

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE VALPARAÍSO
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA**

**“MONITOREO DE INTEGRIDAD ESTRUCTURAL MEDIANTE ANÁLISIS
MODAL OPERACIONAL”**

**Memoria para optar al Título de:
INGENIERO CIVIL MECÁNICO**

**ALUMNO : TOMÁS IGNACIO HERRERA MUÑOZ
PROFESOR GUÍA : ALEJANDRO JAVIER CERDA VARELA
PROFESOR CO-GUÍA: JORGE ALONSO ZHR VIÑUELA**

2018

"Somos lo que hacemos repetidamente. La excelencia, entonces, no es un acto; es un hábito."
Aristóteles

A la paciencia y sacrificio
de los que siempre estuvieron presentes.
Y a la memoria del Ingeniero Tomás Alejandro Orellana Solís (†)

Agradecimientos.

Quiero manifestar mi más sincero agradecimiento a todos aquellos que me brindaron apoyo y una palabra de aliento a lo largo de esta tesis.

De manera especial, le agradezco a mi madre, **Maritza Muñoz Romero**, por siempre darme lo mejor, por todo su sacrificio para que yo pudiera estudiar esta carrera y me convirtiera en un profesional, por ser el apoyo fundamental de mi vida, sin duda todo lo recibido es mucho más de lo que he dado.

A mis abuelos **José Muñoz Soto** y **Delia Romero Segura**, por ser pilares invisibles de lo que soy hoy en día, por siempre estar y brindarme su cariño incondicional, gracias a mi abuelo por mostrarme un motor desde que era pequeño, su influencia ha marcado a fuego mi vida hasta el día de hoy.

A mis tíos, **Nelson Muñoz** y **Miguel Muñoz**, mi prima **María Alicia Muñoz**, y toda mi familia, muchas gracias por todo lo que me han brindado a lo largo de mi vida.

También le doy las gracias al Dr. Ingeniero **Alejandro Cerda Varela**, profesor guía de esta tesis, por la oportunidad de trabajar con él, por la infinita paciencia, por todo su tiempo invertido, por siempre incentivar a dar lo mejor de uno, para realizar un trabajo prolijo y de calidad, esa manera de trabajar sin duda quedará por siempre presente en mi persona.

Quiero dar las gracias a todos los miembros del Laboratorio de Vibraciones y Mecatrónica “VIMEC” de la universidad, **Óscar Ancatén G.**, **Valentina Beroiza T.**, **Claudio Leiva H.**, **Rocío Ortega G.** y **Cristóbal Ramírez D.**, por toda la ayuda prestada, por las palabras de apoyo, por la risa franca cuando se necesitaba, y por toda su colaboración en esta investigación, en especial a **Cristóbal Ponce Salazar**, por la compañía, por las largas conversaciones, por tantas horas de *MatLab* con las cuales me ayudó, y por tantos momentos vividos a lo largo de los años de carrera.

A su vez, le agradezco a todos los profesores, instructores de taller y funcionarios de la **Escuela de Ingeniería Mecánica** por todas las veces que me socorrieron, que me orientaron, y dieron siempre un consejo oportuno.

A mis compañeros de universidad por todos los momentos memorables vividos, entre jornadas extensas de estudio, y también momentos de esparcimiento y diversión, por acompañarme y soportarme todos estos años, especialmente a **Francisco Arriagada A.**, **Arturo Carrasco E.**, **Felipe Cuevas E.**, **Felipe Escobar A.**, **Walter Francke M.**, **Cristián Michell M.**, **Javier Morales C.**, **Gonzalo Paco M.**, **Kevin Sandoval S.** e **Ignacio Zamora R.**

Y agradecer, de todo corazón, a todos los maestros que me han hecho clases a lo largo de mi vida, con mucho cariño a mis queridos colegios, **Colegio Nazareth** y **Colegio Inglés Saint John**.

TOMÁS HERRERA MUÑOZ.

Resumen.

En esta tesis de grado, se presenta el desarrollo de la técnica llamada análisis modal operacional, aplicada a estructuras (vigas) con el objetivo de realizar un monitoreo de condición, es decir, verificar mediante la obtención de parámetros modales la integridad de la estructura.

A través de la frecuencia natural, para ser más exacto, la frecuencia natural amortiguada, que es la realmente observada en los sistemas físicos reales, y dependiente del factor de amortiguamiento, se puede establecer con seguridad que alguna propiedad, ya sea, masa o rigidez del sistema ha cambiado, algo importante si se piensa, por ejemplo, en monitorear algún equipo mediante la medición de sus vibraciones.

En la primera parte de este documento, se presenta la parte básica de la teoría de vibraciones mecánicas, tipos de señales de datos y algunos tópicos estadísticos que servirán de base para el algoritmo de análisis modal que se utiliza para la estimación de los parámetros modales.

Luego, se presentan los dos tipos de análisis modal existentes, el experimental y operacional, las diferencias entre ellos, el método de implementación de cada uno, y algunas pruebas simuladas en el computador, mediante el software *MatLab*.

En la misma línea, se presentan después las pruebas experimentales de ambos métodos, y el análisis de los resultados, para ver qué tan fiable es realizar el monitoreo de la viga mediante estas técnicas, y realizar una comparación directa con las pruebas teóricas o simuladas.

Dichas pruebas experimentales incluyeron un banco de pruebas, que consiste en una viga rígida de acero, afirmada con un tornillo mecánico, simulando una condición de empotramiento.

Esta investigación está dirigida a tres objetivos principales: En primer lugar, aplicar la técnica de análisis modal experimental a la viga y validarla como herramienta de comprobación para las pruebas de análisis modal operacional posteriores; en segundo lugar, aplicar la técnica de análisis modal operacional mediante el algoritmo conocido como “Técnica de Ibrahim” en un programa y analizar señales simuladas; y por último, la validación de la técnica anteriormente descrita a través de las pruebas experimentales realizadas en el banco de pruebas, y estudiar la viabilidad de usarla como un indicador fiable que represente la condición estructural de la viga. Además de utilizar como herramientas de respaldo, la densidad espectral de potencia (PSD) y la transformada rápida de Fourier (FFT).

Las conclusiones de la investigación arrojan que sí es posible detectar cambios en las propiedades modales de la viga a través de OMA, usando como método principal de cálculo la técnica de Ibrahim, y como herramientas de respaldo, la PSD y la FFT, midiendo solo la respuesta vibratoria. Cabe destacar que para la estimación de frecuencias naturales no hay mayores complicaciones, prediciéndolas de manera satisfactoria según los resultados teóricos, en cambio, para los factores de amortiguamiento no sucede esto, los resultados según OMA se alejan bastante a los teóricos.

Palabras Claves: EMA, OMA, Frecuencia Natural, Técnica de Ibrahim, PSD, FFT.

Summary (English).

In this thesis, we present the development of the technique called operational modal analysis, applied to structures (beams) in order to perform a condition monitoring, that is, verify the integrity of the structure by obtaining modal parameters.

Through the natural frequency, to be more exact, the natural frequency damped, which is actually observed in real physical systems, and dependent on the damping factor, it can be safely established that some property, either mass or rigidity The system has changed, something important if you think, for example, of monitoring some equipment by measuring its vibrations.

In the first part of this document, we present the basic part of the theory of mechanical vibrations, types of data signals and some statistical topics that will serve as the basis for the modal analysis algorithm that is used for the estimation of modal parameters.

Then, the two types of existing modal analysis are presented, the experimental and operational, the differences between them, the method of implementation of each, and some tests simulated in the computer, using the MatLab software.

In the same line, the experimental tests of both methods are presented, and the analysis of the results, to see how reliable it is to monitor the beam using these techniques, and to make a direct comparison with the theoretical or simulated tests.

Said experimental tests included a test bench, consisting of a rigid steel beam, secured with a mechanical screw, simulating an embedment condition.

This research is aimed at three main objectives: Firstly, apply the technique of experimental modal analysis to the beam and validate it as a verification tool for subsequent operational modal analysis tests; second, apply the technique of operational modal analysis using the algorithm known as "Ibrahim Technique" in a program and analyze simulated signals; and finally, the validation of the technique previously described through the experimental tests carried out in the test bench, and study the feasibility of using it as a reliable indicator that represents the structural condition of the beam. In addition to using as backup tools, the power spectral density (PSD) and the fast Fourier transform (FFT).

The conclusions of the investigation show that it is possible to detect changes in the modal properties of the beam through OMA, using Ibrahim's technique as the main calculation method, and as backup tools, the PSD and the FFT, measuring only the vibratory response. It should be noted that for the estimation of natural frequencies there are no major complications, predicting them satisfactorily according to the theoretical results, however, for the damping factors this does not happen, the results according to OMA are quite far from the theoretical ones.

Key Words: EMA, OMA, Natural Frequency, Ibrahim Technique, PSD, FFT.

Índice.

<i>Agradecimientos</i>	iii
<i>Resumen</i>	iv
<i>Summary (English)</i>	vi
Índice	viii
<i>Índice de Figuras</i>	xi
<i>Índice de Tablas</i>	xv
Capítulo I.- Introducción	- 1 -
1.1.- Prefacio.....	- 1 -
1.2.- Objetivo General.....	- 2 -
1.3.- Objetivos Específicos.....	- 2 -
1.4.- Estado del Arte.....	- 3 -
Capítulo II.- Marco Teórico	- 4 -
2.1.- Teoría Básica de Vibraciones Lineales.....	- 4 -
2.1.1.- Análisis de Vibraciones Libres.....	- 7 -
2.1.2.- Análisis de Vibraciones Forzadas Armónicamente.....	- 9 -
2.1.3.- El Espectro en Frecuencia: La Transformada de Fourier.....	- 12 -
2.1.4.- Función Respuesta en Frecuencia.....	- 24 -
2.1.5.- Coherencia.....	- 26 -
2.1.6.- Sistema de “n” Grados de Libertad.....	- 27 -
2.1.7.- Problema de Valores y Vectores Propios.....	- 28 -
2.1.8.- Métodos Numéricos para resolver Ecuaciones Diferenciales.....	- 30 -
2.1.9.- Método Runge-Kutta 44.....	- 31 -
2.2.- Tipos de Señales y sus Características.....	- 33 -
2.2.1.- Señal Determinística y Aleatoria.....	- 34 -
2.2.2.- Señal Estacionaria.....	- 35 -
2.2.3.- Transmisión y Recepción de Señales.....	- 35 -
2.2.4.- Equipo de Medición, Registro y Análisis.....	- 37 -
2.2.5.- Medición de Señales Vibratorias.....	- 39 -
2.2.6.- Tipos de Sensores.....	- 41 -
2.2.7.- Acelerómetro.....	- 41 -
2.3.- Tópicos Estadísticos y Probabilísticos.....	- 44 -

2.3.1.- Media Aritmética.	- 44 -
2.3.2.- Desviación Estándar.....	- 44 -
2.3.3.- Varianza.	- 44 -
2.3.4.- Covarianza.	- 44 -
2.3.5.- Correlación.....	- 45 -
2.3.6.- Correlación Cruzada (o a veces denominada "covarianza cruzada").	- 45 -
2.3.7.- Autocorrelación.....	- 45 -
2.3.8.- Función Densidad de Probabilidad.	- 46 -
2.3.9.- Densidad Espectral (Spectral Density).	- 46 -
2.3.10.- Estimación Espectral.....	- 50 -
2.3.11.- Método de Welch.....	- 50 -
2.3.12.- Función Pwelch MatLab.	- 51 -
2.3.13.- Proceso Ergódico.	- 51 -
2.3.14.- Proceso Estocástico.....	- 52 -
2.5.- Análisis Modal.	- 53 -
2.6.- Análisis Modal Experimental (EMA: Experimental modal analysis).	- 54 -
2.7.- Análisis Modal Operacional (OMA: Operational modal analysis).....	- 59 -
2.7.1.- Técnica de Ibrahim en Dominio Tiempo.	- 64 -
Capítulo III.- Implementación de Técnicas con Señales Simuladas en el computador.	- 68 -
3.1.- Señales Simuladas en el Computador, mediante EMA.	- 68 -
3.2.- Señales Simuladas en el Computador, mediante OMA.	- 74 -
3.2.1.- Integración desde la Señal de Aceleración hasta la Señal de Desplazamiento.	- 100 -
Capítulo IV.- Ensayos Experimentales y Comparación con Resultados Teóricos.....	- 111 -
4.1.- Descripción del Banco de Pruebas.....	- 111 -
4.1.1.- Descripción y Características de los Equipos y Sensores Utilizados.	- 113 -
4.2.- Resultados Teóricos de las Frecuencias Naturales de la Viga Estudiada.	- 119 -
4.3.- Ensayos Experimentales EMA.	- 123 -
4.4.- Ensayos Experimentales OMA.	- 135 -
4.4.1.- Equipamiento de Excitación para OMA (Shaker).	- 136 -
4.4.2.- Viga sin Daño, OMA.	- 138 -
4.4.3.- Viga con Daño, OMA.	- 146 -
4.4.4.- Resultados Teóricos por MEF, Pruebas OMA con fallas.	- 161 -
Capítulo V.- Conclusiones y Aspectos Futuros.....	- 169 -

Nomenclatura General.....	- 173 -
Bibliografía.....	- 179 -
Referencias.....	- 182 -
Anexos.....	- 186 -
Anexo N° 1.- Fichas Técnicas de los Equipos.	- 186 -
Anexo N° 2.- Pruebas Simuladas OMA, con “n” Grados de Libertad.....	- 191 -
Anexo N° 3.- Pruebas Experimentales OMA.....	- 194 -
Anexo N° 4.- Pruebas Experimentales EMA viga con daño, v/s ITD (OMA).	- 197 -
Anexo N° 5.- Resultados Teóricos Mediante el Software Inventor.	- 204 -

Índice de Figuras

FIGURA 1: REPRESENTACIÓN SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD	- 4 -
FIGURA 2: CONCEPTO DE FASE.....	- 5 -
FIGURA 3: PARÁMETROS DE UNA SEÑAL VIBRATORIA	- 6 -
FIGURA 4: FORMA TÍPICA DE VIBRACIONES AMORTIGUADAS PARA UN SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD.....	- 7 -
FIGURA 5: FORMA TÍPICA DE VIBRACIONES NO AMORTIGUADAS PARA UN SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD.....	- 8 -
FIGURA 6: VIBRACIÓN SENOIDAL EN EL TIEMPO.....	- 12 -
FIGURA 7: VIBRACIÓN NO SENOIDAL.....	- 13 -
FIGURA 8: CONCEPTO DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER.....	- 14 -
FIGURA 9: ESPECTRO EN FRECUENCIA DE UNA SEÑAL.....	- 15 -
FIGURA 10: SEÑAL ESTACIONARIA CON SU ESPECTRO (ARRIBA) Y SEÑAL NO ESTACIONARIA CON SU ESPECTRO EN FRECUENCIA (ABAJO)	- 16 -
FIGURA 11: EFECTO ESPEJO DEL ALIASING.	- 17 -
FIGURA 12: INFLUENCIA DE LA FRECUENCIA DE MUESTREO	- 18 -
FIGURA 13: CONCEPTO DE FRECUENCIA DE MUESTREO.	- 18 -
FIGURA 14: FENÓMENO DE ALIASING (ABAJO).....	- 19 -
FIGURA 15: CONCEPTO RESOLUCIÓN EN FRECUENCIA.....	- 19 -
FIGURA 16: CONCEPTO DE TRASLAPO U OVERLAP.	- 20 -
FIGURA 17: OVERLAP O TRASLAPO DE UN 50 %	- 21 -
FIGURA 18: INFLUENCIA EN EL ESPECTRO EN FRECUENCIA DEL TRASLAPO.....	- 21 -
FIGURA 19: CONCEPTO LEAKEAGE.	- 23 -
FIGURA 20: VENTANA DE HANNING Y HAMMING.....	- 23 -
FIGURA 21: FUNCIÓN RESPUESTA EN FRECUENCIA EN AMPLITUD Y FASE	- 24 -
FIGURA 22: CONCEPTO DE COHERENCIA.....	- 27 -
FIGURA 23: DETERMINANTE IGUALADO A CERO.....	- 28 -
FIGURA 24: DEFINICIÓN DEL PROBLEMA DE VALORES PROPIOS	- 29 -
FIGURA 25: SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES	- 29 -
FIGURA 26: CONCEPTO DE VALOR Y VECTOR PROPIO.....	- 29 -
FIGURA 27: CONCEPTO DE PASO DE TIEMPO Y PARTICIÓN DEL INTERVALO	- 30 -
FIGURA 28: APROXIMACIÓN MÉTODO RUNGE-KUTTA 44.	- 32 -
FIGURA 29: DIAGRAMA DE UN SISTEMA.....	- 33 -
FIGURA 30: CLASIFICACIÓN DE SEÑALES.....	- 34 -
FIGURA 31: SEÑAL ESTACIONARIA	- 35 -
FIGURA 32: SEÑAL ANALÓGICA	- 35 -
FIGURA 33: SEÑAL DIGITAL.....	- 36 -
FIGURA 34: EFECTO DE LA RESOLUCIÓN DIGITAL EN BIT.....	- 38 -
FIGURA 35: FILTRO ANTI-ALIASING TÍPICO PARA AUDIO.....	- 38 -
FIGURA 36: RELACIÓN POSICIÓN, VELOCIDAD Y ACELERACIÓN.....	- 39 -
FIGURA 37: AMPLITUD DE LAS COMPONENTES ESPECTRALES, SEGÚN LA UNIDAD DE MEDICIÓN	- 40 -
FIGURA 38: CONCEPTO DE PIEZOELECTRICIDAD.....	- 41 -
FIGURA 39: SENSOR PIEZOELÉCTRICO	- 42 -
FIGURA 40: INFLUENCIA DEL MONTAJE DEL ACELERÓMETRO.	- 43 -
FIGURA 41: DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD.....	- 46 -
FIGURA 42: DENSIDAD ESPECTRAL DE ENERGÍA DE DISTINTAS SEÑALES.....	- 48 -

FIGURA 43: DENSIDAD ESPECTRAL DE POTENCIA.....	- 49 -
FIGURA 44: PROCESO ESTOCÁSTICO.....	- 52 -
FIGURA 45: MODELO MECÁNICO EQUIVALENTE, SISTEMA 2 GDL.....	- 68 -
FIGURA 46: FRF PRUEBA 1 EMA SIMULADA.....	- 69 -
FIGURA 47: MODELO MECÁNICO EQUIVALENTE, SISTEMA 1 GDL.....	- 70 -
FIGURA 48: RESPUESTA VIBRATORIA, PRUEBA 2 EMA SIMULADA.....	- 71 -
FIGURA 49: FRF PRUEBA 2 EMA SIMULADA.....	- 72 -
FIGURA 50: RESPUESTA VIBRATORIA, PRUEBA 1.1 OMA SIMULADA.....	- 76 -
FIGURA 51: RESPUESTA VIBRATORIA, PRUEBA 1.2 OMA SIMULADA.....	- 77 -
FIGURA 52: RESPUESTA VIBRATORIA, PRUEBA 1.3 OMA SIMULADA.....	- 78 -
FIGURA 53: RESPUESTA VIBRATORIA, PRUEBA 1.4 OMA SIMULADA.....	- 79 -
FIGURA 54: RESPUESTA VIBRATORIA, PRUEBA 2.1 OMA SIMULADA.....	- 80 -
FIGURA 55: RESPUESTA VIBRATORIA, PRUEBA 2.2 OMA SIMULADA.....	- 81 -
FIGURA 56: RESPUESTA VIBRATORIA, PRUEBA 2.3 OMA SIMULADA.....	- 82 -
FIGURA 57: RESPUESTA VIBRATORIA, PRUEBA 2.4 OMA SIMULADA.....	- 83 -
FIGURA 58: RESPUESTA VIBRATORIA, PRUEBA 3.1 OMA SIMULADA.....	- 85 -
FIGURA 59: RESPUESTA VIBRATORIA, PRUEBA 3.2 OMA SIMULADA.....	- 86 -
FIGURA 60: RESPUESTA VIBRATORIA, PRUEBA 3.3 OMA SIMULADA.....	- 87 -
FIGURA 61: RESPUESTA VIBRATORIA, PRUEBA 3.4 OMA SIMULADA.....	- 88 -
FIGURA 62: RESPUESTA VIBRATORIA, PRUEBA 4.1 OMA SIMULADA.....	- 89 -
FIGURA 63: RESPUESTA VIBRATORIA, PRUEBA 4.2 OMA SIMULADA.....	- 90 -
FIGURA 64: RESPUESTA VIBRATORIA, PRUEBA 4.3 OMA SIMULADA.....	- 91 -
FIGURA 65: RESPUESTA VIBRATORIA, PRUEBA 5 OMA SIMULADA.....	- 92 -
FIGURA 66: RESPUESTA VIBRATORIA, PRUEBA 6.1 OMA SIMULADA.....	- 94 -
FIGURA 67: FORMA DEL SQUARE, PRUEBA 6.1 OMA SIMULADA.....	- 94 -
FIGURA 68: RESPUESTA VIBRATORIA, PRUEBA 6.2 OMA SIMULADA.....	- 95 -
FIGURA 69: FORMA DEL SQUARE, PRUEBA 6.2 OMA SIMULADA.....	- 96 -
FIGURA 70: RESPUESTA VIBRATORIA, PRUEBA 6.3 OMA SIMULADA.....	- 97 -
FIGURA 71: FORMA DEL SQUARE, PRUEBA 6.3 OMA SIMULADA.....	- 97 -
FIGURA 72: RESPUESTA VIBRATORIA, PRUEBA 6.4 OMA SIMULADA.....	- 98 -
FIGURA 73: FORMA DEL SQUARE, PRUEBA 6.4 OMA SIMULADA.....	- 99 -
FIGURA 74: REGLA DEL TRAPECIO.....	- 100 -
FIGURA 75: EFECTO DE INTEGRAR LA ACELERACIÓN PARA OBTENER DESPLAZAMIENTO.....	- 101 -
FIGURA 76: BANCO DE PRUEBAS, CON LA NUMERACIÓN DE LOS NODOS.....	- 111 -
FIGURA 77: UBICACIÓN DE LOS SENSORES EN LA VIGA.....	- 112 -
FIGURA 78: UNIÓN TORNILLO MECÁNICO A LA MESA MEDIANTE PERNOS.....	- 112 -
FIGURA 79: CABLEADO DEL BANCO.....	- 113 -
FIGURA 80: TRANSDUCTOR DE FUERZA UTILIZADO.....	- 114 -
FIGURA 81: AMPLIFICADOR IEPE.....	- 114 -
FIGURA 82: ACELERÓMETRO ADXL 325.....	- 115 -
FIGURA 83: BASE PLA PARA EL SENSOR.....	- 115 -
FIGURA 84: LABJACK U3.....	- 116 -
FIGURA 85: MARTILLO MODAL FABRICACIÓN PROPIA.....	- 117 -
FIGURA 86: AGUJEROS ROSCADOS PARA LA FIJACIÓN DEL TRANSDUCTOR.....	- 117 -
FIGURA 87: CABEZA PLA A LA IZQUIERDA, CABEZA METÁLICA A LA DERECHA.....	- 118 -
FIGURA 88: MARTILLO MODAL COMERCIAL.....	- 118 -
FIGURA 89: DISCRETIZACIÓN MEF, VIGA SIN DAÑO.....	- 119 -

FIGURA 90: ELEMENTO VIGA MEF	- 119 -
FIGURA 91: FRF TEÓRICO DE LA VIGA.....	- 120 -
FIGURA 92: MODO DE VIBRAR PARA 33,55 [HZ].....	- 120 -
FIGURA 93: MODO DE VIBRAR PARA 209,9 [HZ].....	- 121 -
FIGURA 94: MODO DE VIBRAR PARA 589 [HZ].....	- 121 -
FIGURA 95: MODO DE VIBRAR PARA 1.151 [HZ].....	- 122 -
FIGURA 96: COMPARACIÓN EN MAGNITUD, ENTRE H1 Y H2.....	- 123 -
FIGURA 97: CONCEPTO DE FASE, PARA LA COMPARACIÓN ENTRE H1 Y H2.....	- 124 -
FIGURA 98: RESPUESTA VIBRATORIA E IMPULSO, TEST 1 EMA.	- 125 -
FIGURA 99: FRF EN AMPLITUD, EN FASE Y COHERENCIA, TEST 1 EMA.....	- 126 -
FIGURA 100: RESPUESTA VIBRATORIA E IMPULSO, TEST 2 EMA.	- 127 -
FIGURA 101: FRF EN AMPLITUD, EN FASE Y COHERENCIA, TEST 2 EMA.....	- 128 -
FIGURA 102: RESPUESTA VIBRATORIA E IMPULSO, TEST 3 EMA.	- 129 -
FIGURA 103: FRF EN AMPLITUD, EN FASE Y COHERENCIA, TEST 3 EMA.....	- 130 -
FIGURA 104: RESPUESTA VIBRATORIA E IMPULSO, TEST 4 EMA.	- 131 -
FIGURA 105: FRF EN AMPLITUD, EN FASE Y COHERENCIA, TEST 4 EMA.....	- 132 -
FIGURA 106: SHAKER K2007E01.....	- 136 -
FIGURA 107: MONTAJE DEL SHAKER Y FIJACIÓN A LA VIGA.....	- 137 -
FIGURA 108: APLICACIÓN "FUNCTION GENERATOR".	- 137 -
FIGURA 109: PARÁMETROS FUNCTION GENERATOR, TEST 1 OMA.....	- 138 -
FIGURA 110: FFT SEÑAL DE DESPLAZAMIENTO, TEST 1 OMA.....	- 139 -
FIGURA 111: PSD, NODO 2, TEST 1 OMA.	- 139 -
FIGURA 112: PARÁMETROS FUNCTION GENERATOR, TEST 2 OMA.....	- 140 -
FIGURA 113: FFT SEÑAL DE DESPLAZAMIENTO, TEST 2 OMA.....	- 141 -
FIGURA 114: PSD, NODO 2, TEST 2 OMA.	- 141 -
FIGURA 115: PARÁMETROS FUNCTION GENERATOR, TEST 3 OMA.....	- 142 -
FIGURA 116: FFT SEÑAL DE DESPLAZAMIENTO, TEST 3 OMA.....	- 143 -
FIGURA 117: PSD, NODO 2, TEST 3 OMA.	- 143 -
FIGURA 118: VIGA CON GRIETA INCIPIENTE, 2 [MM] DE PROFUNDIDAD.	- 146 -
FIGURA 119: VIGA CON GRIETA AVANZADA, 17 [MM] DE PROFUNDIDAD.	- 147 -
FIGURA 120: VIGA CON GRIETA EXTENSA, 46 [MM] DE PROFUNDIDAD.....	- 147 -
FIGURA 121: FFT SEÑAL DE DESPLAZAMIENTO, TEST 1.1 OMA.....	- 148 -
FIGURA 122: PSD, NODO 2, TEST 1.1 OMA.	- 149 -
FIGURA 123: FFT SEÑAL DE DESPLAZAMIENTO, TEST 1.2 OMA.....	- 150 -
FIGURA 124: PSD, NODO 2, TEST 1.2 OMA.	- 150 -
FIGURA 125: FFT SEÑAL DE DESPLAZAMIENTO, TEST 1.3 OMA.....	- 152 -
FIGURA 126: PSD, NODO 2, TEST 1.3 OMA.	- 152 -
FIGURA 127: ZONAS DE DESGASTE EN LA VIGA.	- 154 -
FIGURA 128: VIGA CON DESGASTE, MONTADA EN EL BANCO DE PRUEBAS.....	- 155 -
FIGURA 129: PARÁMETROS FUNCTION GENERATOR, TEST 2.1 OMA.....	- 156 -
FIGURA 130: FFT SEÑAL DE DESPLAZAMIENTO, TEST 2.1 OMA.....	- 156 -
FIGURA 131: PSD, NODO 2, TEST 2.1 OMA.	- 157 -
FIGURA 132: PARÁMETROS FUNCTION GENERATOR, TEST 2.2 OMA.....	- 158 -
FIGURA 133: FFT SEÑAL DE DESPLAZAMIENTO, TEST 2.2 OMA.....	- 158 -
FIGURA 134: PSD, NODO 2, TEST 2.2 OMA.	- 159 -
FIGURA 135: MODELO ANSYS PARA LA VIGA SIN DAÑO.....	- 161 -
FIGURA 136: ENMALLADO, VIGA SIN DAÑO.....	- 161 -
FIGURA 137: MODELO ANSYS PARA LA VIGA CON GRIETA INCIPIENTE.....	- 162 -

FIGURA 138: ENMALLADO, VIGA CON GRIETA INCIPIENTE.	- 163 -
FIGURA 139: MODELO ANSYS PARA LA VIGA CON GRIETA AVANZADA.	- 163 -
FIGURA 140: ENMALLADO, VIGA CON GRIETA AVANZADA.	- 164 -
FIGURA 141: MODELO ANSYS PARA LA VIGA CON GRIETA EXTENSA.	- 164 -
FIGURA 142: ENMALLADO, VIGA CON GRIETA EXTENSA.	- 165 -
FIGURA 143: MODELO ANSYS PARA LA VIGA CON DESGASTE.	- 166 -
FIGURA 144: ENMALLADO, VIGA CON DESGASTE.	- 166 -
FIGURA 145: TIPOS DE LINER, Y SU DISTINTA COMPOSICIÓN.	- 171 -

Índice de Tablas.

TABLA 1: RESULTADOS TEÓRICOS DE FRECUENCIAS NATURALES, PRUEBA 1 EMA..- 69 -
 TABLA 2: RESULTADO TEÓRICO DE FRECUENCIA NATURAL, PRUEBA 2 EMA.- 72 -
 TABLA 3: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 1.1 OMA SIMULADA.....- 76 -
 TABLA 4: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 1.2 OMA SIMULADA.....- 77 -
 TABLA 5: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 1.3 OMA SIMULADA.....- 77 -
 TABLA 6: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 1.4 OMA SIMULADA.....- 78 -
 TABLA 7: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 2.1 OMA SIMULADA.....- 80 -
 TABLA 8: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 2.2 OMA SIMULADA.....- 81 -
 TABLA 9: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 2.3 OMA SIMULADA.....- 82 -
 TABLA 10: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 2.4 OMA SIMULADA.....- 82 -
 TABLA 11: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 3.1 OMA SIMULADA.....- 84 -
 TABLA 12: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 3.2 OMA SIMULADA.....- 85 -
 TABLA 13: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 3.3 OMA SIMULADA.....- 86 -
 TABLA 14: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 3.4 OMA SIMULADA.....- 87 -
 TABLA 15: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 4.1 OMA SIMULADA.....- 89 -
 TABLA 16: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 4.2 OMA SIMULADA.....- 90 -
 TABLA 17: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 4.3 OMA SIMULADA.....- 90 -
 TABLA 18: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 5 OMA SIMULADA.....- 92 -
 TABLA 19: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 6.1 OMA SIMULADA.....- 93 -
 TABLA 20: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 6.2 OMA SIMULADA.....- 95 -
 TABLA 21: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 6.3 OMA SIMULADA.....- 96 -
 TABLA 22: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 6.4 OMA SIMULADA.....- 98 -
 TABLA 23: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 7.1 OMA SIMULADA.....- 102 -
 TABLA 24: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 7.2 OMA SIMULADA.....- 102 -
 TABLA 25: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 7.3 OMA SIMULADA.....- 102 -
 TABLA 26: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 7.4 OMA SIMULADA.....- 103 -
 TABLA 27: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 8.1 OMA SIMULADA.....- 104 -
 TABLA 28: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 8.2 OMA SIMULADA.....- 104 -
 TABLA 29: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 8.3 OMA SIMULADA.....- 104 -
 TABLA 30: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 9.1 OMA SIMULADA.....- 105 -
 TABLA 31: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 9.2 OMA SIMULADA.....- 105 -
 TABLA 32: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 9.3 OMA SIMULADA.....- 105 -
 TABLA 33: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 10.1 OMA SIMULADA.....- 106 -
 TABLA 34: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 10.2 OMA SIMULADA.....- 106 -
 TABLA 35: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 10.3 OMA SIMULADA.....- 107 -
 TABLA 36: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 10.4 OMA SIMULADA.....- 107 -
 TABLA 37: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 11.1 OMA SIMULADA.....- 108 -
 TABLA 38: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 11.2 OMA SIMULADA.....- 108 -
 TABLA 39: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 11.3 OMA SIMULADA.....- 108 -
 TABLA 40: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 12.1 OMA SIMULADA.....- 109 -
 TABLA 41: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 12.2 OMA SIMULADA.....- 109 -
 TABLA 42: RESULTADOS TEÓRICOS V/S ITD, PRUEBA 12.3 OMA SIMULADA.....- 110 -
 TABLA 43: FRECUENCIAS NATURALES MEDIANTE FRF, LUEGO DE APLICAR MEF. ...- 122 -
 TABLA 44: POSICIÓN Y UBICACIÓN DE SENSORES, TEST 1.....- 124 -
 TABLA 45: POSICIÓN Y UBICACIÓN DE SENSORES, TEST 2.....- 126 -
 TABLA 46: POSICIÓN Y UBICACIÓN DE SENSORES, TEST 3.....- 128 -

TABLA 47: POSICIÓN Y UBICACIÓN DE SENSORES, TEST 4.....	- 130 -
TABLA 48: COMPARACIÓN MEF V/S EMA.....	- 133 -
TABLA 49: RESULTADOS ITD, TEST 1 OMA.....	- 138 -
TABLA 50: RESULTADOS EN FRECUENCIA, TEST 1, OMA.....	- 140 -
TABLA 51: RESULTADOS ITD, TEST 2 OMA.....	- 140 -
TABLA 52: RESULTADOS EN FRECUENCIA, TEST 2, OMA.....	- 142 -
TABLA 53: RESULTADOS ITD, TEST 3 OMA.....	- 142 -
TABLA 54: RESULTADOS EN FRECUENCIA, TEST 3, OMA.....	- 144 -
TABLA 55: TABLA COMPARATIVA DE RESULTADOS, OMA V/S EMA.....	- 144 -
TABLA 56: RESULTADOS ITD, TEST 1.1 OMA.....	- 148 -
TABLA 57: RESULTADOS EN FRECUENCIA, TEST 1.1, OMA.....	- 149 -
TABLA 58: RESULTADOS ITD, TEST 1.2 OMA.....	- 149 -
TABLA 59: RESULTADOS EN FRECUENCIA, TEST 1.2, OMA.....	- 151 -
TABLA 60: RESULTADOS ITD, TEST 1.3 OMA.....	- 151 -
TABLA 61: RESULTADOS EN FRECUENCIA, TEST 1.3, OMA.....	- 153 -
TABLA 62: COMPARACIÓN VIGA SIN DAÑO V/S VIGA CON GRIETA.....	- 153 -
TABLA 63: PARÁMETROS DE DESGASTE EN LA VIGA.....	- 154 -
TABLA 64: RESULTADOS ITD, TEST 2.1 OMA.....	- 156 -
TABLA 65: RESULTADOS EN FRECUENCIA, TEST 2.1, OMA.....	- 157 -
TABLA 66: RESULTADOS ITD, TEST 2.2 OMA.....	- 158 -
TABLA 67: RESULTADOS EN FRECUENCIA, TEST 2.2, OMA.....	- 159 -
TABLA 68: COMPARACIÓN VIGA SIN DAÑO V/S VIGA CON DESGASTE.....	- 160 -
TABLA 69: RESULTADOS TEÓRICOS ANSYS, PARA LA VIGA SIN DAÑO.....	- 162 -
TABLA 70: RESULTADOS TEÓRICOS ANSYS, PARA LA VIGA CON GRIETA INCIPIENTE.....	- 163 -
TABLA 71: RESULTADOS TEÓRICOS ANSYS, PARA LA VIGA CON GRIETA AVANZADA....	- 164 -
TABLA 72: RESULTADOS TEÓRICOS ANSYS, PARA LA VIGA CON GRIETA EXTENSA. -	165
-	
TABLA 73: RESULTADOS TEÓRICOS ANSYS, PARA LA VIGA CON DESGASTE.....	- 167 -
TABLA 74: TABLA COMPARATIVA EN FRECUENCIA, ITD (OMA) V/S MEF.....	- 167 -

Capítulo I.- Introducción.

1.1.- Prefacio.

Hoy en día, para el sector industrial, se torna imprescindible la implementación de estrategias de monitoreo continuo de condición de máquinas y estructuras, con el fin de tener una mejor productividad y una disponibilidad alta de los sistemas monitoreados. Para esto, se requieren conocer los parámetros modales de los sistemas, es decir, frecuencias naturales, coeficientes de amortiguamiento y modos de vibrar, cualquier cuerpo en la tierra posee frecuencias naturales y modos de vibrar, por ende, todas las estructuras mecánicas y de obras civiles también, estos parámetros modales dependen de la rigidez y la masa de la estructura, y son una propiedad intrínseca del sistema.

El interés por conocer dichos parámetros nace en la etapa de diseño de la estructura, donde se hace necesario conocer las frecuencias naturales, para estimar cómo afectan a la respuesta vibratoria del sistema cuando este sea perturbado por una fuerza externa. Por otro lado, conocer el amortiguamiento es útil para saber cómo será la respuesta vibratoria en resonancia.

Una manera de obtener estos parámetros, sería plantear las ecuaciones del movimiento, conocer el valor de las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento del sistema, luego suponer una forma de solución, y resolver un problema de valores y vectores propios, por supuesto, para esto se debe conocer el modelo matemático que rige al sistema. Pero surge un problema, conocer el modelo matemático de la estructura, cuando ya ha estado expuesta a condiciones de operación, porque quizá el modelo que se tenía en un principio para la estructura, ya no representa de buena manera los efectos producidos debido al uso, el modelo es una simplificación que no considera todas las variables existentes en la condición de operación de un sistema.

Dicho esto, es pertinente buscar otro método para obtener la información modal de una estructura, entonces, surge como alternativa el análisis modal, en donde no se necesita el cálculo de las matrices anteriormente mencionadas, ofreciendo una herramienta eficiente y simplificada para modelar el comportamiento de las estructuras, y obtener los mismos parámetros de interés, se distinguen básicamente dos técnicas de análisis modal, el clásico o también llamado experimental, y el operacional.

El análisis modal experimental (EMA) requiere el valor de la fuerza externa que excita al sistema para poder realizar la estimación de los parámetros modales, puesto que se basa en obtener la función respuesta en frecuencia (FRF), presentando un inconveniente logístico, ya que, dependiendo del sistema (entorno, dimensiones, acceso, etc.) a veces no es fácil realizar la medición, y tampoco la excitación artificial.

Cuando se tiene una estructura de grandes dimensiones, de difícil acceso, o donde es complicado excitarla artificialmente, se presenta un problema no menor. Por tanto, es necesario encontrar otro método de predicción de parámetros modales, en el cual no se necesite excitar la estructura artificialmente, ni medir la fuerza de excitación, es decir, solo medir la respuesta vibratoria en condiciones de operación.

Dicho método se denomina análisis modal operacional (OMA), ofreciendo una ventaja logística, sobre todo si se piensa en estructuras complejas.

1.2.- Objetivo General.

Este trabajo de investigación busca evaluar, por medio de un banco de ensayos y métodos experimentales adecuados, la factibilidad de monitorear la integridad de una estructura a través de la medición de sus vibraciones. En particular, se busca estudiar la aplicación de la técnica de análisis modal operacional, implementada para la detección de fallas (grietas y desgaste) en elementos estructurales (vigas). Con el objetivo de emitir una conclusión sobre si la técnica OMA se puede usar como un método confiable para monitoreo de condición en una estructura.

1.3.- Objetivos Específicos.

- Desarrollar y validar la técnica EMA en señales simuladas en computador, a través del cálculo de la FRF, para utilizarla como herramienta de validación para la técnica OMA.
- Desarrollar y validar el algoritmo de Ibrahim, para la técnica OMA en señales simuladas en computador, y la implementación de las herramientas PSD y FFT como respaldo para el algoritmo de Ibrahim.
- Construcción e implementación del banco de pruebas, consistente en una viga de acero en condición empotrada-libre, fijada a un tornillo mecánico, para realizar la validación experimental de las técnicas anteriormente descritas, particularmente, ensayos EMA a través de pruebas de impacto con un martillo como excitador, y ensayos OMA mediante la excitación de un shaker.

- Obtención experimental de frecuencias naturales para la viga sin daño, y posteriormente con fallas, mediante la técnica OMA, usando el algoritmo de Ibrahim, la función matemática PSD y el algoritmo de la FFT, estas dos últimas como respaldo a los resultados de Ibrahim, y también mediante la técnica EMA a través del cálculo de la FRF, además, de la comprobación mediante MEF (*Ansys*).

1.4.- Estado del Arte.

Actualmente existe una imperiosa necesidad de desarrollar procedimientos eficientes de evaluación de daños no destructivos para las estructuras y máquinas, creciendo rápidamente hacia la evaluación de la salud estructural [1] y la gestión de las estructuras existentes. La evaluación de daños en las estructuras mediante el monitoreo de cambios en las propiedades dinámicas o la respuesta de la estructura ha recibido una atención considerable en los últimos años.

Las técnicas de detección de daño estructural basadas en vibraciones dependen principalmente del número de sensores y su óptima localización para obtener una información representativa de la estructura en estudio [2]. Skjaerbaek y Nielsen [3] presentan un método para la localización de daños estructurales en una estructura de hormigón excitada sísmicamente, con especial énfasis en la óptima ubicación de los sensores, realizando el análisis mediante OMA. Kripakaran y Smith [4] implementan una aplicación de ubicaciones de los sensores para la detección de daños mediante OMA, para el caso de un puente de ferrocarril. Hong, Epureanu y Castenier [5] presentan un estudio para detectar la longitud de una grieta en las estructuras de vehículos, observando el avance de la misma, haciendo uso de OMA.

Svendsen [6] presenta el estudio de como a través de la combinación de OMA y el control activo de lubricación se puede cambiar la dinámica de un rotor, destacando la aplicación para el monitoreo en tiempo real, y la influencia en el control de la respuesta vibratoria.

Magalhaes y Cunha [7] realizan el estudio en un puente de arco de hormigón con un tramo de 280 [m] explicando la técnica OMA paso a paso.

Zhang, Brincker y Andersen [8] presentan una visión general del desarrollo principal de la identificación modal operacional, incluyendo cuatro enfoques de dominio tiempo, basados en la realización estocástica. También se resumen los principales problemas en OMA, como configuraciones de sensores múltiples y excitación no estacionaria.

Capítulo II.- Marco Teórico.

2.1.- Teoría Básica de Vibraciones Lineales.

Una vibración mecánica se define como el movimiento oscilatorio de un cuerpo en torno a su posición de equilibrio, para describir un sistema real, se podrían usar técnicas de modelación matemática avanzadas, pero esto generalmente resulta muy complicado de hacer, y además se obtiene mucha información, la cual, quizá ni siquiera es requerida. Por tal motivo, es conveniente realizar un modelo matemático equivalente, es decir, que sea simplificado, pero capaz de describir un sistema real. El sistema más básico de todos, es el de un grado de libertad, un grado de libertad es aquel parámetro que define al mecanismo o sistema, en términos de movimiento.

En la figura 1 se muestra un esquema de este sistema. Dicho sistema se compone de una masa “ m ”, de un amortiguador “ c ”, de un muelle o resorte “ k ”, y de una fuerza de excitación $F(t)$. “ O ” indica la posición de equilibrio estático, siendo x la coordenada que indica la posición desplazada de la masa respecto a dicha posición de origen.

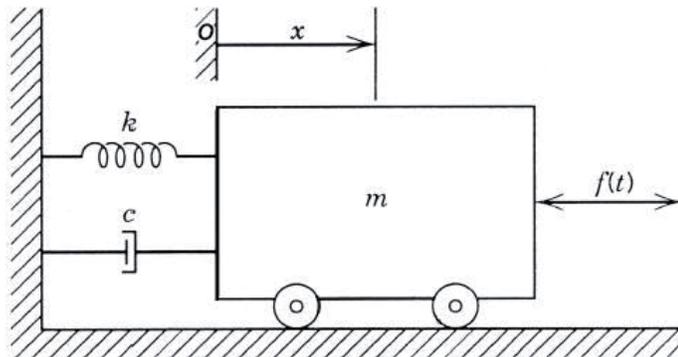


Figura 1: Representación sistema de un grado de libertad (Imagen de [9]).

Es claro, que al perturbar el carro (la masa), ésta ejecutará un movimiento alternativo (vaivén) en torno a su posición de equilibrio estático, el punto “ O ” mostrado en la figura 1, este tipo de movimiento se conoce como movimiento armónico simple, y matemáticamente, este movimiento puede representarse usando una función senoidal como la mostrada en la ecuación 2.1:

$$X(t) = A \text{sen}(2\pi ft + \phi) \tag{2.1}$$

De la expresión (2.1) se pueden acuñar algunas definiciones necesarias para su comprensión:

- 1) **Amplitud A** : Corresponde a la magnitud de la vibración, medida desde la posición de equilibrio hasta el valor máximo vibratorio. También se conoce como amplitud PEAK. Dependiendo del sensor empleado para efectuar la medición, sus unidades serán de desplazamiento [μm], velocidad [$\frac{mm}{s}$] o aceleración [$\frac{mm}{s^2}$] o [g].
- 2) **Frecuencia f** : Corresponde al número de ciclos que efectúa la vibración en un cierto tiempo. Su unidad de medida es ciclos por segundo [CPS], también conocida como Hertz [Hz], o ciclos por minuto [CPM]. Para determinarla, se emplea la fórmula conocida:

$$f = \frac{1}{T} \quad (2.2)$$

T corresponde al periodo de la vibración, es decir, el tiempo que transcurre entre dos crestas o valles de la onda vibratoria.

- 3) **Fase ϕ** : Su unidad de medida, es angular, como grados sexagesimales [$^\circ$] o radianes. La fase entrega información respecto a cuan adelantada o atrasada se encuentra la forma de onda vibratoria en el tiempo, con respecto a una referencia que puede ser el tiempo cero, u otra señal. Es decir, que tan “desfasada” o en términos coloquiales, que tan “corrida”, está la señal en comparación a una referencia establecida.

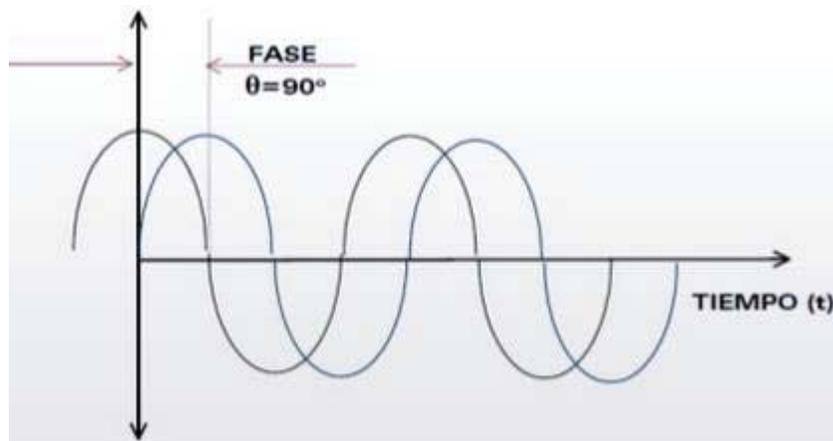


Figura 2: Concepto de fase (Imagen de [10]).

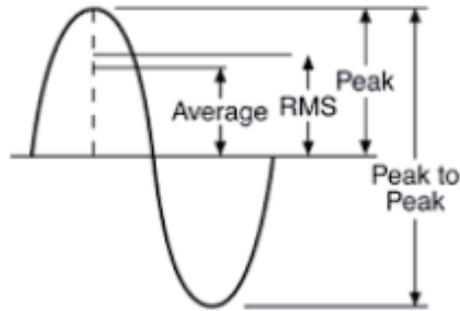


Figura 3: Parámetros de una señal vibratoria (Imagen de [11]).

La ecuación general que describe el movimiento del sistema de un grado de libertad mostrado en la figura 1, es la siguiente, y tiene su origen en la segunda ley de Newton:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \tag{2.3}$$

La fuerza restauradora que proviene del resorte con una rigidez k se modela en forma lineal, y de manera proporcional al desplazamiento x .

$$f_k = kx \tag{2.4}$$

En la realidad, cualquier sistema disipa energía mecánica a otras formas de energía mientras exhibe vibraciones. Dichas fuerzas disipativas deben ser incluidas en el análisis, con la salvedad de que la modelación matemática es compleja y muy dependiente del mecanismo de disipación, por tanto, se hace complicado el poder estimar un valor certero para este término. Para una primera aproximación, se acepta una modelación lineal, incluyendo en el modelo un amortiguador, cuya fuerza se modela como proporcional a la velocidad \dot{x} .

$$f_c = c\dot{x} \tag{2.5}$$

En el modelo matemático mostrado en la ecuación (2.3), se observan claramente tres términos asociados a las fuerzas “internas” del sistema (fuerza de inercia, disipativa y restauradora), y un término asociado a las fuerzas “externas” actuando sobre él. Cuando se produce una interacción entre dichas fuerzas, el sistema vibra.

2.1.1.- Análisis de Vibraciones Libres.

Para un primer análisis se considera el caso en que NO existen fuerzas externamente aplicadas sobre el sistema, o sea, $F(t) = 0$. Además, se despreciará el amortiguamiento c . La ecuación de movimiento (2.3) se reduce a:

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (2.6)$$

En términos matemáticos, corresponde a una ecuación diferencial de segundo orden homogénea. En este caso, dado que no existen fuerzas externas, las vibraciones que se producen en el sistema son inducidas producto de las condiciones iniciales, es decir, el desplazamiento y la velocidad para el instante $t=0$. De manera que, para poder resolver el problema y realizar un planteamiento completo, se debe considerar lo siguiente:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + kx &= 0 \\ x(t = 0) &= x_0 \\ \dot{x}(t = 0) &= \dot{x}_0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

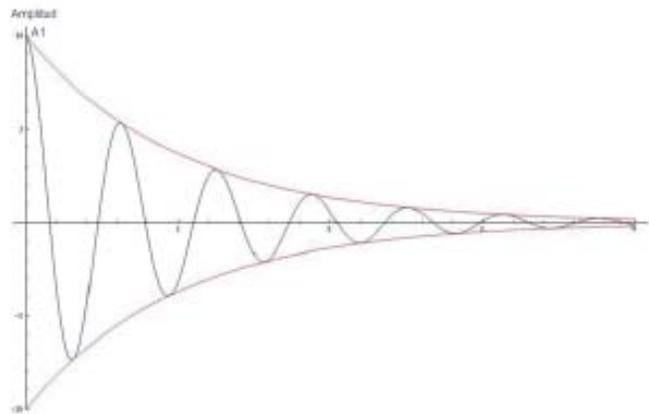


Figura 4: Forma típica de vibraciones amortiguadas para un sistema de un grado de libertad (Imagen de [12]).

Para resolver esta ecuación diferencial con valores iniciales, se debe asumir una función para el desplazamiento $x(t)$. Si se observa la figura 4, se distingue la forma típica de una vibración libre de un sistema de un grado de libertad, pero que presenta amortiguamiento, corresponde a una función armónica que decae en el tiempo en forma exponencial.

Si no existieran fuerzas disipativas en el sistema (amortiguamiento), o de ser ellas muy débiles, la vibración no decaerá en el tiempo, como lo muestra la figura 5, sino que seguirá en forma perpetua, que precisamente es la simplificación que se está utilizando para obtener la ecuación de movimiento.

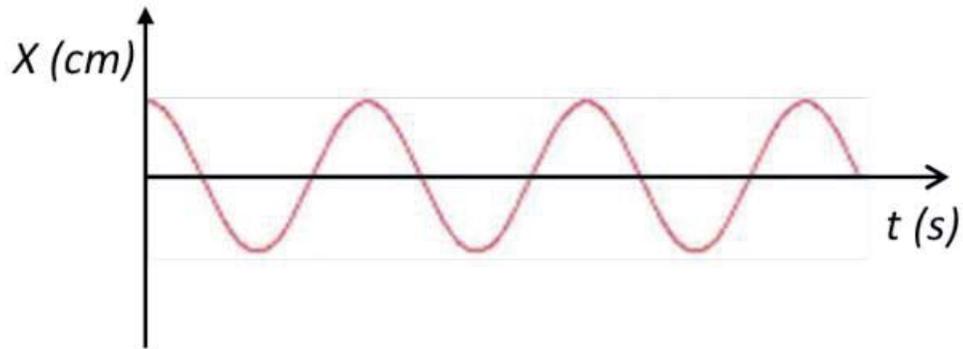


Figura 5: Forma típica de vibraciones no amortiguadas para un sistema de un grado de libertad (Imagen de [50]).

Dicho todo esto, para resolver la ecuación diferencial (2.7), hay que asumir una forma de solución conveniente y que se ajuste al tipo de curvas que se obtienen, así, se tiene que:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi) \tag{2.8}$$

Reemplazando en la ecuación diferencial (2.6), se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + kx &= 0 \\ (k - m\omega^2)A \sin(\omega t + \phi) &= 0 \end{aligned} \tag{2.9}$$
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

El resultado que se observa en la ecuación (2.9) se conoce como **Frecuencia Natural**, y es uno de los parámetros básicos del sistema mecánico en análisis a nivel vibratorio, pero a su vez, muy trascendente para todos los análisis que se quieran realizar sobre el sistema. Se define entonces, como aquella frecuencia de oscilación característica, cada vez que se perturba el sistema desde su posición de equilibrio y se deja vibrar libremente. Se debe notar que la frecuencia natural es una propiedad intrínseca de cada sistema, y depende de la rigidez y la masa, y no tiene relación con las fuerzas externas que se pudieran aplicar.

2.1.2.- Análisis de Vibraciones Forzadas Armónicamente.

Luego de haber realizado el análisis del comportamiento vibratorio libre de un sistema de un grado de libertad, ahora se estudia la vibración cuando existe una fuerza externa $F(t)$ actuando sobre el sistema:

$$m\ddot{x} + kx = F(t) \quad (2.10)$$

A diferencia de la solución de una vibración libre que consta de solo una parte (solución homogénea), la solución de la ecuación diferencial (2.10) consta de dos partes: la solución homogénea, que se obtiene cuando $F(t) = 0$ como ya se discutió en la sección 2.1.1, y la particular, que corresponde a la solución forzada. En cualquier sistema en la realidad, es la superposición de ambos casos lo que da la solución completa a la ecuación, es decir, ambas respuestas coexisten en un sistema.

Sin embargo, como ya se ha visto, las vibraciones asociadas a la solución homogénea son amortiguadas, debido a que todo sistema en la realidad posee algún grado de amortiguamiento, por tanto, desaparecen de la respuesta del sistema pasado un cierto intervalo de tiempo, tal como se mostró en la figura 4. A esto se le conoce como respuesta *Transiente* o *Vibración Transiente*, y aparece cada vez que se perturba al sistema.

Cuando dicho transiente desaparece, el sistema alcanza un estado *Estacionario*, en este caso, las vibraciones del sistema corresponden a la solución particular, o respuesta forzada del sistema, como se analiza a continuación:

Si se considera una fuerza del tipo armónica, de amplitud F_0 y frecuencia ω :

$$F = F_0 \text{sen}(\omega t) \quad (2.11)$$

Al igual que para la resolución anterior, se debe asumir una forma de solución para la ecuación diferencial, como se está analizando un sistema lineal, se puede suponer que:

$$x(t) = A \text{sen}(\omega t) \quad (2.12)$$

Como el sistema es lineal, esto quiere decir que, si se excita al sistema con una fuerza armónica, la respuesta será una armónica también y a la misma frecuencia ω de la excitación. Entonces queda por determinar el valor de la amplitud A del movimiento, y la fase con respecto a la excitación armónica.

Reemplazando en la ecuación diferencial (2.10) se obtiene:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + kx &= F(t) \\ -m\omega^2 A \text{sen}(\omega t) + kA \text{sen}(\omega t) &= F_0 \text{sen}(\omega t) \\ (k - m\omega^2)A &= F_0 \\ A &= \frac{F_0}{k - m\omega^2} \end{aligned} \tag{2.13}$$

O sea, la expresión completa queda:

$$x(t) = A \text{sen}(\omega t) = \frac{F_0}{k - m\omega^2} \text{sen}(\omega t) \tag{2.14}$$

Si la frecuencia de la excitación es muy baja o tendiente a cero, se observa que:

$$x(t) = A \text{sen}(\omega t) = \frac{F_0}{k} \text{sen}(\omega t) \tag{2.15}$$

En dicho caso, la amplitud vibratoria de la respuesta, queda condicionada o definida por la rigidez del sistema. Por otro lado, al mirar el signo, se observa que la respuesta está “en fase” con la fuerza de excitación (mismo signo).

Ahora, si la frecuencia de la excitación es muy grande o tendiente a infinito, se tiene que:

$$x(t) = A \text{sen}(\omega t) = -\frac{F_0}{m\omega^2} \text{sen}(\omega t) \tag{2.16}$$

Se observa que la amplitud de la respuesta ira disminuyendo asintóticamente con la frecuencia de excitación ω , y que, a diferencia del caso anterior, ahora está dominada por el valor de la masa. Si se observa el signo de la respuesta, está ahora en “contrafase” con la fuerza excitadora, dado que son contrarios en signos.

Se concluye entonces, que existen dos zonas características que describen la respuesta de un sistema: la llamada “zona resorte” donde es el valor de la rigidez el predominante, y la “zona másica” donde el valor de la masa es el que predomina.

Sin embargo, entre ambas zonas, existe un valor crítico de frecuencia de excitación del sistema, se observa que si $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ (que es la frecuencia natural del sistema), se tiene que:

$$x(t) = A \operatorname{sen}(\omega t) = \frac{F_0}{\rightarrow 0} \operatorname{sen}(\omega t) \quad (2.17)$$

Es decir, para cualquier valor de la amplitud de la fuerza F_0 , cuando el sistema es excitado con una fuerza armónica cuya frecuencia coincide con la frecuencia natural, la amplitud de la respuesta vibratoria tiende al infinito. En términos simples, si se excita al sistema con una fuerza armónica de frecuencia equivalente a su frecuencia natural, se obtendrá la máxima respuesta posible en términos vibratorios.

A este fenómeno se le conoce como **Resonancia**, y normalmente tiene consecuencias perjudiciales para el correcto funcionamiento del sistema.

Para completar el análisis, en términos de fuerza cuando el sistema experimenta resonancia, se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} f_k &= kx = kA \operatorname{sen}(\omega t) \\ m\ddot{x} &= -m\omega^2 A \operatorname{sen}(\omega t) = -m \frac{k}{m} A \operatorname{sen}(\omega t) = -kA \operatorname{sen}(\omega t) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Si se analiza con detalle, se observa que la fuerza restauradora, es decir, producto de la rigidez, equilibra perfectamente a la fuerza de inercia del sistema, y se cancelan. Como resultado, al existir una fuerza externa, ésta no tiene oposición ninguna, y puede traspasar su energía dentro del sistema, y no habrá nada que se le oponga.

Ahora bien, se recuerda que se realizó la suposición de que el sistema no tiene amortiguamiento, lo cual es falso, ya que, todo sistema en la realidad posee algún grado de amortiguamiento.

Entonces, si el amortiguamiento c no es igual a cero, y si bien es cierto, al estar en resonancia, la amplitud seguirá siendo la máxima posible, ya no tenderá a infinito, puesto que estará limitada por el valor de amortiguamiento que tenga el sistema.

Es preciso destacar entonces, que es el amortiguamiento, y sólo el amortiguamiento, el que tiene algún efecto en limitar las vibraciones en la zona resonante del sistema.

Cuando el sistema está en resonancia, la respuesta del sistema queda 90 grados “desfasada” con respecto a la fuerza de excitación.

2.1.3.- El Espectro en Frecuencia: La Transformada de Fourier.

A partir de todo lo expuesto anteriormente en la teoría básica de vibraciones, es posible concluir que si un sistema está sometido a una fuerza senoidal de frecuencia ω , entonces en la respuesta vibratoria se observará una vibración senoidal a la misma frecuencia ω , cuya amplitud dependerá de las frecuencias naturales del sistema, y su cercanía a la frecuencia de excitación.

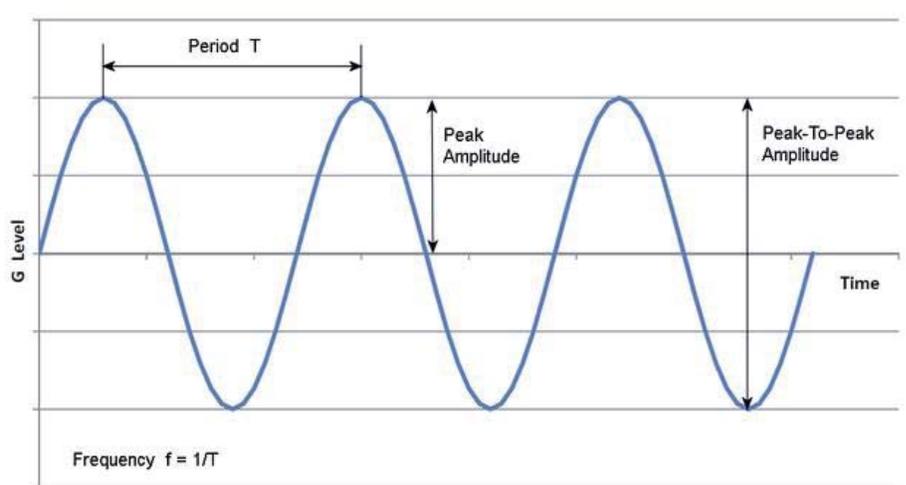


Figura 6: Vibración senoidal en el tiempo (Imagen de [13]).

Para el caso mostrado en la figura 6, si se inspecciona la señal en el dominio tiempo, resulta fácil distinguir la amplitud y su período. A partir del inverso del período, se puede determinar la frecuencia, y la frecuencia permite relacionar la vibración con la fuerza que la origina.

Si bien es cierto que en la práctica se puede encontrar una situación así, es mucho más común que, al realizar una medición de vibraciones, la señal en el tiempo sea mucho más difícil de analizar, y no se puedan distinguir a simple vista los parámetros característicos de la vibración.

A veces, es posible reconocer ciertos patrones en algunas señales mediante una inspección, como la mostrada en la figura 7, pero se corre el riesgo de perder información importante, además de ser un proceso dificultoso.

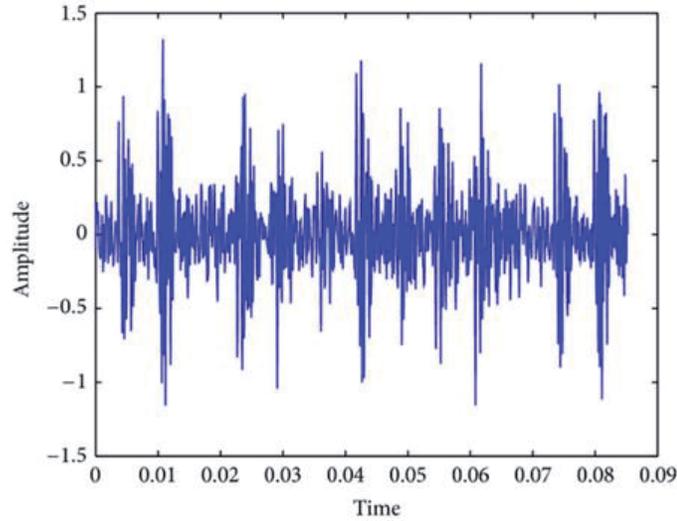


Figura 7: Vibración no senoidal (Imagen de [14]).

Por tanto, se hace necesario contar con algún tipo de herramienta que permita realizar el análisis de las frecuencias y amplitudes de una señal cualquiera, para poder caracterizarla completamente.

La Transformada de Fourier.

En palabras sencillas, la transformada de Fourier es un operador matemático, la cual transforma funciones expresadas en el dominio tiempo a otras funciones expresadas en el dominio de la frecuencia. Tiene su origen en el trabajo del matemático francés Joseph Fourier, que descubrió que es posible representar cualquier señal como una sumatoria de señales senoidales, que tienen distintas amplitudes, frecuencias y ángulos de fase, como lo muestra la figura 8.

La ecuación 2.19 muestra matemáticamente cómo está definida la transformada de Fourier:

$$g(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-izx} dx \quad (2.19)$$

La transformación realizada entre las funciones por definición, es para señales determinísticas, las señales analizadas en esta investigación son del tipo no deterministas o aleatorias (ver sección 2.2.1), por tanto, para realizar el análisis en este tipo de señales, se debe hacer uso de la transformada de Fourier discreta.

Los matemáticos estadounidenses James William Cooley y John Wilder Tukey en 1.965 acuñan el término de la transformada rápida de Fourier, que es un algoritmo que permite calcular la transformada discreta de Fourier, eliminando una gran parte de los cálculos repetitivos que esta presenta, logrando un cálculo más rápido, la FFT generalmente logra una mayor precisión en los resultados de la transformada discreta, puesto que disminuye los errores de redondeo.

Como se dijo antes, obtener los parámetros vibratorios de una señal senoidal es sencillo, por tanto, al realizar la transformada rápida de Fourier, se descompone una señal real cualquiera, en diferentes señales senoidales, y así se puede caracterizar con una gran exactitud.

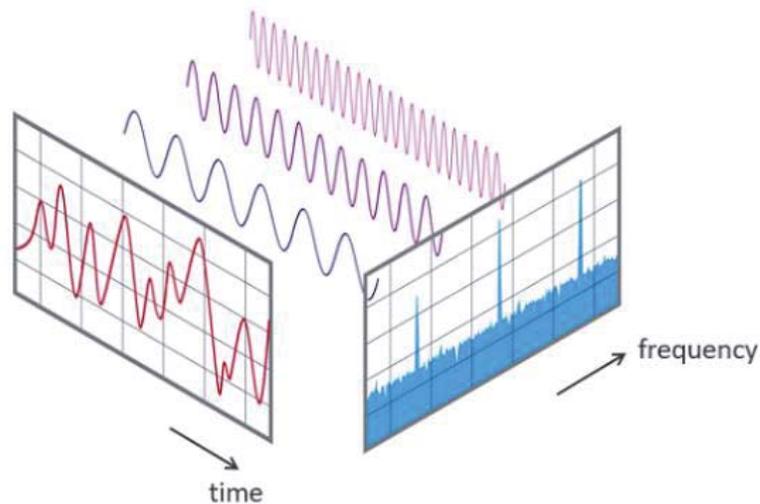


Figura 8: Concepto de la transformada de Fourier (Imagen de [15]).

Al analizar la figura 8, se observa que la señal original, se descompone en tres senoidales, cada una con cierta amplitud, frecuencia y fase. En general, a cada senoidal empleada para descomponer la señal original se le llama **Componente**.

La información que se obtiene a partir de la transformada rápida de Fourier a una señal vibratoria, se conoce como **Espectro en Frecuencia**, y se muestra en la figura 9.

En la abscisa (eje X) van las distintas frecuencias, y en la ordenada (eje Y) van las amplitudes.

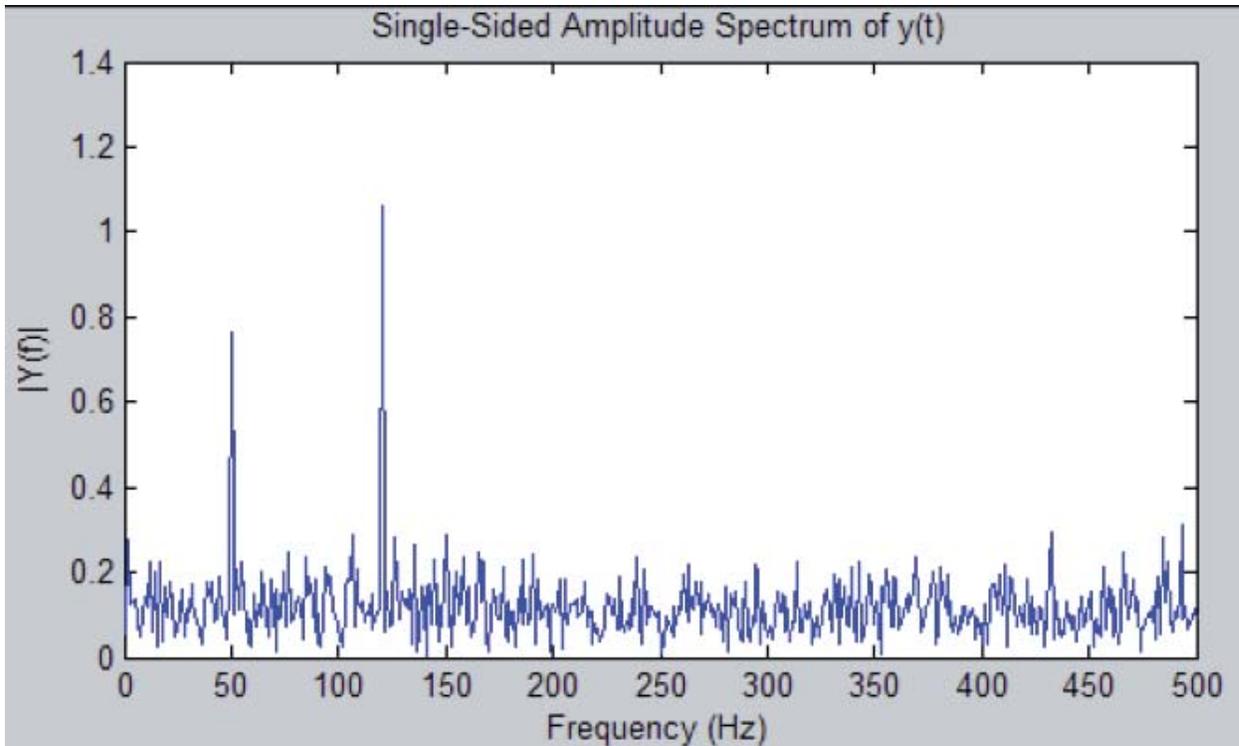


Figura 9: Espectro en frecuencia de una señal (Imagen de [16]).

A partir de la figura 9, se pueden distinguir claramente dos componentes principales, una a 50 [Hz] y amplitud 0.8, y otra de frecuencia 125 [Hz] y amplitud 1.1.

Se hace patente entonces, la utilidad de la transformada rápida de Fourier, ya que, al tener el espectro en frecuencia, se puede visualizar de manera rápida y certera el valor de las frecuencias de las señales senoidales que están contenidas en una señal cualquiera.

