigación.....	36
<b>CAPITULO IV</b>	
<b>ANÁLISIS</b> .....	39
4. Análisis.....	40
4.1. Análisis de los elementos de los Programas de Estudio.....	40
4.1.1. Revisión de los Objetivos de Aprendizaje.....	41
4.1.2 Análisis de la suficiencia y coherencia de las habilidades.....	41
4.1.3 Análisis de la suficiencia y coherencia de los Indicadores De Evaluación.....	42
4.1.4 Análisis de las Actividades Sugeridas.....	42
4.1.4.1 Relación de las Actividades Sugeridas con los OA.....	42
4.1.4.2 Relación de las Actividades Sugeridas con los Indicadores.....	43
4.2. Análisis del ETG por Actividad.....	43
4.2.1. Objetivo de Aprendizaje 17 – Tercero Básico.....	46
4.2.2. Objetivo de Aprendizaje 17 – Cuarto Básico.....	52
4.2.3. Objetivo de Aprendizaje 18 – Cuarto Básico.....	71
4.3 Categorización de los ETG encontrados .....	86
4.3.1 Categorización según relación horizontal.....	86
4.3.2 Categorización según relación vertical.....	91
<b>CAPITULO V</b>	
<b>CONCLUSIONES</b> .....	100
<b>5. Conclusiones</b> .....	101
<b>REFERENCIAS</b> .....	108
<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	111

<b>ANEXOS</b> .....	113
Anexo 1	
1.1. Tabla de progresión Objetivos de Aprendizaje en matemáticas en Educación Básica.....	114
Anexo 2	
2.1. Análisis de coherencia y suficiencia los Objetivos de Aprendizaje...	116
2.1.1 Objetivo de Aprendizaje 17 de Tercero Básico.....	116
2.1.2 Objetivo de Aprendizaje 17 de Cuarto Básico.....	118
2.1.3 Objetivo de Aprendizaje 18 de Cuarto Básico.....	120
2.2 Análisis coherencia y suficiencia de Indicadores de Evaluación.....	122
2.2.1 Indicadores del OA 17 de 3° Básico.....	122
2.2.2 Indicadores del OA 17 de 4° Básico.....	123
2.2.3 Indicadores del OA 18 de 4° Básico.....	125
2.3 Progresión de 3° a 4° Básico.....	127
Anexo 3	
3.1 Análisis de Actividades Sugeridas en el Programa de Estudio.....	129
3.1.1 Actividades Sugeridas OA 17 – Tercero Básico.....	129
3.1.2. Actividades Sugeridas OA 17 – Cuarto Básico.....	146
3.1.3. Actividades Sugeridas OA 18 – Cuarto Básico.....	166

## INTRODUCCIÓN

¿Por qué investigar en didáctica?

Dada la importancia de la educación matemática para la sociedad actual, existen una serie de elementos que permiten su progreso y desarrollo, siendo uno de los principales, la didáctica. Específicamente, en esta investigación la didáctica de las Matemáticas, se constituye como marco teórico, que se ha construido en el espacio de aproximadamente 40 años, tal como lo señala Artigue (1995)

La didáctica de las matemáticas se ha desarrollado (...) como un área de investigación al:

- Poner en primer plano la especificidad de las relaciones entre la enseñanza y el aprendizaje ligadas a la especificidad del contenido a enseñar: las matemáticas
- Imponerse la ambición de comprender el funcionamiento de estas relaciones entre la enseñanza y el aprendizaje y de poner en evidencia las leyes que las gobiernan, haciendo explícita, al mismo tiempo, la necesidad de distanciar la voluntad de acción inmediata sobre el sistema educativo. (p.15)

Como consecuencia, existe la necesidad de ampliar y masificar el estudio en didáctica de la matemática, para contribuir al progreso del proceso de enseñanza y aprendizaje, teniendo como centro –en este caso- el desarrollo del pensamiento matemático.

Así como, para profundizar en los aprendizajes disciplinares que se trabajan en la Escuela, es esencial la estructura central que los guía, siendo esta el currículum nacional. En esta primera dimensión interesan las relaciones entre el docente y los documentos curriculares oficiales emanados por el Ministerio de Educación.

A partir de ello, es que el currículum nacional ha incorporado ciertos aprendizajes que son considerados básicos y esenciales en la formación matemática de los estudiantes del país.

A nivel internacional, la educación, sus contenidos y los resultados de aprendizaje han sido medidos por evaluaciones como TIMSS o PISA, las que han puesto más de una

vez a Chile, en diversas encrucijadas cuando el nivel de los resultados no ha sido apropiado para responder a dichos estándares. Más aún, cuando existe la necesidad nacional de avanzar y consolidarse como un país desarrollado. Entonces cabe preguntarse ¿qué aspectos son base para mejorar la educación matemática en Chile y actualizar y responder así, a los estándares nacionales e internacionales? Dicho documento, que está formado tanto por las Bases Curriculares como por los Programas de Estudio, los que cuentan con una serie de aspectos que son base para el quehacer docente.

Como consecuencia, en la presente investigación se analizarán dichos aspectos a través de 5 capítulos que reflejarán el proceso para concluir importantes cuestiones respecto de los documentos curriculares oficiales, por ejemplo el tipo de situaciones de aprendizaje que se proponen, los aprendizajes que se privilegian entre otros.

*CAPÍTULO I*

**PLANTEAMIENTO DEL  
PROBLEMA**

## 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La presente investigación se desarrolla en el contexto educacional de Chile y dada la relevancia que tiene la enseñanza de la matemática para el desarrollo nacional, cabe preguntarse ¿Cuáles son las directrices de la educación nacional y las políticas que las guían? En Chile, a partir de la Ley General de Educación (Ley N° 20.370) se establecen las Bases Curriculares, siendo el Ministerio de Educación la entidad responsable de crearlas e interpretarlas para la elaboración de los Programas de Estudio. Su origen está dado por lo establecido en la Constitución Política de la República de 1980 y el DECRETO N° 439 modificado en diciembre del 2011 y por mandato del Ministerio de Educación, estableciendo que su misión es:

Ofrecer una base cultural común para todo el país, mediante Objetivos de Aprendizaje establecidos para cada curso o nivel. De esta forma, asegura que la totalidad de los alumnos participe de una experiencia educativa similar y se conforme un bagaje cultural compartido que favorece la cohesión y la integración social<sup>1</sup>.

Los documentos actuales surgen a partir del año 2012, respondiendo a la búsqueda de nivelar los aprendizajes matemáticos nacionales con los países de la OCDE. De esta forma se pretende responder y alcanzar los estándares educacionales del mundo globalizado.

Como consecuencia, esta investigación busca la reflexión en torno a los documentos emanados por el Ministerio de Educación, específicamente las Bases Curriculares y los Programas de Estudio en la asignatura de matemáticas.

Tanto las Bases Curriculares y en consecuencia los Programas de Estudio en este sector en la Enseñanza General Básica, se organizan en cinco ejes: Números y Operaciones,

---

<sup>1</sup>Recuperado el 1 de Mayo del 2015, de <http://www.leychile.cl/Navegar?idNorma=1036799>

Patrones y Álgebra, Geometría, Medición y Datos y Probabilidades. Dentro del área de matemática, esta investigación se centra en el eje de geometría.

¿Cuál es la motivación que guía la investigación hacia esta área? Por una parte los bajos resultados obtenidos en pruebas estandarizadas, tal como se puede evidenciar en los últimos resultados de la prueba TIMSS del año 2011. Por otra parte lo observado por el equipo de investigación, en las prácticas realizadas en su formación inicial. Ambos puntos se desarrollan a continuación.

El Estudio Internacional de Tendencias en Matemática y Ciencias (TIMSS) que desarrolla la Asociación Internacional para la Evaluación del Logro Educacional (IEA) mide los logros de aprendizaje de los estudiantes al finalizar 4° y 8° Básico. Los resultados promedio de Matemática en 4° básico (año 2011), posicionaron a Chile en el lugar 43 entre los 60 países participantes, con 462 puntos, siendo el contenido más débil el correspondiente a “Figuras geométricas y medidas” con 455 puntos. Dada la clasificación de TIMSS, dicho puntaje pertenece al nivel de desempeño Bajo, bastante lejano de los 550 puntos requeridos para posicionarse en el nivel Alto.

Por otra parte, en lo referido a las experiencias personales del equipo de investigación, se observó que los profesores de aula desarrollan una tendencia a postergar la enseñanza de la geometría para la última unidad del año escolar, aun cuando los programas de estudios sugieren su desarrollo en distintos momentos del periodo lectivo. Así también, los docentes utilizan una metodología de enseñanza enfocada en el aprendizaje de los conceptos y las técnicas asociadas a la geometría, y no en el desarrollo del pensamiento geométrico.

El análisis de la presente investigación se focaliza en la caracterización de los componentes del objeto de enseñanza de Transformaciones Isométricas (TISO) presentes en los documentos curriculares oficiales ¿Por qué es necesario analizar las TISO presentes en el currículum nacional? En primer lugar, es importante analizar contenidos

pertenecientes al área de geometría, dado los bajos resultados antes mencionados, en la prueba internacional TIMSS. Además, es un contenido añadido recientemente (2012) a los Programas de Estudio de primer ciclo básico, lo que lleva al supuesto de que el profesorado carece tanto de la experiencia como de las herramientas necesarias para la enseñanza de las TISO. Puesto que no han tenido la oportunidad de diseñar situaciones de aprendizaje en esta área.

Por otra parte el contenido de las Transformaciones Isométricas, requiere de una adecuada mediación, que permita la construcción y la adquisición de aprendizajes a partir de lo intuitivo. Las necesidades particulares antes mencionadas, llevan a las TISO a estar ubicadas dentro del currículum a partir de los cursos de tercero y cuarto básico, considerando las habilidades desarrolladas en los cursos de primero y segundo básico en el contenido de ubicación espacial, en torno a sí mismos y a otros.

Como consecuencia, en esta investigación se realiza el estudio y análisis de las Bases Curriculares y el Programa de matemáticas en tercero y cuarto básico en el contenido de Transformaciones Isométricas. De lo que surgen las siguientes interrogantes asociadas al contenido de TISO en tercero y cuarto básico:

- ¿Existe una concordancia entre lo declarado en las Bases Curriculares y la interpretación dada en los Programas de Estudio?
- ¿Qué tipos de orientaciones le da el MINEDUC al profesor para el tratamiento del tema?
- ¿Cuál es la naturaleza de las actividades sugeridas por el MINEDUC, qué aspectos se enfatizan a través de estas y qué aprendería el estudiante?

*CAPÍTULO II*

# **MARCO TEÓRICO**

## 2. MARCO TEÓRICO

En el presente capítulo se abordan los referentes, disciplinares, didácticos y pedagógicos del área de las matemáticas, que constituyen la base teórica de esta investigación.

En la primera de ellas, el Área Disciplinar de las matemáticas, se hace referencia a los conceptos asociados a las Transformaciones Isométricas.

Posteriormente en el Área Didáctica, se estudian Los Paradigmas y Espacio de Trabajo Geométrico (ETG), de Alain Kuzniak y Catherine Houdement (2006)<sup>2</sup>. Que exponen la enseñanza de la disciplina.

Y finalmente, en relación al Área Pedagógica se analizan los documentos del Ministerio de Educación, para conocer la relación y coherencia de las Bases Curriculares y el Programa de Estudio de Matemática, que vienen a ser la articulación entre lo disciplinar y lo didáctico en nuestro contexto nacional.

---

<sup>2</sup> Recuperado el 15 de julio de 2015, de <https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00858709/document>

## **2.1. Área Disciplinar en las matemáticas**

### **2.1.1. Transformaciones Isométricas**

Dentro de la Geometría, la presente investigación se sitúa en el área de las Transformaciones Isométricas, las cuales corresponden a funciones que tienen al Plano Euclidiano como dominio y codominio, y, las imágenes de dos puntos cualesquiera del dominio que conservan la misma distancia que hay entre estos. Si se considera esta definición, para determinar la imagen de una figura en el plano según una Transformación Isométrica, se debe aplicar esta Transformación Isométrica a cada punto que conforma la figura. Así, al aplicar una Transformación isométrica a una figura geométrica, eventualmente esta cambia de posición en el plano, pero conserva el tamaño y la forma de ella. Es así como es posible aplicar una Transformación Isométrica a cualquier figura. Las figuras pre-imagen y su imagen, según la Transformación Isométrica, resultan ser congruentes. Las Transformaciones Isométricas son: simetría axial y central, rotación y traslación.

Debido a que esta investigación se realiza en cursos de primer ciclo básico, se tiene que en ellos solo se trabaja con Transformaciones Isométricas aplicadas a figuras poligonales, por lo que el procedimiento implícito tras la Transformación Isométrica del polígono está dado por el movimiento de cada uno de sus segmentos. De la definición de una Transformación Isométrica se desprende que el resultado de la transformación aplicada a un segmento, es un segmento. Como consecuencia, para determinar la imagen de un segmento en el plano, basta determinar la imagen de sus extremos.

Debido a que se preserva la medida de los lados de una figura en su imagen, según una Transformación Isométrica, se genera la conservación de las propiedades de los elementos del dominio de sus imágenes. Por ejemplo, la ubicación de los puntos medios en los lados de la figura, paralelismo de los lados de la figura inicial, y colinealidad de los puntos de un mismo segmento respectivamente.

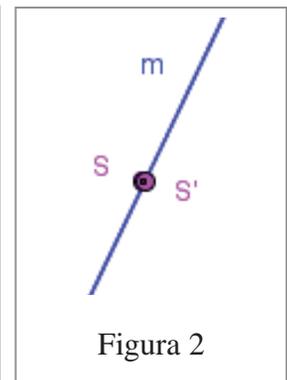
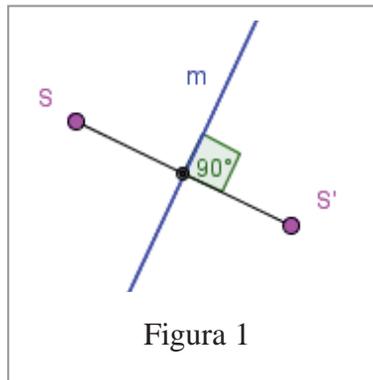
Tal como se presenta al inicio de la sección, las Transformaciones Isométricas son las siguientes:

### 2.1.1.1. Simetría

Existen dos tipos de simetría: con respecto a un eje, llamada Simetría Axial o Reflexión y con respecto a un punto, llamada Simetría Central.

#### 2.1.1.1.1. Simetría axial o Reflexión

El objeto que define una reflexión es una recta. Así, una reflexión en torno a una recta  $m$  es una transformación del plano con la propiedad de que la imagen de  $S$ , un punto que no esté en  $m$ , es  $S'$ . De modo que la recta  $m$  divide, y es



perpendicular, al segmento  $SS'$  como muestra la figura 1. Por otro lado, si  $S$  es un punto de la recta  $m$ , la imagen de  $S$ , es el mismo punto (ver figura 2). La recta  $m$  toma el nombre de “eje de simetría”, y  $S'$  es el punto simétrico de  $S$ .

Es así como la simetría de un segmento  $BC$  con eje de simetría  $l$ , da como resultado el segmento  $B'C'$ , congruente a  $BC$  (figura 3). Homólogamente, la simetría de un polígono  $ABC$ , en torno a  $d$ , da como resultado su triángulo congruente  $A'B'C'$  (figura 4).

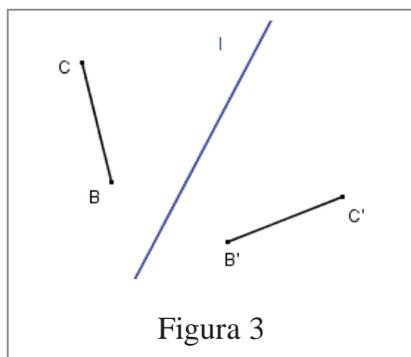


Figura 3

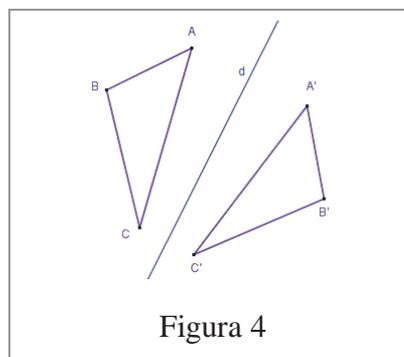


Figura 4

2.1.1.1.2.

**Simetría Central**

El objeto que define una Simetría Central es un punto. Así, una simetría del punto A, en torno a un punto O, es una transformación del plano con la propiedad de que su imagen A', pertenece a la recta m, al igual que A y O, y los segmentos AO y OA' son congruentes (figura 5).

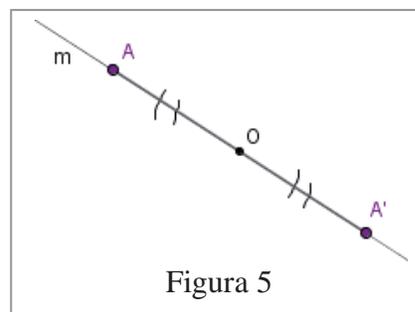


Figura 5

Se dice que el punto O es el centro de simetría y que A' es el punto simétrico de A respecto de O. Por otro lado, si A es el mismo punto O, la imagen A', es A mismo.

Luego, la simetría de un segmento AB en torno a un punto O, da como resultado el segmento A'B' congruente a AB (figura 6). Homólogamente, la simetría de un polígono ABC, respecto al punto O, da como resultado su triángulo congruente A'B'C' (figura 7)

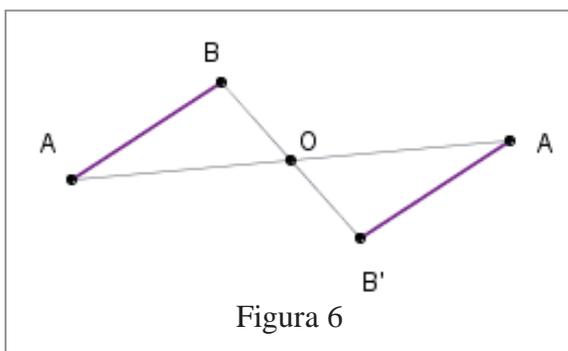


Figura 6

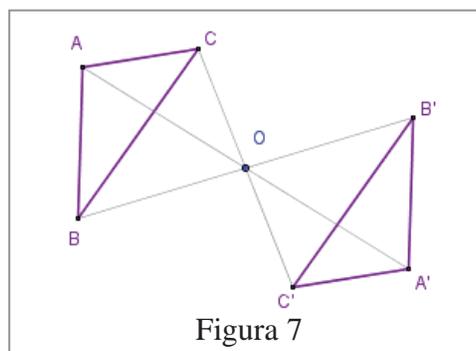


Figura 7

### 2.1.1.2. Rotación

Rotación de centro  $O$  y ángulo  $\beta$ , es una transformación geométrica que hace corresponder a cada punto  $P$  otro punto  $P'$  tal que:  $OP=OP'$  y el Ángulo  $POP'$  es de medida  $\beta$ .

Los objetos que definen una rotación son un punto y un ángulo. Si el punto  $O$  y el ángulo es de medida  $\beta$ , se dice que “la rotación es de centro  $O$  y ángulo de medida  $\beta$ ”.

Definición: “una rotación de centro  $O$  y ángulo de medida  $\beta$ ” es una Transformación Isométrica tal que la imagen de  $A$  cualquiera del plano, es un punto  $A'$  si y solo si  $OA=OA'$  y el ángulo  $AOA'$  es de medida  $\beta$  (figura 8).

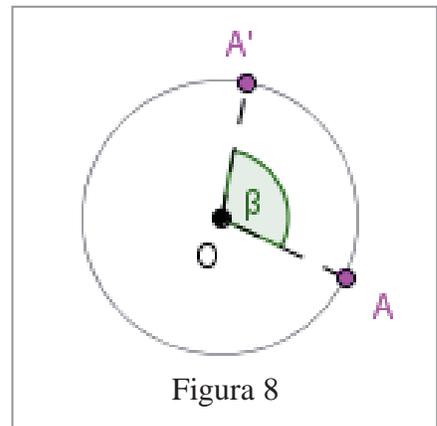


Figura 8

El sentido de giro puede ser positivo (anti horario) o negativo (sentido horario; manecillas de un reloj análogo).

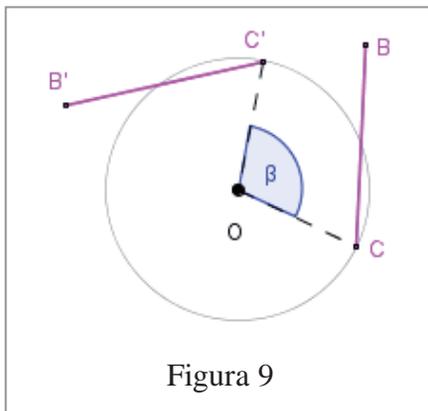


Figura 9

La imagen de un segmento  $BC$ , según una rotación de centro  $O$  y ángulo de medida  $\beta$ , es un segmento  $B'C'$  congruente a  $BC$ . Esto se ejemplifica en la figura 9, donde se muestra la aplicación de la rotación

de centro

$O$  y ángulo de medida  $\beta$ , al segmento  $BC$ .

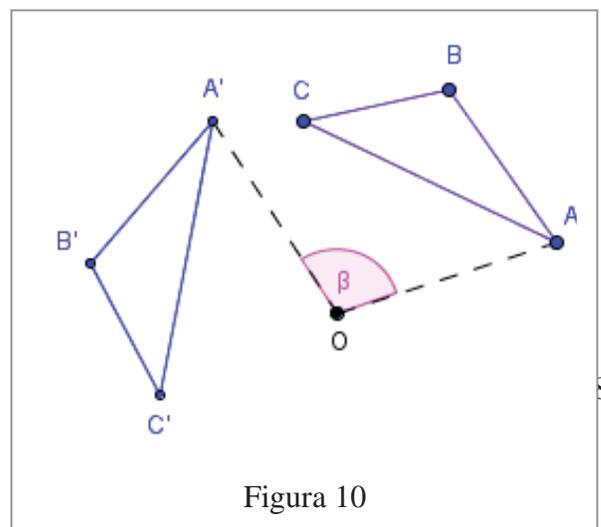


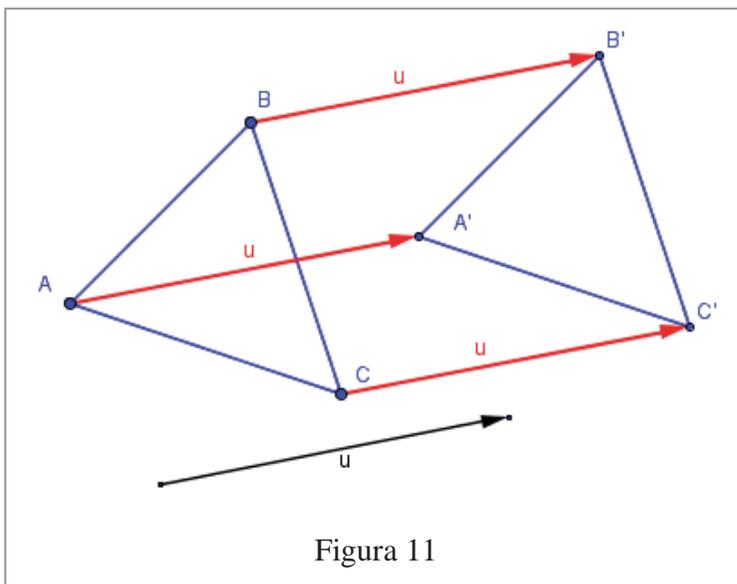
Figura 10

Finalmente, la imagen de un polígono  $ABC$ , en este caso un triángulo cualquiera, según una rotación de centro  $O$  y ángulo de medida  $\beta$ , es un triángulo  $A'B'C'$  congruente a la pre-imagen (figura 10).

### 2.1.1.3 Traslación

El objeto que define la traslación es un vector director. Así, la traslación de un punto A cualquiera del plano será determinada por la dirección, sentido y magnitud de dicho vector.

Una traslación cuyo vector director es  $\vec{u}$ , es una Transformación Isométrica del plano de modo que si un punto A está relacionado con A', entonces el vector  $AA'$  tiene la misma dirección, sentido y magnitud que el vector director  $\vec{u}$ .



Así, como muestra la figura 11, cada punto A del plano se relaciona con un punto A' en la dirección, sentido y magnitud del vector  $AA'$ , que es  $\vec{u}$  mismo.

Figura 11

## 2.2. Área Didáctica

Finalmente, se presenta la Teoría del Espacio de Trabajo Geométrico (ETG) de los autores Catherine Houdement y Alain Kuzniak (2006), la cual se incluye dentro la teoría de Espacio de Trabajo Matemático (ETM), extendida por Kuzniak (2011). Por ende cuando se menciona ETM también se hace alusión al ETG.

Los conceptos claves que definen esta teoría se describen a continuación:

### 2.2.1. Espacio de Trabajo Matemático

Corresponde a un proceso complejo y progresivo en que se articulan todos los elementos matemáticos para el desarrollo del pensamiento. Es decir, son todos los elementos que, desde el punto de vista didáctico, se movilizan con el fin de facilitar el trabajo del individuo en la resolución de situaciones problemáticas.

Para organizar el estudio del concepto de Espacio de Trabajo Geométrico se reconocen dos niveles o planos horizontales que lo estructuran: nivel epistemológico y nivel cognitivo. Tal como exponen Kuzniak, A. y Richard, P. (2014):

Del estudio inicial de este concepto en Geometría, conservamos el principio que articular el ETM en dos niveles (Kuzniak, 2011): uno de naturaleza epistemológica, en relación estrecha con los contenidos matemáticos del ámbito estudiado y, el otro, de naturaleza cognitiva, que concierne al pensamiento del sujeto que resuelve tareas matemáticas. (p. 2)

En el documento *Espacios de trabajo matemático. Puntos de vista y perspectivas*, de los autores recién citados, se explican los planos, sus componentes y procesos, del cual se extraen las siguientes definiciones:

Nivel epistemológico: Es el conjunto de componentes teórico–geométrico que se conjugan para desarrollar una tarea geométrica, en torno a un objeto de estudio. Dichos componentes son: espacio real y local, artefactos, y el referencial teórico.

Dentro de los componentes del plano epistemológico, el *espacio real y local* es el soporte material formado por el conjunto de objetos concretos y tangibles, como figuras o dibujos.

Por su parte, los *artefactos* corresponden a todo lo que permite manipular los objetos geométricos a la hora de abordar un problema, como herramientas de dibujo o software.

Finalmente, el sistema *referencial teórico* está constituido por definiciones, propiedades y relaciones geométricas articuladas en axiomas que determinan cada modelo.

Nivel cognitivo: Está constituido por el conjunto de procesos cognitivo que el individuo llevan a cabo al realizar una tarea geométrica. Estos son: visualización, construcción y prueba-argumentación, los que se sustentan en los componentes del nivel epistemológico.

El proceso de *visualización* es la conexión entre lo que se percibe mediante los sentidos y la imagen mental construida internamente, es decir, es la representación del espacio que se convierte en un soporte geométrico.

La *construcción*, es el proceso mediante el cual el estudiante utiliza herramientas materiales y/o conceptuales, para construir una representación de algún concepto geométrico.

La *prueba-argumentación* es el proceso mediante el cual el individuo genera pruebas y argumentaciones para la resolución de la tarea geométrica.

## 2.2.2 Entrada al Trabajo Geométrico

Los componentes del nivel epistemológico se articulan con los procesos del nivel cognitivo para formar un enfoque coherente, como muestra la figura 14:

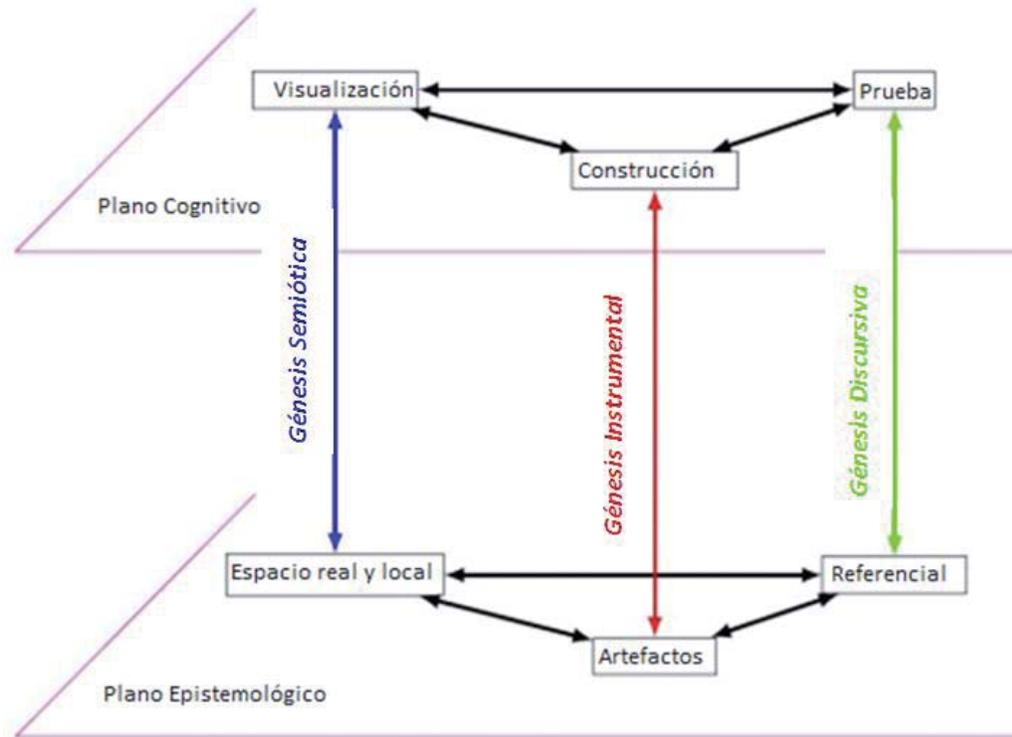


Figura 14: Diagrama General del Espacio de Trabajo Geométrico <sup>3</sup>

En el esquema de la figura 14, está representado el Plano Epistemológico en la parte inferior, con sus tres componentes: *Espacio real y local junto con figuras*, *Artefactos* y *Referencial teórico o Referencial*. Sobre este, se sustenta el Plano Cognitivo con sus procesos: *Visualización*, *Construcción* y *Prueba-Argumentación*. A partir de la articulación entre ambos planos horizontales, surgen tres relaciones bidireccionales llamadas génesis: *Instrumental*, *Semiótica* y *Discursiva*.

<sup>3</sup>Traducción: Kuzniak, A. & Nechache, A. (2015) *Using the geometric working spaces to plan a coherent teaching of geometry*. Borrador sin publicar de *Using the geometric working spaces in order to plan the teaching of geometry*.