Consideraciones al aplicar la Transformada Rápida de Fourier.

Existen algunas limitaciones a la hora de usar la transformada rápida de Fourier, es necesario entonces saber cómo usarla, y cuando poder usarla, para que así los resultados que entregue sean representativos. A continuación, se mencionan algunos detalles importantes a tener en cuenta:

- 1) ***Señales No Estacionarias:*** La Transformada de Fourier NO puede emplearse para analizar señales vibratorias cuya frecuencia cambie constantemente en el tiempo. Esto principalmente porque en el espectro se generan una cantidad de componentes muy elevada, de aspecto poco definido, y se hace muy difícil poder distinguir la frecuencia de las componentes de interés de la señal en análisis. En la figura 10 se ejemplifica de una mejor manera dicho fenómeno.

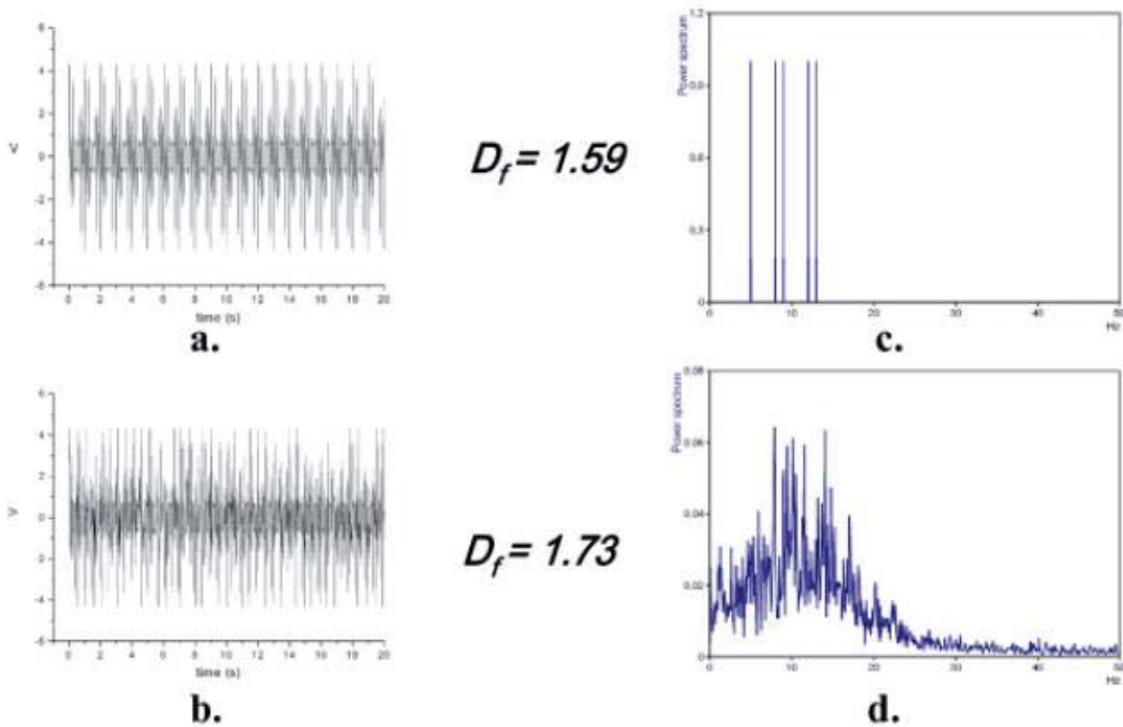


Figura 10: Señal estacionaria con su espectro (arriba) y señal no estacionaria con su espectro en frecuencia (abajo) (Imagen de [17]).

2) **Frecuencia de Muestreo y Aliasing:** Al momento de realizar una medición de vibraciones, uno de los parámetros a definir es la **Frecuencia De Muestreo** con que se realizará la medición. Este parámetro es vital para conseguir una buena medición, se define como el número de puntos de señal por unidad de tiempo que se van a adquirir de una señal continua, para obtener una señal discreta, que posteriormente se convertirá de analógica a digital, ver figuras 12 y 13. Si este valor es insuficiente, puede haber problemas a la hora de representar la señal original, en donde la representación será errónea, específicamente ocurre que la señal original no se puede reconstruir de forma unívoca a partir de la señal digital, apareciendo frecuencias en el espectro que no son de la señal, creándose “alias” de la señal, parecido a lo que sería el efecto de un espejo, entregando información que no corresponde a la señal original, por ejemplo, una frecuencia alta se podría trasladar al rango de frecuencias bajas, como se muestra en la figura 11, a este fenómeno se le conoce como **Aliasing**. En la figura 14, se observa también el efecto de una frecuencia incorrecta de muestreo, produciendo aliasing.

The Effects of Aliasing

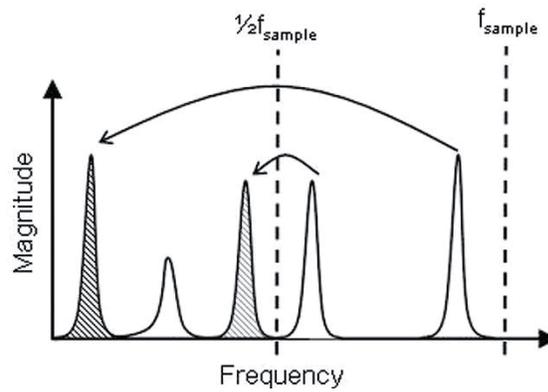


Figura 11: Efecto Espejo del Aliasing (Imagen de [51]).

Para evitar dicho problema, se debe usar una frecuencia de muestreo lo suficientemente alta en comparación con la frecuencia máxima de la señal en análisis.

Esto es lo que se conoce como el Teorema de Nyquist, y establece que:

$$f_{\text{muestreo}} \geq 2f_{\text{máxima señal}} \quad (2.20)$$

Por otro lado, si ya está establecida la frecuencia de muestreo, la frecuencia máxima que se podrá observar en el espectro en frecuencia es:

$$f_{\text{máxima espectro}} = \frac{f_{\text{muestreo}}}{2} \quad (2.21)$$

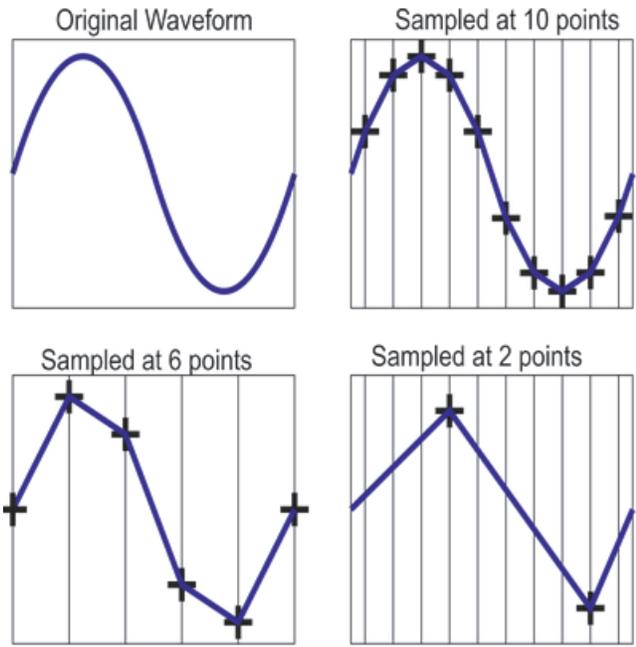


Figura 12: Influencia de la frecuencia de muestreo (Imagen de [18]).

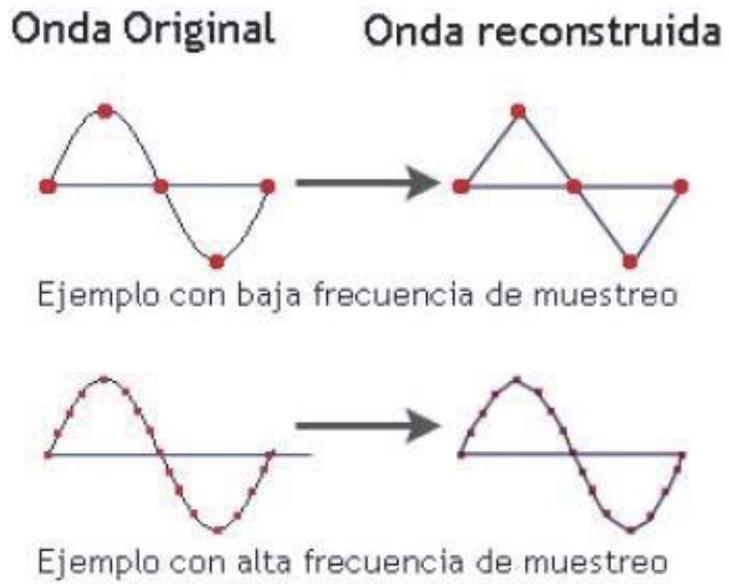


Figura 13: Concepto de frecuencia de muestreo (Imagen de [12]).

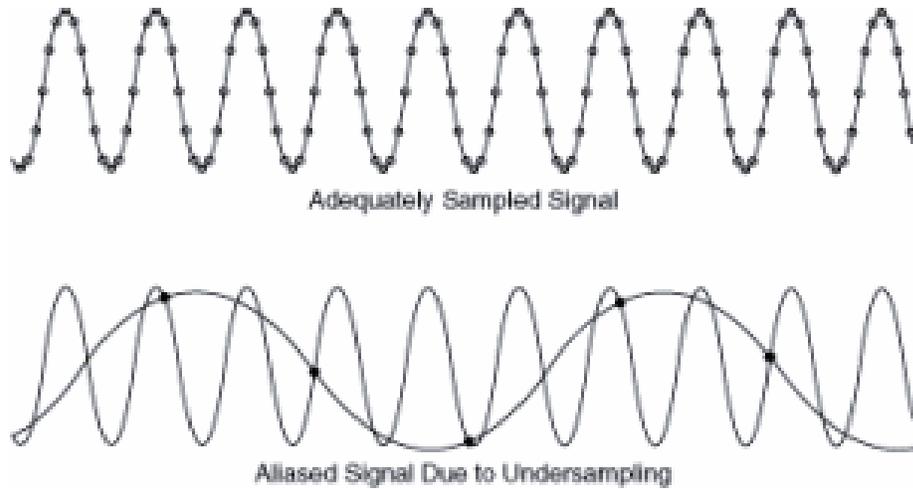


Figura 14: Fenómeno de aliasing (abajo) (Imagen de [19]).

- 3) **Efecto del Largo de la Señal:** Al momento de obtener un espectro en frecuencia, hay que tener en cuenta la **Resolución En Frecuencia** del mismo, es decir, la separación mínima en frecuencia de las componentes observables en el espectro. La resolución en frecuencia está ligada con el largo en el tiempo de la señal vibratoria, y se calcula como:

$$\Delta f = \frac{1}{T_{\text{señal}}} \quad (2.22)$$

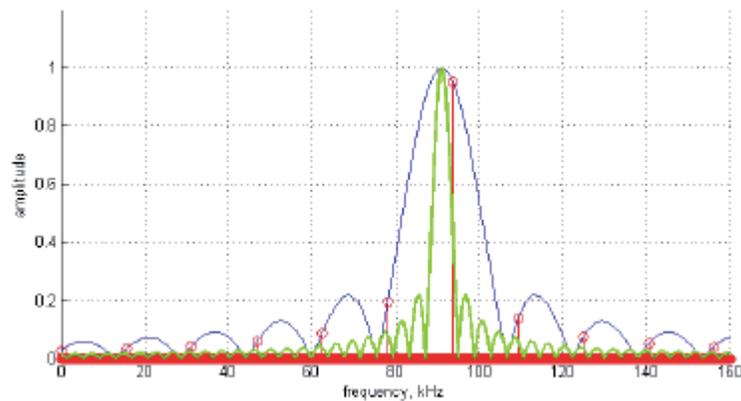


Figura 15: Concepto resolución en frecuencia (Imagen de [12]).

Es claro que mientras más largo sea el tiempo en que se toma la señal, se puede obtener una resolución en frecuencia mucho más precisa, lo que permite, por ejemplo, observar dos o más frecuencias muy juntas, que, si el tiempo de duración de la señal es muy bajo, la resolución será tan pobre, que es muy probable que no se verán algunas frecuencias en el espectro.

- 4) **Traslapo y Promedios:** Como se acaba de mencionar, la resolución en frecuencia está directamente relacionada con el largo de la señal adquirida. Se pueden emplear promedios para mejorar la calidad del espectro obtenido, al reducir los niveles de ruido en el resultado final. Sin embargo, el registro de señales de larga duración para obtener un buen número de promedios y una buena resolución en frecuencia puede ser problemático y extenso, cuando son muchos equipos a analizar o para realizar la medición hay que seguir demasiados pasos.

Una solución a este problema, es usar el **traslapo** de señales, es decir traslapar o superponer bloques consecutivos de la señal en el tiempo, con un cierto porcentaje designado por uno mismo. Al realizar el traslapo, el cálculo se hace más rápido, ya que solo se usará una parte de los datos nuevos, por ejemplo, para un traslapo de un 25 [%], esto quiere decir, que se usa el 25 [%] de los datos anteriores para cada cálculo del espectro, el proceso de traslapo puede mejorar la precisión de la estimación del espectro, ya que al tomar ciertos datos solamente, atenúa la información útil en dos extremos de cada bloque, además ayuda a que en pantalla los datos se actualicen más rápidamente.

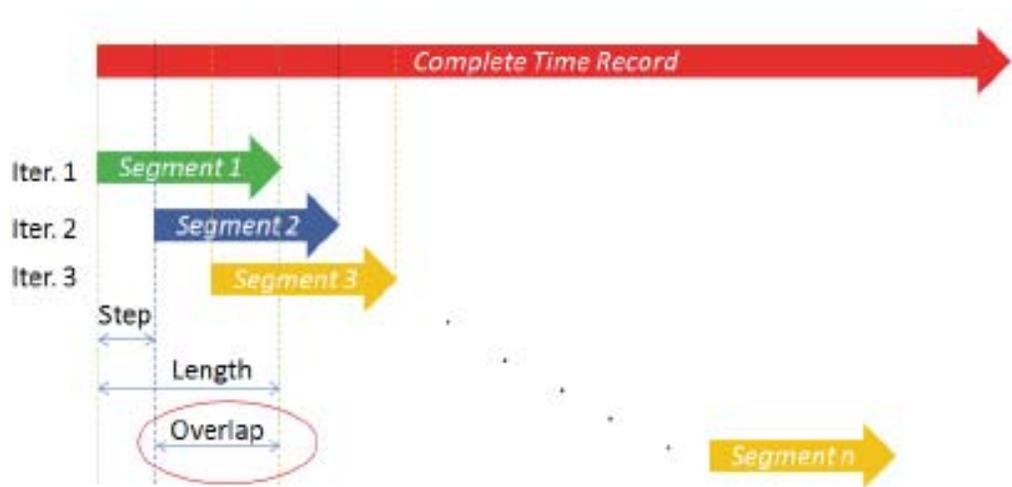


Figura 16: Concepto de traslapo u overlap (Imagen de [20]).

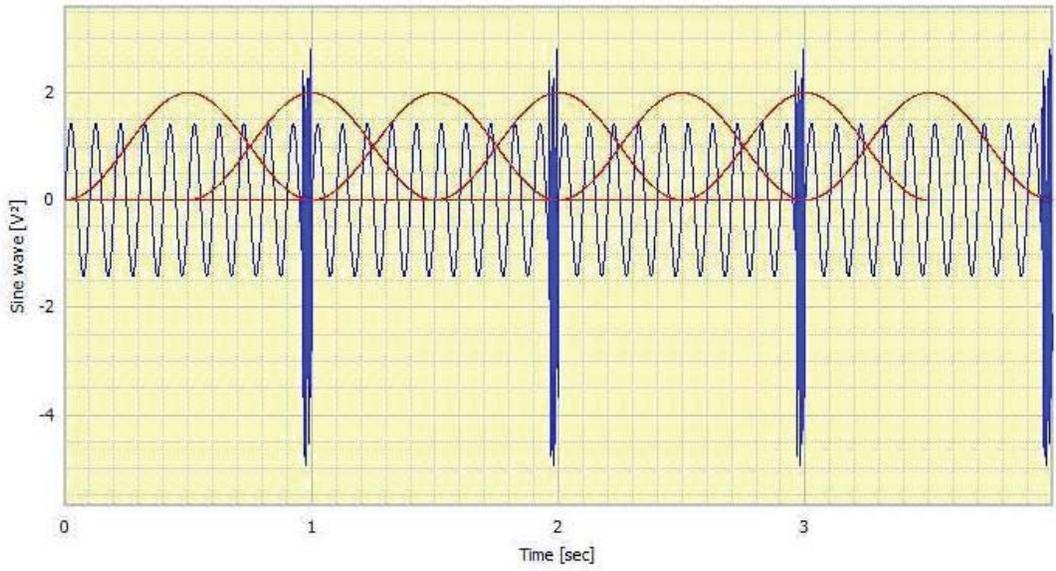


Figura 17: Overlap o traslapo de un 50 % (Imagen de [21]).

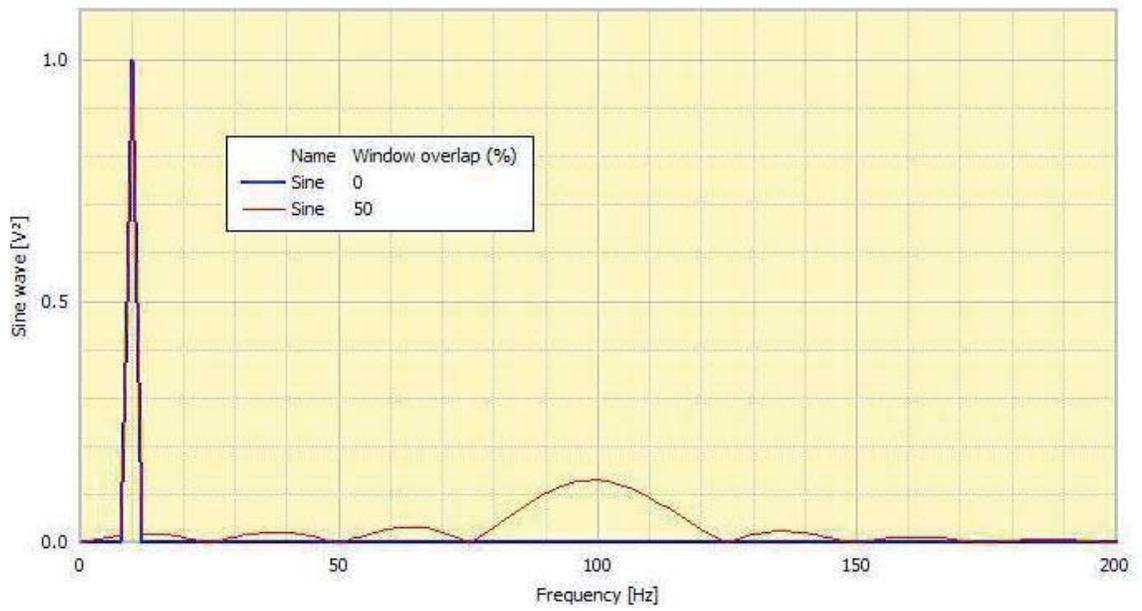


Figura 18: Influencia en el espectro en frecuencia del traslapo (Imagen de [21]).

5) ***Fugas Laterales (Leakeage)***: Cuando se miden vibraciones, siempre la señal tiene un largo limitado, por el tiempo en que se realizó la medición, esto supone que siempre existe el riesgo de truncar o cortar la señal, vale decir, no se adquiere un número completo de períodos. Y es lo que pasa casi en la totalidad de las mediciones.

El problema de esto, es que se genera una discontinuidad en los extremos, lo que en el espectro en frecuencia se traduce como la aparición de ***Fugas Laterales***, es decir, se muestran como componentes de alta frecuencia que no están en la señal original, el espectro se distorsiona, tal como se indica en la figura 19.

Para prevenir este problema indeseado, se suelen utilizar las llamadas ***Ventanas de Ponderación***, las ventanas reducen la amplitud de las discontinuidades en los límites de cada secuencia finita adquirida, es decir, donde la señal fue cortada. Lo que realizan es multiplicar el registro de tiempo por una ventana de longitud finita con una amplitud que varía poco a poco hacia cero en los bordes. Esto hace que los extremos de la forma de onda se encuentren y, por lo tanto, da como resultado una forma de onda continua y sin transiciones bruscas. Una de las más usadas, es la de Hanning (ver figura 20), que es de propósito general y cuando no se tiene mucho conocimiento sobre la señal.

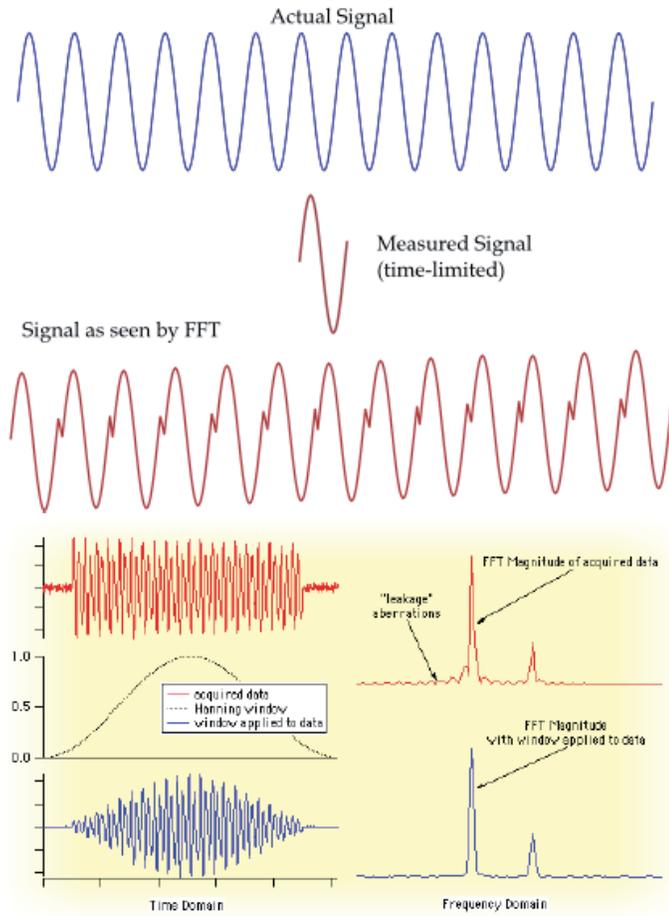


Figura 19: Concepto leakage (Imagen de [12]).

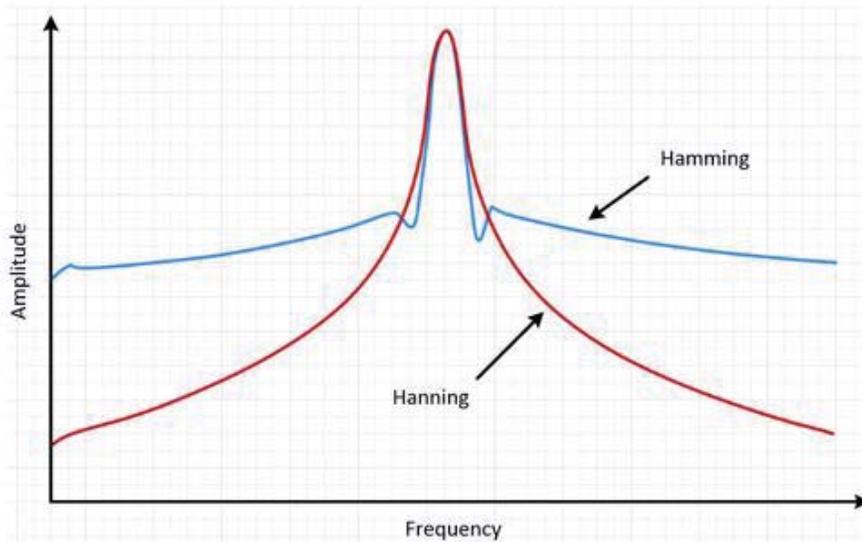


Figura 20: Ventana de Hanning y Hamming (Imagen de [22]).

2.1.4.- Función Respuesta en Frecuencia.

Como se ha discutido en los párrafos anteriores, se puede concluir que, dada una excitación armónica, la respuesta estacionaria del sistema exhibe distintas características dependiendo de la frecuencia de excitación ω . La amplitud de la vibración resultante es variable, así como el desfase con respecto a la fuerza de excitación.

Sería bueno poder resumir toda esta información en alguna gráfica, para poder entenderla de una manera más sencilla, así el diseñador de un equipo o estructura podría conocer claramente el comportamiento de la respuesta vibratoria para un rango de frecuencias de excitación determinado, así como también el desfase.

Esta representación gráfica existe, y se llama **Función Respuesta En Frecuencia** $H(\omega)$, abreviada **FRF**. Es evidente, que es función de la frecuencia excitadora ω .

A continuación, en la figura 21, se muestra un ejemplo de dicha gráfica:

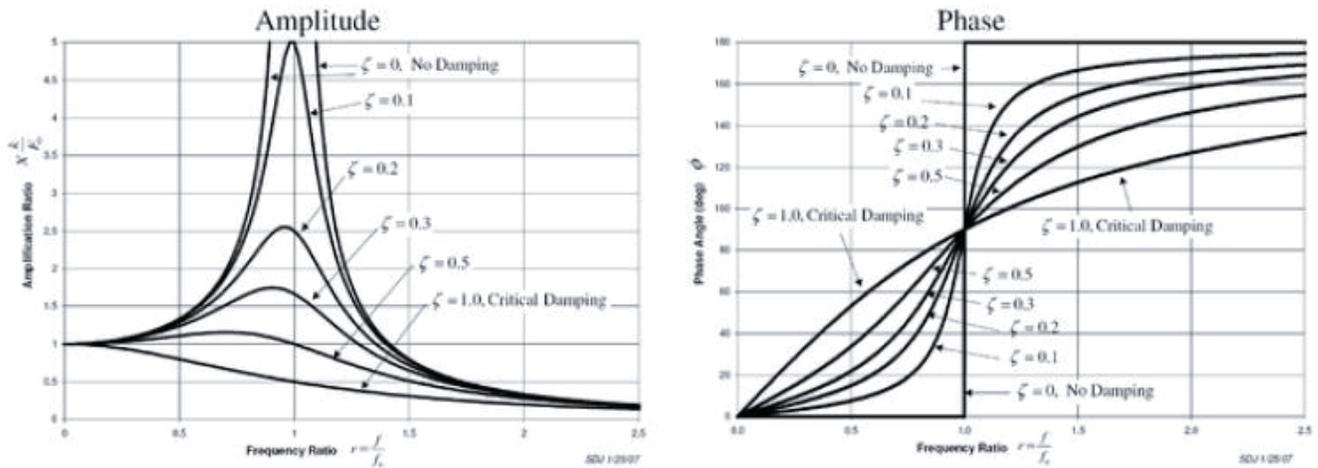


Figura 21: Función respuesta en frecuencia en amplitud y fase (Imagen de [12]).

Para poder realizar la representación gráfica, es conveniente expresarla en términos de amplitud y fase:

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad (2.23)$$

$$\phi_H(\omega) = \tan^{-1}\left(\frac{-c\omega}{k - m\omega^2}\right)$$

También se puede expresar en términos de frecuencia natural ω_n y factor de amortiguamiento ξ .
El factor de amortiguamiento se define como:

$$\xi = \frac{c}{2 * m * \omega_n} \quad (2.24)$$

Dependiente del amortiguamiento “ c ”, la masa “ m ” y de la frecuencia natural del sistema.
Ahora la FRF, en términos de frecuencia natural y factor de amortiguamiento:

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\omega_n\omega)^2}} \quad (2.25)$$
$$\phi_H(\omega) = \tan^{-1}\left(\frac{2\xi\omega_n\omega}{\omega_n^2 - \omega^2}\right)$$

A partir de estos datos, es posible obtener la respuesta estacionaria de un sistema de un grado de libertad, excitado por una fuerza externa armónica, como se muestra a continuación:

$$F(t) = F_0 \sin(\omega t)$$
$$x(t) = F_0 |H(\omega)| \sin(\omega t + \phi_H(\omega)) \quad (2.26)$$

Si se analiza un poco más en detalle la figura 21, se observa que el gráfico de la función respuesta en frecuencia muestra las características que se discutieron previamente. Vale decir, la función presenta su valor peak en amplitud alrededor de la frecuencia natural del sistema. En resonancia, la respuesta presenta un desfase de 90 grados con respecto a la excitación. A bajas frecuencias de excitación, el desfase tiende a cero, y para altas frecuencias tiende a 180 grados, es decir, en “contrafase” con la fuerza excitadora. Una modificación del valor en el factor de amortiguamiento ξ tiene influencia principalmente en las cercanías de la zona resonante, donde reduce la magnitud de la función respuesta y suaviza el gráfico de fase, en la “zona resorte” (bajas frecuencias) y en la “zona másica” (altas frecuencias) prácticamente no tiene influencia.

2.1.5.- Coherencia.

Un concepto importante a la hora de analizar la FRF es la coherencia, un valor numérico comprendido entre cero y uno, que representa o da una medida del grado de linealidad entre dos señales que estén relacionadas, en el caso de la FRF, la fuerza de excitación y la respuesta vibratoria producto de dicha fuerza. Si la estructura es completamente lineal, la coherencia será uno, pero si hay ruido en algún canal de medición, la coherencia caerá a un valor inferior a uno.

Es decir, la coherencia indica qué parte de la salida (respuesta vibratoria) se debe a la entrada (fuerza de excitación) en la FRF, por tanto, se suele considerar como un indicador de calidad de la FRF. Además, sirve para comparar resultados de la FRF y evaluar su consistencia, por ejemplo, desde una primera medición hasta la repetición de la misma, y verificar si hubo algún cambio.

A modo de resumen, la coherencia se utiliza para verificar la correlación entre el espectro de salida (respuesta vibratoria) y el espectro de entrada (fuerza de excitación). Por lo tanto, puede estimar la transferencia de potencia entre la entrada y la salida de un sistema lineal, y muestra qué tan bien la entrada y la salida están relacionadas entre sí.

Se debe hacer notar que, en cada frecuencia, la coherencia puede tomarse como un coeficiente de correlación (cuadrado) que expresa el grado de relación lineal entre dos variables, donde las magnitudes de los espectros corresponden a las varianzas de esas dos variables y la magnitud del espectro cruzado corresponde a la covarianza (ver detalle en la sección 2.3.4).

Los valores bajos de coherencia indican una relación débil (cuando el espectro de excitación tiene brechas en ciertas frecuencias), los valores cercanos a uno muestran una medida representativa. Eso significa que cuando la función de transferencia muestra un peak, pero la coherencia es baja (círculos rojos en la figura 22), no necesariamente corresponde a una resonancia real. Tal vez la medición deba repetirse (con una punta de martillo diferente).

Ahora, se debe tener en cuenta que, para una condición de resonancia, la coherencia debe bajar, debido a la fórmula de cálculo que posee (ver ecuación 2.41, sección 2.6), ya que, la respuesta vibratoria está en el denominador, y al estar en resonancia, ese valor toma el máximo posible, por ende, la coherencia debe disminuir.

En la figura 22, se muestra con más detalle lo anteriormente comentado:

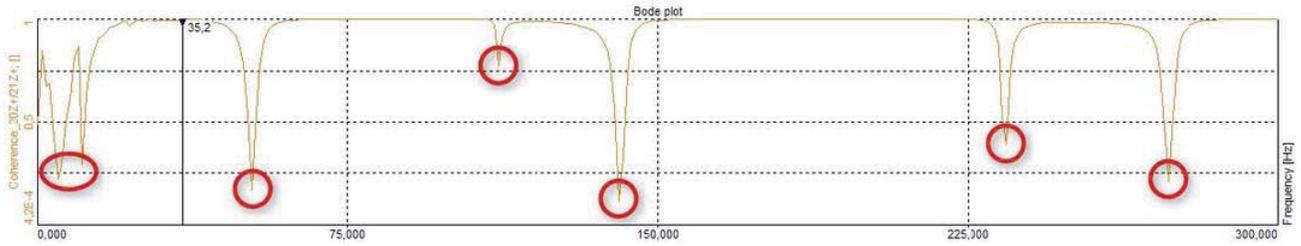


Figura 22: Concepto de coherencia (Imagen de [14]).

2.1.6.- Sistema de “n” Grados de Libertad.

Un sistema real posee infinitos GDL, para realizar los análisis correspondientes, se reduce a un número finito que represente fielmente el comportamiento del sistema, o que sea de interés para una aplicación específica, por tal motivo, se hace necesario contar con una manera de expresar las ecuaciones de movimiento para cuando se tengan muchos GDL en estudio, dicha manera es recurrir a la notación matricial.

Las ecuaciones del movimiento que rigen a un sistema de “n” grados de libertad se pueden escribir de forma matricial de la siguiente manera:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (2.27)$$

donde $[M]$, $[C]$ y $[K]$ son matrices de dimensiones “n” x “n” de masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente, $\{x(t)\}$ y $\{f(t)\}$ son vectores de dimensiones “n” x 1 que representan los desplazamientos y las fuerzas respectivamente.

Para un primer análisis se considera el sistema sin amortiguamiento viscoso:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (2.28)$$

Primero se va a considerar el caso de respuesta libre, por lo que $f(t)$ es nulo. Se supone que la solución es de la forma $\{x(t)\} = \{x\}e^{i\omega t}$, donde $\{x\}$ es un vector compuesto por “n” x 1 amplitudes independientes del tiempo.

Sustituyendo en la ecuación (2.28), $f(t) = 0$, se llega:

$$([K] - \omega^2 [M])\{x\}e^{i\omega t} = \{0\} \quad (2.29)$$

Cuyas soluciones diferentes de la trivial satisfacen: $\det|[K] - \omega^2 [M]| = 0$, y de donde se obtienen los “ n ” valores de ω^2 , que son las frecuencias naturales del sistema sin amortiguación.

Si el sistema posee amortiguamiento, como todo sistema real, se agrega una matriz $[C]$, pero básicamente el problema se resuelve de la misma manera.

Todo lo aplicado para un grado de libertad se debe extrapolar para “ n ” grados de libertad, es decir, obteniendo las matrices y ecuación de movimiento, se procede a resolver el problema de valores propios y vectores propios.

2.1.7.- Problema de Valores y Vectores Propios.

En álgebra lineal, los vectores propios o auto vectores de un operador lineal son los vectores no nulos que, cuando son transformados por el operador, dan lugar a un múltiplo escalar de sí mismos, con lo que NO cambian su dirección. Este escalar recibe el nombre de valor propio, autovalor o valor característico.

Un espacio propio, auto espacio o eigen espacio es el conjunto de vectores propios con un valor propio común.

Se denominan valores propios o raíces características de una matriz cuadrada $[A]$, a los valores de λ tales que:

$$\det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{E}) = \begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & \dots a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nn} - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

Figura 23: Determinante igualado a cero (Imagen de [23]).

Desarrollando el determinante, se tiene un polinomio de grado n en λ . Se encuentran los coeficientes del polinomio y luego, se aplica un método de hallar las raíces del polinomio.

2.1.8.- Métodos Numéricos para resolver Ecuaciones Diferenciales.

Estas técnicas buscan aproximar una determinada función solución del problema en un intervalo de interés dado, normalmente temporal. Se genera una partición de dicho intervalo, tomando un punto inicial, y se avanza al siguiente punto de partición. El espacio entre puntos de la partición se le llama “paso” y avanzar de un punto al siguiente es “dar un paso”.

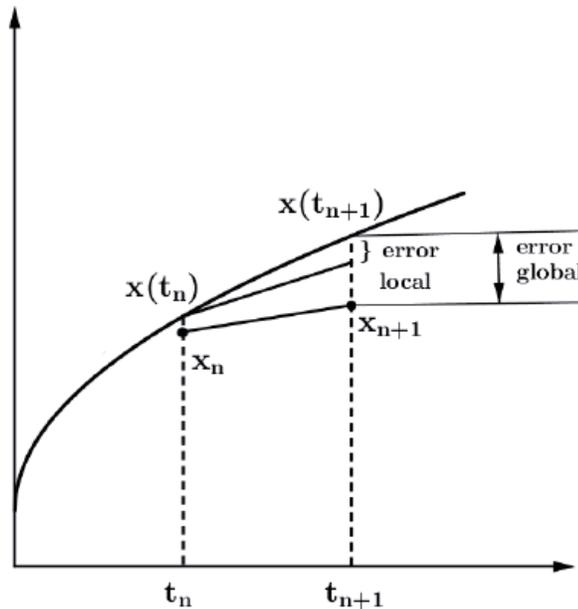


Figura 27: Concepto de paso de tiempo y partición del intervalo (Imagen de [25]).

Se comienza en un punto inicial, y se da un salto hacia el siguiente punto de la partición, tomando para ello una recta de cierta pendiente, que va a depender, del tiempo inicial, de las condiciones iniciales, el paso, y la función a evaluar.

El valor de la solución en el siguiente punto deber ser próximo, es decir, hay un margen de error aceptable, dependiente del método utilizado y de las condiciones del problema.

Podemos clasificar los métodos de resolución de EDO's en dos tipos: métodos de un paso y multipaso. Los primeros utilizan la información del instante anterior para avanzar, mientras que los segundos utilizan la información de varios pasos anteriores. Lo que tienen en común ambos, es que el paso es constante.

2.1.9.- Método Runge-Kutta 44.

Se presenta este método, ya que, es el utilizado para resolver las ecuaciones diferenciales de las señales simuladas que se presentan más adelante. El método de Runge-Kutta permite resolver numéricamente ecuaciones diferenciales ordinarias, concretamente, del problema de valor inicial.

Las ecuaciones de movimiento en vibraciones, como se ha visto en las secciones precedentes, son diferenciales, pero de segundo orden, por tal motivo, se debe hacer un arreglo matemático para poder utilizar este método. Dicho arreglo consiste en realizar un cambio de variable que permita dejar la ecuación de movimiento, expresada en términos de velocidad y desplazamiento solamente, lo que hace que sea de primer orden, teniendo esto claro, se explica brevemente como opera el método de Runge-Kutta.

Se define un problema de valor inicial de la siguiente forma:

$$y' = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0 \quad (2.30)$$

De esta forma, el método de RK4 para resolver esta ecuación es el siguiente:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}h(s_1 + 2s_2 + 2s_3 + s_4) \quad (2.31)$$

Donde:

$$\begin{aligned} s_1 &= f(x_i, y_i) \\ s_2 &= f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}s_1h\right) \\ s_3 &= f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}s_2h\right) \\ s_4 &= f(x_i + h, y_i + s_3h) \end{aligned} \quad (2.32)$$

Así, el siguiente valor (y_{n+1}) es determinado por el presente valor (y_n) más el producto del tamaño del intervalo (h) por una pendiente estimada. La pendiente es un promedio ponderado de pendientes, donde s_1 es la pendiente al principio del intervalo, s_2 es la pendiente en el punto medio del intervalo, usando s_1 para determinar el valor de y en el punto $(x_n + \frac{h}{2})$ usando el método de Euler, s_3 es otra vez la pendiente del punto medio, pero ahora usando s_2 para determinar el valor de y ; s_4 es la pendiente al final del intervalo, con el valor de y determinado por s_3 . Promediando las cuatro pendientes, se les asigna mayor peso a las pendientes en el punto medio:

$$Pendiente = \frac{s_1 + 2s_2 + 2s_3 + s_4}{6} \quad (2.33)$$

Este proceso se realiza para cada diferencial de tiempo que se requiera discretizar.

A continuación, en la figura 28, se presenta de manera gráfica, las cuatro pendientes que se utilizan para la aproximación, de ahí el nombre del método.

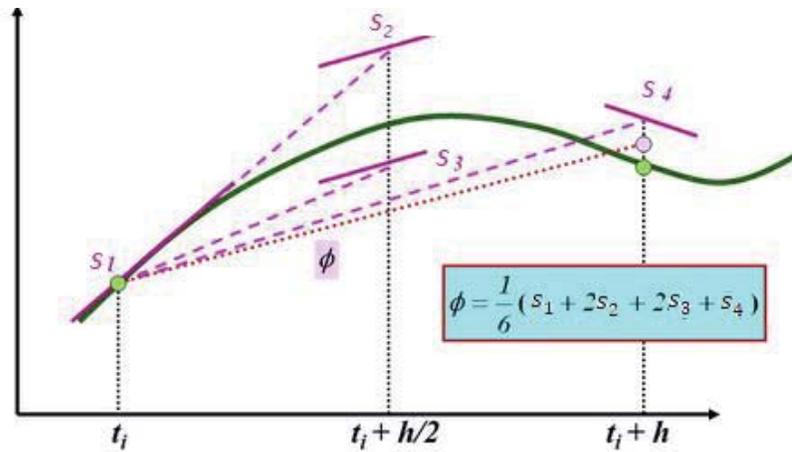


Figura 28: Aproximación método Runge-Kutta 4ª (Imagen de [26]).

2.2.- Tipos de Señales y sus Características.

Cuando se hace referencia a los conceptos de señales y sistemas, su aplicación es válida para una variedad amplia de disciplinas, tales como sismología, comunicaciones, acústica, sistemas de generación y distribución de energía, sistemas de ingeniería, etc. En estos campos, la naturaleza física de las señales y sistemas pueden tener matices diferentes, pero todos ellos presentan características básicas comunes:

a) Las señales son funciones de una o más variables independientes, y contienen información sobre la naturaleza o comportamiento de algún fenómeno.

b) Los sistemas responden a señales dadas produciendo otras señales.

Hay dos conceptos básicos que se deben definir antes de continuar, sistema y señal.

Se entiende por **Sistema** a un grupo de objetos que pueden interactuar armónicamente y que se combinan para lograr un determinado objetivo.

Una **Señal** es un suceso que sirve para iniciar una acción, es decir, puede incitar a la acción. Entonces se define como una función del tiempo, es decir, a cada instante de tiempo (la variable independiente), corresponde un valor único de la función (variable dependiente). Este valor de la función puede ser real o complejo, o sea que la señal puede ser real o compleja. La variable temporal es siempre real.

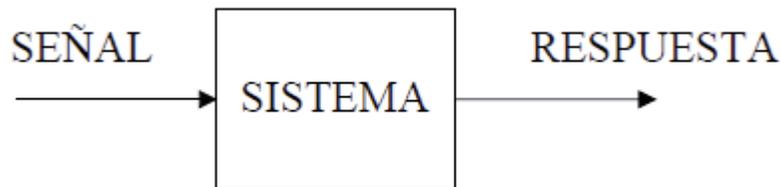


Figura 29: Diagrama de un sistema (Imagen de [27]).

Para comenzar, en la figura 30 se presenta una clasificación de señales que será útil para el desarrollo de este apartado.



Figura 30: Clasificación de señales (Imagen de [28]).

2.2.1.- Señal Determinística y Aleatoria.

Una *señal determinística* es una señal en la cual cada valor está fijo y puede ser determinado por una expresión matemática, regla, o tabla. Los valores futuros de esta señal pueden ser calculados usando sus valores anteriores teniendo una confianza completa en los resultados.

Por otro lado, una *señal aleatoria*, tiene mucha fluctuación respecto a su comportamiento. Los valores futuros de una señal aleatoria no se pueden predecir con exactitud, solo se pueden basar en los promedios de conjuntos de señales con características similares. No se pueden representar unívocamente por una función del tiempo. Cada una de las funciones que la componen se llama realización o muestra, se dice que es un fenómeno casual e impredecible.

2.2.2.- Señal Estacionaria.

Las *señales estacionarias* son aquellas que poseen constantes sus parámetros estadísticos en el tiempo. Es decir, por ejemplo, a distintos tiempos, si la media y la correlación no cambia, se considera una señal estacionaria, por el contrario, si cambiando el tiempo, el valor de la media y de la correlación cambia, la señal es del tipo NO estacionaria.

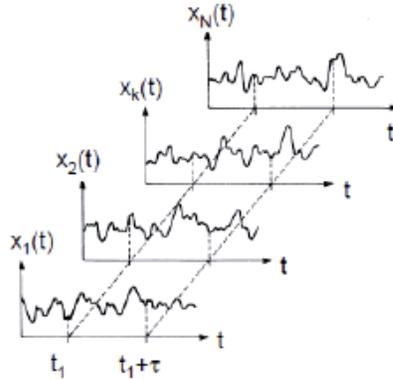


Figura 31: Señal estacionaria (Imagen de [29]).

2.2.3.- Transmisión y Recepción de Señales.

Hoy en día las señales son utilizadas para poder transmitir información, se destacan principalmente dos tipos, análogas y digitales.

La *señal analógica* se genera por algún tipo de fenómeno electromagnético y este es representable por una función matemática continua en la que es variable su amplitud y periodo (este representa un dato de información) en función del tiempo. Una onda senoidal es una señal analógica de una sola frecuencia.

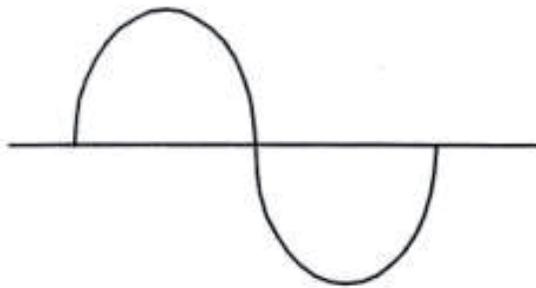


Figura 32: Señal analógica (Imagen de [30]).

Este tipo de señales son muy susceptibles de ser modificadas mediante el ruido, es decir, podría existir cualquier variación en la información, existe entonces una mayor interferencia en la señal. La información es de difícil de recuperación, y esta pérdida afecta el correcto funcionamiento y rendimiento de un dispositivo.

Las *señales digitales*, en contraste con las señales analógicas, no varían en forma continua, sino que cambian en pasos o en incrementos discretos. La mayoría de las señales digitales utilizan códigos binarios o de dos estados. En lugar de viajar en base a ondas, la señal digital viaja a través de impulsos (pulsos) eléctricos y cada pulso lleva consigo una decodificación de unos y ceros, esto quiere decir, que los datos viajan en una especie de cajas pequeñas protegiendo así el contenido para que no se vea afectado por el exterior, además, permite un mayor ancho de banda y diferentes tipos de información al mismo tiempo, también una mayor cantidad de paquetes enviados en un mismo intervalo de tiempo (datos, audio e imagen al mismo tiempo).

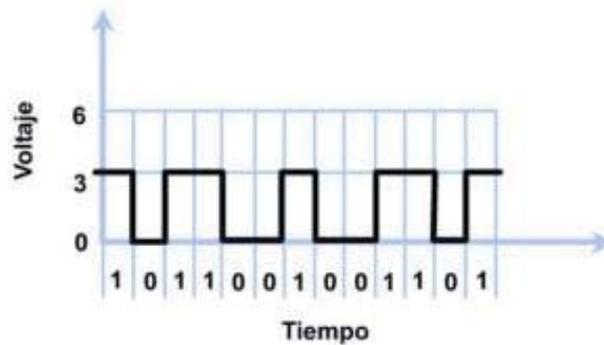


Figura 33: Señal digital (Imagen de [30]).

El procesamiento de una señal digital es normalmente mucho más fácil que el de una señal analógica, un sistema digital programable permite una gran flexibilidad a la hora de reconfigurar las operaciones de procesamiento digital de señales sin más que cambiar el programa, y desde un mismo programa, realizar innumerables modificaciones a gusto del usuario según el fin perseguido.

En cambio, el procesamiento de una señal análoga, implica una reconfiguración del programa, habitualmente se debe realizar un rediseño del hardware, seguido de la comprobación y verificación para ver que opere correctamente.

2.2.4.- Equipo de Medición, Registro y Análisis.

El equipo de medición es el encargado de recibir la señal eléctrica proveniente del sensor conectado al equipo, y registrarla para su posterior análisis. Estos sistemas pueden ser estacionarios o portátiles, dependiendo si la medición se realiza constantemente (monitoreo en línea) o solo de inspección rutinaria respectivamente.

Básicamente a nivel de Hardware importan dos elementos que son claves en esta etapa:

- 1) ***Convertidor Análogo Digital:*** Los sensores, como ya se ha discutido antes, generan señales eléctricas que son proporcionales a las vibraciones que miden, en cambio, los equipos analizadores de vibraciones trabajan con archivos para efectuar el estudio de vibraciones. El convertidor análogo digital es el encargado de transformar una señal análoga de corriente o voltaje en una señal digital (cadena de bits). Dicha señal, en formato digital se puede almacenar fácilmente en soporte magnético (cinta o disco), o directamente en un computador de escritorio, sin deterioro o pérdida en la calidad de la señal, aparte de la introducida en la conversión A/D. Como consecuencia, las señales se hacen transportables y pueden procesarse en tiempo no real en un laboratorio remoto. El método de procesamiento digital de señales también posibilita la implementación de algoritmos de procesamiento de señal más sofisticados. Generalmente es muy difícil realizar operaciones matemáticas precisas sobre señales en formato analógico, pero esas mismas operaciones pueden efectuarse de manera sencilla desde un computador implementando algún tipo de software. Dentro de las características que se deben tener en cuenta está la ***Frecuencia de Muestreo*** (para evitar el Aliasing), y su ***Resolución Digital en Bits*** (usualmente, de 10 bits hacia arriba), como se muestra en la figura 34. En la sección 4.4.1 se presenta el utilizado en esta investigación.

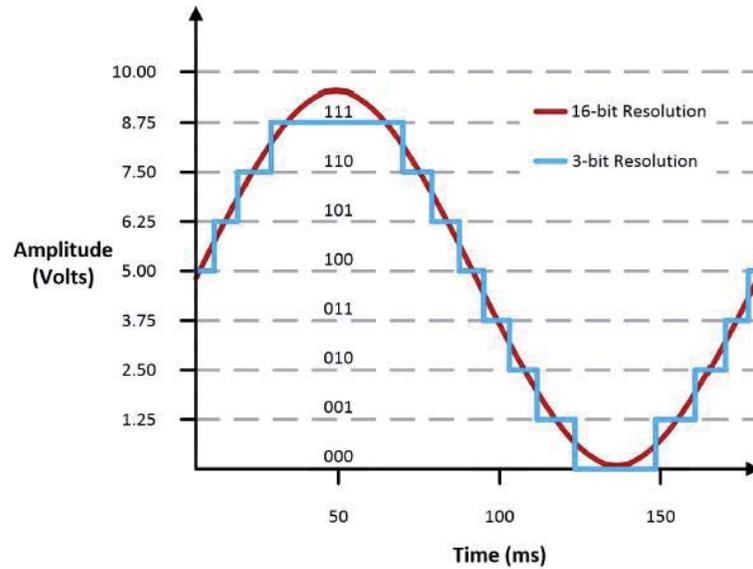


Figura 34: Efecto de la resolución digital en bit (Imagen de [31]).

2) **Filtro Anti-Aliasing:** Como se comentó antes, el aliasing es un problema indeseado a la hora de la medición de vibraciones, para evitar que aparezca, es necesario que se cumpla con el Teorema de Nyquist. Pero a priori, es difícil conocer el contenido frecuencial de una señal antes de medirla y procesarla, por tal motivo, los equipos de adquisición normalmente incluyen filtros análogos pasa bajo, cuya frecuencia de corte puede ser fija o regulable. De esta manera, se conoce cuál es la frecuencia de muestreo máxima que se puede alcanzar, se observa en la figura 35 a modo de ejemplificar el concepto, un filtro pasa bajo típico para una señal de audio, en donde claramente se muestra la frecuencia de corte, la banda de transición entre la parte audible y la que no se escuchará.

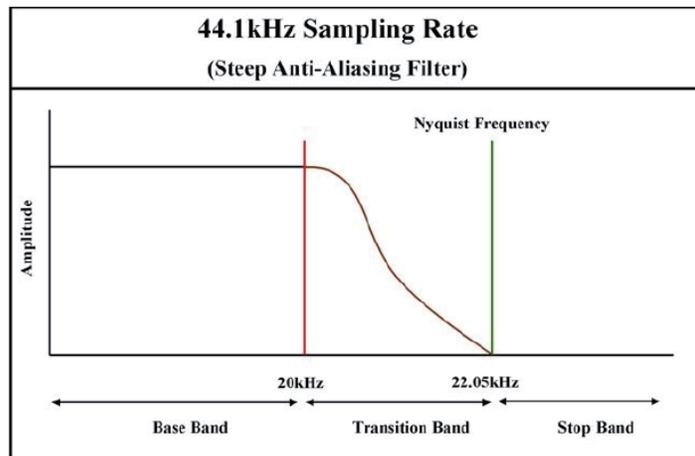


Figura 35: Filtro anti-aliasing típico para audio (Imagen de [12]).

Sin embargo, como todo en ingeniería, hay algunos peros que se deben mencionar en el procesamiento de señales digitales.

Una limitación importante es la velocidad de operación de los conversores A/D y de los procesadores digitales de señales. Por ejemplo, si la señal de análisis posee un ancho de banda extremadamente grande, se necesita un conversor A/D con una velocidad de muestreo muy alta y procesadores digitales de señales rápidos.

2.2.5.- Medición de Señales Vibratorias.

Para realizar la medición de una señal vibratoria se debe tener claro que se está midiendo precisamente, vale decir, información de desplazamiento, de velocidad, o de aceleración, esto dependerá del tipo de sensor usado para la toma de datos.

Afortunadamente los tres conceptos están relacionados con las ecuaciones de cinemática, de la siguiente manera:

	Forma Derivada	Forma Integral
Posición	$r(t)$	$r(t) = r_0 + \int_0^t v dt'$
Velocidad	$v(t) = \frac{dr}{dt}$	$v(t) = v_0 + \int_0^t a dt'$
Aceleración	$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2}$	$a(t)$

Figura 36: Relación posición, velocidad y aceleración (Imagen de [32]).

Si se tiene una señal senoidal, el concepto de la figura 36, se puede describir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}x(t) &= A \text{sen}(\omega t + \phi) \\ \dot{x}(t) &= A \omega \text{cos}(\omega t + \phi) \\ \ddot{x}(t) &= -A \omega^2 \text{sen}(\omega t + \phi)\end{aligned}\tag{2.34}$$

Se debe destacar que, da igual si se tiene posición, velocidad o aceleración, la frecuencia no cambia, es la misma, algo de sumo interés práctico por todo lo discutido anteriormente. Sin embargo, las amplitudes y los ángulos de fase si cambian.

Si se analiza con detención, se puede concluir que, si la frecuencia ω es pequeña, la amplitud de la vibración en aceleración es baja, por estar el término al cuadrado. Por el contrario, si la frecuencia es alta, la amplitud de la vibración en aceleración es más alta.

Por tal motivo, es que los espectros vibratorios en desplazamiento tienden a mostrar de mejor manera las componentes a bajas frecuencias, mientras que en los espectros en aceleración se destacan las componentes de alta frecuencia.

Una solución de “compromiso” y que generalmente se hace, es el análisis de vibraciones en unidades de velocidad, ya que, el espectro presenta un comportamiento más parejo en cuanto a la amplitud relativa de las componentes, cómo se observa en la figura 37.

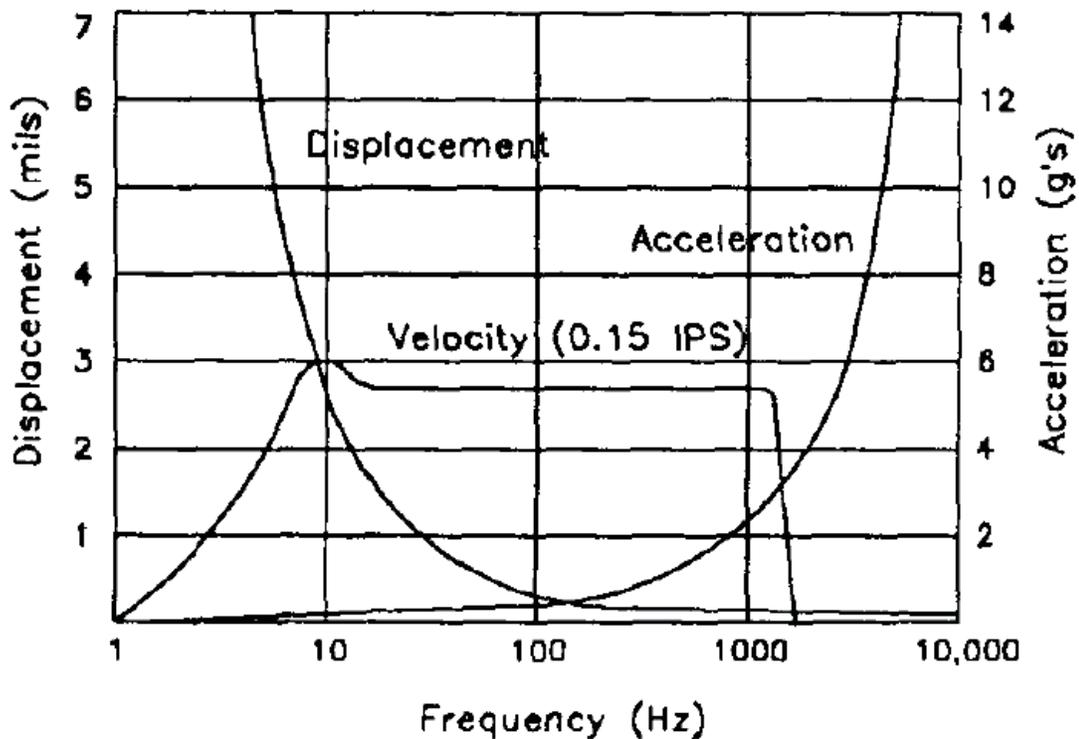


Figura 37: Amplitud de las componentes espectrales, según la unidad de medición (Imagen de [12]).

Como se mencionó al principio de esta sección, a través de la cinemática, se puede pasar de una unidad a otra mediante derivación o integración realizada en circuitos electrónicos o por medio del computador, independientemente de la unidad registrada a la hora de tomar la medición.

Pero como también se dijo, se debe tener precaución a la hora de la interpretación de las componentes, ya sea a baja frecuencia o alta frecuencia.

2.2.6.- Tipos de Sensores.

Un sensor de vibración es un dispositivo que reacciona ante movimientos, golpes, o vibraciones, utilizado frecuentemente en la industria para el monitoreo de máquinas y equipos. En el caso de detectar una vibración genera algún tipo de señal, que cesa al finalizar la vibración. En la actualidad se distinguen dos tipos de sensores de uso masivo: de desplazamiento sin contacto y acelerómetros. Se comenta en detalle solo el acelerómetro, que es el tipo de sensor utilizado en esta tesis.

2.2.7.- Acelerómetro.

Un acelerómetro es un dispositivo que mide la vibración o la aceleración del movimiento de una estructura, son ampliamente empleados en la industria, tanto para sistemas de monitoreo continuo o permanente, pero también para inspecciones rutinarias con equipos portátiles.

El principio físico que rige a la mayoría de los acelerómetros, se llama *Piezoelectricidad*, es decir, la capacidad de ciertos materiales de generar señales eléctricas al ser sometidos a fuerzas que los deforman. La fuerza generada por la vibración o el cambio en el movimiento (aceleración) hace que la masa "comprima" al cristal piezoeléctrico, generando una carga eléctrica que es proporcional a la fuerza ejercida sobre él. El hecho de que la carga sea proporcional a la fuerza y que la masa sea constante hace que la carga también sea proporcional a la aceleración.

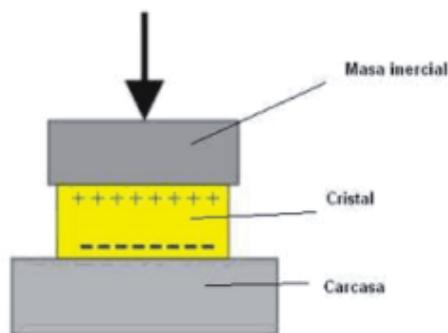


Figura 38: Concepto de piezoelectricidad (Imagen de [33]).

Generalmente los niveles de voltaje que se producen son muy pequeños, por ello, se hace necesario contar con un amplificador, el cual puede ser una unidad externa al sensor, o venir directamente incorporado dentro de él.

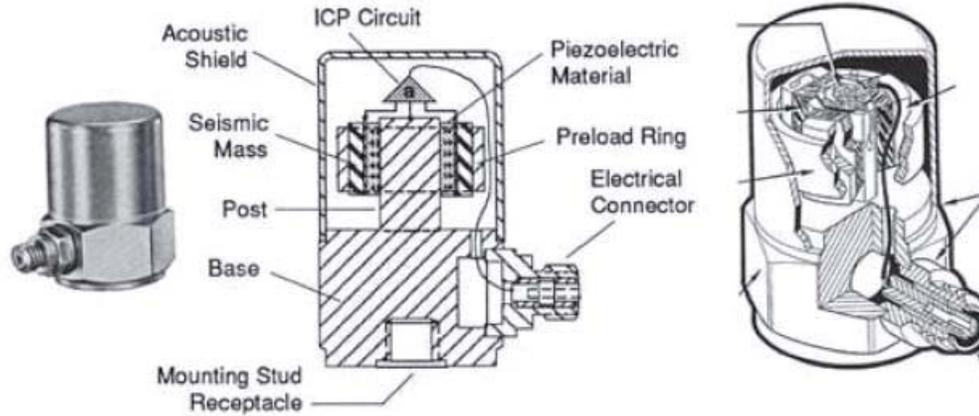


Figura 39: Sensor piezoeléctrico (Imagen de [12]).

Al igual que para seleccionar cualquier equipo, para seleccionar el sensor hay algunos conceptos y consideraciones que se deben tener en cuenta, a continuación, se detallan algunos:

- 1) **Rango de Frecuencia:** La medición de aceleración vibratoria tiende a favorecer componentes a altas frecuencias, como se discutió en la sección 2.2.5. Un rango típico de este tipo de sensores cubre desde los 10 [Hz] hasta los 20 [kHz], lo que no implica que haya sensores más sofisticados que puedan medir a menos de 10 [Hz] y a mucho más de 20 [kHz]. Normalmente este rango viene determinado por la masa, las propiedades piezoeléctricas del cristal y la frecuencia de resonancia de la carcasa. Es el rango de frecuencia en el que la salida del acelerómetro se encuentra dentro de una desviación específica, normalmente ± 5 [%] definido por el fabricante.
- 2) **Sensibilidad:** Es la tensión de salida (voltaje) generada por una determinada fuerza, medida en "g". Los acelerómetros suelen ser de dos categorías: los que generan 10 [mV/g] y los que generan 100 [mV/g], vale decir, que por cada "g" de aceleración el sensor genera 10 o 100 [mV].
La frecuencia de la tensión de salida coincidirá con la frecuencia de las vibraciones. El nivel de salida será proporcional a la amplitud de las vibraciones. La única manera de saber si este valor es suficiente, es saber los límites de medición del equipo usado para registrar las vibraciones.
- 3) **Ruido:** El circuito de amplificación genera ruido electrónico. Dicho ruido puede ser de banda ancha (por encima de un espectro de frecuencias) o espectral (a frecuencias específicas). Los niveles de ruido se especifican en "g", por ejemplo, 0,0025 [g] en un rango de 2-25.000 [Hz].
El ruido suele reducirse al aumentar la frecuencia, por lo que el problema del ruido es mayor a bajas frecuencias que a altas frecuencias.
- 4) **Límite de Alta Frecuencia:** Es la frecuencia a la que la salida supera la desviación de salida establecida. Suele venir definido por la resonancia mecánica del acelerómetro.

- 5) **Corte de Baja Frecuencia:** Es la frecuencia a partir de la cual la salida es inferior a la precisión establecida. La salida no se "corta", pero la sensibilidad disminuye rápidamente a frecuencias inferiores.
- 6) **Forma de Montaje:** El montaje del acelerómetro es relativamente sencillo, y puede hacerse con gran rapidez, normalmente se fijan mediante bases magnéticas, incluso a veces, se pegan con cera a la estructura para realizar la medición. Sin embargo, esto limita el rango máximo de frecuencias que es capaz de registrar, como se muestra en la figura 40.

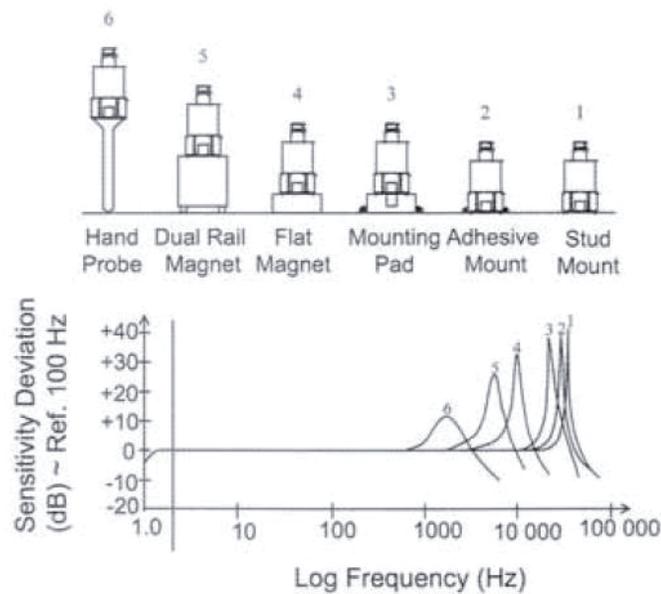


Figura 40: Influencia del montaje del acelerómetro (Imagen de [12]).

Otro parámetro importante, y que muchas veces no se toma en cuenta, debido a la envergadura de los equipos a monitorear en la industria, pero que en condiciones de laboratorio sí toma relevancia, es la masa de los acelerómetros, la que deberá ser significativamente menor que la masa del sistema que se va a monitorear.

El rango dinámico del acelerómetro deberá ser mayor que el rango de amplitud de vibraciones esperado de la muestra.

El rango de frecuencia del acelerómetro deberá ajustarse al rango de frecuencia esperado. La sensibilidad del acelerómetro deberá generar una salida eléctrica compatible con la instrumentación existente. Se recomienda usar un acelerómetro de baja sensibilidad para medir vibraciones de alta amplitud y, a la inversa, usar un acelerómetro de alta sensibilidad para medir vibraciones de baja amplitud.

2.3.- Tópicos Estadísticos y Probabilísticos.

Para comprender de una mejor manera la terminología discutida posteriormente cuando se desarrollen las técnicas de cálculo, se hace necesario mostrar algunos tópicos relacionados a la estadística y las probabilidades.

A continuación, se presentan algunos tópicos de interés para esta investigación.

2.3.1.- Media Aritmética.

En un conjunto finito de números, la media es el valor característico de una serie de datos cuantitativos. Se obtiene a partir de la suma de todos los valores, dividida por el número de sumandos. Es un tipo de medida de tendencia central.

2.3.2.- Desviación Estándar.

Es una medida del grado de dispersión de los datos respecto al valor medio, es decir, es el valor esperado de variación respecto a la media aritmética.

La desviación estándar puede ser interpretada como una medida de incertidumbre e indica cuanto tienden a alejarse los valores concretos del promedio en una distribución de datos. Se mide en la misma unidad que la de los datos.

2.3.3.- Varianza.

Es la desviación estándar al cuadrado. Se mide en las unidades de los datos, pero al cuadrado.

La varianza de las variables aleatorias, por tanto, consiste en una medida vinculada a su dispersión.

2.3.4.- Covarianza.

La covarianza mide la relación lineal entre dos variables. Aunque la covarianza es similar a la correlación entre dos variables, difieren en algunos aspectos:

- Los coeficientes de correlación están estandarizados. Por lo tanto, una relación lineal perfecta da como resultado un coeficiente de 1. La correlación mide tanto la fuerza como la dirección de la relación lineal entre dos variables.

- Los valores de covarianza no están estandarizados. Por consiguiente, la covarianza puede ir desde infinito negativo hasta infinito positivo. Por lo tanto, el valor de una relación lineal perfecta depende de los datos. Puesto que los datos no están estandarizados, es difícil determinar la fuerza de la relación entre las variables.

2.3.5.- Correlación.

Frecuentemente en el procesado digital de señales se necesita cuantificar el grado de interdependencia entre dos procesos o la similitud entre dos señales $x_1[n]$ y $x_2[n]$. En otras palabras, determinar la relación existente entre dos procesos o señales. Una herramienta útil en análisis de señales y sistemas es la correlación. La correlación obtiene información sobre las señales en base a promedios temporales, y su transformada de Fourier permite obtener funciones de Densidad Espectral de Energía o Potencia, dependiendo de las características de las señales y sistemas bajo estudio.

Esta propiedad es particularmente interesante puesto que la información puede obtenerse incluso si la señal carece de Transformada de Fourier. Las herramientas basadas en correlación de señales y su transformada de Fourier, son básicas en el análisis de procesos. Para entenderlo de una manera fácil, el significado de la correlación se puede acuñar como una medida del parecido entre señales.

2.3.6.- Correlación Cruzada (o a veces denominada "covarianza cruzada").

Es una medida de la similitud entre dos señales, frecuentemente usada para encontrar características relevantes en una señal desconocida por medio de la comparación con otra que sí se conoce. Es función del tiempo relativo entre las señales.

2.3.7.- Autocorrelación.

Se define como la correlación cruzada de la señal consigo misma. La función de autocorrelación resulta de gran utilidad para encontrar patrones repetitivos dentro de una señal, como la periodicidad de una señal oculta bajo el ruido o para identificar la frecuencia fundamental de una señal que no contiene dicha componente, pero aparecen numerosas frecuencias armónicas de esta.

2.3.8.- Función Densidad de Probabilidad.

Este concepto responde a una pregunta específica, para una variable continua, ¿Cuál es la probabilidad de que una variable x se encuentre en un cierto rango?, es decir, que la variable tome cierto valor y se encuentre en una región delimitada del espacio de posibilidades, la función de densidad de probabilidad se expresa mediante la integral de una función, como se plantea a continuación:

$$D.P[a \leq x \leq b] = \int_a^b f(x)dx \quad (2.35)$$

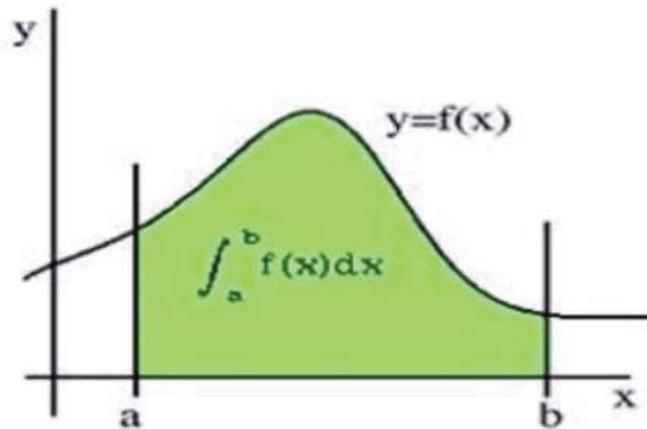


Figura 41: Distribución de probabilidad (Imagen de [34]).

El área bajo la curva representa la función de densidad espectral, y será siempre 1, ya que, es la probabilidad total que tiene la distribución.

2.3.9.- Densidad Espectral (Spectral Density).

Para una señal, es una función matemática que nos informa de cómo está distribuida la potencia o la energía (según el caso) de dicha señal sobre las distintas frecuencias de las que está formada.

Por ejemplo, si se habla en términos de potencia, la **densidad espectral de potencia** es una función real positiva de una variable de frecuencia asociada con un proceso estocástico o una función determinística del tiempo que tiene unidades de potencia por [Hz]. Se puede ver como una gráfica en el dominio de la frecuencia, de potencia por unidad de [Hz] contra frecuencia.

Diferente al *espectro de potencia*, que se encarga de calcular el área bajo la curva de la señal, por medio de la transformada de Fourier.

Matemáticamente se tiene:

Señales definidas en Energía:

Una señal $x(t)$ es definida en energía si su energía media es finita, es decir, $0 < E_x < \infty$ y, por tanto, su potencia media es cero. Otra manera de decir lo mismo, es si la integral de su valor absoluto al cuadrado existe y es finita.

Su densidad espectral de energía es:

$$S_{xx}(f) = |X(f)|^2 \text{ expresado en } \left[\frac{J}{Hz} \right] \quad (2.36)$$

Donde $X(f)$ es la transformada de Fourier de $x(t)$, la integral de esta función en todo el eje frecuencial, es el valor de la energía total de la señal $x(t)$.

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xx}(f) df \quad (2.37)$$

Precisamente estas dos últimas ecuaciones están relacionadas mediante el Teorema de Parseval.

Se denomina “Espectral” debido a que describe de manera matemática la variación de la energía de la señal con la frecuencia, como se observa en la figura 42.

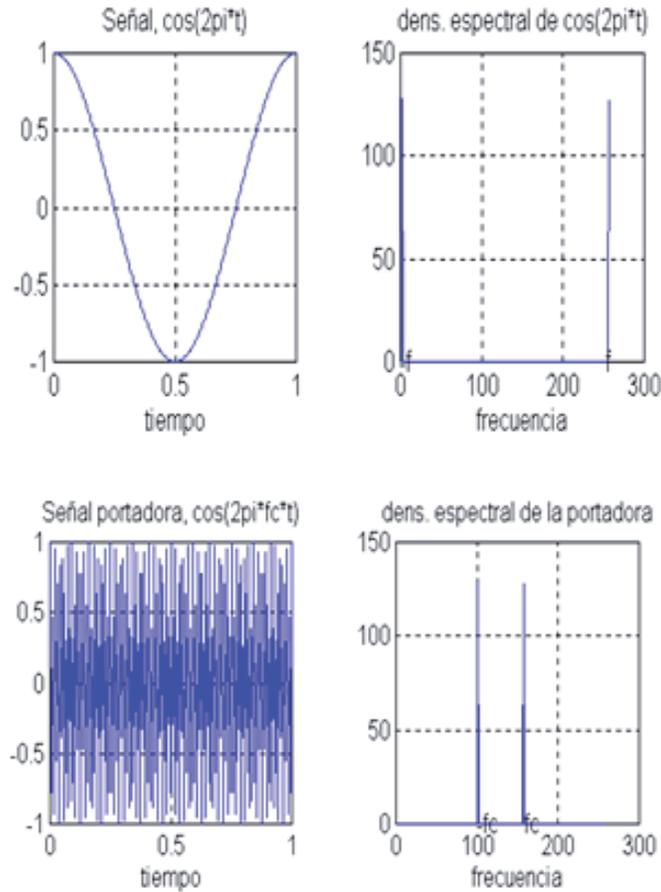


Figura 42: Densidad espectral de energía de distintas señales (Imagen de [35]).

Señales definidas en Potencia:

Una señal $x(t)$ es definida en potencia si su potencia media es finita, es decir, $0 < P_x < \infty$ y, por tanto, su energía media es infinita, $E_x = \infty$. La densidad espectral de potencia se calcula usando el teorema de Wiener-Khinchin, el cual relaciona la densidad espectral de potencia con la transformada de Fourier de la función de autocorrelación:

$$S_{xx}(f) = TF \{R_{xx}(\tau)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xx}(\tau) e^{-2\pi i f \tau} d\tau, \text{ expresado en } \left[\frac{W}{Hz} \right] \tag{2.38}$$

Donde TF es la transformada de Fourier de $x(t)$, y R_{xx} es la función de autocorrelación de $x(t)$.

El valor $S_{xx}(0)$ es la potencia de la componente continua de la señal. La integral de esta función en todo el eje frecuencial es el valor de la potencia total de la señal $x(t)$.

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xx}(f)df \quad (2.39)$$

Usando el concepto de correlación cruzada, es posible definir también la **densidad espectral cruzada**:

$$S_{xy}(f) = TF \{R_{xy}(\tau)\} \quad (2.40)$$

En realidad, la definición de la densidad espectral de potencia sirve también para las señales definidas en energía, que serían un caso particular. En este caso la transformada de Fourier de la autocorrelación de la señal $x(t)$ sería simplemente la transformada de Fourier de la señal $x(t)$ al cuadrado, es decir, la densidad espectral de energía.

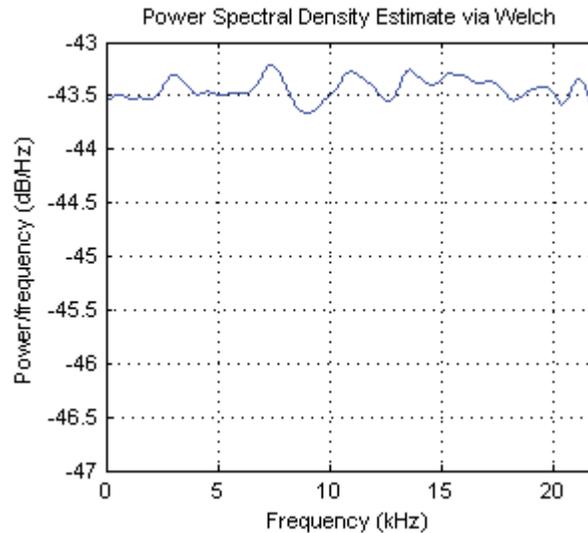


Figura 43: Densidad espectral de potencia (Imagen de [36]).

2.3.10.- Estimación Espectral.

El espectro de potencia es la transformada de Fourier de la secuencia de autocorrelación. Si se conoce la señal en el tiempo, para estimar el espectro, se tiene que calcular la autocorrelación, y posteriormente hallar la transformada de Fourier.

Se distinguen principalmente dos tipos de métodos, *clásicos o no paramétricos*, que estiman la secuencia de autocorrelación a partir de un conjunto de datos, luego calculando la transformada de Fourier de la secuencia de autocorrelación estimada se obtiene una estimación del espectro de potencia. Y los *no clásicos o paramétricos*, que utilizan un modelo del proceso para estimar el espectro de potencia.

Los no paramétricos, están basados en el *periodograma*, es sencillo de calcular, pero la precisión en la estimación del espectro es bastante limitada, sobre todo si se tiene un conjunto de datos muy reducido.

En el procesamiento de señales, el periodograma es una estimación de la densidad espectral de una señal que la traslada desde el dominio del tiempo al dominio de la frecuencia.

Al no tener una buena resolución y precisión, existen modificaciones que mejoran al periodograma, para obtener mejores resultados, por ejemplo, el Método de Welch.

2.3.11.- Método de Welch.

El método de Welch tiene una amplia aplicación en campos de ingeniería y matemáticas, data desde 1967, tiene como fin, estimar la potencia de una señal a diferentes frecuencias, o sea, un enfoque para la estimación de la densidad espectral de potencia.

La base del método, es que, a partir del periodograma, utiliza estimaciones espectrales, es decir, convierte las señales en dominio tiempo (señal obtenida en las mediciones) a una señal en dominio frecuencia.

Cabe destacar que este método, nace como una mejora del método de Bartlett, ya que, minoriza el ruido en los espectros, a costa de una reducción en resolución en frecuencia.

Principalmente introduce dos modificaciones, en primer lugar, permite el solapamiento de segmentos de datos, el conocido *Overlap*, que si es de un 50 [%] por ejemplo, el efecto es mantener la resolución del método de Bartlett, pero al doblar el número de periodogramas modificados que van a promediarse, se reduce la varianza.

Con el overlap o solapamiento es posible incrementar el número de las secuencias que van a ser promediadas, logrando de esta forma una reducción en la varianza, siempre con un compromiso en la resolución del método de estimación espectral.

En segundo lugar, aplicar una ventana a los datos, antes de calcular el periodograma, obteniendo así, un periodograma que está modificado por cada secuencia que fue inventanada.

El estimador de Welch entrega el promedio de los periodogramas modificados.

2.3.12.- Función Pwelch MatLab.

La función Pwelch estima la densidad espectral de potencia haciendo uso del método Welch, es decir, toma la señal completa y la divide en segmentos (aquí aparece el concepto de “blocksize”, se refiere al tamaño de dichos segmentos), con un 50 [%] de overlap (por defecto), a cada segmento se le aplica una ventana, luego se calcula el espectro para cada sección o segmento mediante la FFT, y finalmente se calcula el promedio de dichos espectros para entregar una estimación de la PSD.

2.3.13.- Proceso Ergódico.

Es un proceso que resulta de interés en esta investigación, puesto que en OMA, al medir solo la señal de respuesta, desde ahí se debe extraer toda la información para el cálculo de los parámetros modales, es decir, la respuesta debe ser un representante adecuado del proceso global, en términos estadísticos.

Se define a un proceso como ergódico, si los parámetros estadísticos calculados en un conjunto de mediciones (promedios de conjunto) son iguales que los parámetros estadísticos calculados en una única medición (promedios temporales). Para que un proceso sea ergódico primero tiene que ser estacionario, pero lo contrario no siempre se cumple. En general, no existe ningún proceso estacionario real. Sin embargo, la hipótesis de estacionaridad proporciona resultados suficientemente exactos para los cálculos y aproximaciones a nivel de ingeniería. Lo mismo ocurre con la hipótesis de ergodicidad. A veces sólo se ha medido una realización de un proceso estocástico y se debe admitir ergodicidad para poder extraer conclusiones de los datos.

Es muy útil que el proceso sea ergódico, ya que la estadística completa de un fenómeno puede ser determinada a partir de una función muestral cualquiera. En otras palabras, cada función muestral lleva una información estadística idéntica y por lo tanto cualquier función muestral describe estadísticamente el proceso completo. Para un proceso ergódico la media temporal es idéntica a la media del conjunto.

En los procesos no ergódicos, se necesita un conjunto de funciones muestrales para obtener la estadística completa de un proceso.

2.3.14.- Proceso Estocástico.

Otro tipo de proceso que resulta de interés, es un *proceso estocástico*, que es un conjunto de variables aleatorias que depende de un parámetro o de un argumento. Normalmente ese parámetro es el tiempo. Formalmente, es una colección o familia de variables aleatorias $\{x_t\}$, ordenadas según el subíndice “t”, que en general se suele identificar con el tiempo.

Por tanto, para cada instante “t” se tendrá una variable aleatoria distinta representada por x_t , con lo que un proceso estocástico puede interpretarse como una sucesión de variables aleatorias cuyas características pueden variar a lo largo del tiempo. Como ejemplo, si se observan algunos valores de “t”, se tendría una imagen similar a la figura 44:

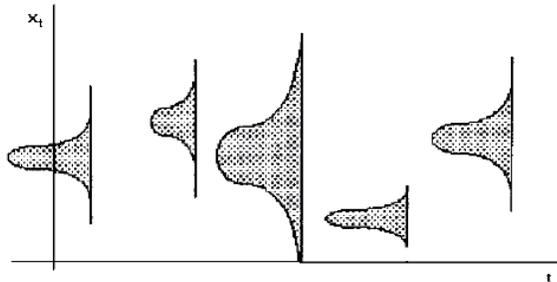


Figura 44: Proceso estocástico (Imagen de [37]).

2.5.- Análisis Modal.

El análisis modal se podría definir como el estudio de las propiedades dinámicas de las estructuras lineales, que tiene su base en pruebas estructurales o simulaciones basadas en el análisis de elementos finitos.

El objetivo primordial es obtener los parámetros modales, que son la frecuencia, el factor de amortiguamiento y los modos de vibrar, en un rango de frecuencias de interés, según la aplicación en cuestión.

Se puede dar una definición simplificada del análisis modal comparándolo con el análisis en frecuencia. En el análisis en frecuencia, una señal compleja se descompone en una serie de simples ondas senoidales con parámetros de amplitud y frecuencia individuales. En el análisis modal, una deformación compleja de una estructura se descompone en una serie de simples modos de deformación con parámetros de frecuencia y amortiguamiento individuales. En donde el fin último es la construcción de un modelo modal capaz de representar el comportamiento de la estructura.

Las propiedades dinámicas dependen de la distribución de masa, rigidez y amortiguación en la estructura y determinan el comportamiento de la vibración estructural cuando se exponen a cargas operacionales. Las distintas pruebas modales combinan la adquisición de datos en terreno con análisis adicionales, es muy útil en aplicaciones industriales de monitoreo continuo de condiciones de los diversos equipos.

Los resultados de las pruebas y análisis modal se utilizan en diversas aplicaciones de simulación y prueba, incluidos cálculos de respuesta de vibración, análisis de causa raíz de problemas de vibración y detección de daños. Los cálculos basados en el análisis modal son muy efectivos y permiten una evaluación eficiente de los cambios estructurales a las respuestas de cualquier tipo.

Las técnicas de análisis modal asumen que el sistema que está siendo estudiado permanece invariante en el tiempo, y a su vez, puede ser considerado un sistema lineal.

2.6.- Análisis Modal Experimental (EMA: Experimental modal analysis).

Es el enfoque clásico del análisis modal, es una técnica que permite determinar los parámetros modales como las frecuencias naturales, factores de amortiguación y modos de vibrar de un sistema lineal e invariante en el tiempo, a través de una aproximación experimental, es decir, consiste en realizar un ensayo modal a un sistema, excitándolo mediante fuerzas externas controladas y medidas, normalmente aplicadas con un martillo o “shaker”, para esta técnica se hace necesario conocer el valor de la fuerza de excitación y medir la respuesta vibratoria, o sea, conocer cabalmente la función respuesta en frecuencia del sistema (FRF).

Dichos parámetros pueden ser obtenidos a través de métodos numéricos, como el método de los elementos finitos, por tal motivo, una de las razones comunes para usar el análisis modal experimental, es como un respaldo, verificación y/o corrección de los resultados predichos analíticamente.

Pero también es común que el modelo analítico o matemático no exista, por ende, los parámetros modales determinados experimentalmente sirven como primer apronte, como base para evaluaciones o cálculos posteriores, por ejemplo, modificaciones estructurales.

Generalmente, un análisis modal experimental tiene como finalidad explicar un problema o comportamiento dinámico, que no es intuitivo a simple vista.

Proceso del Análisis Modal Experimental.

A continuación, se explica brevemente el paso a paso para obtener los parámetros modales a partir de datos experimentales, el análisis modal experimental depende del entendimiento del fundamento teórico de cada fase o paso. Al tener datos medidos experimentalmente, se debe tener claro el objetivo o meta, ya que así se tendrán en cuenta errores asociados al proceso que podrían incidir en dicho objetivo.

Se ha dividido el proceso de la siguiente manera:

- Revisión y comprensión de la teoría del análisis modal.
- Métodos de análisis modal experimental.
- Recolección o toma de datos experimentales.
- Estimación de los parámetros modales.
- Presentación y/o validación de los parámetros modales.

Teoría del Análisis Modal.

Básicamente se refiere al estudio de las vibraciones mecánicas clásicas, que explican por qué existe la frecuencia natural, el factor de amortiguamiento y los modos de vibrar de sistemas lineales, y como dichos parámetros afectan el comportamiento de un sistema.

Como complemento a esto, se tienen que cumplir algunas condiciones en el sistema para realizar un análisis modal experimental, detalladas a continuación:

- Se asume un comportamiento lineal del sistema, es decir, la respuesta del sistema a cualquier excitación o combinación de fuerzas externas, simultáneamente aplicadas, es la suma de las respuestas individuales para cada fuerza o excitación, como si actuara sola.
- El sistema es invariante en el tiempo, es decir, los parámetros a determinar permanecen constantes en el tiempo.
- El sistema cumple con la ley de Reciprocidad de Maxwell, es decir, una fuerza aplicada en el grado de libertad p que causa una respuesta en el grado de libertad q , produce la misma respuesta en el grado de libertad p si la fuerza es aplicada en el grado de libertad q .
- El sistema es observable, es decir, las mediciones realizadas deben contener suficiente información como para generar un adecuado modelo o predicción del comportamiento del sistema.

Métodos del Análisis Modal Experimental.

Dichos métodos guardan relación directamente con el paso desde la teoría de vibraciones, representada usualmente con ecuaciones diferenciales descritas en forma matricial hacia los parámetros modales de interés. Todos los métodos o técnicas usadas hoy en día siguen usando las ecuaciones diferenciales matriciales, pero llevadas a una forma matemática que sea una solución concreta del problema, pero que sea función de los datos medidos. Esta información recolectada, pueden ser los datos de entrada (desplazamiento, velocidad o aceleración, fuerza o excitación) y obtener como resultado (salida) datos en el dominio tiempo o frecuencia, o una cierta forma de información procesada, como la respuesta al impulso o las funciones de respuesta en frecuencia (FRF).

Existen dos métodos básicos para realizar un análisis EMA:

El primero, en donde se utiliza un excitador electrodinámico (Shaker), el cual actúa como la fuerza de excitación externa que es capaz de variar la frecuencia de vibración del sistema, con el objetivo de realizar un barrido de frecuencias.

Y el segundo, normalmente llamado Respuesta al impulso (Pull back), realizado mediante un martillo que posee un sensor capaz de medir la fuerza que genera en el sistema al golpearlo, dicha fuerza es la excitación externa en el sistema.

Se recuerda que, en ambos casos, la fuerza de excitación es medida, y luego es usada como dato de entrada, ambos métodos también necesitan un sistema de adquisición de datos de dos o más canales (multicanal), ya que, se mide fuerza de excitación, y respuesta vibratoria.

Recolección o toma de datos experimentales.

Esta fase consiste en tener claridad en los aspectos prácticos de la adquisición de los datos, que son requeridos para la siguiente fase, la de estimación de los parámetros modales.

Está relacionada con los problemas prácticos de tomar los datos, montaje de los sensores, tipos de sensores a utilizar, condiciones ambientales adecuadas, equipos de recolección de datos adecuados, etc.

Es fundamental para el cálculo de los modos de vibrar de una estructura que no se coloque el sensor sobre un nodo del modo que se desea medir. Esto se debe a que la parte imaginaria de la FRF no proporcionará ningún peak para la frecuencia asociada a ese modo, y no se podrá visualizar de una manera clara.

Estimación de los parámetros modales.

Dicha fase consiste en el cálculo de los parámetros modales, y los posibles problemas que se puedan tener, aquí se debe tener un resguardo, si la técnica es usada para validar un modelo matemático, o al revés, obtener parámetros modales que servirán de base para un modelo matemático.

Hoy en día existen distintos algoritmos de identificación modal, que abarcan desde única entrada/ única salida (Single-Input/Single-Output) (SISO), única entrada/múltiple salida (Single-Input/Multi-Output) (SIMO) y múltiples entradas/múltiples salidas (Multi-Input/Multi-Output) (MIMO), técnicas en el dominio tiempo, dominio frecuencia, y en el dominio espacial.

Para esta investigación, el cálculo se hace a través de la FRF, donde los parámetros de entrada son las dos respuestas vibratorias entregadas por los sensores, y el valor de la fuerza de excitación, dando como resultado dos valores de FRF, llamados H1 y H2.

Para H1 se considera la siguiente expresión de cálculo:

$$H1 = \frac{CSPD}{PSD_Force} \quad (2.41)$$

Y para H2 se considera la siguiente expresión de cálculo:

$$H2 = \frac{PSD_Resp}{CSPD} \quad (2.42)$$

El otro parámetro involucrado en el análisis EMA, es la coherencia (ver sección 2.1.5), y viene dada por la siguiente expresión de cálculo:

$$Coherencia = \left| \frac{CSPD^2}{PSD_Force * PSD_Resp} \right| \quad (2.43)$$

Donde:

CSPD: Cross Power Spectral Density, función que estima la densidad espectral de potencia cruzada entre dos señales en tiempo discreto, usando el método de Welch.

PSD_Force: Power Spectral Density, función que estima la densidad espectral de potencia para la señal de fuerza, a través del cálculo de la potencia promedio de dicha señal.

PSD_Resp: Power Spectral Density, función que estima la densidad espectral de potencia para la señal de respuesta vibratoria de aceleración, a través del cálculo de la potencia promedio de dicha señal.

H1 entonces, será más apropiada para ver las frecuencias naturales en la condición de Anti-Resonancia, (Se entiende por Anti- Resonancia, cuando las amplitudes vibratorias tienden a cero, es decir, el sistema en estudio presenta amplitudes extremadamente pequeñas), esto debido a la forma de cálculo, como se mostró anteriormente, es la fuerza la que predomina, y tiene sentido, ya que, la respuesta es tendiente a cero (la estructura prácticamente no vibra), por tanto, no sería apropiado el cálculo de la FRF con la respuesta, ya que, su aporte en amplitud es marginal en comparación con la fuerza de excitación.

Por otro lado, H2 será más apropiada para ver las frecuencias naturales en la condición de Resonancia, esto debido a la forma de cálculo, como se mostró anteriormente, es la respuesta la que predomina, y tiene sentido, ya que, la respuesta es tendiente a infinito (la estructura exhibe las mayores amplitudes vibratorias), incluso con una fuerza muy pequeña, por tanto, no sería apropiado el cálculo de la FRF con la fuerza, ya que, su aporte en amplitud es marginal en comparación con la respuesta vibratoria.

En el caso particular que no exista ruido en las mediciones, se deberían ver los mismos resultados, tanto en H1 y H2.

Presentación y/o validación de los parámetros modales.

Es la fase final del proceso, y una de las más importantes, ya que, se requiere una interpretación técnica o física de los resultados obtenidos, se tendrán gráficos o una colección de resultados resumidos en tablas o esquemas, que se deben analizar con sumo cuidado para ver qué información contienen.

Limitaciones del análisis modal experimental:

- 1) Se necesita conocer la fuerza de excitación artificial para poder obtener funciones de respuesta en frecuencia, en pruebas de campo con maquinaria operando, o para estructuras muy grandes, se hace muy difícil, incluso en algunos casos imposible.
- 2) Normalmente el análisis EMA se realiza en un entorno de laboratorio, sin embargo, en muchas aplicaciones industriales, la condición real de operación de los equipos puede diferir de forma sustancial con respecto a las aplicadas en las pruebas de laboratorio, haciendo que el análisis pierda sentido y credibilidad.
- 3) A veces se puede llevar un componente de un equipo al laboratorio para realizar la prueba, pero se debe ser cuidadoso con las condiciones de borde o frontera, se deben simular razonablemente para no perder prolijidad en los resultados de laboratorio.

2.7.- Análisis Modal Operacional (OMA: Operational modal analysis).

Como se discutió en la sección previa (2.6) en el análisis modal tradicional o experimental, los parámetros modales se obtienen de las funciones de respuesta en frecuencia (FRF), que relacionan la salida (respuesta) con la entrada (excitación) del sistema. Por tanto, para este tipo de análisis es necesario conocer la entrada y la salida del sistema, monitoreando y procesando dicha información.

En el análisis modal operacional, el enfoque es distinto, y tiene su base en la medida de la respuesta de la estructura, usando solo las perturbaciones del ambiente y las fuerzas de servicio o trabajo que actúan sobre el sistema. Todos los parámetros modales se determinan sin conocer las fuerzas de excitación. Por lo tanto, normalmente se asume que las fuerzas de excitación son ruido blanco gaussiano, es decir, que tiene un espectro con un valor medio constante para cada frecuencia.

El objetivo es obtener los parámetros modales de la estructura bajo sus condiciones de operación, de ahí el nombre de la técnica.

En vez de cargar la estructura artificialmente (externamente) y tratar la excitación ambiental como una fuente de ruido no deseado, la excitación natural se usa como fuente de excitación, y no se hace necesario medirla.

En consecuencia, como estas fuerzas de entrada al sistema no se miden, no se tendrá una medida de la FRF del sistema.

Resumiendo, sólo se mide la respuesta de la estructura debido a las excitaciones ambientales y cargas de operación, luego se analiza para obtener casi la misma información que se puede obtener con el análisis modal tradicional.

Para ensayos con excitación ambiental se supone que las fuerzas desconocidas se aplican simultáneamente. Además, se supone que la fuerza de entrada es un ruido blanco, como se había mencionado antes, es decir, no es una función de la frecuencia y tiene un espectro con un valor medio constante para cada frecuencia, y actúa en todo el rango de frecuencias.

Para pequeñas estructuras que se pueden ensayar en laboratorio o para grandes estructuras que pueden ser excitadas artificialmente sin problemas significativos, se prefiere el análisis modal tradicional.

La técnica OMA se emplea cuando las estructuras que se desean estudiar, no son convenientes de excitarlas por medio de un martillo o un excitador.

Algunas porque son difíciles de excitar artificialmente debido a su tamaño, forma o localización. Para muchas estructuras grandes puede ser complicado excitarlas artificialmente a un nivel tal que la respuesta debida a factores ambientales (no controlables) sea pequeña en comparación con la excitación artificial. Pudieran existir casos en los que surgen problemas debido a no linealidades introducidas por un nivel de respuesta muy elevado por emplear métodos artificiales de excitación.

A veces no es posible detener una máquina para poder realizar el ensayo EMA, debido a las condiciones operacionales de la empresa. El ensayo OMA tiene la particularidad de poder realizarse con la máquina en operación.

Las principales ventajas de este tipo de ensayos son:

- Es necesario menor tiempo para realizar el ensayo, ya que sólo hay que colocar los equipos de medición de vibraciones.
- Es más barato, puesto que no necesita la adquisición de equipos excitadores y puede realizarse in situ.
- El ensayo no interfiere ni interrumpe el funcionamiento normal de la estructura, por lo que puede seguir estando en servicio mientras se realiza.
- La respuesta medida es representativa de las condiciones reales de funcionamiento de la estructura.
- Se evita la aplicación de cargas artificiales que conllevan un riesgo de dañar la estructura.

Se detectan dos inconvenientes principales aparentes en la identificación modal mediante la técnica OMA: el primero, es que, como la estructura es excitada por fuerzas desconocidas y solo se miden las señales de respuesta, los modos de vibrar no se pueden escalar u obtener directamente de la prueba.

Existen algunos métodos para obtener con relativa precisión los modos de vibrar de una estructura, como la técnica SSI (*Stochastic Subspace Identification*), la cual entrega una representación del sistema dinámico en el espacio de estados, y luego, mediante la adecuada matriz de transformación se llega a la representación que permite identificar los parámetros físicos del sistema (matrices de masa, amortiguamiento y rigidez), lo que permite obtener masas modales y/o modos normalizados respecto de la matriz de masa, como lo muestran en su estudio Cacho-Pérez, Frechilla y Lorenzana [38].

Este es un problema para las técnicas de detección de daños que requieren modos de masa normalizados, como los métodos de daño basados en la flexibilidad.

Existe un método de cambio de masa, como lo presenta Villa [39], el cual es una forma bien conocida de estimar los factores de escala de los modos de vibrar agregando masa a los puntos de la estructura seleccionados. En el método de cambio de masa, los factores de escala se estiman utilizando el desplazamiento de frecuencia debido a las masas agregadas a la estructura. Sin embargo, los cambios de frecuencia para los primeros modos de estructura son menores que los de los modos superiores.

En los métodos de escalado convencionales, se requiere que los modos de vibrar cambien ligeramente por el cambio de masa para todos los modos bajo análisis. Como resultado, los primeros modos no experimentan un cambio de frecuencia significativo y no se pueden escalar con precisión.

Para los alcances de esta investigación, solo se pretenden obtener frecuencias naturales, por tanto, no representa una complicación.

La segunda limitación es, que puede que la excitación para algunos modos sea insuficiente, o simplemente existan modos que no serán excitados, esto debido principalmente a las fuerzas de entrada, que no se pueden controlar ni medir, entonces puede que los modos no sean identificables a partir de los datos.

Otra consideración importante al analizar los resultados de una prueba modal, tiene relación con comprender la incertidumbre estadística sobre los resultados obtenidos, que tiene su origen en los errores aleatorios como el ruido eléctrico, ligeras variaciones en las condiciones de prueba, los efectos ambientales (como la temperatura y el viento), etc. Las fuerzas ambientales son difíciles de pronosticar, y esto también hace que sea difícil pronosticar las respuestas operacionales.

Las principales desventajas de OMA son:

- Se producen pequeñas respuestas vibratorias y, a veces, mezcladas con ruido.
- Como la excitación es desconocida, el análisis es más difícil que en el caso tradicional.

Otros inconvenientes probables que existen en dicha técnica son los siguientes: Identificar frecuencias naturales en el espectro puede ser una tarea compleja, ya que, pueden no estar demasiado claros, esto dependerá de la técnica usada, porque existen algunos métodos que operan exclusivamente en el dominio tiempo y otros exclusivamente en dominio frecuencial.

Normalmente la estimación de amortiguamiento, no proporciona valores muy acertados, es el parámetro más complejo de determinar mediante OMA como lo presenta en su trabajo Hernández [40], Zamora, Ayala y Salgado [41] estudian cómo la fuerza del viento afecta una estructura, estimando mediante OMA los parámetros modales y reflejando la dificultad de obtener el amortiguamiento, Frechilla [42] presenta el estudio de estimación de parámetros modales de una pasarela en España, mediante OMA, evidenciando lo mismo, y en el trabajo de Svendsen [6] se observa que existen errores de alrededor de un 20 [%] en la estimación del amortiguamiento, usando la técnica OMA.

Como en OMA las fuerzas son desconocidas, se debe abordar todo desde un punto de vista probabilístico. Cualquier parámetro a observar se considera como una variable estocástica, por ejemplo, y en principio solo se conoce en términos de su función de densidad de probabilidad. Si se conoce la función de densidad, se puede calcular, por ejemplo, la media y la varianza.

Sin embargo, dado que rara vez se conoce la función de densidad en OMA, se usa un promedio de tiempo. Si la señal ha sido observada, entonces se puede calcular la media y la varianza para esa señal utilizando un promedio de tiempo.

Como regla general en OMA, no se recomienda usar los valores medios en la práctica, debido a grandes errores en la medición, sobre todo en la región de baja frecuencia, por lo tanto, normalmente se elimina la media de las señales y se calcula la correlación (ver sección 2.3.5) basada en las señales resultantes.

La correlación entonces, se basa en promedios temporales y luego calcular la transformada de Fourier, con el fin de obtener funciones de Densidad Espectral de Energía o Potencia (ver sección 2.3.9), dependiendo de lo que se quiera obtener.

Las funciones de correlación poseen propiedades de simetría que se basan en el hecho de que se asume que la señal es estacionaria y, por lo tanto, el tiempo se puede desplazar arbitrariamente para que así sea. En el caso general de una respuesta vectorial que contiene los canales de respuesta individuales de manera similar, se estima una matriz de la función de correlación.

Una entrada de ruido blanco para usar OMA es una suposición importante, y que solo considera información de segundo orden (funciones de correlación y densidad espectral) y que la excitación es de entrada múltiple.

Para la identificación de los parámetros modales hay dos enfoques, el análisis en el dominio tiempo y el análisis en el dominio frecuencia.

Algunas de las técnicas del dominio tiempo son las siguientes:

- Mínimos Cuadrados con Exponencial Complejo (LSCE).
- Dominio del Tiempo de Ibrahim (ITD).
- Algoritmo de Realización de Sistemas-Propios (ERA).
- Algoritmo de Realización de Sistemas-Propios con Correlación de Datos (ERA-DC).
- Densidad Espectral de Potencia (PSD).

Se presentan las técnicas en dominio tiempo, puesto que serán las que se estudien en esta tesis, en particular, se usa la técnica de Ibrahim, la cual fue desarrollada por S.R. Ibrahim y E.C Mikulcik, ambos profesores del departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Calgary, en Alberta, Canadá, en la década de 1970. El método ITD es aplicable a ensayos del tipo condiciones iniciales o de impacto controlado (pull-back) en los cuales se mide la respuesta de múltiples GDL de la respuesta libre del sistema. Es considerada como una de las primeras técnicas desarrolladas para la identificación de sistemas con múltiples salidas o respuestas, es decir, donde se aprovecha la información de varios canales de medición al mismo tiempo.

2.7.1.- Técnica de Ibrahim en Dominio Tiempo.

La técnica opera con tres retrasos de tiempo, $\Delta t_1, \Delta t_2$ y Δt_3 . En el algoritmo ITD, cualquier respuesta libre, así como también la matriz de correlación, se puede formular como una combinación lineal de modos de vibrar y decaimientos exponenciales, es decir:

$$y(t) = y(k\Delta t) = c_1 a_1 e^{\lambda_1 k \Delta t} + c_2 a_2 e^{\lambda_2 k \Delta t} + \dots = c_1 a_1 \mu_1^k + c_2 a_2 \mu_2^k \dots \quad (2.44)$$

Donde $a_1, a_2 \dots$ son los modos de vibrar, $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ son los valores propios (polos de tiempo continuo), μ_1, μ_2, \dots son los polos en tiempo discreto, $c_1, c_2 \dots$ son las amplitudes modales iniciales que definen la descomposición libre en el tiempo cero.

$$y(t = 0) = c_1 a_1 + c_2 a_2 + \dots \quad (2.45)$$

Ahora se construye la matriz de bloques de Hankel con cuatro filas de bloques y se divide en dos matrices en el medio:

$$[H] = \begin{bmatrix} y(1) & y(2) & \dots & y(np - 3) \\ y(2) & y(3) & \dots & y(np - 2) \\ y(3) & y(4) & \dots & y(np - 1) \\ y(4) & y(5) & \dots & y(np) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [H_1] \\ [H_2] \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

En estas dos matrices de Hankel de bloques más pequeños, la matriz superior $[H_1]$ consta de las dos filas de los bloques superiores y la matriz inferior $[H_2]$ consta de las dos filas de los bloques inferiores. El decaimiento libre tiene un número de puntos (“np”). Tomando la expresión de decaimiento libre de la ecuación 2.44 en cuenta, podemos expresar $[H_1]$ como:

$$[H_1] = [\psi] * [\Lambda] \quad (2.47)$$

Donde $[\psi]$ es una matriz que contiene los modos de vibrar en las columnas:

$$[\psi] = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots \\ \mu_1 a_1 & \mu_1 a_2 & \dots \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Y $[\Lambda]$ es una matriz que contiene los polos discretos de tiempo multiplicados por las correspondientes amplitudes modales:

$$[\Lambda] = \begin{bmatrix} c_1\mu_1^0 & c_1\mu_1^1 & \dots & c_1\mu_1^{np-3} \\ c_2\mu_2^0 & c_2\mu_2^1 & \dots & c_2\mu_2^{np-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

De forma similar, la otra matriz Hankel de bloques $[H_2]$ es $[H_1]$, retardada en dos pasos de tiempo y, por lo tanto, se puede expresar como:

$$[H_2] = [\psi] * [\mu_n]^2 [\Lambda] \quad (2.50)$$

Donde $[\mu_n]$ es una matriz diagonal que contiene los valores propios. De las ecuaciones 2.47 y 2.50 la matriz Λ puede ser eliminada, resultando:

$$[\psi]^{-1} * [H_1] = [\mu_n]^{-2} * [\psi]^{-1} * [H_2] \quad (2.51)$$

Pre multiplicando ambos lados de la ecuación 2.51 por $[\psi] * [\mu_n]^2$, se obtiene la siguiente ecuación:

$$[\psi] * [\mu_n]^2 * [\psi]^{-1} * [H_1] = [H_2] \quad (2.52)$$

Finalmente, definiendo la matriz del sistema:

$$[W] = [\psi] * [\mu_n]^2 * [\psi]^{-1} \quad (2.53)$$

Donde se tiene la ecuación proporcionada por ITD para la estimación de la matriz del sistema “W”:

$$[W] * [H_1] = [H_2] \quad (2.54)$$

Al transponer esta ecuación, se obtiene un sistema de ecuaciones sobre determinado para la determinación de la matriz “W” del sistema, siempre que $np-3$ sea mayor que $2nc$, donde nc es el número de canales en la descomposición libre considerado.

Pre multiplicando ambos lados de la ecuación 2.54 por $[H_1]^T$, se obtiene la matriz de rango normal $[H_1] * [H_1]^T$ en el lado izquierdo de la ecuación 2.54, que se puede invertir para proporcionar la estimación:

$$[\widehat{W}_1] = [H_2] * [H_1]^T * ([H_1] * [H_1]^T)^{-1} \quad (2.55)$$

Se puede encontrar una solución alternativa pre multiplicando por $[H_2]^T$, se obtiene la matriz de rango normal $[H_1] * [H_2]^T$ en el lado izquierdo de la ecuación 2.45, que se puede invertir para proporcionar la estimación:

$$[\widehat{W}_2] = [H_2] * [H_2]^T * ([H_1] * [H_2]^T)^{-1} \quad (2.56)$$

Ambas estimaciones para la matriz “W” están débilmente sesgadas, por lo que se usa una estimación promedio en vez de cada una por separado:

$$[\widehat{W}] = ([\widehat{W}_1] + [\widehat{W}_2])/2 \quad (2.57)$$

Uno de los problemas con la formulación clásica de la técnica de Ibrahim, se presenta cuando se formula para una sola entrada, es decir, solo hay un decaimiento libre permitido. Sin embargo, esta limitación puede eliminarse fácilmente al darse cuenta de que las matrices de la ecuación 2.55:

$$\begin{aligned} [T_{11}] &= [H_1] * [H_1]^T \\ [T_{21}] &= [H_2] * [H_1]^T \end{aligned} \quad (2.58)$$

Y las matrices de la ecuación 2.56:

$$\begin{aligned} [T_{12}] &= [H_1] * [H_2]^T \\ [T_{22}] &= [H_2] * [H_2]^T \end{aligned} \quad (2.59)$$

Son matrices de Toeplitz de bloques que básicamente contienen la información de correlación. Esto significa que las contribuciones de varios decaimientos libres, a estas matrices pueden simplemente agregarse. Por lo tanto, si hay disponibles decaimientos libres, se puede obtener una versión MIMO de ITD calculando las matrices Toeplitz que contienen la información de todos los decaimientos libres.

$$\begin{aligned}
 [T_{11}] &= \sum_{r=1}^{nr} H_{1,r} * H_{1,r}^T; & [T_{12}] &= \sum_{r=1}^{nr} H_{1,r} * H_{2,r}^T; \\
 [T_{21}] &= \sum_{r=1}^{nr} H_{2,r} * H_{1,r}^T; & [T_{22}] &= \sum_{r=1}^{nr} H_{2,r} * H_{2,r}^T;
 \end{aligned}
 \tag{2.60}$$

Donde $[H_{1,r}]$ y $[H_{2,r}]$ son los bloques de la matriz de Hankel para “ r ” decaimientos. Finalmente, las estimaciones de la matriz del sistema correspondiente a las ecuaciones 2.46 y 2.47 pueden ser obtenidas por:

$$\begin{aligned}
 \widehat{[W_1]} &= [T_{12}] * [T_{11}]^{-1} \\
 \widehat{[W_2]} &= [T_{22}] * [T_{21}]^{-1}
 \end{aligned}
 \tag{2.61}$$

El último paso en la técnica de ITD es tomar la descomposición de los valores propios de la matriz estimada del sistema de acuerdo con la ecuación 2.53. Los modos de vibrar se encuentran a partir de las columnas de la matriz de vectores propios, y las frecuencias naturales se encuentran tomando la raíz cuadrada de los elementos diagonales de la matriz de valores propios.

ITD tiene tantos valores propios como la dimensión de la matriz del sistema. Dado que la matriz del sistema es $2nc \times 2nc$, se tiene $2nc$ valores propios o nc número de modos, dos valores propios para cada modo. La solución por regresión solo es válida cuando está bien sobre determinada, y se debe cumplir:

$$np - 3 \gg 2nc
 \tag{2.62}$$

Para una formulación ITD de entrada única y para la formulación MIMO con nr decaimientos libres, se tiene el siguiente requisito:

$$(np - 3)nr \gg 2nc
 \tag{2.63}$$

Dado que el modelo tiene un número fijo de modos que se define por el número de canales en el decaimiento libre, es normal ampliar a más modos agregando pseudo medidas al vector de respuesta sin agregar más información relacionada físicamente. Esto se puede hacer mediante el uso de algunos canales de datos de los mismos decaimientos libres retrasados en el tiempo.

Capítulo III.- Implementación de Técnicas con Señales Simuladas en el computador.

El objetivo de este capítulo, es implementar técnicas de análisis modal experimental y operacional, en señales simuladas en computador, para comprobar los algoritmos y programas de cálculo utilizados, para posteriormente usarlos en señales experimentales y obtener los parámetros modales.

Para obtener los resultados de los parámetros modales mediante EMA, se debe calcular la FRF a partir de la señal simulada, con la formulación mostrada en la sección 2.6.

Para obtener los resultados de los parámetros modales mediante OMA, se aplica el algoritmo de Ibrahim mostrado en la sección 2.7.1.

3.1.- Señales Simuladas en el Computador, mediante EMA.

Pruebas en señales simuladas a través de la FRF, para la técnica EMA.

En las siguientes pruebas que se presentan, se consideran señales y fuerzas de excitación de distinto tipo, con el objetivo de comprobar que el algoritmo de cálculo de la FRF funciona, todo esto simulado en el software *MatLab*.

Para una primera prueba, que consiste en el cálculo teórico de la FRF de un sistema con dos grados de libertad, como el mostrado en la figura 45:

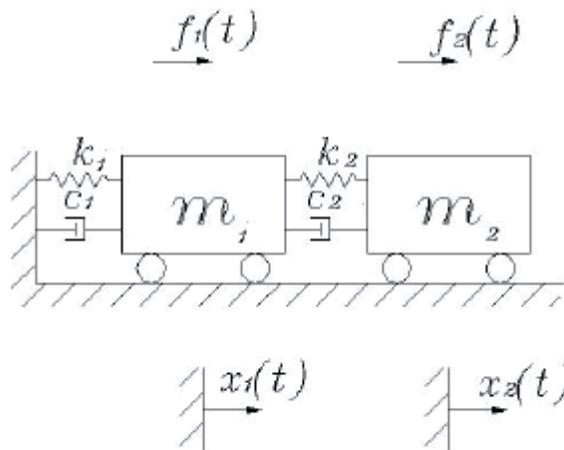


Figura 45: Modelo mecánico equivalente, sistema 2 GDL (Imagen de [43]).

Las ecuaciones de movimiento del sistema son:

$$\begin{aligned} m_1 * \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) * \dot{x}_1 - c_2 * \dot{x}_2 + (k_1 + k_2) * x_1 - k_2 * x_2 &= f_1(t) \\ m_2 * \ddot{x}_2 + c_2 * \dot{x}_2 - c_2 * \dot{x}_1 + k_2 * x_2 - k_2 * x_1 &= f_2(t) \end{aligned} \tag{3.1}$$

Y matricialmente se tiene:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

Y con los siguientes parámetros físicos:

$$\text{Rigidez: } k_1 = k_2 = 3 * 10^3 \left[\frac{N}{m} \right].$$

$$\text{Amortiguamiento: } c_1 = c_2 = 1,5 * 10^1 \left[\frac{Ns}{m} \right]. \quad (3.3)$$

$$\text{Masas: } m_1 = m_2 = 3[kg].$$

Y la fuerza de excitación corresponde a una señal senoidal de frecuencia “ ω ”.

En la figura 46 se observa la FRF para la prueba 1 EMA simulada:

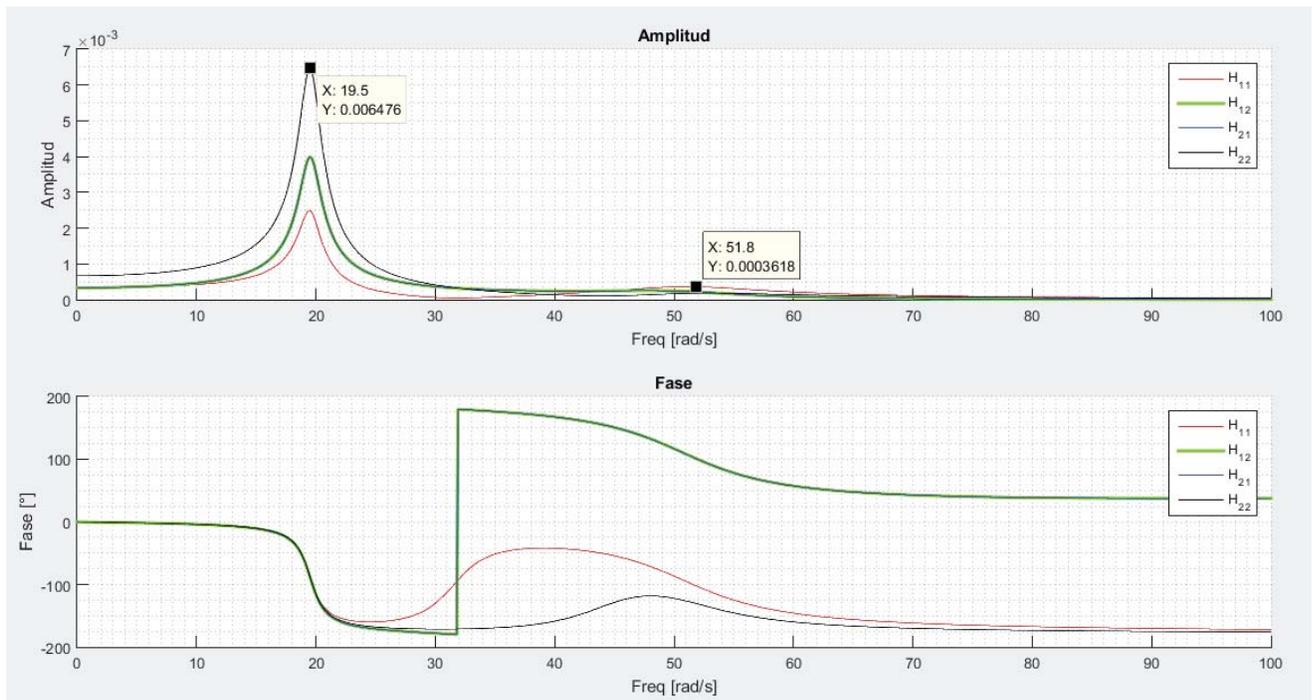


Figura 46: FRF prueba 1 EMA simulada.

En la tabla 1, se muestran los resultados teóricos para las frecuencias naturales:

Resultados de frecuencias naturales, prueba 1 EMA	
1	19,34 [rad/s]
2	50,758 [rad/s]

Tabla 1: Resultados teóricos de frecuencias naturales, prueba 1 EMA.

Para una segunda prueba, que consiste en el cálculo teórico de la FRF de un sistema con un grado de libertad, como el mostrado en la figura 47:

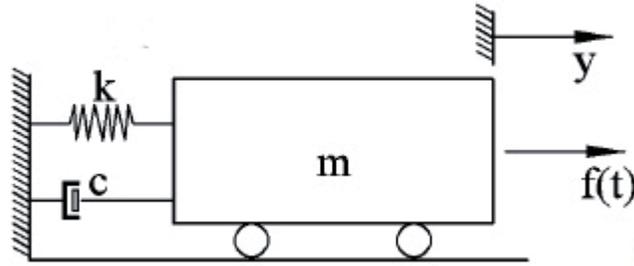


Figura 47: Modelo mecánico equivalente, sistema 1 GDL (Imagen de [44]).

La ecuación de movimiento es:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (3.4)$$

Y con los siguientes parámetros físicos:

$$\text{Rigidez: } k = 3 * 10^3 \left[\frac{N}{m} \right].$$

$$\text{Amortiguamiento: } c = 1,5 * 10^1 \left[\frac{Ns}{m} \right]. \quad (3.5)$$

$$\text{Masa: } m = 3 [kg].$$

A diferencia de la prueba anterior, ahora se considera la función Delta de Dirac como fuerza excitadora, que tiene la siguiente fórmula:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - a) f(x) dx = f(a). \quad (3.6)$$

Se puede advertir, que no es una función estrictamente hablando, puesto que habría que tomar infinitos valores para evaluarla. Informalmente se define como el límite de una sucesión de funciones que tiende a cero en todos los puntos, excepto para un punto, en el cual diverge hacia el infinito.

Por este motivo, de forma convencional se define como una función por parte, o trozos:

$$\delta(x) = \begin{cases} \infty, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases} \quad (3.7)$$

En la figura 48, se muestra la respuesta vibratoria del sistema, prueba 2 EMA simulada:

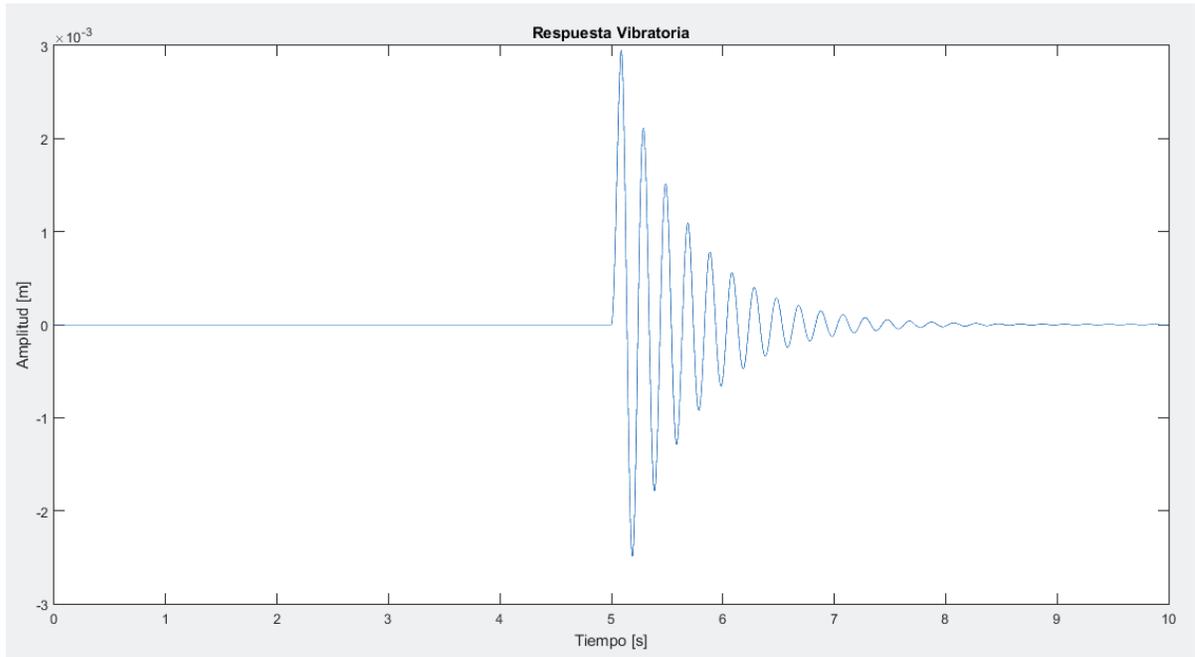


Figura 48: Respuesta vibratoria, prueba 2 EMA simulada.

En la figura 49, se muestra el gráfico de la FRF y de coherencia, para la prueba 2 EMA simulada:

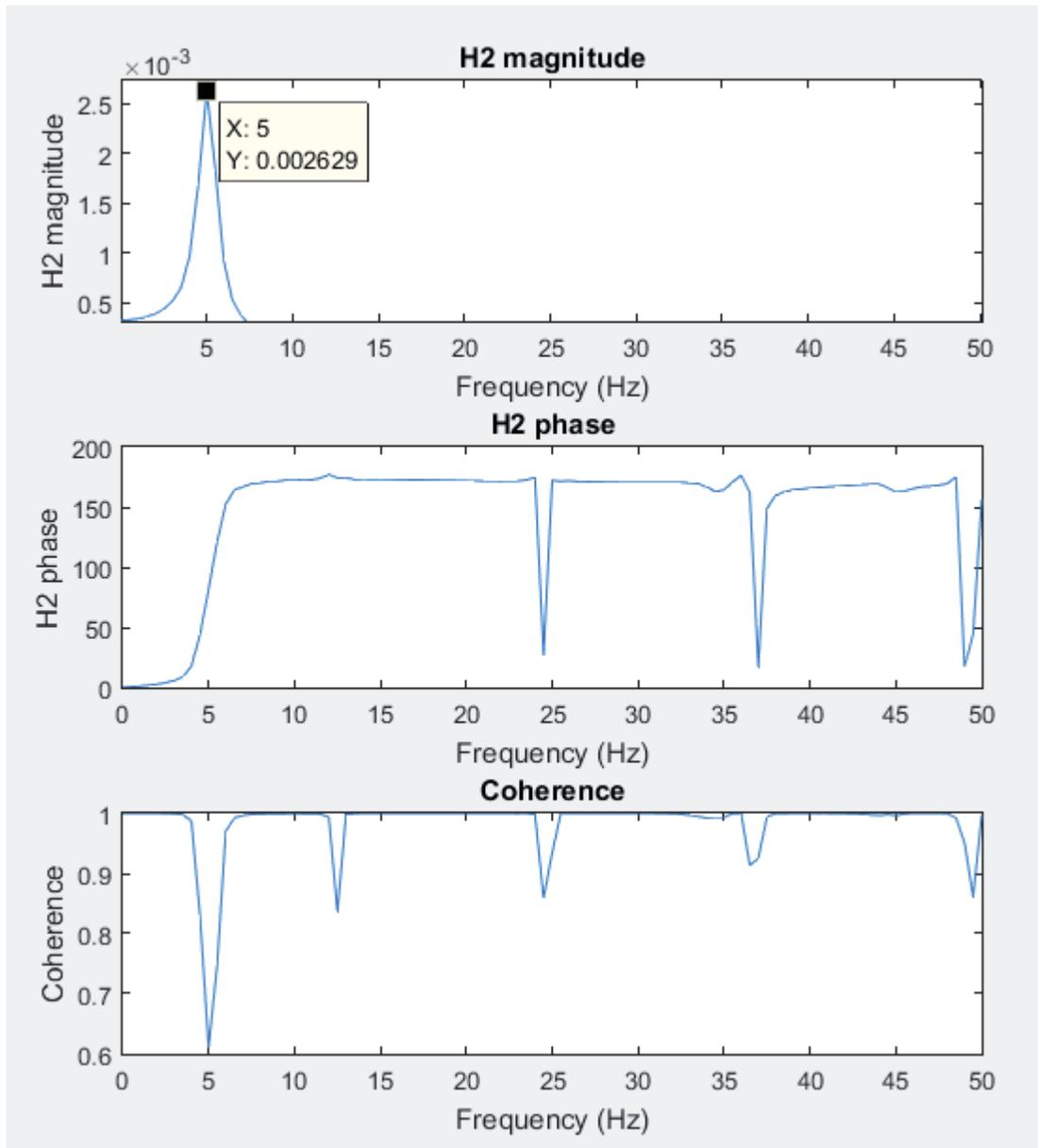


Figura 49: FRF prueba 2 EMA simulada.

En la tabla 2, se muestra el valor teórico de la frecuencia natural:

Resultado de frecuencia natural, prueba 2 EMA
5,0329 [Hz]

Tabla 2: Resultado teórico de frecuencia natural, prueba 2 EMA.

Análisis y comentarios:

Para las pruebas presentadas con señales simuladas, el objetivo era calcular las frecuencias naturales del sistema en estudio mediante la FRF, y comparar esos resultados, con la solución numérica de la ecuación de movimiento, para poder establecer que el algoritmo de cálculo es el correcto, con la finalidad de poder comparar los resultados de esta técnica (EMA) con los resultados que se obtengan por OMA.

Entre los valores de frecuencia natural calculados mediante la FRF y los calculados teóricamente existe una diferencia ínfima (menor a un 1,2 [%] en el caso más desfavorable), se advierte el cambio de 180° en el gráfico de fase, indicando claramente que se trata de una frecuencia natural (ver figura 21), y la caída de la coherencia cuando el sistema alcanza la condición de resonancia, es decir, donde el sistema está vibrando a una de sus frecuencias naturales, (como se había discutido previamente, ver figura 22).

Para la primera prueba, la resolución de la FRF es mediante el cálculo de la matriz de función respuesta en frecuencia, esto es:

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

Dado que el sistema analizado posee dos GDL, se puede tratar la FRF como un arreglo matricial, por este motivo, se observa en la figura 46, cuatro valores de “H”.

En cambio, para la segunda prueba, la resolución de la FRF, es mediante el algoritmo implementado en *MatLab*, usando la función *Pwelch* discutida en la sección 2.3.12 y el procedimiento de cálculo mostrado en la sección 2.6.

Por tal motivo, la forma de presentar los resultados obtenidos entre ambas pruebas es distinto, por ejemplo, en la figura 49, se muestra, además de la FRF, el gráfico de coherencia, y, en definitiva, es el algoritmo utilizado para obtener los resultados de manera experimental que se muestran más adelante en este documento.

3.2.- Señales Simuladas en el Computador, mediante OMA.

Pruebas en señales simuladas con la técnica de Ibrahim, OMA.

En las siguientes pruebas que se presentan, se considera un sistema con dos grados de libertad, con excitación de ruido blanco, simulado en el software *MatLab*, como el mostrado en la figura 45 (ver sección 3.1).

Se debe notar, que es el mismo sistema analizado en la sección anterior, las ecuaciones que definen el sistema en términos de movimiento son las mostradas en la ecuación (3.1), también en la sección anterior. El ruido blanco o sonido blanco es una señal aleatoria (proceso estocástico) que se caracteriza por el hecho de que sus valores de señal en dos tiempos diferentes no guardan correlación estadística. Como consecuencia de ello, su densidad espectral de potencia (PSD) es una constante, es decir, su gráfica es plana. Esto significa que la señal contiene todas las frecuencias y todas ellas muestran la misma potencia. Igual fenómeno ocurre con la luz blanca, de allí la denominación.

La idea principal es extraer información modal de las respuestas aleatorias mediante la técnica de decremento aleatorio de Ibrahim, utilizando como valor de entrada, la señal en desplazamiento para todas las pruebas, a menos que se indique expresamente lo contrario.

Para las siguientes pruebas, se tienen algunos parámetros constantes para cada simulación, se resuelve mediante el método Runge-Kuta 44 la ecuación diferencial de movimiento, y posteriormente el problema de valores propios para obtener los valores teóricos y se resuelve también mediante la técnica de Ibrahim, para poder realizar una comparación de resultados.

La técnica opera con desfase en el tiempo de la respuesta, en los parámetros que se muestran para las pruebas, hay uno llamado incremento (*incr*), para una comprensión más acabada de lo que es, se presenta un ejemplo de cómo funciona, en la ecuación 3.9, se muestra un vector de respuesta ficticio en el tiempo, con números aleatorios, que representa la señal simulada:

$$y(t) = 2\ 7\ 9\ 1\ 5\ 3\ 4\ 5\ 9\ 1\ 3\ 5 \quad (3.9)$$

Dicho vector, usado como ejemplo, contiene 12 elementos, para un incremento de tres, la respuesta a usar por el algoritmo ITD en el programa queda como se muestra en la ecuación 3.10:

$$y_1(t) = 2\ 7\ 9\ 1\ 5\ 3\ 4\ 5\ 9 \quad (3.10)$$

Y el vector correspondiente al primer desfase en el tiempo, se muestra a continuación, en la ecuación 3.11:

$$y_1'(t) = 1 \ 5 \ 3 \ 4 \ 5 \ 9 \ 1 \ 3 \ 5 \quad (3.11)$$

En el vector de respuesta que se ingresa al algoritmo (ecuación 3.10), se advierte que se pierden los últimos tres valores, esto ya que, para el primer desfase temporal (ecuación 3.11), el vector debe tener la misma cantidad de elementos que el original, para que el programa pueda resolver, si se mira con detención, el vector desfasado en el tiempo, parte desde el elemento en la cuarta posición del vector original (número 1, en este ejemplo), este el efecto del número de incrementos.

Ahora se presentan los parámetros constantes para las diversas pruebas, salvo que se indique lo contrario:

Parámetros de las muestras:

- Frecuencia de Muestreo (fs): 400 [Hz]
- Condiciones Iniciales ($u0$): [0;0;0;0]
- Incrementos ($incr$): 3
- Potencia Ruido: 5 [dB]

Y con los siguientes parámetros físicos:

$$\begin{aligned} \text{Rigidez: } k_1 = k_2 &= 3 * 10^3 \left[\frac{N}{m} \right]. \\ \text{Amortiguamiento: } c_1 = c_2 &= 1,5 * 10^1 \left[\frac{Ns}{m} \right]. \\ \text{Masas: } m_1 = m_2 &= 3 \text{ [kg]}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Se muestran distintas pruebas, en las cuales se modifican ciertos parámetros, por ejemplo, largo en el tiempo de la señal simulada, potencia de la señal de excitación, cambio en el vector de condiciones iniciales, etc., para comprobar su incidencia en la técnica de Ibrahim, y a su vez, simular diversas condiciones de campo que se podrían tener a la hora de realizar el análisis mediante OMA.

1) Efecto de la variación en el largo de la señal en el tiempo:

El objetivo es realizar diferentes pruebas, variando el largo de la señal simulada en el tiempo, para ver si afecta o no, a los resultados obtenidos mediante la técnica de Ibrahim, en definitiva, la idea es comprobar que tan sensible es la técnica a dicho parámetro.

1.1) Para 10 segundos:

En la tabla 3, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 1.1:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,9549	0,0644	19,5206	19,427
2	-6,5451	0,3143	50,7464	51,7561

Tabla 3: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 1.1 OMA simulada.

En la figura 50, se muestra la respuesta en el tiempo de la vibración, prueba 1.1 OMA simulada:

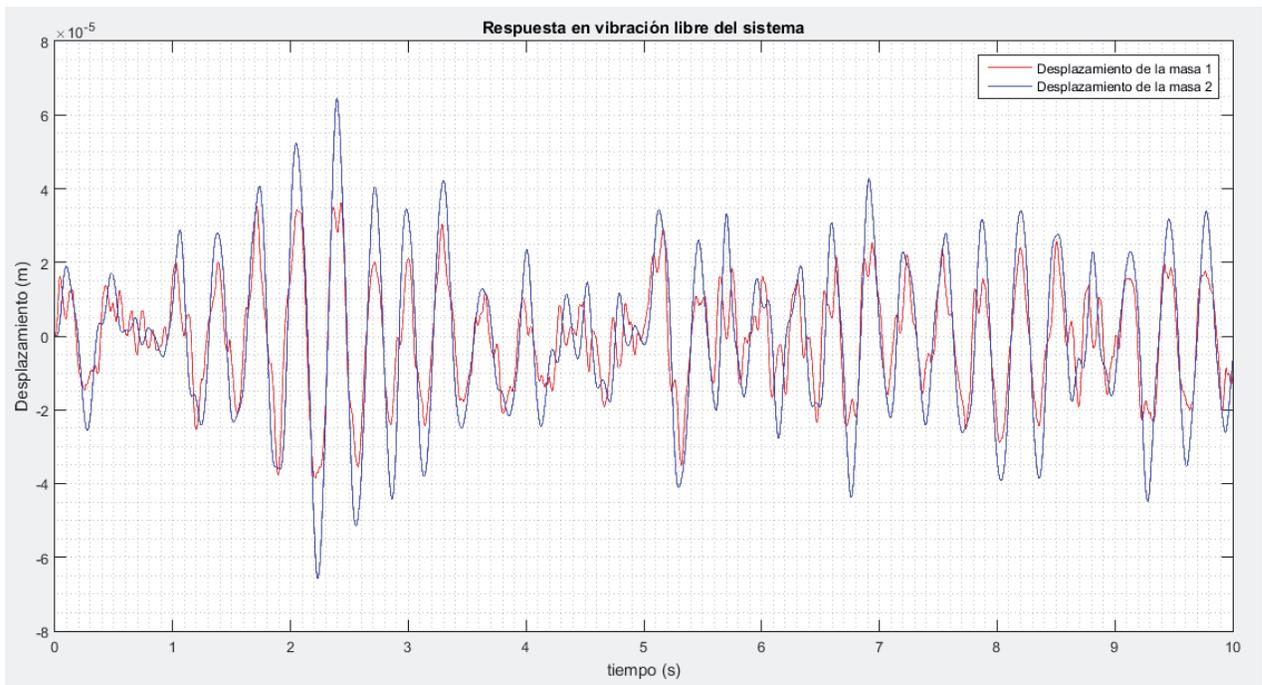


Figura 50: Respuesta vibratoria, prueba 1.1 OMA simulada.

1.2) Para 20 segundos:

En la tabla 4, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 1.2:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,9549	0,0572	19,5206	19,3154
2	-6,5451	0,2645	50,7464	51,2641

Tabla 4: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 1.2 OMA simulada.

En la figura 51, se muestra la respuesta en el tiempo de la vibración, prueba 1.2 OMA simulada:

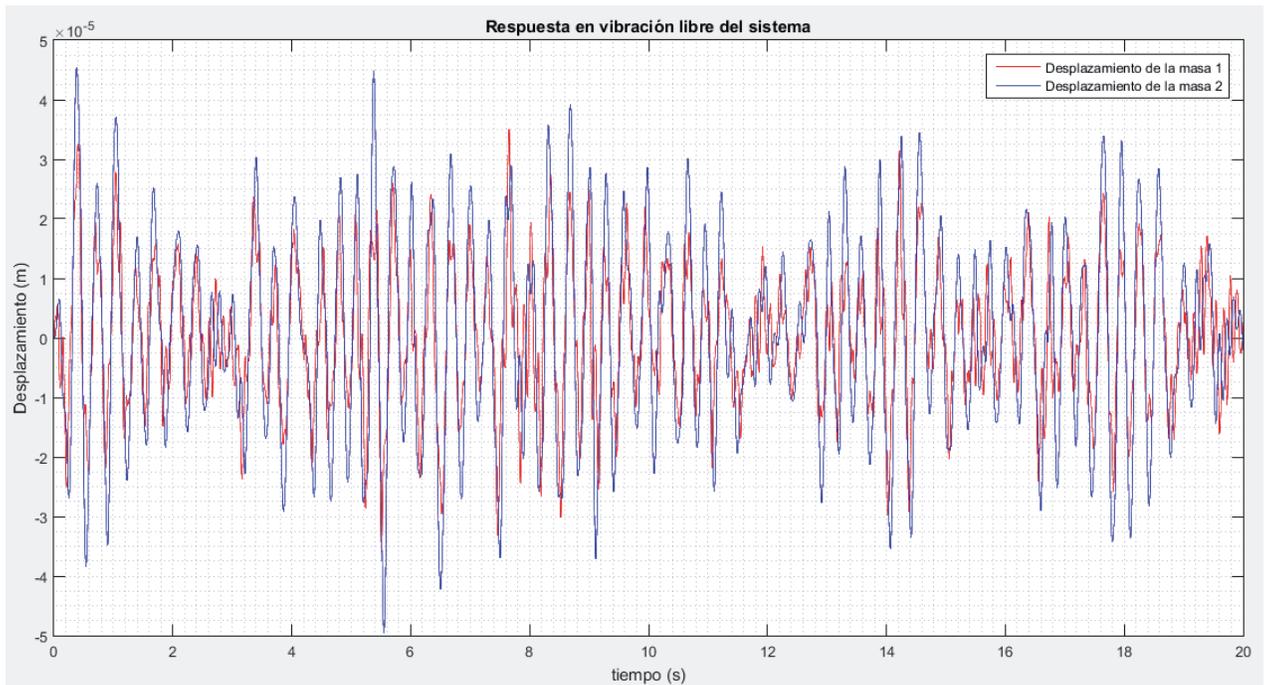


Figura 51: Respuesta vibratoria, prueba 1.2 OMA simulada.

1.3) Para 40 segundos:

En la tabla 5, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 1.3:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,9549	0,0842	19,5206	18,9097
2	-6,5451	0,3421	50,7464	50,2447

Tabla 5: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 1.3 OMA simulada.

En la figura 52, se muestra la respuesta en el tiempo de la vibración, prueba 1.3 OMA simulada:

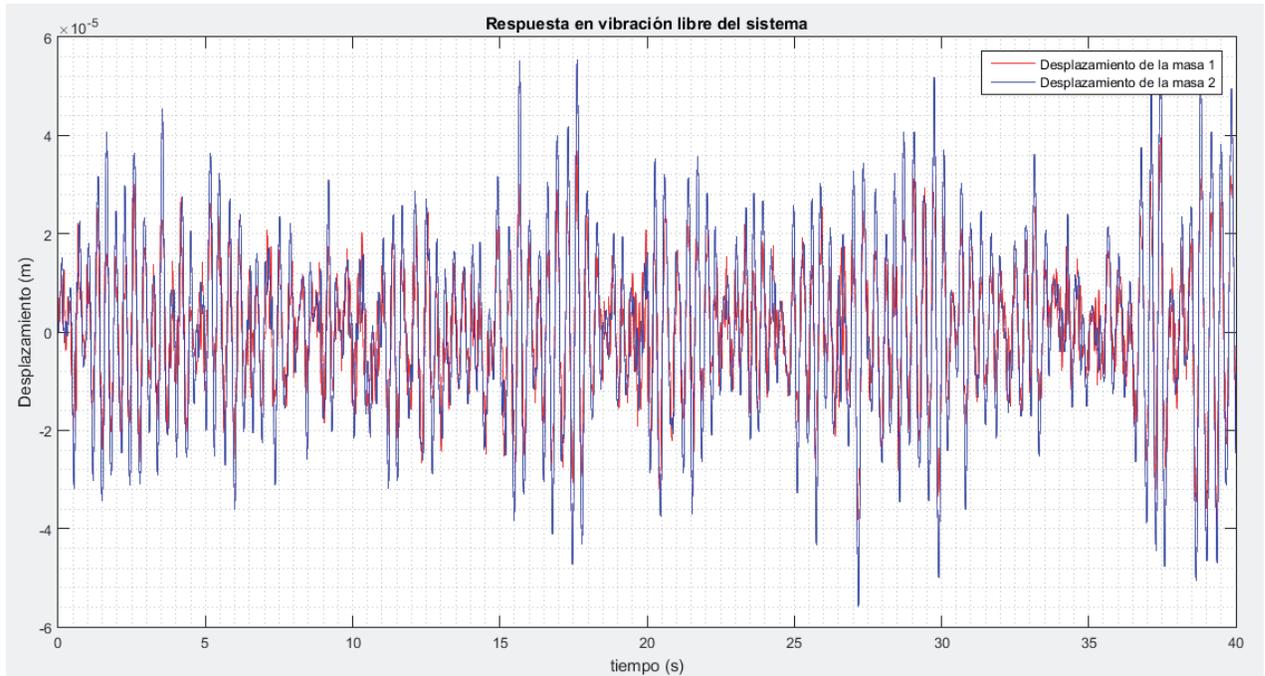


Figura 52: Respuesta vibratoria, prueba 1.3 OMA simulada.