Así, en el proceso de visualización los objetos tangibles, partes del espacio real y local, pasan a ser objetos geométricos a través de la *génesis semiótica*, presentada en azul en el esquema.

De la misma manera, durante el proceso de construcción, los artefactos pasan a ser herramientas a través de la *génesis instrumental*, presentada en rojo en el esquema.

Finalmente, en el proceso de prueba-argumentación los elementos del referencial, dan sentido al razonamiento a través de la *génesis discursiva*, presentada en verde en el esquema.

Luego, a partir del trabajo articulado y en conjunto, entre dos génesis, los autores plantean el surgimiento de un plano vertical, donde ambos componentes y procesos interactúan de manera continua y no jerarquizada. Como se muestra en la figura 15, de la interacción de las génesis Semiótica e Instrumental, surge el plano vertical [Sem-Ins], en azul. De la interacción de las génesis Instrumental y Discursiva, surge el plano vertical [Ins-Dis], en rojo. De la interacción de las génesis Semiótica y Discursiva, surge el plano vertical [Sem-Dis], en verde.

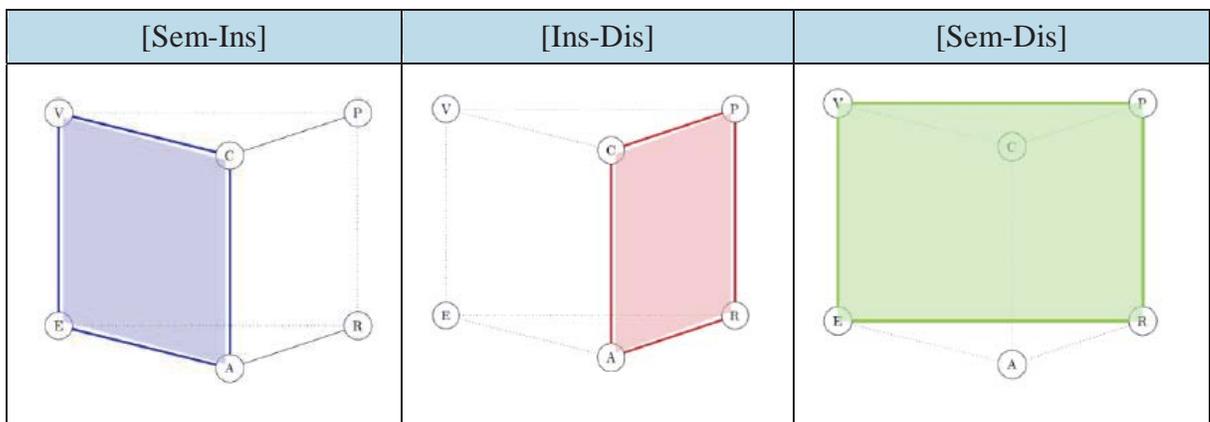


Figura 15: Planos verticales del ETG<sup>4</sup>.

<sup>4</sup>Kuzniak, A. & Nechache, A. (2015) *Using the geometric working spaces to plan a coherent teaching of geometry*. Borrador sin publicar de *Using the geometric working spaces in order to plan the teaching of geometry*

Kuzniak A. & Nechache A. (2015) plantean que para que el trabajo geométrico sea considerado “completo”, este debe circular a través de los tres planos verticales, tal como se muestra a continuación: “We state as a principle that a geometric work can be considered complete when a geometric entity [sign, artefact, property] is organized and worked through the three inputs in semiotic, instrumental and discursive dimensions” (p.8).

Se considera Circulación a la movilización interna del Espacio de Trabajo Geométrico en una tarea geométrica dada, es decir, cómo se articulan los componentes y procesos a lo largo del desarrollo de dicha tarea. Por otro lado, se considera Progresión del ETG, a la evolución de las Circulaciones durante el tratamiento del objeto geométrico<sup>5</sup> en una secuencia de tareas geométricas.

### **2.2.3 Tipos de ETG**

A partir de la comprensión del concepto de ETG, sus componentes, procesos y la relación entre ellos, los autores proponen tres subtipos de espacios de trabajo geométrico: De referencia, Idóneo y Personal.

El ETG de Referencia corresponde a las propiedades, axiomas y definiciones que delimitan el espacio de trabajo de la comunidad matemática, estableciendo modelos que permitan la transposición didáctica. Es por ello que para esta investigación, los documentos emitidos por el Ministerio de Educación se convertirán en el Espacio de Trabajo Geométrico de Referencia a analizar.

El ETG Idóneo corresponde a la reorganización didáctica de los componentes del ETG de Referencia con el fin de articularlos para su enseñanza. De esta manera, dicha tarea es conducida y guiada por el profesor, quien está encargado de diseñar situaciones de aprendizaje que lleven al estudiante a construir su propio Espacio de Trabajo Geométrico. Kuzniak y Philippe (2014) afirman que:

---

<sup>5</sup> De no existir una tarea geométrica, no se puede establecer la circulación y progresión del ETG.

El Espacio de Trabajo Matemático idóneo debe cumplir dos condiciones, por una parte posibilitar el trabajo en el paradigma correspondiente a la problemática considerada; de otra parte, estar <<bien construido>>, en el sentido que sus diferentes componentes están organizadas de manera válida. (p. 4)

Es decir, en un determinado problema se debe procurar que la interpretación del ETG de Referencia se mantenga en el paradigma en que se plantea la problemática inicial. Y por otra parte, que en esta misma interpretación se mantenga la relación geométrica de los componentes involucrados en la problemática planteada.

En este sentido, surge el Espacio de Trabajo Geométrico Personal, dinámico y propio de cada individuo, donde se movilizan los conocimientos matemáticos y las capacidades cognitivas para el enriquecimiento del mismo. Dada la definición, se encuentra un ETG Personal por cada agente participante del proceso, en especial profesores y alumnos. Cada ETG Personal está en construcción y se ve influenciado continuamente por el de Referencia, además del ETG Personal de los demás agentes del proceso.

#### **2.2.4 Paradigmas Geométricos**

Un paradigma, para Kuhn, es el conjunto de creencias técnicas y valores que comparten los miembros de una comunidad. Siendo en específico un paradigma geométrico aquella forma de utilizar el conocimiento de la geometría en una comunidad escolar. Se establecen tres paradigmas geométricos que coexisten de manera no jerarquizada en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría: Geometría I (GI), Geometría II (GII) y Geometría III (GIII).

Geometría Natural (GI): Presenta una estrecha relación con la realidad, por lo que se utilizan artefactos para la representación de los objetos, lo que permite la medición y los trabajos con pliegues y cortes. También recurre a la intuición y el reconocimiento

perceptivo de algunos dibujos para la validación. Tiene un foco en lo técnico y el mundo de la práctica. Debido a esto, se utiliza la geometría como una herramienta.

Por otra parte “los medios de prueba son de tipo material, se utilizan artefactos para la representación del objeto (no son objetos abstractos, sino objetos concretos)” (Barra, Henriquez, Menares y Montoya, 2012, p. 6)

Geometría Axiomática Natural (GII): Sus objetos de trabajo son figuras geométricas, objetos ideales, descritas por la siguiente propiedad; “Esta geometría se dice que es edificada sobre un modelo próximo de la realidad y de la intuición espacial, como una representación inicial, pero al momento de validar se deben hacer dentro del sistema axiomático” (Barra et al., 2012, p. 6).

Es decir, se utiliza el dibujo como la representación de una figura, en la primera aproximación al problema. De esta forma los artefactos se usan como herramientas para la construcción geométrica, pero la validación debe realizarse a través de las propiedades, definiciones y axiomas.

El foco de esta geometría está en la explicación, que es necesaria para la modelación, como camino a la demostración.

Geometría Axiomática Formalista (GIII): La lógica matemática proviene de un sistema formal de axiomas del modelo geométrico, por lo que el uso de artefactos no está permitido. La axiomatización tiende a ser rigurosa y completa, por lo que pierde el nexo o conexión con la realidad.

## 2.3. Área Pedagógica

### 2.3.1 Bases Curriculares.

Las Bases Curriculares se constituyen como documento principal de Currículum Nacional, que pretende orientar la formación integral de los alumnos, en sus dimensiones física, afectiva, cognitiva, social, cultural, moral y espiritual, desarrollando sus capacidades de acuerdo a los conocimientos, habilidades y actitudes<sup>6</sup>. Las actuales Bases Curriculares se encuentran en vigencia a partir del año 2012, según la Ley General de Educación (Ley N° 20.370).

Su organización se desarrolla en torno a los contenidos mínimos que cada estudiante debe alcanzar, lo que se traduce en Objetivos de Aprendizaje (OA), dispuestos en la introducción de las Bases Curriculares del año 2012, donde se definen los propósitos y los logros del proceso y establece cuáles serán los desempeños del alumno que permitirán verificar el logro del aprendizaje. Por otra parte se encuentran las habilidades, ejes temáticos y actitudes que en las Bases Curriculares de Matemática se estructuran de la siguiente forma:

**Habilidades:** según lo establecido por las Bases Curriculares (2012) se busca el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes a través de cuatro habilidades relacionadas entre sí: Resolver Problemas, Argumentar y Comunicar, Modelar, Representar.

**Ejes:** los conceptos en Matemática se clasifican en 5 ejes temáticos: Números y operaciones, patrones y álgebra, geometría, medición, datos y probabilidades.

**Actitudes:** se derivan de los Objetivos de Aprendizaje Transversales (OAT), y apuntan al desarrollo integral de los estudiantes. En la asignatura de Matemática se

---

<sup>6</sup>Recuperado el 1 de Mayo del 2015, de <http://www.leychile.cl/Navegar?idNorma=1036799>

traducen en el desarrollo del orden y método, creatividad, curiosidad, perseverancia y respeto, entre otras. Cabe entonces señalar que las actitudes se deben desarrollar de manera integrada con las habilidades y los contenidos.

Las Bases Curriculares de Matemática establecen diversos propósitos. Dentro del eje de Geometría, se busca desarrollar tempranamente el pensamiento espacial de los alumnos a través del estudio del movimiento de los objetos como son la reflexión, traslación y rotación.

La progresión de los contenidos (ver anexo 1<sup>7</sup>) necesarios para adquirir los conocimientos de transformaciones isométricas, comienza en primero y segundo básico con el desarrollo de la ubicación espacial. Es en tercero básico cuando se produce el primer acercamiento directo a este contenido, el cual se sigue desarrollando a lo largo de la enseñanza obligatoria. Los OA específicos del contenido en primer ciclo básico, se presentan a continuación (MINEDUC, 2012).

Curso	Objetivo de Aprendizaje
Tercero básico (OA17)	Reconocer en el entorno figuras 2D que están trasladadas, reflejadas y rotadas
Cuarto básico (OA17)	Demostrar que comprenden una línea de simetría: <ul style="list-style-type: none"> <li>› identificando figuras simétricas 2D</li> <li>› creando figuras simétricas 2D</li> <li>› dibujando una o más líneas de simetría en figuras 2D</li> <li>› usando software geométrico</li> </ul>
Cuarto básico (OA18)	Trasladar, rotar y reflejar figuras 2D

<sup>7</sup> Anexo 1: “Tabla de progresión Objetivos de Aprendizaje en matemáticas en Educación Básica”, página 114.

Finalmente, las Bases Curriculares (2012) son un instrumento fundamental del currículum escolar de la Educación Básica, pues tienen la misión de asegurar que la totalidad de los alumnos participe de una experiencia educativa similar y se conforme un bagaje cultural compartido que favorece la cohesión y la integración social para entregar una base cultural común para todo el país.

### 2.3.2 Programas de estudio.

Los Programas de Estudio surgen a partir de la Bases Curriculares y su propósito es facilitar y orientar la labor educativa del docente. Para ello se presenta la visión global del año escolar con una sugerencia de la organización temporal de los OA, en cuatro unidades. Además, plantea orientaciones didácticas para planificar y evaluar el aprendizaje a partir de ejemplos de actividades y evaluaciones con sus respectivos indicadores, Así también, se anexa glosario y bibliografía sugerida tanto para el profesor como para los estudiantes. Cabe mencionar que según lo expuesto en las Bases Curriculares (2012) estos instrumentos tienen un carácter flexible y general para que puedan adaptarse a las realidades de los establecimientos educacionales.

A partir de las habilidades expuestas en las Bases Curriculares, el Programa de Estudio plantea niveles de desarrollo para cada curso a lo largo de los años.

El OA 17 de tercero básico, antes mencionado, se trabaja en la cuarta unidad. En el programa se proponen los siguientes indicadores y descriptores de las habilidades a trabajar:

<b>OA 17 (tercero básico) :</b> <b>Reconocer en el entorno figuras 2D que están trasladadas, reflejadas y rotadas</b>	
<b>Indicadores</b>	<b>Habilidades</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconocen figuras 2D reflejadas, trasladadas y rotadas en figuras 2D del entorno, letras de</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Argumentar y comunicar: Describir una situación del</li> </ul>

<p>impresión, señales de tránsito, etc.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Forman figuras reflejadas y trasladadas en el geoplano, en papel cuadriculado o usando instrumentos geométricos.</li> <li>• Forman figuras 2D básicas rotadas, siendo uno de sus vértices el centro de rotación y utilizando plantilla.</li> <li>• Dibujan figuras 2D reflejadas, trasladadas y rotadas, usando instrumentos geométricos como la regla y la escuadra.</li> </ul>	<p>entorno con una expresión matemática y con una representación pictórica. (OA g)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Representar: Transferir una situación de un nivel de representación a otro. (OA n)</li> <li>• Modelar: Aplicar un modelo que involucra la ubicación en el plano. (OA i)</li> </ul>
---	--

Para el OA 17 y el OA 18 de cuarto básico, en el programa se plantean los siguientes indicadores y descriptores de las habilidades a trabajar:

<p><b>OA 17 (cuarto básico) :</b></p> <p><b>Demostrar que comprende una línea de simetría:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› identificando figuras simétricas 2D</li> <li>› creando figuras simétricas 2D</li> <li>› dibujando una o más líneas de simetría en figuras 2D</li> <li>› usando software geométrico</li> </ul>	
Indicadores	Habilidades
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocen simetrías en la naturaleza.</li> <li>• Reconocer simetrías en el arte, la arquitectura, etc.</li> <li>• Identifican la línea de plegar con la línea de simetría.</li> <li>• Confeccionan figuras simétricas mediante plegados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Argumentar y comunicar: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Descubrir regularidades matemáticas y comunicarlas a otros.(OA e)</li> <li>- Comprobar una solución y fundamentar su razonamiento.(OA g)</li> </ul> </li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dibujan figuras simétricas en una tabla de cuadrículas, aplicando un patrón.</li> <li>• Descubren, concretamente y/o usando software educativo, que figuras 2D regulares pueden tener más de una línea de simetría.</li> <li>• Dibujan figuras 2D con más de una línea de simetría.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Modelar: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Identificar regularidades en expresiones numéricas y geométricas.(OA k)</li> </ul> </li> <li>• Resolver Problemas: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Transferir los procedimientos utilizados en situaciones ya resueltas a problemas similares. (OA c)</li> </ul> </li> </ul>
---	--

<b>OA 18 (cuarto básico) :</b> <b>Trasladar, rotar y reflejar figuras 2D</b>	
Indicadores	Habilidades
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocen la reflexión por medio de figuras 2D con una línea de simetría.</li> <li>• Reconocen la rotación 180° en figuras 2D con dos líneas de simetría.</li> <li>• Realizan traslaciones, rotaciones y reflexiones en una tabla de cuadrículas.</li> <li>• Usan software educativo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Modelar: Identificar regularidades en expresiones numéricas y geométricas. (OA k)</li> <li>• Argumentar y comunicar: Comprobar una solución y fundamentar su razonamiento. (OA g)</li> <li>• Resolver problemas: Transferir los procedimientos utilizados en situaciones ya resueltas a problemas similares. (OA c)</li> </ul>

Dado sus elementos estos tres marcos teóricos se interrelacionan entre sí. En el Marco Disciplinar se exponen las características de las TISO las cuales están predefinidas y

establecidas por la comunidad matemática. Y dichas características sustentan el área Didáctica en organización y forma de enseñar, las cuales enriquecen el ETG.

Como consecuencia, ambos marcos se articulan y se evidencian en los documentos emitidos por el MINEDUC, dando paso al Marco Pedagógico.

A la luz del marco teórico y las interrogantes antes planteadas, asociadas al análisis del ETG de referencia propuesto por el MINEDUC en sus documentos oficiales, surgen como consecuencia los siguientes objetivos:

Objetivo General:

Categorizar la movilización del ETG, en las actividades propuestas por el MINEDUC de Chile, en el objeto Transformaciones Isométricas, para los niveles de tercero y cuarto básico.

Objetivos Específicos:

1. Establecer relaciones entre Objetivos de Aprendizajes, Indicadores de Logro y Habilidades, propuestos por el MINEDUC en Chile, respecto a TISO, en tercero y cuarto básico.
2. Reconocer la Circulación y Progresión del ETG de las actividades propuestas en los Programas de Estudio del MINEDUC en Chile, en TISO, en tercero y cuarto básico.
3. Organizar los tipos de Circulaciones presente en las actividades que el MINEDUC propone para propiciar el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de tercero y cuarto básico, en relación al tema de TISO.

Para alcanzar dichos objetivos, es necesario estudiar los OA asociados a TISO en tercero y cuarto básico, los indicadores entregados para el desarrollo de cada uno y las evaluaciones sugeridas en torno a la Teoría del Espacio de Trabajo Geométrico de los autores Catherine Houdement y Alain Kuzniak (2006); analizar las actividades propuestas en los programas de estudio y otras herramientas entregadas al docente a través de los documentos oficiales.

*CAPÍTULO III*

# **METODOLOGÍA**

### 3. METODOLOGÍA

Tras la definición de los objetivos de la investigación, es necesario presentar el enfoque y los procedimientos utilizados para el trabajo de análisis. Por lo que en este capítulo, se precisan las características del enfoque cualitativo utilizado, teniendo como unidad de estudio los textos oficiales -Bases Curriculares y Programas de Estudio- que rigen la enseñanza a nivel nacional, en el área de las Matemáticas, en tercero y cuarto básico para el contenido de Transformaciones Isométricas.

#### 3.1 Tipo de investigación

El presente trabajo investigativo responde a un enfoque cualitativo, ya que busca hacer visible los propósitos e intenciones de los Programas, expresadas a través del contenido del mismo, busca determinar sus características y cuáles son las posibilidades que este da para enriquecer el Espacio de Trabajo Personal del estudiante.

Como se menciona en el libro “La investigación educativa” de Albert, M. (2007):

Para Sandín Esteban (2003), la investigación cualitativa: Es una actividad sistemática orientada a la comprensión en profundidad de fenómenos educativos y sociales, a la transformación de prácticas y escenarios socioeducativos, a la toma de decisiones y también hacia el descubrimiento y desarrollo de un cuerpo organizado de conocimientos. (p. 147)

Respondiendo a la definición anterior, esta investigación es cualitativa, pues su fin último es generar una comprensión profunda de los Programas de Estudio de Matemáticas dados por el MINEDUC, que corresponden a la guía oficial que estructura las prácticas educativas a nivel nacional, ofreciendo una herramienta útil para la reflexión y posteriores mejoras en torno a dichas prácticas.

Dado su carácter cualitativo, la investigación responde a ciertas características del enfoque tales como:

- Describir fenómenos en busca de generar proposiciones a partir de lo encontrado y no verificarlos como propone el enfoque cuantitativo. En este caso el análisis consiste en la descripción del ETG de cada actividad sugerida y su Circulación interna, para que a partir de los resultados, se creen categorizaciones.
- Poseer un carácter inductivo en la forma de llevar a cabo la investigación, dado que la construcción de categorías están en base a la información obtenida a través del análisis del ETG de cada actividad y no de categorizaciones preestablecidas.

Por otra parte, la investigación cualitativa no excluye la cuantificación de los resultados obtenidos, como se menciona en el libro de Albert, M. (2007):

Strauss y Corbin (1990:17) la define como: Cualquier tipo de investigación que produce resultados a los que no se ha llegado por procedimientos estadísticos u otro tipo de cuantificación. (...) Algunos de los datos pueden ser cuantificados, pero el análisis en sí mismo es cualitativo. (p. 147)

La característica recién expuesta posibilita el cálculo de los porcentajes en los resultados de las categorizaciones realizadas, sin perder el foco cualitativo de la investigación.

### 3.2 Unidad de Estudio

Respecto a los elementos a estudiar, estos son puntualmente las Actividades Sugeridas de TISO. No obstante, previamente es necesario analizar el OA 17 de Tercero básico y los OA 17 y 18 de Cuarto básico, con sus respectivos indicadores de evaluación y habilidades.

Curso	Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación	Habilidades
Tercero básico (OA17)	Reconocer en el entorno figuras 2D que están trasladadas, reflejadas y rotadas	Página 146 del Programa de Estudio de Tercero básico	Página 149 del Programa de Estudio de Tercero básico

Cuarto básico (OA17)	<p>Demostrar que comprenden una línea de simetría:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› identificando figuras simétricas 2D</li> <li>› creando figuras simétricas 2D</li> <li>› dibujando una o más líneas de simetría en figuras 2D</li> <li>› usando software geométrico</li> </ul>	Página 101 del Programa de Estudio de Cuarto básico	Página 112 y 113 del Programa de Estudio de Cuarto básico
Cuarto básico (OA18)	Trasladar, rotar y reflejar figuras 2D	Página 102 del Programa de Estudio de Cuarto básico	Página 115 y 116 del Programa de Estudio de Cuarto básico

### 3.3 Procedimientos utilizados para el desarrollo de la investigación

Con el fin antes mencionado, el equipo de investigación tomo la decisión de comenzar el estudio a partir del análisis de la relación de los Objetivos de Aprendizaje con los demás elementos del Programa de Estudio: habilidades, indicadores y actividades sugeridas. Luego, se estudió la coherencia de dichas actividades respecto a los elementos antes mencionados, en conjunto con el análisis a priori de cada una de ellas.

Posteriormente, estos análisis se utilizaron para realizar el estudio de los ETG que propician las Actividades Sugeridas, estableciendo un diagrama de su Circulación y Progresión interna, para terminar este paso con la categorización de los diagramas encontrados.

Por lo tanto, el primer paso fue el estudio de la relación entre cada OA y las habilidades declaradas para su desarrollo, en búsqueda de establecer las características de estas relaciones, para pasar al estudio de la coherencia y suficiencia de los Indicadores de

Logro, en relación al Objetivo de Aprendizaje y las Habilidades (presentado en Anexo 2, página 116).

En relación a las habilidades, cabe destacar que a diferencia de su presentación en los Programas de Estudio, el equipo de investigación considera la resolución de problemas como una habilidad transversal que moviliza las demás habilidades declaradas. Así, miramos el modelar, representar, argumentar y comunicar, de manera inclusiva en su ejecución. Esta es la mirada que se utiliza para realizar las etapas posteriores del análisis.

El segundo paso corresponde a los análisis de las Actividades Sugeridas en el Programa de Estudio, las cuales son actividades propuestas por el MINEDUC para desarrollar los objetivos y habilidades establecidas por el mismo. Estas, se revisaron en relación con los otros elementos: primero con el OA, luego con los Indicadores de Evaluación y finalmente con las Habilidades. Posteriormente, para llegar a la parte principal de esta investigación -el análisis del ETG de las Actividades- fue necesario realizar los análisis a priori de cada una de estas, tal como señala Artigue et al. (1995)

El objetivo del análisis a priori es determinar en qué las selecciones hechas permiten controlar los comportamientos de los estudiantes y su significado. Por lo anterior, este análisis se basa en un conjunto de hipótesis (...) Tradicionalmente, este análisis a priori comprende una parte descriptiva y una predictiva se centra en las características de una situación a-didáctica que se ha querido diseñar y que se va a tratar de llevar a los alumnos... (p.45)

Por lo tanto, el análisis consiste en el desarrollo de la actividad, incluyendo las posibles respuestas y errores de los estudiantes, junto con las devoluciones que el profesor realizaría para devolver la responsabilidad de resolver la tarea propuesta, al estudiante (presentado en Anexo 3, página 129).

Debido a su importancia para la organización global de la enseñanza, en el análisis de las actividades no fueron modificados de modo alguno los Objetivos de Aprendizaje, las Habilidades ni los Indicadores, pues se consideraron parte del Espacio de Referencia.

Como último paso, se llevó a cabo el análisis del ETG de cada actividad, estableciendo los elementos y procesos movilizados, su Circulación y/o Progresión dentro de la actividad, la que se presentó de manera escrita y en el diagrama dado por el autor. Este análisis se realizó a partir de las categorías pre-establecidas en el Marco Teórico: planos horizontales y verticales. De esta manera, se buscaron dichos elementos en el planteamiento de cada actividad.

Para realizar la categorización se utiliza el modelo descendente -Top Down-. Al trabajar bajo este modelo, se realiza previamente un análisis minucioso de la fuente, y luego se busca evidencia de la conceptualización del Marco Teórico -Didáctico- en los documentos a estudiar. Esto se traduce en la siguiente estructura de trabajo: descripción de relaciones entre los componentes de los documentos, etiquetado de los elementos y procesos involucrados en las actividades -según lo establecido en la teoría-, integración de estos a través de diagramas y finalmente la argumentación de las relaciones establecidas.

Una vez finalizada la etapa de diagramación y argumentación de los mismos, se realizó una organización de los esquemas encontrados. Debido a que la muestra era muy heterogénea en su forma -en su mayoría no se encontraron diagramas iguales- se decidió agruparlos según características comunes. De esta forma, se realizó una doble categorización: primero por la Circulación en los planos horizontales y luego, por la Circulación en los planos verticales.

*CAPÍTULO IV*

**ANÁLISIS**

## 4. ANÁLISIS

El presente análisis se lleva a cabo como respuesta a la problemática planteada, articulando las conceptualizaciones dadas por el marco teórico, a través de las etapas expuestas en la metodología. En consecuencia, en este capítulo se presenta una síntesis de los análisis realizados a los elementos del Programa de Estudio de tercero y cuarto básico para el contenido de TISO<sup>8</sup>, el análisis de los ETG de las Actividades Sugeridas y las categorizaciones encontradas de estos.

Castela, C. et al. (2006), plantean que “Au Chili, la Géométrie I domine dans toute la scolarité obligatoire ce qui se manifeste notamment par le refus d’un réel apprentissage de la <<démonstration formelle>>...” (p.148). Este predominio de la Geometría Natural a lo largo de la educación obligatoria, está más acentuado en primer ciclo básico, debido a que la transición hacia la Geometría Natural Axiomática (GII) comienza en el nivel de séptimo básico, pues la educación en general se caracteriza por presentar una resistencia a trabajar la geometría formal.

### 4.1 Análisis de los elementos de los Programas de Estudio

El análisis de los elementos de los Programas consiste en un estudio de coherencia y suficiencia de los OA, las habilidades y los indicadores de evaluación, además de las relaciones existentes entre ellos. Posteriormente, se estudia la coherencia de las Actividades Sugeridas junto con sus análisis a priori.

---

<sup>8</sup> El análisis completo de los elementos de los Programas de Estudio de tercero y cuarto básico está desarrollado en los Anexos 2 y 3, en páginas 116 y 129 respectivamente.

#### **4.1.1 Revisión a los Objetivos de Aprendizaje**

Del análisis de los tres Objetivos de Aprendizajes (OA 17 de tercero, OA 17 y 18 de cuarto) se observa que la redacción es poco precisa; en dos de ellos hay una redundancia al señalar el concepto figuras 2D, faltan especificaciones en el tipo de figura a utilizar, la habilidad a trabajar y detalles que ayuden a la consecución de los OA.

#### **4.1.2 Análisis de coherencia y suficiencia de las habilidades**

Respecto a las habilidades y su relación con los OA, se obtiene que:

**OA 17 de Tercero:** Se establece el trabajo de tres habilidades: representar, argumentar y comunicar y modelar. Debido a que no se especifica cómo se trabaja cada una, se dificulta determinar el nivel de coherencia respecto al OA.

**OA 17 de Cuarto:** En este objetivo se señalan tres habilidades: argumentar y comunicar, modelar y resolver problemas. Específicamente la segunda habilidad, carece de información que explicita cómo llevarla a cabo. En general se encuentran ambigüedades y faltan especificaciones en la redacción de sus descriptores: al igual que en el caso anterior, no se indica la forma y profundidad en que se deben desarrollar. Es decir, responden al objetivo, pero no logran ser del todo coherente.

**OA 18 de Cuarto:** En este caso las habilidades son modelar, argumentar y comunicar y resolver problemas. En las tres falta información y especificaciones, lo que produce que la redacción sea ambigua y dificulte el estudio de la suficiencia y coherencia respecto del OA.

La imprecisión de las redacciones deja la responsabilidad del desarrollo de las habilidades a criterio del docente, por lo que la profundidad de su trabajo dependerá del ETG Personal del docente.

### **4.1.3 Análisis de coherencia y suficiencia de Indicadores de Evaluación**

Respecto de los Indicadores de Evaluación, los Programas de Estudio no establecen un orden específico para su aplicación. Además, su redacción no incluye el trabajo de las habilidades.

**OA 17 de Tercero:** Cuenta con cuatro indicadores de evaluación, de los cuales solo el primero es coherente. Esto porque el OA implica solo reconocer TISO y es precisamente esto lo que alude, mientras que los otros tres implican una acción que el OA no requiere. Por lo tanto, como sólo el 25% de los indicadores son coherentes, estos no son suficientes para evidenciar el logro del OA.

**OA 17 de Cuarto:** En este caso se cuenta siete indicadores, de los cuales todos coherentes y pertinentes con el OA, pero no suficientes, ya que el uso de software no está incluido obligatoriamente en los indicadores, pero sí en la redacción del objetivo.

**OA 18 de Cuarto:** Para este OA se consideran cuatro indicadores de los cuales, dos aluden principalmente a técnicas o procesos, uno no presenta especificaciones respecto al uso de software y el otro es inferior a lo requerido por el OA por lo que no son completamente coherentes con el objetivo.

### **4.1.4 Análisis de coherencia y suficiencia de las Actividades Sugeridas**

#### **4.1.4.1 Relación del OA con las actividades**

**Actividades del OA 17 de Tercero:** De un total de diez actividades solo tres son coherentes con el objetivo, ya que las siete restantes no presentan una tarea geométrica clara o aluden a una acción diferente del “Reconocer” del OA. Además, existen ejemplos poco pertinentes y instrucciones confusas que permiten diferentes interpretaciones. Como

consecuencia se estima que las actividades no son suficientes para la consecución del objetivo.