1.4) Para 60 segundos:

En la tabla 6, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 1.4:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,9549	0,0495	19,5206	19,3364
2	-6,5451	0,2849	50,7464	49,9775

Tabla 6: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 1.4 OMA simulada.

En la figura 53, se muestra la respuesta en el tiempo de la vibración, prueba 1.4 OMA simulada:

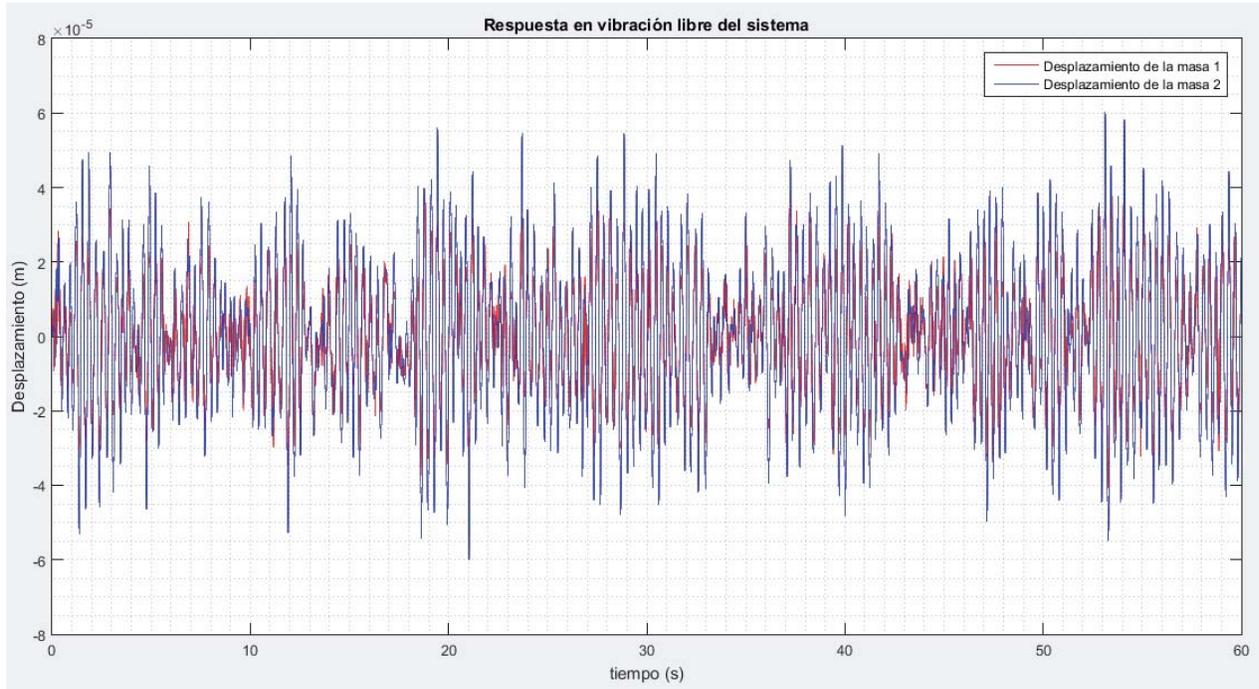


Figura 53: Respuesta vibratoria, prueba 1.4 OMA simulada.

Análisis y comentarios:

Se observa que el tiempo no es trascendente a la hora de analizar los resultados, puesto que para una variación de más de 50 [s] entre la prueba 1.1 y 1.4, los valores de frecuencias naturales se mantienen relativamente constantes, a lo más existiendo una diferencia de 1 [rad/s], en la peor simulación.

En cuanto a los valores de amortiguamiento, era lo que se podía esperar, es siempre un parámetro difícil de calcular mediante técnicas OMA, como se había discutido previamente a lo largo de este documento, y esto se ve reflejado en los resultados expuestos, ya que, no hay ninguna relación entre lo teórico y el método ITD.

2) Efecto de la potencia del ruido:

El objetivo es realizar diferentes pruebas, variando la potencia de la señal de excitación, para ver si afecta o no, a los resultados obtenidos mediante la técnica de Ibrahim, para variar la potencia del ruido, se modifica el valor desde la función *WGN*, que está implementada en el código utilizado en *MatLab*.

Parámetros de las muestras:

- Frecuencia de Muestreo (f_s): 400 [Hz]
- Condiciones Iniciales (u_0): [0;0;0;0]
- Incrementos ($incr$): 3
- Tiempo de la señal: 30 [s]

2.1) Potencia de ruido: 1 [dB]:

En la tabla 7, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 2.1:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,9549	0,0619	19,5206	19,3228
2	-6,5451	0,1630	50,7464	49,9743

Tabla 7: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 2.1 OMA simulada.

En la figura 54, se muestra la respuesta en el tiempo de la vibración, prueba 2.1 OMA simulada:

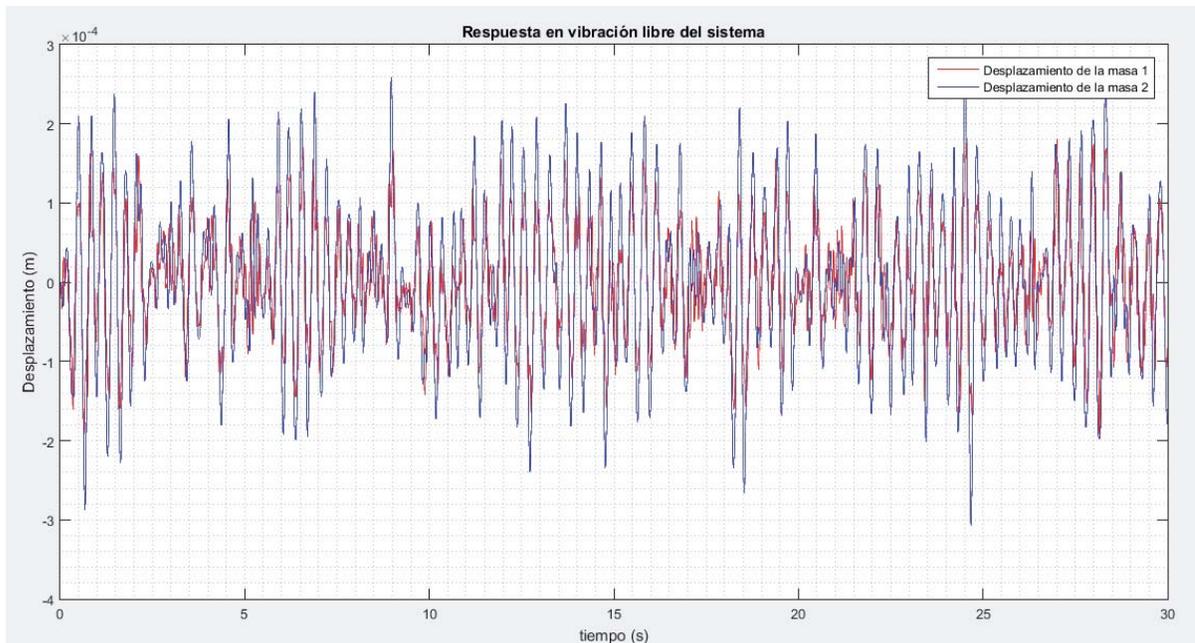


Figura 54: Respuesta vibratoria, prueba 2.1 OMA simulada.

2.2) Potencia de ruido: 5 [dB]:

En la tabla 8, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 2.2:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,9549	0,0380	19,5206	19,7227
2	-6,5451	0,2175	50,7464	50,2685

Tabla 8: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 2.2 OMA simulada.

En la figura 55, se muestra la respuesta en el tiempo de la vibración, prueba 2.2 OMA simulada:

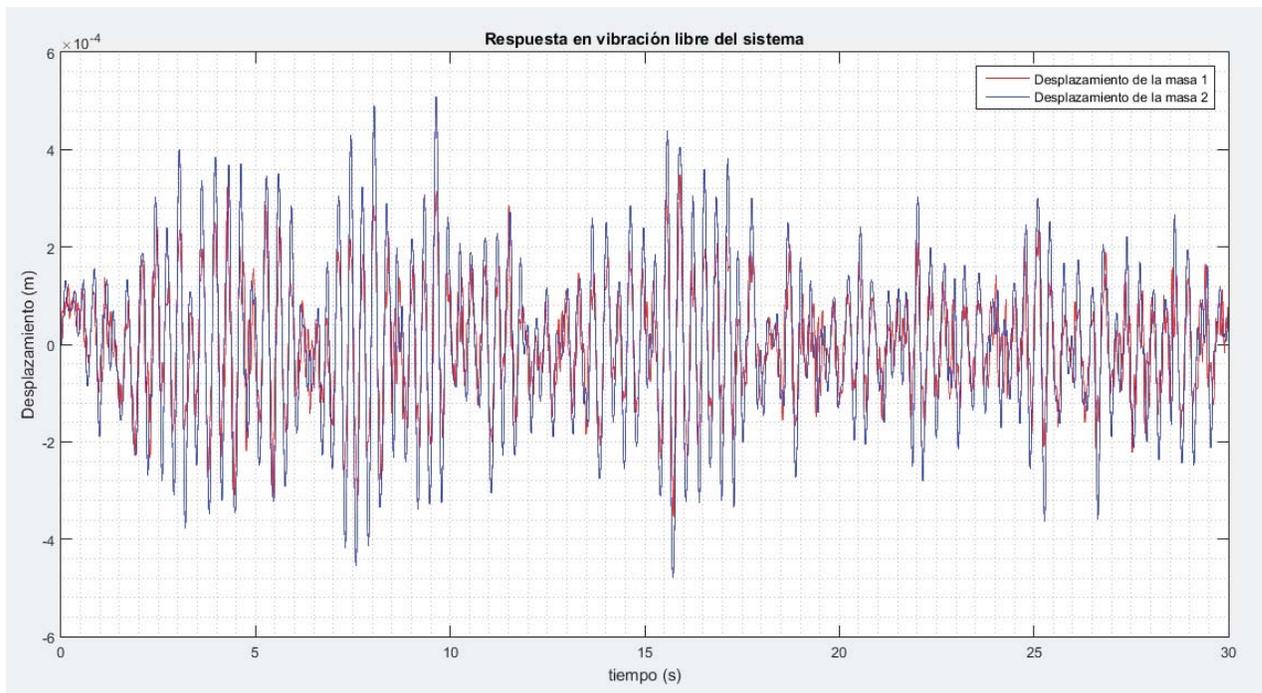


Figura 55: Respuesta vibratoria, prueba 2.2 OMA simulada.

2.3) Potencia de ruido: 10 [dB]:

En la tabla 9, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 2.3:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,9549	0,0556	19,5206	19,3245
2	-6,5451	0,1978	50,7464	50,8881

Tabla 9: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 2.3 OMA simulada.

En la figura 56, se muestra la respuesta en el tiempo de la vibración, prueba 2.3 OMA simulada:

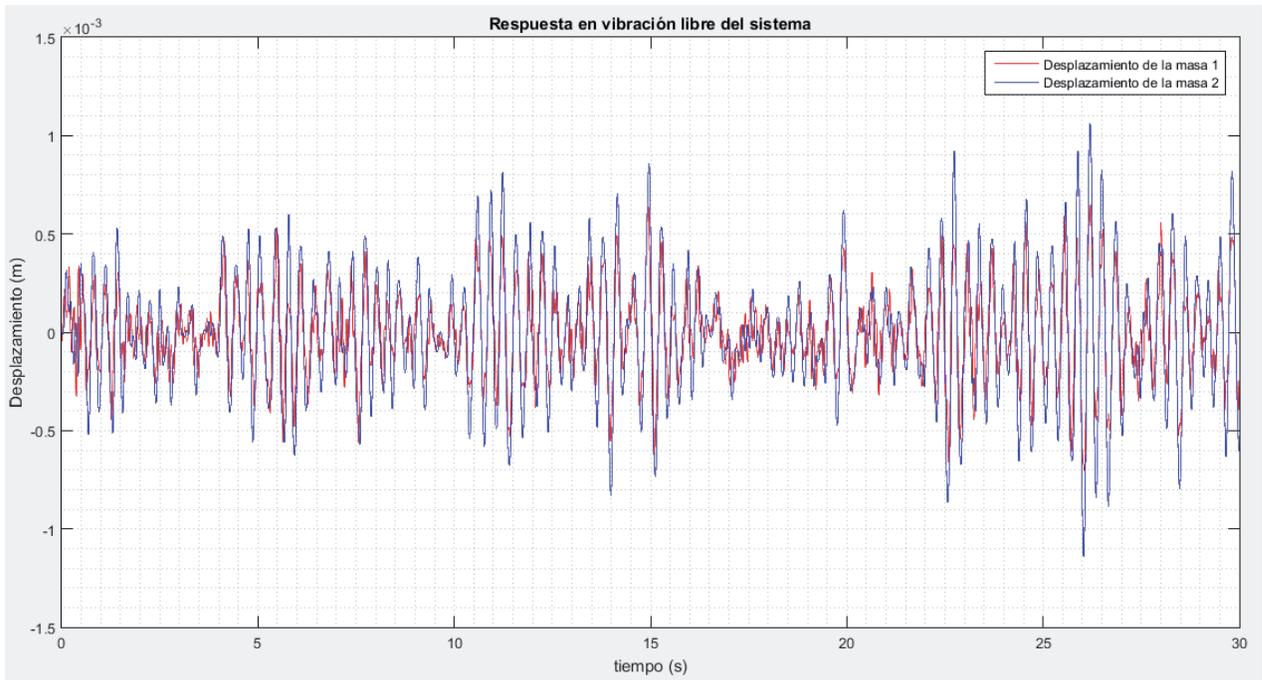


Figura 56: Respuesta vibratoria, prueba 2.3 OMA simulada.

2.4) Potencia de ruido: 30 [dB]:

En la tabla 10, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 2.4:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,9549	0,0617	19,5206	19,3
2	-6,5451	0,1389	50,7464	51,0761

Tabla 10: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 2.4 OMA simulada.

En la figura 57, se muestra la respuesta en el tiempo de la vibración, prueba 2.4 OMA simulada:

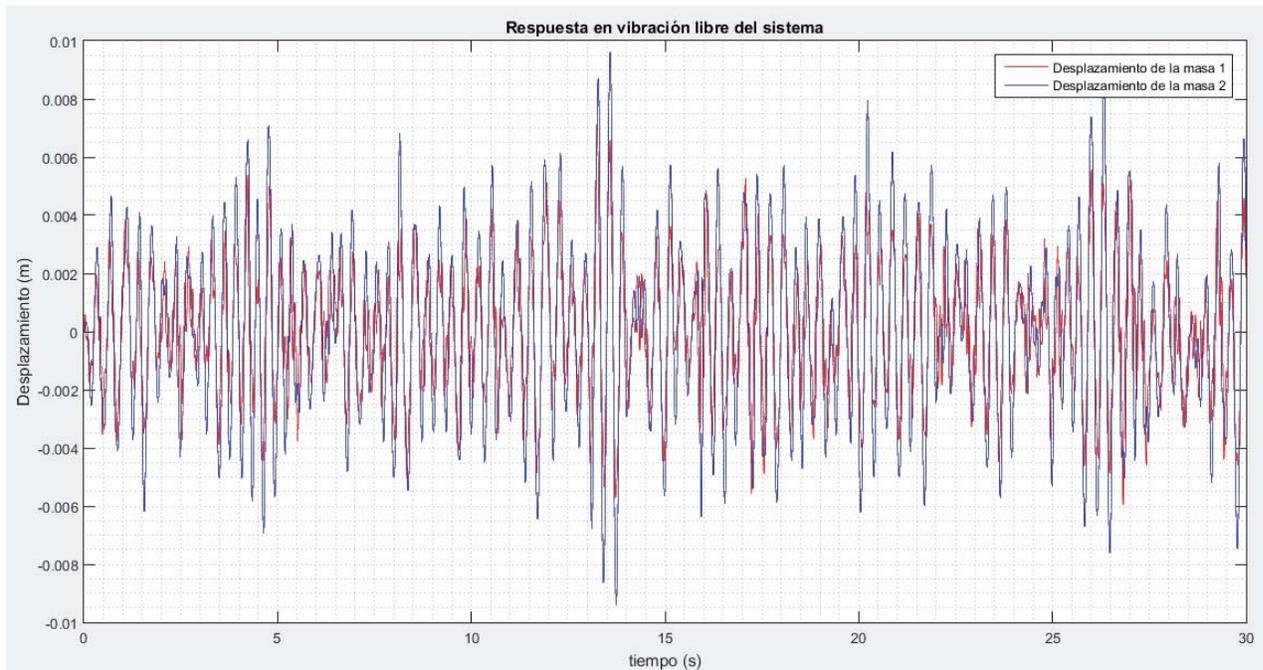


Figura 57: Respuesta vibratoria, prueba 2.4 OMA simulada.

Análisis y comentarios:

Se observa que la potencia de la señal de ruido no es trascendente a la hora de analizar los resultados, puesto que para una variación de casi de 30 [dB] entre la prueba 2.1 y 2.4, los valores de frecuencias naturales se mantienen relativamente constantes, a lo más existiendo una diferencia de 1 [rad/s], en la peor simulación.

Al aumentar el ruido de excitación, las amplitudes de la respuesta debiesen tender a aumentar, lo que sería favorable para la técnica, puesto que toda la información necesaria para calcular los parámetros modales se extrae desde la respuesta vibratoria del sistema.

No se debe confundir con ruido electromagnético en la cadena de medición, es el efecto de la potencia del ruido blanco utilizado como excitación lo que se estudia en estas pruebas.

En cuanto a los valores de amortiguamiento, era lo que se podía esperar, es siempre un parámetro difícil de calcular mediante técnicas OMA, y esto se ve reflejado en los resultados expuestos, ya que, no hay ninguna relación entre lo teórico y el método ITD.

Como el ruido es aleatorio, después de algunos retrasos temporales ya no hay correlación, teóricamente después de un retraso, ya no debiese haber correlación, implicando que la energía de la respuesta se encuentre en los primeros intervalos de tiempo de la función de correlación.

3) Efecto de las condiciones iniciales:

El objetivo es realizar diferentes pruebas, variando el vector de condiciones iniciales (para resolver una ecuación diferencial, como lo es la ecuación de movimiento, se necesita de condiciones iniciales), para ver si afecta o no, a los resultados obtenidos mediante la técnica de Ibrahim, el vector contiene la información de posición y velocidad inicial por cada grado de libertad, como son dos grados de libertad los del sistema en estudio, se tienen cuatro elementos dentro del vector, dos de posición y dos de velocidad, siendo los dos primeros elementos la velocidad, y los dos últimos elementos la posición. En las pruebas anteriores, las condiciones iniciales eran cero, tanto en velocidad, como en posición.

Parámetros de las muestras:

- Frecuencia de Muestreo (f_s): 400 [Hz]
- Incrementos ($incr$): 3
- Tiempo de la señal: 30 [s]
- Potencia de ruido: 10 [dB]

3.1) Vector de condiciones iniciales (u_0): $[0.1;0.1;0;0]$

En la tabla 11, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 3.1:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,9549	-0,6157	19,5206	19,5043
2	-6,5451	-0,1316	50,7464	50,0458

Tabla 11: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 3.1 OMA simulada.

En la figura 58, se muestra la respuesta en el tiempo de la vibración, prueba 3.1 OMA simulada:

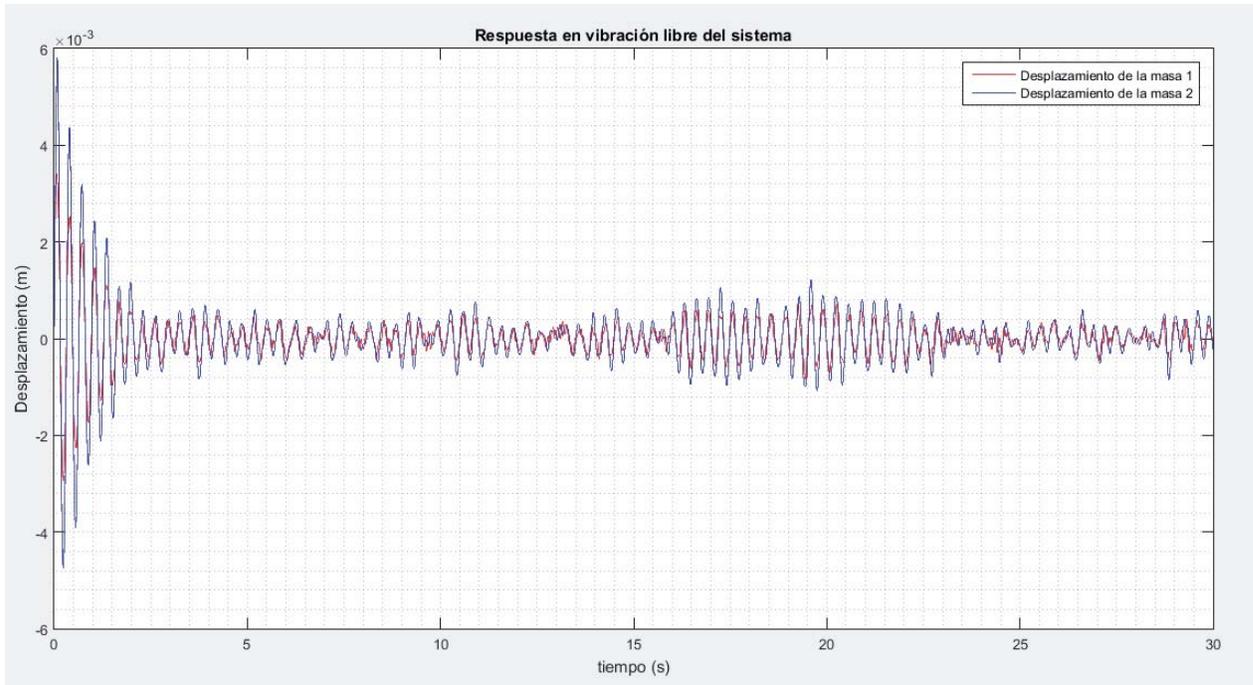


Figura 58: Respuesta vibratoria, prueba 3.1 OMA simulada.

3.2) Vector de condiciones iniciales (u_0): $[0.3; 0; 0.2; 0]$

En la tabla 12, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 3.2:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,9549	-0,9357	19,5206	19,5125
2	-6,5451	-6,5404	50,7464	50,7489

Tabla 12: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 3.2 OMA simulada.

En la figura 59, se muestra la respuesta en el tiempo de la vibración, prueba 3.2 OMA simulada:

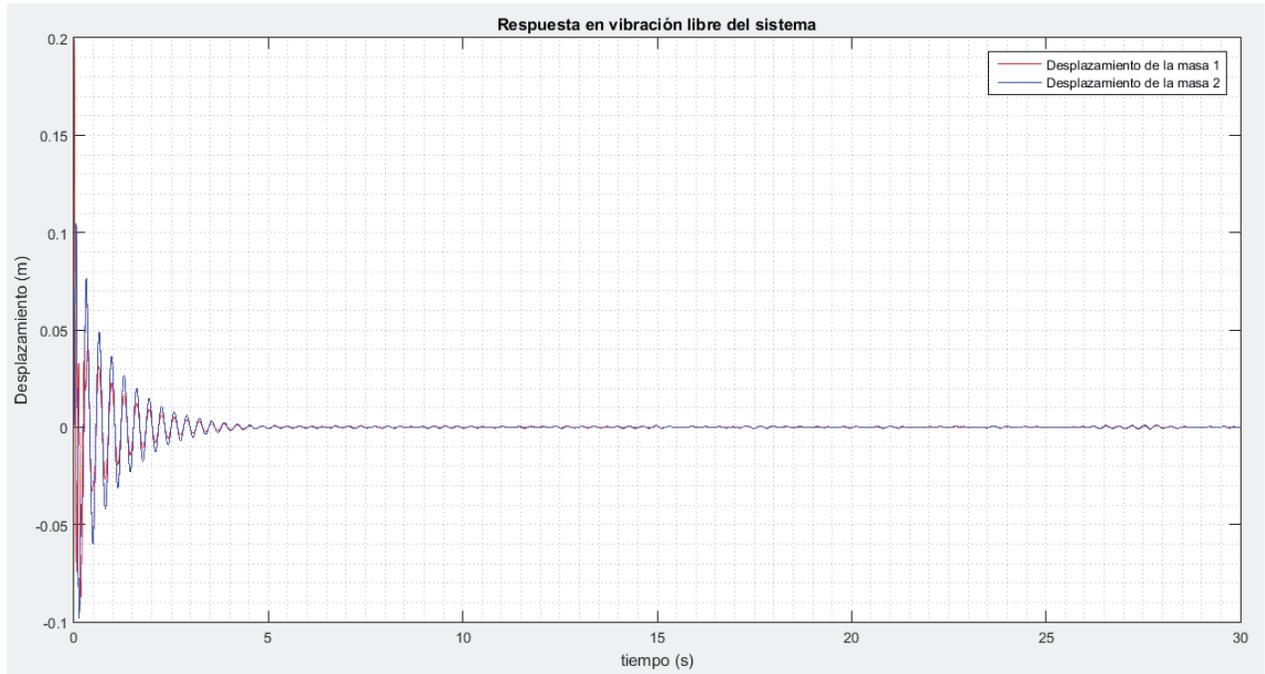


Figura 59: Respuesta vibratoria, prueba 3.2 OMA simulada.

3.3) Vector de condiciones iniciales (u_0): $[0;0;0.1;0.1]$

En la tabla 13, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 3.3:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,9549	-0,9467	19,5206	19,522
2	-6,5451	-6,4476	50,7464	50,7789

Tabla 13: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 3.3 OMA simulada.

En la figura 60, se muestra la respuesta en el tiempo de la vibración, prueba 3.3 OMA simulada:

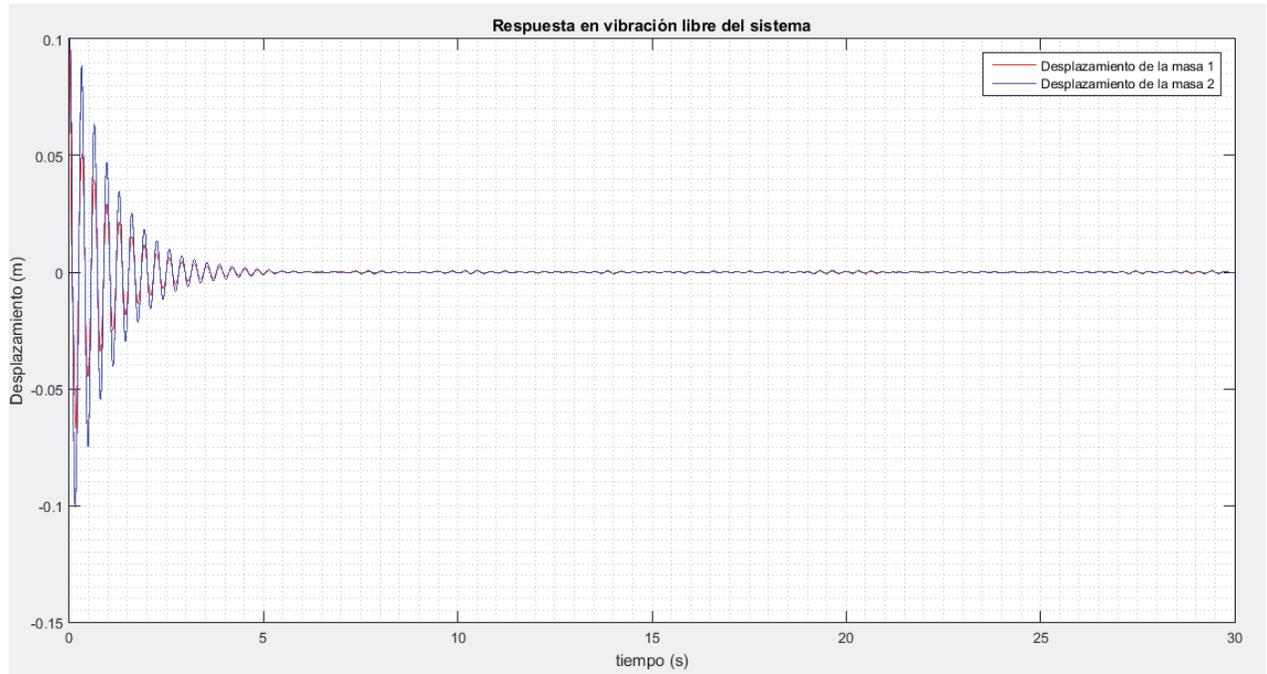


Figura 60: Respuesta vibratoria, prueba 3.3 OMA simulada.

3.4) Vector de condiciones iniciales (u_0): $[0.2;0.2;0.3;0.4]$

En la tabla 14, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 3.4:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,9549	-0,9555	19,5206	19,521
2	-6,5451	-6,5528	50,7464	50,7807

Tabla 14: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 3.4 OMA simulada.

En la figura 61, se muestra la respuesta en el tiempo de la vibración, prueba 3.4 OMA simulada:

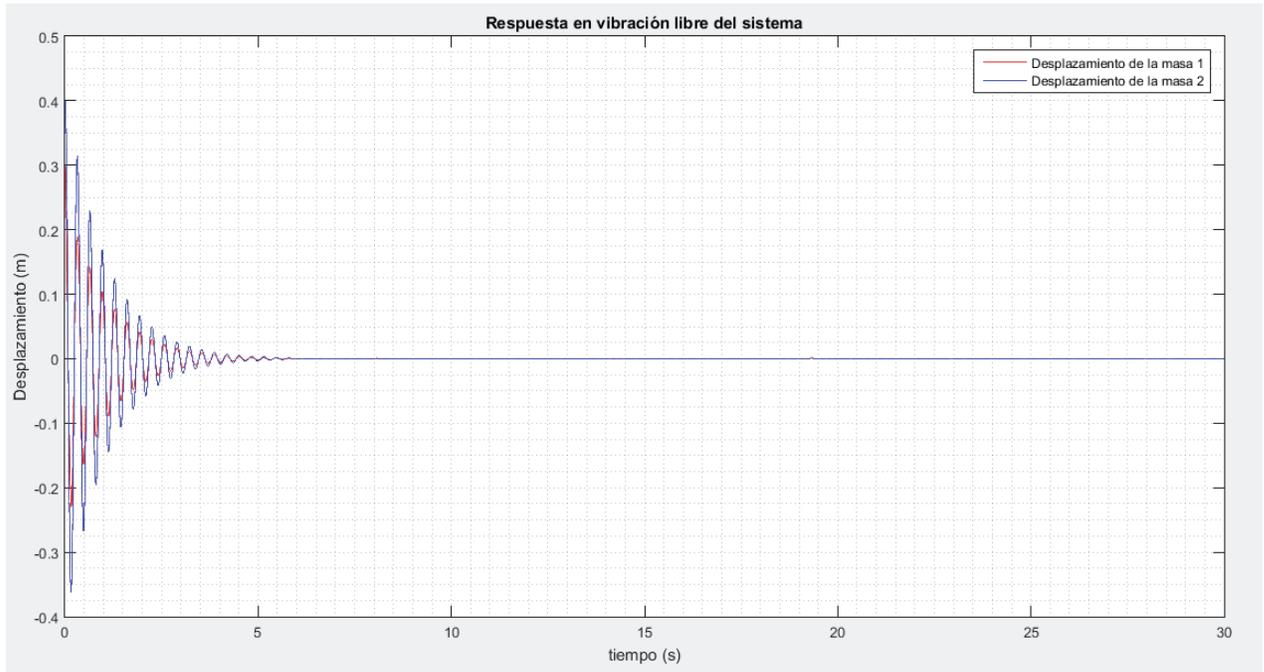


Figura 61: Respuesta vibratoria, prueba 3.4 OMA simulada.

Análisis y comentarios:

A diferencia de las dos pruebas anteriores, al variar el vector de condiciones iniciales si se observan variaciones importantes e interesantes, en la prueba 3.1 se dan condiciones iniciales de velocidad, y los resultados evidencian que las frecuencias naturales casi coinciden, pero los valores de amortiguamiento siguen difiriendo mucho.

Pero de la prueba 3.2 hasta la 3.4 que corresponde a dar condiciones iniciales de valor pequeño, tanto a la velocidad como el desplazamiento, se observa, que tanto las frecuencias naturales como los valores de amortiguamiento coinciden plenamente, esto se explica, porque el transiente inicial debido a la perturbación es predominante en el sistema, además una vez terminado el transiente, no queda más información de respuesta para la técnica, por tanto, es solo con los valores del inicio que ITD calcula los valores.

Lo anterior sugiere, que se debe tener mucho cuidado al analizar por esta técnica una prueba de condiciones iniciales, ya que, los resultados correctos pudieran deberse al efecto del transiente inicial solamente.

4) Efecto del número de incrementos:

El objetivo es realizar diferentes pruebas, variando el número de incrementos, y ver su incidencia en la técnica de Ibrahim.

Parámetros de las muestras:

- Frecuencia de Muestreo (f_s): 400 [Hz]
- Condiciones Iniciales (u_0): [0;0;0;0]
- Tiempo de la señal: 30 [s]
- Potencia Ruido: 5 [dB]

4.1) Número de incrementos: 4

En la tabla 15, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 4.1:

Nº de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,9549	0,0685	19,5206	19,0632
2	-6,5451	0,2895	50,7464	49,8077

Tabla 15: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 4.1 OMA simulada.

En la figura 62, se muestra la respuesta en el tiempo de la vibración, prueba 4.1 OMA simulada:

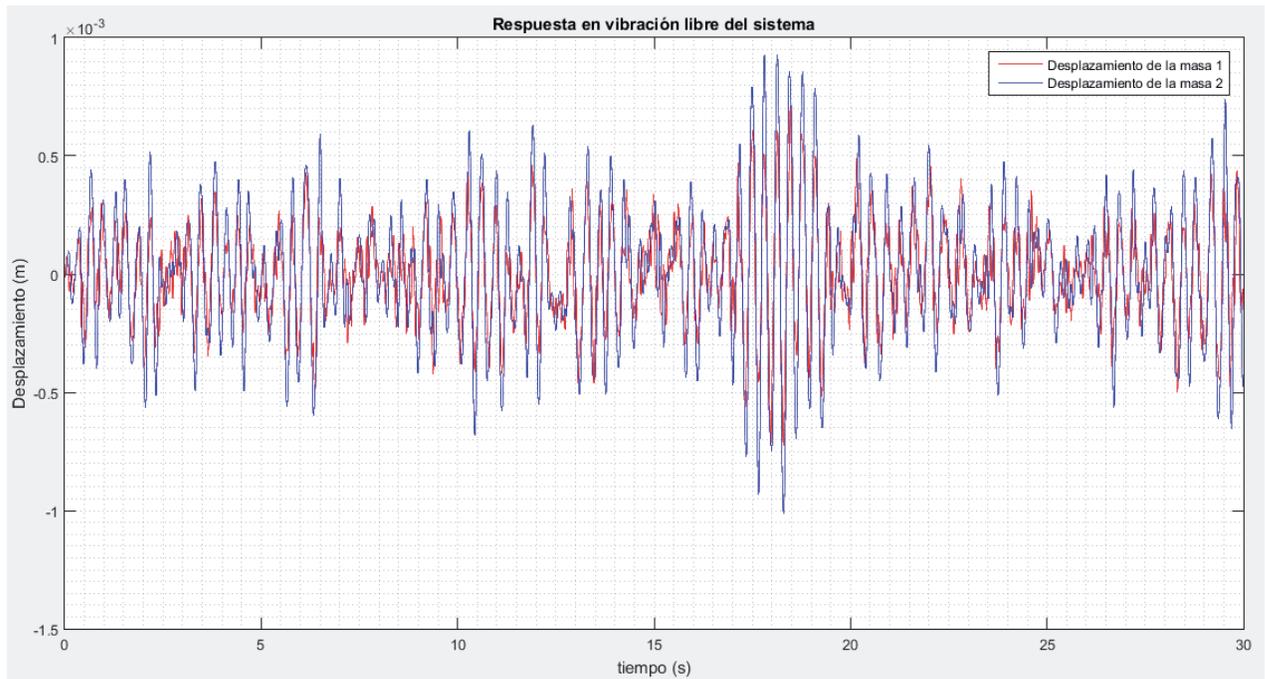


Figura 62: Respuesta vibratoria, prueba 4.1 OMA simulada.

4.2) Número de incrementos: 5

En la tabla 16, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 4.2:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,9549	0,0406	19,5206	19,5173
2	-6,5451	0,2772	50,7464	50,0554

Tabla 16: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 4.2 OMA simulada.

En la figura 63, se muestra la respuesta en el tiempo de la vibración, prueba 4.2 OMA simulada:

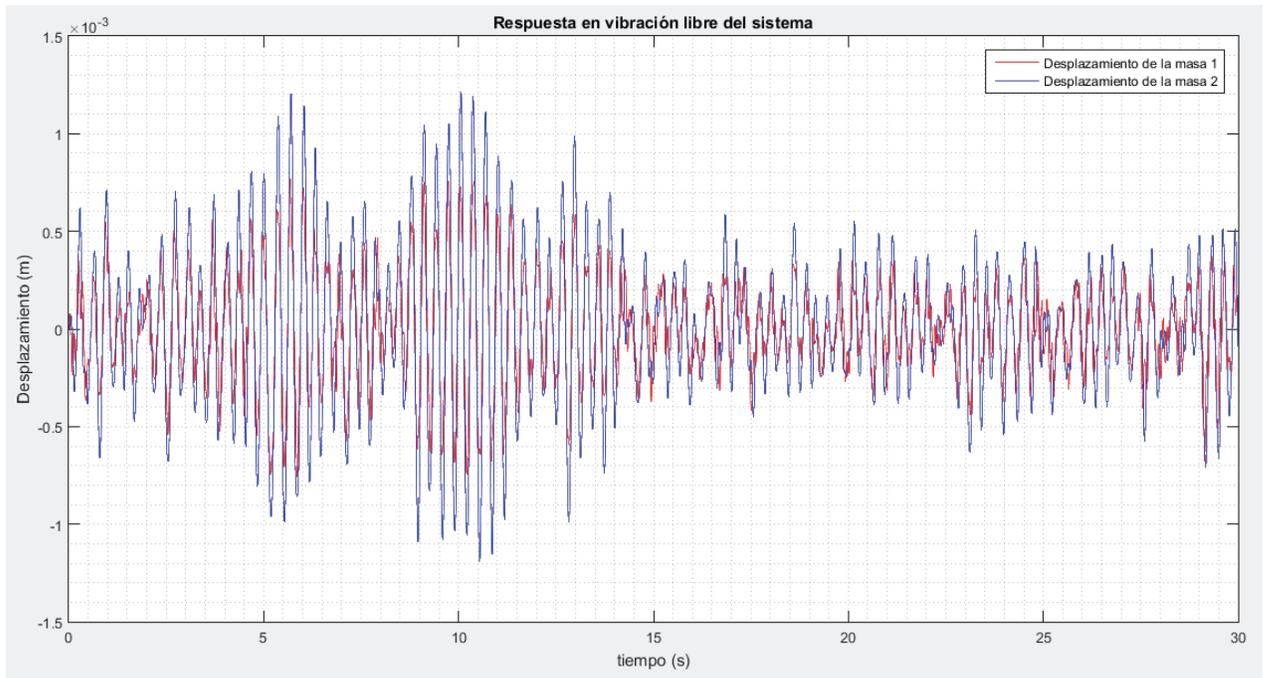


Figura 63: Respuesta vibratoria, prueba 4.2 OMA simulada.

4.3) Número de incrementos: 7

En la tabla 17, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 4.3:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,9549	0,1244	19,5206	18,8795
2	-6,5451	0,546	50,7464	49,6887

Tabla 17: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 4.3 OMA simulada.

En la figura 64, se muestra la respuesta en el tiempo de la vibración, prueba 4.3 OMA simulada:

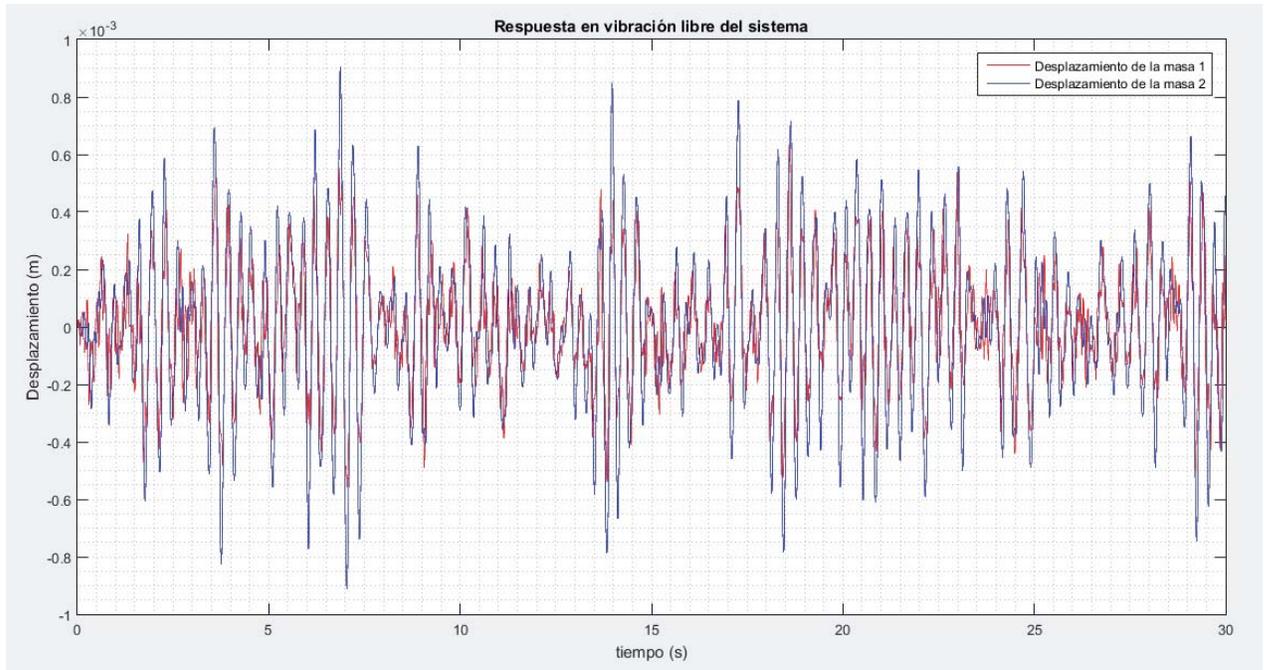


Figura 64: Respuesta vibratoria, prueba 4.3 OMA simulada.

Análisis y comentarios:

No se observa una influencia tan marcada a medida que se aumenta el número de incrementos, pero en la prueba 4.3 que es la con mayor número de incrementos (7), los resultados de ambas frecuencias naturales son los más que difieren entre lo teórico e ITD, en la prueba 4.2 con cinco incrementos, da los mejores resultados.

5) Influencia de realizar el método con la velocidad como entrada y no el desplazamiento:

Como se mencionó al inicio de este apartado (3.2), se utiliza el desplazamiento como señal de entrada para el algoritmo de Ibrahim, en esta prueba, se usa a la velocidad como señal de entrada, con el objetivo de observar que sucede con los resultados. Esto principalmente, con la motivación de que, los sensores que se tienen, registran la vibración en señal de aceleración, por tanto, se debe definir si hay que integrar una o dos veces, para tener velocidad o desplazamiento respectivamente.

Parámetros de las muestras:

- Frecuencia de Muestreo (f_s): 400 [Hz]
- Condiciones Iniciales (u_0): [0;0;0;0]
- Tiempo de la señal: 30 [s]
- Potencia Ruido: 10 [dB]

En la tabla 18, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 5:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,9549	11,1426	19,5206	29,5646
2	-6,5451	41,8175	50,7464	49,8322

Tabla 18: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 5 OMA simulada.

En la figura 65, se muestra la respuesta en el tiempo de la vibración, prueba 5 OMA simulada:

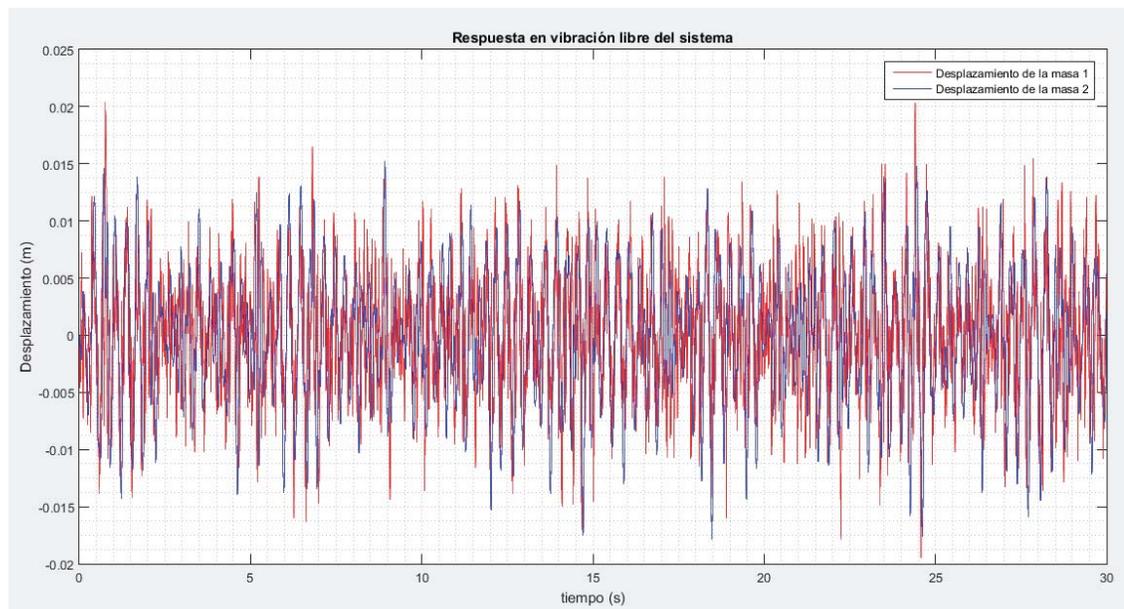


Figura 65: Respuesta vibratoria, prueba 5 OMA simulada.

Análisis y comentarios:

La técnica ITD se basa en analizar el desplazamiento del sistema, al ingresar los valores de velocidad al método, hay una frecuencia que da correctamente, la más alta, pero la más baja se aleja bastante de la teórica, y los valores de amortiguamiento son completamente errados con respecto a los resultados teóricos.

6) Efecto de señal de entrada tipo Square:

En las siguientes pruebas que se exponen aquí, la excitación deja de ser ruido blanco, y se utiliza una función del tipo *square* como excitación. La señal de onda cuadrada alterna su valor entre dos valores extremos sin pasar por valores intermedios, se le conoce también como pulso, y su espectro frecuencial se compone exclusivamente de armónicos impares (f , $3f$, $5f$, etc).

El tipo de señal square se ve en la práctica, es una onda periódica, pero no senoidal, algo común en máquinas rotativas que presenten alguna falla en descansos o acoples principalmente.

El objetivo es ver cómo se comporta la técnica la de Ibrahim al calcular los parámetros modales con una excitación distinta al tipo ruido blanco. Los parámetros de la función square serán distintos para cada prueba, se van cambiando en el programa de *MatLab*.

Parámetros de las muestras:

- Frecuencia de Muestreo (fs): 400 [Hz]
- Condiciones Iniciales ($u0$): [0;0;0;0]
- Tiempo de la señal: 30 [s]

6.1) Parámetros del Square:

Amplitud del Square (AMP): 1

Tiempo en estado high ($a1$): 1 [s]

Tiempo en estado low ($a2$): 1 [s]

En la tabla 19, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 6.1:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,9549	0,0339	19,5206	30,7295
2	-6,5451	0,029	50,7464	7,5074

Tabla 19: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 6.1 OMA simulada.

En la figura 66, se muestra la respuesta en el tiempo de la vibración, prueba 6.1 OMA simulada:

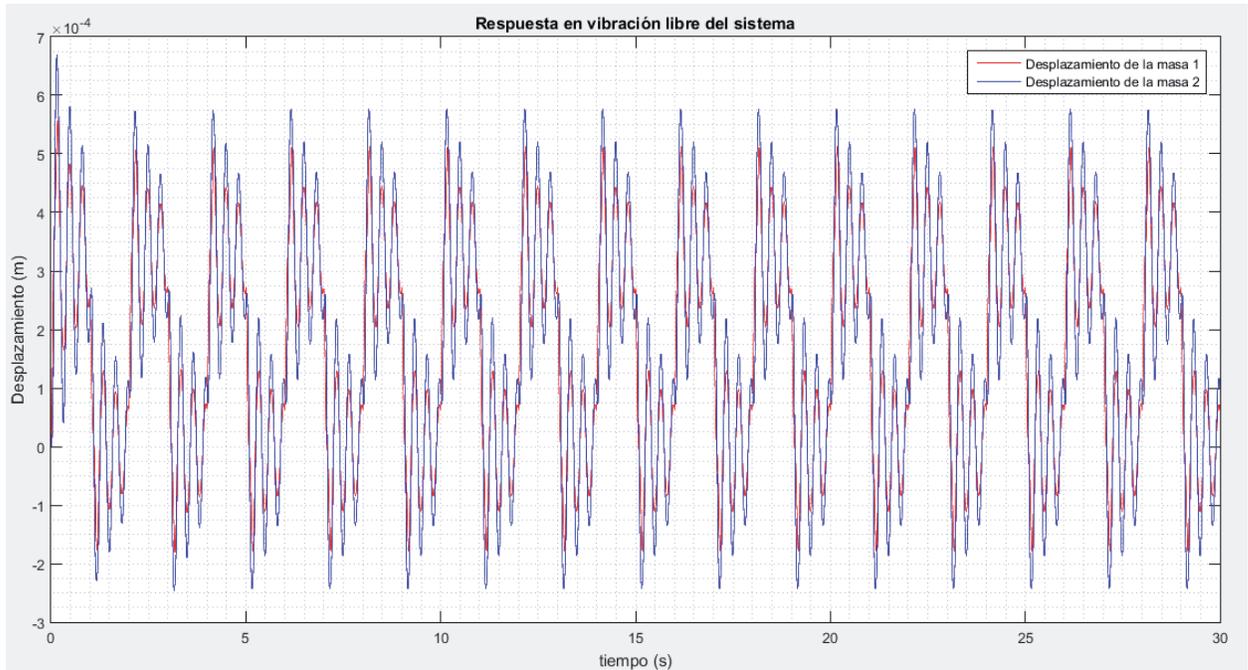


Figura 66: Respuesta vibratoria, prueba 6.1 OMA simulada.

En la figura 67, se muestra la forma del "Square", prueba 6.1 OMA simulada:

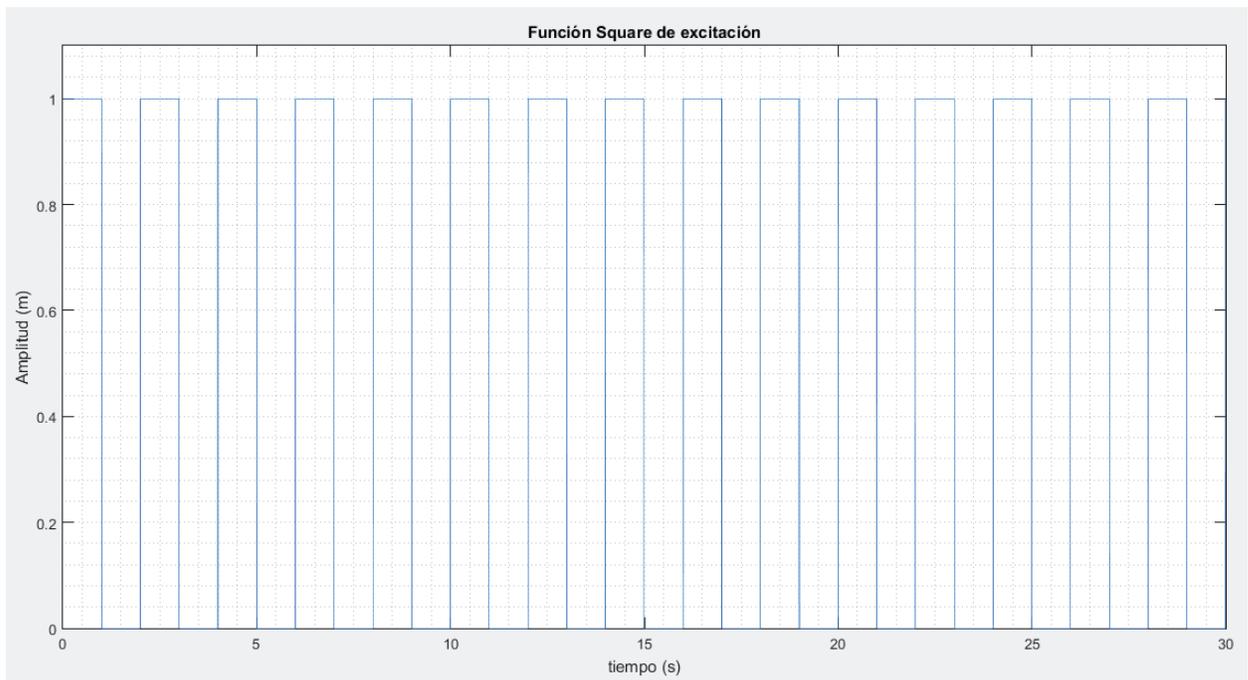


Figura 67: Forma del Square, prueba 6.1 OMA simulada.

6.2) *Parámetros del Square:*

Amplitud del Square (AMP): 1

Tiempo en estado high (a1): 0.1 [s]

Tiempo en estado low (a2): 0.1 [s]

En la tabla 20, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 6.2:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,9549	0,076	19,5206	31,7811
2	-6,5451	2,0496	50,7464	4,424

Tabla 20: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 6.2 OMA simulada.

En la figura 68, se muestra la respuesta en el tiempo de la vibración, prueba 6.2 OMA simulada:

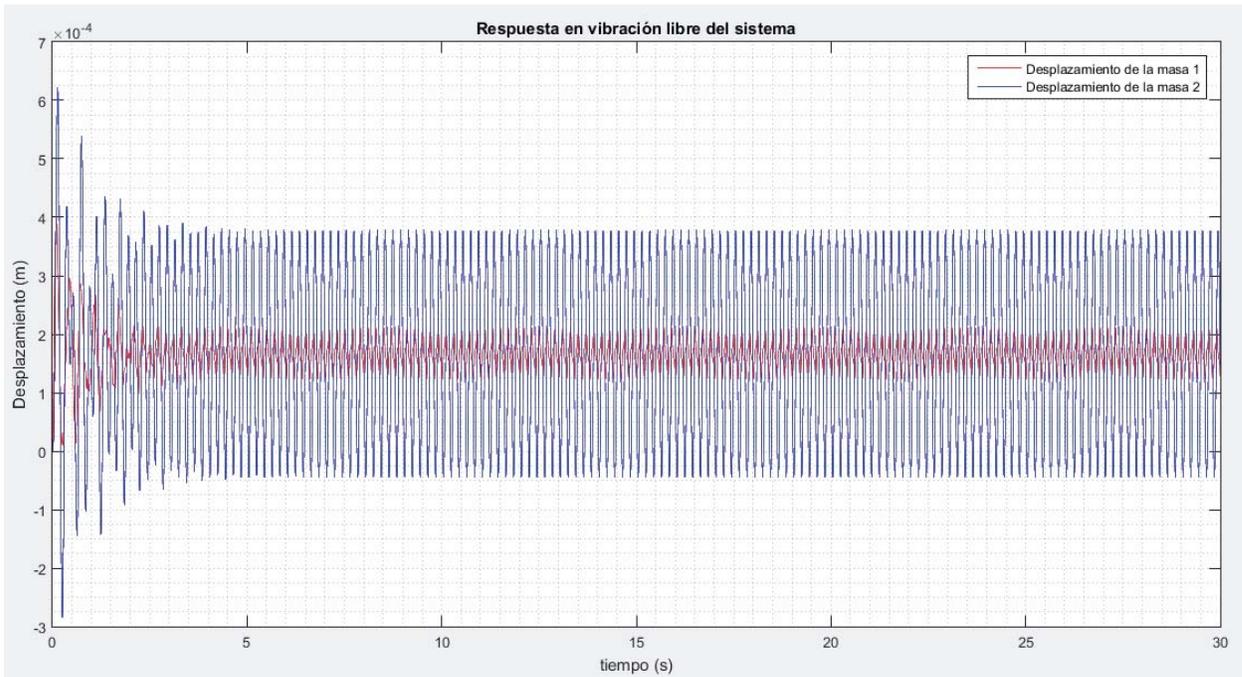


Figura 68: Respuesta vibratoria, prueba 6.2 OMA simulada.

En la figura 69, se muestra la forma del “Square”, prueba 6.2 OMA simulada:

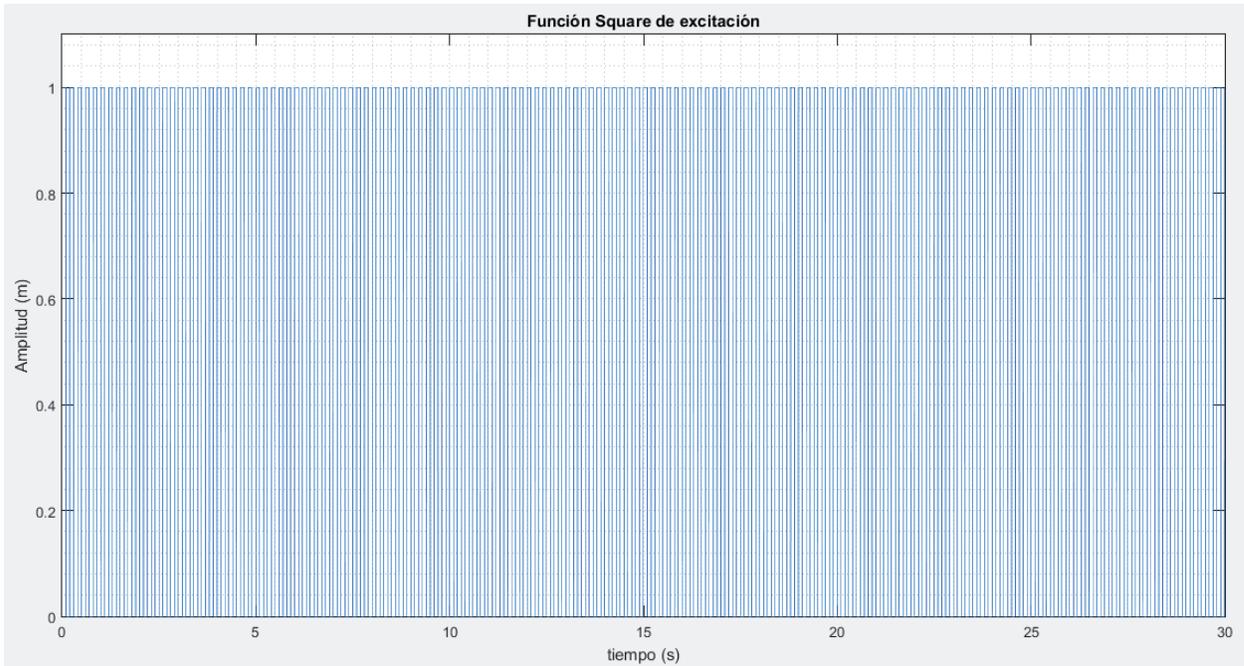


Figura 69: Forma del Square, prueba 6.2 OMA simulada.

6.3) *Parámetros del Square:*

Amplitud del Square (AMP): 1

Tiempo en estado high (a1): 0.5 [s]

Tiempo en estado low (a2): 3 [s]

En la tabla 21, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 6.3:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,9549	0,0298	19,5206	25,8677
2	-6,5451	0,0255	50,7464	13,4186

Tabla 21: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 6.3 OMA simulada.

En la figura 70, se muestra la respuesta en el tiempo de la vibración, prueba 6.3 OMA simulada:

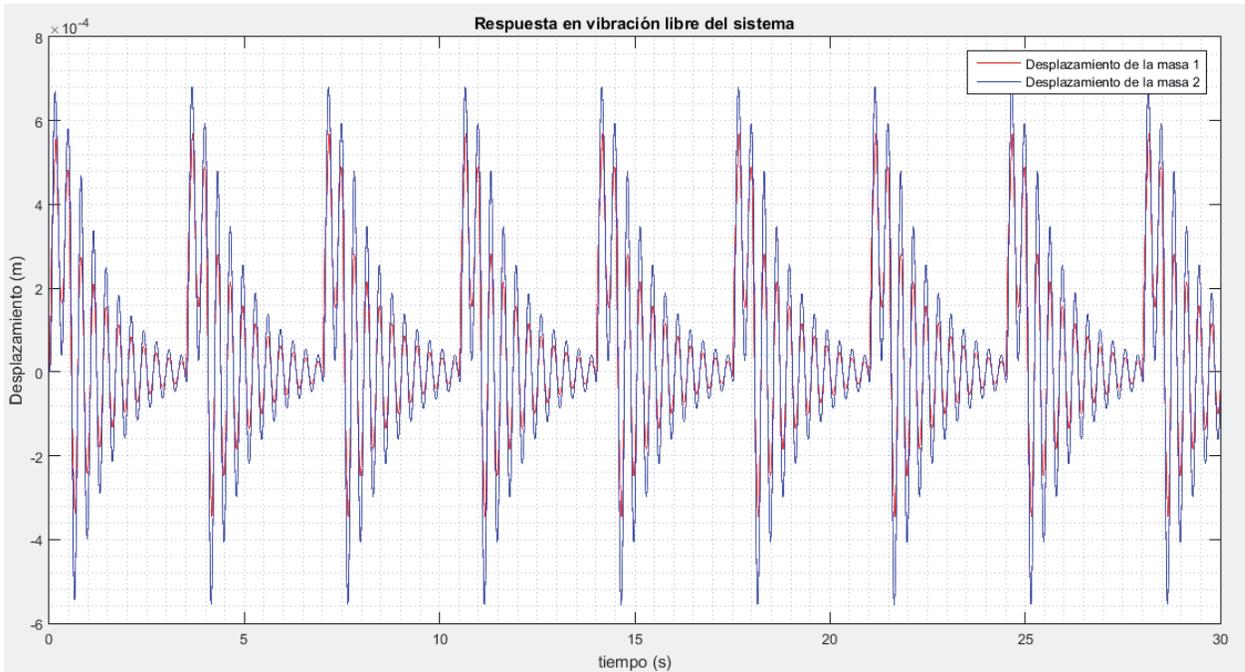


Figura 70: Respuesta vibratoria, prueba 6.3 OMA simulada.

En la figura 71, se muestra la forma del "Square", prueba 6.3 OMA simulada:

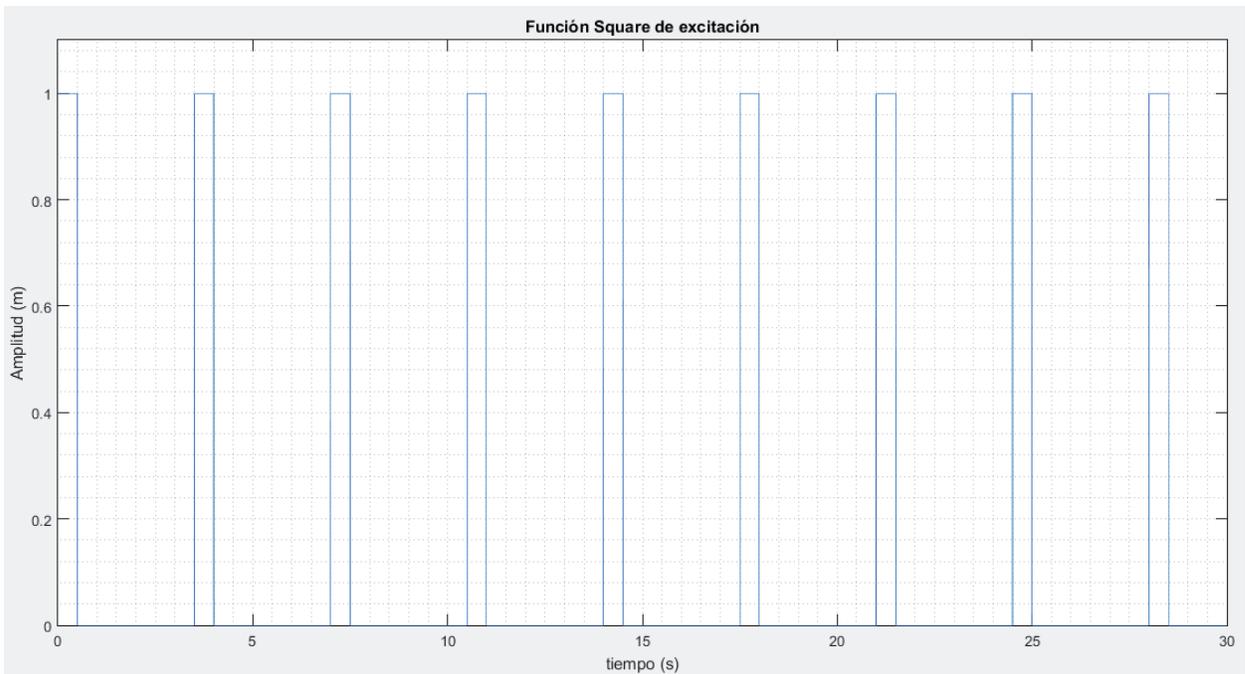


Figura 71: Forma del Square, prueba 6.3 OMA simulada.

6.4) *Parámetros del Square:*

Amplitud del Square (AMP): 1

Tiempo en estado high (a1): 0.01 [s]

Tiempo en estado low (a2): 0.8 [s]

En la tabla 22, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 6.4:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,9549	0,0199	19,5206	19,151
2	-6,5451	0,1241	50,7464	49,9313

Tabla 22: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 6.4 OMA simulada.

En la figura 72, se muestra la respuesta en el tiempo de la vibración, prueba 6.4 OMA simulada:

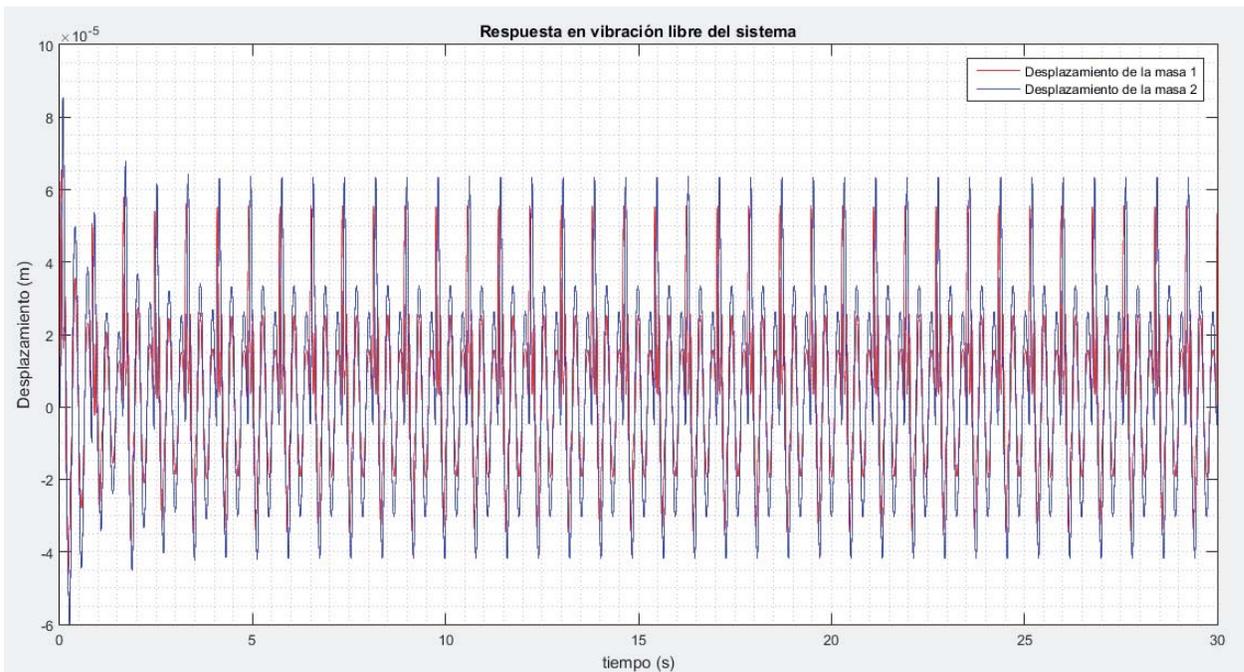


Figura 72: Respuesta vibratoria, prueba 6.4 OMA simulada.

En la figura 73, se muestra la forma del “Square”, prueba 6.4 OMA simulada:

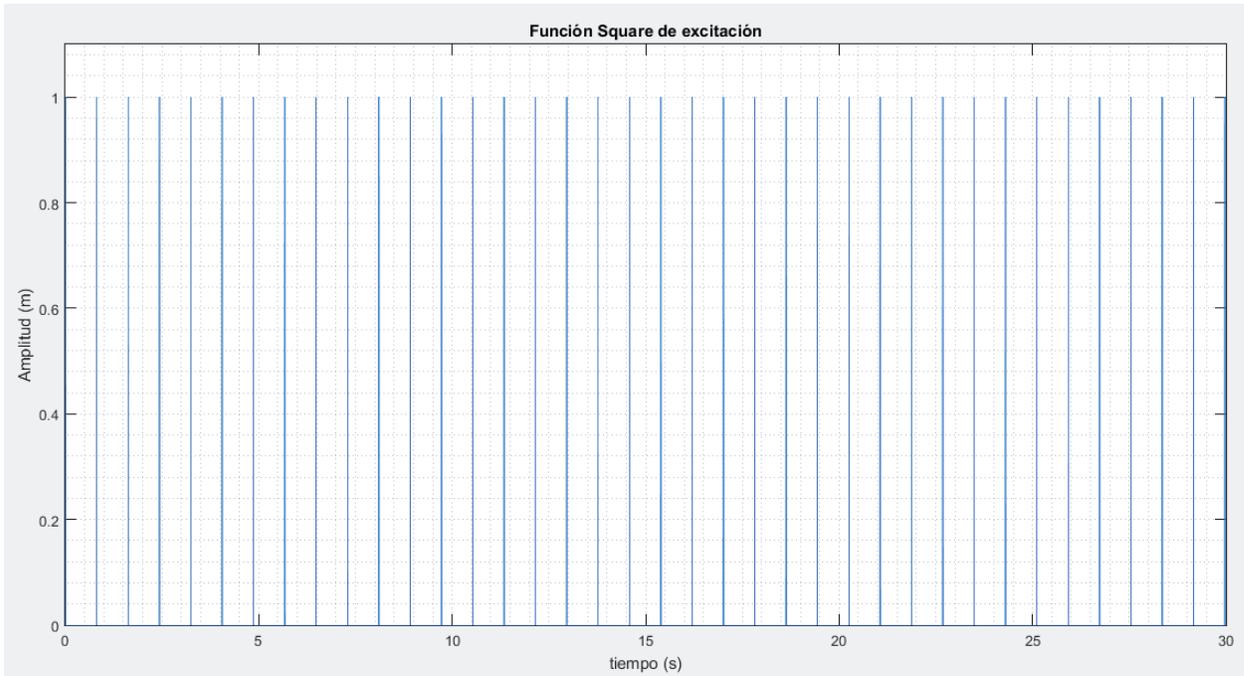


Figura 73: Forma del Square, prueba 6.4 OMA simulada.

Análisis y comentarios:

Para estas pruebas, la excitación es una función Square, se observa que la técnica ITD es bastante sensible a los parámetros del square, en las primeras tres pruebas (6.1,6.2 y 6.3), se evidencia que los resultados teóricos v/s ITD son completamente disímiles, si se observa la forma en el tiempo de la vibración, se asemeja bastante a pequeños impulsos, pero con un cierto espacio entre ellos, debido a los parámetros del square.

En cambio, en la última prueba (6.4), los resultados coinciden con gran exactitud en cuanto a frecuencias naturales se refiere, al analizar con detención el gráfico de la forma en el tiempo de la vibración, se ve que el ancho del escalón del square es sumamente pequeño, por tanto, ese espacio que existe en las anteriores pruebas, en esta casi no se observa.

La señal square tiene infinitas componentes en frecuencia, por tanto, también un ancho de banda infinito, pero la mayor parte de la energía se concentra en las primeras componentes.

En la última prueba (6.4) el contenido frecuencial de la onda es mayor, por tal motivo, arroja mejores resultados que las pruebas anteriores.

3.2.1.- Integración desde la Señal de Aceleración hasta la Señal de Desplazamiento.

La técnica de Ibrahim necesita la respuesta del sistema, como se ha discutido antes, las mediciones realizadas experimentalmente que se toman en esta investigación y que se muestran más adelante, se realizan mediante acelerómetros, por tanto, la señal que se captura es de aceleración, y la técnica de Ibrahim necesita de desplazamientos para su correcto funcionamiento, a partir de ahora, se muestran para las señales simuladas, los resultados de la técnica ITD, cuando se ha realizado la integración desde la aceleración hasta llegar al desplazamiento, y ahí recién ingresar dichos datos al algoritmo de Ibrahim para realizar el cálculo, fundamentalmente para comprobar que el algoritmo de integración funciona de manera óptima.

Los parámetros de las pruebas, tanto de ruido blanco, como de excitación con función square, son los mismos mostrados al inicio de esta sección.

La integración se hace a través de la función matemática de *MatLab* “Cumtrapz”, esto es, aplicando la regla del trapecio para el cálculo aproximado de una integral definida, esta regla es un método común de análisis numérico, y se basa en aproximar el valor de la integral de una función cualquiera, por el de una función lineal, que pase por dos puntos contenidos en la función original. La integral de esta, es igual al área del trapecio bajo el gráfico de la función lineal, como se muestra en la figura 74:

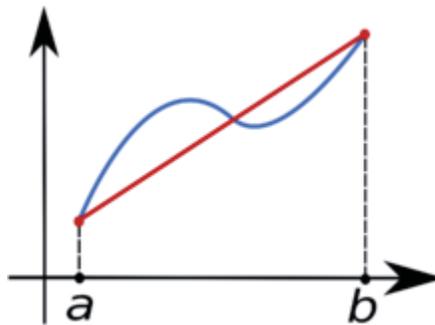


Figura 74: Regla del trapecio (Imagen de [45]).

Se debe incorporar un filtro pasa alto, se utiliza un filtro tipo Butterworth implementado en *MatLab*, se prefiere este tipo, porque entrega una respuesta casi plana en el punto de corte de frecuencia, el filtro está encargado de filtrar la señal de aceleración medida desde los sensores, ya que, cuando se integra de aceleración a velocidad, y posteriormente de velocidad a desplazamiento, aparecen peaks a bajas frecuencias que no son información frecuencial de la señal original, y se ven amplificados, tal como lo muestra la figura 75, y que pudieran interpretarse como frecuencias naturales de la viga en estudio, cuando no lo son, aparecen debido al proceso matemático que se produce, el desplazamiento es inversamente proporcional al cuadrado de la frecuencia.

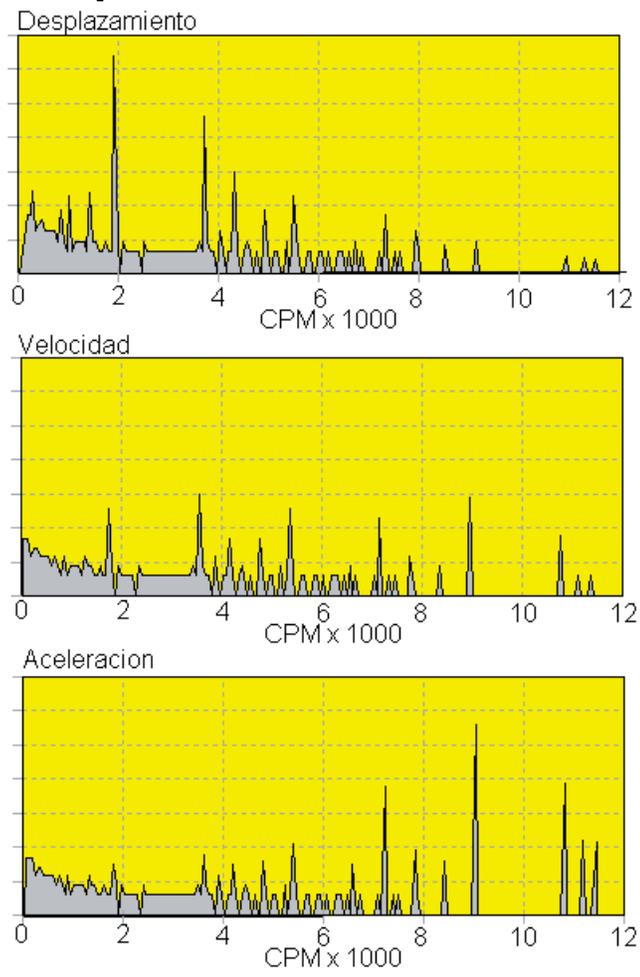


Figura 75: Efecto de integrar la aceleración para obtener desplazamiento (Imagen de [46]).

7) Efecto del amortiguamiento:

En las siguientes pruebas, se muestra la influencia de la modificación del amortiguamiento del sistema, en este caso en particular, una disminución, con el objetivo de ver cómo se comporta la técnica de Ibrahim cuando el amortiguamiento disminuye, la matriz [C], es la que resume la información del amortiguamiento del sistema, y es la mostrada en la ecuación de movimiento (3.1), ver sección 3.1.

En esta prueba la excitación es ruido blanco.

7.1) Matriz [C] sin factor de modificación:

En la tabla 23, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 7.1:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,9549	0,0414	19,5206	18,7351
2	-6,5451	0,0863	50,7464	27,3735

Tabla 23: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 7.1 OMA simulada.

7.2) Matriz [C] con factor de modificación (*0,5):

En la tabla 24, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 7.2:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,4775	0,0049	19,5381	18,9608
2	-3,2725	0,0683	51,062	30,1186

Tabla 24: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 7.2 OMA simulada.

7.3) Matriz [C] con factor de modificación (*0,1):

En la tabla 25, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 7.3:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,0955	0,002	19,5437	19,5579
2	-0,6545	0,0138	51,1625	44,4937

Tabla 25: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 7.3 OMA simulada.

7.4) Matriz [C] con factor de modificación (*0,01):

En la tabla 26, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 7.4:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,0095	0,0215	19,5439	19,5099
2	-0,0655	0,0109	51,1667	49,6414

Tabla 26: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 7.4 OMA simulada.

Análisis y comentarios:

Se observa claramente que al ir disminuyendo el amortiguamiento, las frecuencias naturales coinciden cada vez con mejor exactitud, se advierte que para el caso con amortiguamiento sin reducción, la frecuencia natural más alta predicha por ITD se aleja en demasía a lo teórico, y ya en la última prueba, que el amortiguamiento está bastante reducido, ambas frecuencias coinciden casi plenamente, esto pudiera tener su origen en que, para el modo de vibrar correspondiente a la segunda frecuencia natural, si el amortiguamiento es grande, no se observa con claridad dicho modo, y se dificulta distinguir la frecuencia asociada, y al reducir el amortiguamiento, dicho modo se exhibe de mejor manera.

8) Efecto de aumentar las frecuencias naturales del sistema, aumentando la rigidez:

Se muestra la influencia de la modificación de la rigidez del sistema, en este caso en particular, un aumento, con el objetivo de ver cómo se comporta la técnica de Ibrahim cuando las frecuencias naturales aumentan, la matriz [K], es la que resume la información de rigidez del sistema, y es la mostrada en la ecuación de movimiento (3.1), ver sección 3.1.

En esta prueba la excitación es ruido blanco.

Se omite la información correspondiente a la matriz [K] sin modificación, puesto que es lo mismo que para el caso de la prueba 7.1, en donde ninguna de las matrices del sistema tiene algún factor modificador.

8.1) Matriz [K] con factor de modificación (*1,5):

En la tabla 27, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 8.1:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,95492	0,011426	23,917	22,099
2	-6,5451	0,15012	62,323	27,871

Tabla 27: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 8.1 OMA simulada.

8.2) Matriz [K] con factor de modificación (*2):

En la tabla 28, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 8.2:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,95492	0,05388	27,623	29,273
2	-6,5451	0,1665	72,064	23,834

Tabla 28: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 8.2 OMA simulada.

8.3) Matriz [K] con factor de modificación (*3):

En la tabla 29, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 8.3:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,95492	0,0667	33,838	25,267
2	-6,5451	0,4566	88,381	31,836

Tabla 29: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 8.3 OMA simulada.

Análisis y comentarios:

Al aumentar la rigidez del sistema, se busca incrementar las frecuencias naturales del sistema, pero se observa claramente, que la técnica ITD no predice con buena exactitud las frecuencias naturales, sobre todo la más alta, en la más baja se podría decir que el resultado es aceptable, se recuerda que ahora la señal de entrada es desplazamiento (se integra la señal de aceleración), que tiende a mostrar de mejor manera las componentes a bajas frecuencias.

9) Efecto de disminuir el paso de tiempo:

Se muestra la influencia de la modificación del paso de tiempo, en este caso en particular, una disminución, con el objetivo de ver cómo se comporta la técnica de Ibrahim cuando el intervalo de tiempo entre respuesta y respuesta es cada vez menor.

En esta prueba la excitación es ruido blanco.

Se omite la información correspondiente al paso de tiempo Δt sin modificación, puesto que es lo mismo que para el caso de la prueba 7.1, en donde el paso de tiempo no tiene factor de modificación.

*9.1) Paso de tiempo Δt con factor de modificación (*0.75):*

En la tabla 30, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 9.1:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,95492	0,01276	19,521	20,633
2	-6,5451	0,02881	50,746	34,382

Tabla 30: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 9.1 OMA simulada.

*9.2) Paso de tiempo Δt con factor de modificación (*0.5):*

En la tabla 31, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 9.2:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,95492	0,4523	19,521	36,805
2	-6,5451	0,0569	50,746	45,617

Tabla 31: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 9.2 OMA simulada.

*9.3) Paso de tiempo Δt con factor de modificación (*0.1):*

En la tabla 32, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 9.3:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,95492	3,0857	19,521	174,59
2	-6,5451	0,0892	50,746	12,984

Tabla 32: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 9.3 OMA simulada.

Análisis y comentarios:

A medida que disminuye el paso de tiempo, los resultados difieren cada vez más, lo más probable es que el computador “rellene” con cualquier información entre un paso de tiempo y otro, ya que, al ser tan pequeño, la precisión no es de las mejores.

10) Efecto del amortiguamiento:

Se muestra la influencia de la modificación del amortiguamiento del sistema, en este caso en particular, una disminución, con el objetivo de ver cómo se comporta la técnica de Ibrahim cuando el amortiguamiento disminuye, la matriz [C], es la que resume la información del amortiguamiento del sistema, y es la mostrada en la sección 3.1

En esta prueba la excitación es una función tipo square, distinta a la prueba N° 7 mostrada anteriormente, donde la excitación es ruido blanco.

10.1) Matriz [C] sin factor de modificación:

En la tabla 33, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 10.1:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,95492	0,0182	19,521	20,352
2	-6,5451	0,0272	50,746	33,549

Tabla 33: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 10.1 OMA simulada.

10.2) Matriz [C] con factor de modificación (*0,5):

En la tabla 34, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 10.2:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,4774	0,0183	19,538	20,359
2	-3,2725	0,0197	51,062	40,578

Tabla 34: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 10.2 OMA simulada.

10.3) Matriz [C] con factor de modificación (*0,1):

En la tabla 35, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 10.3:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,0954	0,01936	19,544	20,248
2	-0,6545	0,01599	51,163	49,063

Tabla 35: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 10.3 OMA simulada.

10.4) Matriz [C] con factor de modificación (*0,01):

En la tabla 36, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 10.4:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,00954	0,03316	19,544	19,999
2	-0,0654	0,01409	51,167	49,971

Tabla 36: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 10.4 OMA simulada.

Análisis y comentarios:

Se observa claramente que al ir disminuyendo el amortiguamiento, las frecuencias naturales coinciden cada vez con mejor exactitud, se advierte que para el caso con amortiguamiento sin reducción, la frecuencia natural más alta predicha por ITD se aleja en demasía a lo teórico, y ya en la última prueba, que el amortiguamiento está bastante reducido, ambas frecuencias coinciden casi plenamente, esto pudiera tener su origen en que, para el modo de vibrar correspondiente a la segunda frecuencia natural, si el amortiguamiento es grande, no se observa con claridad dicho modo, y se dificulta distinguir la frecuencia asociada, y al reducir el amortiguamiento, dicho modo se exhibe de mejor manera.

11) Efecto de aumentar las frecuencias naturales del sistema, aumentando la rigidez:

Se muestra la influencia de la modificación de la rigidez del sistema, en este caso en particular, un aumento, con el objetivo de ver cómo se comporta la técnica de Ibrahim cuando las frecuencias naturales aumentan, la matriz [K], es la que resume la información de rigidez del sistema, y es la mostrada en la sección 3.1, en esta prueba la excitación es una función tipo square.

Se omite la información correspondiente a la matriz [K] sin modificación, puesto que es lo mismo que para el caso de la prueba 10.1, en donde ninguna de las matrices del sistema tiene algún factor modificador.

11.1) Matriz [K] con factor de modificación (*1,5):

En la tabla 37, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 11.1:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,95492	0,0198	23,917	34,159
2	-6,5451	0,025	62,323	21,69

Tabla 37: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 11.1 OMA simulada.

11.2) Matriz [K] con factor de modificación (*2):

En la tabla 38, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 11.2:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,95492	0,0585	27,623	32,309
2	-6,5451	0,0622	72,064	25,138

Tabla 38: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 11.2 OMA simulada.

11.3) Matriz [K] con factor de modificación (*3):

En la tabla 39, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 11.3:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,95492	0,0993	33,838	35,471
2	-6,5451	0,0972	88,381	25,629

Tabla 39: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 11.3 OMA simulada.

Análisis y comentarios:

Al aumentar la rigidez del sistema, se busca incrementar las frecuencias naturales del sistema, pero se observa claramente, que la técnica ITD no predice con buena exactitud las frecuencias naturales, a diferencia de cuando la excitación era ruido blanco, ni siquiera la frecuencia natural más baja se predice con aceptable exactitud, de hecho, solo en la prueba 11.3 la frecuencia natural más baja muestra un valor comparable.

12) Efecto de disminuir el paso de tiempo:

Se muestra la influencia de la modificación del paso de tiempo, en este caso en particular, una disminución, con el objetivo de ver cómo se comporta la técnica de Ibrahim cuando el intervalo de tiempo entre respuesta y respuesta es cada vez menor.

En esta prueba la excitación es una función tipo square.

Se omite la información correspondiente al paso de tiempo Δt sin modificación, puesto que es lo mismo que para el caso de la prueba 10.1, en donde el paso de tiempo no tiene factor de modificación.

12.1) Paso de tiempo Δt con factor de modificación (*0.75):

En la tabla 40, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 12.1:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,95492	0,01207	19,521	20,402
2	-6,5451	0,03984	50,746	35,991

Tabla 40: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 12.1 OMA simulada.

12.2) Paso de tiempo Δt con factor de modificación (*0.5):

En la tabla 41, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 12.2:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,95492	0,06782	19,521	30,723
2	-6,5451	0,03398	50,746	51,188

Tabla 41: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 12.2 OMA simulada.

12.3) Paso de tiempo Δt con factor de modificación (*0.1):

En la tabla 42, se muestran los resultados teóricos vs método de Ibrahim, prueba 12.3:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,95492	0,11846	19,521	0,4825
2	-6,5451	0,02144	50,746	151,55

Tabla 42: Resultados teóricos v/s ITD, prueba 12.3 OMA simulada.

Análisis y comentarios:

A diferencia de cuando la excitación es ruido blanco, con excitación del tipo square, la prueba 12.2 muestra un valor bastante aceptable en la frecuencia natural más alta, en cambio la prueba 12.1 muestra un valor aceptable en la frecuencia natural más baja, y ya en la prueba 12.3, con el paso de tiempo muy reducido, ninguno de los dos valores muestra un parecido comparable entre lo teórico e ITD.

Capítulo IV.- Ensayos Experimentales y Comparación con Resultados Teóricos.

En este capítulo, se presenta el banco de pruebas utilizado para las pruebas experimentales, además de presentar una breve descripción sobre el equipamiento necesario para llevar a cabo las pruebas, se muestran los resultados teóricos de frecuencias naturales obtenidos luego de utilizar MEF (*MatLab*), y finalmente se muestran los resultados de los parámetros modales mediante las pruebas experimentales, tanto para EMA y OMA.

4.1.- Descripción del Banco de Pruebas.

El banco de pruebas elaborado para esta investigación, se muestra en la figura 76, es bastante sencillo, y consta de los siguientes elementos:

- Barra plana de acero A270ES, de dimensiones 500x100x10 [mm].
- Tornillo mecánico 100 [mm].



Figura 76: Banco de pruebas, con la numeración de los nodos.

En la figura anterior (76) se muestra también la numeración de los nodos, algo importante para las pruebas experimentales que se realizan después.

A continuación, en la figura 77, se muestra el posicionamiento y fijación de los sensores a la viga, Los nodos se cuentan correlativamente desde la izquierda (empotramiento) a la derecha (voladizo), los sensores por su parte, el número uno es de la derecha, y el número dos el de la izquierda (más cercano al empotramiento), cabe destacar que los sensores van puestos por detrás, obviamente respetando la posición de los nodos.



Figura 77: Ubicación de los sensores en la viga.

El tornillo mecánico va fijado mediante dos pernos a una mesa de acero de grandes dimensiones, y la barra plana se aprieta mediante las mordazas, esta unión trata de simular una condición de empotramiento, como se muestra en la figura 78.



Figura 78: Unión tornillo mecánico a la mesa mediante pernos.

El cableado desde los sensores hacia el dispositivo de adquisición de datos (LabJack, ver sección 4.4.1), se realiza como se muestra en la figura 79, consta de un riel DIN 4 [mm], con borneras, esto para tener una mejor fijación de los cables hacia los sensores, y que no queden aportando amortiguamiento a la estructura.

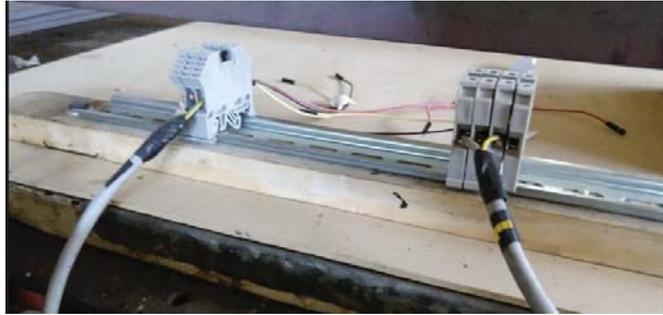


Figura 79: Cableado del banco.

4.1.1.- Descripción y Características de los Equipos y Sensores Utilizados.

A continuación, se detallan las características y descripciones del sistema de captura y procesamiento de señales que se utilizará para el análisis modal experimental. Para el proceso de captura de señales se utilizarán dos acelerómetros, y un sensor de fuerza para medir la excitación que aplica el martillo de análisis modal, con el cual se excitará la estructura mediante golpes.

Los equipos son los siguientes:

1) Transductor de fuerza IEPE *Brüel & Kjaer*, modelo 8230-001.

El transductor es el elemento que va inserto entre el excitador (martillo) y la estructura de prueba (barra plana), sirve para medir la fuerza de la excitación, mediante pruebas dinámicas, estáticas de corta duración o fuerzas de impacto. Es un equipamiento típico para aplicaciones modales, o bien para medir una fuerza que sea de interés para algún proceso.

El transductor utiliza el efecto piezoeléctrico del cuarzo, que cuando se somete a una fuerza (carga o tensión), en este caso particular, una fuerza de compresión, proporciona una carga eléctrica proporcional a dicha fuerza. Esta carga, se convierte en una salida de voltaje de baja impedancia y, por lo tanto, la sensibilidad se expresa en términos de voltaje por unidad de fuerza [mV / N]. El material de la carcasa es de acero inoxidable dando una construcción muy rígida.



Figura 80: Transductor de fuerza utilizado.

IEPE se refiere a que viene con un amplificador de carga incorporado, debido a que la carga producida por un transductor IEPE es muy pequeña, la señal eléctrica producida por el transductor es susceptible al ruido, y los componentes electrónicos sensibles deben acondicionar y amplificar la señal. IEPE hace el paso lógico de la integración de los componentes electrónicos sensibles lo más cerca posible al transductor para asegurar una mejor inmunidad al ruido y que no afecte tanto la medición.



Figura 81: Amplificador IEPE.

2) Acelerómetro *Analog Devices*, modelo ADXL 325.

Como se había comentado en la sección 2.2.6, un acelerómetro es un dispositivo que mide la aceleración del movimiento de una estructura. La fuerza causada por la vibración o un cambio en el movimiento (aceleración) hace que la masa comprima el material piezoeléctrico, y produce una carga eléctrica que es proporcional a la fuerza ejercida sobre él.

Para las medidas realizadas, se utilizan tres puertos o pines, el primer puerto utilizado es el *COM*, que es la tierra, el segundo puerto es el eje en donde se quiere medir, para las pruebas es el eje *Z*, y el tercer puerto utilizado, es el *VSS*, que es por donde se alimenta el sensor.



Figura 82: Acelerómetro ADXL 325.

El montaje del sensor se realiza en una base de plástico impreso en 3D, llamado *PLA*, la cual posee las dimensiones precisas para el sensor, por la parte posterior cuenta con un agujero para la inserción de un imán de Neodimio, que es el encargado de la sujeción a la viga.

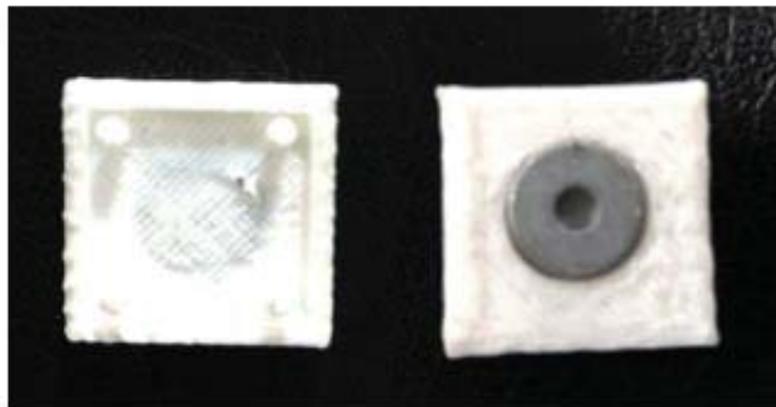


Figura 83: Base PLA para el sensor.

3) LabJack U3.

Este dispositivo está encargado de la adquisición de datos, específicamente de señales de 12 bits para computador con conexión por puerto USB, dispone de dieciséis entradas/salidas analógicas o digitales y de dos salidas analógicas diferenciales de 10 bits, es el encargado de recibir la información de los sensores y del transductor, a bordo trae un convertidor análogo/digital que permite la lectura de los datos por parte del computador. Los datos obtenidos se muestran y se comparan en el software del PC a modo de osciloscopio y se almacenan en el disco duro en intervalos configurables, no necesita alimentación externa y dispone de un software en inglés.

La serie U3 es muy versátil para la medición y control dentro de sistemas analógicos y digitales simples. Principalmente porque da la opción de configurar sus entradas/salidas como analógicas o digitales, dando al usuario flexibilidad en la elección de sensores para una determinada aplicación. Las aplicaciones comunes incluyen proyectos de aficionados, programas educativos, control y monitoreo industrial y desarrollo de prototipos.



Figura 84: LabJack U3.

4) Martillo Análisis Modal, fabricación propia.

El martillo fue construido íntegramente en la Escuela de Ingeniería Mecánica PUCV, consta de una cabeza de acero 1045, en la cual se roscaron dos agujeros, para posteriormente poder fijar el transductor al martillo, se diseñó y fabricó una cabeza de plástico (PLA) impresa en 3D, para tener otra alternativa a la cabeza metálica de fábrica que trae el transductor.

Se le acopla un mango de madera para poder realizar los golpes de una manera más cómoda.



Figura 85: Martillo modal fabricación propia.



Figura 86: Agujeros roscados para la fijación del transductor.



Figura 87: Cabeza PLA a la izquierda, cabeza metálica a la derecha.

Se debe aclarar que no es el típico martillo de análisis modal que venden en el mercado, puesto que esos traen el transductor incorporado, y cabezas con distintos materiales, como el que se muestra a continuación:



Figura 88: Martillo modal comercial (Imagen de [47]).

A pesar de no ser un instrumento comercial, el martillo de fabricación propia sirve de igual modo para los propósitos investigativos de este trabajo.

4.2.- Resultados Teóricos de las Frecuencias Naturales de la Viga Estudiada.

Programa Elementos Finitos (MEF).

En este apartado se presentan los resultados teóricos de las frecuencias naturales, obtenidos luego de utilizar el método de elementos finitos.

El programa de elementos finitos se implementa en el software *MatLab*, y considera una discretización de cinco elementos y seis nodos, y una condición de borde que simula empotramiento en un extremo de la viga (nodo uno), como se muestra en la figura 89.

Se consideran dos grados de libertad por nodo, cada elemento mide 100 [mm], y se considera la masa localizada de los sensores cuando están puestos en la viga.

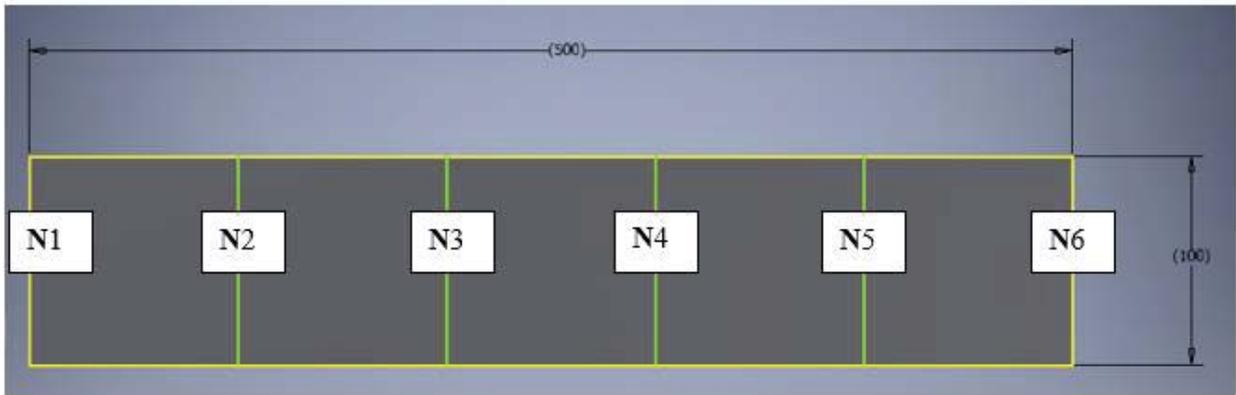


Figura 89: Discretización MEF, viga sin daño.

Se usaron elementos unidimensionales tipo viga Euler-Bernoulli, esto quiere decir que las secciones transversales de la viga permanecen planas y ortogonales al eje longitudinal de la deformada tras aplicar la carga.

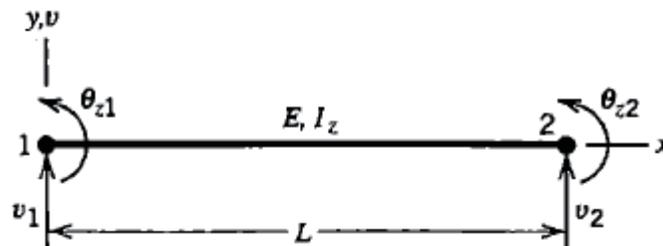


Figura 90: Elemento viga MEF (Imagen de [48]).

El programa entrega las matrices del sistema (masa y rigidez), luego se calcula la FRF.

En la figura 91, se muestran las frecuencias naturales de la viga sin daño, obtenidas mediante la FRF:

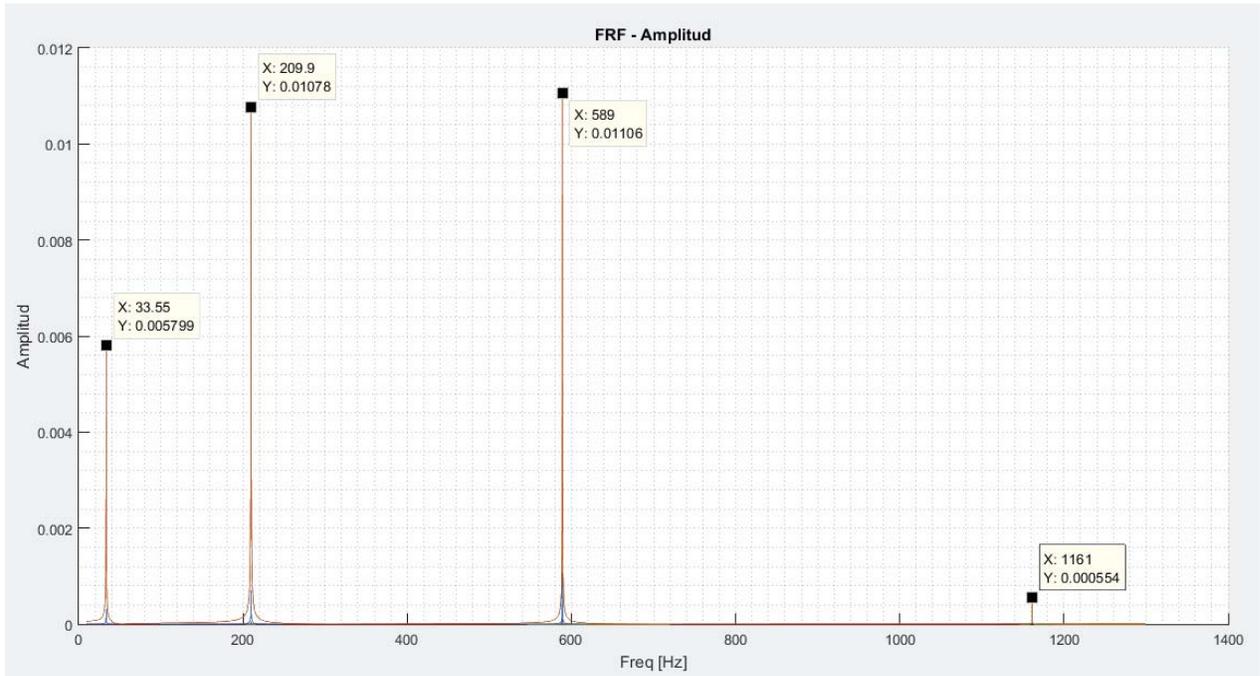


Figura 91: FRF teórico de la viga.

A continuación, se presentan los modos de vibrar para cada frecuencia natural:

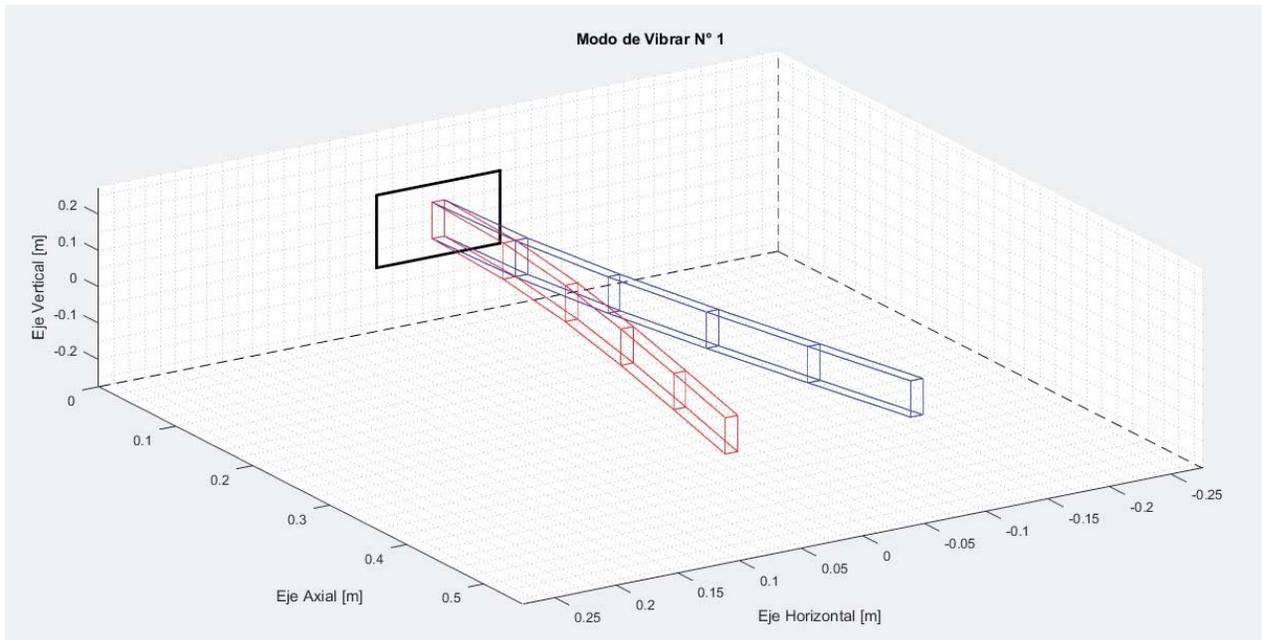


Figura 92: Modo de vibrar para 33,55 [Hz].

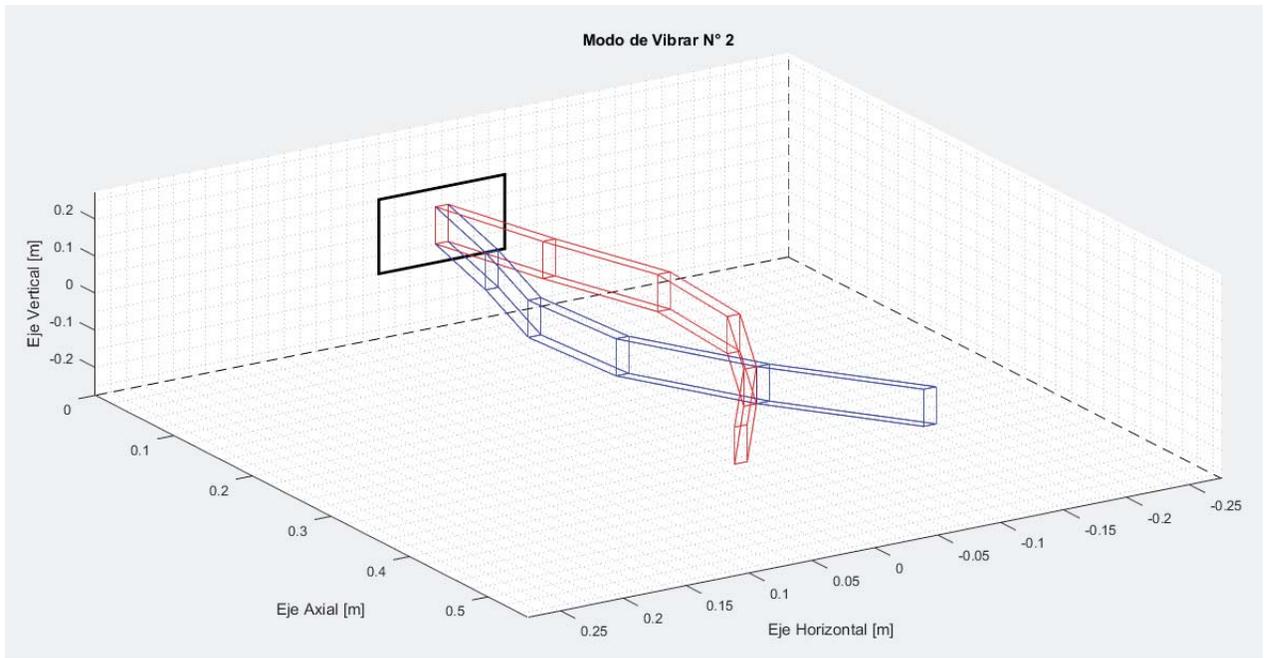


Figura 93: Modo de vibrar para 209,9 [Hz].

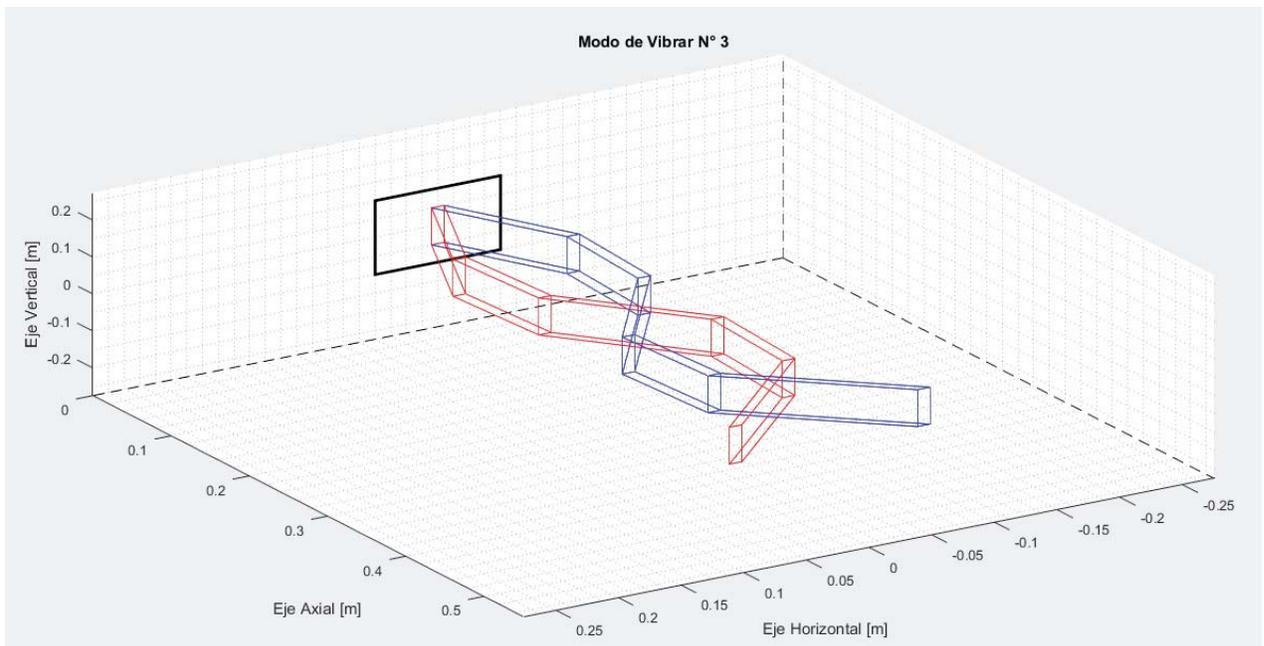


Figura 94: Modo de vibrar para 589 [Hz].

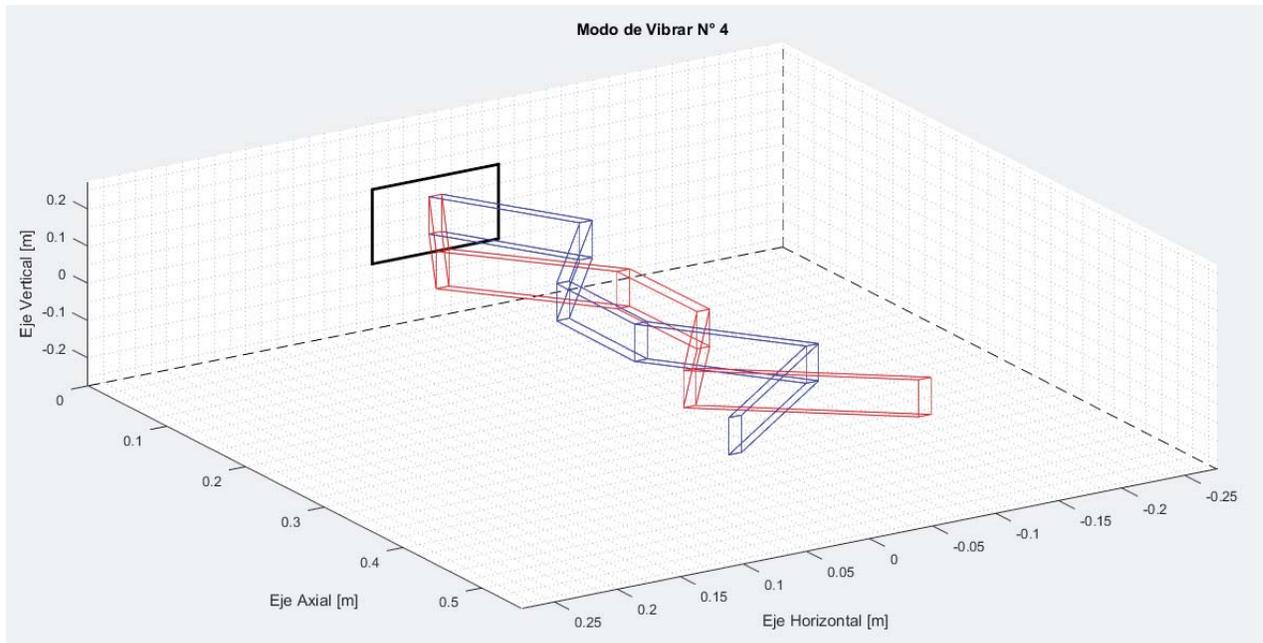


Figura 95: Modo de vibrar para 1.151 [Hz].

En la tabla 43, se presentan los resultados de las frecuencias naturales de la viga:

Frecuencias naturales de la viga mediante FRF en [Hz]			
1	2	3	4
33,55	209,9	589	1.151

Tabla 43: Frecuencias naturales mediante FRF, luego de aplicar MEF.

Los resultados obtenidos sirven para contrastar con las pruebas experimentales de EMA y OMA que se realizan después, siendo una herramienta útil de verificación de dichos resultados.

4.3.- Ensayos Experimentales EMA.

A continuación, se muestran las pruebas experimentales realizadas en la viga, mediante la técnica de análisis modal experimental, con excitación mediante prueba de impacto (martillo).

Se muestran cuatro ensayos, cambiando de ubicación los sensores.

Para las pruebas experimentales se mantienen ciertos parámetros de cálculos comunes, que son los siguientes:

Parámetros de las muestras:

- Frecuencia de Muestreo (f_s): 3.500 [Hz]
- Blocksize: Longitud de la respuesta/200 (ver sección 2.3.12)
Este parámetro quiere decir, que la señal total se divide en doscientos segmentos.
- Overlap: Blocksize*0,5

Se debe aclarar, que en algunas pruebas se muestra el resultado de la FRF calculado por H1 en vez de H2, por mostrar de una manera más clara los diferentes peaks de frecuencias naturales, y resultados más cercanos a lo teórico expresado por MEF, a pesar que H2 debería mostrar los mejores resultados para resonancia (observando los peaks de frecuencias naturales), pero se debe precisar, que directamente no son comparables ambos resultados, esto porque la escala de amplitud que utiliza cada una, es distinta, como se observa en la figura 96, donde se comparan ambos parámetros para una misma prueba:

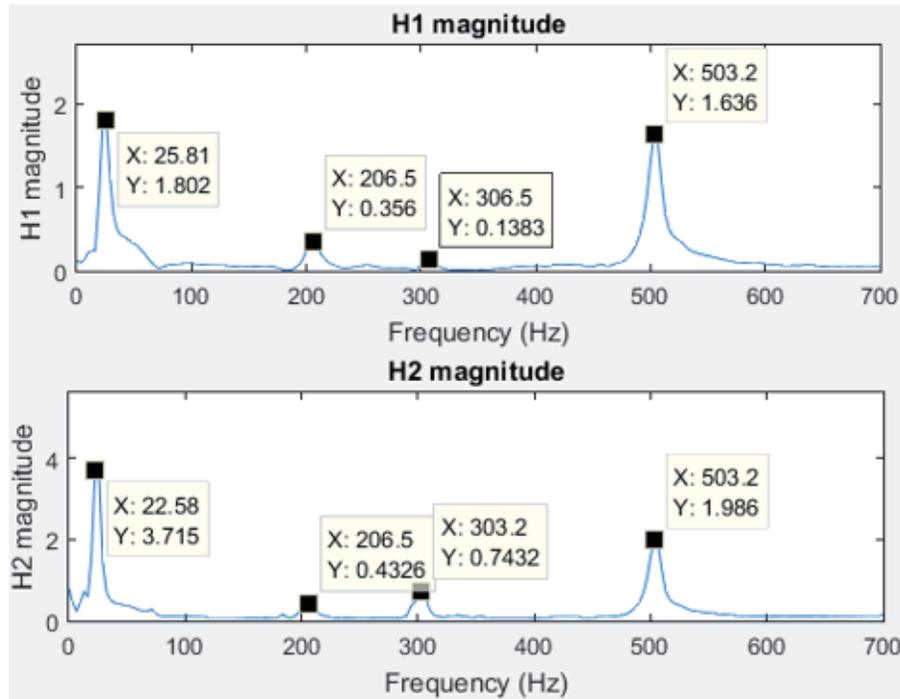


Figura 96: Comparación en magnitud, entre H1 y H2.

Dicho lo anterior, también está el concepto de la fase, que permite distinguir si el peak mostrado en amplitud es efectivamente o no una frecuencia natural, como se discutió en la sección 2.1.4, se observa un cambio de fase en 180° al pasar por una zona resonante, como también se evidencia en la figura 97:

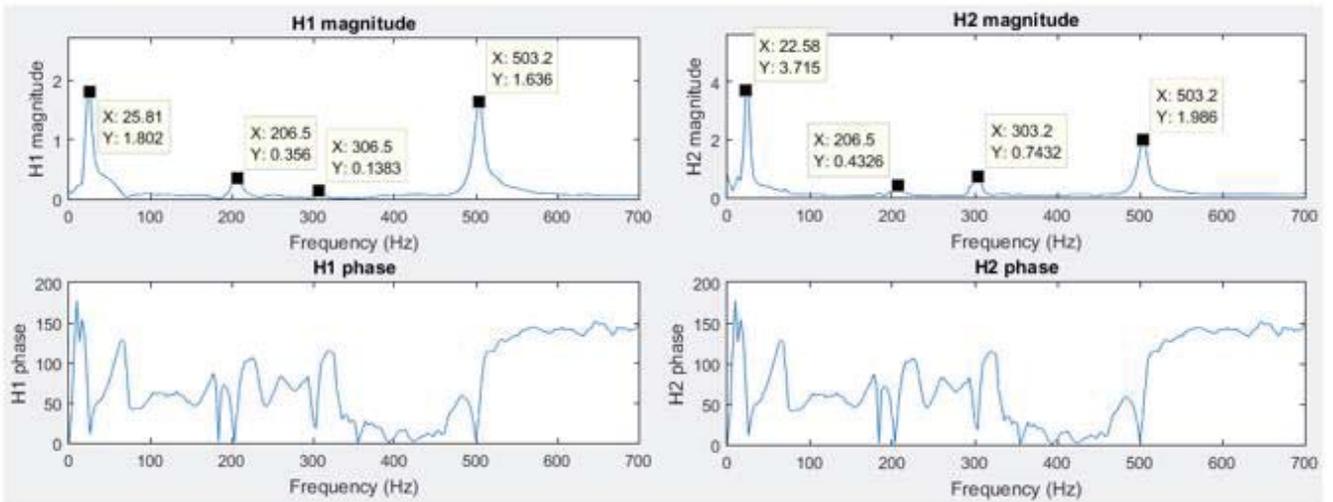


Figura 97: Concepto de fase, para la comparación entre H1 y H2.

A continuación, se muestran las pruebas experimentales realizadas a la viga:

Test 1:

En la tabla 44, se muestra la posición de los sensores, Test 1:

Sensor	Nodo
1	5
2	3

Tabla 44: Posición y ubicación de sensores, Test 1.

En la figura 98, se presenta el gráfico de la respuesta en el tiempo para cada sensor, y también el impulso producto del golpe del martillo (fuerza de excitación), para test 1 EMA:

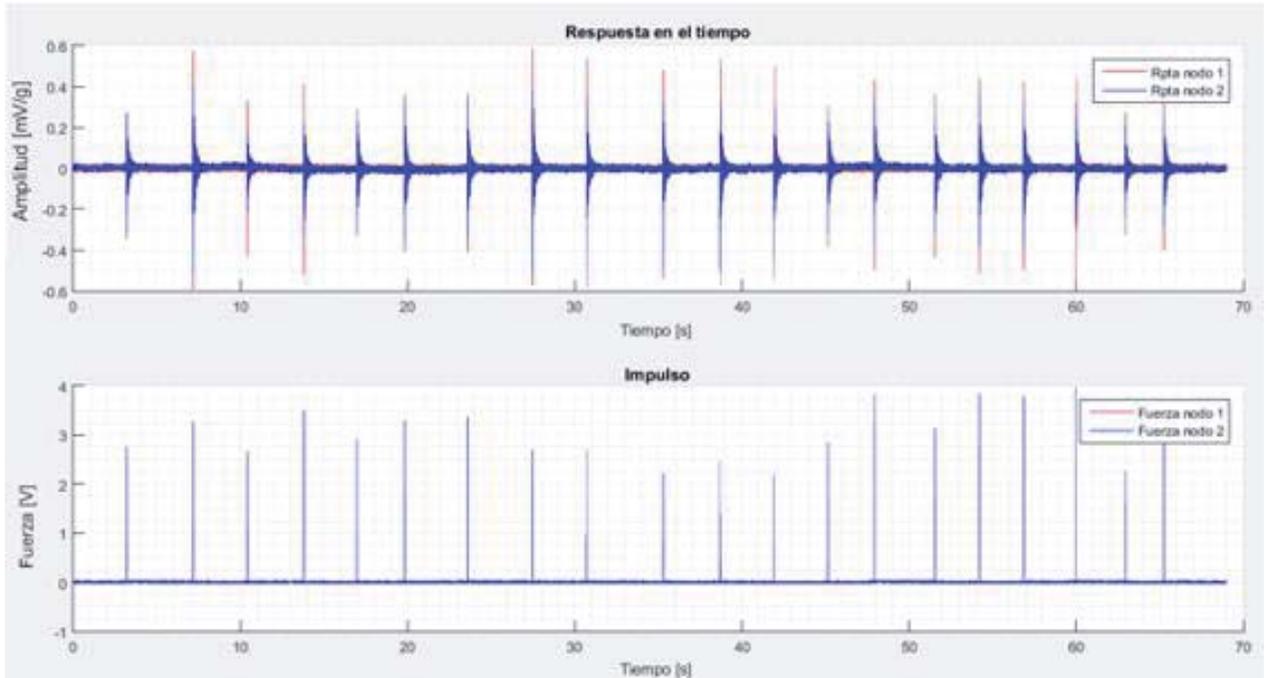


Figura 98: Respuesta vibratoria e impulso, test 1 EMA.

En la figura 99, se muestra el gráfico de la FRF y de coherencia, test 1 EMA:

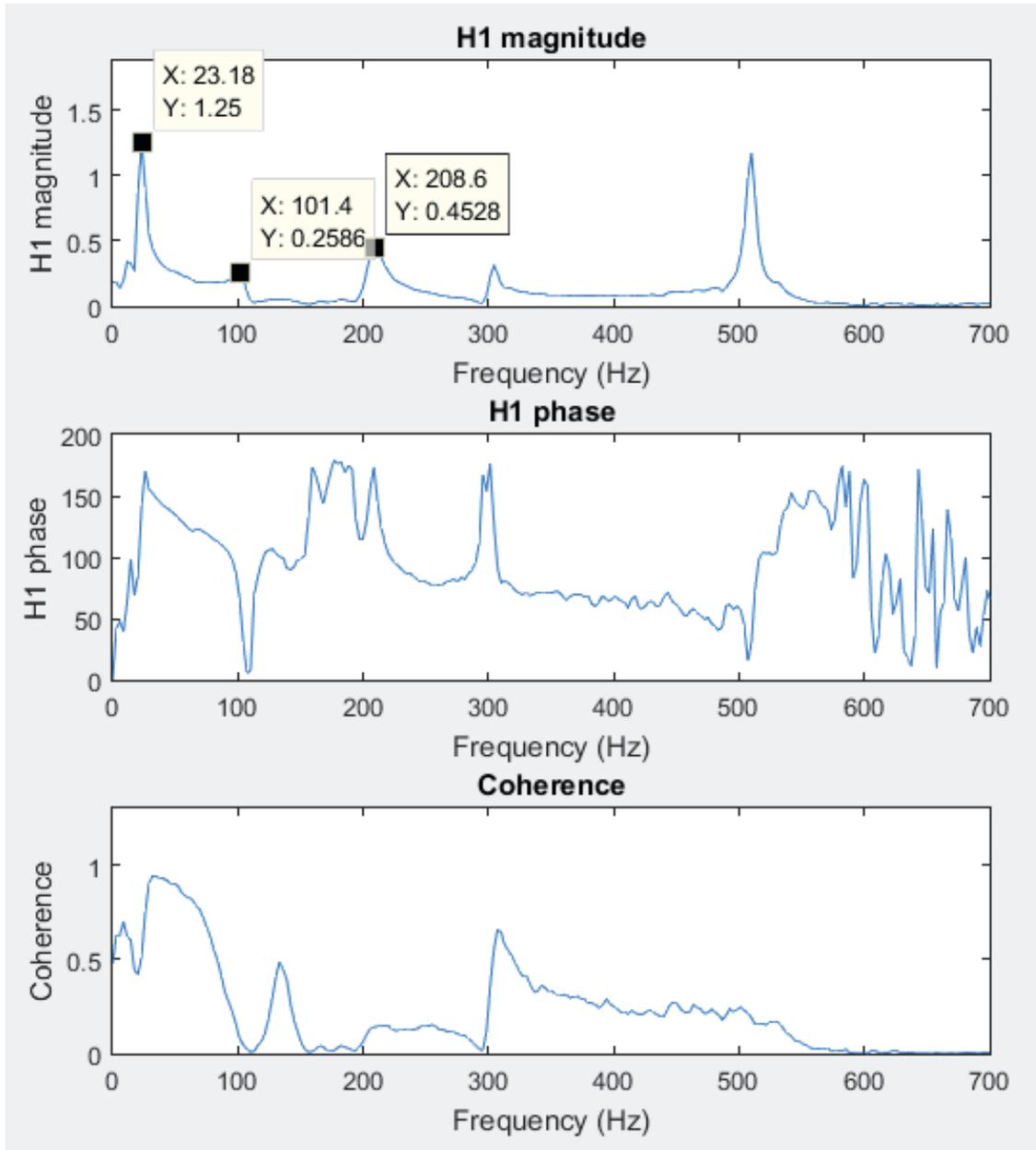


Figura 99: FRF en amplitud, en fase y coherencia, test 1 EMA.

Test 2:

En la tabla 45, se muestra la posición de los sensores, Test 2:

Sensor	Nodo
1	6
2	4

Tabla 45: Posición y ubicación de sensores, Test 2.

En la figura 100, se presenta el gráfico de la respuesta en el tiempo para cada sensor, y también el impulso producto del golpe del martillo (fuerza de excitación), para test 2 EMA:

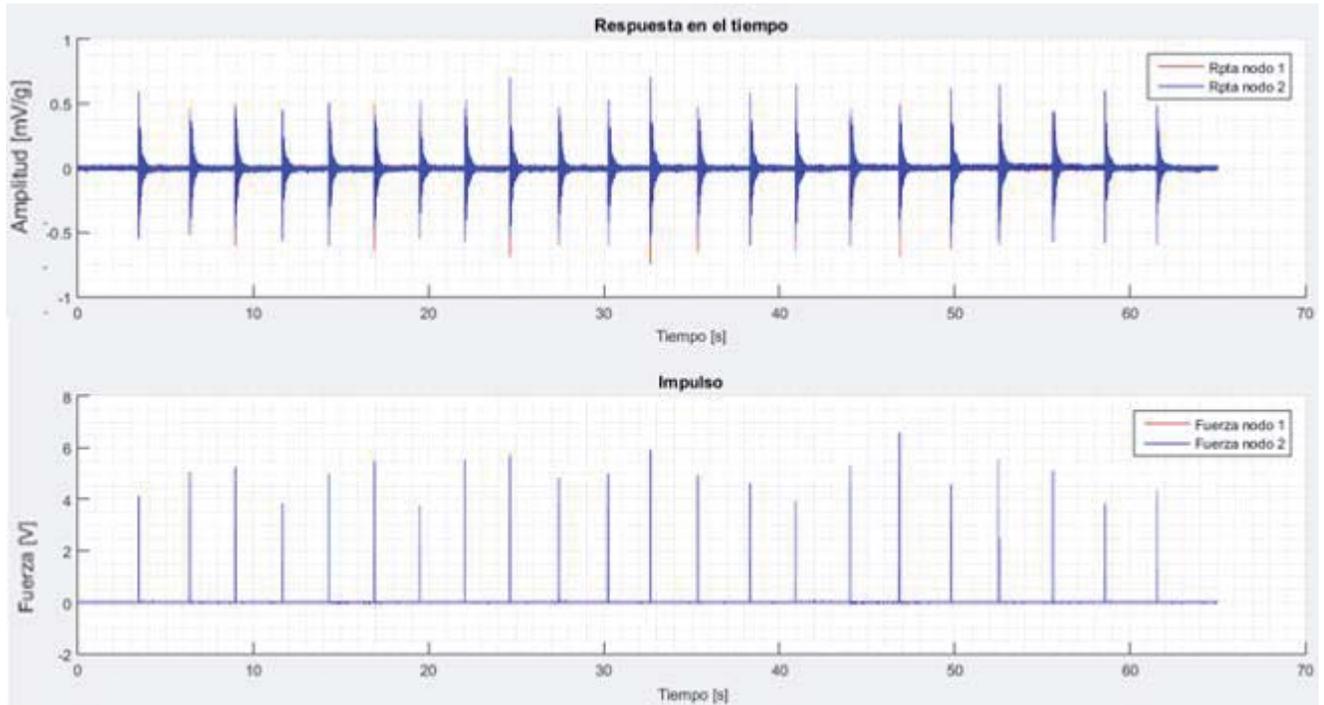


Figura 100: Respuesta vibratoria e impulso, test 2 EMA.

En la figura 101, se muestra el gráfico de la FRF y de coherencia, test 2 EMA:

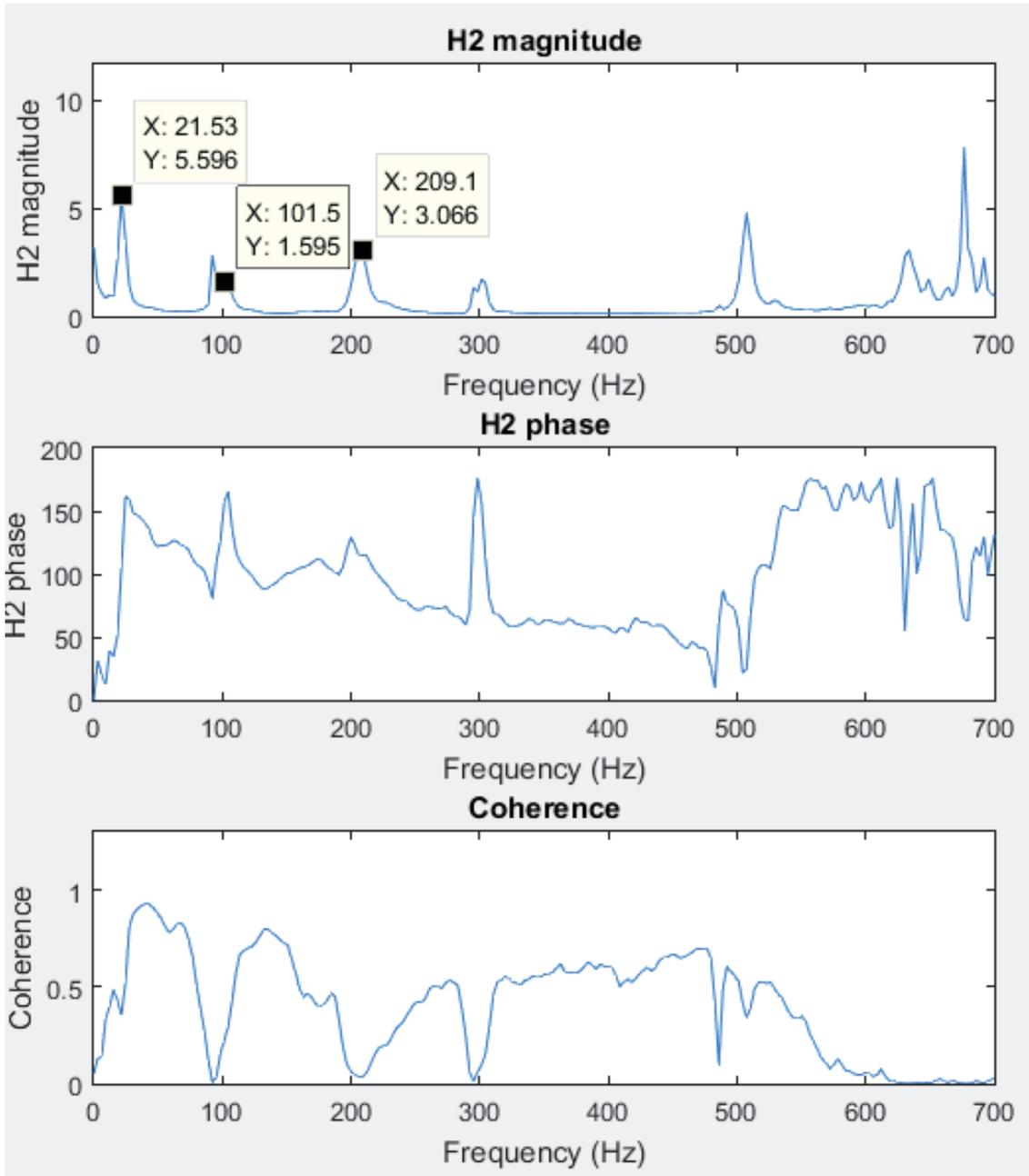


Figura 101: FRF en amplitud, en fase y coherencia, test 2 EMA.

Test 3:

En la tabla 46, se muestra la posición de los sensores, Test 3:

Sensor	Nodo
1	4
2	3

Tabla 46: Posición y ubicación de sensores, Test 3.

En la figura 102, se presenta el gráfico de la respuesta en el tiempo para cada sensor, y también el impulso producto del golpe del martillo (fuerza de excitación), para test 3 EMA:

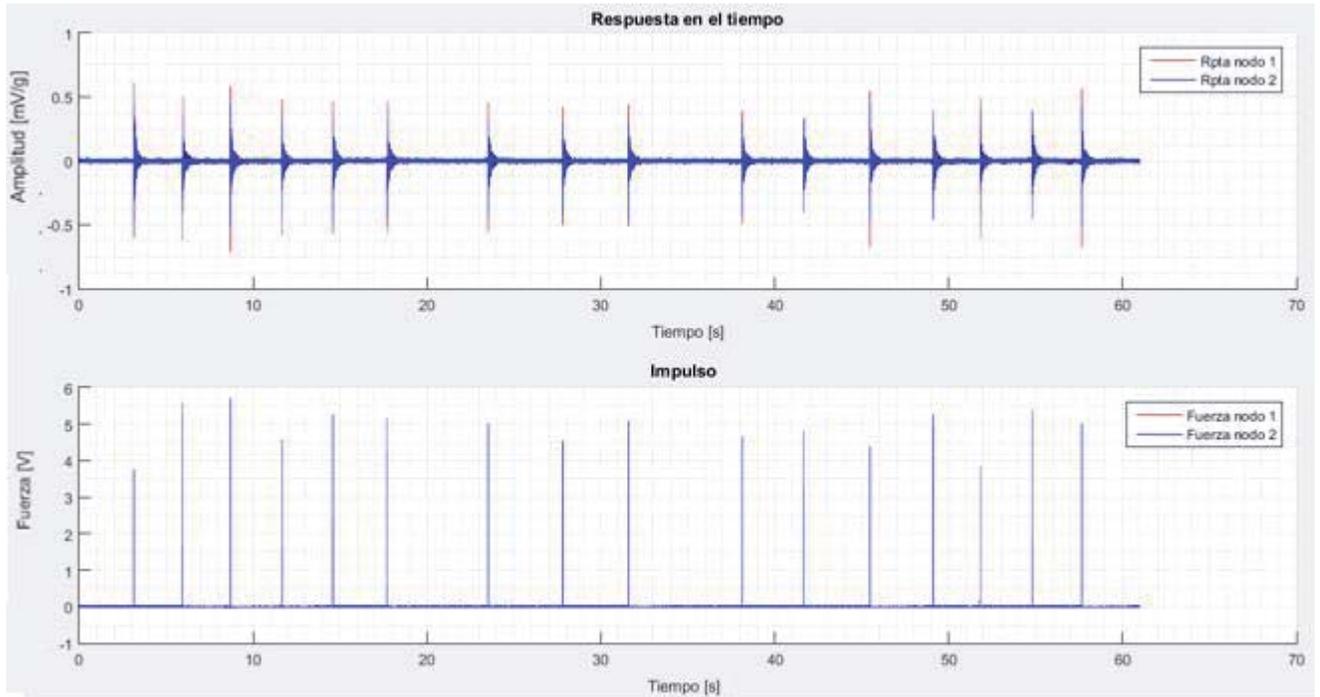


Figura 102: Respuesta vibratoria e impulso, test 3 EMA.