**Actividades del OA 17 de Cuarto:** De un total de once actividades, diez son coherentes y la restante presenta falta de especificaciones. Por ende, se considera que las actividades son suficientes para el logro del objetivo, siempre y cuando el profesor supla las carencias.

**Actividades del OA 18 de Cuarto:** De un total de nueve actividades, tres son coherentes con el objetivo y una es parcialmente coherente. Las cinco actividades restantes aluden a otra acción, no trabajan TISO o carecen de especificaciones. Así también es posible encontrar dos actividades que presentan un ejemplo errado. Como consecuencia, al parecer las actividades no son suficientes para conseguir el objetivo.

#### **4.1.4.2 Relación de las Actividades Sugeridas con los Indicadores**

**Actividades del OA 17 de Tercero:** De un total de diez actividades, cinco son coherentes con alguno de los Indicadores de Evaluación.

**Actividades del OA 17 de Cuarto:** De once actividades, nueve son coherentes con alguno de los Indicadores de Evaluación.

**Actividades del OA 18 de Cuarto:** Del total de diez actividades, tres son coherentes con alguno de los Indicadores de Evaluación.

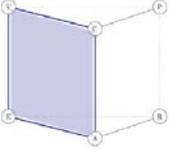
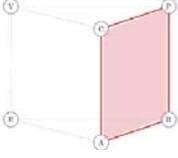
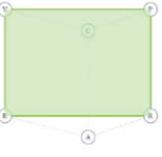
## **4.2 Análisis del ETG por actividad**

El análisis de los Espacios de Trabajo Geométrico de las Actividades Sugeridas, se organiza según:

Primero se presenta la actividad extraída directamente del Programa de Estudio, para luego mostrar el análisis, en un cuadro con tres columnas. En la primera se muestra la

descripción de la actividad, en la segunda, la entrada al ETG y en la tercera columna se presenta la diagramación de la Circulación de este. Se considera como “entrada al ETG” a la descripción de la Circulación del mismo.

Para la construcción de los diagramas, los autores usan la siguiente simbología:

Símbolo		Significado
Línea continua		Implica una relación bidireccional.
Flecha continua		Implica una relación unidireccional.
Flecha discontinua		Implica la posibilidad de una relación unidireccional, sin certeza de que ocurra.
Plano [Sem-Ins]		Implica la Circulación completa de los elementos y procesos asociados a la génesis Semiótica e Instrumental.
Plano [Ins-Dis]		Implica la Circulación completa de los elementos y procesos asociados a la génesis Instrumental y Discursiva.
Plano [Sem-Dis]		Implica la Circulación completa de los elementos y procesos asociados a la génesis Semiótica y Discursiva.

Sin embargo, dada las características de las Circulaciones observadas mediante el análisis de los Programas de Estudio y del tipo de geometría encontrada en Educación Básica, el equipo de investigación considera necesario el aporte de tres nuevos símbolos para la construcción de los diagramas, con el fin de que sean representativos de cada Circulación del ETG presente en las Actividades Sugeridas. Dicha simbología se explica en la siguiente tabla:

Símbolo		Significado
Línea discontinua	-----	Implica la posibilidad de una relación bidireccional, sin certeza de que ocurra.
Flecha continua y discontinua		Implica una relación unidireccional, con la posibilidad de una Circulación en sentido inverso, sin certeza de que esta última ocurra.
Obstáculo	—    —	Implica la imposibilidad de una relación cualquiera.

Junto con el uso de esta simbología, se presentarán diagramas, donde cada elemento del Espacio de Trabajo Geométrico se simboliza con la letra mayúscula correspondiente:

V	Proceso de Visualización
C	Proceso de Construcción
P	Proceso de Prueba
E	Espacio Real y local
A	Artefactos
R	Referencial

A continuación se presenta el análisis de las actividades contenidas en el Programa de Estudio de Matemática de tercero y cuarto básico, donde se utilizan los diagramas y simbologías antes presentadas.

#### 4.2.1 Objetivo de Aprendizaje 17 - Tercero Básico

Para continuar, se desarrollan los análisis de diez actividades sugeridas en el Programa de estudio correspondiente al OA 17 de tercero básico, dichas actividades han sido extraídas textualmente del programa.

#### Actividad 1: Reconocer en el entorno figuras 2D que están trasladadas, reflejadas y rotadas

Ejemplos:

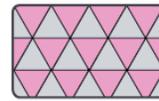
Reflexión



Rotación



Traslación



#### ANÁLISIS DEL ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Reconocen y describen figuras simétricas del entorno.</p>	<p>El trabajo geométrico comienza en la génesis semiótica con una posible tendencia hacia el componente referencial.</p> <p>Esto se da, ya que los estudiantes deben visualizar las figuras existentes en las caras de los objetos, extraídos del espacio real y local, en busca de la presencia de simetría en ellas.</p> <p>De esta forma, la actividad posibilita la Circulación hacia el referencial pero no hacia el proceso de prueba debido a la imprecisión en la redacción de la misma.</p>	<p>Diagrama 1</p>

**Actividad 2: Doblan una hoja por la mitad. Dibujan una figura y la recortan sin intervenir la línea del doblar, creando tarjetas de cumpleaños o de adorno.**

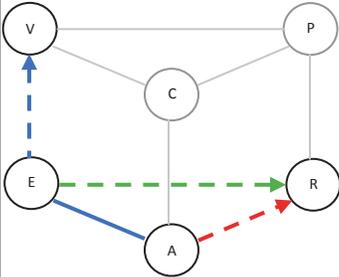


ANÁLISIS DEL ETG:

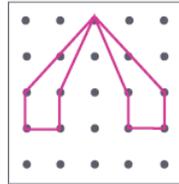
Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Crean figuras simétricas a partir del plegado y recortado de una hoja, sin intervenir la línea de doblar, para hacer tarjetas o adornos.</p>	<p>El trabajo geométrico presenta un foco en el artefacto, el papel. A partir de la manipulación de este, existiría la posibilidad de una Circulación hacia el espacio real y local con la creación de una tarjeta de saludo o adorno. A su vez, permite desarrollar un proceso de construcción, que puede o no ser consciente, debido a la creación dirigida de una figura simétrica. También podría circular desde el artefacto hacia el referencial, en el caso que con la actividad se reafirme el concepto de simetría.</p> <p>La concreción de estas relaciones dependerá del ETG personal del profesor y las mediaciones que realice.</p>	<p>Diagrama 2</p>

**Actividad 3: Experimentan con el espejo, reflejando objetos, letras y personas. Indican sus observaciones; por ejemplo: que el lado derecho y el lado izquierdo están intercambiados.**

ANÁLISIS DEL ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Reflejan objetos de su entorno con un espejo y describen lo que ven en la imagen resultante.</p>	<p>El trabajo geométrico se desarrolla principalmente en el plano horizontal epistemológico, a partir de la relación bidireccional del espacio real y local con el artefacto. Esta vinculación se debe a que el uso del artefacto, espejo, no tiene sentido sin el objeto reflejado, que es parte del espacio real y local (y viceversa). Se produce una posible Circulación hacia el referencial, dado que el estudiante puede llegar a establecer características de la simetría a través de esta relación. A su vez, se produce una posible movilización desde el espacio real y local hacia el proceso de visualización ya que eventualmente, el estudiante podría relacionar el reflejo en el espejo con la parte no reflejada de la pre-imagen (imagen). Sin embargo, el uso del espejo como artefacto no permite ver de manera simultánea la relación de equivalencia entre el reflejo de la pre-imagen en el espejo y la imagen de la figura inicial.</p>	 <p>Diagrama 3</p>

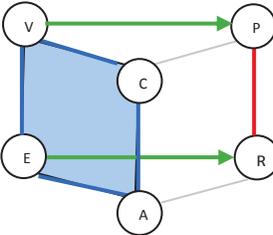
**Actividad 4: Forman figuras reflejadas, trasladadas y rotadas en un cuarto, medio o tres cuartos de giro en el Geoplano. Traspasan las figuras creadas al cuaderno, utilizando una matriz de punto. Exponen y comentan los resultados a sus compañeros.**



ANÁLISIS DEL ETG:

La actividad se divide en dos tareas: la primera consiste en el trabajo con el geoplano y la segunda en el traspaso a la matriz de punto junto con la comunicación de los resultados a sus compañeros.

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Construyen en el geoplano, figuras reflejadas, trasladadas y rotadas. (Tarea 1)</p>	<p>La primera parte del trabajo geométrico se realiza en el plano vertical [Ins-Dis] donde el estudiante manipula el artefacto -geoplano- para la construcción concreta de figuras a partir de las propiedades teóricas de las transformaciones isométricas –referencial-, corroborando permanentemente la correspondencia entre su construcción y las características teóricas propias de las TISO. Luego, el trabajo geométrico circula desde la génesis instrumental hacia una posible génesis semiótica, debido a que al construir en el geoplano la pre-imagen, se hace necesario visualizar la ubicación de la imagen en el mismo. La concreción de esta génesis dependerá, por tanto, del ETG personal del profesor, que con su mediación</p>	<p>Diagrama 4a</p>

	<p>conduzca al estudiante a tomar consciencia del proceso cognitivo que se realiza.</p> <p>Debido a que no podemos suponer que la génesis se produce cabalmente, pero si hay un intento de completarla, en el diagrama se representa con una línea discontinua.</p>	
<p>Luego las traspasan al cuaderno utilizando una matriz de punto y comunican sus resultados (Tarea 2).</p>	<p>El trabajo geométrico comienza en el plano vertical [Ins-Sem] como consecuencia de la movilización de los distintos componentes y procesos del mismo. De esta forma, al traspasar las figuras poligonales - espacio real y local- con sus respectivas TISO, formadas en el geoplano, a la matriz de punto - artefactos- se produce una relación constante entre ambas génesis, es decir, a medida que se traspasa una figura, es necesario visualizar paralelamente a la construcción.</p> <p>Luego, al exponer y comunicar los resultados, se circula a una génesis discursiva, donde el alumno debe utilizar los elementos teóricos del referencial para evidenciar a sus compañeros que su construcción es la correcta.</p>	 <p>Diagrama 4b</p>

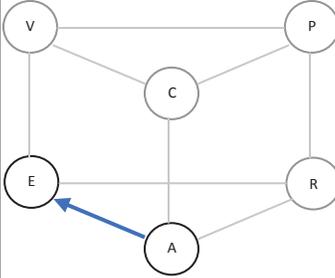
**Actividad 5: Doblan un cuadrado y un rectángulo exactamente por la mitad, para descubrir y luego trazar el (los) eje(s) de simetría axial o de espejo.**

ANÁLISIS DEL ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Doblan un papel con forma de región rectangular por la mitad y trazan el o los ejes de simetría axial.</p>	<p>El trabajo geométrico se focaliza en la manipulación del artefacto -papel con forma rectangular- Luego, circula hacia el proceso de construcción mediante el trazado del eje de simetría, desde el cual se moviliza hacia la visualización al mirar ambas mitades y notar que son congruentes pero están al revés. El proceso de prueba se puede realizar desde el proceso de visualización al notar que ambas mitad son o no congruentes, o desde el proceso de construcción, al doblar nuevamente el papel y notar que coinciden. Finalmente, desde la prueba se podría circular al referencial si es que se validan las características de la simetría axial.</p> <p>Cabe mencionar que la consigna es ambigua y da espacio a errores, pues no dice que ambas mitades deben ser simétricas. Es por esto que todas las relaciones en el diagrama son en forma de flechas –unidireccionales- y discontinuas.</p>	<p>Diagrama 5</p>

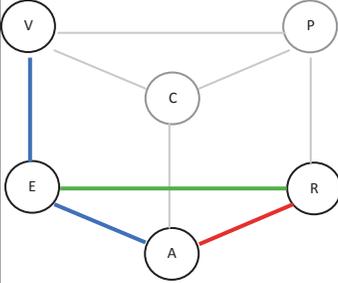
**Actividad 6: Completan figuras de siluetas encontradas en la red y las intercambian entre ellos. Las traspasan a cartulina doble faz, recortan algunas y construyen un móvil con ellas. (Artes Visuales)**

ANÁLISIS DEL ETG:

<b>Descripción Actividad</b>	<b>Entrada al ETG</b>	<b>Diagrama</b>
<p>Completan y copian siluetas en cartulinas y las recortan para confeccionar un móvil.</p>	<p>En la actividad se ve presente el uso de cartulina como artefacto, que es utilizada para confeccionar un móvil, lo que conduce el espacio de trabajo al espacio real y local.</p> <p>En consecuencia, el trabajo geométrico se reduce a la manipulación del material concreto sin un objetivo geométrico.</p>	 <p>Diagrama 6</p>

**Actividad 7: Reconocen figuras simétricas en señales de tránsito, banderas, etc. (Historia, Geografía y Ciencias Sociales)**

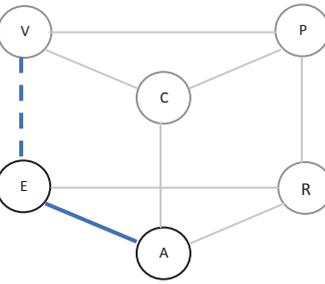
ANÁLISIS DEL ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Reconocen figuras simétricas en señales de tránsito o banderas.</p>	<p>El trabajo geométrico circula entre el plano epistemológico y la génesis semiótica.</p> <p>En el plano epistemológico debido a la interacción entre las imágenes de las banderas o señales de tránsito, como artefacto y parte del espacio real y local, y el concepto de simetría, como componente referencial.</p> <p>La génesis semiótica se produce al momento en que el estudiante visualiza los elementos de las imágenes en busca de simetría.</p>	 <p>Diagrama 7</p>

**Actividad 8: Leen un mensaje con escritura de espejo.**

H D F E D C B A  
 P O N M J K L I  
 Q R S T U V W  
 X Y X

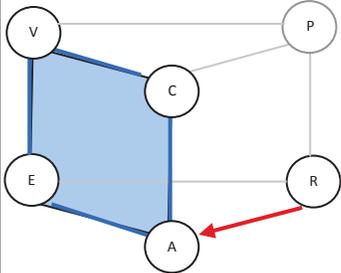
ANÁLISIS DEL ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Leen un mensaje cuyas letras están invertidas horizontalmente.</p>	<p>El trabajo geométrico comienza en la relación entre el artefacto y el espacio real y local, pues las letras o mensaje invertido, pertenecen a ambos componentes. Dependiendo del desarrollo de la actividad, se abre la posibilidad de circular hacia una génesis semiótica, siempre que para descifrar el mensaje, el estudiante realice la visualización de la reflexión de cada letra. Por el contrario, si descubre el mensaje realizando una lectura contextual, la génesis semiótica no se concretará. La existencia de la génesis semiótica dependerá del ETG personal del profesor.</p>	 <p>Diagrama 8</p>



**Actividad 10: Construyen figuras 2D reflejadas y trasladadas, en papel cuadriculado y/o papel de croquis, utilizando instrumentos geométricos y otros, rotadas en un cuarto de giro, medio giro y tres cuartos de giro.**

ANÁLISIS DEL ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Construyen figuras con TISO, en papel cuadriculado y/o de croquis utilizando diferentes artefactos.</p>	<p>En esta actividad el trabajo geométrico circula a partir de la puesta en juego de los conocimientos geométricos teóricos, ya que para construir las figuras con TISO es imprescindible dominar las características y propiedades básicas de estas. De esta manera el trabajo geométrico circula hacia el plano vertical [Sem-Ins] donde se desarrolla una interacción constante entre las figuras (espacio real y local), cuadrícula, croquis, cartulina (artefactos) o lo que se utilice para cumplir la tarea y los procesos de visualización y construcción</p>	 <p>Diagrama 10</p>

#### 4.2.2 Objetivo de Aprendizaje 17 - Cuarto Básico

A continuación se desarrollan los análisis de once Actividades Sugeridas en el Programa de estudio correspondiente al OA 17 de cuarto básico, dichas actividades han sido extraídas textualmente del programa.

**Actividad 1: Descubren la simetría, buscándola con un espejito. Trazan la línea de simetría en fotos o dibujos de la naturaleza. Por ejemplo: Eligen, de una colección de fotos de paisajes, plantas o animales, aquellas que tienen una línea de simetría.**



#### ANÁLISIS DEL ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Identifican y trazan la línea de simetría en fotos de la naturaleza, con la ayuda de un espejo.</p>	<p>El trabajo geométrico comienza en el plano epistemológico, a través de la interrelación entre las fotos utilizadas y el espejo como artefactos, las cuales presentan formas encontradas en la naturaleza -partes del espacio real y local del estudiante-, a su vez debe existir un dominio previo de las características y propiedades de la simetría, que corresponden al componente referencial. La finalidad de la actividad es la construcción del trazado de la línea de simetría, proceso que se persigue tanto desde el uso de artefactos, como desde la visualización de la línea de simetría en las formas extraídas del</p>	<p>Diagrama 11</p>

	<p>espacio real y local.</p> <p>El planteamiento de la actividad no permite que se concrete ninguna génesis, ni la Circulación entre la construcción y la prueba, o de esta al referencial, debido a que el uso del espejo como artefacto no permite ver de manera simultánea la relación de equivalencia entre el reflejo de la pre-imagen en el espejo y la imagen de la figura inicial.</p>	
--	--	--

**Actividad 2: Identifican la simetría por medio de una foto que muestra la reflexión de un paisaje u objeto que se refleja en la superficie de un lago o un río, trazando la línea de simetría. (Ciencias Naturales)**



ANÁLISIS DEL ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Identifican y trazan la línea de simetría en fotos de paisajes que muestren reflexión en agua.</p>	<p>El trabajo geométrico comienza en el plano epistemológico, a través de la interrelación entre las fotos utilizadas como artefacto, las cuales presentan paisajes encontrados en la naturaleza -partes del espacio real y local del estudiante-, a su vez debe existir un dominio previo de las características y propiedades de la simetría, que corresponden al componente</p>	<p>Diagrama 12</p>

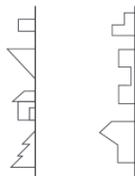
	<p>referencial.</p> <p>La finalidad de la actividad es la construcción del trazado de la línea de simetría, proceso que se persigue tanto desde el uso de artefactos, como desde la visualización de la línea de simetría presente entre el paisaje y su reflejo en el agua.</p> <p>El planteamiento de la actividad no permite que se concrete ninguna génesis, ni la Circulación entre la construcción y la prueba, o de esta al referencial, dado a que al ser un reflejo en agua, la reflexión de la pre-imagen es imprecisa.</p>	
--	---	--

**Actividad 3:**

**a. Colorean para que la figura se vea simétrica.**

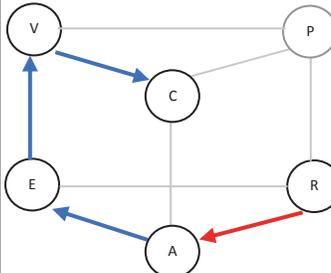
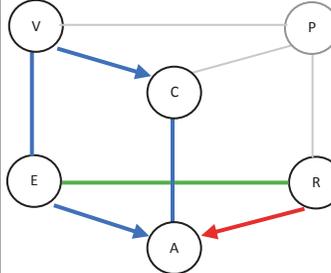


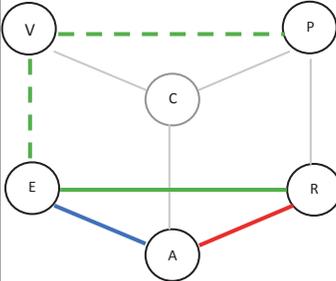
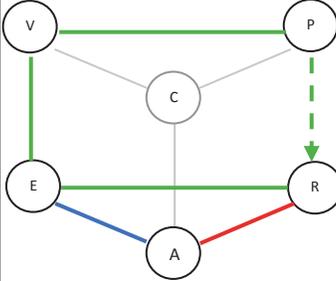
**b. Completan la figura para que sea simétrica.**



**c. Comprueban reflexiones de figuras 2D con un espejo o con una tabla de cristal acrílico.**

ANÁLISIS DEL ETG:

<b>Descripción Actividad</b>	<b>Entrada al ETG</b>	<b>Diagrama</b>
<p>Colorean el dibujo de una mariposa para que sus colores se vean simétricos.</p>	<p>El trabajo geométrico comienza en el componente referencial, pues el estudiante debe extraer las características de la simetría desde este para la manipulación de los artefactos -lápices y lámina de mariposa simétrica- partes de su espacio real y local, para luego visualizar qué colores utilizará y en qué ubicación de la figura, para cumplir con la tarea.</p>	 <p>Diagrama 13a</p>
<p>Completan figuras para que sean simétricas.</p>	<p>El trabajo geométrico comienza en la génesis semiótica, a través de la interacción de las figuras dadas que representan figuras geométricas y dibujos icónicos de algunos elementos del espacio real y local como son una casa o un pino, en conjunto con el proceso de visualización utilizado para completar dichas figuras. Luego se circulara hacia una génesis instrumental donde se toman las mismas figuras como artefactos en conjunto con el lápiz para utilizarlos como herramientas en la construcción de la simetría. A su vez, se produce una asociación entre el espacio real y local y los conocimientos del referencial para circular hacia la génesis instrumental recién mencionada.</p>	 <p>Diagrama 13b</p>

	<p>Como se presenta en el diagrama, se movilizan los elementos del plano epistemológico pero como el foco está puesto en el artefacto, el plano no se completa.</p>	
<p>Comprueban reflexiones de figuras con un espejo (opción 1) o cristal acrílico (opción 2).</p>	<p>En la primera opción, el trabajo geométrico se moviliza en el plano epistemológico, en la interacción entre el espejo y la figura como artefactos y partes del espacio real y local y las propiedades de la simetría extraídas del referencial.</p> <p>Dado que la actividad establece el uso del espejo como artefacto, y este no permite ver de manera simultánea la relación de equivalencia entre el reflejo de la pre-imagen en el espejo y la imagen de la figura inicial, no existe certeza de que la génesis semiótica se concrete. Por este mismo motivo, la Circulación desde la visualización a la prueba queda incierta, ya que si no se produce la correlación antes mencionada, no se puede realizar el proceso de prueba.</p>	 <p>Diagrama 13c-1</p>
	<p>El trabajo geométrico circula de manera diferente si el artefacto a utilizar es el cristal acrílico pues este es translúcido, lo que permite ver el reflejo en el artefacto y la imagen en el papel de la pre-imagen.</p> <p>Así, el trabajo geométrico se moviliza en el plano epistemológico, en la interacción entre</p>	 <p>Diagrama 13c-2</p>

<p>el cristal acrílico y la figura como artefactos y partes del espacio real y local, y las propiedades de la simetría extraídas del referencial. Luego, se produce la génesis semiótica y la interacción de los procesos de visualización y prueba debido a la característica del cristal acrílico antes mencionada, lo que permite contrastar la imagen proyectada en el cristal y la imagen de la figura reflejada. Esto posibilita una confirmación del referencial al reafirmar la propiedad de la simetría, siempre que el estudiante haga consciente esta asociación.</p>	
--	--

**Actividad 4: Descubren que la reflexión se puede modelar con plegados. Elaboran figuras simétricas plegando y/o recortando con papel. (Artes Visuales)**



**ANÁLISIS DEL ETG:**

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Elaboran figuras simétricas plegando y/o recortando un papel.</p>	<p><u>Opción 1:</u> Los estudiantes pliegan y recortan el papel para cumplir con la tarea.</p> <p>La circulación del trabajo geométrico se desarrolla mediante la interacción del plano epistemológico con el plano vertical [Sem-Ins], esto se debe a la interrelación simultánea de los componentes y procesos de ambos planos: el referencial corresponde a las propiedades de la simetría, que se ponen en juego al manipular los artefactos - papel y tijera- para la construcción y visualización de las figura a elaborar.</p> <p>En el caso que, una vez construida la figura, el estudiante la vuelva a doblar, podrá constatar y probar que ambas partes coinciden y que la figura efectivamente es simétrica, reforzando el componente teórico, características de la simetría.</p>	<p>Diagrama 14-1</p>

Opción 2: Los estudiantes solo doblan el papel para cumplir con la tarea.

En este caso, el trabajo geométrico se ve coartado, dado a que la tarea se reduce a la manipulación del artefacto -papel-, en busca de encontrar figuras simétricas al plegarlo. De esta forma, se abre la posibilidad a la génesis semiótica, siempre que el estudiante logre verlas en los pliegues formados.

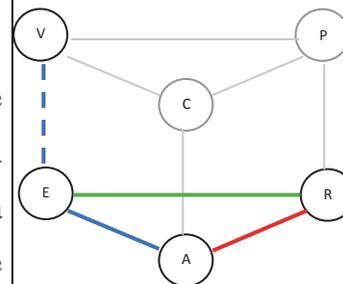


Diagrama 14-2

Opción 3: Los estudiantes solo recortan el papel para cumplir con la tarea.

En este caso, el trabajo geométrico también se ve coartado, dado a que la tarea se reduce a la manipulación del artefacto, esta vez papel y tijera, en busca de confeccionar figuras simétricas al recortar el papel. Debido a que es imposible confeccionar una figura simétrica solo recortando, sin utilizar otros artefactos o técnicas, el trabajo se ve imposibilitado hacia la construcción, dejando solo la posibilidad de visualizar que la figura resultante no es simétrica.

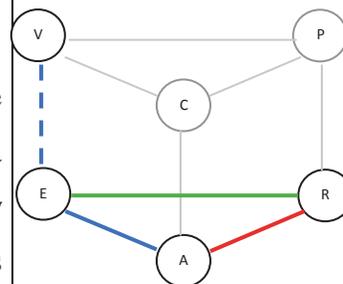


Diagrama 14-3

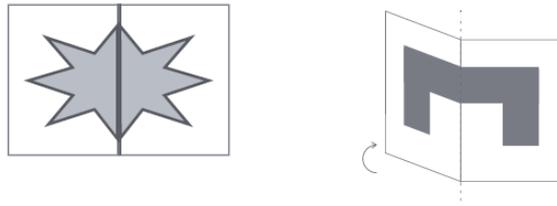
**Actividad 5: Identifican la simetría en las señales de tránsito y trazan las líneas de simetría. (Las letras no cuentan.) (Historia, Geografía y Ciencias Sociales)**



ANÁLISIS DEL ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Identifican simetría en señales de tránsito y trazan la línea de simetría en ellas (no se consideran las letras).</p>	<p>El trabajo geométrico comienza en el plano epistemológico, a través de la interrelación entre las señales de tránsito como artefacto, las cuales presentan figuras, partes del espacio real y local del estudiante, a su vez debe existir un dominio previo de las características y propiedades de la simetría, que corresponden al componente referencial.</p> <p>La finalidad de la actividad es la construcción del trazado de la línea de simetría, proceso que se persigue tanto desde el uso del artefacto, como desde la visualización de la línea de simetría en las formas extraídas del espacio real y local.</p> <p>El planteamiento de la actividad no permite que se concrete ninguna génesis, ni la circulación entre la construcción y la prueba, o de esta al referencial, debido a que la actividad tiene su foco y fin en la construcción y no da espacio para el proceso de prueba.</p>	<p>Diagrama 15</p>

**Actividad 6: Comprueban si una figura es reflejada, doblándola a lo largo de la línea de simetría y haciendo coincidir las dos mitades.**



ANÁLISIS DEL ETG:

Descripción Actividad	Circulación y/o progresión	Diagrama
<p>Comprueban la simetría de una figura, mediante el plegado por la línea de simetría.</p>	<p>El trabajo geométrico circula desde el plano epistemológico donde el artefacto es la figura entregada en el papel, que a su vez pertenece al espacio real y local, y el referente teórico corresponde al concepto de simetría junto con sus propiedades.</p> <p>Posteriormente, se realiza un proceso de visualización al buscar el eje de simetría de la figura. Una vez encontrado, la figura se pliega a lo largo de este, para verificar que ambas mitades coinciden -proceso de prueba-. De esta forma, se corrobora el referencial al ver que ambas partes son congruentes.</p> <p>En caso que el estudiante desdoble la figura, volverá a visualizar la simetría, concretando la relación entre ambos procesos. Si no desdoblan el papel, el trabajo geométrico solo circulará de manera unidireccional por los elementos y procesos del plano vertical [Sem-Dis].</p>	<p>Diagrama 16</p>

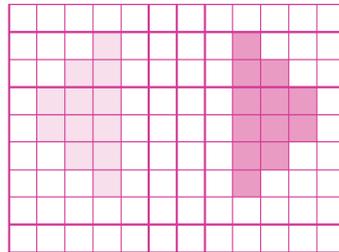
**Actividad 7: Identifican y explican algunas propiedades de la reflexión, como la distancia de la figura y la imagen con respecto al eje, con ayuda de una línea de simetría.**



ANÁLISIS DEL ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Identifican y explican propiedades de la reflexión a partir de una imagen que tiene la línea de simetría trazada.</p>	<p>El trabajo geométrico se desarrolla entre el plano epistemológico y el plano vertical [Sem-Dis]. Al observar la imagen -artefacto-, el estudiante debe utilizar los conceptos que ya conoce de simetría -componente referencial- para luego visualizar dichas características en la misma imagen (la cual presenta una mariposa, parte de su espacio real y local), en búsqueda de poder argumentar la simetría de la misma.</p>	<p>Diagrama 17</p>

**Actividad 8: Realizan reflexiones con respecto a un eje de simetría y aplican las propiedades, contando las cuadrículas; por ejemplo:**



↖ Eje

ANÁLISIS DEL ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Reflejan una imagen en torno a un eje de simetría, en una cuadrícula.</p>	<p>El trabajo geométrico se moviliza en el plano epistemológico y el plano vertical [Sem-Ins] para desde allí circular hacia el proceso de prueba.</p> <p>Los componentes que interactúan son: la cuadrícula y la figura dada que corresponden a los artefactos, siendo la figura también parte del espacio real y local del estudiante. Por otro lado, el referencial corresponde a los elementos teóricos que se utilizan para cumplir con la tarea: propiedades de la simetría. Dentro de los procesos que interactúan están la visualización y construcción de la imagen, pues es necesario que ambos se realicen alternadamente.</p> <p>El trabajo geométrico luego circula desde el plano vertical [Sem-Ins] hacia el proceso de prueba, con el fin de verificar que la</p>	<p>Diagrama 18</p>

	<p>construcción efectivamente sea simétrica. En caso de que la figura resultante no lo sea, y el estudiante tome consciencia que está errado, puede volver a la visualización y a la construcción.</p>	
--	--	--

**Actividad 9: Cuentan las líneas de simetría en dibujos o fotos de la naturaleza. (Ciencias Naturales)**



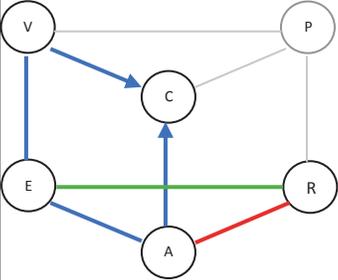
ANÁLISIS DEL ETG:

<b>Descripción Actividad</b>	<b>Entrada al ETG</b>	<b>Diagrama</b>
<p>Identifican las líneas de simetría en formas simétricas de la naturaleza.</p>	<p>El trabajo geométrico circula entre el plano epistemológico y la génesis semiótica.</p> <p>En el plano epistemológico debido a la interacción entre las imágenes o dibujos de elementos de la naturaleza, como artefacto y parte del espacio real y local, y el concepto de simetría, como componente referencial.</p> <p>La génesis semiótica se produce al momento en que el estudiante visualiza las imágenes en busca de las líneas de simetría.</p>	<p>Diagrama 19</p>

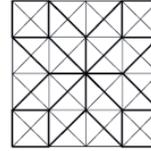
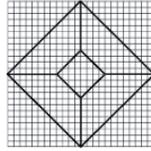
**Actividad 10: Identifican y trazan más de una línea de simetría en formas de la naturaleza como flores y cristales de nieve, entre otros. (Ciencias Naturales)**



ANÁLISIS DEL ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Identifican y trazan las líneas de simetría en formas de la naturaleza.</p>	<p>El trabajo geométrico comienza en el plano epistemológico en conjunto con la génesis semiótica, para luego circular hacia la construcción desde los artefactos y la visualización.</p> <p>En el plano epistemológico se relacionan los componentes debido a la interacción entre las imágenes o dibujos de elementos de la naturaleza, como artefacto y parte del espacio real y local, y el concepto de simetría, como componente referencial.</p> <p>La génesis semiótica se produce al momento en que el estudiante visualiza las imágenes en busca de las líneas de simetría, teniendo que repetir el proceso más de una vez para identificar más de una línea de simetría.</p> <p>Dado que la finalidad de la actividad es únicamente el trazado de la línea de simetría, el trabajo geométrico circula unidireccionalmente desde el artefacto y la visualización, de manera simultánea, hacia la construcción.</p>	 <p>Diagrama 20</p>

**Actividad 11: Elaboran figuras simétricas con más de una línea de simetría (Artes Visuales)**



ANÁLISIS DEL ETG:

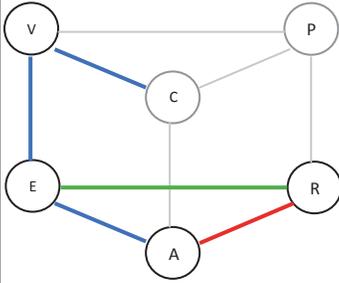
Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Elaboran figuras simétricas con más de una línea de simetría, usando cuadrícula.</p>	<p>En esta actividad el trabajo geométrico circula a partir de la puesta en juego de los conocimientos geométricos teóricos, ya que para construir las figuras simétricas es imprescindible dominar las características y propiedades básicas de esta. Así, el trabajo geométrico circula hacia el plano vertical [Sem-Ins] donde se desarrolla una interacción constante entre las figuras -espacio real y local-, la cuadrícula -artefacto- y los procesos de visualización y construcción.</p>	<p>Diagrama 21</p>

#### 4.2.3 Objetivo de Aprendizaje 18 - Cuarto Básico

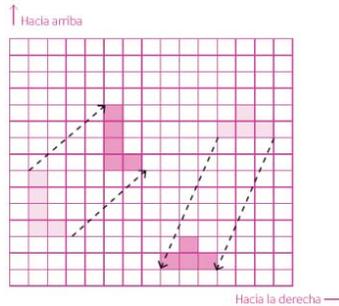
A continuación se desarrollan los análisis de nueve actividades sugeridas en el Programa de estudio correspondiente al OA 18 de cuarto básico, dichas actividades han sido extraídas textualmente del programa.