En la figura 103, se muestra el gráfico de la FRF y de coherencia, test 3 EMA:

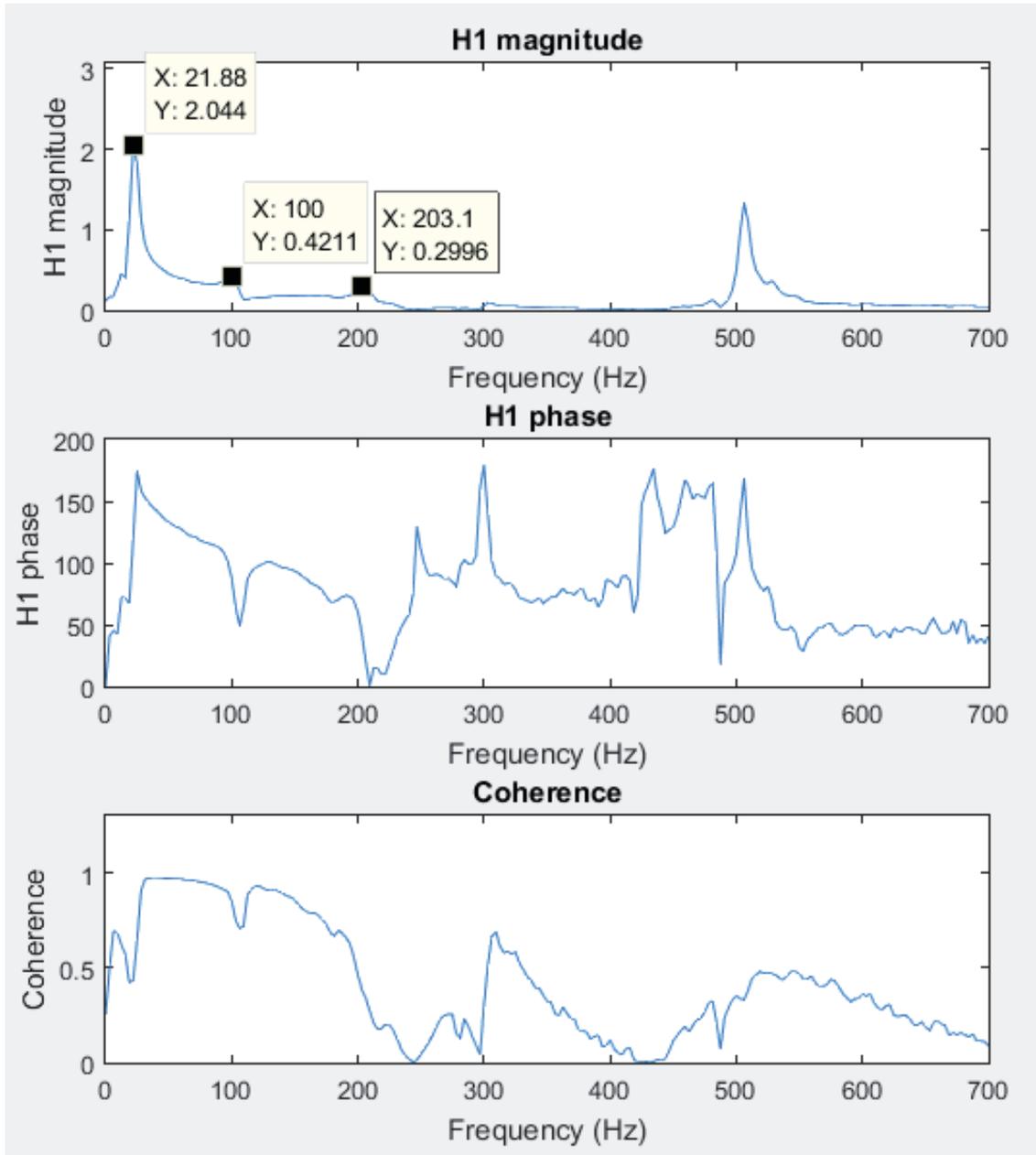


Figura 103: FRF en amplitud, en fase y coherencia, test 3 EMA.

Test 4:

En la tabla 47, se muestra la posición de los sensores, Test 4:

Sensor	Nodo
1	3
2	2

Tabla 47: Posición y ubicación de sensores, Test 4.

En la figura 104, se presenta el gráfico de la respuesta en el tiempo para cada sensor, y también el impulso producto del golpe del martillo (fuerza de excitación), para test 4 EMA:

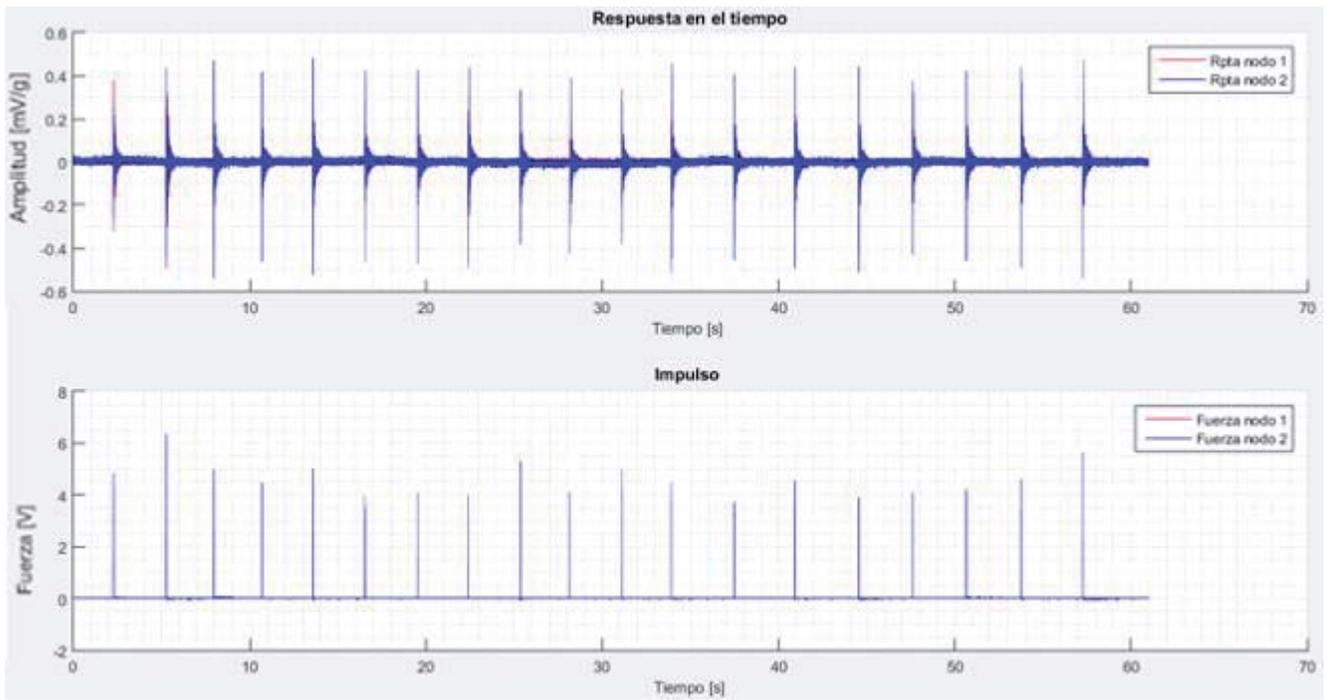


Figura 104: Respuesta vibratoria e impulso, test 4 EMA.

En la figura 105, se muestra el gráfico de la FRF y de coherencia, test 4 EMA:

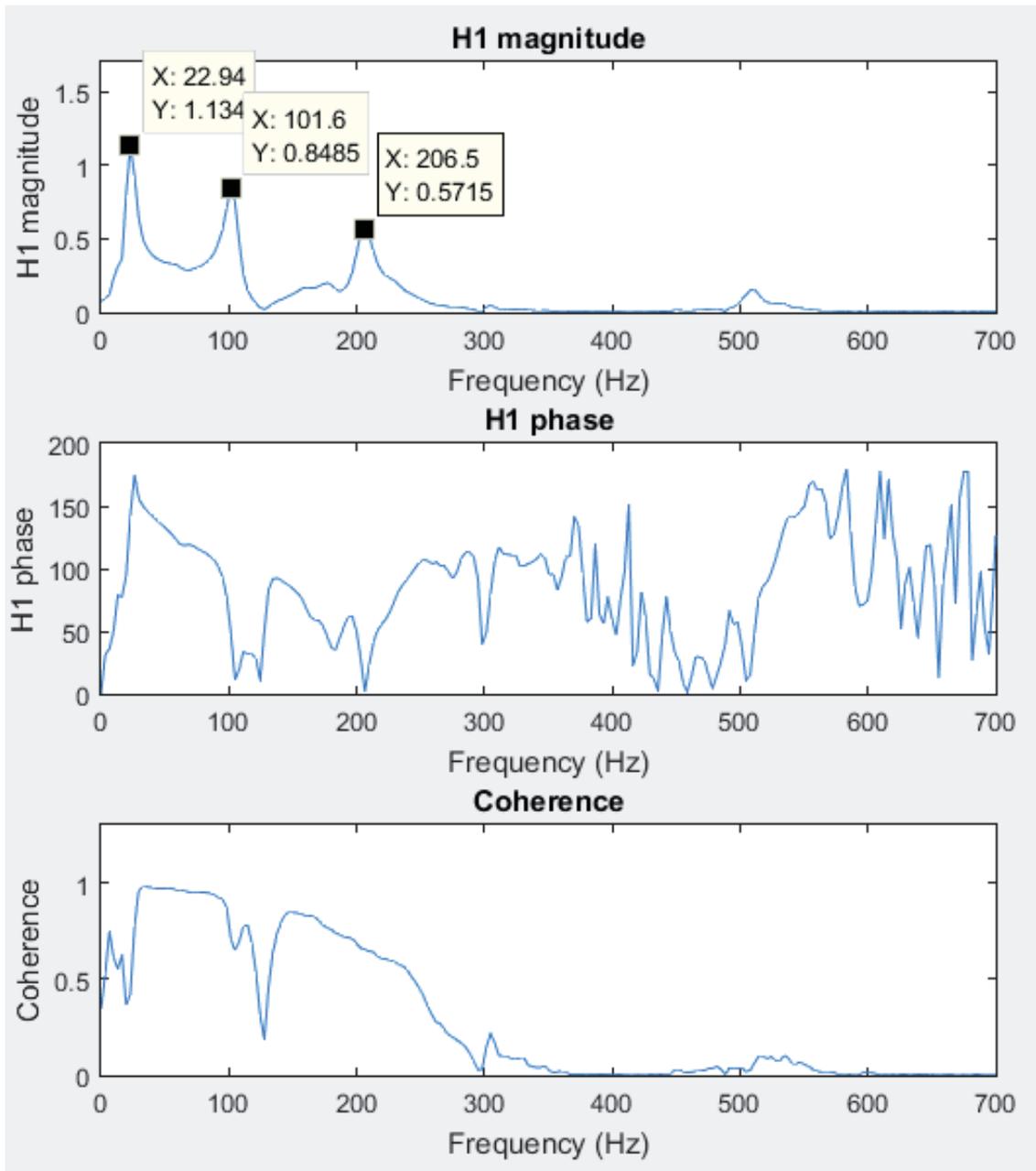


Figura 105: FRF en amplitud, en fase y coherencia, test 4 EMA.

Análisis y comentarios:

En todos los gráficos de FRF presentados, hay un peak aproximadamente a los 100 [Hz] que no corresponde a la viga en estudio, como se mostró en la sección 4.2 mediante el método de elementos finitos, principalmente puede deberse a la mesa donde el tornillo mecánico se fija, y es una frecuencia que se agrega a la estructura en análisis.

La primera frecuencia natural varía entre un valor de 21,53 a 23,18 [Hz], la segunda entre un valor de 100 a 101,6 [Hz] y la tercera entre un valor de 203,1 a 209,1 [Hz].

El test 1, es el que mejores resultados brinda en comparación con lo expuesto en la sección 4.2.

En la tabla 48, se muestra una comparación entre MEF y EMA:

MEF	EMA 1	Diferencia
33,55 [Hz]	23,18 [Hz]	30,91 [%]
-	101,4 [Hz]	-
209,9 [Hz]	208,6 [Hz]	0,62 [%]

Tabla 48: Comparación MEF v/s EMA.

Se advierte claramente que la primera frecuencia natural no coincide tan bien como se quisiera, la principal causa pudiera ser: El programa MEF considera un empotramiento perfecto, cosa que en el experimento es simulado por las mordazas del tornillo, existiendo una primera diferencia en cuanto a la rigidez, ya que, en el banco de pruebas, al excitar la viga, se mueve toda la fundación, incluyendo la mesa de soporte, restando rigidez al empotramiento simulado por el tornillo mecánico, haciendo que la primera frecuencia natural sea menor en el experimento que por MEF, la diferencia es patente, debido al modo de vibrar de dicha frecuencia.

La siguiente frecuencia natural de aproximadamente 100 [Hz] no se muestra en los resultados teóricos.

Pero como se verá más adelante, en las pruebas OMA si aparece.

La segunda frecuencia natural de la viga, coincide casi plenamente con la predicha por el modelo matemático de MEF.

Se destaca que, hay un peak marcado alrededor de 500 [Hz] en todas las pruebas EMA realizadas, la tercera frecuencia natural de la viga según el programa MEF debe ser alrededor de 589 [Hz], en algunas pruebas EMA se puede ver en la FRF, pero la coherencia es casi cero, haciendo que pierda validez.

En general (y dependiendo de la ubicación de los sensores), la coherencia cae para las altas frecuencias (por sobre los 300 o 400 [Hz]), una razón es por la cabeza de plástico del martillo, que no excita de buena manera los modos más altos, y otra razón es por el montaje de los sensores (ver figura 40), que tienen una base de imán, pero no los usados en la industria, el montaje sensor-estructura actúa como filtro pasa bajo mecánico, y determina directamente el corte a altas frecuencias, por otro lado, al no ser tan potente el imán, y cuando las amplitudes vibratorias son grandes, puede producirse un golpeteo entre la estructura y el imán, desvirtuando la medida.

4.4.- Ensayos Experimentales OMA.

Las pruebas experimentales de análisis modal operacional tienen por objetivo validar la técnica para estimar los parámetros modales de la estructura, principalmente frecuencias naturales, y poder comparar los resultados con la técnica EMA y las pruebas simuladas descritas en las secciones precedentes.

Para dichas pruebas se excita la estructura con el shaker (ver sección 4.4.1) a través de distintos tipos de señales, cada una con sus respectivos parámetros.

Se excita con el shaker, en vez del martillo (como se hace en los ensayos EMA), puesto que en OMA se deben medir las respuestas vibratorias ante cargas excitadoras operacionales, es decir, que exciten todo el rango de frecuencias de la estructura, dicha forma de excitar es posible gracias al shaker, enviando como señal ruido blanco, o sea, se trata de simular el ambiente real donde estaría ubicada la estructura.

Luego se toman las mediciones, y se captura la señal de aceleración a través de los sensores descritos en la sección (4.1.1) y los datos se recolectan con el LabJack U3 descrito en la sección (4.1.1), posteriormente se hace un procesamiento de los datos en el software *MatLab*, como el algoritmo ITD requiere de la respuesta vibratoria en desplazamiento, la señal de aceleración se debe integrar dos veces, como se explica en la sección (3.2.1).

Las pruebas que se presentan en este apartado tienen como objetivo la obtención de frecuencias naturales para la viga sin daño, y posteriormente con fallas, mediante la técnica OMA, usando el algoritmo de Ibrahim, y también la función matemática PSD y el algoritmo de la FFT, como respaldo a los resultados. La FFT proporciona una visión general de la señal en dominio frecuencial, y sirve para observar si el filtro implementado está cortando donde debería hacerlo, la PSD muestra la potencia de la señal, también en dominio frecuencial, es útil para ver los rangos en frecuencia donde se producen las variaciones más bruscas en cuanto a potencia.

4.4.1.- Equipamiento de Excitación para OMA (Shaker).

El shaker (ver figura 106) utilizado es de la marca *The Modal Shop Inc.* modelo *K2007E01*, este dispositivo electrodinámico permite excitar la estructura, contiene imanes permanentes de pequeño tamaño, y su uso es amplio para pruebas de vibración en general.

A través de una aplicación para smartphone (Function Generator en este caso, ver figura 108) se pueden generar diversas señales, de tipo ruido blanco, senoidales, square u otra, que se transmiten al shaker, y así produce la vibración en la estructura.

Dependiendo del nivel de vibración de cada equipo, existen modelos de rangos altos, que permiten generar fuerzas dinámicas importantes para el análisis modal en grandes estructuras y ver así la respuesta de dicha estructura a diferentes frecuencias.

Estos equipos se utilizan principalmente para el análisis sísmico, dinámica estructural y mecánica estructural, en este caso, se usa para realizar el análisis OMA, al utilizar una señal de ruido blanco, se puede excitar todo el rango de frecuencias de la estructura.



Figura 106: Shaker K2007E01.



Figura 107: Montaje del shaker y fijación a la viga.

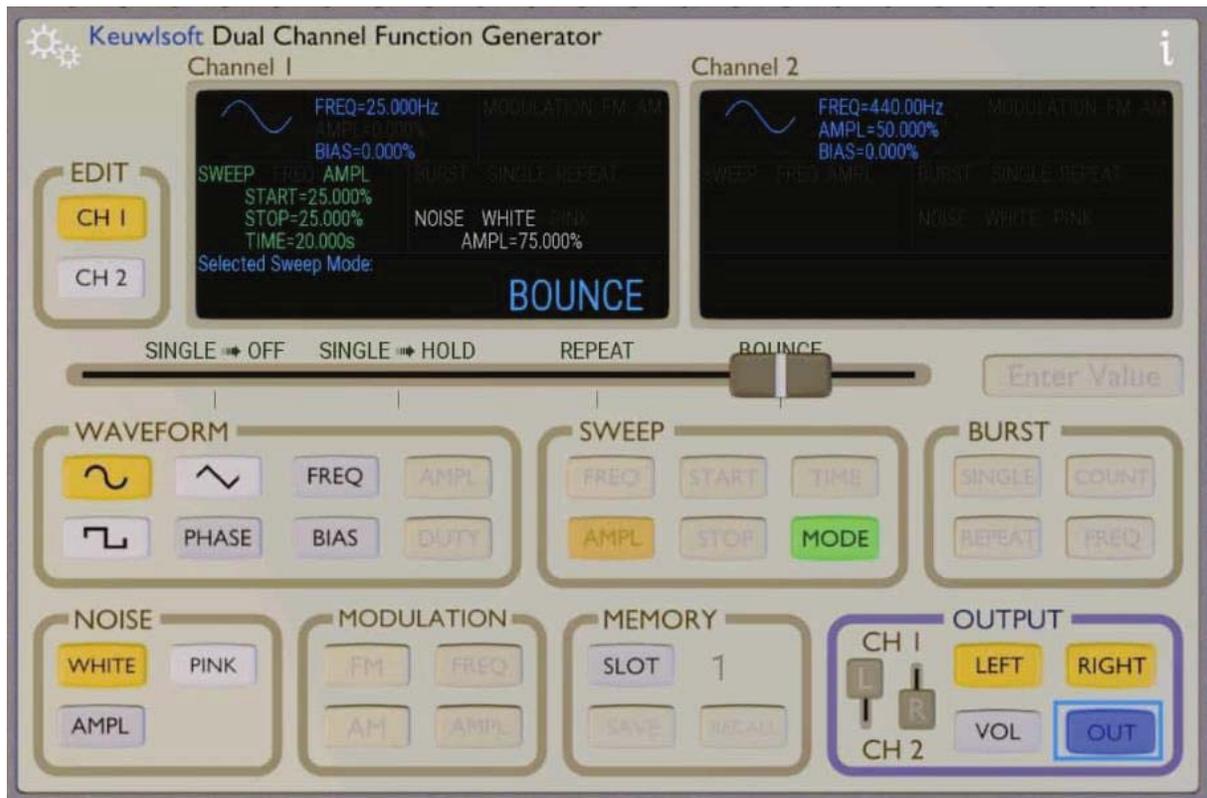


Figura 108: Aplicación "Function Generator".

4.4.2.- Viga sin Daño, OMA.

A continuación, se presentan las pruebas experimentales para el análisis modal operacional a la viga en estudio cuando no tiene ninguna falla producida.

Para las pruebas experimentales se mantienen ciertos parámetros de cálculos comunes, que son los siguientes:

Parámetros de las muestras:

- Frecuencia de muestreo (f_s): 3.500 [Hz]
- Frecuencia corte para filtro: 20 [Hz]

Lo que va cambiando es la función de excitación elegida en la aplicación, y que se transmite al shaker.

1) Solo Ruido Blanco, 100 [%] Amplitud:

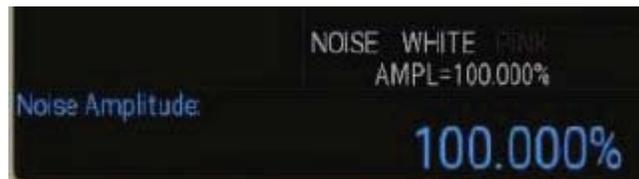


Figura 109: Parámetros Function Generator, test 1 OMA.

En la tabla 49, se muestran los resultados de los parámetros modales, mediante la técnica de Ibrahim, test 1 OMA:

Parámetros modales según ITD, test 1 OMA.		
Nº de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]	Frecuencia Natural [Hz]
1	0,45322	24,64
2	7,4262	105,68
3	9,8117	207,52

Tabla 49: Resultados ITD, test 1 OMA.

En la figura 110, se muestra la FFT de la señal de desplazamiento del sensor 1, test 1 OMA:

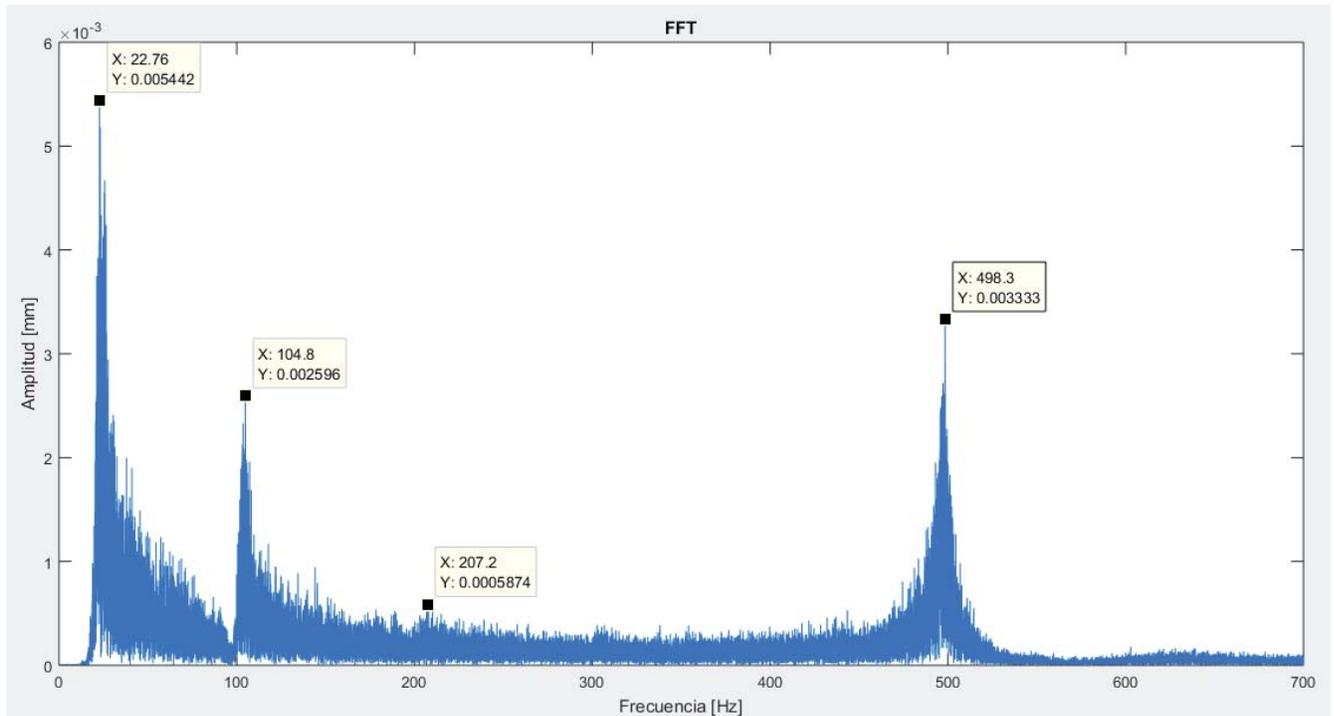


Figura 110: FFT señal de desplazamiento, test 1 OMA.

En la figura 111, se muestra la PSD de la señal de aceleración del sensor 2, test 1 OMA:

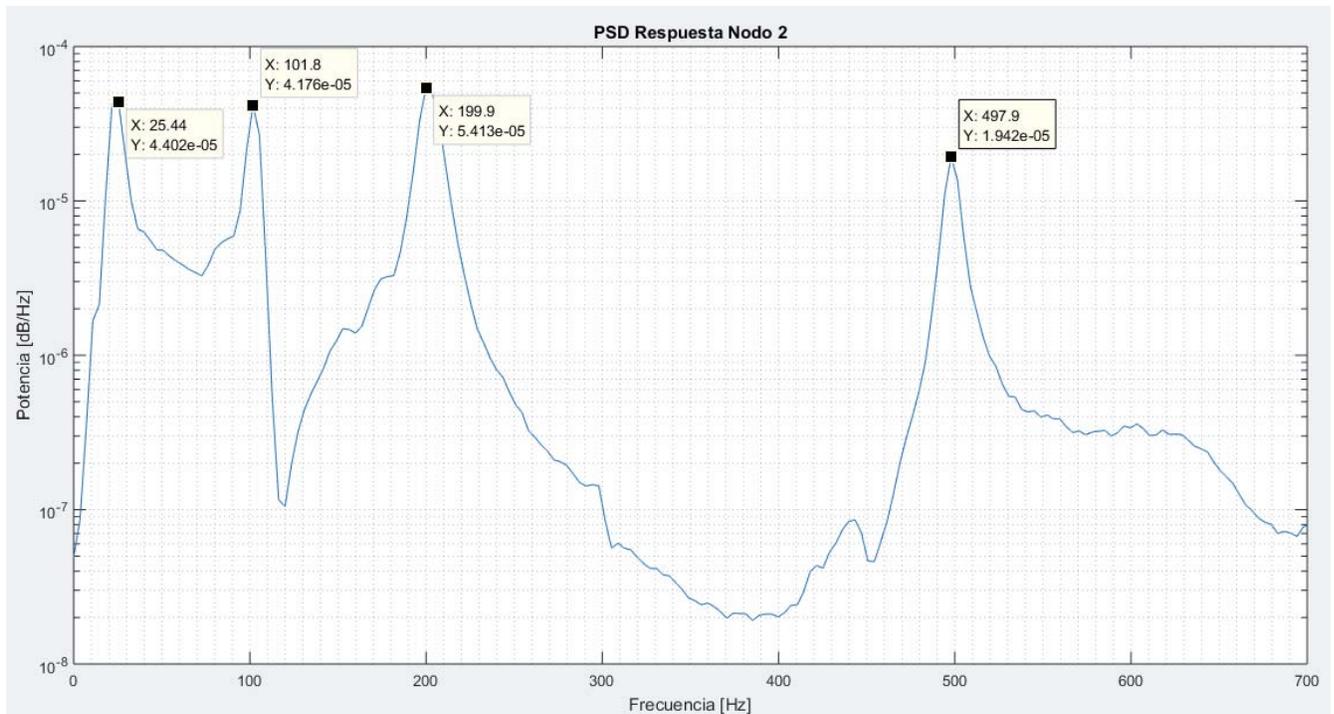


Figura 111: PSD, nodo 2, test 1 OMA.

En la tabla 50, se muestran los resultados de frecuencias naturales, mediante la técnica de Ibrahim, FFT y PSD, test 1 OMA:

Frecuencias Test 1 OMA			
N°	1	2	3
ITD [Hz]	24,64	105,68	207,52
FFT [Hz]	22,76	104,8	207,2
PSD [Hz]	25,44	101,8	199,9

Tabla 50: Resultados en frecuencia, test 1, OMA.

2) Ruido Blanco 85 [%] Amplitud

En esta prueba, se somete a la viga a una excitación de ruido blanco, pero de menor amplitud que para la anterior prueba.

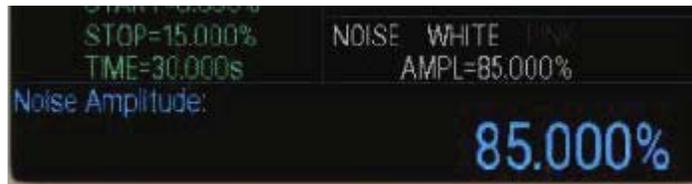


Figura 112: Parámetros Function Generator, test 2 OMA.

En la tabla 51, se muestran los resultados de los parámetros modales, mediante la técnica de Ibrahim, test 2 OMA:

Parámetros modales según ITD, test 2 OMA.		
N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]	Frecuencia Natural [Hz]
1	5,1904	25,96
2	8,8017	107,3
3	5,9401	207,58

Tabla 51: Resultados ITD, test 2 OMA.

En la figura 113, se muestra la FFT de la señal de desplazamiento del sensor 1, test 2 OMA:

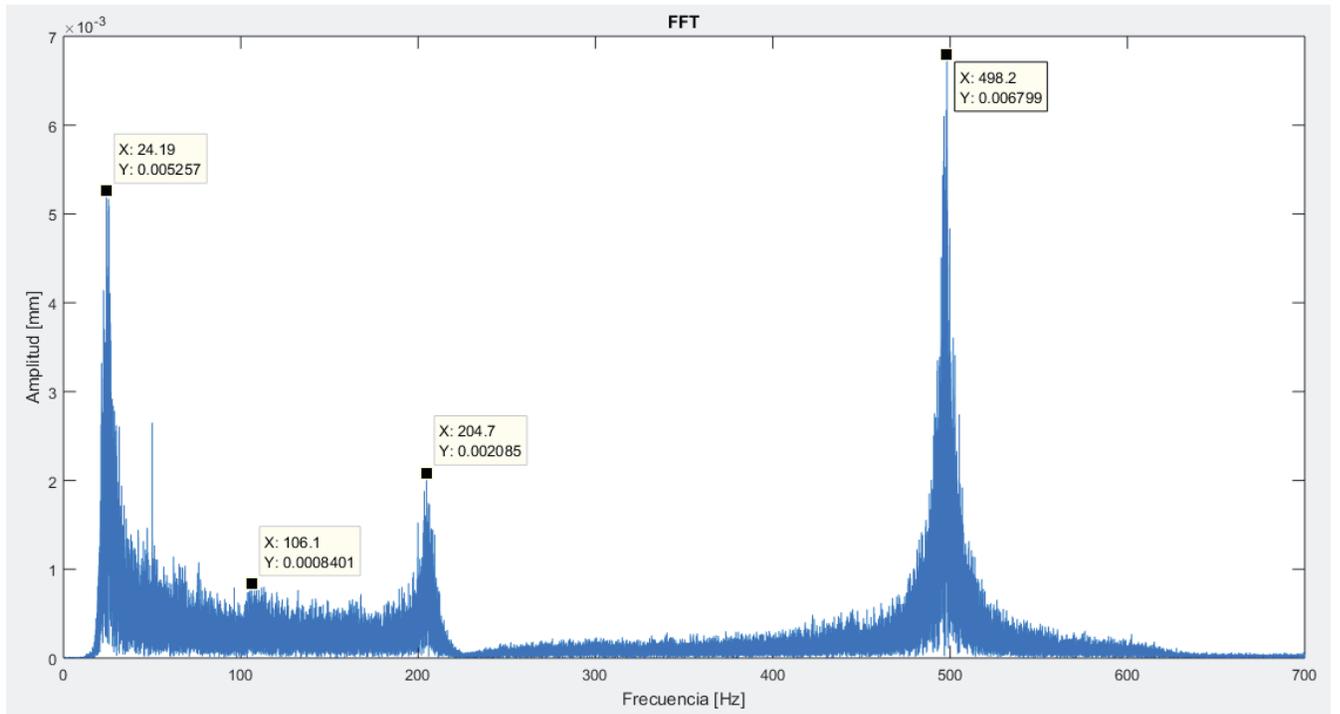


Figura 113: FFT señal de desplazamiento, test 2 OMA.

En la figura 114, se muestra la PSD de la señal de aceleración del sensor 2, test 2 OMA:

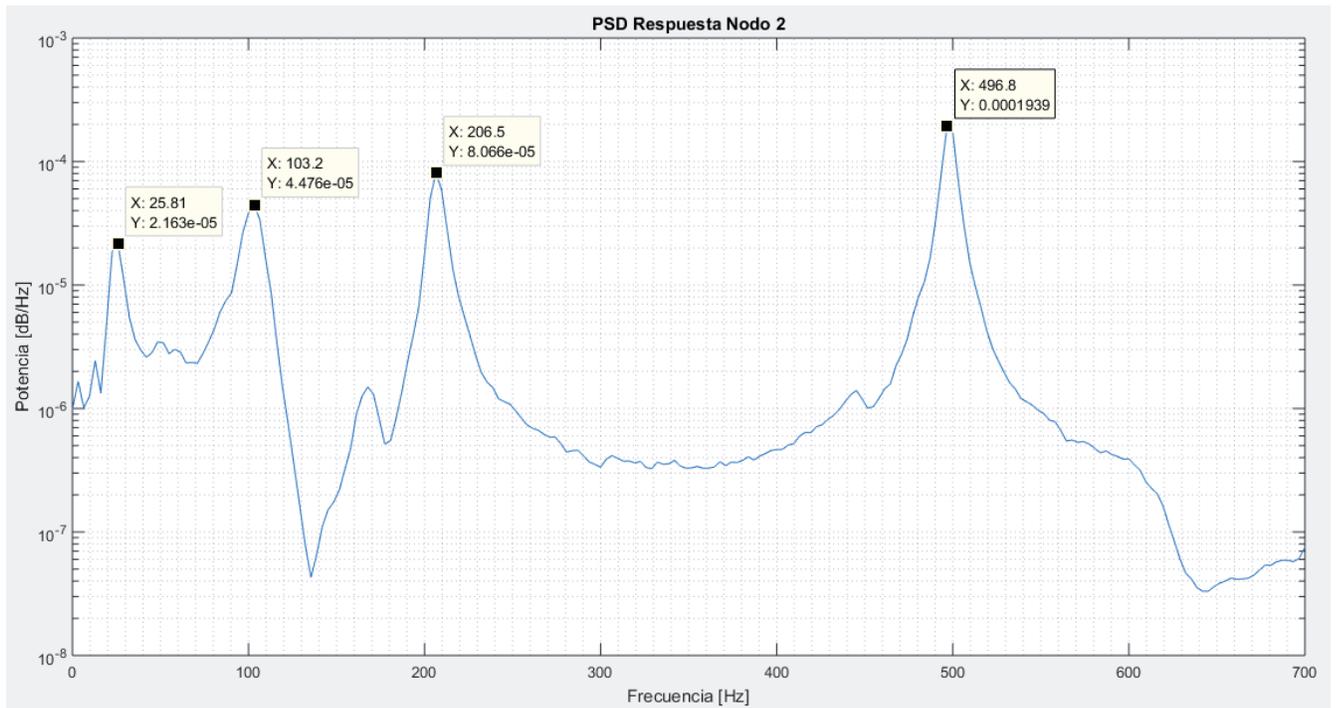


Figura 114: PSD, nodo 2, test 2 OMA.

En la tabla 52, se muestran los resultados de frecuencias naturales, mediante la técnica de Ibrahim, FFT y PSD, test 2 OMA:

Frecuencias Test 2 OMA			
N°	1	2	3
ITD [Hz]	25,96	107,3	207,58
FFT [Hz]	24,19	106,1	204,7
PSD [Hz]	25,81	103,2	206,5

Tabla 52: Resultados en frecuencia, test 2, OMA.

3) Excitación tipo Square.

En esta prueba, se somete a la viga a una señal tipo square, sin ruido blanco.



Figura 115: Parámetros Function Generator, test 3 OMA.

En la tabla 53, se muestran los resultados de los parámetros modales, mediante la técnica de Ibrahim, test 3 OMA:

Parámetros modales según ITD, test 3 OMA.		
N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]	Frecuencia Natural [Hz]
1	0,16062	24,12
2	14,563	109,1
3	39,352	203,67

Tabla 53: Resultados ITD, test 3 OMA.

En la figura 116, se muestra la FFT de la señal de desplazamiento del sensor 1, test 3 OMA:

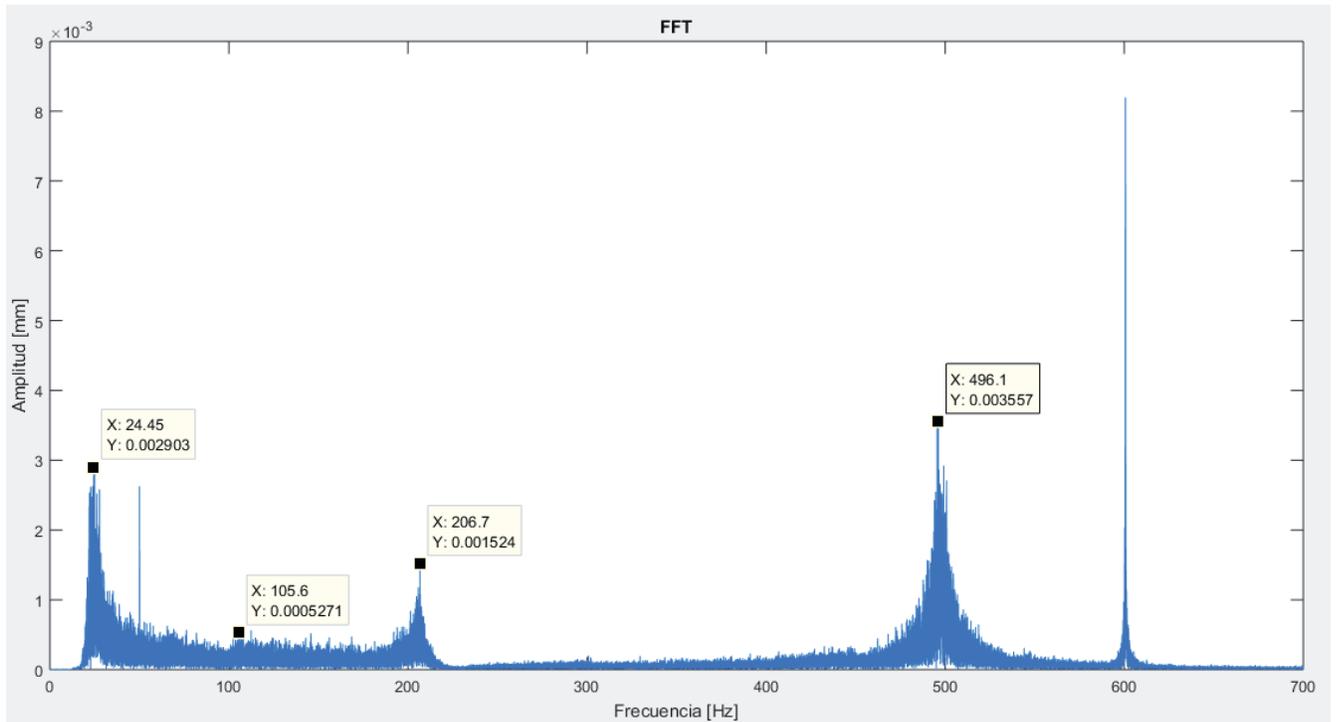


Figura 116: FFT señal de desplazamiento, test 3 OMA.

En la figura 117, se muestra la PSD de la señal de aceleración del sensor 2, test 3 OMA:

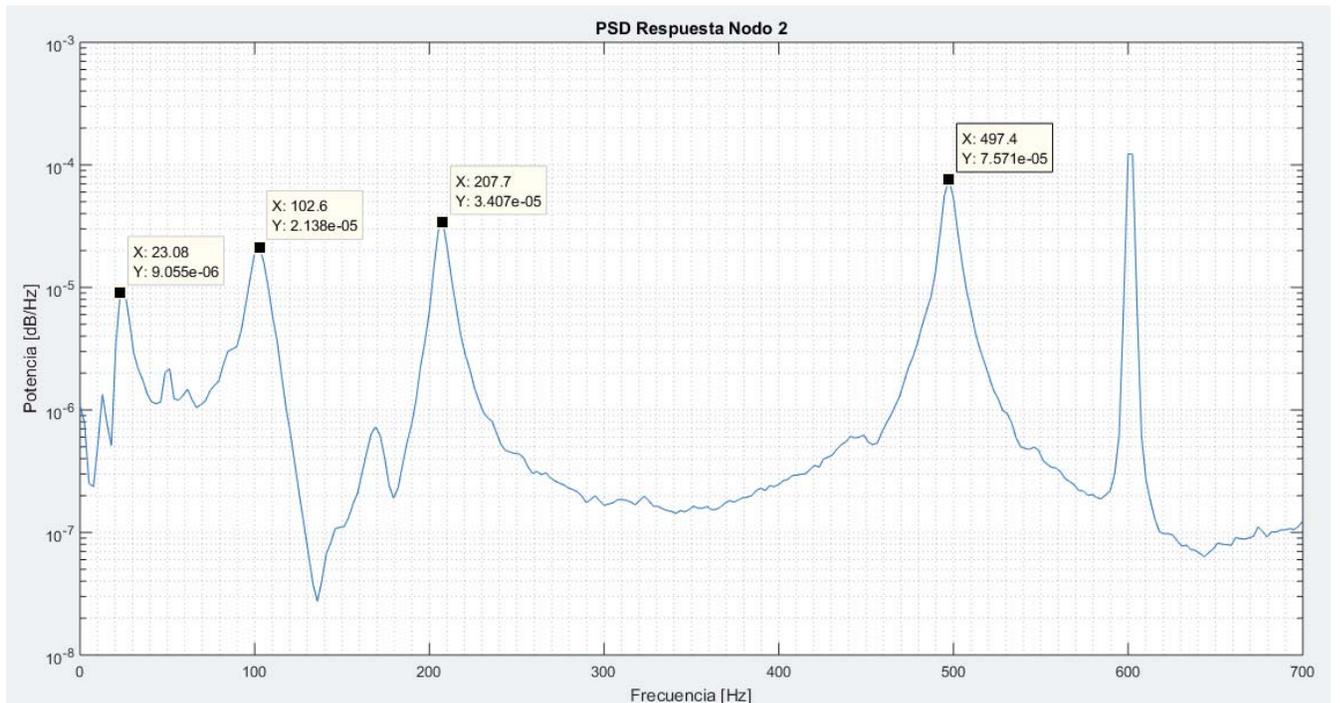


Figura 117: PSD, nodo 2, test 3 OMA.

En la tabla 54, se muestran los resultados de frecuencias naturales, mediante la técnica de Ibrahim, FFT y PSD, test 3 OMA:

Frecuencias Test 3 OMA			
N°	1	2	3
ITD [Hz]	24,12	109,1	203,67
FFT [Hz]	24,45	105,6	206,7
PSD [Hz]	23,08	102,6	207,7

Tabla 54: Resultados en frecuencia, test 3, OMA.

En la tabla 55, se presenta una comparativa entre las tres pruebas OMA realizadas, y la prueba EMA que se discutió en la sección (4.3):

Tabla Comparativa de Frecuencias Naturales OMA v/s EMA.			
Prueba	1 [Hz]	2 [Hz]	3 [Hz]
ITD Test 1 OMA	24,64	105,68	207,52
ITD Test 2 OMA	25,96	107,3	207,58
ITD Test 3 OMA	24,12	109,1	203,67
EMA	23,18	101,4	208,6

Tabla 55: Tabla comparativa de resultados, OMA v/s EMA.

Análisis y comentarios:

Como se observa, los resultados de las pruebas experimentales OMA concuerdan bastante bien con lo expuesto en las pruebas EMA y mediante MEF, las diferencias son mínimas, es decir, la técnica de Ibrahim en dominio tiempo, aplicada en un ensayo OMA, sirve como método válido a la hora de obtener frecuencias naturales de un sistema en estudio.

Por otro lado, los resultados de la FFT y la PSD refuerzan los resultados obtenidos por ITD, y muestran prácticamente los mismos valores.

En la prueba 1, cuando la excitación es puramente ruido blanco (100 [%] de amplitud), las frecuencias naturales son las más cercanas a las pruebas EMA y MEF, ya que, se logra excitar todo el rango de frecuencias de interés, además de contar con la máxima amplitud permitida por el shaker, por ende, la máxima amplitud vibratoria en la viga.

En la prueba 2, la excitación sigue siendo ruido blanco (85 [%] de amplitud), es decir, una menor amplitud que la prueba 1, los resultados son bastante cercanos, las frecuencias tienden a aumentar un poco su valor, en comparación a la prueba anterior.

Y en la prueba 3, la excitación es una función tipo “square”, para tener otro tipo de excitación que se pudiera tener en la industria, por ejemplo, la distribución de energía eléctrica se realiza en corriente alterna, siendo las tensiones ondas senoidales trifásicas, es decir, sin armónicos. Sin embargo, ciertas condiciones de operación y/o carga, pueden provocar una distorsión armónica en las tensiones, que pueden producir ondas cuadradas, perturbando a los sistemas. Los resultados son los más disimiles en comparación a las otras dos pruebas, aun así, no hay diferencias de más de 10 [Hz].

Se recuerda que para las pruebas simuladas con este tipo de función (sección 3.2, pruebas número 6), el parámetro relevante, es el duty cycle, o la separación entre un pulso y otro, y la técnica se hace muy sensible a un cambio en dicho valor.

Al igual que para EMA, se observa una frecuencia a 100 [Hz] que los modelos mediante MEF no predicen, también se recuerda que para la tercera frecuencia natural de la viga (589 [Hz] aproximadamente) los resultados no son robustos, puesto que en EMA las coherencia cae abruptamente, entonces se decide comparar hasta la frecuencia de 209 [Hz] aproximadamente, ya que, hasta este valor la coherencia se mantiene cercana a uno, por tanto, todos los análisis OMA consideran la primera y segunda frecuencia natural de la viga, y la frecuencia de 100 [Hz] del sistema completo para realizar las comparaciones.

4.4.3.- Viga con Daño, OMA.

A continuación, se presentan las pruebas experimentales para el análisis modal operacional a la viga en estudio cuando se observa algún tipo de falla.

Se presentan dos casos de estudio, uno cuando la viga presenta grietas en su geometría, y otro cuando la viga se ha desgastado en su superficie.

1) Viga con grieta:

Para esta simulación de falla, se presentan tres condiciones distintas del avance de la grieta, la primera, cuando la grieta es incipiente y recién ha comenzado con el avance (ver figura 118), una segunda condición, con la grieta avanzada (ver figura 119), y una tercera condición, con la grieta mucho más extensa a lo alto de la viga (ver figura 120).

La idea es simular la aparición de una grieta, y mostrar su avance, para posteriormente aplicar OMA y ver cómo cambian las frecuencias naturales de la viga, dicha grieta se encuentra cercana a la zona de empotramiento, donde los esfuerzos son mayores, haciendo que sea un lugar muy común en la práctica donde aparezca una falla como esta.

El ancho de la grieta corresponde a la dada por un disco de corte, de espesor: 1,5 [mm].

En la figura 118, se muestra la viga con grieta incipiente:

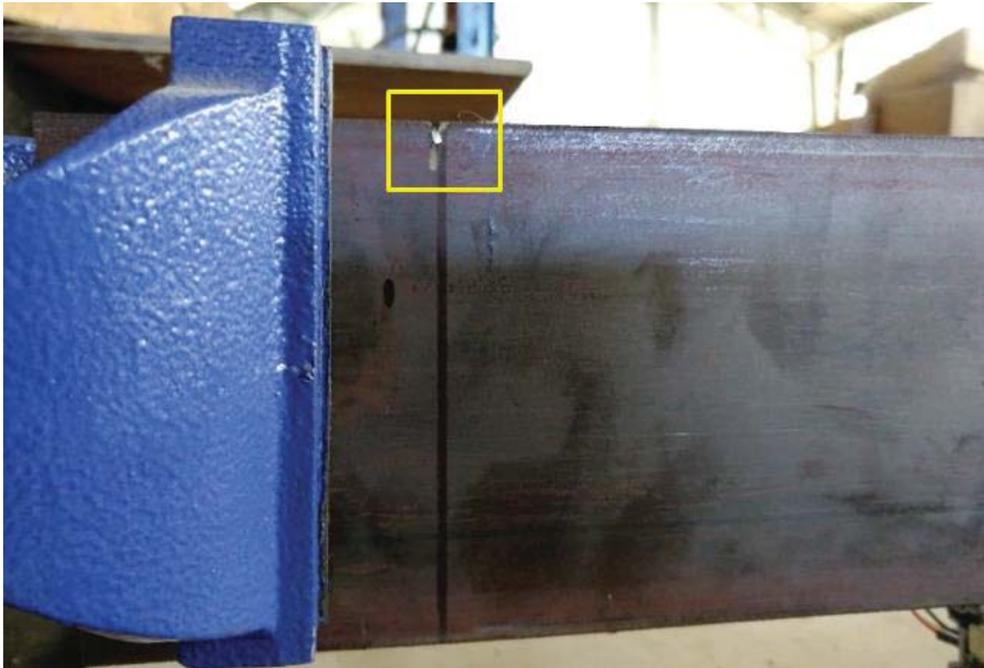


Figura 118: Viga con grieta incipiente, 2 [mm] de profundidad.

En la figura 119, se muestra la viga con grieta avanzada:

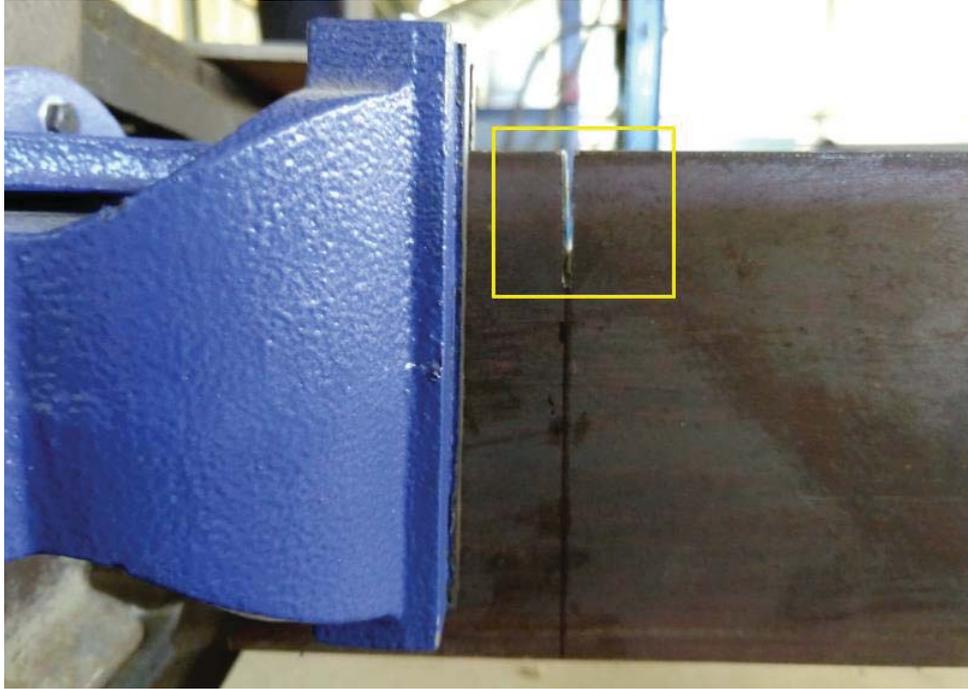


Figura 119: Viga con grieta avanzada, 17 [mm] de profundidad.

En la figura 120, se muestra la viga con grieta extensa:

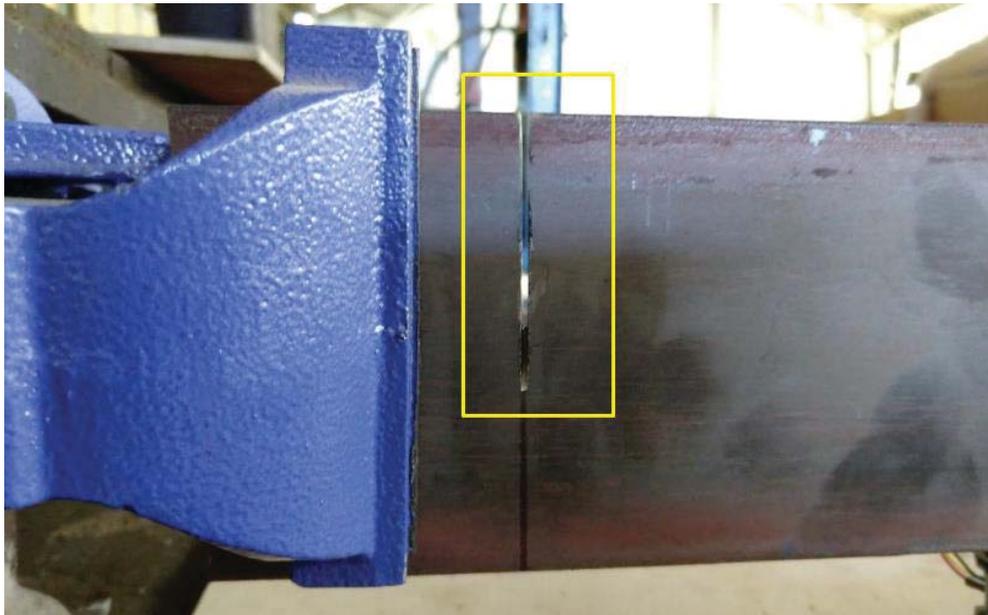


Figura 120: Viga con grieta extensa, 46 [mm] de profundidad.

Para las tres pruebas que se muestran a continuación, con la viga agrietada, hay parámetros constantes en las muestras:

- Frecuencia de muestreo (f_s): 3.500 [Hz]
- Frecuencia corte para filtro: 20 [Hz]
- Excitación: Tipo ruido blanco, 100 [%] de amplitud.

1.1) Prueba Viga con grieta incipiente:

En la tabla 53, se muestran los resultados de los parámetros modales, mediante la técnica de Ibrahim, test 1.1 OMA:

Parámetros modales según ITD, test 1.1 OMA.		
Nº de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]	Frecuencia Natural [Hz]
1	4,3758	25,49
2	18,198	102,63
3	3,8878	206,83

Tabla 56: Resultados ITD, test 1.1 OMA.

En la figura 121, se muestra la FFT de la señal de desplazamiento del sensor 1, test 1.1 OMA:

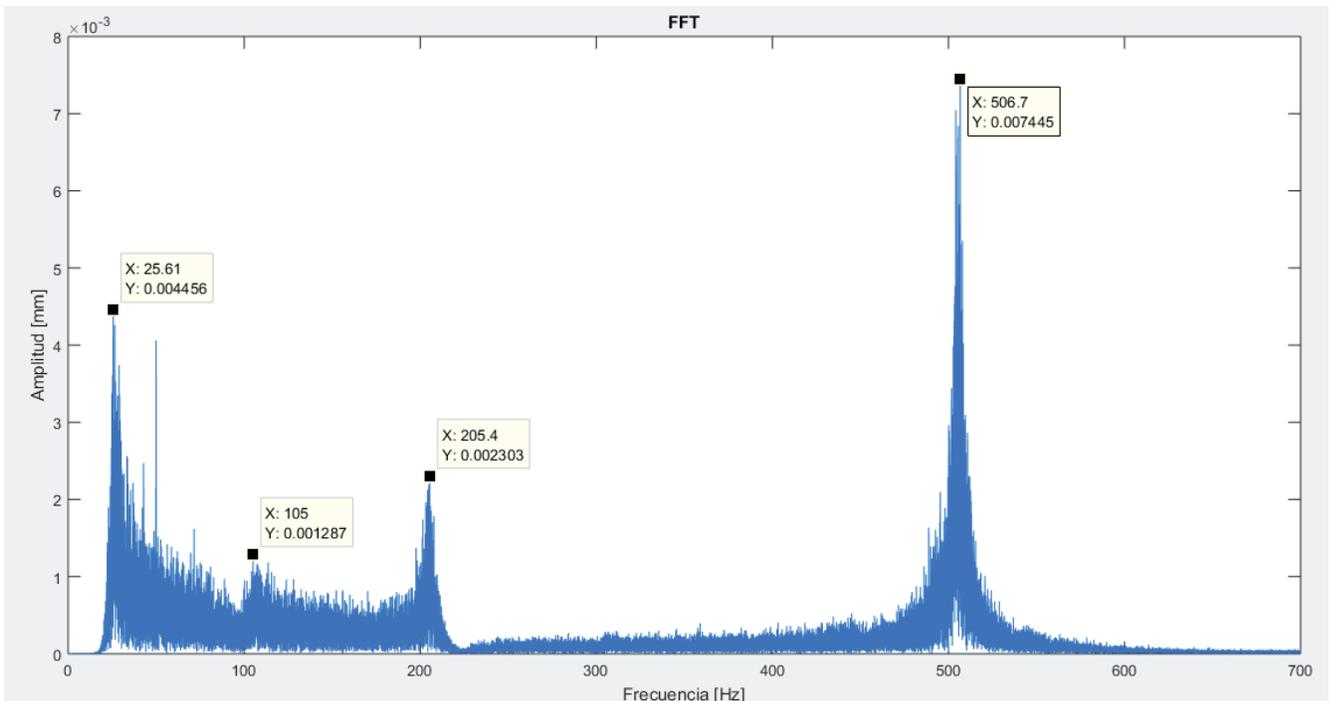


Figura 121: FFT señal de desplazamiento, test 1.1 OMA.

En la figura 122, se muestra la PSD de la señal de aceleración del sensor 2, test 1.1 OMA:

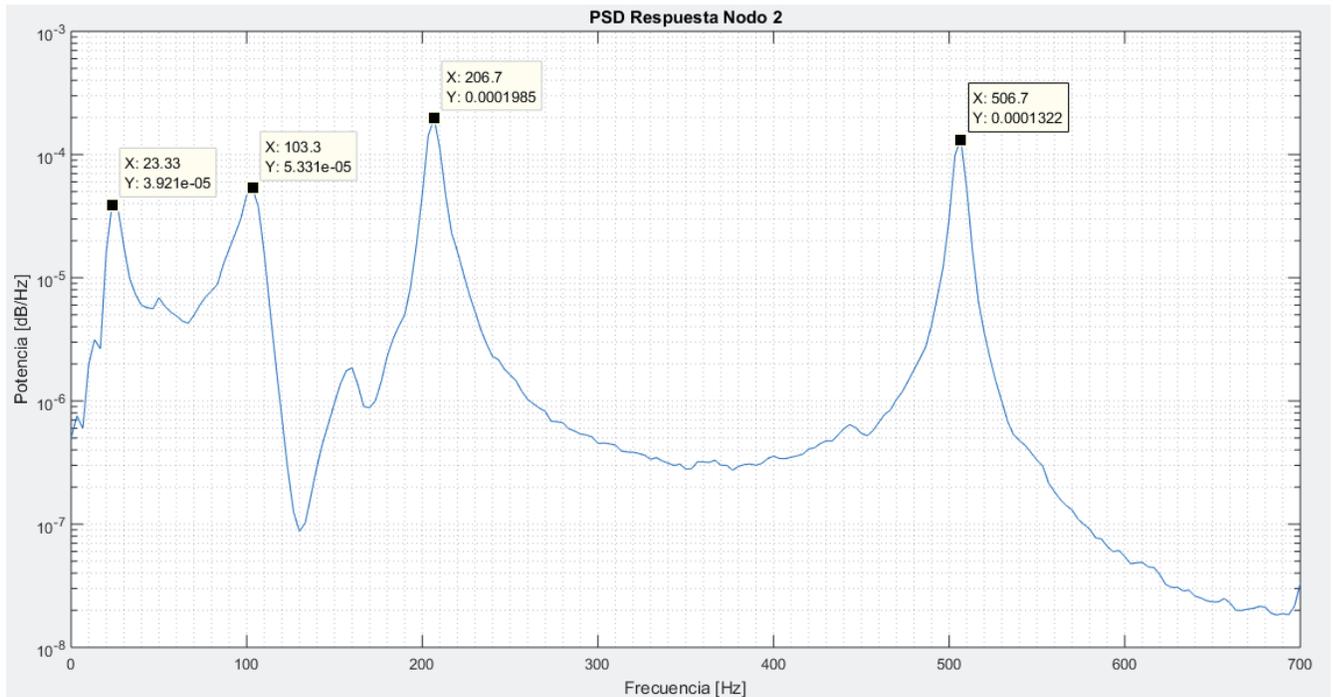


Figura 122: PSD, nodo 2, test 1.1 OMA.

En la tabla 57, se muestran los resultados de frecuencias naturales, mediante la técnica de Ibrahim, FFT y PSD, test 1.1 OMA:

Frecuencias Test 1.1 OMA			
Nº	1	2	3
ITD [Hz]	25,49	102,63	206,83
FFT [Hz]	25,61	105	205,4
PSD [Hz]	23,33	103,3	206,7

Tabla 57: Resultados en frecuencia, test 1.1, OMA.

1.2) Prueba Viga con grieta avanzada:

En la tabla 58, se muestran los resultados de los parámetros modales, mediante la técnica de Ibrahim, test 1.2 OMA:

Parámetros modales según ITD, test 1.2 OMA.		
Nº de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]	Frecuencia Natural [Hz]
1	18,281	27,77
2	11,747	104,06
3	3,4576	211,88

Tabla 58: Resultados ITD, test 1.2 OMA.

En la figura 123, se muestra la FFT de la señal de desplazamiento del sensor 1, test 1.2 OMA:

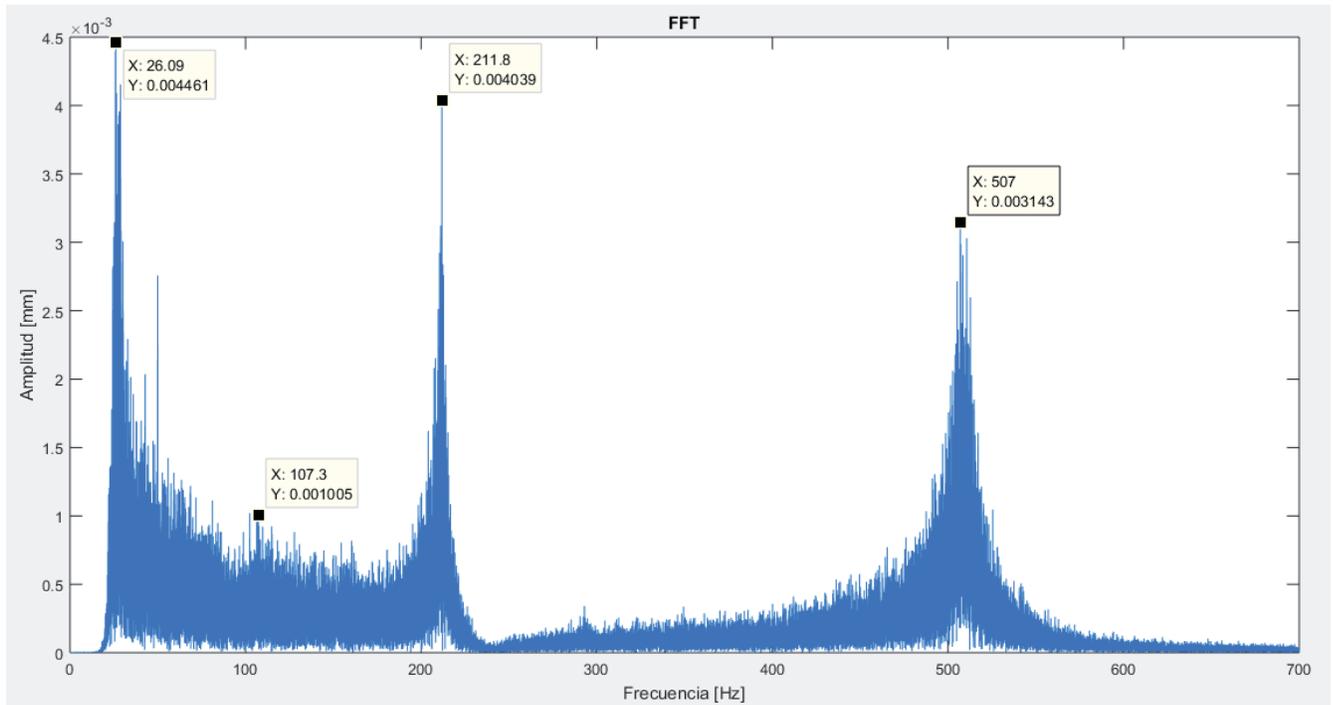


Figura 123: FFT señal de desplazamiento, test 1.2 OMA.

En la figura 124, se muestra la PSD de la señal de aceleración del sensor 2, test 1.2 OMA:

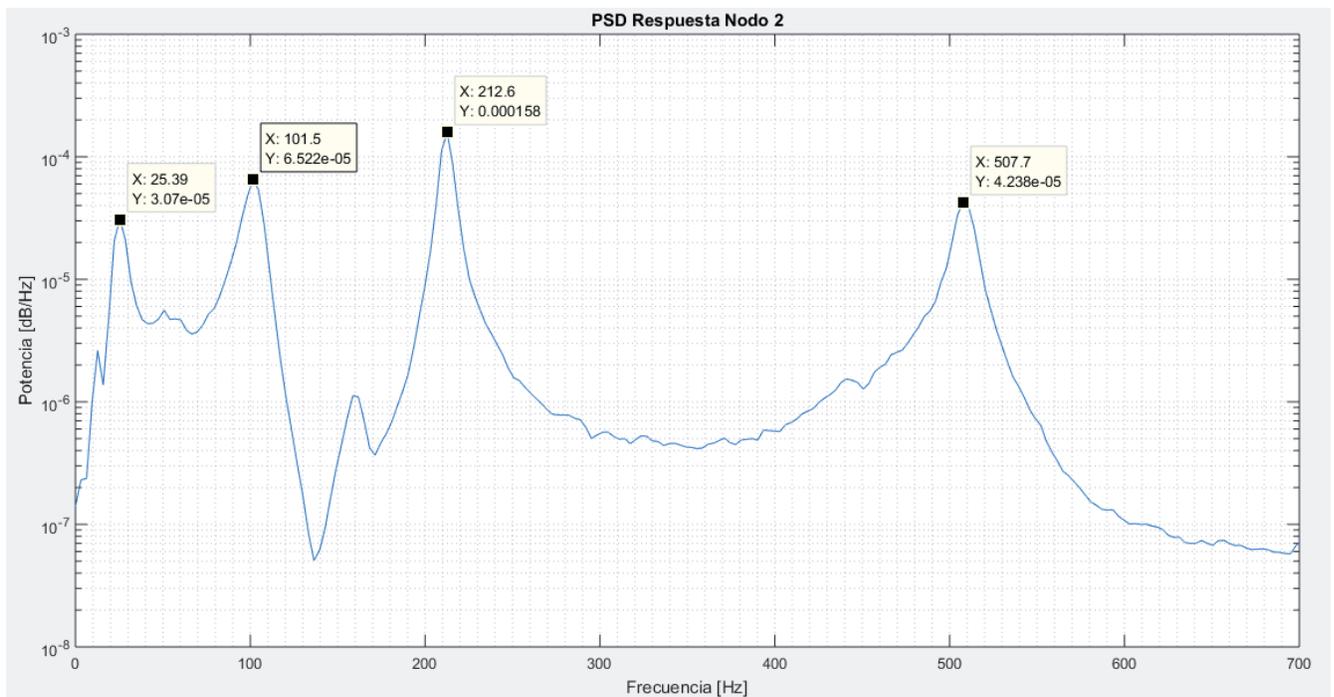


Figura 124: PSD, nodo 2, test 1.2 OMA.

En la tabla 59, se muestran los resultados de frecuencias naturales, mediante la técnica de Ibrahim, FFT y PSD, test 1.2 OMA:

Frecuencias Test 1.2 OMA			
N°	1	2	3
ITD [Hz]	27,77	104,06	211,88
FFT [Hz]	26,09	107,3	211,8
PSD [Hz]	25,39	101,5	212,6

Tabla 59: Resultados en frecuencia, test 1.2, OMA.

1.3) Prueba Viga con grieta extensa:

En la tabla 60, se muestran los resultados de los parámetros modales, mediante la técnica de Ibrahim, test 1.3 OMA:

Parámetros modales según ITD, test 1.3 OMA.		
N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]	Frecuencia Natural [Hz]
1	0,2205	21,35
2	17,841	97,05
3	7,7579	198,17

Tabla 60: Resultados ITD, test 1.3 OMA.

En la figura 125, se muestra la FFT de la señal de desplazamiento del sensor 1, test 1.3 OMA:

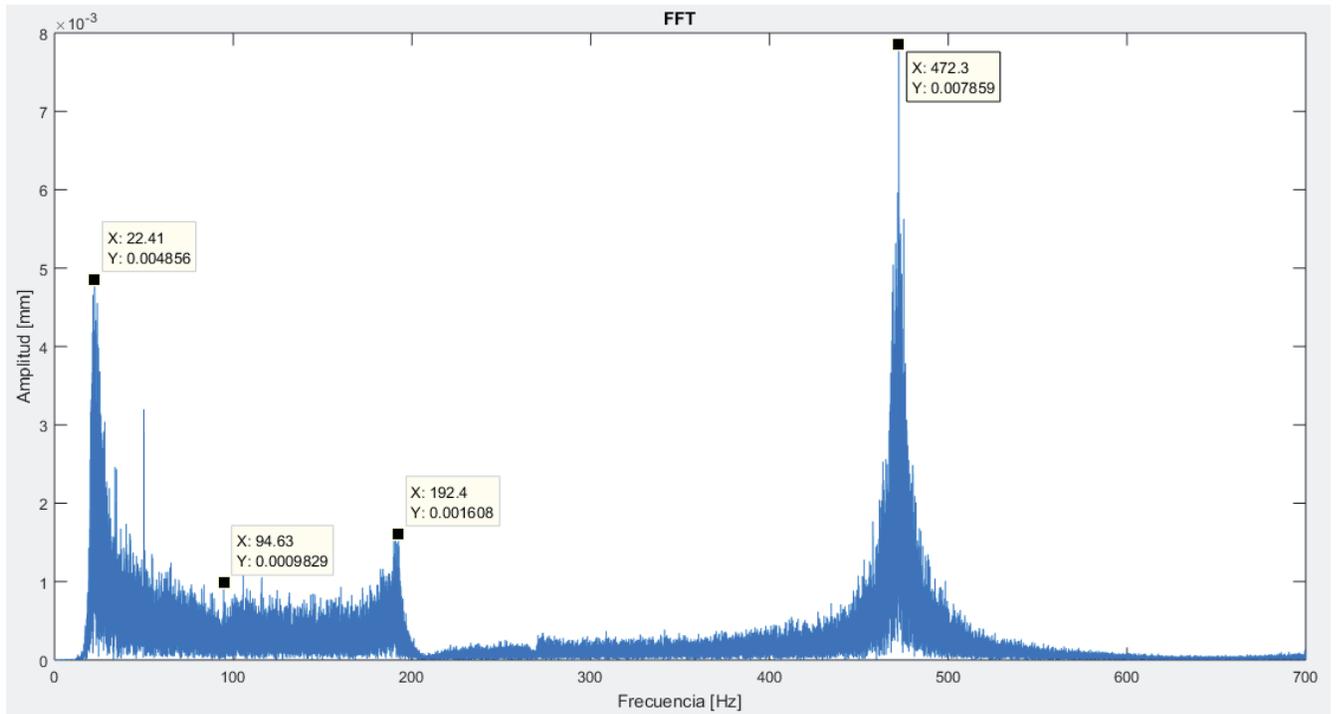


Figura 125: FFT señal de desplazamiento, test 1.3 OMA.

En la figura 126, se muestra la PSD de la señal de aceleración del sensor 2, test 1.3 OMA:

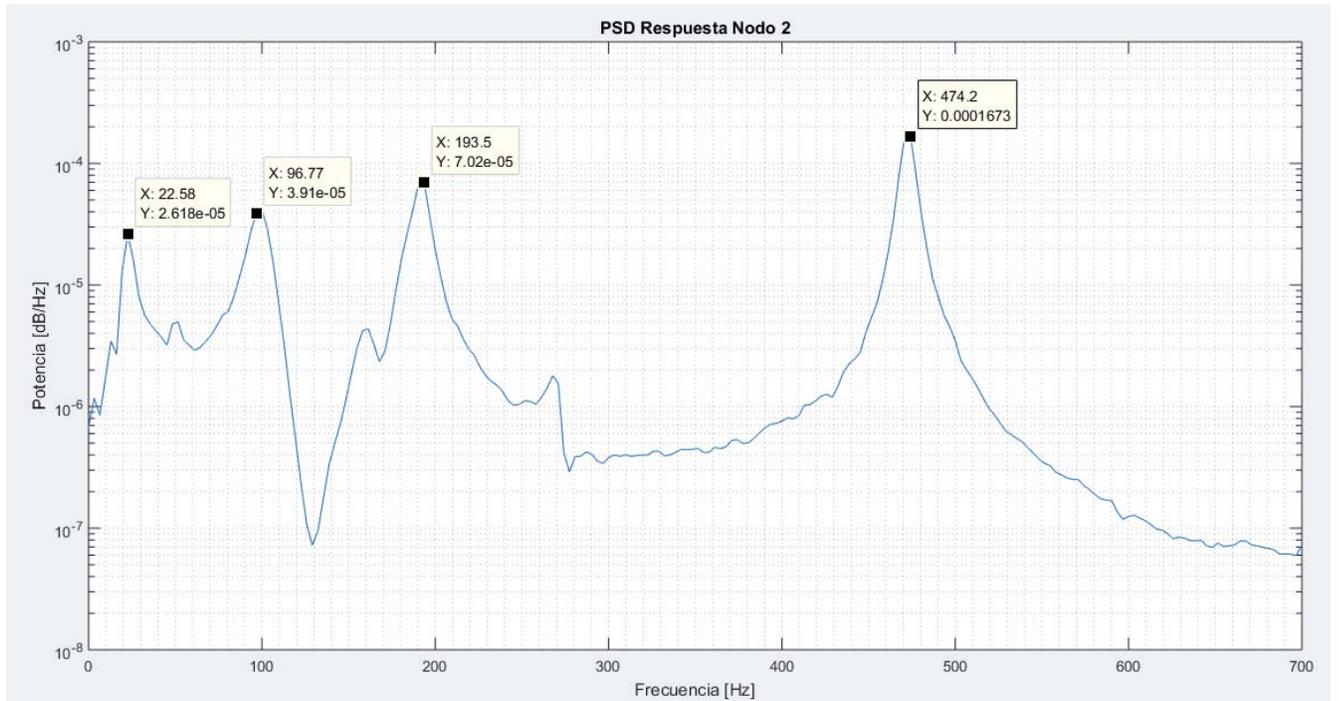


Figura 126: PSD, nodo 2, test 1.3 OMA.

En la tabla 61, se muestran los resultados de frecuencias naturales, mediante la técnica de Ibrahim, FFT y PSD, test 1.3 OMA:

Frecuencias Test 1.3 OMA			
N°	1	2	3
ITD [Hz]	21,35	97,05	198,17
FFT [Hz]	22,41	94,63	192,4
PSD [Hz]	22,58	96,77	193,5

Tabla 61: Resultados en frecuencia, test 1.3, OMA.

Análisis y comentarios:

Antes de comenzar a discutir los resultados, se muestra una tabla comparativa de las frecuencias naturales, entre la viga sana, y con los daños de esta prueba.

Comparación Frecuencias OMA			
N°	1	2	3
ITD sin daño [Hz]	24,64	105,68	207,52
ITD test 1.1 [Hz]	25,49	102,63	206,83
ITD test 1.2 [Hz]	27,77	104,06	211,88
ITD test 1.3 [Hz]	21,35	97,05	198,17

Tabla 62: Comparación viga sin daño v/s viga con grieta.

Como era de esperar, al cambiar las propiedades del sistema (rigidez y masa), es lógico que las frecuencias naturales también lo hagan, se debe notar que, al hacer una grieta, la viga queda menos rígida, y más liviana, puesto que existe pérdida de material.

En el test 1.1 OMA, se advierten casi las mismas frecuencias que cuando la viga no tiene la falla, se recuerda que la grieta es de 2 [mm] de profundidad, y dependerá del modo de vibrar si dicha grieta tendrá una influencia marcada en los resultados de frecuencia natural, aun así, con respecto a la viga sana, se percibe un leve descenso en las frecuencias naturales más altas, esto es, en la segunda y tercera.

En el test 1.2 OMA, ocurre que la primera y tercera frecuencia natural, tienen un ascenso con respecto a la viga sana, esto se puede deber a la forma de vibrar de la viga, puesto que quizá el punto exacto donde está la grieta, en algunos modos casi no se mueve, y, por el contrario, en otros, exhiba una gran respuesta vibratoria.

En el test 1.3 OMA, se percibe que las tres frecuencias naturales disminuyen con respecto a la viga sana, en esta prueba, la grieta es de profundidad considerable (casi la mitad del alto de la viga), haciendo a la viga menos rígida, y con menos masa, en las frecuencias más altas, se observan diferencias alrededor de 10 [Hz]. El modo de vibrar correspondiente a cada frecuencia natural es el responsable de las variaciones numéricas de las distintas frecuencias naturales, según la profundidad de la grieta el modo de vibrar de la viga cambia.

2) Viga con desgaste:

Para esta simulación de falla, se considera un desgaste en el espesor de la viga, pero no parejo a lo largo de la geometría, se distinguen tres zonas, como lo muestra la figura 127:



Figura 127: Zonas de desgaste en la viga.

Se recuerda que la viga originalmente tiene espesor 10 [mm], y un largo total de 500 [mm].

En la tabla 63, se muestra el detalle de cada zona trabajada:

Parámetros zonas de desgaste en la viga			
Zona	1	2	3
Largo [mm]	80	150	100
Espesor [mm]	8	4	5,5

Tabla 63: Parámetros de desgaste en la viga.

En la figura 128, se muestra la viga con desgaste instalada en el banco de pruebas:

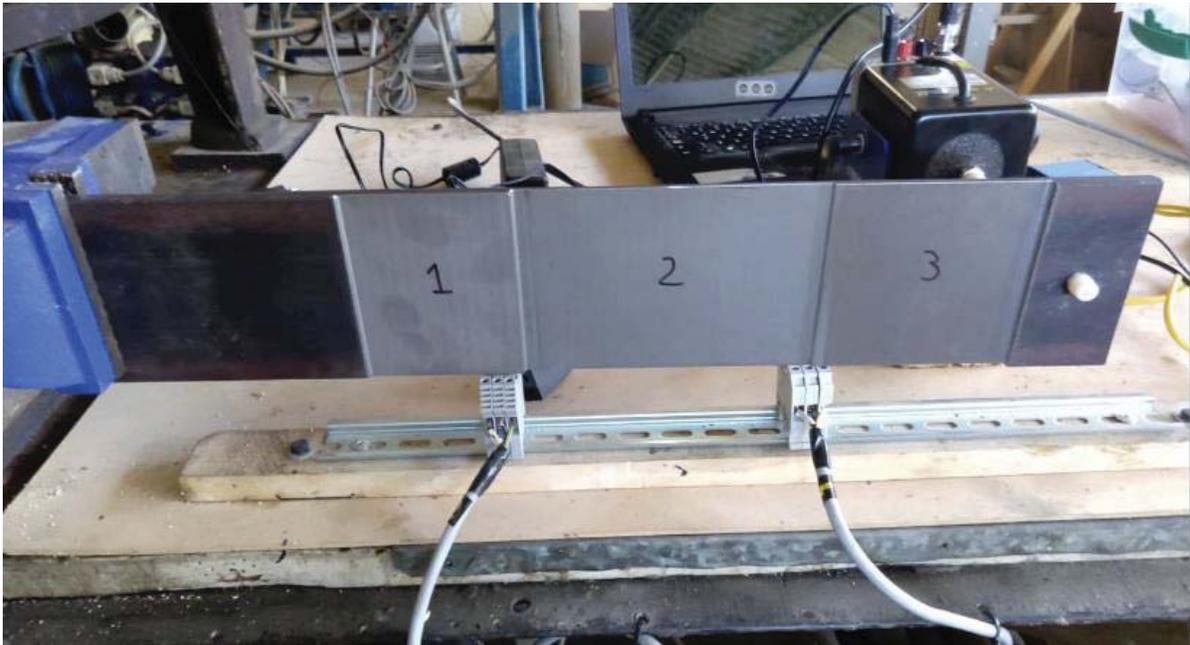


Figura 128: Viga con desgaste, montada en el banco de pruebas.

La idea es simular la condición de desgaste, normalmente en una pieza de la industria, por ejemplo, en un liner de un molino SAG (ver capítulo V), dicha condición no es homogénea en toda la geometría, y se muestra con mayor agresividad en la parte de contacto entre materiales propiamente tal, en el caso del liner, sería la zona exacta donde el material impacta con la pieza.

Posteriormente se aplica la técnica OMA mediante el algoritmo de Ibrahim, y el apoyo de la función PSD y FFT, y se debe analizar cómo cambian las frecuencias naturales de la viga, con respecto a la condición original sin falla.

Para las dos pruebas que se muestran a continuación, con la viga desgastada, hay parámetros constantes en las muestras:

- Frecuencia de muestreo (f_s): 3.500 [Hz]
- Frecuencia corte para filtro: 20 [Hz]

2.1) Excitación solo Ruido Blanco, 100 [%] Amplitud:

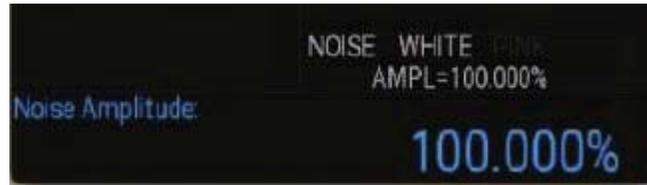


Figura 129: Parámetros Function Generator, test 2.1 OMA.

En la tabla 64, se muestran los resultados de los parámetros modales, mediante la técnica de Ibrahim, test 2.1 OMA:

Parámetros modales según ITD, test 2.1 OMA.		
Nº de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]	Frecuencia Natural [Hz]
1	0,32493	21,74
2	0,69973	73,58
3	43,143	144,15

Tabla 64: Resultados ITD, test 2.1 OMA.

En la figura 130, se muestra la FFT de la señal de desplazamiento del sensor 1, test 2.1 OMA:

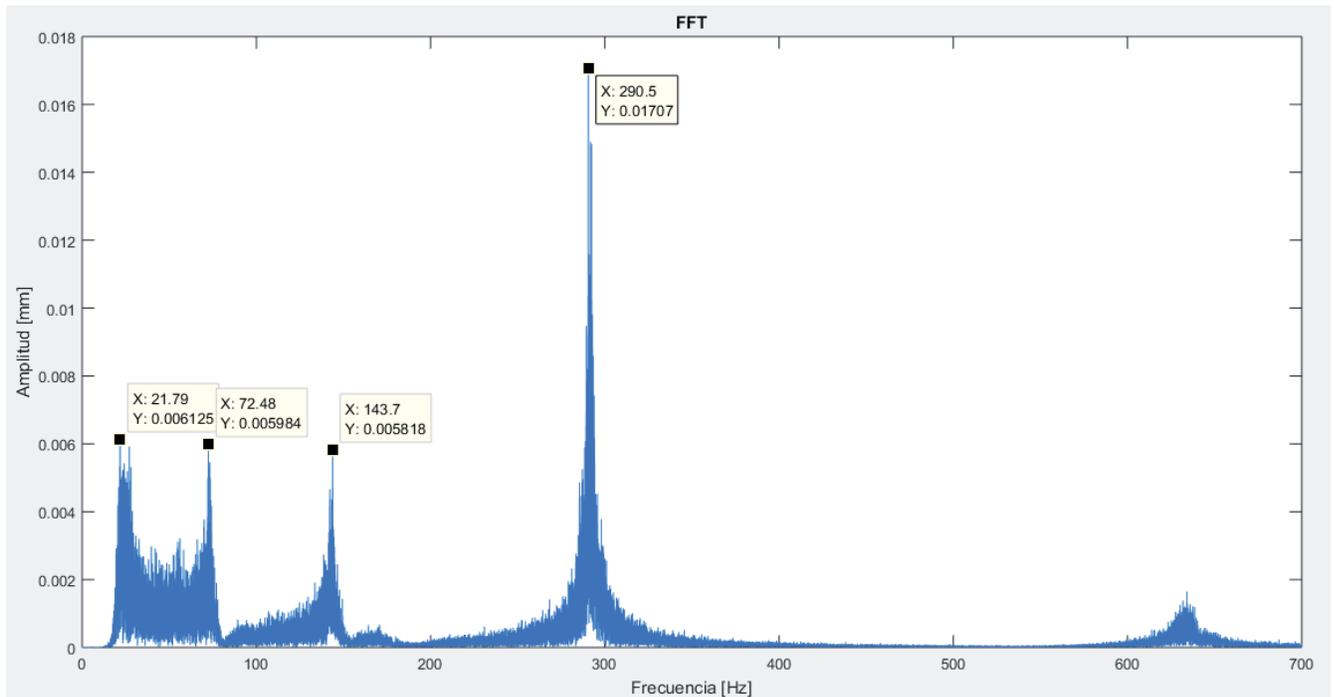


Figura 130: FFT señal de desplazamiento, test 2.1 OMA.

En la figura 131, se muestra la PSD de la señal de aceleración del sensor 2, test 2.1 OMA:

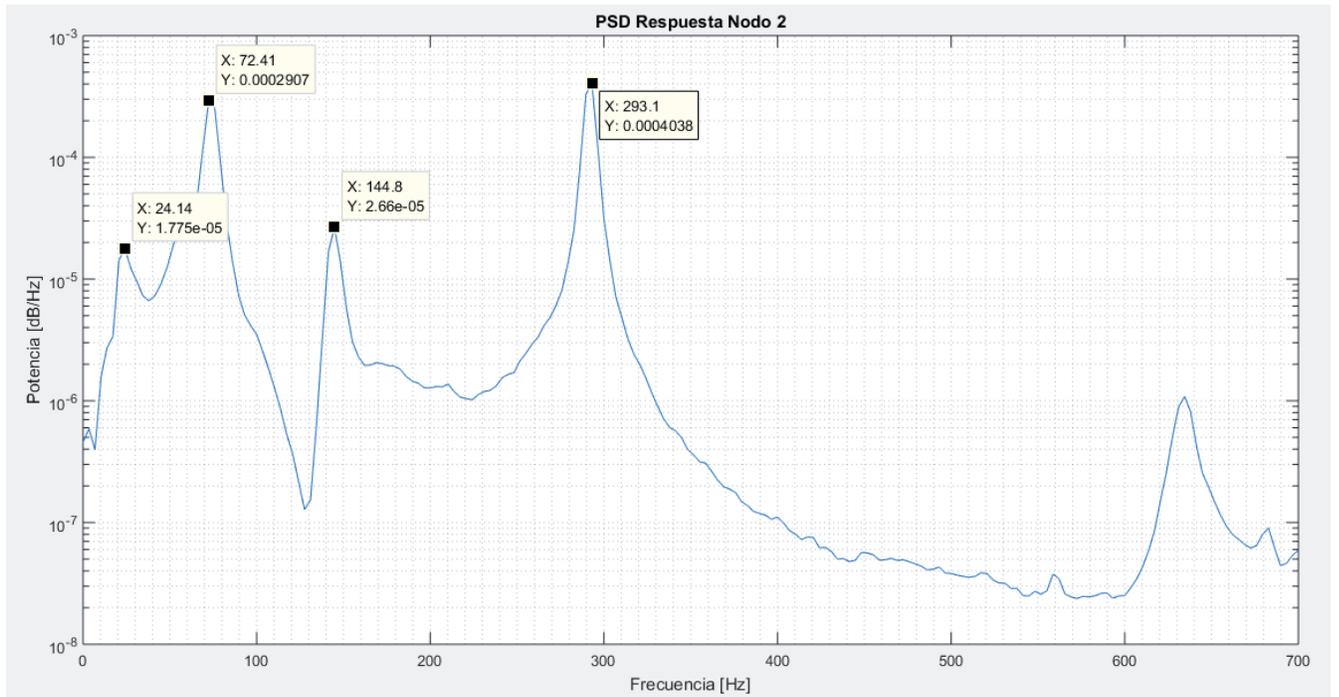


Figura 131: PSD, nodo 2, test 2.1 OMA.

En la tabla 65, se muestran los resultados de frecuencias naturales, mediante la técnica de Ibrahim, FFT y PSD, test 2.1 OMA:

Frecuencias Test 2.1 OMA			
N°	1	2	3
ITD [Hz]	21,74	73,58	144,15
FFT [Hz]	21,79	72,48	143,7
PSD [Hz]	24,14	72,41	144,8

Tabla 65: Resultados en frecuencia, test 2.1, OMA.

2.2) Excitación Ruido Blanco 85 [%] Amplitud.

En esta prueba, se somete a la viga a una excitación de ruido blanco, pero de menor amplitud que para la anterior prueba (2.1).

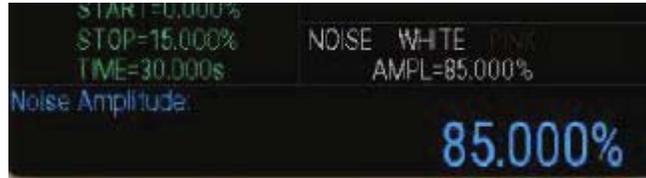


Figura 132: Parámetros Function Generator, test 2.2 OMA.

En la tabla 66, se muestran los resultados de los parámetros modales, mediante la técnica de Ibrahim, test 2.2 OMA:

Parámetros modales según ITD, test 2.2 OMA.		
Nº de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]	Frecuencia Natural [Hz]
1	6,0969	22,16
2	0,9398	71,56
3	0,29615	142,01

Tabla 66: Resultados ITD, test 2.2 OMA.

En la figura 133, se muestra la FFT de la señal de desplazamiento del sensor 1, test 2.2 OMA:

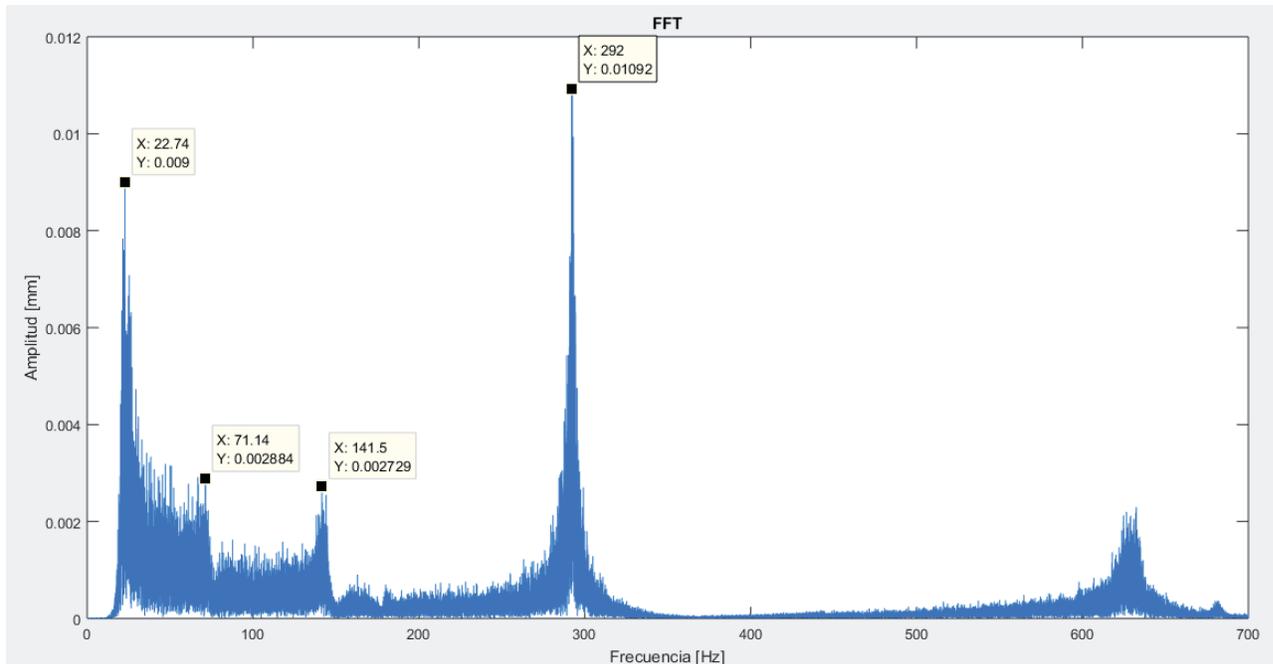


Figura 133: FFT señal de desplazamiento, test 2.2 OMA.

En la figura 134, se muestra la PSD de la señal de aceleración del sensor 2, test 2.2 OMA:

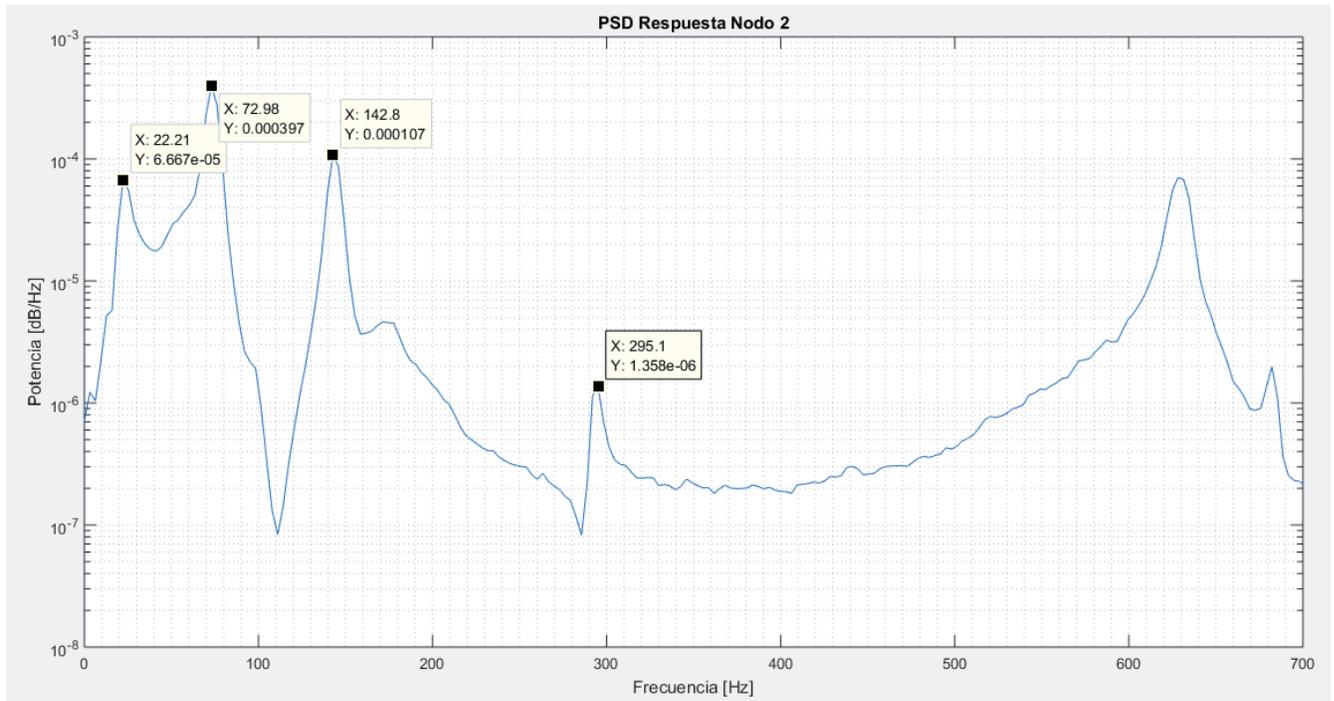


Figura 134: PSD, nodo 2, test 2.2 OMA.

En la tabla 67, se muestran los resultados de frecuencias naturales, mediante la técnica de Ibrahim, FFT y PSD, test 2.2 OMA:

Frecuencias Test 2.2 OMA			
N°	1	2	3
ITD [Hz]	22,16	71,56	142,01
FFT [Hz]	22,74	71,14	141,5
PSD [Hz]	22,21	72,98	142,8

Tabla 67: Resultados en frecuencia, test 2.2, OMA.

Análisis y comentarios:

Antes de comenzar a discutir los resultados, se muestra una tabla comparativa, entre la viga sana, y con los daños de esta prueba.

Comparación Frecuencias Viga Sana v/s Viga Desgastada			
N°	1	2	3
ITD sin daño [Hz]	24,64	105,68	207,52
ITD test 2.1 [Hz]	21,74	73,58	144,15
ITD test 2.2 [Hz]	22,16	71,56	142,01

Tabla 68: Comparación viga sin daño v/s viga con desgaste.

En esta prueba, la tendencia es similar entre los dos test realizados, es decir, las tres frecuencias naturales caen con respecto a la viga sin daño, notando eso sí, que son las frecuencias más altas, las que presentan un mayor descenso, con valores alrededor de un 30 [%] de disminución.

En la primera frecuencia natural, que, si bien es cierto, también disminuye, lo hace en una significativa menor proporción a las dos más altas (alrededor de un 12 [%]), es decir, en el modo más bajo de vibrar, el desgaste tiene menor influencia que para los modos superiores, puesto que en la zona donde está la grieta se observa poco movimiento oscilatorio, en comparación al resto de la viga.

Al tener un desgaste la viga, se rebaja el espesor, arrancando material, por tanto, la rigidez cae drásticamente, al igual que la masa.

4.4.4.- Resultados Teóricos por MEF, Pruebas OMA con fallas.

Luego de presentar los resultados experimentales de las pruebas con falla, se muestran los resultados teóricos obtenidos por el software comercial de elementos finitos *Ansys*, para poder contrastar y comparar los resultados.

Viga sin daño:

Lo primero que se muestra, son los resultados del análisis modal para la viga sin daño, solo para comprobar que el programa *Ansys* está bien configurado, ya que, estos resultados se habían mostrado antes en la sección 4.2.

Para esta prueba se considera un enmallado como el anteriormente mostrado en *MatLab*, en la sección 4.2.

En la figura 135, se presenta la viga sin daño modelada en *Ansys*:

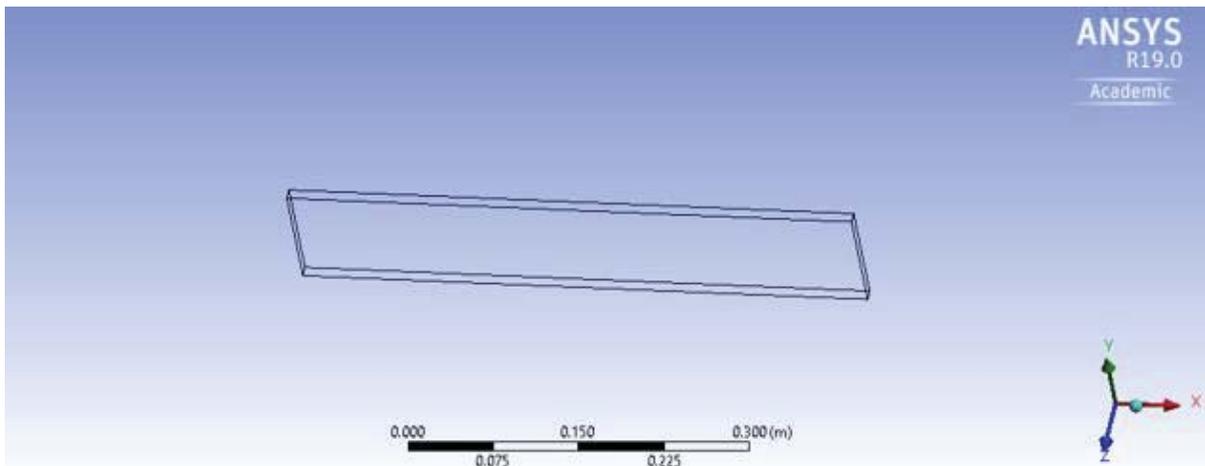


Figura 135: Modelo Ansys para la viga sin daño.

En la figura 136, se presenta el enmallado de la viga sin daño modelada en *Ansys*:

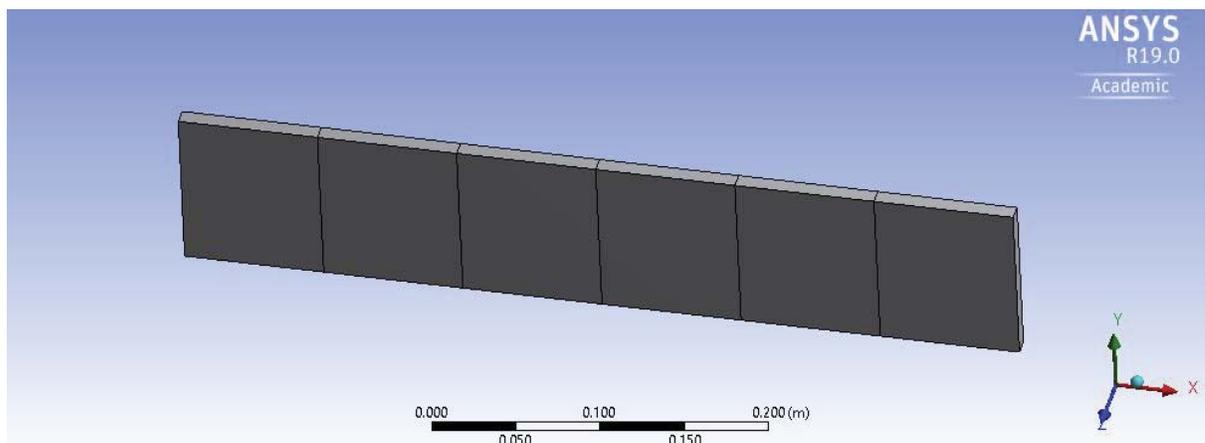


Figura 136: Enmallado, viga sin daño.

En la tabla 69, se muestran los resultados de las frecuencias naturales según *Ansys*, para la viga sin daño:

Index	Description	
1	Mode 1	Freq=33,169 [Hz]
2	Mode 2	Freq=207,57 [Hz]
3	Mode 3	Freq=586,43 [Hz]

Tabla 69: Resultados teóricos *Ansys*, para la viga sin daño.

Se advierten pequeñas diferencias (menores al 2 [%]), con respecto a lo calculado anteriormente, se deben principalmente al enmallado que se realiza, ya que no es del todo igual, y el tipo de elemento que usa *Ansys*, (tetraedro por defecto).

Ahora se presentan los resultados de frecuencias naturales para las configuraciones de la viga con fallas:

1) *Viga con grieta*

A continuación, se muestran los resultados del análisis modal realizado en *Ansys* para la viga con grieta, en sus tres configuraciones.

1.1) *Viga con grieta incipiente:*

En la figura 137, se presenta la viga con grieta incipiente modelada en *Ansys*:

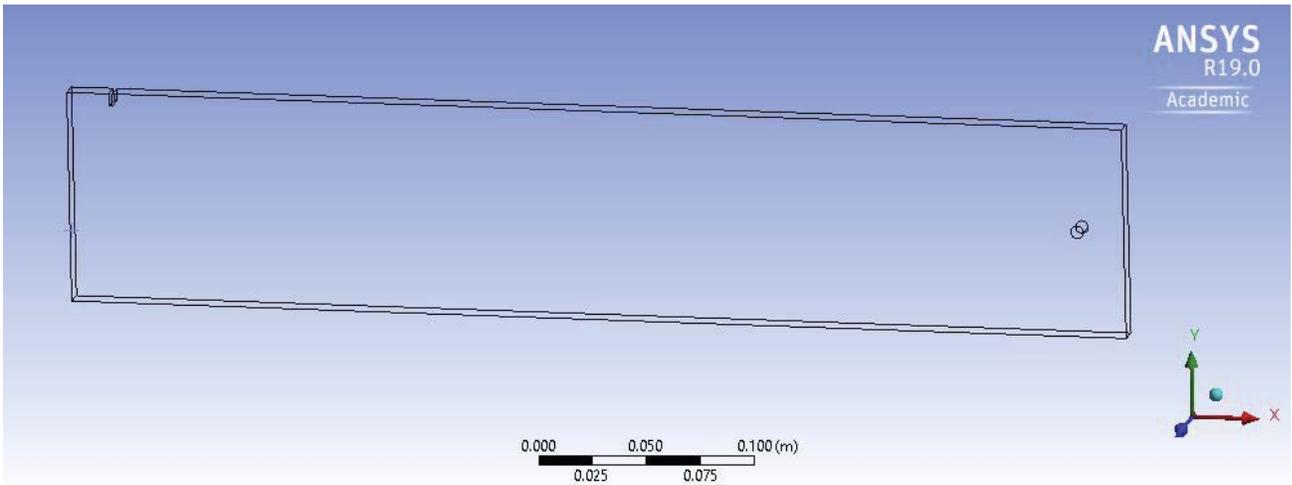


Figura 137: Modelo *Ansys* para la viga con grieta incipiente.

En la figura 138, se presenta el enmallado de la viga con grieta incipiente modelada en Ansys:

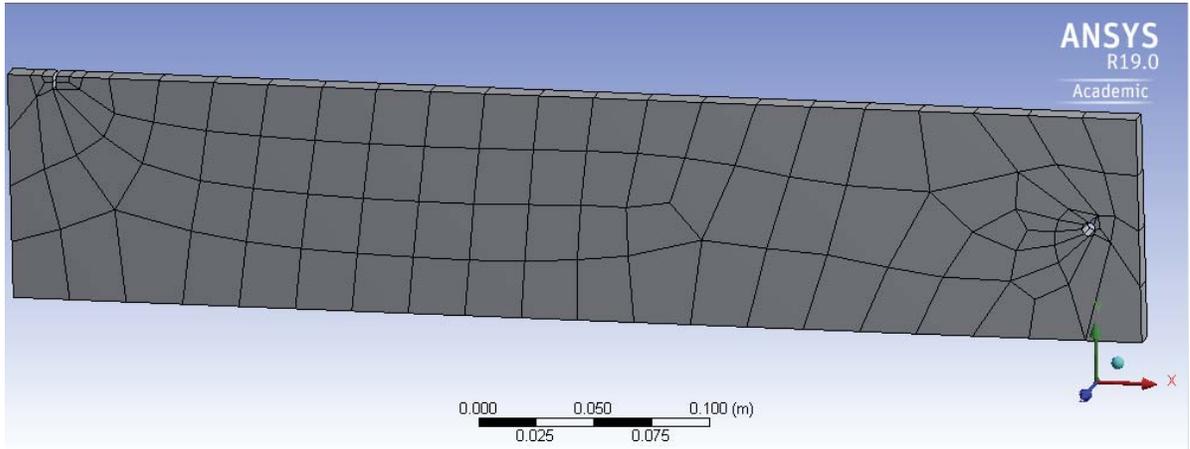


Figura 138: Enmallado, viga con grieta incipiente.

En la tabla 70, se muestran los resultados de las frecuencias naturales según Ansys, para la viga con grieta incipiente:

Index	Description	
1	Mode 1	Freq=32,834 [Hz]
2	Mode 2	Freq=205,35 [Hz]
3	Mode 3	Freq=574,79 [Hz]

Tabla 70: Resultados teóricos Ansys, para la viga con grieta incipiente.

1.2) Viga con grieta avanzada:

En la figura 139, se presenta la viga con grieta avanzada modelada en Ansys:

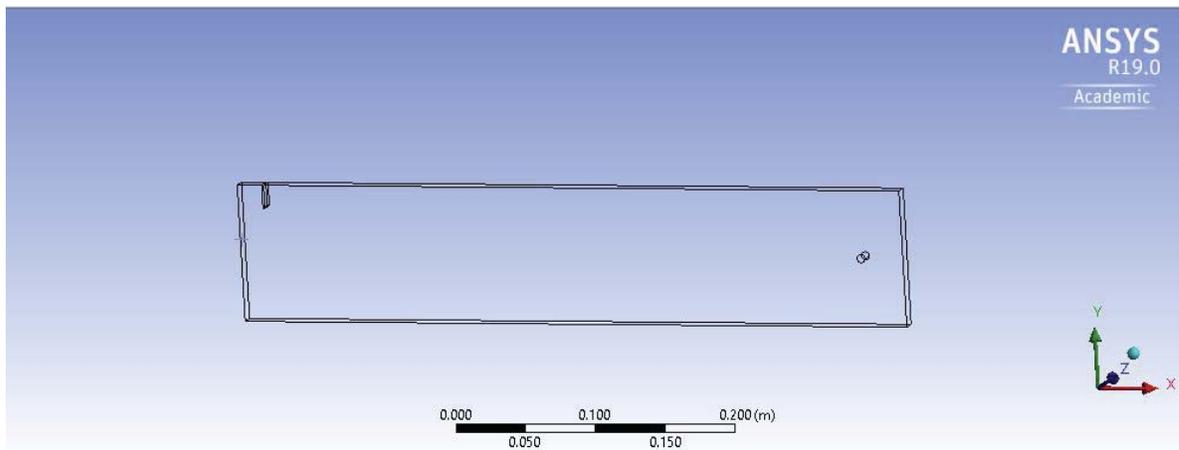


Figura 139: Modelo Ansys para la viga con grieta avanzada.

En la figura 140, se presenta el enmallado de la viga con grieta avanzada modelada en Ansys:

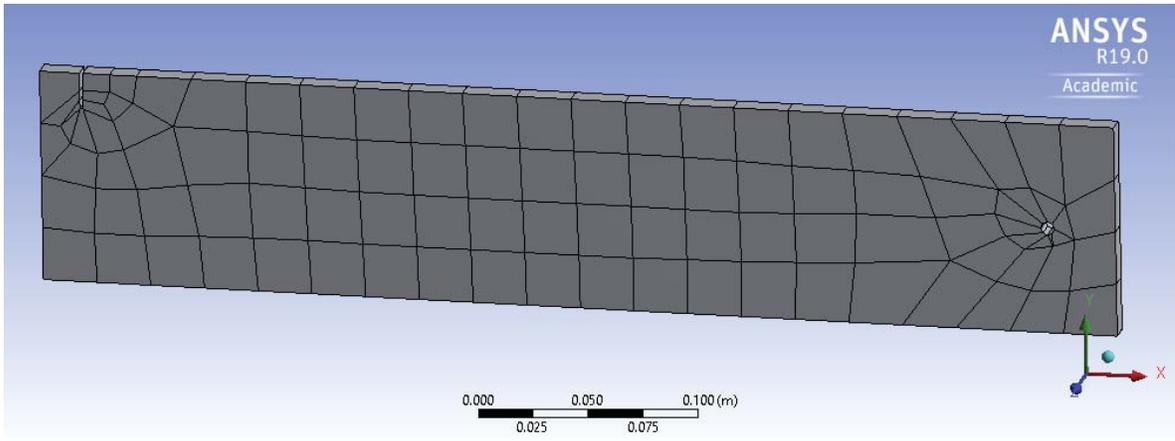


Figura 140: Enmallado, viga con grieta avanzada.

En la tabla 71, se muestran los resultados de las frecuencias naturales según Ansys, para la viga con grieta avanzada:

Index	Description	
1	Mode 1	Freq=29,584 [Hz]
2	Mode 2	Freq=211,47 [Hz]
3	Mode 3	Freq=584,63 [Hz]

Tabla 71: Resultados teóricos Ansys, para la viga con grieta avanzada.

1.3) Viga con grieta extensa:

En la figura 141, se presenta la viga con grieta extensa modelada en Ansys:

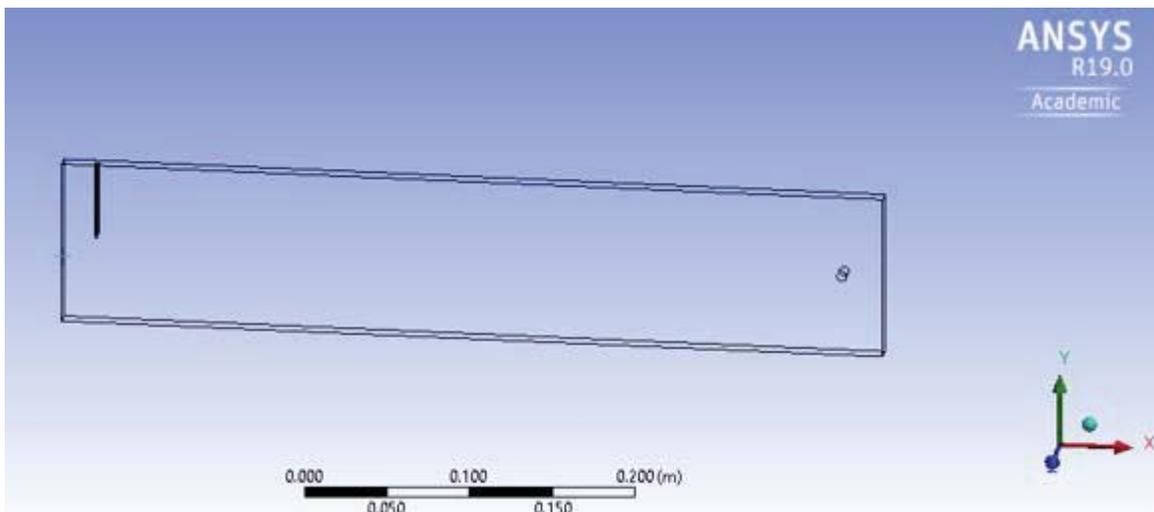


Figura 141: Modelo Ansys para la viga con grieta extensa.

En la figura 142, se presenta el enmallado de la viga con grieta extensa modelada en *Ansys*:

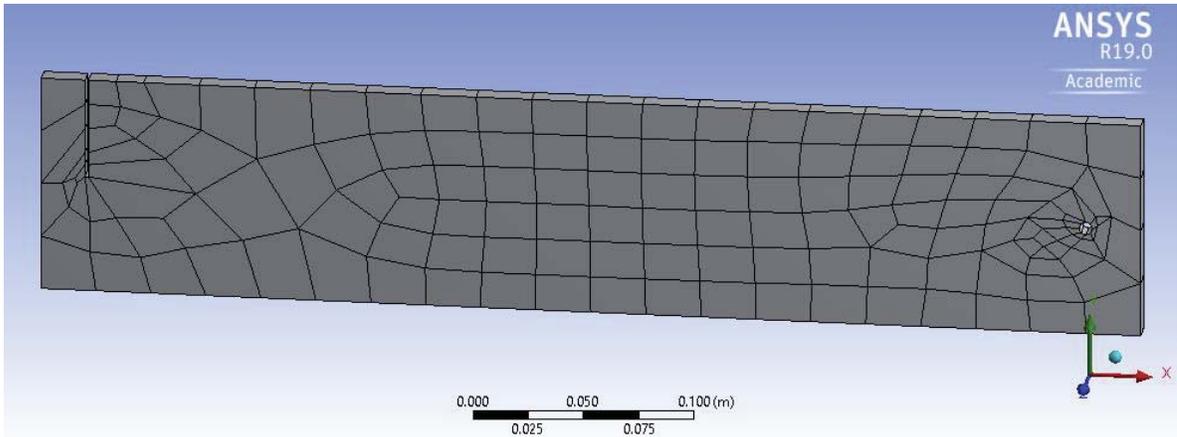


Figura 142: Enmallado, viga con grieta extensa.

En la tabla 72, se muestran los resultados de las frecuencias naturales según *Ansys*, para la viga con grieta extensa:

Index	Description	
1	Mode 1	Freq=22,755 [Hz]
2	Mode 2	Freq=199,83 [Hz]
3	Mode 3	Freq=527,73 [Hz]

Tabla 72: Resultados teóricos Ansys, para la viga con grieta extensa.

2) Viga con desgaste

A continuación, se muestran los resultados del análisis modal realizado en *Ansys* para la viga con desgaste.

En la figura 143, se presenta la viga con grieta con desgaste modelada en *Ansys*:

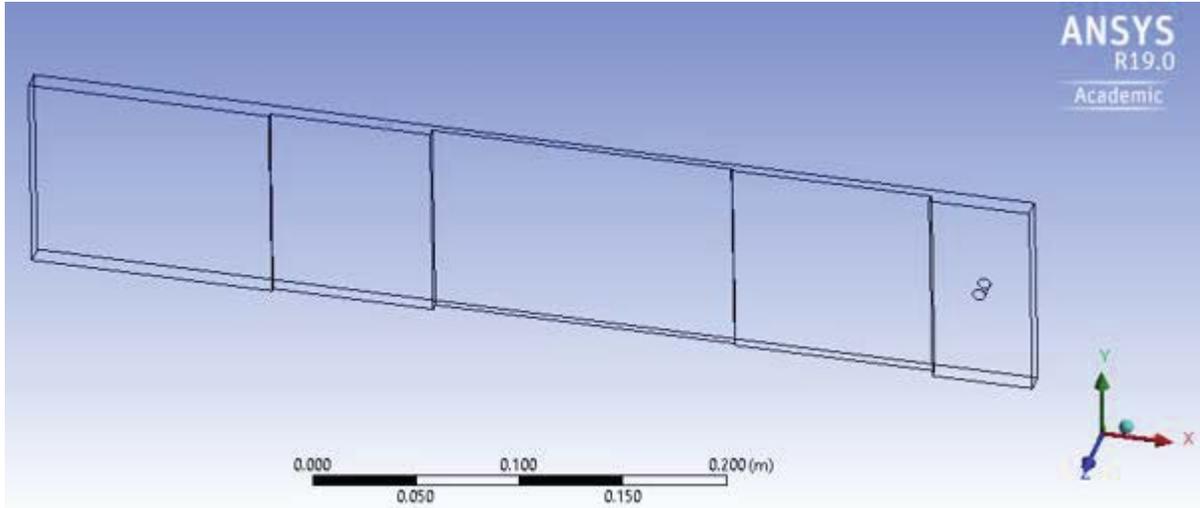


Figura 143: Modelo Ansys para la viga con desgaste.

En la figura 144, se presenta el enmallado de la viga con desgaste modelada en *Ansys*:

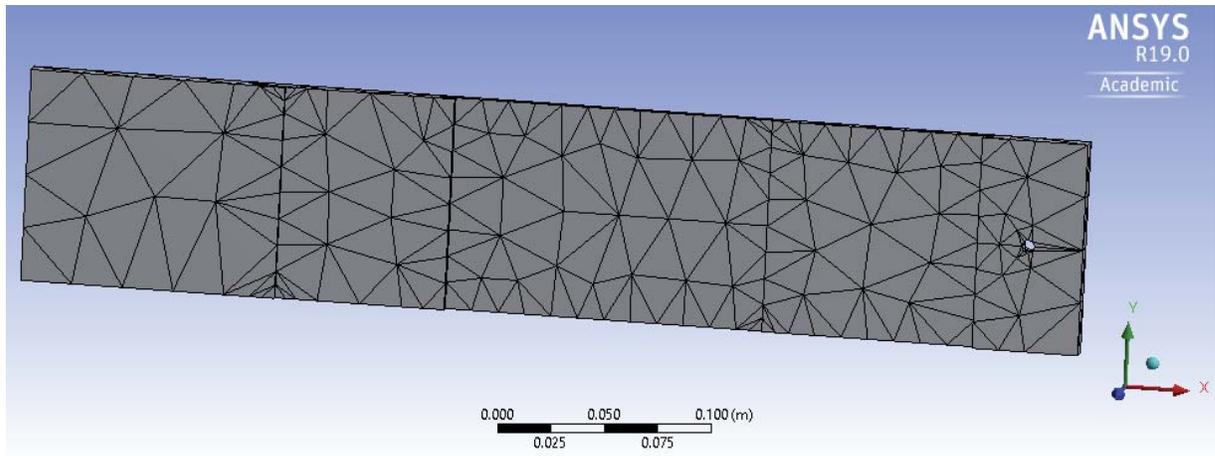


Figura 144: Enmallado, viga con desgaste.

En la tabla 73, se muestran los resultados de las frecuencias naturales según *Ansys*, para la viga con desgaste:

Index	Description	
1	Mode 1	Freq=23,021 [Hz]
2	Mode 2	Freq=133,56 [Hz]
3	Mode 3	Freq=439,84 [Hz]

Tabla 73: Resultados teóricos *Ansys*, para la viga con desgaste.

A continuación, en la tabla 74, se presenta a modo de resumen, todos los resultados de las frecuencias naturales, de las pruebas realizadas en *Ansys*.

Se recuerda, que la frecuencia de 100 [Hz] no es resultado de la viga, por ende, no se muestra en la tabla, la tercera frecuencia natural (alrededor de los 580 [Hz]) por OMA no se muestra, ya que, no se tienen resultados consistentes o creíbles, puesto que no se podían comparar con EMA (por el problema de la coherencia), por tal motivo, se presentan los resultados de *Ansys* solamente para dicha frecuencia.

Comparación frecuencias [Hz], ITD (OMA) v/s MEF							
Prueba	ITD 1	MEF 1	Dif. [%]	ITD 2	MEF 2	Dif. [%]	MEF 3
Sin daño	24,64	33,169	25,7	207,52	207,57	0,02	586,43
Test 1.1	25,49	32,834	22,36	206,83	205,35	0,71	574,79
Test 1.2	27,77	29,584	6,13	211,88	212,47	0,27	584,63
Test 1.3	21,35	22,755	6,17	198,17	199,83	0,83	527,73
Test 2	21,74	23,021	5,56	144,15	143,56	0,41	439,84

Tabla 74: Tabla comparativa en frecuencia, ITD (OMA) v/s MEF.

Análisis y comentarios:

Los resultados expuestos por *Ansys*, siguen la misma tendencia de OMA, con algunas diferencias, explicadas principalmente por los métodos de cálculo que usa el software comercial, el enmallado y la discretización que se usa, los resultados entregados por el programa, dependen en gran medida por el número de elementos utilizados.

Al tener la pieza discontinuidades (agujeros, grietas), se pueden generar errores en la solución debido a que, si el enmallado no cubre de buena manera dichas discontinuidades, se puede afectar la convergencia de los resultados.

En comparación a la técnica de Ibrahim, que utiliza la correlación de la respuesta vibratoria desfasada un intervalo de tiempo, y no utiliza enmallados, ni teoría de resistencia de materiales.

A pesar de esto, se observa que las diferencias son de menos de 7 [%], salvo las primeras dos pruebas mostradas en la tabla 74 (viga sin daño, y test 1.1), donde la diferencia ronda el 25 [%] para la primera frecuencia natural.

Capítulo V.- Conclusiones y Aspectos Futuros.

La investigación de este trabajo, estaba orientada a ver la factibilidad de usar la técnica OMA como herramienta de monitoreo de condición para estructuras, en concreto para una viga, primero sin tener ningún desperfecto, y luego presentando alguna falla, como conclusiones se tiene:

Conclusiones:

- El eje central de esta investigación, son las pruebas experimentales OMA, y ver si son una alternativa real y confiable para monitoreo estructural, mediante los resultados expuestos en esta investigación, se concluye que es factible el monitoreo de la condición estructural. Los resultados se obtienen con la técnica ITD (OMA), PSD y FFT como herramientas de respaldo, además de comprobarlos por MEF en *Ansys*, dicho esto, el objetivo principal de esta investigación se cumple a cabalidad, siendo la técnica OMA una herramienta poderosa para análisis modal de estructuras, sirviendo para el monitoreo de condición de las mismas.
- Como se ha presentado en esta tesis, las pruebas EMA y OMA simuladas en el computador, han servido de comprobación de los algoritmos usados para las pruebas experimentales de campo realizadas.
- Se ha validado la técnica EMA experimental mediante el uso de la FRF como herramienta de cálculo principal, cuando se realiza la prueba de impacto con el martillo como excitador.
- Se ha validado la técnica OMA experimental mediante el uso del algoritmo de Ibrahim, como herramienta de cálculo principal, además se validan también las herramientas PSD y FFT cuando se realiza la prueba con el shaker como fuente de excitación.
- Se obtienen las frecuencias naturales cuando la viga no tiene ningún desperfecto mediante OMA, con una aproximación aceptable de los resultados de dichas frecuencias, expuestos anteriormente por EMA, y por MEF, concluyendo que la técnica sirve para predecir frecuencias naturales, por supuesto, con todas las limitaciones y problemáticas evidenciadas en esta tesis.

- Al analizar las pruebas experimentales de la viga con daños (grietas y desgaste), se predicen las frecuencias naturales con aceptable precisión, siendo las tendencias de los valores idénticas en todas las pruebas realizadas, concluyendo que la técnica sirve para darse cuenta que hubo algún cambio en la estructura monitoreada, que repercute en las frecuencias naturales, esto sin tener idea de las propiedades físicas de la estructura (rigidez, masa y amortiguamiento), ya que, solo se necesita medir la respuesta vibratoria ante una carga operacional (la cual tampoco necesita ser cuantificada).
- La técnica OMA no predice de buena manera los factores de amortiguamiento, presentando fuertes discrepancias con respecto a la teoría, indicando que el sistema es inestable, cuando no lo es. Esto principalmente se debe por la estimación a través de la función de correlación, donde el ruido contenido en la medición sigue presente luego del primer decaimiento, entonces el ruido es cada vez más predominante mientras la función de correlación decae, por otro lado, debido a la posible presencia de no linealidades del sistema, la identificación modal de los coeficientes de amortiguamiento se torna sumamente compleja con este tipo de técnicas.

Finalmente, como aspectos futuros para esta investigación, se tiene lo siguiente:

Aspectos Futuros:

La idea de haber presentado pruebas experimentales con daño, es poder emular alguna falla presente en la industria, en este caso particular, desperfectos que le suelen ocurrir a los liners de los molinos de bolas SAG.

El liner (ver figura 145) es un elemento que cubre todo el diámetro interno del molino, y es donde se depositan las bolas, que son las encargadas de moler el material cuando la máquina gira, es decir, sufre todo el impacto del riñón de carga (material a moler), produciendo un excesivo desgaste en la superficie, siendo una pieza que constantemente requiere de cambio o reparación.

La problemática actual indica que, para poder realizar la inspección del estado del liner, el molino debe dejar de operar y detenerse por completo.

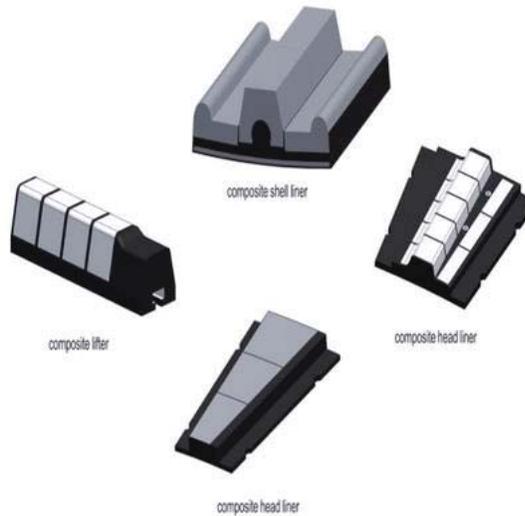


Figura 145: Tipos de liner, y su distinta composición (Imagen de [49]).

Por tanto, una aplicación futura concreta para los resultados de esta investigación, es el monitoreo de molinos SAG, específicamente para poder tener un control sobre la condición de los liners, y saber con relativa precisión el momento idóneo para realizar el cambio de la pieza, y ahí recién detener el equipo, ya que, se podría hacer el monitoreo con el equipo funcionando, evitando perder tiempo valioso de producción, lo que se traduce directamente en dinero para la empresa.

Monitoreando las vibraciones en condiciones de operación a través de OMA (equipo funcionando), se puede detectar algún cambio en la condición del liner, ya sea, desgaste, grietas o agujeros, puesto que la frecuencia natural se verá alterada. La idea es tener sensores remotos, que utilicen conexión tipo wifi, y poder recolectar los datos, en un computador a cierta distancia del equipo, de esta manera se evita el cableado.

Otra aplicación interesante, sería monitorear equipos o estructuras mecánicas, que reciban alguna excitación por el funcionamiento de algún elemento rotatorio aledaño, por ejemplo, el ruido provocado por un motor en operación, o por rodamientos en los descansos de algún eje.

Concretamente el uso podría ser monitoreo de descansos para rotores, por ejemplo, en centrales de energía, y una vez ocurrida la falla, se pueda detectar a tiempo, o en general cualquier estructura o máquina que esté en algún taller, sala de operaciones, maestranza, etc.

Otra posible aplicación, sería el monitoreo de estructuras civiles, como puentes, pasarelas o edificios, en las que las fuerzas externas o excitaciones, se dan por medio de la naturaleza, por ejemplo, cargas de viento, movimientos telúricos, cargas por el tráfico de personas (en puentes).

En particular, en zonas costeras, como lo es el litoral de la quinta región, donde la corrosión se da de manera muy brusca, a pesar de tomar las precauciones pertinentes, esta técnica podría servir para monitorear pasarelas y puentes del borde costero, y detectar a tiempo cuando se inicie una grieta por corrosión a través de la medición de sus vibraciones, evitando así el riesgo de fractura o falla grave, que pudiera ocasionar un accidente fatal para las personas que transiten por dichas estructuras.

Relacionado con lo anterior, Chile es uno de los países más sísmicos del mundo, por estar ubicado en el cinturón de fuego del Pacífico, implicando que cada cierto tiempo, se registren fuertes movimientos telúricos, que afectan en mayor o menor medida a las estructuras civiles, a través de esta técnica se podría tener monitoreo in situ de las vibraciones ante un evento sísmico, y tomar decisiones en cuanto a la condición de la estructura, es decir, si está operativa para el uso de vehículos, personas, etc.

Nomenclatura General.

Acrónimos.

A/D	Análogo-Digital.
AMP	Amplitud de la función square.
COM	<i>Common</i> , (Común, tierra del sensor).
CSPD	<i>Cross power spectral density</i> , (Densidad espectral cruzada de potencia).
EDO's	<i>Ordinary differential equations</i> , (Ecuaciones diferenciales ordinarias).
EMA	<i>Experimental modal analysis</i> , (Análisis modal experimental).
ERA	<i>The eigensystem realization algorithm</i> , (Algoritmo de Realización de Sistemas-Propios).
ERA-DC	Algoritmo de Realización de Sistemas-Propios con Correlación de Datos.
FFT	<i>Fast Fourier transform</i> , (Transformada rápida de Fourier).
FRF	<i>Frequency response function</i> , (Función respuesta en frecuencia).
GDL	Grados de libertad.
IEPE	<i>Integrated electronics piezo-electric</i> , (Circuito piezo-eléctrico integrado).
ITD	<i>Ibrahim time domain</i> , (Técnica de Ibrahim en el dominio tiempo).
LSCE	<i>Least squares complex exponential</i> , (Mínimos cuadrados con exponencial complejo).
MEF	Método de los elementos finitos.
MIMO	<i>Multiple input-multiple output</i> , (Múltiples entradas- múltiples salidas).
ODE	<i>Ordinary differential equation</i> , (Ecuación diferencial ordinaria).
OMA	<i>Operational modal analysis</i> , (Análisis modal operacional).
PC	<i>Personal Computer</i> , (Computador de escritorio o notebook).
PLA	<i>Polylactic acid</i> (Ácido poliláctico).
PSD	<i>Power spectral density</i> , (Densidad espectral de potencia).
PSD_Force	<i>Force power spectral density</i> , (Densidad espectral de potencia de la fuerza).
PSD_Resp	<i>Response power spectral density</i> , (Densidad espectral de potencia de la respuesta).
RK4	Runge-Kutta cuarto orden.
SIMO	<i>Single input-multiple output</i> , (Una entrada- múltiples salidas).
SISO	<i>Single input-single output</i> , (Una entrada-una salida).
USB	<i>Universal serial bus</i> .
VSS	<i>Supply voltage</i> . (Voltaje de suministro o alimentación).

Símbolos Griegos.

$\delta(x)$	Función delta-Dirac.
Δf	Resolución en frecuencia.
Δt	Paso temporal.
Δt_i	Retrasos de tiempo, para ITD.
λ	Valores propios de la matriz.
λ_i	Valores propios de la ecuación usada para ITD (polos de tiempo continuo).
$[\Lambda]$	Matriz de polos discretos de tiempo multiplicados por las correspondientes amplitudes.
μ_i	Polos en tiempo discreto, para ITD.
$[\mu_n]$	Matriz diagonal que contiene los valores propios, para ITD.
ξ	Factor de amortiguamiento.
π	Valor numérico Pi.
ϕ	Ángulo de fase [°].
$\phi_H(\omega)$	FRF en fase [°].
$[\psi]$	Matriz que contiene los modos de vibrar en las columnas.
ω	Frecuencia de excitación [Hz].
ω_n	Frecuencia natural [Hz].
ω_T	Frecuencia de la excitación original [Hz].

Símbolos Romanos.

A	Amplitud de la vibración [mm].
$[A]$	Matriz cuadrada.
$[C]$	Matriz de amortiguamiento de un sistema.
$D.P$	Función densidad de probabilidad.
E	Energía total de la señal [J].
E_x	Energía media de la señal [J].
F	Fuerza de tipo armónica.
$F(t)$	Fuerza de excitación.
F_0	Amplitud de la fuerza armónica.

H_1	FRF, en función de la fuerza.
H_2	FRF, en función de la respuesta.
$[H]$	Matriz de bloques de Hankel, para ITD.
$[H_1]$	Sub matriz superior de la matriz $[H]$, para ITD.
$[H_2]$	Sub matriz inferior de la matriz $[H]$, para ITD.
$[H_{1,r}]$	Bloque superior de la matriz de Hankel para “ r ” decaimientos, en ITD.
$[H_{2,r}]$	Bloque inferior de la matriz de Hankel para “ r ” decaimientos, en ITD.
$H(\omega)$	Función respuesta en frecuencia.
$ H(\omega) $	Función respuesta en frecuencia, en magnitud.
$[K]$	Matriz de rigidez de un sistema.
$[M]$	Matriz de masa de un sistema.
O	Punto de origen del sistema coordinado, punto de referencia o equilibrio estático.
P	Potencia total de la señal [W].
P_x	Potencia media de la señal [W].
R_{xx}	Función de autocorrelación de una señal.
R_{xy}	Función de correlación entre dos señales.
$S_{xx}(f)$	Función densidad espectral de energía de una señal.
$S_{xy}(f)$	Función densidad espectral cruzada de energía de una señal.
T	Periodo de una señal [s].
TF	Transformada de Fourier de una señal.
$T_{señal}$	Tiempo de una señal vibratoria [s].
$[T_{ij}]$	Matrices de Toeplitz que contienen la información de correlación, para ITD.
$[W]$	Matriz estimada del sistema mediante ITD.
\mathbf{x}	Vector que contiene los vectores propios.
$X(f)$	Transformada de Fourier de $x(t)$.
$X(t)$	Función senoidal.

a_1	Tiempo en estado “high” del square [s].
a_2	Tiempo en estado “low” del square [s].
a_i	Modos de vibrar, para ITD.
c	Representación de un amortiguador, modelo 1 GDL.
c_i	Amplitudes modales iniciales, para ITD.
d_i	Valores de amortiguamiento para un modelo $\left[\frac{Ns}{m}\right]$.
f	Frecuencia de una señal [Hz].
f_c	Representación de fuerza viscosa (efecto del amortiguador).
f_k	Representación de fuerza restauradora (efecto del resorte).
f_s	Frecuencia de muestreo [Hz].
$f(t)$	Fuerza de excitación externa.
$\{f(t)\}$	Vector que representa las fuerzas de excitación.
$f_{muestreo}$	Frecuencia de muestreo.
$f_{máxima\ señal}$	Frecuencia máxima de la señal a medir.
$f_{máxima\ espectro}$	Frecuencia máxima esperada para ver en el espectro.
g	Gravedad $\left[\frac{m}{s^2}\right]$.
$g(z)$	Transformada de Fourier.
h	Tamaño del intervalo, para RK4.
$incr$	Número de incrementos, para pruebas simuladas de OMA.
k	Representación rigidez, modelo 1 GDL.
k_i	Valores de rigidez para un modelo $\left[\frac{N}{m}\right]$.
m	Representación masa, modelo 1 GDL.
m_i	Valores de masa para un modelo [kg].

n	Contador de uso genérico.
nc	Número de canales en la descomposición libre considerada, para ITD.
np	Número de puntos considerados en el decaimiento libre, para ITD.
nr	Número de decaimientos libres, para ITD.
p	Grado de libertad usado para la ley de reciprocidad de Maxwell.
q	Grado de libertad usado para la ley de reciprocidad de Maxwell.
s_i	Pendientes calculadas para RK4.
t	Valor de tiempo.
t_n	Instante de tiempo “n”.
t_{n+1}	Instante siguiente de tiempo “n+1”.
u_0	Vector de condiciones iniciales, para pruebas simuladas de OMA.
x	Desplazamiento.
\dot{x}	Velocidad.
\ddot{x}	Aceleración.
x_0	Posición o desplazamiento inicial para el instante cero.
\dot{x}_0	Velocidad inicial para el instante cero.
$x(t)$	Función de desplazamiento.
$x(t_n)$	Respuesta anterior, ODE 45.
$x(t_{n+1})$	Respuesta en el instante siguiente, ODE 45.
$x_1 [n]$	Señal cualquiera “x1”.
$x_2 [n]$	Señal cualquiera “x2”.
$\{x\}$	Vector compuesto por las amplitudes independientes del tiempo.
$\{x_t\}$	Familia de variables aleatorias.
$\{x(t)\}$	Vector que representa los desplazamientos.

$\{\dot{x}(t)\}$ Vector que representa las velocidades.

$\{\ddot{x}(t)\}$ Vector que representa las aceleraciones.

y' Problema de valor inicial.

$y(t)$ Respuesta libre del sistema, para ITD.

y_{i+1} Ecuación método RK4.

Símbolos matemáticos.

∞ Infinito.

$e^{i\omega t}$ Exponencial con número complejo.

Bibliografía.

- Peter Kjaer Svendsen: “*Combining Operational Modal Analysis and Active Lubrication Techniques to Perform Rotordynamic Testing*”, Mechanical Engineering Department, Solid Mechanics Section, Technical University of Denmark.
- Peter Avitable: “*Experimental Modal Analysis*”, Modal Analysis and Controls Laboratory, Mechanical Engineering Department, University of Massachusetts, USA.
- D. E. Newland: “*An introduction to Random vibrations, spectral and wavelet analysis*”, third edition, University of Cambridge.
- Lingmi Zhang, Rune Brincker, Palle Andersen: “*An Overview of Operational Modal Analysis: Major Development and Issues*”.
- Gaetan Kerschen, Jean-Claude Golinval: “*Experimental Modal Analysis*”.
- R.B. Randall: “*Frequency Analysis*”.
- Byeong Hwa Kim, Norris Stubbs, Taehyo Park: “*A new method to extract modal parameters using output-only responses*”, Journal of Sound and Vibration, 2005.
- Rune Brincker, Carlos Ventura: “*Introduction to Operational Modal Analysis*”, Wiley editorial, 2015.
- Asunción Moreno: “*Correlación y espectro de señales deterministas*”, Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones, Universitat Politècnica de Catalunya.
- Juan F. Guerrero Martínez: “*Estimación Espectral*”, Escola Tècnica Superior d’ Enginyeria, Departament d’ Enginyeria Electrònica, Universitat d València.
- Francisco Javier Hernández Prado: “*Análisis de Métodos de Identificación de Variación de Propiedades Dinámicas*”, Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile.
- CI72-C Dinámica Avanzada de Estructuras: “*Estimación de parámetros modales en el dominio del tiempo*”, Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile.
- Pablo Andrés Rojas Jaramillo: “*Análisis modal del banco de ensayo de vibraciones del laboratorio del Departamento de Ingeniería Mecánica*”, Departamento de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad del Bío-Bío.

- Ignacio Daniel Tomasov Silva: “*Modelo para la estimación de una frecuencia natural a partir de la respuesta vibratoria de un sistema sometido a un barrido sinusoidal*”, Departamento de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad de Concepción.
- Pedro Saavedra González: “*Análisis de vibraciones de máquinas rotatorias nivel I*”, Laboratorio de Vibraciones Mecánicas, Departamento de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad de Concepción.
- Francisco Beltrán: “*Teoría General del Método de los Elementos Finitos*”, Departamento de Mecánica Estructural y Construcciones Industriales-ETS Ingenieros Industriales, Madrid, España.
- Juan Miguel Gracia: “*Valores y vectores propios de una matriz*”.
- Elementos de Máquinas y Vibraciones: “*Sistemas de dos grados libertad*”, Departamento de Ingeniería Mecánica, Energética y de Materiales, Universitas Nawarensis.
- Carlos Patricio Parra Contreras: “*Estudio Numérico Experimental de una Viga Agrietada*”, Escuela de Ingeniería Naval, Facultad de Ciencias de la Ingeniería, Universidad Austral de Chile.
- Daniel Parceró Sánchez, Rocío Salgueiro Fernández: “*Ecuaciones diferenciales en Matlab*”.
- Alejandro S. M. Santa Cruz: “*Utilización de resolvers de Matlab para ecuaciones diferenciales ordinarias*”, Matemática Superior Aplicada, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina.
- “*The Autocorrelation Function*”, <https://www.alanzucconi.com/2016/06/06/autocorrelation-function/>.
- “*Comprender FFTs y Funciones Ventana*”, <http://www.ni.com/white-paper/4844/es/>.
- “*Diferencia entre señal analógica y señal digital*”, <http://revistafeel.com.mx/feel-listen/diferencia-entre-senal-analogica-y-senal-digital/#>.
- “*What is a Frequency Response Function (FRF)?*”, <https://community.plm.automation.siemens.com/t5/Testing-Knowledge-Base/What-is-a-Frequency-Response-Function-FRF/ta-p/354778>.
- “*Digital Signal Processing: Sampling Rates, Bandwidth, Spectral Lines and more...*”, <https://community.plm.automation.siemens.com/t5/Testing-Knowledge-Base/Digital-Signal-Processing-Sampling-Rates-Bandwidth-Spectral/ta-p/402991>.
- “*Understanding Windowing and Overlapping Analysis*”, <http://blog.prosig.com/2011/08/30/understanding-windowing-and-overlapping-analysis/>.

- “Mode shapes extraction by time domain decomposition (TDD)”, <https://es.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/52276-mode-shapes-extraction-by-time-domain-decomposition-tdd>.
- “Welch’s Method”, https://ccrma.stanford.edu/~jos/sasp/Welch_s_Method.html.
- “Theoretical Basis of Modal Analysis”, <http://pubs.sciepub.com/ajme/1/7/4/index.html>.