**Actividad 1: Identifican figuras trasladadas en fotos de pisos con baldosas, etc., las marcan o colorean con diferentes colores. (Artes Visuales)**

#### ANÁLISIS DEL ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Identifican figuras trasladadas en imágenes de baldosas, marcándolas con diferentes colores.</p>	<p>El trabajo geométrico circula entre el plano epistemológico, la génesis semiótica, y la interacción bidireccional entre la visualización y la construcción.</p> <p>En el plano epistemológico se relacionan los componentes debido a la interacción entre las figuras de la baldosa y los lápices, como artefactos y partes del espacio real y local, y el concepto de traslación, como componente referencial.</p> <p>La génesis semiótica se produce al identificar las traslaciones en las baldosas, para posteriormente construirlas, al marcarlas con diferentes colores en la hoja.</p> <p>Debido a que no se utilizan los artefactos como herramientas para la construcción, no existe una génesis instrumental.</p>	 <p>Diagrama 22</p>

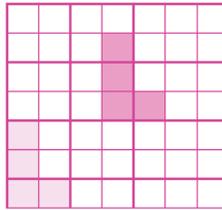
**Actividad 2: Trasladan figuras marcadas en cuadrículas una o más veces, siguiendo un patrón; por ejemplo: 4 hacia la derecha, 3 hacia arriba**



**ANÁLISIS DEL ETG:**

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Trasladan figuras marcadas en cuadrículas, guiándose con los movimientos de la cuadrícula.</p>	<p>El trabajo geométrico circula entre el plano epistemológico, el plano vertical [Sem-Ins] y el plano cognitivo.</p> <p>En el plano epistemológico se relacionan los componentes debido a la interacción entre las figuras y la cuadrícula, como artefactos, siendo la primera, parte del espacio real y local, y el concepto de traslación, como componente referencial.</p> <p>En el plano vertical [Sem-Ins] se relacionan la figura inicial con los cuadrados de la cuadrícula mediante el proceso de visualización para construir la imagen de la primera figura.</p> <p>En el plano cognitivo, los procesos de visualización y construcción se relacionan con la prueba en la verificación permanente de la traslación de cada uno de los cuadrados que componen la figura inicial.</p>	<p>Diagrama 23</p>

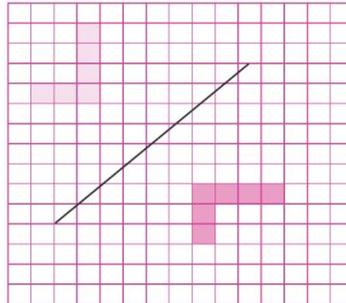
**Actividad 3: Indican el patrón de la traslación a partir de la posición original y la posición final de una figura.**



ANÁLISIS DEL ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Indican el vector de la traslación de una figura a través del movimiento que hace en la cuadrícula en las distintas direcciones y sentidos. (Ej: 2 cuadrados a la derecha y 3 hacia arriba)</p>	<p>El trabajo geométrico circula entre el plano epistemológico y la génesis semiótica, con posibilidad de completar el plano vertical [Sem-Dis].</p> <p>En el plano epistemológico se relacionan los componentes debido a la interacción entre las figuras y la cuadrícula, como artefactos, siendo la primera, parte del espacio real y local, y el concepto de traslación, como componente referencial.</p> <p>La génesis semiótica se produce al momento en que el estudiante visualiza el movimiento, o trayectoria, que realizó la pre-imagen para llegar a la imagen.</p> <p>En el caso de que las indicaciones dadas por el estudiante sean a partir de la cuadrícula, se completa el plano [Sem-Dis] incorporando el proceso de prueba constante a la tarea.</p>	<p>Diagrama 24</p>

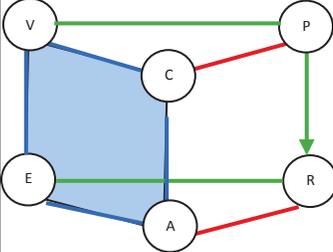
**Actividad 4:** Traspasan estas figuras a su cuaderno o a una hoja cuadrículada, reflejan una figura 2D con un eje dado y reconocen las propiedades, como la distancia de la figura y la imagen con respecto al eje, entre la figura original y la figura final.



ANÁLISIS DEL ETG:

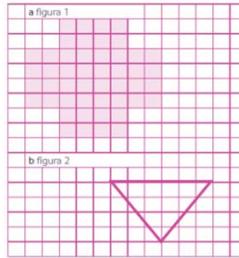
La actividad puede ser realizada considerando o no el ejemplo, el cual no presenta una simetría pues el eje está desviado.

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Traspasan figuras dadas a una hoja cuadrículada, reflejándola según un eje, y reconociendo las propiedades de la simetría en ella.</p>	<p><u>Opción 1:</u> Se realiza la actividad usando el ejemplo como una de las figuras a utilizar.</p> <p>El trabajo geométrico circula entre el uso de artefactos –cuadrícula, figura inicial, eje de simetría y lápices- de los cuales las figuras, poligonales según el ejemplo, pertenecen al espacio real y local del estudiante, por lo que la actividad se mueve entre ambos elementos del plano epistemológico.</p> <p>Debido a la utilización de un ejemplo que no representa una reflexión, la manipulación del artefacto produce un obstáculo que impide la circulación del trabajo geométrico hacia el referencial, impidiendo una génesis discursiva pues no es posible identificar las</p>	<p>Diagrama 25-1</p>

	<p>características de la simetría al presentar un eje de simetría que no corresponde (está corrido).</p> <p>Así mismo, existe una imposibilidad de que se circule hacia los procesos cognitivos de visualización o construcción, dado a que las figuras no son simétricas, por lo que se produce un obstáculo hacia la génesis semiótica o instrumental.</p>	
	<p><u>Opción 2:</u> Se realiza la actividad sin utilizar el ejemplo como una de las figuras a traspasar.</p> <p>El trabajo geométrico circula entre el plano epistemológico, el plano cognitivo y el plano vertical [Sem-Ins], con una circulación hacia el referencial desde la prueba.</p> <p>En el plano epistemológico se relacionan los artefactos –cuadrícula, figura inicial, eje de simetría y lápices- de los cuales las figuras, pertenecen al espacio real y local del estudiante y el referencial que corresponde a la simetría.</p> <p>El plano vertical [Sem-Ins] se encuentra movilizado debido a que para realizar la reflexión de la figura, es necesaria la relación constante de los procesos de visualización y construcción.</p> <p>El trabajo geométrico también circula en el plano cognitivo, pues los procesos antes</p>	 <p>Diagrama 25-2</p>

	<p>mencionados se realizan de manera intercalada con la prueba, pues está presente el uso de la cuadrícula como artefacto.</p> <p>Finalmente, desde el proceso de prueba, el trabajo circula nuevamente hacia el referencial al reconocer las propiedades de la simetría a partir del artefacto.</p>	
--	--	--

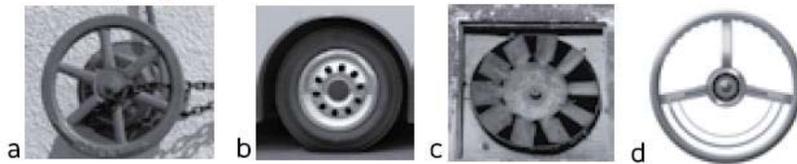
**Actividad 5: Resuelven los siguientes problemas geométricos: trazan ejes de simetría en figuras simétricas.**



ANÁLISIS DEL ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Trazan ejes de simetría en figuras simétricas, sobre una cuadrícula.</p>	<p>El trabajo geométrico comienza en el plano epistemológico, a través de la interrelación entre las figuras y la cuadrícula como artefactos, siendo las primeras partes del espacio real y local del estudiante, a su vez debe existir un dominio previo de las características y propiedades de la simetría, que corresponden al componente referencial.</p> <p>La finalidad de la actividad es la construcción del trazado de la línea de simetría, proceso que se persigue tanto desde el uso del artefacto, como desde la visualización de la línea de simetría en las figuras extraídas del espacio real y local.</p> <p>Dado que las figuras se presentan en una cuadrícula se abre la posibilidad de que el estudiante desarrolle una verificación de la simetría realizada a través de la asociación entre los cuadrados de la cuadrícula.</p>	<p>Diagrama 26</p>

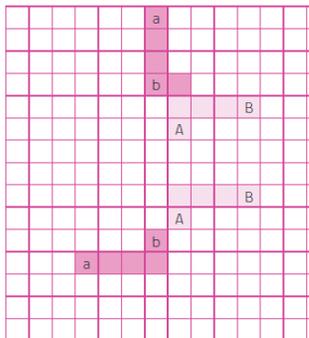
**Actividad 6: Indican y explican el centro de rotación en:**



ANÁLISIS DEL ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Indican y explican el centro de rotación en imágenes del entorno.</p>	<p>El trabajo geométrico circula entre el plano epistemológico y la génesis semiótica, con una circulación hacia el proceso de prueba.</p> <p>En el plano epistemológico se relacionan los componentes debido a la interacción entre las imágenes dadas, como artefactos, siendo parte del espacio real y local, y el concepto de rotación, como componente referencial.</p> <p>La génesis semiótica se produce al momento en que el estudiante visualiza el movimiento de la pre-imagen y la imagen en torno al centro de rotación, lo que lo llevará hacia la prueba, al indicar, por ejemplo, cómo se movió un aspa del ventilador. Esto lo debe explicar utilizando elementos del referencial.</p> <p>Cabe mencionar que el planteamiento de la actividad es ambiguo, y no presenta un procedimiento claro.</p>	<p>Diagrama 27</p>

**Actividad 7: Rotan figuras recortadas en cartulina con la forma del ejemplo. Repiten la acción con formas similares y trazan la figura inicial y la figura final rotada en papel cuadriculado.**



**Observaciones al docente:**

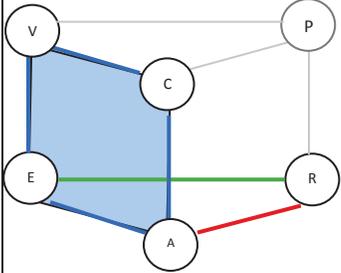
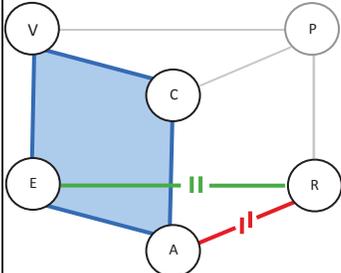
Se sugiere realizar la siguiente actividad:

Rotan figuras en  $90^\circ$  con un centro de rotación que pertenece a la misma figura. La cuadrícula en mayúsculas la rotan a cuadrículas en minúsculas  $A \rightarrow a$ ;  $B \rightarrow b$ , para ello se recorta la figura en cartulina y se fija con el dedo la figura en un vértice. Los alumnos repiten la acción con otras formas similares.]

**ANÁLISIS DEL ETG:**

La actividad puede ser realizada considerando, o no, la observación al docente y/o el ejemplo, por lo que existen cuatro posibles diagramaciones.

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Rotan figuras recortadas en cartulina, trazando la figura inicial y la figura final en papel cuadriculado.</p>	<p><u>Opción 1:</u> Se realiza la actividad sin considerar la orientación, pero considerando el ejemplo.</p> <p>El trabajo geométrico se reduce a la relación del artefacto -cuadrícula, figura, cartulina- con el espacio real y local -figuras poligonales, según el ejemplo-.</p> <p>Además, existe la posibilidad de completar el plano [Sem-Ins] si es que los estudiantes se percatan del error que presenta el ejemplo -no correspondencia de los puntos <math>A \rightarrow a</math> y <math>B \rightarrow b</math>, al realizar la rotación- y además realizan la correcta rotación de otras figuras.</p> <p>Debido al error en el ejemplo, la interacción</p>	<p>Diagrama 28-1</p>

<p>en el plano epistemológico se ve bloqueada hacia el referencial, pues no permite que se establezcan conceptos básicos de la rotación, a partir del artefacto, como es la correspondencia entre los puntos de pre-imagen y su imagen.</p>	
<p><u>Opción 2:</u> Se realizan la actividad sin considerar la orientación, ni el ejemplo.</p> <p>El trabajo geométrico circula entre el plano epistemológico y el plano vertical [Sem-Ins].</p> <p>En el plano epistemológico se debe a la relación entre el artefacto -cuadrícula, figura, cartulina- con el espacio real y local -figuras- y el referencial que corresponde a la rotación.</p> <p>El trabajo circula en el plano vertical debido a que deben realizar la rotación de las figuras de cartulina en la cuadrícula, para esto realizan los procesos de visualización y construcción de manera complementaria.</p>	 <p>Diagrama 28-2</p>
<p><u>Opción 3:</u> Se realizan la actividad considerando la orientación y el ejemplo.</p> <p>El trabajo geométrico circula en el plano vertical [Sem-Ins] debido a la relación constante entre artefacto -cuadrícula, figura, cartulina- con el espacio real y local -figuras poligonales, según el ejemplo- y los procesos de visualización y construcción, manteniendo el centro de rotación en uno de los vértices de</p>	 <p>Diagrama 28-3</p>

la figura, según lo estipulado en la orientación al docente.

Debido al error en el ejemplo, la interacción en el plano epistemológico se ve bloqueada hacia el referencial, pues no permite que se establezcan conceptos básicos de la rotación, a partir del artefacto, como es la correspondencia entre los puntos de pre-imagen y su imagen.

Opción 4: Se realiza la actividad considerando la orientación, pero no el ejemplo.

El trabajo geométrico circula entre el plano epistemológico y el plano vertical [Sem-Ins], con posibilidad de completar el plano cognitivo.

Dentro del plano epistemológico, la circulación se debe a la relación entre el artefacto -cuadrícula, figura, cartulina- con el espacio real y local -figuras- y el referencial que corresponde a la rotación.

El trabajo circula en el plano vertical debido a que deben realizar la rotación de las figuras de cartulina en la cuadrícula, para esto realizan los procesos de visualización y construcción de manera complementaria, tal como lo indica la orientación.

Debido a que la rotación se realiza en una cuadrícula, es posible que el estudiante

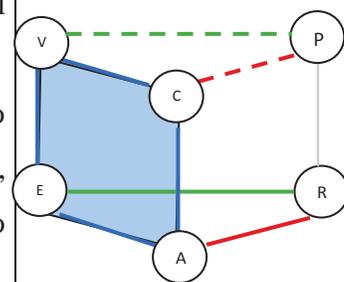
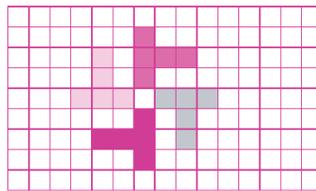


Diagrama 28-4

	desarrolle el proceso de prueba al ir comprobando la rotación, usando los cuadrados de esta, como referencia.	
--	---	--

**Actividad 8: Repiten rotaciones sucesivas de una figura igual al ejemplo en su cuaderno.**



ANÁLISIS DEL ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Repiten rotaciones sucesivas de una figura en una cuadrícula.</p>	<p>El trabajo geométrico se moviliza en el plano epistemológico y el plano vertical [Sem-Ins]. Los componentes que interactúan son: la cuadrícula y la figura dada que corresponden a los artefactos, siendo la figura también parte del espacio real y local del estudiante. Por otro lado, el referencial corresponde a los elementos teóricos que se utilizan para cumplir con la tarea: propiedades de la rotación. Dentro de los procesos que interactúan están la visualización y construcción de las imágenes, pues es necesario que ambos procesos se realicen alternadamente para la elaboración de las rotaciones sucesivas en el cuaderno.</p>	<p>Diagrama 29</p>

**Actividad 9: Aplican las propiedades de traslación, reflexión y rotación, coloreando mandalas y/o dibujando figuras simétricas en su cuaderno o en papel cuadriculado o contando las cuadrículas. (Artes Visuales)**



ANÁLISIS DEL ETG:

Descripción Actividad	Entrada al ETG	Diagrama
<p>Aplican las propiedades de traslación, reflexión y rotación, coloreando mandalas (opción 1) y/o dibujando figuras simétricas en su cuaderno (opción 2) o en papel cuadriculado o contando las cuadrículas.</p>	<p><u>Opción 1:</u> Colorear mandalas aplicando propiedades de las TISO.</p> <p>El trabajo geométrico se moviliza en el plano epistemológico y el plano vertical [Sem-Ins].</p> <p>Los componentes que interactúan son: la cuadrícula, los mandalas y los lápices que corresponden a los artefactos, las figuras que se encuentran en el mandalas, reflejadas, trasladadas o rotadas, son parte del espacio real y local del estudiante. Por otro lado, el referencial corresponde a los elementos teóricos que se utilizan para cumplir con tarea: las TISO. Dentro de los procesos que interactúan están la visualización y construcción de las figuras, pues es necesario que ambos se realicen alternadamente para encontrar las figuras que corresponden a la TISO de una determinada figura inicial y luego ir coloreándolas.</p>	<p>Diagrama 30-1</p>

Opción 2: Dibujar figuras simétricas en el cuaderno.

El trabajo geométrico se moviliza en el plano epistemológico y el plano vertical [Sem-Ins].

Los componentes que interactúan son: la cuadrícula y los lápices que corresponden a los artefactos, las figuras que se elaborarán son parte del espacio real y local del estudiante. Por otro lado, el referencial corresponde a los elementos teóricos que se utilizan para cumplir con la tarea: propiedades de la simetría. Dentro de los procesos que interactúan están la visualización y construcción de las figuras, pues es necesario que ambos se realicen alternadamente para la elaboración de la simetría en el cuaderno.

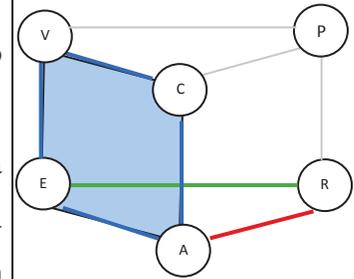


Diagrama 30-2

\* En este caso solo se consideran las opciones: 1) colorear mandalas y 2) dibujar figuras simétricas en el cuaderno. No se consideran la opción de realizar ambas tareas en conjunto pues no tiene ningún sentido geométrico.

### 4.3 Categorización de los ETG encontrados

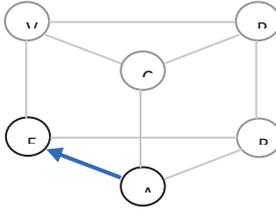
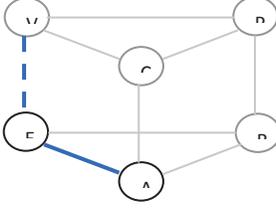
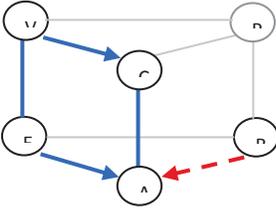
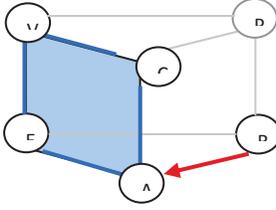
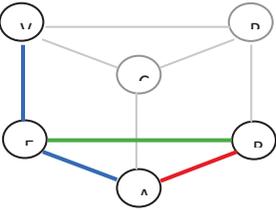
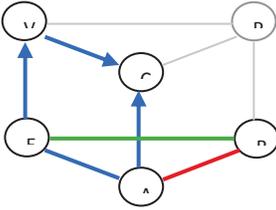
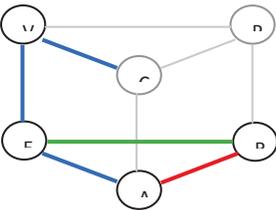
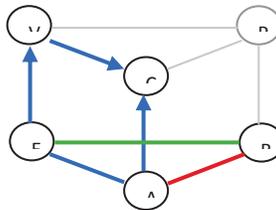
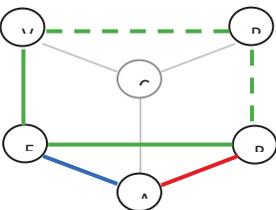
Del análisis del ETG de cada actividad, surgen 41 diagramas de entrada al trabajo geométrico. Para organizarlos se utilizaron dos categorizaciones; según su relación vertical o según su relación horizontal.

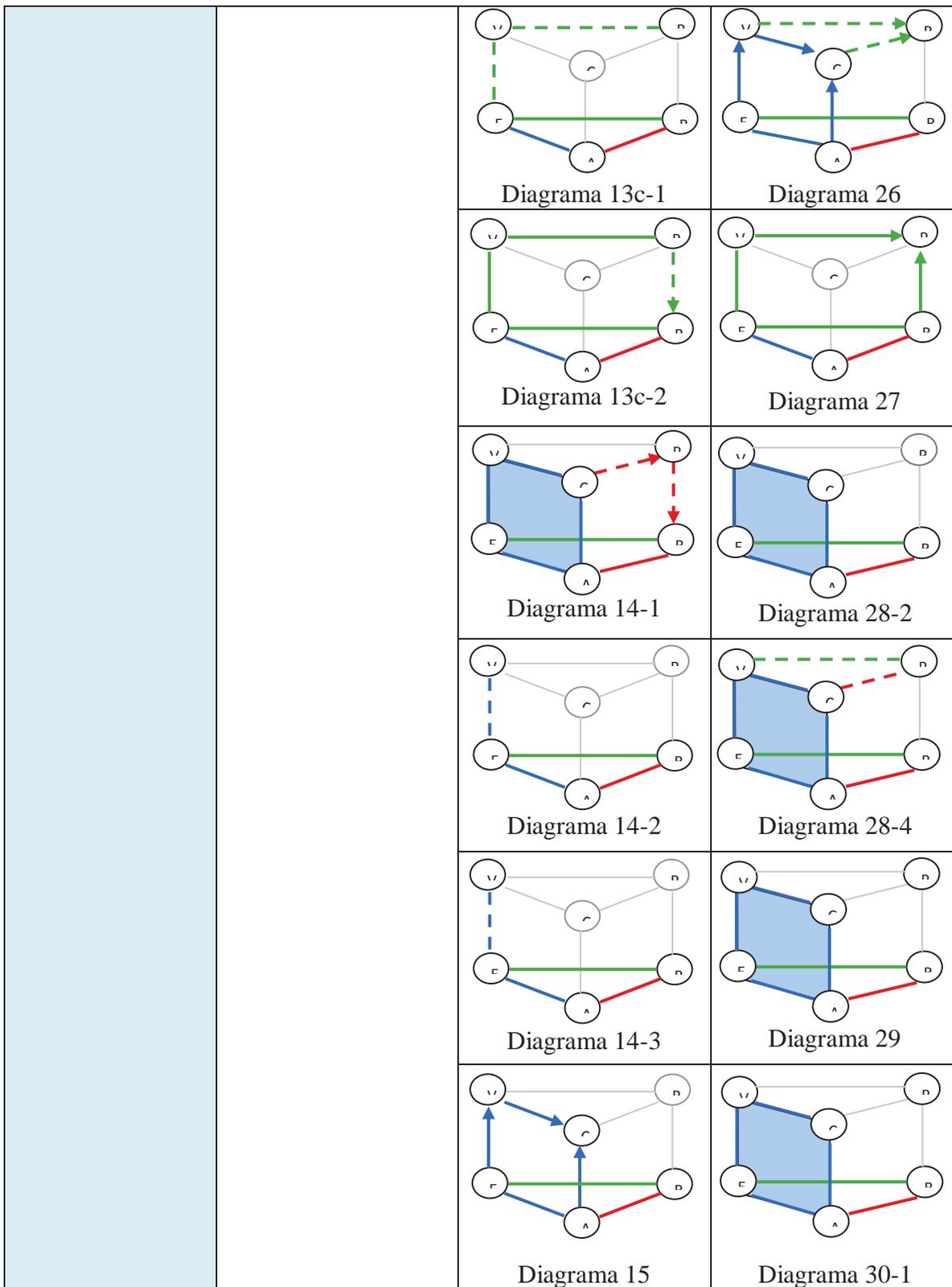
#### 4.3.1 Categorización según relación horizontal

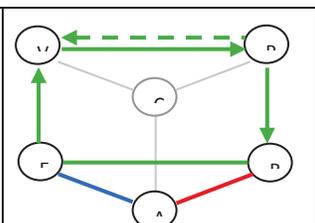
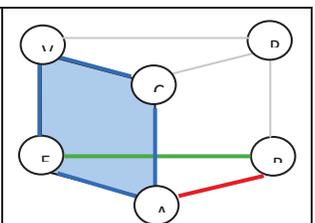
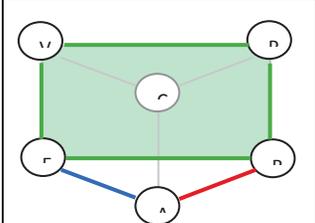
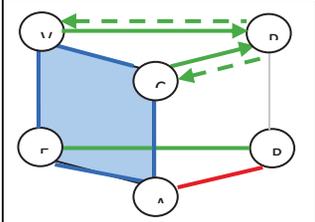
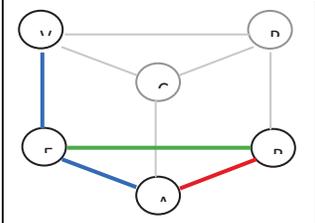
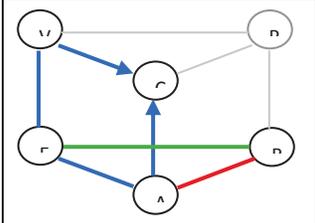
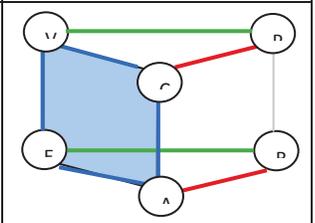
Dentro de la primera, se encontraron diagramaciones con: a) presencia de obstáculos dentro de alguno de los planos horizontales, b) sin relaciones que completen un plano horizontal, c) que circulan en un plano horizontal y d) que circulen en ambos planos. Esto se muestra a continuación.

	OA 17 – 3° básico	OA 17 – 4° básico	OA 18 – 4° básico
<b>Presenta un obstáculo en los planos horizontales</b>			<p>Diagrama 25-1</p>
			<p>Diagrama 28-1</p>
			<p>Diagrama 28-3</p>

<p><b>No presenta ningún plano horizontal completo</b></p>	<p>Diagrama 1</p>	<p>Diagrama 13a</p>
	<p>Diagrama 2</p>	<p>Diagrama 13b</p>
	<p>Diagrama 3</p>	<p>Diagrama 21</p>
	<p>Diagrama 4a</p>	
	<p>Diagrama 4b</p>	
	<p>Diagrama 5</p>	

	 <p>Diagrama 6</p>		
	 <p>Diagrama 8</p>		
	 <p>Diagrama 9</p>		
	 <p>Diagrama 10</p>		
<p><b>Presenta uno de los planos horizontales completo</b></p>	 <p>Diagrama 7</p>	 <p>Diagrama 11</p>	 <p>Diagrama 22</p>
		 <p>Diagrama 12</p>	 <p>Diagrama 24</p>



	 <p>Diagrama 16</p>	 <p>Diagrama 30-2</p>
	 <p>Diagrama 17</p>	
	 <p>Diagrama 18</p>	
	 <p>Diagrama 19</p>	
	 <p>Diagrama 20</p>	
<p><b>Presenta los dos planos horizontales completo</b></p>		 <p>Diagrama 23</p>

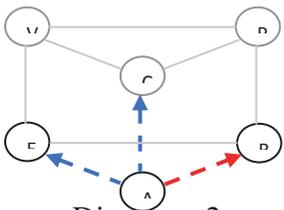
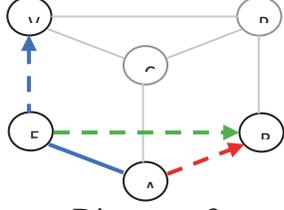
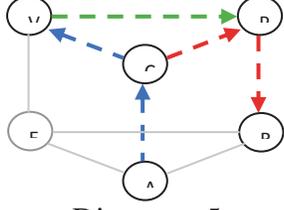
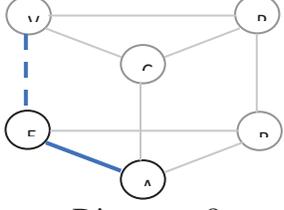
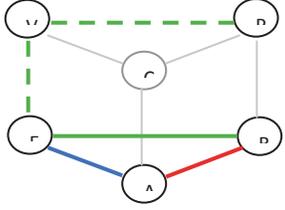
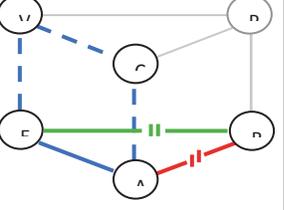
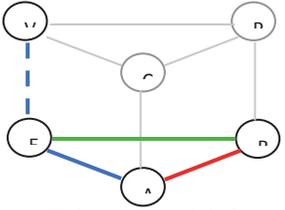
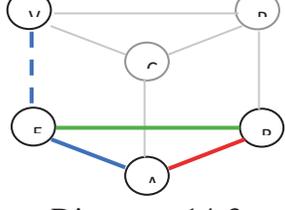
			<p>Diagrama 25-2</p>
--	--	--	----------------------

### 4.3.2 Categorización según relación vertical

Dentro de la segunda clasificación, se encontraron diagramaciones con: a) presencia de obstáculos en al menos una génesis, b) sin génesis, c) con posible relación unidireccional entre los planos horizontales, d) con posibilidad de génesis, e) con relación unidireccional entre ambos planos horizontales, f) con al menos una génesis y g) que circulen en un plano vertical. Esto se muestra a continuación.

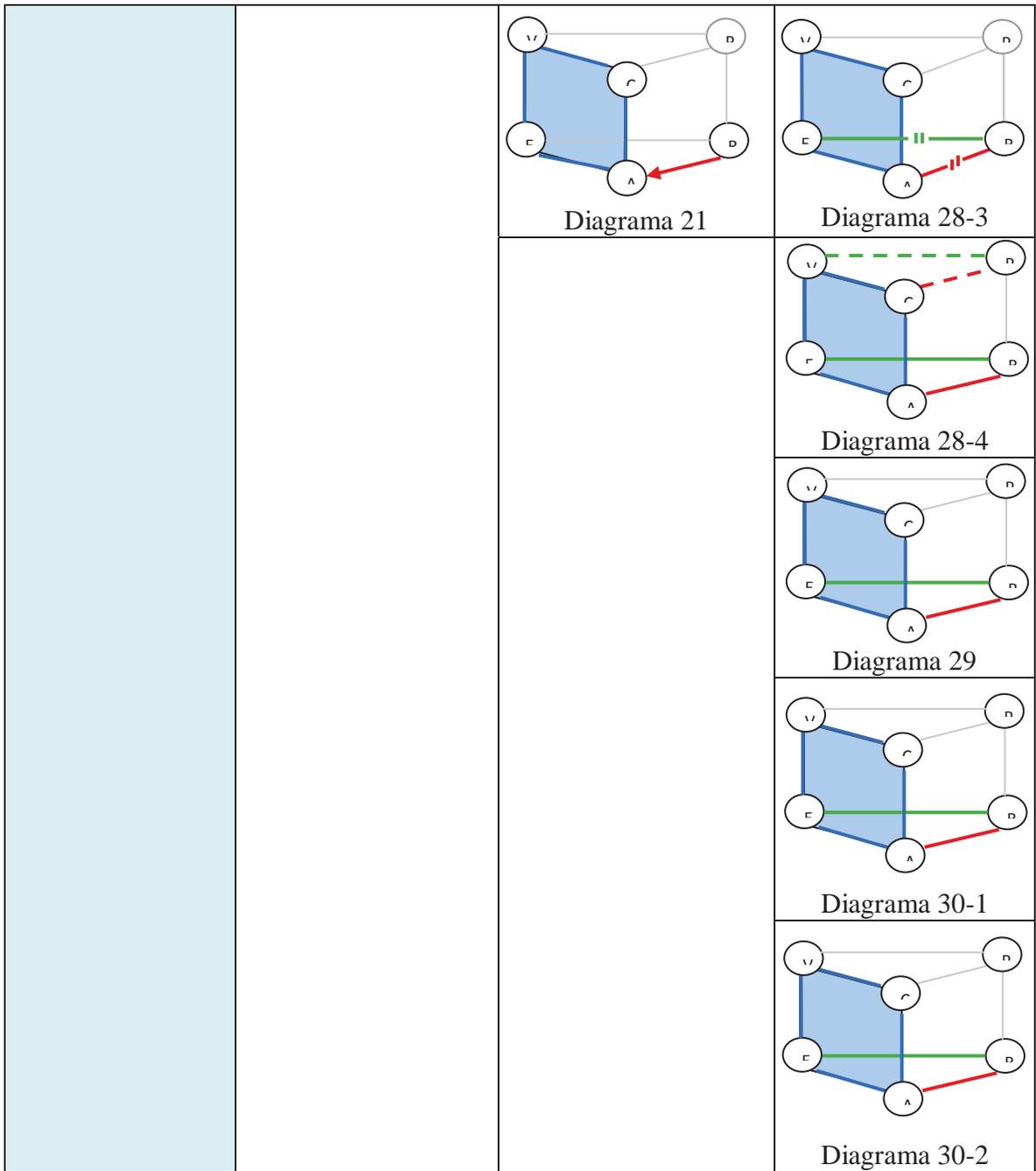
Opción 2: Según relación vertical (entre planos horizontales).

	OA 17 – 3° básico	OA 17 – 4° básico	OA 18 – 4° básico
<b>Presenta un obstáculo entre los planos horizontales</b>			<p>Diagrama 25-31</p>
<b>No presenta relación entre ambos planos horizontales</b>	<p>Diagrama 6</p>		

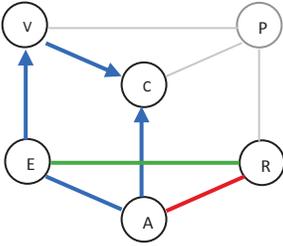
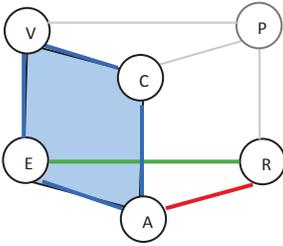
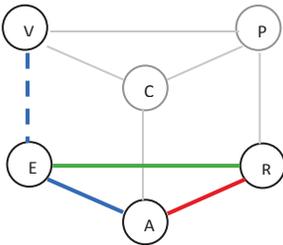
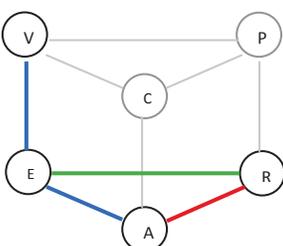
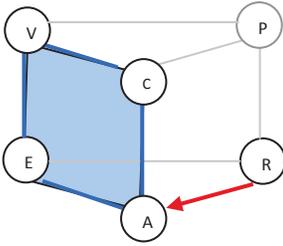
<p><b>Presenta al menos una posible relación unidireccional entre planos horizontales</b></p>	 <p>Diagrama 2</p>		
	 <p>Diagrama 3</p>		
	 <p>Diagrama 5</p>		
<p><b>Presenta al menos una posible génesis</b></p>	 <p>Diagrama 8</p>	 <p>Diagrama 13c-1</p>	 <p>Diagrama 28-1</p>
	 <p>Diagrama 14-2</p>		
	 <p>Diagrama 14-3</p>		

<p><b>Presenta al menos una relación unidireccional entre planos horizontales</b></p>	<p>Diagrama 11</p>	<p>Diagrama 26</p>	
	<p>Diagrama 12</p>		
	<p>Diagrama 13a</p>		
	<p>Diagrama 15</p>		
	<p>Diagrama 16</p>		
	<p><b>Presenta al menos una génesis</b></p>	<p>Diagrama 1</p>	<p>Diagrama 13b</p>

	<p>Diagrama 7</p>	<p>Diagrama 13c-2</p>	<p>Diagrama 24</p>
	<p>Diagrama 9</p>	<p>Diagrama 19</p>	<p>Diagrama 27</p>
		<p>Diagrama 20</p>	
<b>Presenta un plano vertical completo</b>	<p>Diagrama 4a</p>	<p>Diagrama 14-1</p>	<p>Diagrama 23</p>
	<p>Diagrama 4b</p>	<p>Diagrama 17</p>	<p>Diagrama 25-2</p>
	<p>Diagrama 10</p>	<p>Diagrama 18</p>	<p>Diagrama 28-2</p>



Como ya fue mencionado, luego de haber realizado el análisis, se establecieron diagramaciones que representan el ingreso y la circulación del Trabajo Geométrico. Estos son muy diversos, por lo que solo 13 de ellos presentan congruencia con otro esquema, según la siguiente clasificación:

Esquema	Número de esquema
	11, 12 y 15
	28-2, 29, 30-1 y 30-3
	14-2 y 14-3
	7 y 19
	10 y 21

Debido a la heterogeneidad de los diagramas encontrados, la categorización no fue por congruencia de esquemas, sino según el tipo de relación que establecía entre sus partes, surgiendo dos categorías: según la circulación entre los elementos o procesos de sus planos horizontales o según la relación vertical entre planos horizontales.

De la primera opción de categorización surge la siguiente tabla, donde se organizan las diagramaciones, desde la más básica hasta la más completa.

Categorización 1: según la circulación entre los elementos o procesos de sus planos horizontales.

	OA 17 (3ºbásico)		OA 17 (4ºbásico)		OA 18 (4ºbásico)		TOTAL
Presenta obstáculo	0	0,0 %	0	0,0 %	3	7,3 %	7,3 %
No presenta planos	10	24,4 %	3	7,3 %	0	0,0 %	31,7 %
Presenta 1 plano	1	2,4 %	13	31,7 %	9	22,0 %	56,1%
Presenta ambos planos	0	0,0 %	0	0,0 %	2	4,9 %	4,9%
	11	26,8 %	16	39%	14	34,2%	100,0 %

\*Los porcentajes han sido calculados considerando un total de 41 diagramas.

De lo observado en la tabla se extrae que, existen tres diagramas que presentan uno o más obstáculos que imposibilitan el paso de un elemento a otro dentro del plano horizontal, lo que representa el 7,3% de los casos totales, todos correspondientes al OA 18 de cuarto básico. Además, en este mismo OA, se encuentran los únicos dos casos de circulación horizontal en ambos planos, que corresponden al 4,9% del total. Esto implica que dentro de un mismo objetivo se encuentran los dos extremos de los posibles desarrollos del ETG, por un lado la circulación horizontal coartada, que nunca se llevará a cabo, y por otro lado, la circulación completa en ambos planos horizontales -epistemológico y cognitivo-.

Luego, si se estudia la circulación sin considerar los diagramas que presentan obstáculos, la mínima circulación se reduce a la manipulación de un artefacto que se

relaciona unidireccionalmente hacia el espacio real y local del estudiante (diagrama 6), por lo que escasamente esta se podría considerar como una actividad geométrica.

Por otra parte, al realizar una visión global de cada Objetivo de Aprendizaje, se observa que la mayor cantidad de diagramas del OA 17 de tercero básico -10 de los 11 esquemas-, no presentan una circulación completa en algún plano horizontal. Y en el caso del OA 17 y 18 de cuarto básico, la concentración se encuentra en la circulación dentro del plano horizontal epistemológico, con 13 de 16 y 9 de 14 casos respectivamente. De esto se desprende que en el primer nivel analizado -Tercero Básico-, el Espacio de Trabajo es más reducido que el desarrollado en el siguiente nivel, por lo que se observa una progresión del trabajo del ETG en los planos horizontales. Sin embargo, lo alcanzado por ambos niveles sigue estando por debajo de los estándares esperados por el Ministerio en sus documentos oficiales.

De la segunda opción de categorización surge la siguiente tabla, donde se organizan las diagramaciones, desde la más básica hasta la más completa.

Categorización 2: Según la relación vertical entre planos horizontales.

	OA 17 (3ºbásico)		OA 17 (4ºbásico)		OA 18 (4ºbásico)		TOTAL
Presenta obstáculo	0	0,0 %	0	0,0 %	1	2,4 %	2,4 %
No presenta relación entre planos	1	2,4 %	0	0,0 %	0	0,0 %	2,4 %
Presenta posible relación unidireccional	3	7,3 %	0	0,0 %	0	0,0 %	7,3%
Presenta posible génesis	1	2,4%	3	7,3 %	1	2,4 %	12,1%
Presenta relación unidireccional	0	0,0 %	5	12,2 %	1	2,4 %	14,6%
Presenta al menos 1 génesis	3	7,3 %	4	9,8 %	3	7,3 %	24,4%
Presenta 1 plano	3	7,3 %	4	9,8 %	8	19,6 %	36,7 %
	11	26,7 %	16	39,1 %	14	34,1%	99,9 %

\*Los porcentajes han sido calculados considerando un total de 41 diagramas.

Una conclusión importante, en torno a la segunda categorización, es que las diagramaciones más complejas circulan en un solo plano vertical, existiendo solo un caso -diagrama 4b-, donde desde el plano vertical completo existe una circulación unidireccional hacia la tercera génesis, sin llegar a completar los otros dos planos verticales. En este caso, se alcanza el diagrama más completo, que moviliza de alguna forma todos los elementos y procesos del esquema, aún cuando no se alcanza la movilización completa del prisma formado por la plena circulación del ETG.

Al realizar una mirada global, se encontró que entre los tres OA, los diagramas que presentan una circulación más completa -un plano vertical-, son un total de 15, lo que corresponde al 36,7% del total de esquemas. En contraposición, la circulación más básica corresponde a la obstaculización de la relación vertical entre ambos planos horizontales, pues se impide todo intento de conexión entre estos, como ocurre en el diagrama 25-1 del OA 18 de cuarto básico, equivalente al 2,4%.

Al realizar una mirada más minuciosa del análisis, se encontró que para los casos de “posible relación unidireccional” y “posible génesis” se presentan dos escenarios en el desarrollo de dichas actividades: si el ETG Personal del profesor es sólido, él conducirá la actividad para que se realicen las relaciones antes mencionadas, en caso contrario, las relaciones no se llevarán a cabo, sumándose a la categoría anterior -“no presentan relación entre planos”-. Si ocurre la segunda opción, los casos inciertos -8 diagramas- se incorporarían al diagrama con obstáculos -1 caso- y al diagrama que no presenta relación vertical entre los planos horizontales -también 1 caso-, formando, en total, un 25%.

En resumen, ese 25% de diagramas que no logra circular en un plano vertical, representa la porción de actividades que no logran los Objetivos de Aprendizaje, resultando de ello un estancamiento en el desarrollo del ETG Personal de los estudiantes.

*CAPÍTULO V*

# **CONCLUSIONES**

## 5. CONCLUSIONES

Tras el desarrollo de la presente investigación, constituida por los diversos análisis a los elementos de las Bases Curriculares y los Programas de Estudio en el contenido de TISO, surgen una serie de conclusiones, respecto a: la relación entre OA-habilidades-indicadores, el estudio de las Actividades Sugeridas y sus análisis A Priori y finalmente, la diagramación de la circulación y progresión de los ETG de dichas actividades.

En primera instancia, cabe señalar que pese a que en las Bases Curriculares se declara que la enseñanza debe estar centrada en el desarrollo de habilidades, son estas las que trabajan en función de los Objetivos de Aprendizaje. Dicho de otra forma, los OA se declaran en las Bases Curriculares pero las habilidades no se relacionan con ellos sino hasta en los Programas de Estudio, donde lo hacen de manera exclusiva con las Actividades Sugeridas. Además, esta interacción no siempre es coherente debido a que no se aprecia una relación explícita en la redacción de los elementos de los Programas de Estudio. De las treinta actividades analizadas, el documento declara que:

- 20 se asocian a la habilidad de modelar
- 19 se asocian a la habilidad de argumentar y comunicar
- 6 se asocian a la habilidad de resolver problemas
- 10 se asocian a la habilidad de representar

Estas asociaciones no se realizan de manera explícita en cada actividad aludida pese a su importancia<sup>9</sup>. Debido a esta carencia, es necesaria una mayor profundidad en las orientaciones al docente, para suplir las eventuales debilidades en los Espacio de Trabajo Geométrico Personales de los profesores, y que así el proceso de enseñanza-aprendizaje y el enriquecimiento del ETG Personal del estudiante, no dependa de ello.

---

<sup>9</sup> Un ejemplo de ello es la actividad: *“Realizan reflexiones con respecto a un eje de simetría y aplican las propiedades, contando las cuadrículas”*, donde no se alude ni nombra la habilidad a desarrollar.

Actualmente el desarrollo de la habilidad *resolución de problemas*, queda a juicio del docente, pues no se explicita en todos los Objetivos de Aprendizaje. Situación que es contradictoria con lo que se estipula en las Bases Curriculares de Matemáticas, donde se señala que esta habilidad debe trabajarse transversalmente en todos los OA, pues es la manera en que el profesor evidencia el pensamiento matemático del estudiante:

La resolución de problemas permite, asimismo, que el profesor perciba el tipo de pensamiento matemático de sus alumnos cuando ellos seleccionan diversas estrategias cognitivas y las comunican. De este modo, obtiene evidencia muy relevante para apoyar y ajustar la enseñanza a las necesidades de ellos. (Ministerio de Educación [MINEDUC], 2012, p.87)

Al existir una redacción ambigua en los documentos oficiales, no se permite el desarrollo óptimo de las habilidades, lo que conduce a un desaprovechamiento de las oportunidades existentes. Por tanto, para que el alumno realmente desarrolle una habilidad, es necesario que el planteamiento del objetivo y de cada elemento del Programa, considere la naturaleza de esta<sup>10</sup> y sea coherente con ella, así las actividades posibilitarían una movilización enriquecida del ETG.

Por otra parte, respecto a los Objetivos de Aprendizaje, es posible encontrar en estos, distintas imprecisiones conceptuales. Tal es el caso del término “*figuras 2D*”, que implica una redundancia, ya que una figura por sí misma hace tiene dos dimensiones.

Asimismo, varios de los OA señalan la búsqueda de TISO en el entorno o se refieren al uso del espejo para buscar o corroborar simetrías, lo que no es posible debido a que las TISO están definidas en el plano por lo que no se pueden encontrar en el entorno a menos que se busquen en las vistas de los cuerpos.

---

<sup>10</sup> Por ejemplo, en el OA 17 de Tercero Básico, se establece que la habilidad de modelar se trabaja en las 10 actividades sugeridas, sin embargo debido al nivel de abstracción que dicha habilidad requiere, no es posible desarrollarla en este nivel y contenido, pues para establecer un modelo de las TISO es necesario expresarlas a través de funciones.

También, se observa que el Programa no establece una secuencia específica en la cual se debiese trabajar cada uno de los elementos de este, respecto a la organización global e interna de ellos, por lo que no se puede inferir que las secuencias de Indicadores y de Actividades Sugeridas expuestas para cada OA, sean las que el docente seguirá al momento de organizar su enseñanza.

En consecuencia, observando los Objetivos de Aprendizaje, se puede apreciar que su progresión no es clara, pues carecen de especificaciones que aporten información relevante para el proceso de aprendizaje del contenido. Por una parte, existe una distancia no menor entre el OA 17 de tercero y el OA 18 de cuarto, pasando directamente desde “*identificar en el entorno*” a “*construir*”. Por otra parte, el OA 17 de cuarto no presenta un antecesor que permita una progresión, pese a su complejidad. Además, este Objetivo de Aprendizaje busca reconocer y trazar la línea de simetría, sin especificar dónde se encuentra esta. Debido a esto, surgen dos opciones: que esté dentro de la misma figura o entre dos figuras simétricas. Ya que son tareas que presentan una dificultad distinta, podría trabajarse la primera en el nivel de tercero básico y la otra en cuarto básico.

La misma carencia de especificaciones observada en los OA, se presenta además en los indicadores y actividades sugeridas, por lo que se produce una incertidumbre y ambigüedad sobre los tipos de figuras que deben utilizarse, el nivel o profundidad en que se deben trabajar, el carácter del uso de un software educativo, entre otros.

Debido a dicha ambigüedad en la redacción, es difícil establecer una relación de coherencia y suficiencia entre el OA y las habilidades. Es por esto que cualquier habilidad requerida es factible de desarrollar, dependiendo del Espacio de Trabajo Geométrico Personal del profesor a cargo. También se observa que dada la poca especificidad de los OA, los indicadores de evaluación, que si bien son en su mayoría coherentes y presentan comparativamente más detalles, no son suficientes para la consecución de los objetivos.

Respecto a las conclusiones de la segunda etapa de análisis, al observar las Actividades Sugeridas, lo primero que se percibe es la evidente incongruencia entre el Objetivo de Aprendizaje 17 de tercero básico y sus respectivas actividades, puesto que el primero apunta a identificar las TISO, mientras que las segundas proponen construcciones de las mismas. Es así como se producen dos fenómenos, por un lado, no existen actividades propuestas que se condigan con el OA, por otro lado, pese a que las actividades son pertinentes para el OA 18 de cuarto básico, estas quedan desplazadas para los profesores de este nivel, no siendo clasificadas para el curso que corresponden, imposibilitando el acceso a ellas.

Al realizar el análisis A Priori de las Actividades Sugeridas, se identificó que estas, en su mayoría, están planteadas de manera que el proceso de devolución se ve coartado, puesto que prevalecen las instrucciones guiadas o preguntas cerradas, por lo que no se deja espacio a distintas estrategias de resolución, a pesar de la oportunidad que estos entregan para ampliar el aprendizaje de un concepto y su profundización a través del proceso de construcción.

Añadido a lo antes mencionado, se aprecia que en las actividades que buscan relacionar los contenidos con otras asignaturas, se tiende a perder el foco geométrico, en pos de potenciar la integración curricular. Ciertamente es apropiado y necesario el trabajo integrador en el aula, pero este debe posibilitar el enriquecimiento de cada una de las áreas.

Al mirar con más detalle, se encontraron dos casos de actividades que presentan errores conceptuales en los esquemas de los ejemplos dados, ambas situaciones pertenecen al OA 18 de Cuarto Básico. Esto genera la necesidad de que las instituciones formadoras de profesores preparen profesionales crítico, con las competencias suficientes y necesarias para la lectura e interpretación de los documentos oficiales emanados por las instituciones competentes.

Es posible observar una desigual cantidad de actividades propuestas para cada una de las tres Transformaciones Isométricas. De esta forma, para la construcción del concepto de rotación se entregan 8 actividades, al igual que para el concepto de traslación, mientras que la simetría axial (reflexión) se trabaja en 22 actividades. Con ello queda en evidencia la priorización de la simetría lo que puede deberse a que esta tiene una visualización más intuitiva y está presente de manera más concreta en la vida cotidiana de los alumnos. Sin embargo, es necesario considerar que la cantidad de actividades por cada TISO debiese estar en proporción a la demanda cognitiva exigida a los estudiantes. Es decir, tanto la reflexión, rotación y traslación debiesen desarrollarse de manera graduada según su complejidad, la rotación debiese ser considerada en un mayor porcentaje de actividades, en contraposición a la simetría cuya asimilación es más intuitiva.

A modo general, las Bases Curriculares y Programas de Estudio presentan una disminuida convergencia entre sus elementos y de información relevante y orientadora para la consecución de objetivos y el desarrollo del pensamiento geométrico. Y si bien, dichas carencias pueden ser resueltas por el docente, si este no cuenta con herramientas suficientes para proveerlo en forma óptima, afectará directamente el aprendizaje de los estudiantes.

Respecto a la tercera etapa de análisis, de los estudios del ETG de las Actividades Sugeridas y sus diagramaciones, surgen importantes conclusiones sobre el proceso de enseñanza- aprendizaje de las TISO en los niveles estudiados. Tal como se menciona en el marco teórico, la construcción “completa” de un concepto geométrico para un real aprendizaje, está dada por la circulación del Trabajo Geométrico a través de los tres planos verticales, pues mediante esta se va enriqueciendo el ETG Personal del estudiante.

Finalmente, al categorizar la movilización de los ETG, respondiendo al Objetivo General de la investigación, quedó en evidencia:

- La falta de un eje vertebrador entre las Actividades Sugeridas. Dado a que a pesar de buscar una secuencia que permita que el Trabajo Geométrico sea progresivo y

exista una profundización del estudio del objeto geométrico, fue imposible establecer una articulación entre las actividades antes mencionadas.

- El débil planteamiento de tareas geométricas en las actividades coarta, en diferentes grados, las circulaciones del ETG que se pueden lograr por las mismas.
- Al aumentar la precisión de las instrucciones dadas -en relación a la tarea geométrica-, se contribuye de mejor forma al enriquecimiento del ETG Personal del alumno. Por tanto, es de suma importancia considerar la Teoría de ETG en la enseñanza de la geometría para la construcción del pensamiento matemático.

Con las conclusiones recién mencionadas se da por finalizada esta investigación, pues se respondió en su totalidad, a los objetivos planteados para su desarrollo. Sin embargo, a partir de esta investigación surgen otras motivaciones para futuros estudios, en pos de mejoras específicas en la enseñanza y tratamiento de la Geometría y las Matemáticas en general. Es así como los futuros trabajos cuentan con las siguientes proyecciones:

- Difundir el uso del ETG, como herramienta para el estudio de actividades, recursos y orientaciones para la praxis, contribuyendo a nuevas investigaciones a través de otros trabajos y/o publicaciones. Ya que la teoría no solo debe quedar como un aporte teórico, sino que es posible aplicarla en el momento en que el profesor organiza las actividades considerando todos los elementos y procesos articulados de manera que se propicie una circulación fluida. Todo con el fin de ser un aporte al enriquecimiento del desarrollo del pensamiento del estudiante.
- Reformular los Objetivos de Aprendizaje, considerando las habilidades con la importancia que ellas tienen para el desarrollo del pensamiento matemático. Puesto que a partir de las transformaciones en la redacción de los objetivos de aprendizajes utilizando las habilidades, el ETG se ve directamente enriquecido, lo que sería un

aporte a la disminución de la resistencia a la transición de una Geometría Natural hacia una Geometría Natural Axiomática<sup>11</sup>.

A nivel general se espera que este trabajo de investigación sea un incentivo para el desarrollo de nuevas investigaciones en el área de las matemáticas y su didáctica, ya que las TISO en tercero y cuarto básico son solo uno de los tantos contenidos que se desarrollan a lo largo del currículum escolar de primer ciclo. Como consecuencia queda abierta la posibilidad de seguir indagando en esta área, a la luz de la teoría del Espacio de Trabajo Geométrico y Espacio de Trabajo Matemático de Kuzniak, A. et a.

Por otra parte, es necesario que el currículum sea revisado y evaluado, ya que es el eje principal de los docentes, para la enseñanza de los aprendizajes básicos a los estudiantes. Por ende, se requiere que sea un documento actualizado, coherente y pertinente en cuanto a su fondo y forma. Así también se destaca la relevancia de contar con docentes actualizados, que se perfeccionen continuamente y sean un ente crítico frente a los contenidos y habilidades que los estudiantes requieren para conseguir mejores resultados.

Es por esto que como futuros docentes aspiramos a mejoras importantes en el ámbito educacional, contribuyendo de esta forma, a una sociedad más igualitaria y preparada para enfrentar los desafíos de un mundo globalizado.

---

<sup>11</sup> Por ejemplo el OA 17 de tercero reformulado: “Reconocer en el entorno figuras que están trasladadas, reflejadas y rotadas explicando sus similitudes y diferencias”

A partir de este es posible mejorar las secuencias de aprendizaje (Actividades Sugeridas), considerando las habilidades, indicadores de evaluación y circulación del ETG.

Ejemplo de actividad sugerida para el OA 17 de tercero:

1. Antes de reconocer en el entorno, se les presentan imágenes que presenten figuras reflejadas, trasladadas y rotadas. Se les pide que resuelvan cómo clasificar las imágenes dadas para luego compartir el criterio utilizado. Se establecen las características de las transformaciones aplicadas a dichas figuras. Finalmente, se reconocen las TISO en el entorno (actividad original), comunicando a los compañeros por qué se pueden clasificar como reflexión, rotación o traslación.

# **REFERENCIAS**

## REFERENCIAS

- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (Ed.).** (1995). *Ingeniería Didáctica en educación matemática: Un esquema para la investigación y la innovación y el aprendizaje de las matemáticas.* Recuperado de <http://core.ac.uk/download/pdf/12341268.pdf>
- Barra, M., Henriquez, C., Menares, R., Montoya, E.** (2012). *El Espacio de Trabajo Matemático: Una herramienta de análisis.* Recuperado de <http://54.232.225.165/semanamatematica/pdf/cursillos2012/emontoya.pdf>
- Castela, C., Consigliere, L., Guzman, I., Houdement, C., Kuzniak, A., Rauscher, J.C.** (2006). *Paradigmes géométriques et géométrie enseignée au Chili et en France.* Editorial IREM. Francia.
- Cáceres, P** (2003). *Análisis cualitativo de contenido: Una alternativa metodológica alcanzable.* Recuperado de <http://www.psicoperspectivas.cl/index.php/psicoperspectivas/article/viewFile/3/3>
- Chile, Ministerio de Educación.** (2012). *Bases Curriculares.* Recuperado de [http://www.curriculumenlineamineduc.cl/605/articles-30013\\_recurso\\_008.pdf](http://www.curriculumenlineamineduc.cl/605/articles-30013_recurso_008.pdf)
- Chile, Ministerio de Educación.** (2012). *Matemática: Programa de Estudio Tercer Año Básico.* Recuperado de [http://curriculumenlinea.mineduc.cl/sphider/search.php?query=&t\\_busca=1&results=&search=1&dis=0&category=10](http://curriculumenlinea.mineduc.cl/sphider/search.php?query=&t_busca=1&results=&search=1&dis=0&category=10)

**Chile, Ministerio de Educación.** (2012). *Matemática: Programa de Estudio Cuarto Año Básico.* Recuperado de [http://curriculumenlinea.mineduc.cl/sphider/search.php?query=&t\\_busca=1&results=&search=1&dis=0&category=10](http://curriculumenlinea.mineduc.cl/sphider/search.php?query=&t_busca=1&results=&search=1&dis=0&category=10)

**Chile, Ministerio de Educación** (2013) *Resultado TIMSS 2011.* Recuperado de: [http://www.mineduc.cl/usuarios/acalidad/doc/201301151653440.Informe\\_Resultados\\_TIMSS\\_2011\\_Chile\\_\(10-01-13\).pdf](http://www.mineduc.cl/usuarios/acalidad/doc/201301151653440.Informe_Resultados_TIMSS_2011_Chile_(10-01-13).pdf)

**Kuzniak, A., Nechache A.** (2015). *Using the geometric working spaces to plan a coherent teaching of geometry.* Borrador sin publicar.