Referencias.

- [1] Y. J. Yan, L. Cheng, Z. Y. Wu, and L. H. Yam: “*Development in vibration-based structural damage detection technique*” (2007).
- [2] K. Worden and A. P. Burrows: “*Optimal sensor placement for fault detection. Engineering Structures*”, 23:885–901, (2001).
- [3] P. S. Skjaerbaek and R. K. Nielsen: “*Identification of damage in reinforced concrete structures from earthquake records - optimal location of sensors*”.
- [4] P. Kripakaran and I. F. C. Smith: “*Configuring and enhancing measurement systems for damage identification. Advanced Engineering Informatics*”, 23:424–432, (2009).
- [5] S. K. Hong, B. I. Epureanu, and M. P. Castenier: “*Novel sensor placement for damage identification in a cracked complex structure with structural variability*”. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 22:1189–1202, (2011).
- [6] Peter Kjaer Svendsen: “*Combining Operational Modal Analysis and Active Lubrication Techniques to Perform Rotordynamic Testing*”, Mechanical Engineering Department, Solid Mechanics Section, Technical University of Denmark.
- [7] Filipe Magalhães y Álvaro Cunha: “*Explaining operational modal analysis with data from an arch bridge*” University of Porto, Faculty of Engineering (FEUP), R. Dr. Roberto Frias, 4200-465 Porto, Portugal.
- [8] Lingmi Zhang, Rune Brincker y Palle Andersen: “*An Overview of Operational Modal Analysis: Major Development and Issues*”.
- [9] Manuel Rodríguez Súnico: “*Análisis Modal Operacional: Teoría y Práctica*”, Capítulo 5.
- [10] “*Vibraciones Mecánicas*”, <https://es.slideshare.net/edgarm193/vibraciones-mecanicas-30554264>
- [11] “*La Potencia RMS vs Potencia PMPO vs Potencia eléctrica*”, <https://mundoaltavoces.com/potencia-de-los-altavoces-potencia-rms-vs-potencia-pmpo-vs-potencia-electrica/>
- [12] Alejandro Cerda Varela: “*Módulo Vibraciones*”, Escuela Ingeniería Mecánica, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.
- [13] “*Sinusoidal and Random Vibration Testing Primer*”, <https://www.desolutions.com/blog/2013/04/sinusoidal-and-random-vibration-testing-primer/>
- [14] “*Time domain waveform of the vibration signal at inner ring fault conditions*”, https://www.researchgate.net/figure/Time-domain-waveform-of-the-vibration-signal-at-inner-ring-fault-conditions_fig12_258394570

- [15] “Fast Fourier Transform Projects and Research Topics”, <http://www.mtechprojects.org/fast-fourier-transform-projects.html>
- [16] “Amplitude Spectrum One Sided”, <https://homesecurity.press/quotes/amplitude-spectrum-one-sided.html>
- [17] “Everything you wanted to ask about EEG”, <https://nonlinearbiomedphys.biomedcentral.com/articles/10.1186/1753-4631-3-2>
- [18] “What is “sample rate” and how to use it correctly when rendering and what is audio encoding, too?”, https://www.reddit.com/r/WeAreTheMusicMakers/comments/3x4hl2/what_is_sample_rate_and_how_to_use_it_correctly/
- [19] “Terahertz time-domain spectroscopy of edible oils”, https://www.researchgate.net/figure/If-the-sample-rate-is-too-low-higher-frequencies-can-be-identified-as-a-lower-ones-that_fig3_266874390
- [20] “Electro Chemical Noise Software”, <http://help.electrochemicalnoise.com/>
- [21] “Understanding Windowing And Overlapping Analysis”, <http://blog.prosig.com/2011/08/30/understanding-windowing-and-overlapping-analysis/>
- [22] “Hanning Window”, http://www.pinsdaddy.com/hanning-window_jvAgQ3W1sGlamOyDGwfJlYz*dQYUal9YcVSW6mGVRQ/
- [23] “Eigenvalues and eigenvectors”, https://en.wikipedia.org/wiki/Eigenvalues_and_eigenvectors
- [24] “Eigenvectors, eigenvalues and orthogonality”, <https://www.riskprep.com/all-tutorials/36-exam-22/123-eigenvectors-eigenvalues-and-orthogonality>
- [25] “Derivación Numérica”, <https://sites.google.com/site/sistrevolution/home/unidad-4/derivacion-numerica>
- [26] “Flow Chart of Runge Kutta 4th order Method Awesome Odes Initial Value Problems Ppt Video Online”, <http://indigenouprising.com/flow-chart-of-runge-kutta-4th-order-method/flow-chart-of-runge-kutta-4th-order-method-awesome-odes-initial-value-problems-ppt-video-online/>
- [27] “Cuadro sinóptico de un sistema”, <http://cmapspublic2.ihmc.us/rid=1Q7GJ99YG-MYCYJ3-2N5L/cuadro%20sinoptico%20de%20sistemas.cmap.cmap>
- [28] “Fund. de Teoría de Telecomunicaciones”, <https://javiermtzmtz.wordpress.com/2012/09/17/senales-deterministicas-y-aleatorias/>
- [29] “Stationary process”, https://en.wikipedia.org/wiki/Stationary_process

- [30] “Diferencia entre señal analógica y señal digital”, <http://revistafeel.com.mx/feel-listen/diferencia-entre-senal-analogica-y-senal-digital/#>
- [31] “Adquirir una Señal Analógica: Ancho de Banda, Teorema de Muestreo de Nyquist y Aliasing”, <http://www.ni.com/white-paper/2709/es/>
- [32] “Acceleration Velocity Position”, https://wiki.ubc.ca/Acceleration_Velocity_Position
- [33] “Piezo-Electric Transducer”, <https://circuitglobe.com/piezo-electric-transducer.html>
- [34] “S13 distribución de probabilidad para v.a continua” <https://www.slideshare.net/YorladysMartnezAroca/s13-distribucin-de-probabilidad-para-va-continuas>
- [35] “Densidad y modulación espectral” <https://www.monografias.com/trabajos94/densidad-y-modulacion-espectral/densidad-y-modulacion-espectral.shtml>
- [36] “Reduccion-de-ruido-en-camaras-de-cinematografia-digital-IX-02”, <https://www.albedomedia.com/tecnologia/reduccion-de-ruido-en-camaras-de-cinematografia-digital-ix-ruido-y-frecuencia/attachment/reduccion-de-ruido-en-camaras-de-cinematografia-digital-ix-01/>
- [37] “Proceso estocástico”, <http://economipedia.com/definiciones/proceso-estocastico.html>
- [36] “Acceleration Velocity Position”, https://wiki.ubc.ca/Acceleration_Velocity_Position
- [37] “Piezo-Electric Transducer”, <https://circuitglobe.com/piezo-electric-transducer.html>
- [38] M. Cacho-Pérez, N. Frechilla y A. Lorenzana: “Estimación de las masas modales de una estructura en servicio, mediante transformación en el espacio de estados”, (2017), Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería.
- [39] L.M. Villa García: “Comparación entre la estimación de parámetros modales de estructuras a partir de análisis modal clásico y operacional con modificaciones de masa”, Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, (2016).
- [40] F. Hernández: “Análisis de Métodos de Identificación de Variación de Propiedades Dinámicas”, Universidad de Chile.
- [41] Gerardo Zamora López, Amado Ayala Millán y Rolando Salgado Estrada: “Determinación de la salud estructural de edificios: Análisis de Fourier vs Análisis Modal Operacional”, XX Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Yucatán, México, (2016).
- [42] Noelia Frechilla Alonso: “Metodologías para la estimación de los parámetros modales en pasarelas peatonales: Aplicación a la pasarela del museo de la ciencia de Valladolid”, Tesis Doctoral, Escuela de Doctorado Universidad de Valladolid, Universidad de Valladolid, España, (2017).
- [43] “Vibraciones Mecánicas 2011”, Capítulo 2: Sistemas de varios grados de libertad.

- [44] “*Modelo Matemático de un Grado de Libertad*”, <https://www.cuevadelcivil.com/2010/09/modelo-matematico-de-un-grado-de.html>
- [45] “*Trapezoidal Rule*”, https://en.wikipedia.org/wiki/Trapezoidal_rule
- [46] “*Desplazamiento, Velocidad y Aceleración*”, <http://azimadli.com/vibman-spanish/desplazamientovelocidadyacceleracin.htm>
- [47] “*Martillo de Impacto*”, <http://sine.ni.com/nips/cds/view/p/lang/es/nid/213180>
- [48] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor: “*The Finit Element Method*”, fifth edition.
- [49] “*Revestimiento para liner de molino*”, <https://www.tegaindustries.com/es/mill-lining/>
- [50] “*Oscilaciones, onda, sonido*”,
http://fisica.cubaeduca.cu/media/fisica.cubaeduca.cu/medias/interactividades/9FAAoscondas/co/modulo_contenido_2.html
- [51] “*Ciencia Aplicada*”, <https://www.ciencia-explicada.com/2013/03/video-aliasing-temporal-y-agua-cayendo.html>

Anexos.

Anexo N° 1.- Fichas Técnicas de los Equipos.

1) Transductor de fuerza IEPE *Brüel & Kjaer*, modelo 8230-001.

Specifications – DeltaTron Force Transducers Types 8230, 8230-001, 8230-002 and 8230-003

	Units	8230	8230-001	8230-002	8230-003
Dynamic Characteristics					
Voltage Sensitivity (typical)	mV/N (mV/lbf)	110 (500)	22 (100)	2.2 (10)	0.22 (1)
Full Scale Force Range Compression	N (lbf)	45 (10)	220 (50)	2200 (500)	22000 (5000)
Full Scale Force Range Tensile	N (lbf)	45 (10)	220 (50)	2200 (500)	2200 (500)
Mounted Resonance Frequency (unloaded)	kHz	75			
Residual Noise	Equiv. N (lbf) rms	0.00062 (0.00014)	0.0031 (0.0007)	0.031 (0.007)	0.31(0.07)
Linearity Error at Full Scale	% full scale	<±1			
Max. Compression	kN (lbf)	0.9 (200)	4.5 (1000)	45 (10000)	66.7 (15000)
Max. Tension	kN (lbf)	0.9 (200)	2.2 (500)		
Electrical Characteristics					
Output Polarity		Positive output for compression			
Full Scale Output Voltage	V	±5			
DC Output Bias Voltage	V	+8 to +10			
Output Impedance	Ω	150			
Power Supply	mA	2 to 20			
Voltage Range	V DC	+18 to +30			
Grounding		Case grounded			
Environmental Characteristics					
Temperature Range	°C (°F)	-73 to +121 (-100 to +250)			
Coefficient of Thermal Sensitivity	%/°C (%/°F)	0.05 (0.03)			
Humidity		Epoxy sealed			
Max. Operational Sinusoidal Vibration (peak)	ms ⁻² (g)	49000 (5000)			
Max. Operational Shock (peak)	ms ⁻² (g)	98000 (10000)			
Physical Characteristics					
Dimensions		See outline drawing			
Weight	total	gram (oz.)	30.2 (1.1)		
	mass above piezo element		9.5 (0.34)		
	mass below piezo element		20.7 (0.73)		
Case Material		17-4 PH stainless steel			
Stiffness	kN/μm (lbf/μin.)	2.0 (11.4)			
Connector		10-32 UNF			
Mounting		¼" -28 UNF thread on top and bottom			

All values are typical at 25°C (77°F) unless measurement uncertainty is specified

Figura Anexo 1: Ficha técnica Transductor de fuerza IEPE Brüel & Kjaer.

Fuente: <https://www.bksv.com/en/products/transducers/vibration/Vibration-transducers/force-transducers/8230>

2) Acelerómetro *Analog Devices*, modelo ADXL 325.

Parameter	Conditions	Min	Typ	Max	Unit
SENSOR INPUT	Each axis				
Measurement Range		±5	±6		g
Nonlinearity	Percent of full scale		±0.2		%
Package Alignment Error			±1		Degrees
Interaxis Alignment Error			±0.1		Degrees
Cross-Axis Sensitivity ¹			±1		%
SENSITIVITY (RATIOMETRIC)²	Each axis				
Sensitivity at X _{OUT} , Y _{OUT} , Z _{OUT}	V _S = 3 V	156	174	192	mV/g
Sensitivity Change Due to Temperature ³	V _S = 3 V		±0.01		%/°C
ZERO g BIAS LEVEL (RATIOMETRIC)					
0 g Voltage at X _{OUT} , Y _{OUT} , Z _{OUT}	V _S = 3 V	1.3	1.5	1.7	V
0 g Offset vs. Temperature			±1		mg/°C
NOISE PERFORMANCE					
Noise Density X _{OUT} , Y _{OUT} , Z _{OUT}			250		µg/√Hz rms
FREQUENCY RESPONSE⁴					
Bandwidth X _{OUT} , Y _{OUT} ⁵	No external filter		1600		Hz
Bandwidth Z _{OUT} ⁵	No external filter		550		Hz
R _{FILT} Tolerance			32 ± 15%		kΩ
Sensor Resonant Frequency			5.5		kHz
SELF TEST⁶					
Logic Input Low			+0.6		V
Logic Input High			+2.4		V
ST Actuation Current			+60		µA
Output Change at X _{OUT}	Self test 0 to 1	-90	-190	-350	mV
Output Change at Y _{OUT}	Self test 0 to 1	+90	+190	+350	mV
Output Change at Z _{OUT}	Self test 0 to 1	+90	+320	+580	mV
OUTPUT AMPLIFIER					
Output Swing Low	No load		0.1		V
Output Swing High	No load		2.8		V
POWER SUPPLY					
Operating Voltage Range		1.8		3.6	V
Supply Current	V _S = 3 V		350		µA
Turn-On Time ⁷	No external filter		1		ms
TEMPERATURE					
Operating Temperature Range		-40		+85	°C

Figura Anexo 2: Ficha técnica Acelerómetro *Analog Devices*, modelo ADXL 325.

Fuente: <https://www.analog.com/en/products/adxl325.html>

3) LabJack U3.

Parameter	Conditions	Min	Typical	Max	Units
General					
USB Cable Length				5	meters
Supply Voltage		4	5	5.25	volts
Supply Current (1)	Hardware V1.21+		50		mA
Operating Temperature		-40		85	°C
Clock Error	-40 to 85 °C			1.5	%
Typ. Command Execution Time (2)	USB high-high	0.6			ms
	USB other	4			ms
VS Outputs					
Typical Voltage (3)	Self-Powered	4.75	5	5.25	volts
	Bus-Powered	4	5	5.25	
Maximum Current (3)	Self-Powered		450		mA
	Bus-Powered		50		mA
Analog Inputs					
Typical input Range (4)	Single-Ended, LV	0		2.44	volts
	Differential, LV	-2.44		2.44	volts
	Special, LV	0		3.6	volts
	Single-Ended, HV	-10.3		10.3	volts
	Special, HV	-10.3		20.1	volts
Max AIN Voltage to GND (5)	Valid Readings, LV	-0.3		3.6	volts
	Valid Readings, HV	-12.8		20.1	volts
Max AIN Voltage to GND (6)	No Damage, FIO	-10		10	volts
	No Damage, EIO	-6		6	volts
	No Damage, HV	-40		40	volts
Input Impedance (7)	LV		40		MΩ
	HV		1.3		MΩ
Source Impedance (7)	Long Settling Off, LV			10	kΩ
	Long Settling On, LV			200	kΩ
	Long Settling Off, HV			1	kΩ
	Long Settling On, HV			1	kΩ
Resolution	All Ranges		12		bits
	Single-Ended, LV, 0-2.44		0.6		mV
	Differential, LV, ±2.44		1.2		mV
	Special, LV, 0-3.6		1.2		mV
	Single-Ended, HV, ±10		5.0		mV
	Special, HV, -10 to +20		10.0		mV
Integral Linearity Error			±0.05		% FS
Differential Linearity Error			±1		counts
Absolute Accuracy (8)	Single-Ended		±0.13		% FS
	Differential		±0.25		% FS
	Special 0-3.6		±0.25		% FS

Figura Anexo 3: Ficha técnica LabJack U3.

Fuente: <https://labjack.com/support/datasheets/u3>

4) Shaker *The Modal Shop Inc.*, modelo *K2007E01*.

SPECIFICATIONS:	K2004E01	K2007E01
<u>SHAKER PERFORMANCE</u>		
Output Force, sine pk		
Natural Air Cooling	4.5 lbf (20 N)	7 lbf (31 N)
Output Force, random RMS		
Natural Air Cooling	3 lbf (13.3 N)	5 lbf (22 N)
Output Force, shock pk	9 lbf (40 N)	15 lbf (67 N)
Stroke Length		
Continuous pk-pk	0.2 in (5 mm)	0.5 in (13 mm)
Between Stops	0.35 in (9 mm)	0.55 in (14 mm)
Frequency Range ^[1]	DC-11 kHz	DC-9 kHz
Acceleration ^[1,2]		
No load	64 g _{pk}	70 g _{pk}
0.1 lb load	26 g _{pk}	35 g _{pk}
1 lb load	4.2 g _{pk}	6.4 g _{pk}
2 lb load [max payload]	2.2 g _{pk}	3.3 g _{pk}
Maximum Current	5 A	8 A
DC Resistance, armature, nominal	1.5 Ω	0.37 Ω
<u>AMPLIFIER PERFORMANCE</u>		
Efficiency	92%	
Input Voltage, RMS	0-1 VAC ^[3]	
Input Voltage (absolute maximum), RMS	1.9 VAC	
Input Power ^[4]	12-21 VDC	
Output Power ^[5]	55 W	
Distortion, typical ^[6]	<0.02%	
Cooling	Convection	
Discrete Gain Stages, nominal ^[7]	Muted, 10 dB, 18 dB, 24 dB	
Warning Indication ^[7]	Clipping and over temperature	
Shutdown Protection ^[7]	Over temperature and over current	
<u>PHYSICAL</u>		
Armature Mass, nominal	0.07 lb (0.032 kg)	0.1 lb (0.045 kg)
Suspension Stiffness, nominal	15 lbf/in (2.63 N/mm)	
Dimensions (HxWxD), nominal	5.3 x 6.75 x 3.5 in (135 x 171 x 89 mm)	
Weight	7 lbs (3.10 kg)	
Input Connector	BNC jack	
Output Connector	Mini binding post	
Table Mounting	10-32 thread	

Figura Anexo 4: Ficha técnica Shaker *The Modal Shop Inc.*, modelo *K2007E01*.

Fuente: <http://www.modalshop.com/excitation/SmartShaker-with-Integrated-Power-Amplifier?ID=272>

5) Barra plana, acero A270ES.

Barras Planas									
Ancho mm	Espesor en mm								
	3	5	6	8	10	11	12	20	25
Pesos nominales (kg/mt)									
12,00	0,283	0,471	-	-	-	-	-	-	-
16,00	0,377	0,628	-	-	-	-	-	-	-
20,00	0,471	0,785	0,942	1,260	1,570	-	-	-	-
25,00	0,589	0,981	1,180	1,570	1,960	-	-	-	-
32,00	0,754	1,260	1,510	2,010	2,510	-	-	-	-
38,00	0,895	1,490	1,790	2,390	2,980	-	3,580	-	-
50,00	1,180	1,960	2,360	3,140	3,930	-	4,710	-	-
63,00	-	2,470	2,970	3,960	4,950	-	5,930	-	-
75,00	-	2,940	3,530	4,710	5,890	-	7,070	-	-
100,00	-	3,930	4,710	6,280	7,850	-	9,420	-	-

Figura Anexo 5: Ficha técnica Barra plana A270ES.

Fuente: <http://www.sack.cl/component/virtuemart/barras,-tubos,-ca%C3%B1er%C3%ADas-y-perfiles/barras-planas/16-100?Itemid=1>

Anexo N° 2.- Pruebas Simuladas OMA, con “n” Grados de Libertad.

Se muestran los resultados teóricos y de la técnica de Ibrahim, para más de dos grados de libertad, en concreto, para cuatro, seis y diez grados de libertad, de señales simuladas en el computador.

Para cuatro grados de libertad:

Parámetros de las muestras:

- Frecuencia de Muestreo (f_s): 400 [Hz]
- Condiciones Iniciales (u_0): [0;0;0;0;0;0;0]
- Incrementos ($incr$): 3
- Tiempo de la señal: 30 [s]
- Rigidez: $k_1 = 3 * 10^4$; $k_2 = 3,1 * 10^3$; $k_3 = 3 * 10^4$; $k_4 = 2 * 10^3 \left[\frac{N}{m} \right]$.
- Amortiguamiento: $c_1 = 1,5 * 10^1$; $c_2 = 1,9 * 10^1$; $c_3 = 1,5 * 10^1$; $c_4 = 1,9 * 10^1 \left[\frac{Ns}{m} \right]$.
- Masas: $m_1 = 3$; $m_2 = 4$; $m_3 = 3$; $m_4 = 5$ [kg].

En la tabla anexo 1, se muestran los resultados teóricos v/s Ibrahim para cuatro grados de libertad:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,10753	0,0289	19,7021	19,538
2	-4,2149	0,2385	26,192	26,302
3	-5,644	0,4634	104,87	102,7
4	-7,517	0,4146	134,77	134,76

Tabla Anexo 1: Resultados teóricos v/s ITD, 4 GDL.

Para seis grados de libertad:

Parámetros de las muestras:

- Frecuencia de Muestreo (f_s): 400 [Hz]
- Condiciones Iniciales (u_0): [0;0;0;0;0;0;0;0;0;0]
- Incrementos ($incr$): 3
- Tiempo de la señal: 30 [s]
- Rigidez: $k_1 = 3 * 10^4$; $k_2 = 3,1 * 10^4$; $k_3 = 3 * 10^4$; $k_4 = 2 * 10^4$; $k_5 = 2,6 * 10^4$; $k_6 = 2 * 10^4 \left[\frac{N}{m} \right]$.
- Amortiguamiento: $c_1 = 1,5 * 10^1$; $c_2 = 1,9 * 10^1$; $c_3 = 1,5 * 10^1$; $c_4 = 1,4 * 10^1$; $c_5 = 1,4 * 10^1$; $c_6 = 1,8 * 10^1 \left[\frac{Ns}{m} \right]$.
- Masas: $m_1 = 3$; $m_2 = 4$; $m_3 = 2$; $m_4 = 4$; $m_5 = 2$; $m_6 = 4$ [kg].

En la tabla anexo 2, se muestran los resultados teóricos v/s Ibrahim para cuatro grados de libertad:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,1384	0,0244	21,705	21,707
2	-1,2075	0,2112	61,002	60,691
3	-2,5965	0,4081	87,795	86,645
4	-6,6912	1,5373	149,77	142,17
5	-9,6005	0,8173	168,32	165,56
6	-9,9825	1,1083	186,73	189,59

Tabla Anexo 2: Resultados teóricos v/s ITD, 6 GDL.

Para diez grados de libertad:

Parámetros de las muestras:

- Frecuencia de Muestreo (f_s): 400 [Hz]
- Condiciones Iniciales (u_0): [0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0]
- Incrementos ($incr$): 3
- Tiempo de la señal: 30 [s]
- Rigidez: $k_1 = 3 * 10^4$; $k_2 = 3,1 * 10^4$; $k_3 = 3 * 10^4$; $k_4 = 2 * 10^4$; $k_5 = 2,6 * 10^4$; $k_6 = 2 * 10^4$; $k_7 = 2 * 10^4$; $k_8 = 2 * 10^4$; $k_9 = 2 * 10^4$; $k_{10} = 2 * 10^4 \left[\frac{N}{m} \right]$.
- Amortiguamiento: $c_1 = 1,5 * 10^1$; $c_2 = 1,9 * 10^1$; $c_3 = 1,5 * 10^1$; $c_4 = 1,4 * 10^1$; $c_5 = 1,4 * 10^1$; $c_6 = 1,8 * 10^1$; $c_7 = 1,4 * 10^1$; $c_8 = 1,4 * 10^1$; $c_9 = 1,4 * 10^1$; $c_{10} = 1,4 * 10^1 \left[\frac{Ns}{m} \right]$.
- Masas: $m_1 = 3$; $m_2 = 4$; $m_3 = 2$; $m_4 = 4$; $m_5 = 2$; $m_6 = 4$; $m_7 = 4$; $m_8 = 4$; $m_9 = 4$; $m_{10} = 4$ [kg].

En la tabla anexo 3, se muestran los resultados teóricos v/s Ibrahim para cuatro grados de libertad:

N° de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]		Frecuencia Natural [rad/s]	
	Teórico	ITD	Teórico	ITD
1	-0,0493	0,0671	12,092	12,112
2	-0,4973	0,1248	35,908	35,774
3	-1,2822	0,3672	57,836	57,115
4	-2,22	0,9013	78,379	76,283
5	-3,4695	1,1721	93,164	90,843
6	-5,855	1,8606	116,19	111,67
7	-8,0347	1,6742	134,28	130,34
8	-6,7618	1,222	150,1	149,37
9	-10,04	1,69	169,89	168,37
10	-10,006	2,1768	186,77	191,76

Tabla Anexo 3: Resultados teóricos v/s ITD, 10 GDL.

Anexo N° 3.- Pruebas Experimentales OMA.

En este anexo se incluye, una tercera prueba experimental de la viga dañada con OMA, consiste en una grieta, pero cercana al extremo libre, podría emular corrosión, o una grieta producida por un impacto en dicho lugar, o alguna falla de fabricación que pudiera haberse extendido con la pieza en operación.

En la figura Anexo 6, se exhibe la grieta producida a la viga:

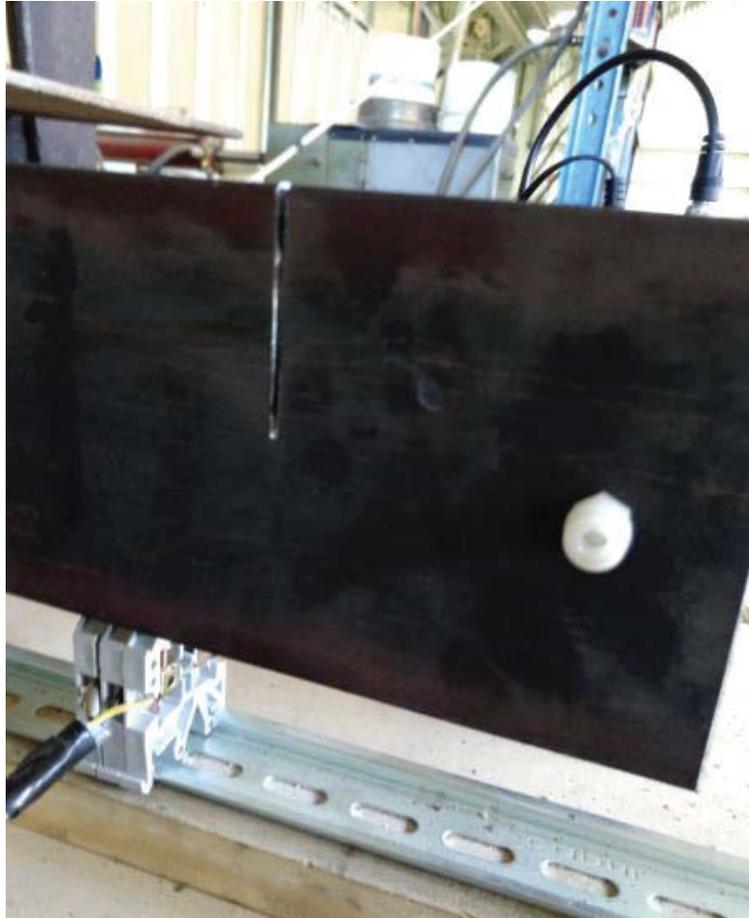


Figura Anexo 6: Viga con grieta, extremo libre.

La prueba se realiza con excitación del tipo Ruido Blanco, 100 [%] Amplitud:



Figura Anexo 7: Parámetros Function Generator.

En la tabla anexo 4, se muestran los resultados ITD, para el test 3 OMA:

Parámetros modales según ITD, test 3 OMA.		
Nº de parámetro	Factor de Amortiguamiento [Ns/m]	Frecuencia Natural [Hz]
1	8,1645	21,12
2	9,3913	96,43
3	8,1645	203,84

Tabla Anexo 4: Resultados ITD, test N°3 anexo, OMA.

En la figura Anexo 8, se muestra la FFT de la señal de desplazamiento del sensor 1, test 3 OMA:

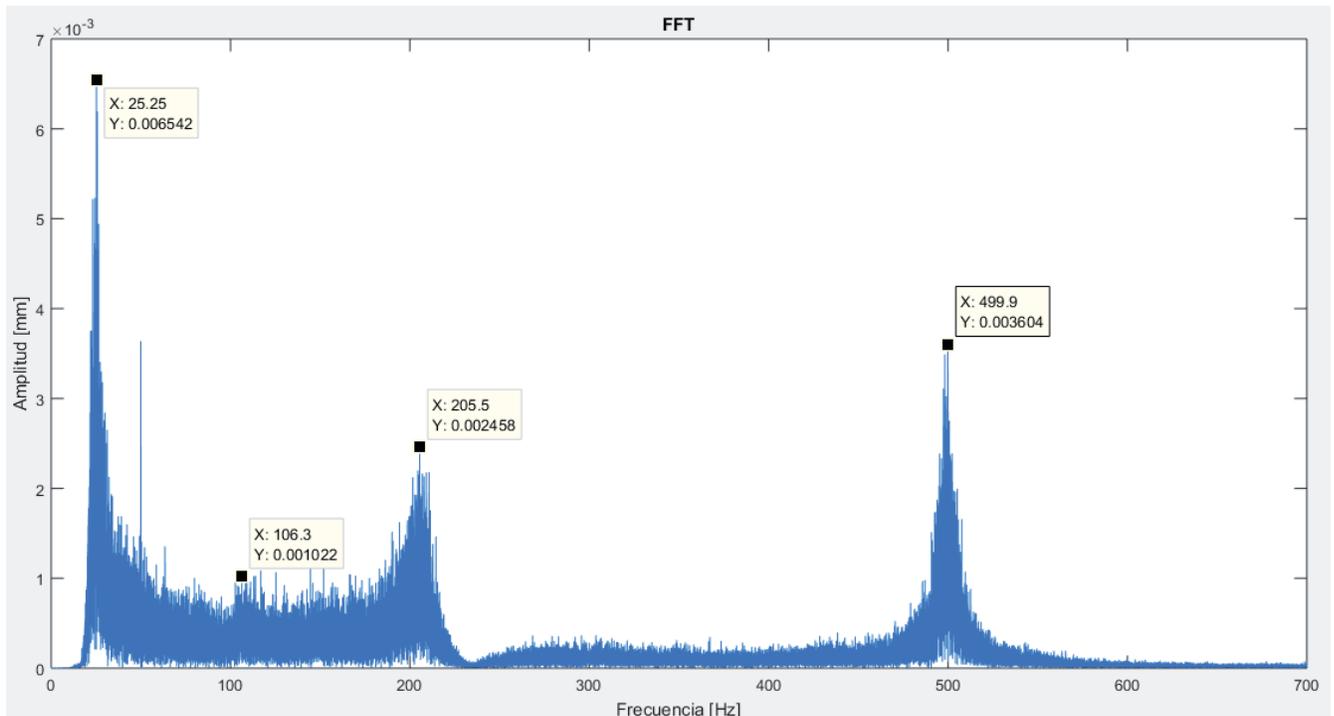


Figura Anexo 8: FFT señal de desplazamiento, test N°3 anexo, OMA.

En la figura Anexo 9, se muestra la PSD de la señal de aceleración del sensor 2, test 3 OMA:

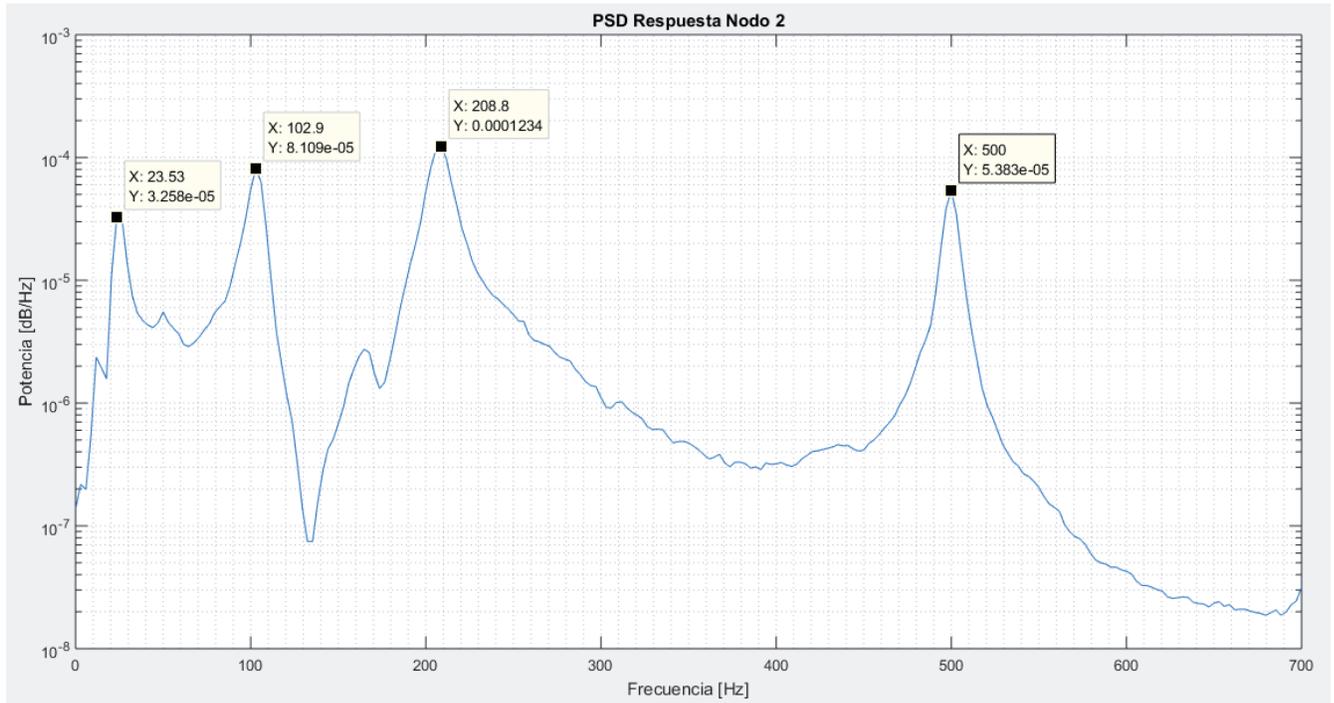


Figura Anexo 9: PSD, nodo 2, test N° 3 anexo, OMA.

En la tabla anexo 5, se muestran los resultados de frecuencias naturales, mediante la técnica de Ibrahim, FFT y PSD, test 3 OMA:

Frecuencias Test Anexo N°3 OMA			
N°	1	2	3
ITD [Hz]	21,12	96,43	203,84
FFT [Hz]	25,25	106,3	205,5
PSD [Hz]	23,53	102,9	208,8

Tabla Anexo 5: Resultados en frecuencia, test N°3 anexo, OMA.

Anexo N° 4.- Pruebas Experimentales EMA viga con daño, v/s ITD (OMA).

1.1) Prueba Viga con grieta incipiente:

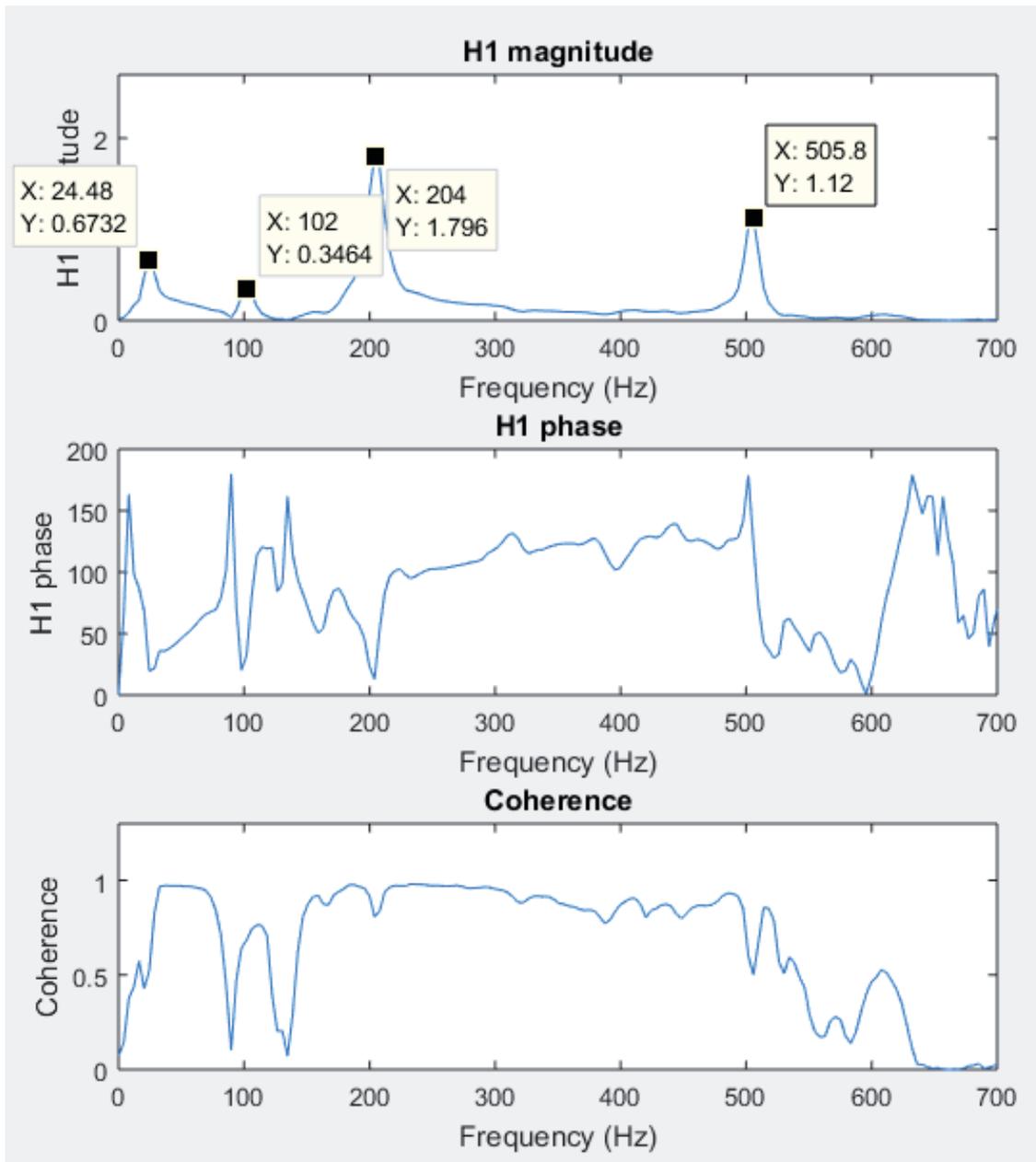


Figura Anexo 10: Resultados EMA, test 1.1.

1.2) Prueba Viga con grieta avanzada:

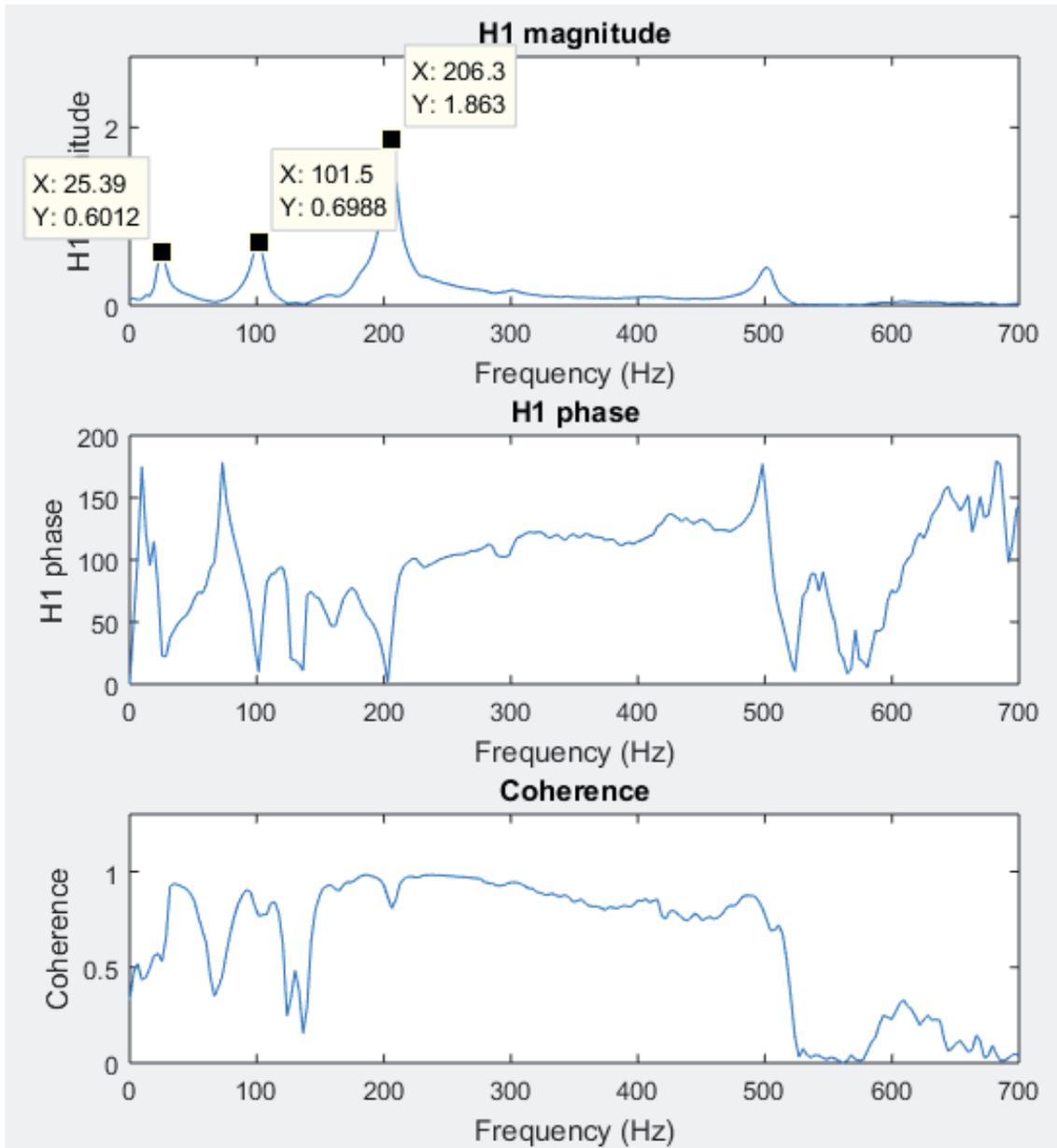


Figura Anexo 11: Resultados EMA, test 1.2.

1.3) Prueba Viga con grieta extensa:

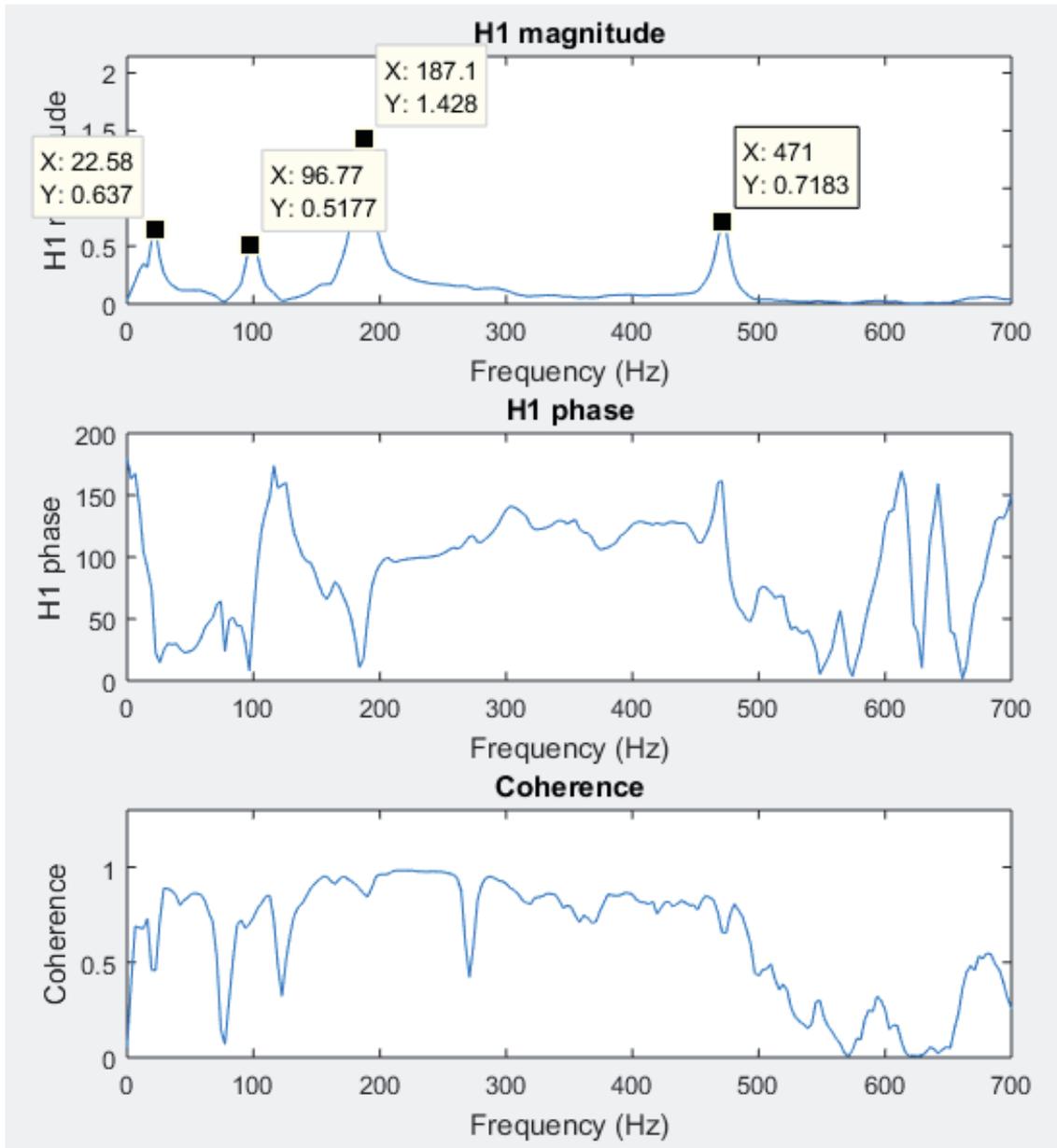


Figura Anexo 12: Resultados EMA, test 1.3.

2.1) Viga con desgaste, excitación solo Ruido Blanco, 100 [%] Amplitud:

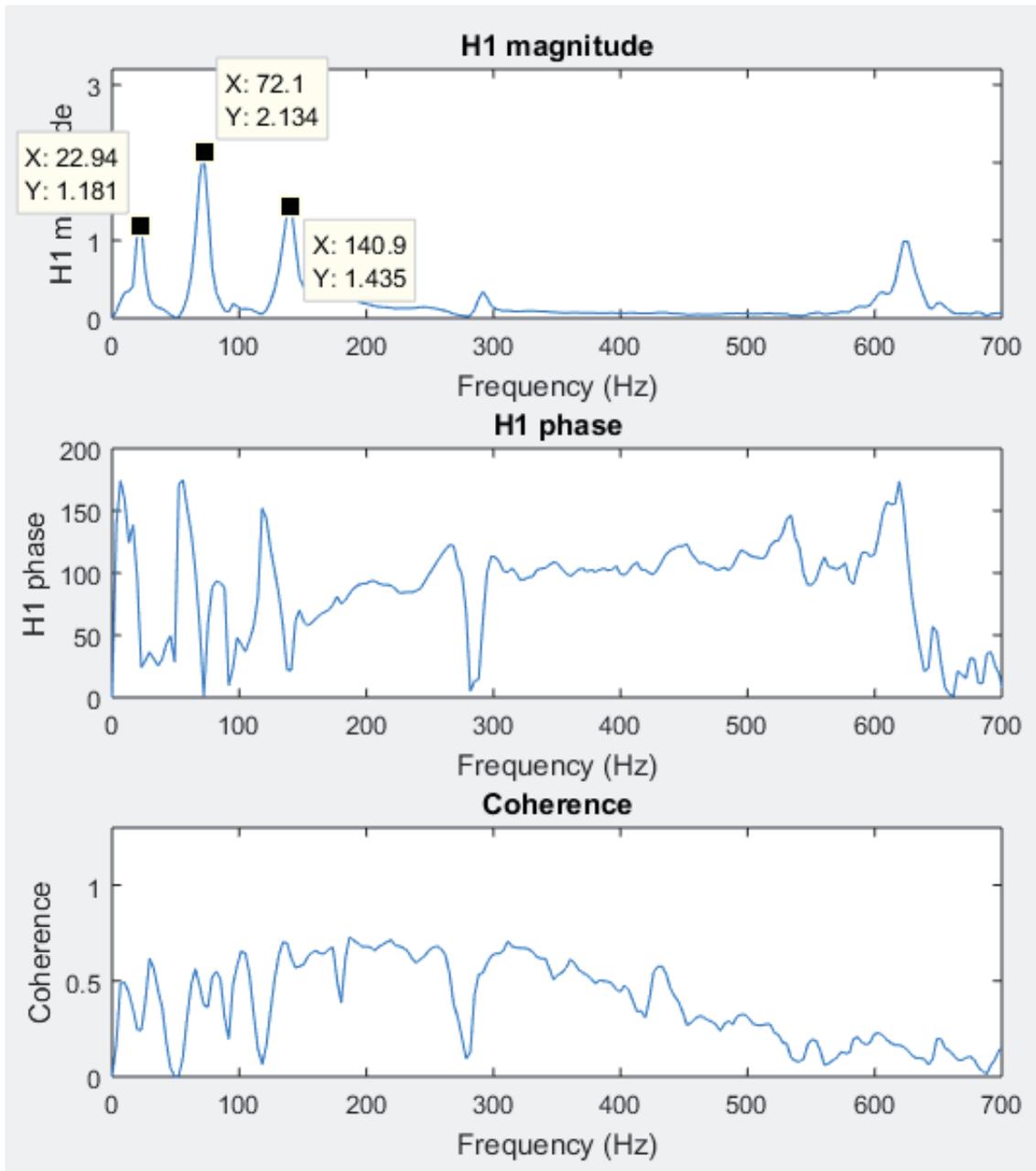


Figura Anexo 13: Resultados EMA, test 2.1.

2.2) Viga con desgaste, excitación Ruido Blanco 85 [%] Amplitud:

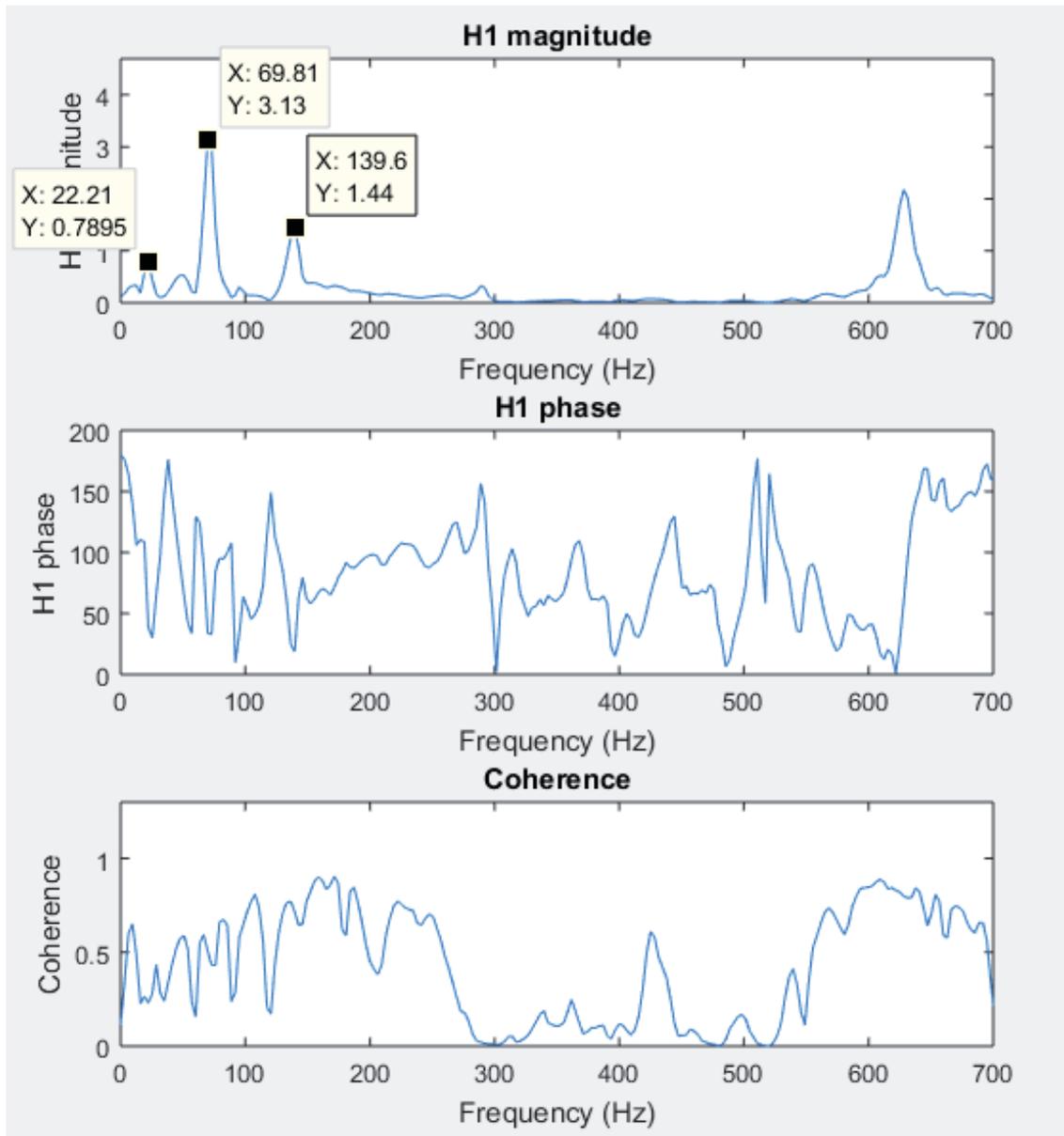


Figura Anexo 14: Resultados EMA, test 2.2.

3) Viga con grieta, prueba anexo N°3:

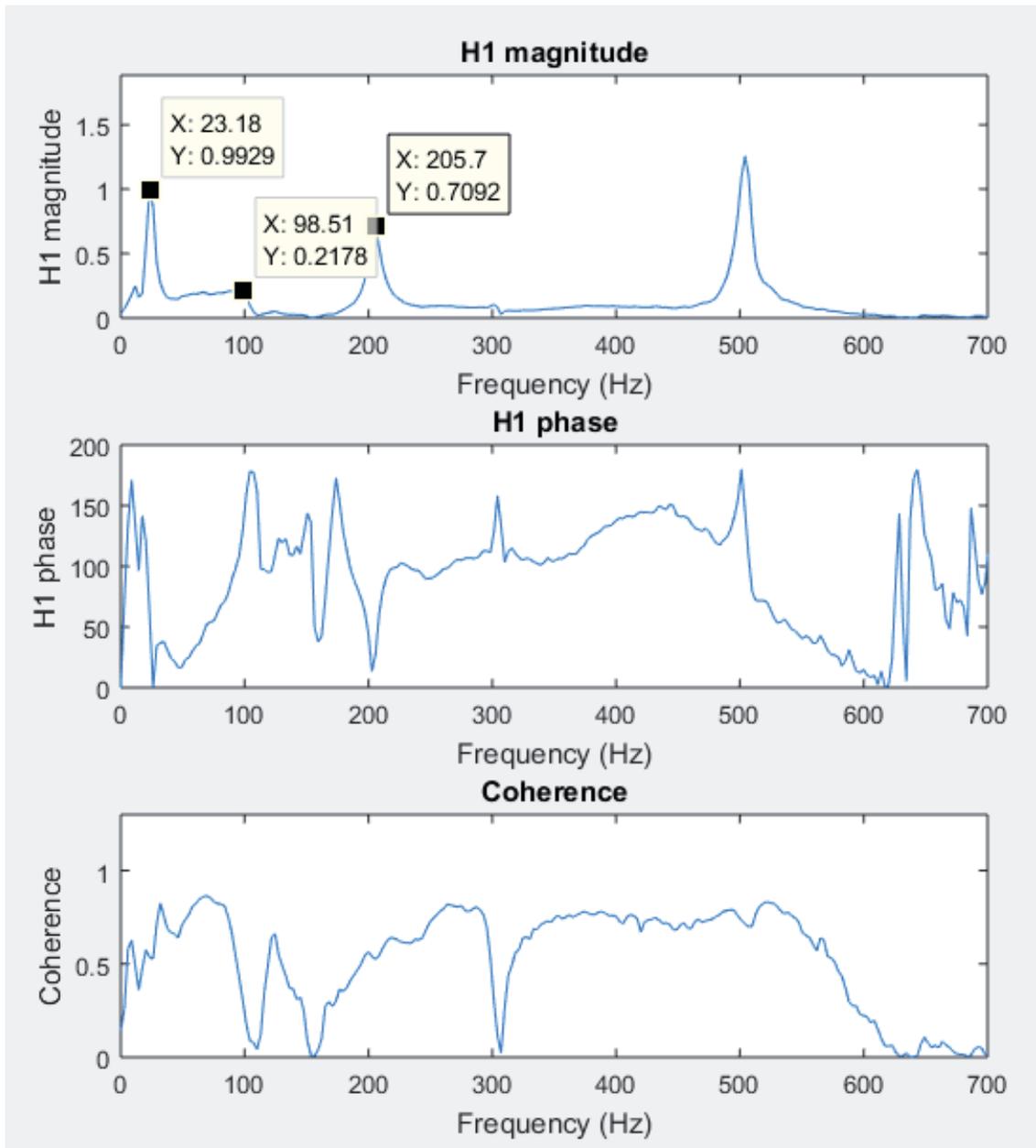


Figura Anexo 15: Resultados EMA, test N°3 anexo.

A continuación, en la tabla anexo 6, se presenta un resumen, para comparar rápidamente los resultados obtenidos tanto por EMA y OMA, indicando su diferencia.

Comparación frecuencias [Hz], ITD (OMA) v/s EMA.									
Prueba	ITD 1	EMA 1	Dif. [%]	ITD 2	EMA 2	Dif. [%]	ITD 3	EMA 3	Dif. [%]
Test 1.1	25,49	24,48	3,96	102,63	102	0,61	206,83	204	1,36
Test 1.2	27,77	25,39	8,57	104,6	101,5	2,96	211,88	206,3	2,63
Test 1.3	21,35	22,58	5,44	97,05	96,77	0,28	198,17	187,1	5,58
Test 2.1	21,74	22,94	5,23	73,58	72,1	2,01	144,15	140,9	2,25
Test 2.2	22,16	22,21	0,22	71,56	69,81	2,44	142,01	139,6	1,69
Test Anexo N°3	21,12	23,18	8,88	96,43	98,51	2,11	203,84	205,7	0,91

Tabla Anexo 6: Comparación en frecuencia, ITD v/s EMA.

Anexo N° 5.- Resultados Teóricos Mediante el Software Inventor.

Las simulaciones se realizan con los siguientes parámetros de mallado:

N° nodos: 323

N° elementos: 126

Cabe destacar, que el programa entrega frecuencias intermedias, que corresponden a los modos torsionales de la viga, los cuales, para efectos de esta investigación, no se han tomado en cuenta, y solo se muestran las frecuencias naturales correspondientes al grado de libertad en estudio.

1) Viga sana, sin daño.

En la figura Anexo 16, se presenta la viga sin daño modelada en *Inventor*:

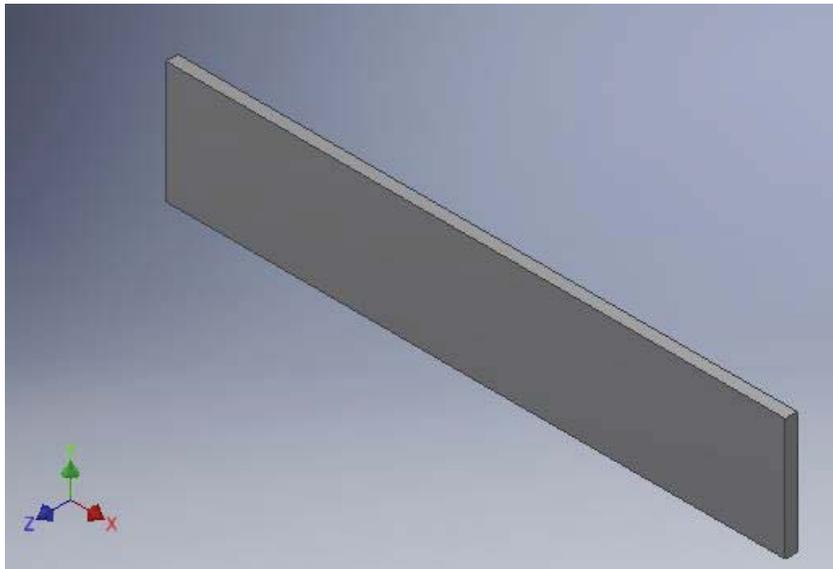


Figura Anexo 16: Modelo viga sin daño, Inventor.

En la tabla anexo 7, se muestran los resultados de frecuencias naturales, de la viga sin daño, Inventor:

Frecuencias naturales para la viga sin daño.		
1	2	3
32,54 [Hz]	206,02 [Hz]	582,66 [Hz]

Tabla Anexo 7: Frecuencias naturales, viga sin daño, Inventor.

2) Viga con grieta, en sus tres configuraciones.

En la figura Anexo 17, se presenta la viga con grieta incipiente modelada en *Inventor*:

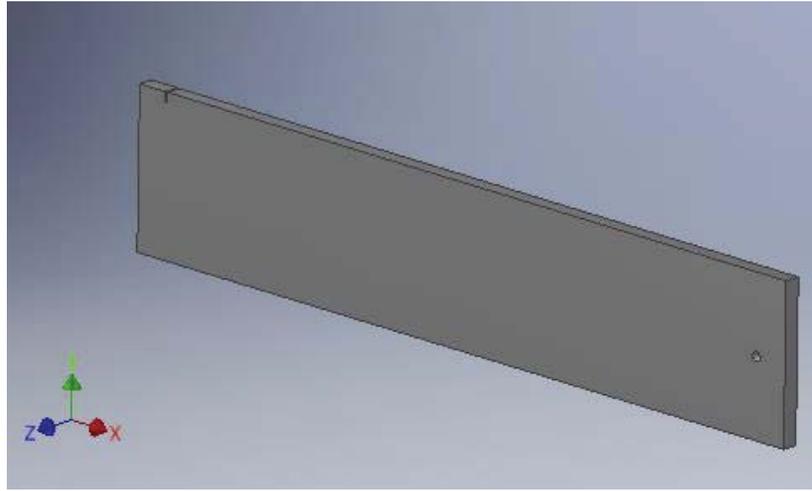


Figura Anexo 17: Modelo viga con grieta incipiente, Inventor.

En la tabla anexo 8, se muestran los resultados de frecuencias naturales, de la viga con grieta incipiente, *Inventor*:

Frecuencias naturales para la viga con grieta incipiente.		
1	2	3
30,12 [Hz]	205,42 [Hz]	579,56 [Hz]

Tabla Anexo 8: Frecuencias naturales, viga con grieta incipiente, Inventor.

En la figura Anexo 18, se presenta la viga con grieta avanzada modelada en *Inventor*:

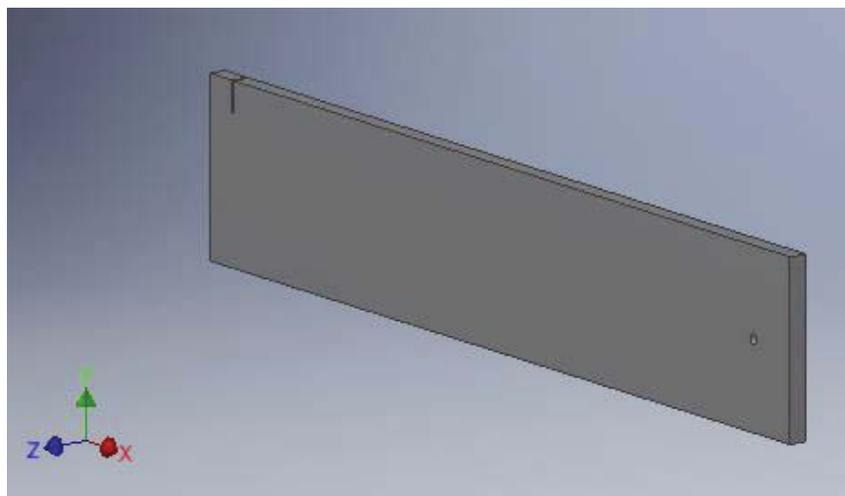


Figura Anexo 18: Modelo viga con grieta avanzada, Inventor.

En la tabla anexo 9, se muestran los resultados de frecuencias naturales, de la viga con grieta avanzada, Inventor:

Frecuencias naturales para la viga con grieta avanzada.		
1	2	3
28,87 [Hz]	212,87 [Hz]	589,96 [Hz]

Tabla Anexo 9: Frecuencias naturales, viga con grieta avanzada, Inventor.

En la figura Anexo 19, se presenta la viga con grieta extensa modelada en *Inventor*:

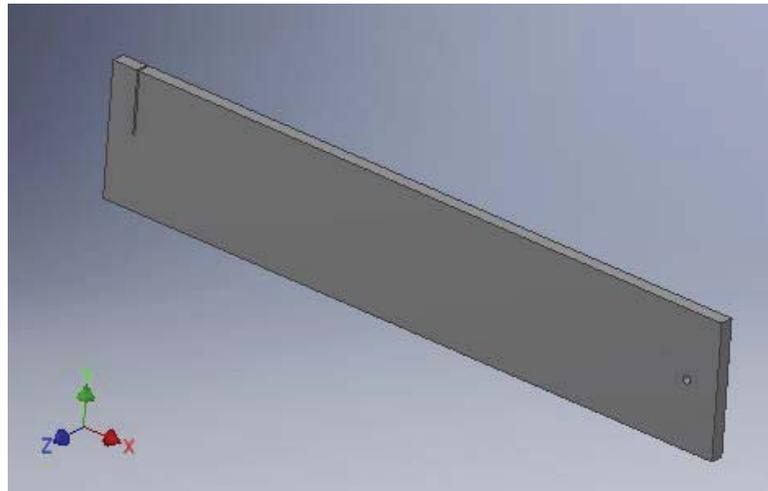


Figura Anexo 19: Modelo viga con grieta extensa, Inventor.

En la tabla anexo 10, se muestran los resultados de frecuencias naturales, de la viga con grieta extensa, Inventor:

Frecuencias naturales para la viga con grieta extensa.		
1	2	3
22,99 [Hz]	199,22 [Hz]	523,87 [Hz]

Tabla Anexo 10: Frecuencias naturales, viga con grieta extensa, Inventor.

3) Viga con desgaste.

En la figura Anexo 20, se presenta la viga con desgaste modelada en *Inventor*:

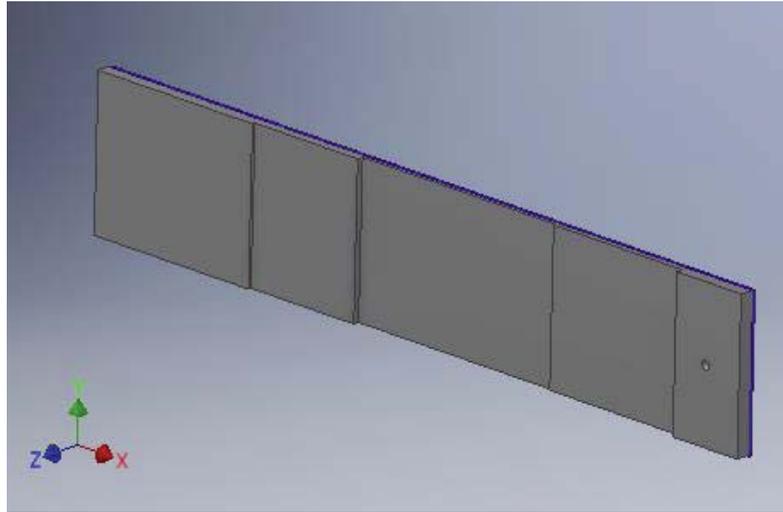


Figura Anexo 20: Modelo viga con desgaste, Inventor.

En la tabla anexo 11, se muestran los resultados de frecuencias naturales, de la viga con grieta con desgaste, *Inventor*:

Frecuencias naturales para la viga con desgaste.		
1	2	3
23,13 [Hz]	142,82 [Hz]	487,33 [Hz]

Tabla Anexo 11: Frecuencias naturales, viga con desgaste, Inventor.

Se presenta a continuación, en la tabla anexo 12, un resumen entre todos los resultados mediante MEF en los distintos programas computacionales utilizados.

Tabla comparativa resultados MEF, mediante los distintos programas				
Condición viga	Programa	1 [Hz]	2 [Hz]	3 [Hz]
Sin daño	MatLab	33,55	209,9	589
	Ansys	33,169	207,57	586,43
	Inventor	32,54	206,2	582,66
Viga con grieta incipiente	Ansys	32,834	205,35	574,79
	Inventor	30,12	205,42	579,56
Viga con grieta avanzada	Ansys	29,584	211,47	584,63
	Inventor	28,87	212,87	589,96
Viga con grieta extensa	Ansys	22,755	199,83	527,73
	Inventor	22,99	199,22	523,87
Viga con desgaste	Ansys	23,021	133,56	439,84
	Inventor	23,13	142,82	487,33

Tabla Anexo 12: Comparación resultados MEF.

Se recuerda que la frecuencia de 100 [Hz] que se observa en todas las pruebas experimentales, tanto para EMA como para OMA no corresponde a la viga en estudio, por este motivo, no aparece en ningún análisis mediante MEF, y es una frecuencia que se muestra debido a la unión del tornillo mecánico con la mesa de soporte.