**Kuzniak, A., Nechache A.** (2015). *Using the geometric working spaces in order to plan the teaching of geometry.* Rescatado de [http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/~kuzniak/publi/ETM\\_FR/Cerme.pdf](http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/~kuzniak/publi/ETM_FR/Cerme.pdf)

**Kuzniak, A., Richard, P.** (2014) *Espacios de trabajo matemático. Puntos de vista y perspectivas.* Recuperado de [http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/~kuzniak/publi/ETM\\_ES/Relime\\_Intro\\_es.pdf](http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/~kuzniak/publi/ETM_ES/Relime_Intro_es.pdf)

**Ley Chile.** *Establece bases curriculares para la educación básica en asignatura que indica.* Recuperado de <http://www.leychile.cl/Navegar?idNorma=1036799>

# **BIBLIOGRAFÍA**

**Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (Ed.).** (1995). *Ingeniería Didáctica en educación matemática: Un esquema para la investigación y la innovación y el aprendizaje de las matemáticas.* Recuperado de <http://core.ac.uk/download/pdf/12341268.pdf>

**Houdement, C., Kuzniak, A.** (2006) *Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie.* Recuperado el 15 de julio de 2015, de <https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00858709/document>

**Kuzniak, A.** (2011) *L'espace de Travail Mathématique et ses genèses.* Recuperado de <http://turing.scedu.umontreal.ca/annales/documents/volume%2016/Kuzniak.pdf>

# **ANEXOS**

## ANEXO 1

### 1.1. Tabla de progresión Objetivos de Aprendizaje en matemáticas en Educación Básica

1° Básico	2° Básico	3° Básico
<p><b>13</b> Describir la posición de objetos y personas con relación a sí mismos y a otros objetos y personas, usando un lenguaje común (como derecha e izquierda).</p>	<p><b>14</b> Representar y describir la posición de objetos y personas con relación a sí mismos y a otros objetos y personas, incluyendo derecha e izquierda y usando material concreto y dibujos.</p>	<p><b>14</b> Describir la localización de un objeto en un mapa simple o en una cuadrícula.</p>
<p><b>14</b> Identificar en el entorno figuras 3D y figuras 2D y relacionarlas, usando material concreto.</p>	<p><b>15</b> Describir, comparar y construir figuras 2D (triángulos, cuadrados, rectángulos y círculos) con material concreto</p>	<p><b>15</b> Demostrar que comprenden la relación que existe entre figuras 3D y figuras 2D:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› construyendo una figura 3D a partir de una red (plantilla)</li> <li>› desplegando la figura 3D</li> </ul>
<p><b>15</b> Identificar y dibujar líneas rectas y curvas.</p>	<p><b>16</b> Describir, comparar y construir figuras 3D (cubos, paralelepípedos, esferas y conos) con diversos materiales.</p>	<p><b>16</b> Describir cubos, paralelepípedos, esferas, conos, cilindros y pirámides de acuerdo a la forma de sus caras y el número de aristas y vértices.</p>
		<p><b>17</b> Reconocer en el entorno figuras 2D que están trasladadas, reflejadas y rotadas.</p>
		<p><b>18</b> Demostrar que comprenden el concepto de ángulo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› identificando ejemplos de ángulos en el entorno</li> <li>› estimando la medida de ángulos, usando como referente ángulos de 45° y de 90°</li> </ul>

4° Básico	5° Básico	6° Básico
<b>15</b> Describir la localización absoluta de un objeto en un mapa simple con coordenadas informales (por ejemplo: con letras y números) y la localización relativa con relación a otros objetos.	<b>16</b> Identificar y dibujar puntos en el primer cuadrante del plano cartesiano, dadas sus coordenadas en números naturales.	<b>12</b> Construir y comparar triángulos de acuerdo a la medida de sus lados y/o sus ángulos con instrumentos geométricos o software geométrico.
<b>16</b> Determinar las vistas de figuras 3D desde el frente, desde el lado y desde arriba.	<b>17</b> Describir y dar ejemplos de aristas y caras de figuras 3D y lados de figuras 2D: › que son paralelos › que se intersectan › que son perpendiculares	<b>13</b> Demostrar que comprenden el concepto de área de una superficie en cubos y paralelepípedos, calculando el área de sus redes (plantillas) asociadas.
<b>17</b> Demostrar que comprenden una línea de simetría: › identificando figuras simétricas 2D › creando figuras simétricas 2D › dibujando una o más líneas de simetría en figuras 2D › usando software geométrico	<b>18</b> Demostrar que comprenden el concepto de congruencia, usando la traslación, la reflexión y la rotación en cuadrículas y mediante software geométrico.	<b>14</b> Realizar teselados de figuras 2D, usando traslaciones, reflexiones y rotaciones.
<b>18</b> Trasladar, rotar y reflejar figuras 2D.		<b>15</b> Construir ángulos agudos, obtusos, rectos, extendidos y completos con instrumentos geométricos o software geométrico.
<b>19</b> Construir ángulos con el transportador y compararlos.		<b>16</b> Identificar los ángulos que se forman entre dos rectas que se cortan (pares de ángulos opuestos por el vértice y pares de ángulos complementarios).
		<b>17</b> Demostrar de manera concreta, pictórica y simbólica que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es $180^\circ$ y de un cuadrilátero es $360^\circ$ .

## ANEXO 2

Para la realización de los análisis del ETG, fue necesario primero realizar los siguientes análisis de coherencia entre los elementos del currículum:

### 2.1 Análisis de coherencia y suficiencia de los Objetivos de Aprendizaje

#### 2.1.1 Objetivo de Aprendizaje 17 de Tercero Básico

**“Reconocer en el entorno figuras 2D que están trasladadas, reflejadas y rotadas”.**

#### **Elementos del OA:**

- *Reconocer en el entorno:* Se deben activar los conocimientos previos sobre qué figuras (triángulos, cuadrados, rectángulos y círculos) pueden encontrar en los cuerpos del entorno (Vistas de los cuerpos, OA 14 de 1° y OA 15), dado que en el entorno encontramos cuerpos, no figuras. Y el tipo de material que se debe usar es concreto debido a que son vistas de objetos en el entorno.

- *Figuras:* Decir 2D es una reiteración; todas las figuras son 2D planas. El OA no especifica qué tipo de figuras; poligonales, con líneas curvas (no poligonales), etc. entonces se podrían utilizar manchas, dibujos de animales y personas, etc.)

- *Figura trasladada, reflejada y rotada:* El OA no determina el orden en que se deben enseñar las TISO, solo las nombra. Tampoco indica el nivel de profundidad (matemática) con que se debe enseñar.

#### **Habilidades:**

- **Argumentar y comunicar: Describir una situación del entorno con una expresión matemática y con una representación pictórica. (OA g)**

Describir es un nivel de las primeras etapas del desarrollo, tanto de la comunicación como la argumentación, por lo tanto la habilidad está acorde al curso (tercero básico). Por otra parte, el descriptor que indica “expresión matemática” no ha sido especificado, por tanto, no queda claro a qué se refiere y si es suficiente con identificar una figura geométrica. Y para finalizar, la representación pictórica es adecuada al nivel de dominio del contenido de TISO.

- **Representar: Transferir una situación de un nivel de representación a otro. (OA n)**

Es necesario especificar que el cambio de representación debe ser de concreto a pictórico, y viceversa, porque el estudiante no tiene el conocimiento matemático necesario para realizar el cambio a simbólico.

- **Modelar: Aplicar un modelo que involucra la ubicación en el plano. (OA i)**

(Relacionado con ubicación espacial de Historia) Ubicar y mover figuras en un papel cuadriculado (sin coordenadas) describiendo cuánto se mueve y en qué dirección.

### **Análisis comparativo**

Dado que no se especifican diversos elementos del OA (habilidades, materiales, etc.) se dificulta el desarrollo de las habilidades. Así también las habilidades carecen de especificaciones tal es el caso de la forma y profundidad en que deben ser desarrolladas, por lo que pueden resultar más complejas que lo que solicita el OA. Tal es el caso de la habilidad modelar que puede implicar más dificultades que el reconocer del OA.

Como consecuencia, si bien las habilidades son coherentes entre ellas y con el OA, dada la falta de información pueden no ser suficientes para conseguir el Objetivo. Además, las habilidades carecen de un contexto que permita la implicación de los alumnos, tal es el caso de la resolución de problemas, habilidad esencial para el desarrollo del pensamiento matemático.

## 2.1.2 Objetivo de Aprendizaje 17 de Cuarto Básico

**“Demostrar que comprende una línea de simetría:**

- 1> identificando figuras simétricas 2D**
- 2> creando figuras simétricas 2D**
- 3> dibujando una o más líneas de simetría en figuras 2D**
- 4> usando software geométrico”**

### **Elementos del OA:**

- En el presente, el objeto geométrico es la línea de simetría en figuras.
- No se especifican el orden en que los descriptores del OA se deben trabajar, asimismo no se especifica el tipo de figura con el que se debe trabajar (poligonales o no).
- Referirse a “figuras 2D” es reiterativo pues todas las figuras son 2D.

Respecto a los descriptores del OA

**1> Identificando figuras simétricas 2D:** No se especifica si la simetría es en torno a la misma figura, o entre dos figuras.

**2> Creando figuras simétricas 2D:** No especifica cómo se crea la figura simétrica. Por lo que puede ser de una infinidad de formas: usando una cuadrícula, doblando un papel y recortándolo, usando témpera y doblando la hoja, etc.

**3> Dibujando una o más líneas de simetría en figuras 2D:** es apropiado.

**4> Usando software geométrico:** el descriptor no señala su contribución al conocimiento del objeto geométrico. No señala tampoco cómo se empleará, ya sea practicando, corroborando, indagando, descubriendo, etc.

## **Habilidades:**

- **Argumentar y comunicar:**

- **Descubrir regularidades matemáticas y comunicarlas a otros. (OA e)**

- **Comprobar una solución y fundamentar su razonamiento. (OA g)**

“Descubrir” no es parte de la habilidad de argumentar y comunicar, sino es parte del proceso para desarrollar dicha habilidad. Respecto a la “regularidad matemática” mencionada, esta está más relacionada a la habilidad de Modelar, siendo utilizada aquí para indicar qué es lo que se comunicará a los otros: “comentar a otros los hallazgos/ejes de simetría encontrados y cómo”.

El segundo descriptor es apropiado debido a que se enfoca en el proceso de razonamiento, no solo en la respuesta. Verbalizar sus intuiciones

- **Modelar: Identificar regularidades en expresiones numéricas y geométricas.**

(OA k)

Por una parte “Expresiones numéricas” no corresponde a este eje. Por otra la habilidad puede ser aplicada, pero no se señala cómo ejecutarla y/o trabajarla.

- **Resolver Problemas: Transferir los procedimientos utilizados en situaciones ya resueltas a problemas similares. (OA c)**

Es una habilidad transversal que puede ser trabajada en cualquier OA, por lo tanto es apropiada.

## **Análisis Comparativo**

En general las habilidades responden al Objetivo de Aprendizaje, no obstante, el descriptor de la habilidad (OA e): “*descubrir regularidades matemáticas y comunicarlas a otros*”, no presenta relación con este, a diferencia de los demás que si son coherentes con el OA. Además, igual que en el caso anterior la falta de información y/o especificación, tanto en el OA como en las habilidades, generan dificultades en la consecución de los objetivos.

Por otra parte, la habilidad de resolución de problemas debiera estar explícita en la redacción del OA, pues es parte fundamental para el uso del contexto como medio para el aprendizaje.

### **2.1.3 Objetivo de Aprendizaje 18 de Cuarto Básico**

#### **“Trasladar, rotar y reflejar figuras 2D”**

##### **Elementos del OA:**

- El OA no especifica cuál es el orden en que deben trabajar las TISO, tampoco su nivel o profundidad.
- No se especifica en el OA la habilidad a desarrollar.
- Por otra parte, el decir que es figura 2D es reiterativo, ya que toda figura es 2D.
- No se especifica el tipo de figura que se debe trabajar, incluyendo: forma, materiales, procedimientos, etc.
- A diferencia de objetivo anterior, en este no existe ninguna especificación o descriptor del OA.
- Falta detallar la acción que se debe llevar a cabo para el desarrollo de las habilidades, e incluso se deja ver que no existe un fin, y a partir de ello solo se deduce la práctica sin un objetivo que pretenda el desarrollo del pensamiento geométrico.

##### **Habilidades**

- **Modelar: Identificar regularidades en expresiones numéricas y geométricas (OA k).**

Expresiones numéricas no responde al eje de geometría, sino a de medición, además no se especifica cómo aplicarlo. Así también, no se señala cuáles son los materiales que se utilizan para la acción (por ejemplo regla).

- **Argumentar y comunicar: Comprobar una solución y fundamentar su razonamiento (OA g).**

Consideramos que es bastante apropiada.

- **Resolver problemas: Transferir los procedimientos utilizados en situaciones ya resueltas a problemas similares (OA c).**

Tal como se plantea la habilidad, puede llevar a la práctica sin sentido, ya que se deben utilizar los mismos procedimientos a problemas similares.

### **Análisis Comparativo**

Al igual que en los Objetivos anteriores hay información que no se especifica y genera obstáculos para su consecución. Debido a la ambigüedad de la redacción se dificulta la observación de la coherencia y suficiencia entre el OA y las habilidades, por tanto cualquier habilidad de las bases curriculares es posible de desarrollar. No obstante, de todas las habilidades declaradas, la más coherente en este caso, es “resolver problemas”.

### **Conclusiones parciales**

En resumen, tras los análisis tanto de los OA como de las Habilidades, es posible afirmar que ambos carecen de especificaciones, como los tipos de figuras a utilizar, materiales, cómo se crean las figuras o tipo de simetría, entre otros.

Por otra parte, no se señala el orden en que se debe trabajar el contenido, desarrollar las habilidades ni se determina la profundidad o nivel en que se llevan a cabo. Lo que genera que las habilidades, puedan o no, ser suficientes para la consecución de los objetivos.

Además, hay conceptos que requieren de mayor claridad, por ejemplo, el término “expresiones matemáticas o numéricas”, que no se señala como se trabaja y corresponde al eje de números, por lo que pueden resultar más complejos o simples de lo que se requieren. En cuanto a la posibilidad de que los estudiantes trabajen habilidades como la resolución de problemas –la cual es relevante, tanto para su implicancia en las actividades y dada la importancia que le da el mismo programa estudio- estas no se plantea de forma idónea.

## **2.2 Análisis coherencia y suficiencia de Indicadores de Evaluación**

### **2.2.1 Indicadores del OA 17 de 3° Básico**

- 1. Reconocen figuras 2D reflejadas, trasladadas y rotadas en figuras 2D del entorno, letras de imprenta, señales de tránsito, etc.**
- 2. Forman figuras reflejadas y trasladadas en el geoplano, en papel cuadriculado o usando instrumentos geométricos.**
- 3. Forman figuras 2D básicas rotadas, siendo uno de sus vértices el centro de rotación y utilizando plantilla.**
- 4. Dibujan figuras 2D reflejadas, trasladadas y rotadas, usando instrumentos geométricos como la regla y la escuadra.**

#### **Indicador 1:**

A partir de este indicador se “alude” a que se deben trabajar la TISO en figuras conformadas por otras figuras. Además, no se establece qué tipo de ellas se utiliza, sin embargo, se dan ejemplos que ayudan a vislumbrarlo. Por otra parte, se deberían que señalar ejemplos específicos para cada TISO.

#### **Indicadores 2, 3 y 4:**

Estos indicadores exigen aprendizajes mayores que lo que establece este OA, por tanto no corresponde al OA. Ya que implican habilidades como construir (en un nivel básico), lo cual no corresponde a lo exigido en el OA que es “reconocer”.

### **Relación entre indicadores, OA y habilidades**

Como se señalaba, solo el primer indicador coincide con el OA, por lo que los indicadores no son suficientes para conseguir los objetivos. Por otro lado los indicadores no son coherentes con las habilidades, ya que no señalan ninguna de ellas.

#### **2.2.2 Indicadores del OA 17 de 4° Básico**

1. Reconocen simetrías en la naturaleza.
2. Reconocer simetrías en el arte, la arquitectura, etc.
3. Identifican la línea de plegar con la línea de simetría.
4. Confeccionan figuras simétricas mediante plegados.
5. Dibujan figuras simétricas en una tabla de cuadrículas, aplicando un patrón.
6. Descubren, concretamente y/o usando software educativo, que figuras 2D regulares pueden tener más de una línea de simetría.
7. Dibujan figuras 2D con más de una línea de simetría.

- **Indicador 1:**

Se debería especificar que las simetrías se deben reconocer a partir de una imagen y no de la naturaleza del entorno. (Ejemplos: insectos –mariposa-, piedras, flores). Y tampoco se señala cómo se aborda el eje de simetría, ya que puede estar dentro de una figura o fuera de ella conformando dos figuras.

- **Indicador 2:**

Se debería especificar que las simetrías se deben reconocer a partir de una imagen, pues el arte y la arquitectura están formados en su mayoría por cuerpos. (Ejemplos: rostros, edificios, edificaciones romanas). Al igual que en el anterior no se indica si se considerará el eje a partir de una figura simétrica o partir de dos figuras simétricas.

- **Indicador 3:**

Este indicador corresponde a una técnica, que es parte del proceso para cumplir el objetivo pues trabaja con lo concreto desde la intuición. Apunta a trabajar con el eje de simetría dentro de la figura.

- **Indicador 4:**

Apunta a trabajar con el eje de simetría dentro de la figura, gracias a la técnica señalada anteriormente.

- **Indicador 5:**

No está clara la redacción por lo que se puede interpretar de dos formas: 1) una figura incompleta en la cuadrícula de la cual solo se ve una mitad y el estudiante debe completarla o 2) una figura completa que debe ser reflejada de manera sucesiva, completando un patrón.

- **Indicador 6:**

Se consideran los ejes de simetría presente al interior de la figura y se utiliza el conocimiento previo de figuras regulares para establecer una generalidad o regla, es decir, las figuras geométricas regulares tienen más de un eje de simetría.

- **Indicador 7:**

No se especifica si deben dibujar sobre una cuadrícula o no.

### **Relación entre indicadores, OA y habilidades**

Los indicadores buscan responder al OA como se verá a continuación:

- **Indicador 1 y 2:** Responden al descriptor 1 del OA 17: “identificando figuras simétricas 2D”.

- **Indicador 3:** Responde al descriptor 1 del OA 17, siendo parte del proceso para lograrlo. Esto debido a que el asociar la línea de plegado con la línea de simetría puede llevar a establecer la simetría de una determinada figura.

- **Indicador 4 y 5:** Responden al descriptor 2 del OA 17: “Creando figuras simétricas 2D”.

- **Indicador 6:** Responde al descriptor 3: “Dibujando una o más líneas de simetrías...”. Y eventualmente al 4: “Usando software geométrico”. Esto porque para descubrir ejes de simetría en figuras 2D es necesario primero identificar los ejes presentes dentro de la figura. Y respecto al indicador 4, este deja como opción algo que es obligatorio, por lo que al ser opcional deja de ser completamente coherente con el OA.

**Indicador 7:** Responde al descriptor 2 del OA 17 pues el dibujar es parte de crear.

Como consecuencia, los indicadores son coherentes y pertinentes para abarcar el OA 17, pero no son necesariamente suficientes dado que el uso del software geométrico queda a criterio del profesor.

Respecto a las habilidades, los indicadores no responden a estas de manera explícita pues no las consideran en su redacción. A pesar de esto, el profesor puede incluirlas en el proceso. Por ejemplo, el indicador 3 podría incorporar la habilidad de Argumentar y Comunicar, resultando: “Asociar la línea de simetría con la línea de plegar y explicar a otros el por qué”.

### 2.2.3 Indicadores del OA 18 de 4º Básico

1. Reconocen la reflexión por medio de figuras 2D con una línea de simetría.
2. Reconocen la rotación 180° en figuras 2D con dos líneas de simetría.
3. Realizan traslaciones, rotaciones y reflexiones en una tabla de cuadrículas.
4. Usan software educativo.

**Indicador 1:**

Implica solo reconocer la reflexión realizada con un eje de simetría. Como consecuencia se deja a un lado la aplicación que es el centro del OA. Esto es parte del proceso para conseguir dicho objetivo, pero es básico para este nivel, ya que fue trabajado en 3°. Por otra parte, no se señala ningún ejemplo del tipo de figura a trabajar.

**Indicador 2:**

Implica solo reconocer la rotación de  $180^\circ$ , pero no se explica cómo, por lo que es ambigua su aplicación, lo mismo ocurre con la indicación de figuras con dos líneas de simetría, ya que están sujetas a la interpretación del profesor.

**Indicador 3:**

Es el indicador con más coherencia, dado que implica que los alumnos realicen TISO, pero no se especifica más detalles además de la tabla de cuadrículas, por lo que es muy semejante al OA.

**Indicador 4:**

Implica que los alumnos usen software, pero no se especifica cuál, o cómo, o si es con todas las TISO, etc.

**Conclusiones parciales**

Tras la revisión y análisis de los indicadores se puede concluir que esos carecen de claridad y especificación tales como; tipo de figura, la utilización de la cuadrícula, cómo se aborda el eje de simetría, la cantidad de figuras, etc. Asimismo, la mayoría de los indicadores señalan figuras del entorno, que por lo general son en 3D, lo cual no corresponde con simetrías (figuras 2D). Además, el uso de software educativo no es obligatorio por lo que no es coherente con las características de un indicador, así también, no se indica cómo debe ser utilizado o como contribuye al OA. Y cabe destacar que el OA 18 es muy semejante con uno de sus indicadores y dicha situación no es coherente con lo que se requiere.

Por otra parte, se encuentran diversos problemas de redacción que sumado al hecho de que hay indicadores más complejos que el OA, producen confusiones que pueden generar más dificultades al momento de conseguir el objetivo.

Respecto a las habilidades, estas no son consideradas en la redacción de los indicadores, por lo que no hay cohesión y dependerá del profesor incluirlas.

### **Relación entre indicadores, OA y habilidades**

Los indicadores 1 y 2 no son coherentes con el OA, implican una habilidad inferior, trabajada en el OA del nivel anterior (3°) que consiste en “reconocer” TISO. Por otra parte el indicador 3 y 4 son insuficientes para conseguir el OA, ya que solo aluden a trasladar, rotar y reflejar en una cuadrícula, no se señalan técnicas o procesos para llegar a ello.

Respecto a las habilidades, los indicadores no responden ellas de manera explícita pues no las consideran en su redacción. A pesar de esto, el profesor puede incluirlas en el proceso. Por ejemplo, el indicador 4 podría incorporar la habilidad de Resolución de Problemas, resultando: “Resolver problemas de TISO empleando software educativo”.

### **2.3 Progresión de 3° a 4° Básico**

Respecto al OA 17 de 3° y el 18 de 4° estos siguen una línea de progresión, el primero implica “reconocer las TISO” y el segundo “ejecutarlas”. No obstante, entre ambos debieran existir pasos y habilidades explícitas a desarrollar para alcanzar la aplicación de las TISO, existe un vacío respecto a la transición entre ambas habilidades.

Así también, conseguir el OA 18 “Trasladar, rotar y reflejar figuras 2D”, puede resultar bastante complejo y amplio, por lo que debería contar con mayores descriptores que puedan precisar cómo alcanzar cada una de las transformaciones isométricas.

Por otra parte el OA 17 de 4° (“Demostrar que comprenden una línea de simetría”), se encuentra muy aislado, por lo que sería óptimo un antecesor. Como consecuencia debiera tener contenidos tanto en 3° como en 4°, ya que abarca, por una parte menor complejidad y por otra una mayor.

## ANEXO 3

Para la realización de los análisis del ETG, fue necesario primero realizar los siguientes análisis a priori de las actividades sugeridas, además de verificar su relación con los otros elementos del Programa de Estudio:

### 3.1 Análisis de Actividades Sugeridas en el Programa de Estudio

#### 3.1.1 Actividades sugeridas para el Objetivo de Aprendizaje 17 de Tercero Básico

“Reconocer en el entorno figuras 2D que están trasladadas, reflejadas y rotadas”

Indicadores
<ul style="list-style-type: none"><li>• Reconocen figuras 2D reflejadas, trasladadas y rotadas en figuras 2D del entorno, letras de imprenta, señales de tránsito, etc.</li><li>• Forman figuras reflejadas y trasladadas en el geoplano, en papel cuadriculado o usando instrumentos geométricos.</li><li>• Forman figuras 2D básicas rotadas, siendo uno de sus vértices el centro de rotación y utilizando plantilla.</li><li>• Dibujan figuras 2D reflejadas, trasladadas y rotadas, usando instrumentos geométricos como la regla y la escuadra.</li></ul>

Habilidades
<ul style="list-style-type: none"><li>• Argumentar y comunicar: Describir una situación del entorno con una expresión matemática y con una representación pictórica. (OA g)</li><li>• Representar: Transferir una situación de un nivel de representación a otro. (OA n)</li><li>• Modelar: Aplicar un modelo que involucra la ubicación en el plano. (OA i)</li></ul>

**Actividad 1: Reconocen figuras simétricas en el entorno y las describen a su compañero de banco.**

Ejemplos:



Análisis de la relación entre actividad y OA

En la actividad se solicita a los estudiantes que reconozcan figuras que presenten alguna TISO, en el entorno, describiendo aquellas que observan a un compañero, a partir de ello se dan algunos ejemplos, por lo que la actividad es coherente con la del OA. Sin embargo, los ejemplos que se consideran son imágenes, no objetos reales del entorno, es decir, los ejemplos son dibujos que representan objetos del entorno, por lo que sirven para la tarea, pero no son lo estrictamente requerido por el OA.

Por otra parte, la instrucción dice que el estudiante debe reconocer “*figuras simétricas*” (es decir, figuras con al menos un eje de simetría), pero se presta para interpretaciones dado que en los ejemplos se trabajan los tres tipos de TISO (las que incluyen figuras rotadas y trasladadas) las cuales no tienen necesariamente ejes de simetría. Además, no se especifica si la simetría es dentro de la misma figura o entre dos figuras, no obstante se subentiende que se trata de una simetría dentro de la misma figura, debido al ejemplo.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

En esta actividad solo es coherente con el OA en su primer indicador, no obstante solo está referida a la reflexión, por lo que deja fuera rotación y traslación.

### Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad solicita comunicar sus observaciones a un compañero de banco, por lo que la habilidad a desarrollar es solo “Argumentar y comunicar”, la cual es coherente con aquella presentada en el programa de estudios. No obstante, no especifica si debe ser una expresión matemática y pictórica.

### **ANÁLISIS A PRIORI**

Si se implementa la actividad 1 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

#### Posibles respuestas:

Los estudiantes miran su entorno y reconocen:

- Vistas de un cuerpo: Superficie superior de la mesa, puertas, pizarra, marco de las ventanas.
- Imágenes o dibujos: Baldosas del piso, hoja de cuaderno, imágenes previamente preparadas por la profesora; como una mariposa o una flor simétrica.

Luego explican a su compañero de banco, de manera oral, que *“esta figura es simétrica pues tiene un lado igual al otro”*.

#### Posibles errores y devoluciones:

Los estudiantes miran su entorno y establecen relaciones de simetría:

1. En un mismo objeto:
  - a. Simetría en la cara o en el cuerpo de un compañero

Alumno: *“La cara de mi compañero es simétrica porque su lado derecho es igual a su lado izquierdo”*

b. Lápiz

Alumno toma el lápiz mina en posición vertical y dice: “*Si mi lápiz mina lo parto por la mitad (hace el gesto con la mano, mostrando de manera vertical), me quedan 2 partes iguales*”.

c. Mochila

Alumno: “*La parte derecha de mi mochila es igual a la izquierda*”.

2. Entre dos objetos:

a. Zapatos

Alumno: “*Mis dos zapatos están como en un espejo, son simétricos*”.

Devolución: “*Revisemos los ejemplos de simetría que ya hemos estudiado. ¿Qué características tienen en común? (alumno debería establecer que todas son figuras planas), Ahora, este objeto, ¿Qué característica tiene?*” (Esto se debe a que las TISO están definidas en el plano, no en el espacio)

**Actividad 2: Doblan una hoja por la mitad. Dibujan una figura y la recortan sin intervenir la línea del doblar, creando tarjetas de cumpleaños o de adorno.**



Análisis de la relación entre actividad y OA

La Actividad solicita a los estudiantes que doblen una hoja por la mitad y luego dibujen sobre esta, para luego recortarla sin estropear la línea del doblar, con el objetivo de crear tarjetas, por lo que se presenta un foco en el hacer y no en la justificación de por qué

resultan dos partes iguales al doblar y cortar el papel. Debido a que el OA está dirigido a “reconocer” la simetría en figuras, la actividad no es coherente.

Sin embargo, la actividad sugerida posee potencial para que el estudiante comprenda la línea de simetría en figuras, pues a partir del resultado de una figura con dos partes iguales podrían comprender el concepto de simetría, el eje de simetría e identificarlo con la línea de plegado.

#### Análisis de la relación entre actividad e indicadores

Dado que la actividad no es coherente con el OA, no tiene relación directa con ninguno de los indicadores expuestos, y solo responde a la TISO de simetría.

#### Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad no considera ninguna de las habilidades presentadas por el Programa de Estudios.

### **ANÁLISIS A PRIORI**

Si el profesor implementa la actividad 2 tal como se expone, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

#### Posibles respuestas:

Los estudiantes doblan una hoja por la mitad y dibujan una figura. Luego realizaran las posibles figuras: dibujo de mariposa, estrella, nube, manzana, rectángulo, etc. Finalmente, recortan la figura sin intervenir la línea de dobles, al abrirla consiguen tarjetas y/o adornos.

#### Posibles errores y devoluciones:

Uno de los principales errores que puede cometer el alumno, es recortar la línea del doblez, por lo que no conseguirá el objetivo (una tarjeta o adorno). Además, de esta forma no habría relación alguna con las TISO, en este caso simetría por lo que representa la línea de doblez (eje de simetría).

Frente a este error es pertinente que el profesor muestre a sus alumnos un ejemplo de cómo se debe hacer, y cómo evitar recortar el doblez.

**Actividad 3: Experimentan con el espejo, reflejando objetos, letras y personas. Indican sus observaciones; por ejemplo: que el lado derecho y el lado izquierdo están intercambiados.**

#### Análisis de la relación entre actividad y OA

La presente actividad pide a los estudiantes que experimenten con el espejo reflejando distintas cosas, por lo que sí tiene coherencia con el OA, dado que esta lleva a reconocer simetrías en torno al espejo, lo cual pertenece a figuras del entorno, no obstante, alude a objetos y personas, no a figuras 2D como indica el OA.

Por otra parte, se debe considerar que hay diversos tipos de espejos, por lo que algunos pueden alterar la imagen, ya sea tamaño o forma. Además, depende del punto de vista si la imagen reflejada se ve o no completa o totalmente simétrica.

#### Análisis de la relación entre actividad e indicadores

Por una parte el “experimentar” de la actividad tiene coherencia con el “reconocer” del primer indicador. Por otra, el detalle también tiene coherencia, ya que en ambos se menciona el trabajo con letras. En definitiva tiene coherencia en que tratan sobre las TISO, pero no en lo que se aplica, ya que deben ser en figuras y no en cuerpos geométricos.

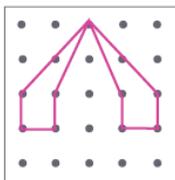
#### Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad pretende el que “experimenten” e indiquen sus observaciones, y esta última tiene relación con la habilidad de “Comunicar”. Por ende se insta un desarrollo de habilidades.

## ANÁLISIS A PRIORI

A esta actividad no le corresponde un análisis a priori pues no es matemáticamente correcta. En ella se está trabajando con cuerpos, objetos con profundidad, y no con figuras que es donde están definidas las TISO. La reflexión en el espejo corresponde a un fenómeno físico que está asociado al comportamiento de los rayos de luz al chocar con una superficie reflectante como el espejo.

**Actividad 4: Forman figuras reflejadas, trasladadas y rotadas en un cuarto, medio o tres cuartos de giro en el Geoplano. Traspasan las figuras creadas al cuaderno, utilizando una matriz de punto 8. Exponen y comentan los resultados a sus compañeros.**



### Análisis de la relación entre actividad y OA

La presente actividad implica “crear figuras” por lo tanto, no tiene relación con el OA, ya que este trabaja el “reconocer”.

### Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad tiene coherencia con el segundo indicador, puesto que este expone formar figuras reflejadas, rotadas y trasladadas en el geoplano y en papel.

### Análisis de la relación entre actividad y habilidades

Esta actividad se relaciona con el desarrollo de dos habilidades:

- Argumentar y comunicar: Cuando los alumnos exponen y comentan los resultados con sus compañeros.
- Representar: Cuando transfieren desde el geoplano a la “matriz de puntos” se produce un cambio en los niveles de representación: de concreto a pictórico.

## ANÁLISIS A PRIORI

Si el profesor implementa la actividad 4 tal como se expone, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

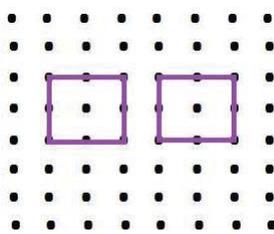
### Posibles respuestas

Los alumnos forman figuras reflejadas, trasladadas y rotadas en el geoplano.

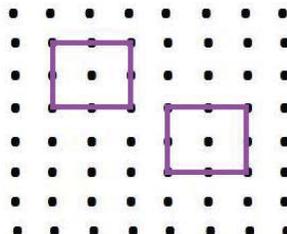
Posibles figuras que los alumnos crearían: estrellas, triángulos, flechas o cualquier polígono.

Posteriormente las traspasan del geoplano a una matriz de puntos en sus cuadernos. Los resultados pueden asemejarse a los expuestos a continuación:

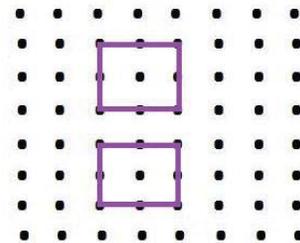
Reflexión



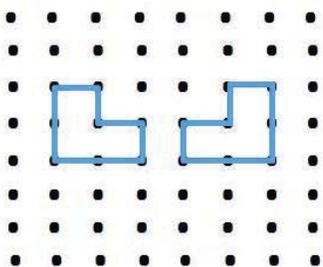
Traslación



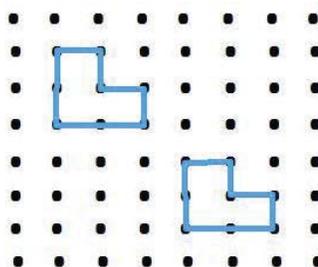
Rotación



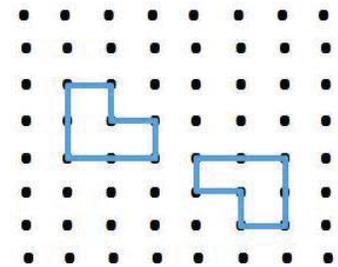
Reflexión

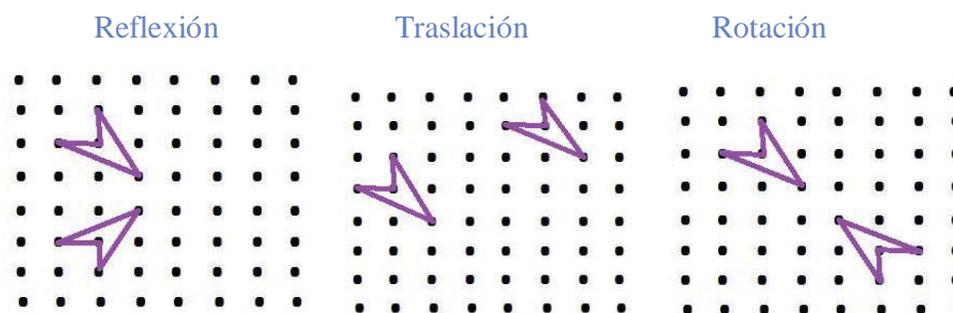


Traslación



Rotación





(Cabe señalar que aquellas figuras que son regulares resultan más complejas de percibir las transformaciones isométricas pues son simétricas en sí mismas).

Para finalizar exponen y comentan sus resultados. Algunos ejemplos de resultados o respuestas de los alumnos serían:

- “El geoplano funciona igual que la matriz”
- “La reflexión a veces es igual que la rotación”
- “Es más fácil hacerlo con figuras con menos lados”
- “La simetría se parece un reflejo del espejo”
- “En la rotación la figura gira”
- “La traslación es como moverse hacia una dirección”

#### Posibles errores y devoluciones

Los alumnos pueden cometer los siguientes errores:

- Confundir traslación con reflexión
- Confundir reflexión con rotación

Frente a estos errores es conveniente que el profesor realice ejemplos de cada una de las transformaciones e invite a los alumnos a tener en consideración el eje de simetría en la reflexión y el eje de rotación en las construcciones. Y que los tracen en los dibujos de la matriz de punto 8 en el cuaderno. Otra ayuda concreta es decirle a los alumnos que hagan la figura en hoja, la recorten y experimenten realizando las distintas transformaciones.

Por otra parte los alumnos pueden tener mayores dificultades y/o errores según la complejidad de las imágenes, dado que realizar transformaciones a partir de un cuadrado es más sencillo que de un triángulo rectángulo. Por lo tanto, es pertinente que en primer lugar trabajen con figuras más simples y posteriormente más difíciles pero de acuerdo al nivel de 3° básico y aptas para el geoplano y la matriz.

**Actividad 5: Doblan un cuadrado y un rectángulo exactamente por la mitad, para descubrir y luego trazar el (los) eje(s) de simetría axial o de espejo.**

Análisis de la relación entre actividad y OA

La actividad solicita a los estudiantes doblar un cuadrado y rectángulos por la mitad y luego trazar el eje de simetría. El cual no es coherente con el OA ya que este dice que se deben “reconocer en el entorno figuras 2D que están trasladadas, reflejadas y rotadas”.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad no tiene coherencia con ninguno de los indicadores, ya que deben doblar un papel y trazar el “eje de simetría axial”.

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

Esta actividad no tiene coherencia con ninguna de las habilidades, ya que alumnos siguen las instrucciones, por ende no trabajan ninguna habilidad propuesta por el Programa de Estudios.

**ANÁLISIS A PRIORI**

Si el profesor implementa la actividad 5 tal como se expone, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

#### Posibles respuestas:

Los estudiantes doblan la figura de tal modo que junten los extremos de la figura y generen un doblez, el cual reconocen como eje de simetría.

#### Posibles errores y devoluciones:

Uno de los posibles errores sería que al realizar el doblez de las figuras, el estudiante no lo realice simétricamente, ya sea en un extremo u otro, para ello el profesor deberá estar atento a cómo el estudiante realiza la actividad y explicar correctamente que lo que buscan es identificar el eje de simetría generando dos regiones iguales a partir de una.

**Actividad 6: Completan figuras de siluetas encontradas en la red y las intercambian entre ellos. Las traspasan a cartulina doble faz, recortan algunas y construyen un móvil con ellas. (Artes Visuales)**

#### Análisis de la relación entre actividad y OA

La presente actividad implica “crear figuras” por lo tanto, no tiene relación con el OA, ya que este trabaja el “reconocer”.

#### Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad no tiene coherencia con ninguno de los indicadores, ya que no se persigue “reconocer” en ninguna TISO.

#### Análisis de la relación entre actividades y habilidades

No es posible encontrar ninguna de las habilidades planteadas, dado que no se “Argumenta y comunica”, ni “Representa”, ni “Modela”. La actividad solo implica completar figuras de siluetas y construir un móvil.

### **ANÁLISIS A PRIORI**

Debido a que la actividad tiene un foco en Artes Visuales y no en geometría, no es posible realizar un análisis a priori a esta pues no contempla ningún concepto matemático o geométrico.

**Actividad 7: Reconocen figuras simétricas en señales de tránsito, banderas, etc. (Historia, Geografía y Ciencias Sociales)**

Análisis de la relación entre actividad y OA

La presente actividad tiene coherencia con el OA, dado que implica “reconocer”, en este caso figuras simétricas que perfectamente se pueden encontrar en el entorno (tal como señala el OA). Se debe trabajar con imágenes de señales de tránsito o banderas.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad tiene coherencia con el primer indicador, puesto que expone reconocer figuras simétricas, en este caso, señales de tránsito además de banderas. Siempre considerando que se debe trabajar con imágenes de señales de tránsito o banderas.

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad conlleva en su redacción solo reconocer figuras, por lo que no es coherente con ninguna de las habilidades propuestas en el Programa de Estudios.

**ANÁLISIS A PRIORI**

Si el profesor implementa la actividad 7 tal como se expone, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

Posibles respuestas:

a. Alumno: *“Estas señales de tránsito son simétricas”*

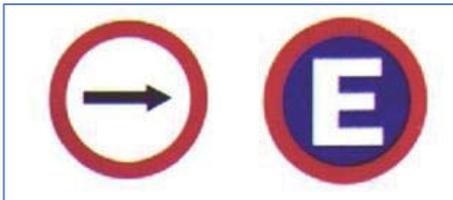
Con simetría vertical:

- Ceda el paso
- Hospital
- Inicio de autopista
- Proximidad de semáforo
- Resalto



Con simetría horizontal:

- Dirección obligada
- Estacionar



b. Alumno: “Estas banderas son simétricas”

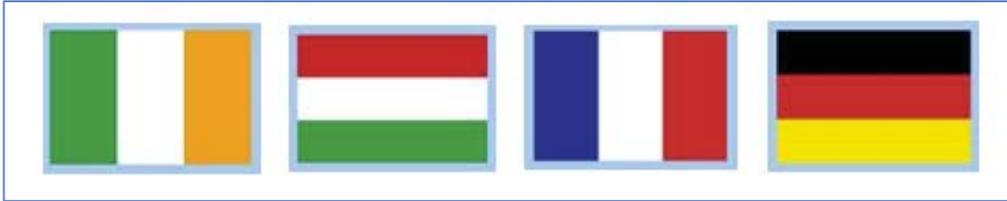
Con simetría vertical:



Con simetría horizontal:



Con ambas simetrías:



Posibles errores y devoluciones:

Alumno reconoce las siguientes señales como simétricas.

- PARE \*
- NO entrar\*
- NO estacionar\*
- Zona escuela\*
- Parada\*

Profesor: “¿Cómo sabes que son simétricas?”

Alumno: “Porque las dos mitades son iguales”

Profesor: “¿Cómo podemos comprobarlo?”

Alumno: “Al doblarla”

Profesor: “¿Así coincide completamente la figura?”

Alumno ejecuta el doble y se percata de que algunas partes no coinciden.

### **Actividad 8: Leen un mensaje con escritura de espejo.**

HƆƆƆDƆB A  
P O N M J K L I  
W V U T Ɔ R Q  
Σ Y X

Análisis de la relación entre actividad y OA

La actividad se desvía del objetivo, ya que el foco está en descifrar y leer el “mensaje”, no en reconocer simetrías o reflexiones que es lo requerido por el OA.



## **ANÁLISIS A PRIORI**

El planteamiento de esta actividad es ambiguo, pues no especifica cómo se construirán las grecas, si los niños construyeran las grecas copiando un patrón a través de simetrías o traslaciones, por lo que no es posible realizar un análisis a priori.

**Actividad 10: Construyen figuras 2D reflejadas y trasladadas, en papel cuadriculado y/o papel de croquis, utilizando instrumentos geométricos y otros, rotadas en un cuarto de giro, medio giro y tres cuartos de giro.**

### Análisis de la relación entre actividad y OA

En esta actividad se propone “construir” por lo que, es mayor el grado de complejidad que el “reconocer” que se exige en el OA, además no se especifican qué figuras realizar por ende quedan al criterio del profesor, no obstante si coincide con el tipo de figura que se propone en el OA, lo cual es coherente con este objetivo.

Por otra parte pese a que la actividad carece de coherencia, esta sí puede llevarse a cabo en forma óptima respondiendo al objetivo de “construir figuras”, pero es necesario precizarla y detallarla (qué instrumentos geométricos se usarán y cuáles serían ejemplos de figuras).

### Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad tiene coherencia con el cuarto indicador, ya que deja la posibilidad que utilizar cualquier instrumento geométrico, y además propone realizar figuras trasladadas, reflejadas y rotadas.

### Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La habilidad que se trabajaría en esta actividad es representar, dado que deben dibujar (no construir porque no se utilizan instrumentos geométricos) figuras en cuadrícula o croquis.

## **ANÁLISIS A PRIORI**

No puede hacer a priori a esta actividad pues los estudiantes están aprendiendo a reconocer las TISO, por lo que no presentan los conocimientos necesarios para construirlas.

### 3.1.2 Actividades sugeridas para el OA 17 de 4° Básico

“Demostrar que comprenden una línea de simetría:

- › identificando figuras simétricas 2D
- › creando figuras simétricas 2D
- › dibujando una o más líneas de simetría en figuras 2D
- › usando software geométrico”

Indicadores
<ul style="list-style-type: none"><li>• Reconocen simetrías en la naturaleza.</li><li>• Reconocer simetrías en el arte, la arquitectura, etc.</li><li>• Identifican la línea de plegar con la línea de simetría.</li><li>• Confeccionan figuras simétricas mediante plegados.</li><li>• Dibujan figuras simétricas en una tabla de cuadrículas, aplicando un patrón.</li><li>• Descubren, concretamente y/o usando software educativo, que figuras 2D regulares pueden tener más de una línea de simetría.</li><li>• Dibujan figuras 2D con más de una línea de simetría.</li></ul>

Habilidades
<ul style="list-style-type: none"><li>• Argumentar y comunicar:<ul style="list-style-type: none"><li>- Descubrir regularidades matemáticas y comunicarlas a otros.(OA e)</li><li>- Comprobar una solución y fundamentar su razonamiento.(OA g)</li></ul></li><li>• Modelar:<ul style="list-style-type: none"><li>- Identificar regularidades en expresiones numéricas y geométricas.(OA k)</li></ul></li><li>• Resolver Problemas:<ul style="list-style-type: none"><li>- Transferir los procedimientos utilizados en situaciones ya resueltas a problemas similares. (OA c)</li></ul></li></ul>

**Actividad 1: Descubren la simetría, buscándola con un espejito. Trazan la línea de simetría en fotos o dibujos de la naturaleza. Por ejemplo: Eligen, de una colección de fotos de paisajes, plantas o animales, aquellas que tienen una línea de simetría. (Ciencias Naturales)**



#### Análisis de la relación entre actividad y OA

La actividad solicita buscar simetría en fotos o dibujos, por lo que respeta el concepto de TISO como objeto definido en el plano, siendo coherente con el OA pues responde al primer descriptor del mismo: “identificando figuras simétricas 2D”. A pesar de eso, uno de los ejemplos entregados -la hoja- no corresponde a una simetría pues, a simple vista, su lado izquierdo es más ancho que el derecho. Además, el encabezado: “Descubren la simetría, buscándola con un espejito” no aporta a la comprensión geométrica de la simetría, pues el trabajo con espejo añade la dimensión de profundidad a la comparación de las partes en juego.

#### Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad es coherente con el primer indicador: “Reconocen simetrías en la naturaleza”, añadiendo a este el trazado de la línea de simetría que reconocieron.

#### Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad no desarrolla ninguna habilidad de las propuestas en el Programa de Estudio.

### **ANÁLISIS A PRIORI**

Si se implementa la actividad 1 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

Posibles respuestas:

Los estudiantes observan fotos y dibujos de insectos, árboles, piedras, aves y frutas. Colocan el espejo perpendicular al papel, en distintas ubicaciones y lugares de la foto (marcando eje vertical, diagonal, horizontal, etc.). Con la ayuda de este descubren que algunas imágenes tienen dos partes iguales y otras no.

Por ejemplo:

*“La mariposa se ve simétrica, en cambio el caracol tiene partes distintas”.*

*“Esta manzana se ve simétrica, en cambio la mitad de la sandía tiene la misma forma pero las pepas están diferentes”.*

Luego de identificarlas, dibujan la línea de simetría cuando corresponda.

Posibles errores y devoluciones:

1. El estudiante observa la imagen de una hoja de un árbol que no es simétrica. Al ubicar el espejo en la mitad, observa una hoja completa, mas no corresponde al dibujo de la hoja original.

Alumno: *“Esta hoja es simétrica porque al poner el espejo aquí (en la mitad) veo una hoja completa”.*

Devolución: *“¿Cómo es lo que viste en el espejo respecto a la imagen original en el papel?”*

(De esta manera, el estudiante debe percatarse de que al poner el espejo, se tapa la mitad de la hoja, por lo que pensó que era la misma).

2. El estudiante observa la imagen de una estrella de mar que se ve simétrica. Logra identificarla como tal, pero se equivoca al trazar la línea de simetría en el papel.

Devolución: *“¿Cómo podemos corroborar que la línea de simetría está correcta?”*

(Alumno dobla el papel por la línea recién trazada y se percata que ambas mitades no coinciden).

**Actividad 2: Identifican la simetría por medio de una foto que muestra la reflexión de un paisaje u objeto que se refleja en la superficie de un lago o un río, trazando la línea de simetría. (Ciencias Naturales)**



Análisis de la relación entre actividad y OA

La actividad solicita buscar simetría en fotos, por lo que respeta el concepto de TISO como objeto definido en el plano, siendo coherente con el OA pues responde al primer descriptor del mismo: “identificando figuras simétricas 2D”. Sin embargo, al trabajar con imágenes de reflejos en agua, siempre se tiene que considerar que este debe verse tan nítido como el paisaje en sí, situación que no ocurre en los ríos por su constante movimiento.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad es coherente con el primer indicador: “Reconocen simetrías en la naturaleza”, añadiendo a este el trazado de la línea de simetría que reconocieron.

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad no desarrolla ninguna habilidad de las propuestas en el Programa de Estudio.

**ANÁLISIS A PRIORI**

Si se implementa la actividad 2 tal como lo establece el Programa de Estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

Posibles respuestas:

Los estudiantes observan fotos de paisajes de lagos y ríos donde se observe un reflejo, identificando cuales son simétricos y cuáles no.

Por ejemplo:

*“Este paisaje es simétrico porque el reflejo se ve igual que el bosque de atrás”.*

*“Este paisaje no es simétrico porque el reflejo se ve como deforme. Esto pasa porque el agua se está moviendo”.*

Posibles errores y devoluciones:

1. El estudiante considera cualquier paisaje con reflejo como simétrico.

Alumno: *“Son todos simétricos porque tienen agua que refleja”.*

Devolución: *“¿Cómo es el reflejo en cada una de la imágenes?”.*

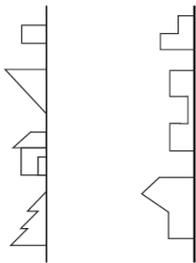
(El estudiante se da cuenta que no en todos los casos, el reflejo es idéntico al paisaje original).

**Actividad 3:**

**a. Colorean para que la figura se vea simétrica.**



**b. Completan la figura para que sea simétrica.**



**c. Comprueban reflexiones de figuras 2D con un espejo o con una tabla de cristal acrílico.**

Análisis de la relación entre actividad y OA

En la letra a que los alumnos colorean la figura conservando su simetría, en la b que completen la figura para que sea simétrica y en la c que comprueben la reflexión con un espejo, pero no se especifican las figuras. No obstante, en ninguna se alude específicamente a la línea de simetría, por lo que su coherencia con el OA es limitada. Por otra parte ninguno de los descriptores del OA es coherente con la actividad.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad no es coherente con ninguno de los indicadores.

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad no desarrolla de manera explícita ninguna habilidad de las propuestas en el Programa de Estudio.

**ANÁLISIS A PRIORI**

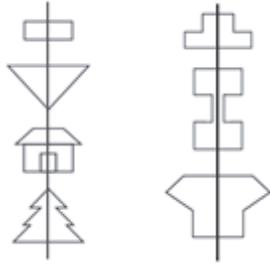
Si se implementa la actividad 3 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

Posibles respuestas:

a. Los estudiantes colorean la figura para que se vea simétrica

Ejemplos: Con línea de simetría      Sin línea de simetría

b. Los estudiantes completan la figura para que sea simétrica



c. Los estudiantes comprueban reflexiones de figuras 2D con espejo, para esto utilizan distintas imágenes reflejadas y observa las semejanzas entre el reflejo que proyecta el espejo y la otra parte de la figura.

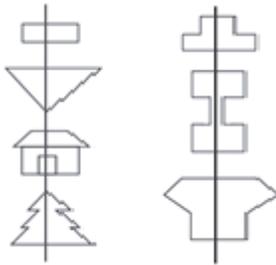
Posibles errores y devoluciones:

a. Alumno 1: Colorea la mariposa confundiendo los colores, por lo que no es simétrico

Alumno 2: Colorea la figura considerando una “línea de simetría” horizontal

Devolución: “¿Cómo podemos corroborar que la imagen ha sido coloreada simétricamente?”

b. Los estudiantes completan la figura pero esta no coincide con la anterior



(Alumno dobla el papel por la línea de simetría y se percata que ambas mitades no coinciden).

c. Los estudiantes comprueban reflexiones de figuras 2D con espejo, para esto utilizan distintas imágenes reflejadas y observan las semejanzas entre el reflejo que proyecta el espejo y la otra parte de la figura.

Alumno: “El reflejo no es como la imagen”

Devolución: “¿Es la única posición en que se puede poner el espejo?”

**Actividad 4: Descubren que la reflexión se puede modelar con plegados. Elaboran figuras simétricas plegando y/o recortando con papel. (Artes Visuales)**



Análisis de la relación entre actividad y OA

La actividad solicita elaborar figuras simétricas a través de la realización de plegados en papel y recortando. Respecto al OA, esta es coherente, ya coincide con el segundo descriptor: “creando figuras simétricas 2D”.

Por otra parte, el que la actividad anuncie “descubrir que pueden modelar la línea de simetría” permite inferir que los alumnos deben conocer el concepto de línea de simetría para así poder trasladar el concepto a otras situaciones.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad es coherente con el tercer y cuarto indicador, el primero respecto al “identificar la línea de plegado” y el segundo con la “confección de figuras”, estos especifican la relación entre la línea de simetría y la línea del plegado en el papel.

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La habilidad que se está desarrollando es la de modelar, ya que a partir de una regularidad, se aplica el concepto geométrico de línea de simetría a otro nivel y se realizan asociaciones para descubrir que la línea de plegado coincide con el eje de simetría.

## ANÁLISIS A PRIORI

Si se implementa la actividad 4 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

### Posibles respuestas:

1. Los estudiantes pliegan un papel y recortan una figura. Al abrir el papel se percatan, o no, de que las figuras formadas son simétricas.
2. Los estudiantes solo doblan el papel para cumplir con la tarea, sin formar ninguna figura.
3. Los estudiantes recortan el papel sin doblarlo, por lo que no se forma una figura simétrica. Eventualmente visualizan que la figura creada no presenta una reflexión.

### Posibles errores y devoluciones:

- a. El estudiante afirma que su figura es simétrica y no lo es.

Devolución: “¿Recuerdas el concepto de simetría? (espera la respuesta) ¿Cómo es tu figura?”

## **Actividad 5: Identifican la simetría en las señales de tránsito y trazan las líneas de simetría. (Las letras no cuentan.) (Historia, Geografía y Ciencias Sociales)**



### Análisis de la relación entre actividad y OA

La actividad busca que los alumnos descubran simetrías en señales de tránsito trazando la línea de simetría. Lo anterior tiene coherencia con el OA, ya que está en el marco de comprender la línea de simetría y con el descriptor “dibujando una o más líneas de simetría”. No obstante, la acotación “Las letras no cuentan”, puede generar confusión y es

poco pertinente, dado que son parte de la figura. En el caso del ejemplo 1 la letra sí es simétrica y si consideramos la acotación de no atender a las letras, el alumno puede trazar diversas líneas de simetrías.

#### Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad sería coherente con el indicador “Reconocen simetrías en el arte, la arquitectura, etc.” Ya que da la opción de reconocerla en diversos contextos.

#### Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad no desarrolla ninguna habilidad de las propuestas en el Programa de Estudio.

### **ANÁLISIS A PRIORI**

Si se implementa la actividad 5 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

#### Posibles respuestas:

El alumno puede entregar la siguiente resolución:

- a. Una línea de simetría por figura:



- b. Más de una línea de simetría por figura.

#### Posibles errores y devoluciones:

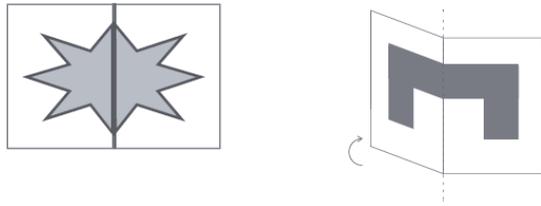
- a. Alumno: Realiza en forma incorrecta la línea de simetría

Devolución: “*Comprobemos la simetría haciendo un doblar para tener 2 partes iguales*”

- b. Alumno: “*No encuentro ninguna simetría*”

Devolución: “*¿Recuerdas qué era la simetría? (si la respuesta es positiva se prosigue con la siguiente devolución) “Entonces leamos juntos la instrucción de la actividad”*”

**Actividad 6: Comprueban si una figura es reflejada, doblándola a lo largo de la línea de simetría y haciendo coincidir las dos mitades.**



**📌 Observaciones al docente:**

*Se recomienda realizar el siguiente desafío: entregarle al estudiante también figuras en forma de rombos, paralelogramos u otras que parecen que tiene línea de simetría y no la tienen.*

Análisis de la relación entre actividad y OA

La actividad busca que el alumno compruebe simetrías a partir de doblar por la línea de simetría. Lo anterior tiene coherencia con el OA, dado que permite demostrar que comprenden la línea de simetría, pero no coincide con ninguno de los descriptores del objetivo de aprendizaje.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad coincide con el indicador tres, que señala “Identifican la línea de plegar con la línea de simetría”

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad no desarrolla ninguna habilidad de las propuestas en el Programa de Estudio.

**ANÁLISIS A PRIORI**

Si se implementa la actividad 6 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

Posibles respuestas:

- a. “La figura es simétrica”
- b. “La figura no tiene simetría”
- c. “La figura tiene más de una línea de simetría”

Posibles errores y devoluciones:

- a. En las figuras la línea de simetría no coincide con la de dobléz
- b. El estudiante no encuentra la línea de simetría o dobléz.

Devolución: “Recordemos que la línea de simetría divide la figura en dos partes simétricas y coincide por ende con el dobléz”

**Actividad 7: Identifican y explican algunas propiedades de la reflexión, como la distancia de la figura y la imagen con respecto al eje, con ayuda de una línea de simetría.**



Análisis de la relación entre actividad y OA

La actividad solicita identificar y explicar las propiedades de la simetría con ayuda del eje de simetría. Por lo tanto, es coherente con el OA, ya que para “demostrar que comprenden una línea de simetría” es necesario que establezcan las relaciones entre esta y las propiedades simétricas. No obstante, la imagen dada como ejemplo no corresponde a una figura, puesto que es una fotografía de un objeto real el cual no necesariamente será simétrico.

### Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad no es coherente con ningún indicador en específico, sin embargo la imagen de ejemplo permite inferir que “Reconocen simetrías en la naturaleza”, que corresponde al primer indicador.

### Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad pretende que los estudiantes que identifiquen y comuniquen, por lo que la habilidad que se solicita es la de “Argumentar y Comunicar”.

## **ANÁLISIS A PRIORI**

Si se implementa la actividad 7 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

### Posibles respuestas:

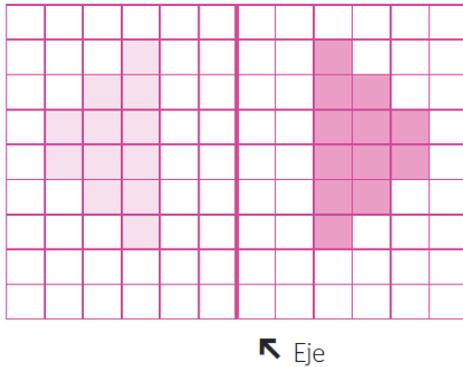
a. *“La distancia que existe entre la línea de simetría y un extremo de la mariposa, es igual a la distancia entre el extremo contrario y la misma línea de simetría.”*

### Posibles errores y devoluciones:

Alumno: *“Las alas de la mariposa no son simétricas”*

Devolución: *“¿Recuerdas cuáles son las propiedades de la simetría? Ahora debes observar y responder en relación al contorno de la mariposa y su línea de simetría.”*

**Actividad 8: Realizan reflexiones con respecto a un eje de simetría y aplican las propiedades, contando las cuadrículas; por ejemplo:**



#### Análisis de la relación entre actividad y OA

La actividad busca que los alumnos realicen reflexiones en una cuadrícula en torno a un eje de simetría. Por ende sería coherente con el OA, dado que coincide con el segundo indicador de este que señala: “Creando figuras simétricas 2D”, que en este caso sería a partir de una imagen ya presentada.

#### Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad es totalmente coherente con el indicador 4: “Confeccionan figuras simétricas en una tabla de cuadrícula, aplicando un patrón”. Que es precisamente lo que se muestra en el ejemplo de la actividad.

#### Análisis de la relación entre actividades y habilidades

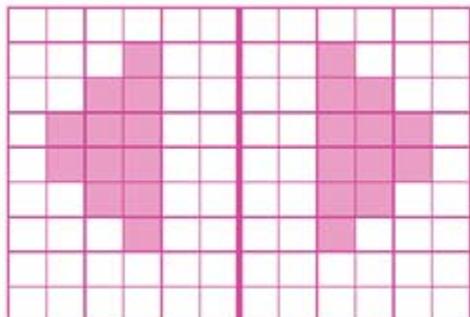
La actividad no desarrolla directamente ninguna de las habilidades propuestas en el Programa.

### **ANÁLISIS A PRIORI**

Si se implementa la actividad 8 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

Posibles respuestas:

- a. Replica la figura conservando su forma, tamaño y distancia con la línea de simetría.



Posibles errores y devoluciones:

El alumno confunde los cuadros y el resultado no es una figura simétrica.

Devolución: “Si dobláramos la cuadrícula por la línea de simetría ¿Coincidirían las imágenes? Revisemos juntos los cuadros que están pintados y comparémoslos con los del otro lado del eje de simetría.

**Actividad 9: Cuentan las líneas de simetría en dibujos o fotos de la naturaleza.**  
(Ciencias Naturales)



Análisis de la relación entre actividad y OA

La actividad solicita a los alumnos contar líneas de simetría en dibujos o fotografías, que al ser figuras 3D no necesariamente serán simétricas.

Respecto a la coherencia con el OA, esta es pertinente en la medida que permite comprender el concepto de línea de simetría. No obstante, el “contar líneas de simetría” no coincide con ninguno de los descriptores del OA. Finalmente, es necesario decir que los ejemplos no son pertinentes debido a que no son simétricos.

#### Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad es coherente con el primer indicador “Reconocen simetría en la naturaleza”. Así también con el segundo indicador que implica reconocer simetrías en general.

#### Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad no desarrolla ninguna de las habilidades propuestas por el programa de estudio.

### **ANÁLISIS A PRIORI**

Si se implementa la actividad 9 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

#### Posibles respuestas:

Alumno: “En la estrella de mar hay cuatro líneas de simetría”. “En el copo de nieve hay tres líneas de simetría”.



Posibles errores y devoluciones:

La actividad señala que solo deben contar las líneas, si estas ya están marcadas los posibles errores serían solo de conteo. De lo contrario, si los alumnos deben marcarlas, se pueden encontrar con distintas dificultades para diferenciarlas o descubrirlas según las características de la figura.

Alumno: “La figura tiene solo una línea de simetría”

Devolución: “¿Cómo podemos saber si es la única línea de simetría?”

**Actividad 10: Identifican y trazan más de una línea de simetría en formas de la naturaleza como flores y cristales de nieve, entre otros. (Ciencias Naturales)**



Análisis de la relación entre actividad y OA

La actividad solicita trazar líneas de simetrías en formas de la naturaleza, siendo coherente con el OA, para realizarla es necesario que conozcan el concepto de simetría, por lo que la actividad demuestra si comprenden el concepto de línea simétrica. No obstante, las imágenes de ejemplo, a simple vista no son simétricas por lo que podrían confundir a los estudiantes.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad es coherente con el primer indicador: “Reconocen simetrías en la naturaleza”, a lo que se añade el trazado de distintas líneas de simetrías en las imágenes dadas.

### Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad no desarrolla ninguna habilidad de las propuestas en el Programa de Estudio.

### **ANÁLISIS A PRIORI**

Si se implementa la actividad 10 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

#### Posibles respuestas:

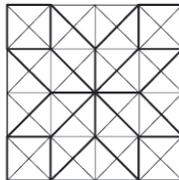
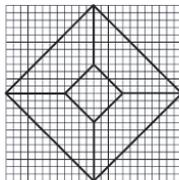
- a. *“En esta imagen puedo trazar X líneas de simetría”*
- b. *“En esta imagen busco trazar la línea de simetría, pero no puedo porque no tiene partes iguales”*

#### Posibles errores y devoluciones:

Alumno: *“Al realizar la línea de simetría observo la distancia que hay entre ésta y el extremo y no son iguales”*

Devolución: *“Recordemos las propiedades de la simetría y comprobemos plegando el papel”*

### **Actividad 11: Elaboran figuras simétricas con más de una línea de simetría (Artes Visuales)**



### Análisis de la relación entre actividad y OA

La actividad busca que los alumnos creen figuras simétricas con más de una línea de simetría. Dados los ejemplos, estos denotan la utilización de herramientas como regla y el uso de cuadrícula. Respecto a la coherencia con el OA, esta si es coherente, ya que implica la comprensión del concepto de simetría. Así también, es coherente con dos de los descriptores: “*Creando figuras simétricas 2D*” y “*Dibujando una o más líneas de simetría en figuras 2D*”.

### Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad es coherente con el indicador 7 que indica: “*Dibujan figuras 2D con más de una línea de simetría*”. Así también, dados los ejemplos en cuadrícula, la actividad puede ser coherente con el indicador 5: “*Dibujan figuras simétricas en una tabla de cuadrículas, aplicando un patrón*”.

### Análisis de la relación entre actividades y habilidades

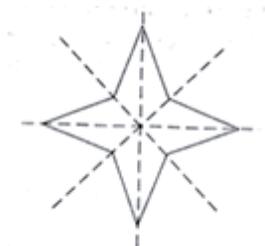
La actividad no desarrolla ninguna de las habilidades propuestas por el programa de estudio.

## **ANÁLISIS A PRIORI**

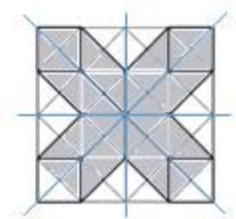
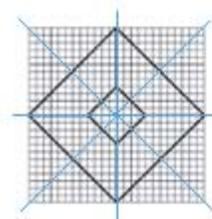
Si se implementa la actividad 11 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

### Posibles respuestas:

Sin cuadrícula (plegando el papel):



Con cuadrícula:



Posibles errores y devoluciones:

- a. Construir una figura que no sea simétrica

Devolución: “¿Cómo podemos verificar si es una figura simétrica?”

- b. Identificar erróneamente las líneas de simetría

Devolución: “¿Cómo podemos verificar si es una figura simétrica?”

### 3.1.3 Actividades Sugeridas para el OA 18 de 4° Básico

#### “Trasladar, rotar y reflejar figuras 2D”

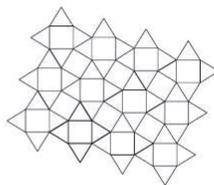
##### Indicadores

- Reconocen la reflexión por medio de figuras 2D con una línea de simetría.
- Reconocen la rotación  $180^\circ$  en figuras 2D con dos líneas de simetría.
- Realizan traslaciones, rotaciones y reflexiones en una tabla de cuadrículas.
- Usan software educativo.

##### Habilidades

- Modelar: Identificar regularidades en expresiones numéricas y geométricas. (OA k)
- Argumentar y comunicar: Comprobar una solución y fundamentar su razonamiento. (OA g)
- Resolver problemas: Transferir los procedimientos utilizados en situaciones ya resueltas a problemas similares. (OA c)

**Actividad 1: Identifican figuras trasladadas en fotos de pisos con baldosas, etc., las marcan o colorean con diferentes colores. (Artes Visuales)**



### Análisis de la relación entre actividad y OA

La actividad busca que los alumnos identifiquen (marcando o coloreando) figuras trasladadas principalmente en fotografías de baldosas. Como consecuencia la actividad no es coherente con el OA, ya que esta señala la habilidad de identificar, diferente a lo que estipula el objetivo de aprendizaje “*Trasladar, rotar y reflejar figuras 2D*”.

### Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad no tiene coherencia con ninguno de los indicadores.

### Análisis de la relación entre actividades y habilidades

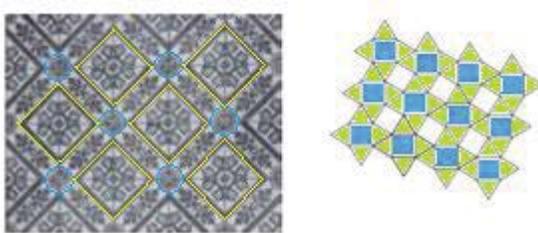
La actividad no desarrolla ninguna de las habilidades propuestas en el programa de estudio.

## **ANÁLISIS A PRIORI**

Si se implementa la actividad 1 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

### Posibles respuestas:

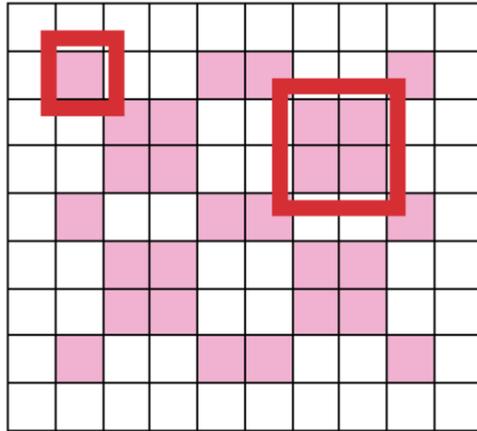
Alumno: “*Estas son traslaciones*”



### Posibles errores y devoluciones:

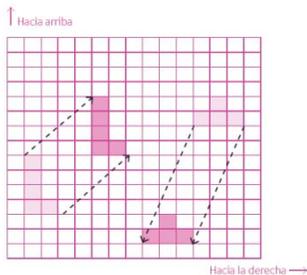
Los posibles errores dependerán de la comprensión del concepto de traslación:

Alumno: “Esta es una traslación”



Devolución: “Recordemos, ¿cuáles son las propiedades de la traslación?”

**Actividad 2: Trasladan figuras marcadas en cuadrículas una o más veces, siguiendo un patrón; por ejemplo: 4 hacia la derecha, 3 hacia arriba**



Análisis de la relación entre actividad y OA

En la actividad se solicita a los estudiantes que trasladen figuras en una cuadrícula, por lo que es coherente con el OA, no obstante pide solo trasladar, dejando de lado actividades que tengan relación con el rotar y reflejar.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

Esta actividad es coherente con el tercer indicador, ya que busca que los estudiantes “realicen traslaciones en una tabla de cuadrículas”, no obstante también solicita que realicen rotaciones y reflexiones, por lo que no se cumple a cabalidad.

### Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad no es coherente con ningún indicador, ya que solo solicita ejercitar y no desarrollar alguna de las habilidades propuestas en el programa de estudio.

### **ANÁLISIS A PRIORI**

Si se implementa la actividad 2 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

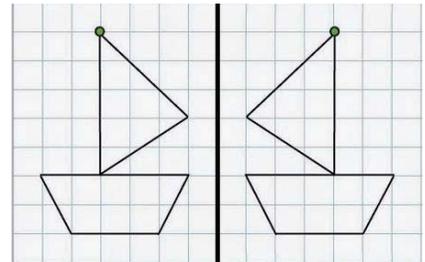
#### Posibles respuestas:

El estudiante mueve cada cuadro pintado de la cuadrícula, según el patrón dado por el profesor.

#### Posibles errores y devoluciones:

a. Alumno confunde traslación con simetría.

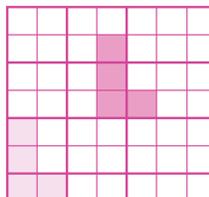
Devolución: “¿Qué características deben tener un par de figuras para representar una traslación?”



b. Alumno: “Mi figura original de la cuadrícula no tiene la misma cantidad de cuadros que la que me quedó”

Devolución: “¿Cuál es el patrón que estabas siguiendo? ¿a qué cuadros lo aplicaste?”

**Actividad 3: Indican el patrón de la traslación a partir de la posición original la posición final de una figura.**



#### Análisis de la relación entre actividad y OA

La actividad solicita que los estudiantes indiquen el patrón de la traslación en relación a un figura en una cuadrícula, por lo que de forma directa no es coherente con el OA, ya que no solicita trasladar como tal. Por otra parte, deja de lado el reflejar y rotar.

#### Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad en parte es coherente con el OA, ya que el trabajo realizado es sobre una cuadrícula, no obstante el solicitar encontrar patrones no considera lo que el indicador señala en cuanto a “realizar traslaciones, rotaciones y reflexiones”.

#### Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad no es coherente con ninguno de las habilidades propuestas por el programa de estudios.

### **ANÁLISIS A PRIORI**

Si se implementa la actividad 3 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

#### Posibles respuestas:

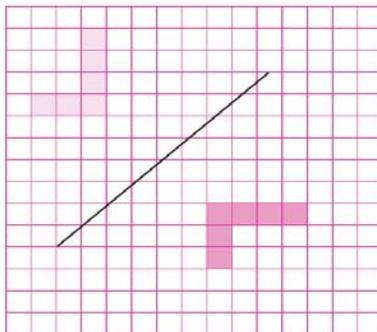
a. *“Mi figura ha sido trasladada  $X$  cuadros hacia la derecha y  $X$  cuadros hacia abajo”*

#### Posibles errores y devoluciones:

Alumno dice un patrón equivocado.

Devolución: *“¿Cómo podemos saber cuál es el patrón de la figura?”*

**Actividad 4:** Traspasan estas figuras a su cuaderno o a una hoja cuadrículada, reflejan una figura 2D con un eje dado y reconocen las propiedades, como la distancia de la figura y la imagen con respecto al eje, entre la figura original y la figura final.



#### Análisis de la relación entre actividad y OA

Al leer la actividad se puede apreciar que tiene un error de redacción, ya que en la primera parte indica que se traspasaran figuras dadas que no son ejemplificadas. Y en la segunda parte, busca reflejar una figura con un eje dado, como muestra en el ejemplo, por lo tanto el análisis se limitará solo a la segunda parte que tiene coherencia con el OA, en relación a la reflexión, no así con el rotar y trasladar.

#### Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad no es coherente con ninguno de los indicadores.

#### Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad no desarrolla ninguna de las habilidades propuestas por el programa de estudio.

### **ANÁLISIS A PRIORI**

Si se implementa la actividad 4 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar dos formas de realizar la actividad, la primera sería el caso de que el profesor utilice el ejemplo tal como aparece en la imagen, donde el eje de simetría presentado no

coincide con el de las figuras reflejadas, y la segunda viene a ser el caso de que el docente utilice la actividad sin el ejemplo. Para cada una de ellas se presentan las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

Opción 1: Se realiza la actividad utilizando el ejemplo como una de las figuras a utilizar.

Posibles respuestas y devolución:

Considerando el ejemplo, no hay una posible respuesta que sea correcta, ya que al observar las figuras y asociarlas a un eje erróneo, la respuesta que dará el niño al copiarla en el cuaderno será errónea también. De esta manera, no existe una devolución posible por parte del profesor debido a que si le entregó dicho ejemplo, aceptará como correcta la respuesta *“Las figura son simétricas”*

Opción 2: Se realiza la actividad sin utilizar el ejemplo como una de las figuras a traspasar.

Posibles respuestas:

- a. El estudiante construye una figura y la refleja en torno a un eje vertical.
- b. El estudiante construye una figura y la refleja en torno a un eje horizontal.
- c. El estudiante construye una figura y la refleja en torno a un eje diagonal.

En cada uno de los casos reconocen las propiedades de la simetría al comparar la imagen con la pre imagen a través del uso de la cuadrícula, por ejemplo: *“entre esta parte de la figura y el eje, tiene la misma distancia que hacia la otra figura”*

Posibles errores y devoluciones:

- a. El estudiante realice otra TISO.

Devolución: *“¿Cuáles son las características que debe tener la simetría?”*

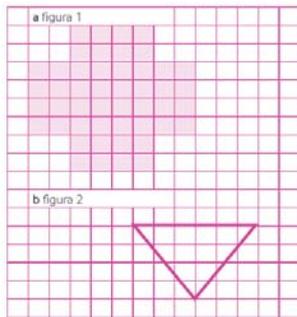
Al recordar las características de la simetría el estudiante debería reconducir su construcción.

b. El estudiante realiza una simetría, pero la imagen queda corrida.

Devolución: “¿Cuáles son las características que debe tener la simetría?”

“¿Cómo puedo verificar que se mantenga la distancia entre las figuras y el eje?”

**Actividad 5: Resuelven los siguientes problemas geométricos: trazan ejes de simetría en figuras simétricas.**



Análisis de la relación entre actividad y OA

Se solicita a los estudiantes que tracen el eje de simetría en figuras simétricas que se encuentran en una cuadrícula, no siendo coherente con el OA, ya que no realizan ejercicios que trasladen, roten o reflejen figuras 2D.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad no es coherente con ninguno de los indicadores.

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

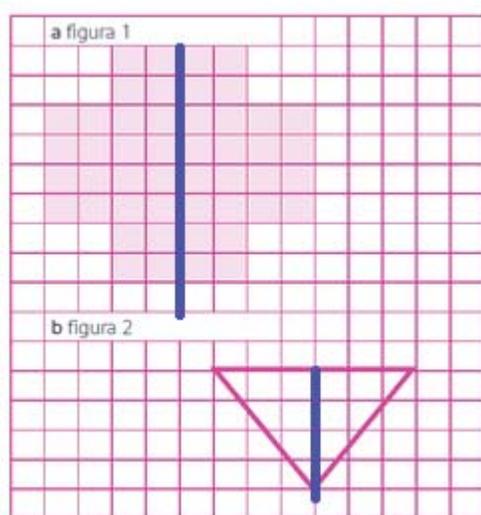
La actividad no desarrolla ninguna de las habilidades propuestas por el programa de estudio.

## ANÁLISIS A PRIORI

Si se implementa la actividad 5 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

### Posibles respuestas:

Una de las posibles respuestas sería:

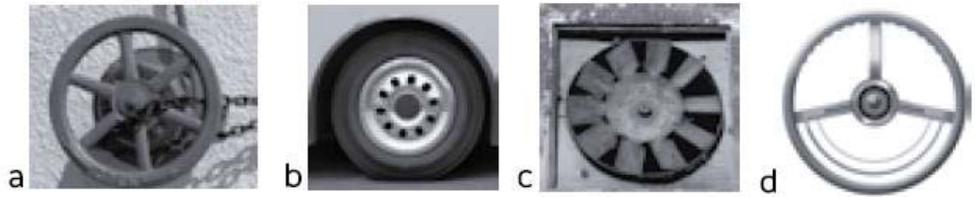


### Posibles errores y devoluciones:

El alumno traza mal el eje de simetría.

Devolución: “¿Cuáles son las propiedades de la simetría y cómo podemos comprobarlas?”

**Actividad 6: Indican y explican el centro de rotación en:**



Análisis de la relación entre actividad y OA

La actividad busca en un primer momento que los alumnos indiquen y expliquen el centro de rotación en las imágenes señaladas. Como consecuencia, lo anterior no es coherente con el OA, ya que no implica “trasladar, rotar y/o reflejar”.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

Al igual que en el apartado anterior, la primera actividad no es coherente con ninguno de los indicadores.

Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad desarrolla la habilidad de “Argumentar y comunicar” en su descriptor “descubrir regularidades matemáticas y comunicarlas con otros”

**ANÁLISIS A PRIORI**

Si se implementa la actividad 6 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

Posibles respuestas:

Alumno: “El centro de rotación es el que está al medio de las figuras”

Alumno: “Gracias al centro de rotación las cosas pueden girar”

Alumno: “Todas las figuras son redondas”

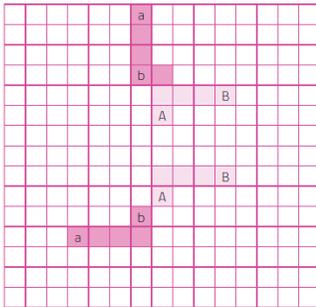
Alumno: “Las formas alrededor del centro son parecidas”

Posibles errores y devoluciones:

La mayor dificultad sería que los alumnos no comprendan el centro de rotación y por ende no puedan identificarlo.

Devolución: “¿A partir de qué punto la figura puede girar? Por ejemplo, la rueda”.

**Actividad 7: Rotan figuras recortadas en cartulina con la forma del ejemplo. Repiten la acción con formas similares y trazan la figura inicial y la figura final rotada en papel cuadriculado.**



❶ **Observaciones al docente:**

Se sugiere realizar la siguiente actividad:

Rotan figuras en  $90^\circ$  con un centro de rotación que pertenece a la misma figura. La cuadrícula en mayúsculas la rotan a cuadrículas en minúsculas  $A \rightarrow a$ ;  $B \rightarrow b$ , para ello se recorta la figura en cartulina y se fija con el dedo la figura en un vértice. Los alumnos repiten la acción con otras formas similares.

Análisis de la relación entre actividad y OA

La actividad busca que los alumnos utilizando imágenes en cartulina, hagan diversas rotaciones y las marquen en una cuadrícula. Cabe señalar que en ejemplos como este, debería estar presente el centro de rotación, ya que es uno de los objetos que la definen. Como consecuencia la actividad es coherente con el OA, ya que trabaja la rotación.

Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad tiene coherencia con el tercer indicador que señala “realizan rotaciones y reflexiones en una tabla de simetría”.

### Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad no desarrolla ninguna de las habilidades propuestas por el programa de estudios

### **ANÁLISIS A PRIORI**

Si se implementa la actividad 7 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar cuatro formas de realizar la actividad;

Opción 1: Realizan la actividad sin considerar la orientación, pero considerando el ejemplo.

#### Posibles respuestas:

El estudiante se percató del error de tipeo en el ejemplo y realiza la rotación de la figura en la cuadrícula.

#### Posibles errores y devoluciones:

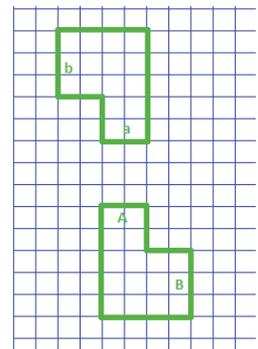
El estudiante marca la rotación que realiza a partir del movimiento de la cartulina en la cuadrícula y al ubicar los puntos A-a y B-b confunde su ubicación guiándose por el ejemplo dado; un posible error sería “las A van arriba de la figura y las B van abajo” sin percatarse de que al rotar la figura las posición que presentan las letras no cambian de lugar dentro de la figura.

De esta manera, no existe una devolución posible por parte del profesor debido a que si le entregó dicho ejemplo, aceptará como correcta la respuesta antes mencionada.

Opción 2: Realizan la actividad sin considerar la orientación, ni el ejemplo.

#### Posibles respuestas:

El estudiante rota la figura de cartulina, en torno a un punto centro, dentro o fuera de la figura y marca tanto la figura inicial como la final.



Posibles errores y devoluciones:

a. Un posible error sería que al ejecutar la rotación, el estudiante mueva el centro de rotación, lo que provocará que las figuras no sean correspondientes al centro de rotación previamente indicado.

Devolución: “*¿Cuál es el centro de rotación entre ambas figuras? ¿Cómo podríamos comprobar que esta rotación esta buena?*”

b. Otro error sería que el estudiante realice otra TISO.

Devolución: “*¿Cuáles son las características de la rotación?*”

*“En este caso ¿Cuál es el centro de rotación entre ambas figuras?”*

Opción 3: Realizan la actividad considerando la orientación y el ejemplo.

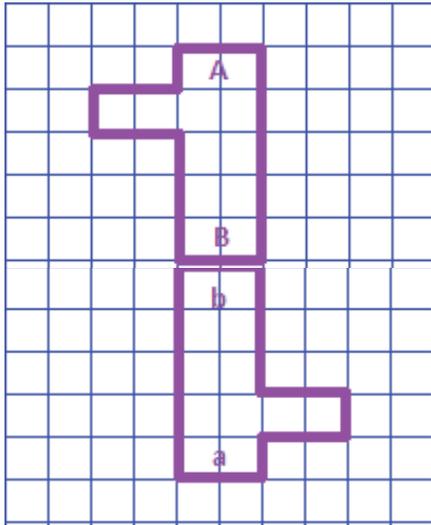
Posibles respuestas y errores:

Considerando la orientación y el ejemplo, los estudiantes pueden construir la rotación a partir del marcado la cartulina, pero al momento de establecer los puntos correspondientes si se guía por el ejemplo dado un posible error sería “*las A van arriba de la figura y las B van abajo*” sin percatarse de que al rotar la figura las posición que presentan las letras no cambian de lugar dentro de la figura.

De esta manera, no existe una devolución posible por parte del profesor debido a que si le entregó dicho ejemplo, aceptará como correcta la respuesta antes mencionada.

Opción 4: Realizan la actividad considerando la orientación, pero no el ejemplo.

Posibles respuestas:



El estudiante rota la figura de cartulina, en torno a un punto centro, dentro o fuera de la figura y marca tanto la figura inicial como la final, estableciendo los puntos correspondientes, como muestra la imagen.

Posibles errores y devoluciones:

a. Un posible error sería que al ejecutar la rotación, el estudiante mueva el dedo de rotación, lo que provocará que las figuras no sean correspondientes al centro de rotación previamente indicado.

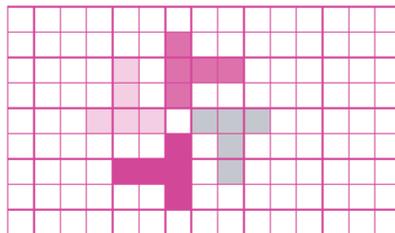
Devolución: “¿Cuál es el centro de rotación entre ambas figuras? ¿Cómo podríamos comprobar que esta rotación esta buena?”

b. Otro error sería que el estudiante realice otra TISO.

Devolución: “¿Cuáles son las características de la rotación?”

“En este caso ¿Cuál es el centro de rotación entre ambas figuras?”

**Actividad 8: Repiten rotaciones sucesivas de una figura igual al ejemplo en su cuaderno.**



#### Análisis de la relación entre actividad y OA

En la actividad se solicita a los estudiantes que roten figuras en una cuadrícula, por lo que es coherente con el OA, no obstante pide solo rotar, dejando de lado actividades que tengan relación con el trasladar y reflejar. Por otra parte la actividad debería señalar que la rotación es entorno a un eje de rotación.

#### Análisis de la relación entre actividad e indicadores

Esta actividad es coherente con el tercer indicador, ya que busca que los estudiantes “realicen rotaciones en una tabla de cuadrículas”, no obstante también solicita que realicen reflexiones, por lo que no se cumple a cabalidad.

#### Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad no es coherente con ningún indicador, ya que solo solicita ejercitar y no desarrollar alguna de las habilidades propuestas en el programa de estudio.

### **ANÁLISIS A PRIORI**

Si se implementa la actividad 8 tal como lo establece el programa de estudio, se pueden encontrar las siguientes posibles respuestas y errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

#### Posibles respuestas:

Se rota la figura en la cuadrícula, usando ángulos de  $90^\circ$ .

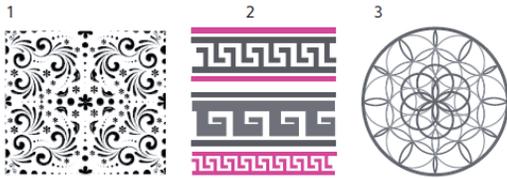
#### Posibles errores y devoluciones:

Alumno: “*Mi figura original de la cuadrícula no tiene la misma cantidad de cuadros que la que he rotado*”

Devolución: “*¿Cuántos cuadros tiene la figura inicial, y la rotada?, ¿Cómo podríamos corroborar que se rotaron todos los cuadritos de la figura?*”

**Actividad 9: Aplican las propiedades de traslación, reflexión y rotación, coloreando mandalas y/o dibujando figuras simétricas en su cuaderno o en papel cuadriculado o contando las cuadrículas. (Artes Visuales)**

Ejemplo:



#### Análisis de la relación entre actividad y OA

La actividad solicita que los estudiantes apliquen las propiedades de traslación, rotación y reflexión en distintos ámbitos como son el colorear, dibujar y utilizar cuadrículas. Esta propuesta de actividad no es coherente con el OA, ya que solo aplican las propiedades y no realizan rotaciones, traslaciones y reflexiones como se propone en el objetivo de aprendizaje.

#### Análisis de la relación entre actividad e indicadores

La actividad no es coherente con ninguno de los indicadores que se proponen.

#### Análisis de la relación entre actividades y habilidades

La actividad no tiene coherencia con ninguna de las habilidades propuestas en el programa de estudio.

### **ANÁLISIS A PRIORI**

Se pueden encontrar dos posibles respuestas y sus respectivos errores del alumnado junto con devoluciones del profesor:

Opción 1: Colorear mandalas aplicando propiedades de las TISO.

Posibles respuestas:



Posibles errores y devoluciones:

El alumno colorea las figuras sin aplicar las propiedades de reflexión, rotación y/o traslación.

Devolución: *¿Cuáles son las propiedades de reflexión, rotación y/o traslación?*

Opción 2: Dibujar figuras simétricas en el cuaderno.

Posibles respuestas:

- El estudiante construye una figura y la refleja en torno a un eje vertical.
- El estudiante construye una figura y la refleja en torno a un eje horizontal.
- El estudiante construye una figura y la refleja en torno a un eje diagonal.

En cada uno de los casos reconocen las propiedades de la simetría al comparar la imagen con la pre imagen a través del uso de la cuadrícula, por ejemplo: *“entre esta parte de la figura y el eje, tiene la misma distancia que hacia la otra figura”*

Posibles errores y devoluciones:

- El estudiante realice otra TISO.

Devolución: *“¿Cuáles son las características que debe tener la simetría?”*

Al recordar las características de la simetría el estudiante debería reconducir su construcción.

b. El estudiante realiza una simetría, pero la imagen queda corrida.

Devolución: “¿Cuáles son las características que debe tener la simetría?”

“¿Cómo puedo verificar que se mantenga la distancia entre las figuras y el eje?”